

19

K

1104/8

1

R
281

1. *Genetia* - Prof. Mac-Cl. etc
513 (035)

P.T-19

C 94027

ANASTASIO PRIETO

Director

LOGO.



R. 21.539

Anastasio Prieto San Pedro

Ligeras Nociones de Geometría.

Lección I.

1. Qué es Geometría, extensión, cuerpo y sus dimensiones.
2. Qué es superficie, línea y punto.
3. Qué es figura, figuras iguales, equivalentes, semejantes, simétricas.

1. Se llama Geometría á la ciencia que tiene por objeto medir la extensión.

Extensión es el espacio limitado ú ocupado por un cuerpo, y cuerpo *geométrico* es todo aquello que suponemos ó vemos que ocupa un lugar grande ó pequeño en el espacio.

Todo cuerpo, por lo tanto consta de tres dimen-

siones; *longitud* ó largo, *latitud* ó ancho, y *profundidad* ó grueso ó altura.

2. La extensión considerada en dos solas dimensiones, prescindiendo de la otra se llama superficie: es el límite de los cuerpos. La extensión considerada en una sola dimensión, prescindiendo de las otras dos, se llama línea: es el límite de las superficies; y el límite ó extremo de la línea se llama punto matemático que carece de toda dimensión; si bien en dibujo se llama punto á la más pequeña señal que puede hacerse con el yeso, lápiz ó pluma.

3 Se llama figura á la forma que afectan los cuerpos, y tambien al conjunto de líneas de que nos servimos para representarlos ó para demostrar las verdades geométricas.

Las figuras comparadas entre sí pueden ser iguales, ó desiguales; equivalentes ó no equivalentes; semejantes ó desemejantes; simétricas ó no simétricas.

Se dice que dos figuras son *iguales* cuando tienen la misma forma y tamaño, de modo que puesta la una sobre la otra, ambas se confunden en toda su extensión. Son *equivalentes* cuando tienen distinta forma, pero el mismo valor. *Semejantes* cuando tienen la misma forma y distinto tamaño, y *simétricas* cuando tienen la misma forma y tamaño; pero que solo pueden confundirse colocando la una sobre la otra *cara con cara* ó *embés con embés*; v. g. las dos piezas delanteras de un corsé.

Lección II.

1. Qué es dibujo y de cuántas maneras puede ser la representación de los objetos. 2 En cuántas partes puede dividirse el dibujo y de cuántas maneras se puede hacer un dibujo?

1. Se llama en general Dibujo á la representación de los objetos por medio de líneas. Esta representación puede ser de dos maneras: natural ó geoméricamente. Si representamos los objetos tal cual se presentan á nuestra vista, el Dibujo se llama *natural* ó en *perspectiva*; mas si los representamos sin alteración alguna en su forma ni en la proporción de sus dimensiones, se llama Dibujo *geométrico*.

2. El Dibujo puede hacerse de dos maneras: á *ojo* y á *pulso* y con instrumentos ó *gráfico*.

El primero se emplea generalmente cuando se representan objetos naturales, como el cuerpo humano, las flores, las plantas etc. y el segundo en la representación de objetos artificiales, como un edificio, una mesa etc. El primero no proporciona la vista de los objetos con precisión matemática, circunstancia que concurre en el segundo.

Si al dibujo de un objeto cualquiera se le aplica el colorido, entonces se llama *pintura*.

Lección III.

1. Cuántas partes comprende la Geometría,
2. División de las líneas según su dirección.
3. Idem según su posición en el espacio.
4. Idem en relación unas con otras.

1. La Geometría comprende tres partes, á saber: 1.^o línea! ó sea la que trata de la extensión considerada en una sola de sus dimensiones. 2.^o superficial ó que trata de la extensión en dos de sus dimensiones: y 3.^o poliedral ó que trata de la extensión considerada en sus tres dimensiones, ó sea de los cuerpos geométricos.

2. Las líneas según su dirección se dividen en *rectas, curvas, mistas, quebradas y onduladas*.

Se llama línea recta á aquella que tiene todos sus puntos en la misma dirección. Es la más corta que puede trazarse entre dos puntos dados, y para determinar su posición bastan dos puntos.

Curva es la línea cuyos puntos están en distinta dirección.

Mista es la que se compone de recta y curva.

Quebrada ó poligonal, la que se compone de varias rectas en distintas direcciones y ondulada, la compuesta de varias curvas. (1)

(1) Véanse esta y las demás figuras en las láminas de dibujo.

3. Según la posición que las líneas tienen en el espacio se dividen en *horizontales*, *verticales* é *inclinadas*.

Se llama horizontal la línea que trazada de izquierda á derecha no se inclina hácia arriba ni hácia abajo.

Vertical es la línea que viene de arriba á abajo sin inclinarse á derecha ni á izquierda; tal es la que describe un hilo suspendido por un extremo y con un peso cualquiera en el otro.

Inclinada es la que cae también de arriba á abajo inclinándose ya hácia la izquierda ó hácia la derecha.

4. Las líneas relacionadas unas con otras pueden ser *perpendiculares*, *oblicuas* y *paralelas*, *convergentes* y *divergentes*.

Una línea es perpendicular á otra cuando cae ó se levanta sobre otra sin inclinarse á un lado ni á otro.

Es oblicua cuando se inclina á uno más que á otro lado.

Son paralelas varias líneas cuando situadas en un mismo plano no se pueden encontrar por más que se prolonguen

Son convergentes cuando prolongándolas suficientemente llegan á encontrarse; y divergentes cuando cada vez se separan más.

Lección IV.

1. Propiedades de las líneas rectas y cómo se designan. 2. División de las superficies. 3. Curva que merece especial estudio, en qué se diferencia del círculo y cuáles son las líneas rectas que en ella deben considerarse. Qué es arco. 4. Cuándo se llaman concéntricas las circunferencias y cuándo escéntricas. Qué es corona ó anillo.

1. Las propiedades de las líneas rectas están condensadas en las proposiciones siguientes: 1.^a Una recta queda determinada por medio de dos puntos. 2.^a Dos rectas que tienen dos puntos comunes se confunden y convierten en una sola. 3.^a Dos rectas no pueden cortarse mas que en un punto llamado de intersección. 4.^a La línea recta es la más corta que puede tirarse entre dos puntos.

Las rectas se designan por medio de dos letras una en cada extremo así. a _____ b

2. Las superficies se dividen en *planas*, *curvas*, *mistas* y *quebradas*: y las curvas se subdividen en *cóncavas* y *convexas*.

Superficie plana es aquella á cuyos puntos pueden ajustarse los del canto de una regla en cualquiera posición.

Superficie curva es aquella cuyos puntos están todos á diferentes alturas. Esta será *cóncava* si el punto céntrico está más distante de la vista que los demás y *convexa* en caso contrario.

Superficie mista es la compuesta de plana y curva; y quebrada la que se compone de varias superficies planas sin formar una sola plana: v. g. la superficie de una escalera.

3. La línea curva que más nos interesa conocer es la circunferencia.

Llámanse *circunferencia* á una línea curva cerrada que tiene todos sus puntos á igual distancia de otro interior que se llama *centro*. Se diferencia del círculo en que éste es el espacio cerrado dentro de la circunferencia; de modo que la circunferencia es línea y el círculo, superficie.

Las rectas que debemos considerar en la circunferencia son: *rádío*, *diámetro*, *cuerda*, *tangente* y *secante*, y en el círculo se consideran el *segmento* y el *sector*.

Rádío es una recta que va desde el centro á un punto cualquiera de la circunferencia. Todos los rádíos de una misma circunferencia son iguales.

Diámetro es la recta que une dos puntos de la circunferencia pasando por el centro. Cada diámetro equivale á dos rádíos, y por lo tanto todos los diámetros de la misma circunferencia son iguales. El diámetro divide á la circunferencia y al círculo en dos partes iguales, que se llaman *semicircunferencia* y *semicírculo*.

Cuerda es la recta que une dos puntos de la circunferencia sin pasar por el centro. Toda cuerda divide á la circunferencia y al círculo en dos partes desiguales. Las partes de la circunferencia se llaman arcos y las del círculo segmentos, de modo que arco es una porción cualquiera de la circunferencia y segmento la porción de círculo comprendida entre la cuerda y su arco correspondiente.

Se llama sector á la porción de círculo comprendida entre los ródios y su arco.

Tangente es la recta que toca á la circunferencia en un solo punto.

Secante es la recta que corta á la circunferencia.

4. Dos ó más circunferencias se llaman concéntricas cuando tienen el mismo centro y excéntricas cuando lo tienen distinto. Se llama corona ó anillo á la porción de círculo comprendida entre dos circunferencias concéntricas.

Lección V.

1. Ángulos, sus elementos y cómo se designan, ángulos iguales, bisectriz 2. Clasificación de los ángulos en razón á sus lados y en razón á su abertura. 3. Ángulos adyacentes. Valor de la suma de dos ángulos adyacentes 4. Valor de los ángulos formados en un punto y á un lado de una recta; id. de los formados al rededor de un punto. 5. Ángulos complementarios y suple-

mentarios; id. opuestos por el vértice; por qué éstos son iguales.

1. Ángulo es la abertura que queda entre dos líneas que se juntan en un punto; las líneas reciben el nombre de lados y el punto de union vértice. Para designar un ángulo se hace uso de tres letras leyendo la del vértice la segunda, á no ser que no pueda confundirse con otro, en cuyo caso se lee solo la del vértice. La magnitud de un ángulo no depende de la longitud de sus lados, sino de su mayor ó menor separación; así se dice que dos ángulos son iguales cuando confundiéndose dos de sus lados y el vértice, se confunden también los otros lados. Llámase bisectriz de un ángulo la línea que saliendo del vértice lo divide en dos partes iguales.

2. Los ángulos por razón de sus lados se dividen en *rectilíneos*, *curvilíneos* y *mixtilíneos*; y atendiendo á su abertura en *rectos*, *agudos* y *obtusos*. Se llama rectilíneo si está formado por dos líneas réctas; curvilíneo, si por dos curvas y mixtilíneo si es una recta y otra curva. Ángulo recto es el que está formado por una línea perpendicular á otra; agudo el que tiene menos abertura que el recto, y obtuso el que es mayor que el recto.

3. Se llaman ángulos adyacentes aquellos que están formados por una recta que cae sobre otra teniendo por consiguiente un lado común y los otros dos en línea recta. Si los dos ángulos son

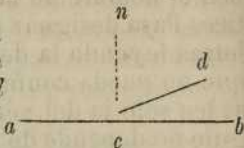
iguales, cada uno de ellos es recto y la línea que los forma es perpendicular á la otra.

La suma de dos ángulos adyacentes es igual á dos ángulos rectos.

En efecto, sean los ángulos adyacentes acd y dcb .

Si en el punto c levantamos la perpendicular cn , resultará que el ángulo $acd = acn$ mas ncd

$$\text{y } dcb = ncb - ncd$$



y sumando ordenadamente estas dos igualdades resultará que acd mas $dcb = acn$ mas ncb mas $ncd - ncd$; pero como estos dos últimos términos son iguales y uno tiene el signo mas y el otro el signo $-$, se destruyen y queda acd mas $dcb = acn$ mas ncb ; pero acn es un recto y ncb otro recto: luego acd mas dcb suma de los adyacentes igual á un recto mas un recto igual á $2 R$.

4. El valor de todos los ángulos consecutivos formados en un punto y á un lado de una recta es de $2 R$, pues su suma equivale á la de dos ángulos adyacentes, así como el valor de todos los formados al rededor de un punto es de $4 R$, porque prolongado un lado cualquiera resultarán $2 R$ por la parte superior y $2 R$ por la parte inferior igual á $4 R$.

5. Se llaman ángulos complementarios aquellos que juntos valen un recto, siendo el uno complemento del otro; y suplementarios los que jun-

tos valen dos rectos, y el uno se llama suplemento del otro. Los ángulos que tienen el mismo complemento ó el mismo suplemento son iguales, pues les falta la misma cantidad para valer uno ó dos rectos. Ángulos opuestos por el vértice son aquellos que resultan de prolongar los lados del uno en sentido contrario al vértice. Estos son iguales porque ambos tienen el mismo suplemento.

Lección VI.

1. A qué se llama en general medida de una cantidad, cuál es la medida de un ángulo y cómo se aprecia su valor indicando cómo se representan los grados, minutos y segundos. 2. Qué es el semicírculo graduado y qué aplicaciones tiene. 3. Qué es ángulo inscrito en una circunferencia y cuál es su medida; consecuencias.

1. Se llama en general medida de una cantidad al número de veces que contiene á otra cantidad de la misma especie que se toma por unidad: así si para medir una línea tomo por unidad el metro lineal y éste cabe en aquella 20 veces, digo que la medida de la línea es 20 metros.

La medida de un ángulo es la misma que la de su arco correspondiente y para apreciar su valor se supone dividida toda circunferencia en 360 partes iguales que se denominan grados, cada grado

se subdivide en 60 partes llamadas minutos y cada minuto en otras 60 partes iguales que se llaman segundos. Los grados se representan por medio de un cerito, los minutos con un acento y los segundos con dos acentos en esta forma: $25^{\circ} 30' 40''$ que se lee 25 grados 30 minutos y 40 segundos.

2. El semicírculo graduado es un instrumento de latón, talco ú otra materia en forma de semicírculo dividido en 180 partes. Se aplica á medir ángulos ó formarlos de una magnitud determinada. Para medir un ángulo se coloca el centro del semicírculo en el vértice del ángulo de modo que uno de sus lados coincida con el diámetro del semicírculo, el otro lado señalará en el limbo del instrumento el número de grados del ángulo. Para formarlos se traza una línea que coincida con el diámetro del semicírculo y cuyo extremo esté en el centro, se busca en el limbo el número de grados que haya de tener el ángulo y uniendo éste punto con el extremo dicho de la recta quedará formado el ángulo pedido.

3. Se llama ángulo inscrito en una circunferencia aquél que tiene su vértice en ella y cuyos lados son cuerdas de la misma: su medida es la mitad del arco comprendido entre sus lados.

De aquí se deduce 1.º que todos los ángulos inscritos que abracen entre sus lados el mismo arco son iguales. 2.º Que si un ángulo inscrito abraza entre sus lados media circunferencia, es recto, y las líneas que lo forman perpendiculares entre sí.

Lección VII.

1. Cuántas perpendiculares pueden levantarse á una recta en uno de sus puntos, y cuántas se pueden bajar desde un punto fuera de ella.
2. Qué son líneas paralelas, cuántas pueden tirarse á una recta por un punto fuera de ella.
3. Si dos rectas son cortadas por una tercera, cómo se llama ésta? Cuántos ángulos forman y cómo se llaman? Cualidad de los alternos y correspondientes entre paralelas; valor de la suma de los dos internos del mismo lado de la secante.
4. Cualidad de los ángulos que tienen sus lados respectivamente paralelos ó perpendiculares.

1. En un punto de una recta no puede levantarse a esta mas que una sola perpendicular, pues otra cualquiera línea que se tire formará con ella dos ángulos desiguales, y por lo tanto no será perpendicular sino oblicua. Tampoco desde un punto fuera de una recta se puede bajar á ella mas que una sola perpendicular, por la misma razón anterior.

2. Se llaman líneas paralelas aquellas que situadas en un plano no se pueden encontrar por más que se prolonguen. Por un punto dado fuera de una recta no puede tirarse mas que una paralela á ella, pues otra recta cualquiera que pasase

por dicho punto prolongada suficientemente, tendría que encentrarse con ella ó su prolongación.

3. Si dos rectas son cortadas por una tercera, ésta se llama secante ó transversal y forma con ellas ocho ángulos: cuatro externos y otros cuatro internos, que relacionados entre sí se llaman *alternos* y *correspondientes*. Los alternos son los formados á distinto lado de la secante con distinta recta y los dos internos ó los dos externos. Y son correspondientes los formados á un mismo lado de la secante, con distinta recta siendo uno interno y otro externo. Los ángulos alternos comprendidos entre paralelas tienen la cualidad de ser iguales y lo mismo los correspondientes. La suma de los dos ángulos internos de un mismo lado de la secante valen 2 R.

4. Si dos ángulos tienen sus lados respectivamente paralelos son iguales ó suplementarios: iguales si los lados están dirigidos en un mismo sentido ó en sentido contrario; y suplementarios si dos están en un mismo sentido y los otros en sentido opuesto. Si tienen sus lados respectivamente perpendiculares y los ángulos son de la misma naturaleza, esto es, rectos, agudos ú obtusos son iguales, y si uno agudo y otro obtuso, suplementarios.

Lección VIII.

1. Si desde un punto fuera de una recta se

bajan una perpendicular y varias oblicuas, qué circunstancias concurren en ellas? Qué particularidad ofrecen los puntos de una perpendicular levantada á una recta en su punto medio? 2. Cómo divide el diámetro á una circunferencia? y dos diámetros perpendiculares entre sí? 3. Qué relación existe entre las cuerdas y sus arcos correspondientes? Cómo divide á la cuerda y sus arcos el diámetro perpendicular á la cuerda? Cómo son los arcos comprendidos entre cuerdas paralelas. 4.Cuál es la mayor cuerda que se puede trazar en una circunferencia, en qué relación se encuentran las cuerdas con respecto á su distancia al centro?

1. Si desde un punto fuera de una recta se bajan á esta una perpendicular y varias oblicuas sucede lo siguiente: 1.º que la perpendicular es mas corta que cualquiera oblicua; 2.º que las oblicuas que se apartan igualmente del pié de la perpendicular son iguales siendo mayor la que más se aparte y recíprocamente. Todos los puntos de una recta levantada á otra en su punto medio ofrecen la particularidad de equidistar de los extremos de esta.

2. Todo diámetro divide á la circunferencia en dos partes iguales llamadas semicircunferencias; y dos diámetros perpendiculares entre sí, la divi-

den en cuatro partes iguales que reciben el nombre de cuadrantes.

3. En una misma circunferencia ó en circunferencias iguales á arcos iguales corresponden cuerdas iguales, y á mayor arco mayor cuerda y recíprocamente; pero sin ser proporcionales, es decir, que á doble arco no corresponde doble cuerda, ni doble cuerda subtiende á doble arco. Si un diámetro es perpendicular á una cuerda divide á esta y á sus dos arcos en dos partes iguales. Los arcos comprendidos entre cuerdas paralelas también son iguales.

4. La mayor cuerda que puede tirarse en una circunferencia es el diámetro, y las cuerdas son tanto mayores cuanto menos se apartan del centro, siendo iguales las que se encuentran á igual distancia del centro.

Lección IX.

1. En cuántos puntos puede cortar una recta á una circunferencia y qué es respecto á la circunferencia la recta perpendicular en el extremo de un radio? 2. Diferentes posiciones de dos circunferencias situadas en un mismo plano y en qué relación están los radios y las distancias de los centros.

1. Una recta no puede cortar á una circunfe-

rencia mas que en dos puntos, pues si la cortase entres. los radios tirados á estos no serán iguales. La recta perpendicular al extremo de un rádio es tangente  la circunferencia, pues no puede tocarla mas que en este punto.

2. Dos circunferencias situadas en un mismo plano pueden ser concéntricas  excéntricas: si son concéntricas la distancia de sus centros es *cero*, pues es uno mismo; si son excéntricas pueden ser exteriores  interiores; si son exteriores,  se cortan,  se tocan  ni se cortan ni se tocan. Si se cortan la distancia de sus centros es menor que la suma de sus radios; si se tocan, la distancia de los centros es igual  la suma de sus radios, y si ni se tocan ni se cortan, la distancia de los centros es mayor que la suma de sus radios. Si son interiores,  se tocan  no; si se tocan la distancia de los centros es igual  la diferencia de sus radios y si no se tocan, es menor que la diferencia de sus radios.

Lecion X.

1. Qué es triángulo y su clasificación. 2. Qué es triángulo equilátero. Qué es triángulo iss-celes y qué escaleno. 3. Qué es triángulo rec-tngulo, obtusángulo y acutángulo Base y altura de un triángulo. 4. Propiedades de los triángulos, y valor de la suma de sus tres ángulos.

Consecuencias. 5. Casos de igualdad de triángulos. Valor de cada uno de los ángulos del triángulo equilátero.

1. Se llama triángulo al espacio cerrado por tres líneas, que reciben el nombre de lados. Los triángulos se clasifican atendiendo á sus lados en equiláteros, isósceles y escalenos, y atendiendo á sus ángulos en rectángulos, acutángulos y obtusángulos.

2. Si los tres lados del triángulo son iguales se llama equilátero; si dos son iguales y el tercero desigual, isósceles y si los tres son desiguales, escaleno.

3. Se llama triángulo rectángulo el que tiene un ángulo recto; obtusángulo el que tiene un ángulo obtuso y acutángulo el que tiene los tres ángulos agudos. Los lados que forman el ángulo recto en el rectángulo se llaman catetos y el lado opuesto hipotenusa.

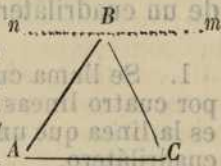
Base de un triángulo es el lado sobre el cual se supone descansar, y puede ser cualquiera de ellos, y altura es la perpendicular bajada desde el vértice opuesto á la base ó á su prolongación.

4. Las propiedades de los triángulos son: 1.^a Que un lado cualquiera es menor que la suma de los otros dos, y mayor que la diferencia de los mismos. 2.^a Que en un mismo triángulo ó en triángulos iguales, á iguales ángulos se oponen iguales lados, y vice-versa á iguales lados se opo-

nen iguales ángulos: 3.º Que á mayor lado se opone mayor ángulo y á menor lado menor ángulo y vice-versa: 4.º Que la suma de los tres ángulos de triángulo es igual á dos ángulos rectos, como lo vamos á demostrar.

Sea el triángulo A. B. C. digo que la suma de sus tres ángulos es igual á dos rectos.

En efecto, tirando por el vértice B una paralela al lado opuesto, resulta que los tres ángulos nBA mas ABC mas CBm valen $2 R.$ y substituyendo en lugar del 1.º y el 3.º los en A y en C que son sus iguales por alternos entre paralelas resultará que A mas B mas C igual á $2 R.$ que es lo que se quería demostrar.



5. Dos triángulos serán iguales en los casos siguientes: 1.º Cuando tengan iguales respectivamente un lado y los ángulos de sus extremos: 2.º Cuando tengan respectivamente iguales dos lados y el ángulo comprendido entre ellos. 3.º Cuando tengan respectivamente iguales los tres lados, y 4.º Cuando siendo rectángulos tengan dos catetos y las hipotenusas iguales.

Cada ángulo del triángulo equilátero vale $\frac{1}{3}$ de $2 R$ ó $\frac{2}{3}$ de un recto, pues valiendo los tres $2 R$ y siendo iguales, cada uno valdrá la tercera parte ó sea $\frac{1}{3}$ de $2 R$, ó sea 60° .

Lección XII.

1. Qué es cuadrilátero, diagonal. 2. División de los cuadriláteros; paralelógramos, cuadrado rectángulo, rombo, romboide; no paralelógramos, trapecio, y trapezoide. 3. Propiedades de las diagonales. 4. Valor de los ángulos de un cuadrilátero.

1. Se llama cuadrilátero á toda figura cerrada por cuatro líneas, que se llaman lados; diagonal es la línea que une dos vértices no contíguos del cuadrilátero.

2. Los cuadriláteros se dividen en paralelógramos y no paralelógramos: se llama paralelógramo al cuadrilátero que tiene sus lados paralelos dos á dos, y no paralelógramos al que no tiene sus lados paralelos.

Los paralelógramos son: el cuadrado, el rectángulo, el rombo, y el romboide; y los no paralelógramos, el trapecio y el trapezoide.

Cuadrado es el paralelógramo que tiene sus cuatro lados y ángulos iguales, éstos son rectos.

Rectángulo, el que tiene sus cuatro ángulos iguales y rectos y sus lados contíguos desiguales.

Rombo, el que tiene sus cuatro lados iguales y sus ángulos no son rectos, sino dos agudos y dos obtusos.

Romboide, el que tiene sus lados y ángulos co

tígnos desiguales; pero los opuestos iguales dos á dos.

Trapezio es el cuadrilátero que tiene dos lados paralelos y los otros dos no: cuando los lados no paralelos son iguales, el trapezio se llama isósceles ó regular.

Trapezoide es el cuadrilátero que no tiene sus lados paralelos ni iguales, y sus ángulos son desiguales.

3. Las propiedades de los diagonales son las siguientes: 1.^a La diagonal de un cuadrilátero divide á éste en dos triángulos iguales si es paralelógramo, desiguales si no es paralelógramo. 2.^a Las diagonales del cuadrado y del rombo se cortan perpendicularmente en sus puntos medios: 3.^a Las diagonales del cuadrado y del rectángulo son iguales respectivamente. 4.^a Las diagonales del cuadrado y del rombo dividen á éstos en cuatro triángulos iguales dos á dos.

La suma de los cuatro ángulos de un cuadrilátero es siempre igual á 4 R.

Lección XIII.

1. Qué es polígono en general, lados, perímetro, vértices, diagonales. 2. Clasificación de los polígonos atendiendo al número de lados. Polígonos regular é irregular. 3. En cuántos triángulos puede dividirse todo polígono con-

vexo. Valor de todos los ángulos de un polígono convexo. 4. Cómo se averigua el valor de un ángulo de un polígono regular. Qué es ángulo en el centro de un polígono regular y cómo se halla su valor. 5. A qué es igual el lado del exágono regular inscrito en una circunferencia.

1. Polígono en general es el espacio cerrado por varias líneas: estas líneas se llaman lados del polígono. Perímetro es el conjunto de los lados. Vértices los puntos de union de cada dos lados. Diagonal es la recta tirada desde un vértice á otro no contíguo.

2. Los polígonos atendiendo al número de lados se llaman: triángulo al que tiene tres lados; cuadrilátero al que tiene cuatro; pentágono si tiene cinco; exágono al de seis; eptágono al de siete; octógono al de ocho etc. Tambien se clasifican los polígonos en convexos y no convexos. Convexo es el que tiene todos sus vértices hacia afuera, de modo que una recta no puede cortar mas que á dos de sus lados, y no convexo en caso contrario.

Polígono regular es el que tiene todos sus lados y ángulos iguales, é irregular el que tiene algun lado ó ángulo no igual á los demás.

3. Todo polígono convexo puede dividirse en tantos triángulos como lados tenga: ó en tantos triángulos como lados tenga ménos dos. Si desde

un punto interior se tiran rectas á todos los vértices quedará dividido en igual número de triángulo como lados; pero si desde un vértice se tiran diagonales á los demás resultarán tantos triángulos como lados menos dos.

El valor de todos los ángulos de un polígono convexo es igual á tantas veces de rectos como lados tenga menos dos.

En efecto, tirando diagonales desde un vértice á los demás hemos dicho que resultan tantos triángulos menos dos como lados tiene el polígono, y como la suma de los ángulos de cada triángulo es igual á $2 R$, valdrán todos tantas veces dos rectos como triángulos. Así el valor de todos los ángulos de un pentágono será $6 R$, porque $5 - 2 = 3$; tres veces $2 R = 6 R$.

4. Para averiguar el valor de un ángulo de un polígono regular se divide el valor de todos sus ángulos por el número de ellos y el cociente será el valor de uno. Así un ángulo de pentágono regular valdrá $6 R : 5 = 6 \frac{1}{5}$ de recto.

Ángulo en el centro de un polígono regular es el que teniendo el vértice en el centro está formado por dos ródios que van á dos vértices contiguos. Su valor es igual á $4 R$ dividido por el número de lados, esto es, $\frac{4 R}{n}$ llamando n al número de lados del polígono.

5. El lado del exágono regular inscrito en una circunferencia es igual al ródio de la misma.

En efecto, tirando desde el centro dos radios á dos vértices contiguos resulta un triángulo equilátero, pues valiendo el ángulo del centro 4 sextos de recto, los otros dos ángulos valdran 8 sextos y como son iguales por oponerse á lados iguales, cada uno valdra 4 sextos y por lo tanto los tres ángulos son iguales, y siendo los ángulos lo serán los lados: luego el lado del exágono es igual al rádio.

Lección XIII.

1. Qué son figuras semejantes. Cuándo dos triángulos serán semejantes y cuando lo serán dos polígonos. 2 Cuándo se dice que dos líneas son directamente proporcionales á otras dos. Qué es línea media proporcional entre otras dos y cómo se halla ésta. 3. Qué es polígono inscrito y qué circunscrito en un círculo, y cómo se inscriben y circunscriben. 4. Qué relación existe entre el diámetro y la circunferencia? Problemas numéricos. Dado el rádio hallar el valor de la circunferencia y vice-versa.

1. Llámanse figuras semejantes aquellas que tienen la misma forma y diferente tamaño. Se dice que dos triángulos son semejantes cuando tienen sus ángulos respectivamente iguales y sus lados proporcionales: y lo mismo los demás polígonos.

2. Se dice que dos líneas son proporcionales á otras dos cuando entre el valor numérico de las dos primeras existe la misma razón que entre el valor numérico de las dos segundas; y es línea media proporcional entre otras dos la que forma el término medio de una proporción continua cuyos extremos son las otras dos líneas.

Para hallar una media proporcional entre otras dos, se toma en una recta indefinida la suma de las dos líneas dadas, sobre esta suma considerada como diámetro se describe una semicircunferencia y levantando en el punto de unión de las dos líneas dadas una perpendicular que llegue á la circunferencia, esta perpendicular es la media proporcional pedida.

3. Polígono inscrito en una circunferencia es el que tiene los vértices en ella siendo sus lados cuerdas de la misma y circunscrito, aquel cuyos lados son tangentes á la circunferencia.

Para inscribir un polígono en un círculo se divide la circunferencia en las partes que se quiera y se unen con rectas los puntos de división; y para circunscribirle se tiran tangentes por los puntos de división.

4. La relación que existe entre el diámetro y la circunferencia la expresan los geómetras por una letra del alfabeto griego que se llama π , y que equivale á 3.1415... lo cual quiere decir que si dividimos la circunferencia por el diámetro ó sea por dos ródios el cociente es 3.1415... así:

$\frac{C}{2r} = 3.1415\dots$ diámetros. De aquí se deduce que

$$C = 2r \cdot 3.1415; \text{ y que } r = \frac{C}{2 \cdot 3.1415}$$

Problemas 1.º Cuál será la longitud de una circunferencia cuyo radio sea 8 centímetros?

Aplicando la fórmula $C = 2 \cdot r \cdot 3.1415\dots$ y poniendo 8 en lugar de r , tendremos que C será igual a $2 \cdot 8 \cdot 3.1415 = 50$ centímetros y 3 milímetros.

2.º Una circunferencia tiene 80 centímetros de longitud cuál será la del radio con que se haya construido?

Aplicando la fórmula $r = \frac{C}{2 \cdot 3.1415}$ y poniendo en lugar de C su valor que es 80, tendremos $r = 80 : 6.283 = 12$ centímetros y 7 milímetros.

Lección XIV.

1. Qué se entiende por área de un polígono y qué unidad se toma para su medida 2. Cómo se halla el área de un rectángulo y de un cuadrado. 3. Cómo se halla el área de un paralelogramo, y cómo la de un triángulo. 4. Cómo se halla el área de un trapecio. 5. Cómo se halla el área de un polígono regular y cómo la de otro irregular. 6. Cómo se halla el área de un círculo. Problema.

1. Se entiende por área de un polígono la medida de su superficie. Para medir áreas se toma por unidad un cuadrado que tenga de lado una de las unidades lineales conocidas; v. g. el metro, ó el decámetro ó el decímetro etc. así cuando decimos metro cuadrado damos á entender un cuadrado que tiene un metro por cada lado; decímetro cuadrado es otro cuadrado que tiene un decímetro por cada lado etc.

2. Para hallar el área de un rectángulo se multiplica el valor numérico lineal de su base por el de su altura. (1) El área del cuadrado se halla multiplicando un lado por sí mismo.

3. El área de un paralelógramo cualquiera se halla multiplicando su base por su altura, y la del triángulo, base por mitad de su altura.

4. El área del trapecio se halla multiplicando la semisuma de sus bases por la altura.

5. El área de un polígono regular se halla multiplicando el valor de un lado por el número de ellos y su producto por la mitad de la apotema, ó sea de la perpendicular levantada desde el centro á uno de sus lados.

La de un polígono irregular se hallara dividiendo este en triángulo y hallando separada-

(1) Simplificando el lenguaje se dice multiplicando su base por su altura. Siempre que así nos expresamos hablamos del valor numérico lineal.

mente la de cada uno; sumando despues las áreas parciales tendremos el área total.

6. El área del círculo se halla multiplicando la circunferencia por la mitad del radio. La fórmula para hallar esta área es $A = r^2 \cdot 3.1415$

Problema. ¿Cuál será el área de un círculo cuyo radio es de 9 metros?

Dirémos: $A = 9^2 \cdot 3.1415 = 81 \cdot 3.1415 = 254$ metros cuadrados, 46 decímetros y 15 centímetros cuadrados.

Lección XV.

1. A qué se llama plano y cuántos puntos determinan su posición. 2. Clasificación de los planos. 3. Cómo es la línea de intersección de dos planos. Qué es ángulo diedro, sus elementos y clasificación. 4. Ángulo poliedro y valor de sus ángulos planos.

1. Se llama plano á to la superficie á la que puede ajustarse una recta en cualquiera dirección, ó que tiene todos sus puntos á la misma altura. Para determinar la posición de un plano se necesitan y bastan tres puntos que no estén en línea recta; por eso se dice que tres puntos que no estén en línea recta determinan la posición de un plano.

2. Los planos por su posición se clasifican en

horizontales, verticales é inclinados; y relacionados con otros en perpendiculares, oblicuos y paralelos.

El plano es horizontal cuando tiene la posición de las aguas en reposo: vertical cuando cae de arriba á abajo sin inclinación alguna; é inclinado cuando cae mas hácia un lado que hácia el otro.

Un plano es perpendicular á otro cuando cae sobre él sin inclinarse á uno ni otro lado, oblicuo cuando se inclina hácia uno de los lados, y son paralelos dos planos cuando por mas que se prolonguen en cualquier sentido no pueden encontrarse.

3. Cuando dos planos se cortan trazan una línea que se llama de intersección y ésta es siempre recta.

Dos planos que se cortan forman ángulos que se llaman diedros: de manera que ángulo diedro es la abertura que queda entre dos planos que se cortan; los planos reciben el nombre de caras y la línea de intersección arista.

Los ángulos diedros se clasifican atendiendo á su abertura en rectos, agudos y obtusos. Es recto cuando está formado por dos planos perpendiculares entre sí; es agudo cuando tiene menos abertura que el recto, y obtuso cuando la tiene mayor. Para medirlos nos valemos tambien de los grados, teniendo el recto 90° el agudo menos y el obtuso mas de 90. El instrumento con que se aprecian estos grados se llama goniómetro.

4. Ángulo poliedro es el formado por tres ó mas planos que se juntan en un punto que se llama vértice del ángulo, los planos se llaman caras y las líneas en que se cortan las caras, aristas. El valor de todos los ángulos planos que forman un ángulo poliedro es siempre menor que cuatro rectos.

Leccción XVII.

1. Qué es cuerpo, poliedro ó sólido, su clasificación en convexos y no convexos, regulares é irregulares 2 Cuántos y cuáles son los poliedros ó cuerpos regulares definiéndolos.

1. Cuerpo, poliedro ó sólido es el espacio limitado por varios planos que reciben el nombre de caras. Atendiendo al número de éstas se llaman: tetraedro si tiene cuatro; pentaedro si tiene cinco; exaedro si seis etc.

Poliedro convexo es el sólido que no puede ser cortado por una recta mas que en dos caras: y no convexo cuando puede ser cortado mas que en dos caras.

Poliedro regular es aquel cuyas caras son todas polígonos regulares é iguales; é irregular en caso contrario.

2. Los poliedros é cuerpos regulares son cinco que se llaman tetraedro, exaedro, octaedro, dodecaedro é icosaedro.

El tetraedro regular es un cuerpo compuesto de cuatro triángulos equiláteros iguales.

El exaedro regular ó cubo es un cuerpo compuesto de seis cuadrados iguales.

El octaedro regular es un cuerpo compuesto de ocho triángulos equiláteros iguales.

El dodecaedro regular es un cuerpo compuesto de doce pentágonos regulares iguales.

El icosaedro regular es un cuerpo compuesto de veinte triángulos equiláteros iguales. No puede haber más que estos cinco poliedros regulares: todos los demás son irregulares.

Lección XVIII.

1. A qué se llama pirámide, sus elementos y clasificación. Tronco de pirámide. 2. A qué se llama prisma, sus elementos y clasificación. Qué es paralelepípedo.

1. Se llama pirámide á un sólido que tiene por base un polígono y por caras tantos triángulos como lados el polígono de la base, los cuales se juntan en un punto llamado vértice ó cúspide de la pirámide.

Los elementos que componen la pirámide son: la base, que puede ser un polígono cualquiera; las caras laterales, que son los triángulos; las aristas que son las líneas de unión de las caras; la cúspide que es el vértice común á todas las

caras, y la altura, que es la perpendicular bajada desde la cúspide al plano de la base ó á su prolongación.

Las pirámides se clasifican atendiendo al polígono de la base en triangulares, cuadrangulares, pentagonales, exagonales, etc. según que la base sea un triángulo, un cuadrilátero, un pentágono, un exágono etc.

También se clasifican en regulares é irregulares, según que la base sea un polígono regular ó irregular. Y en rectas y oblicuas, llamándose rectas si la perpendicular bajada desde la cúspide cae en el centro de la base en cuyo caso todas las aristas son iguales, y se llama oblicua cuando dicha perpendicular cae fuera de dicho centro.

Tronco de pirámide es la porción de pirámide que queda entre la base y un plano que corte todas las aristas. Si el plano secante es paralelo á la base se llama tronco de bases paralelas y sus caras son todas trapecios.

2. Se llama prisma á un cuerpo compuesto de dos polígonos paralelos que se llaman bases y de tantos paralelógramos, llamados caras, como lados tienen los polígonos de las bases. Sus elementos son las bases, las caras, las aristas y la altura que es la perpendicular bajada de una á otra base.

Los prismas se clasifican en triangulares, cuadrangulares etc como las pirámides, según que la base sea un triángulo, un cuadrado etc : en re-

gulares é irregulares, según que las bases sean polígonos regulares é irregulares, y en rectos y oblicuos, según que las aristas sean perpendiculares ú oblicuas á las bases.

Paralelepípedo es el prisma cuyas bases y caras son todas paralelógramos. Si son rectángulos se llama paralelepípedo rectángulo, y si son rombos, romboedro.

Lección XVIII.

1. Qué es cono, sus elementos y clasificación. Tronco de cono. 2. Qué es cilindro, su clasificación. Tronco de cilindro.

1. Cono es un cuerpo redondo que tiene por base un círculo y termina en una punta, cuerpo que se supone engendrado por un triángulo rectángulo que gira sobre uno de sus catetos. Sus elementos son la base que es un círculo engendrado por el cateto móvil, el eje que es el cateto sobre que gira, la cúspide ó vértice, y el lado que es la hipotenusa del triángulo generador en cualquiera de sus posiciones.

Los conos pueden ser rectos y oblicuos: el cono es recto cuando la perpendicular bajada desde la cúspide cae en el centro de la base, y oblicuo si cae fuera del centro.

Tronco de cono es la porción de cono compren-

dida entre la base y un plano que corte todos los lados.

2. Cilindro es otro cuerpo redondo en su superficie que tiene por bases dos círculos paralelos: se supone engendrado por un paralelógramo rectángulo que gira sobre uno de sus lados.

El cilindro puede ser tambien recto y oblicuo: es recto cuando la perpendicular bajada desde el centro de una base cae en el centro de la otra, y oblicuo cuando cae fuera del centro.

Tronco de cilindro es la porción de cilindro comprendida entre una base y un plano que corta toda su superficie.

Lección XIX.

1. Qué es esfera, eje, polos, rádio, diámetro, círculos y zonas, huso esférico.

1. Esfera es un cuerpo perfectamente redondo que tiene todos los puntos de su superficie á igual distancia de otro interior que se llama centro. Se supone engendada por un semicírculo que gira al rededor de su diámetro.

Eje de la esfera es el diámetro del semicírculo generador.

Polos se llaman los extremos del eje.

Rádío la recta que une el centro con un punto cualquiera de la superficie.

Diámetro la recta que va desde un punto de la

superficie de la esfera á otro opuesto pasando por el centro. Se compone de dos radios.

Círculo es la superficie que resulta de cortar la esfera con un plano. Si el plano pasa por el centro el círculo que resulta se llama máximo y divide a la esfera en dos partes iguales, llamadas hemisferios, y tienen la particularidad de que todos los círculos máximos de una misma esfera son iguales.

Si el plano que corta a la esfera no pasa por el centro el círculo que resulta se llama menor y divide a la esfera en dos partes desiguales.

Zona es la porción de esfera que queda entre dos círculos paralelos de la misma.

Huso esférico es la porción de esfera que queda entre dos círculos máximos que se cortan por el diámetro.

Lección XX.

1. Cómo se halla el volúmen de un paralelepedo cualquiera. Cómo el del exaedro regular ó cubo. 2. Cómo se halla el volúmen de un prisma. Cómo el de una pirámide. 3. Cómo se halla el volúmen del cilindro. Cómo el del cono. 4. Cómo se halla el volúmen del tetraedro regular, cómo el del octaedro, cómo el del dodecaedro ó icosaedro. 5. Cómo se halla el volúmen de la esfera.

1. El volúmen del paralelepípedo se halla multiplicando la superficie de su base por su altura. El del exaedro regular ó cubo, elevando una de sus aristas á la tercera potencia. (1)

2. El volúmen de un prisma se halla multiplicando la superficie del polígono de su base por la altura del prisma. El de la pirámide, multiplicando la superficie de su base por el tercio de su altura.

3. El volúmen del cilindro se obtendrá multiplicando la superficie de uno de los círculos de la base por la altura. El del cono, multiplicando la superficie del círculo de su base por el tercio de su altura.

4. El volúmen del tetraedro regular se obtiene multiplicando la superficie de una de sus caras por el tercio de la altura del tetraedro; y si es un tetraedro irregular la base por el tercio de la altura.

El del octaedro regular se halla multiplicando la segunda potencia de una de sus aristas por el tercio de la recta que une sus dos vértices más distantes.

El del dodecaedro, multiplicando su superficie total por el tercio de la apotema del cuerpo; y el del icosaedro regular, multiplicando también su superficie total por el tercio de la apotema del poliedro.

(1) Entiéndese siempre en estas medidas el valor numérico.

5. El volúmen de la esfera se halla multiplicando su área por el tercio del radio, cuya fórmula es la siguiente: Volúmen de la esfera es igual á $\frac{4}{3} r^3 \cdot 3.1415$.

FIN DE LA GEOMETRÍA.

El volumen de la esfera es hallado multiplicando su área por el tercio del radio, cuya fórmula es la siguiente. Volumen de la esfera es igual a $\frac{4}{3} \pi r^3$

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

El área de la esfera es hallada multiplicando su radio al cuadrado por 4π , cuya fórmula es la siguiente. Área de la esfera es igual a $4\pi r^2$

FIN DE LA GEOMETRIA

El presente libro de Geometría ha sido escrito para servir de texto en las escuelas de enseñanza primaria y secundaria. El autor desea agradecer a los señores profesores que han colaborado en la redacción de este libro, y a los señores editores de la Editorial "El Financiero" por haber aceptado su publicación.

DIBUJO GRÁFICO.



Lección I.

Figura 1.^a Dibujar varias líneas rectas de puntos, trazos y llenas. 2.^a Varias líneas curvas. 3.^a Varias mixtas. 4.^a Varias quebradas ó poligonales. 5.^a Varias horizontales. 6.^a Varias verticales. 7.^a Varias inclinadas. 8.^a Id. dos paralelas. 9.^a Idem convergentes y divergentes. 10. Id. una perpendicular y dos oblicuas. 11. Dibujar una circunferencia señalando el radio, el diámetro, la cuerda, la tangente y la secante: un sector y un segmento. 12. Dibujar dos circunferencias concéntricas.

Para el trazado de las figuras que comprende esta lección, basta tomar la regla para las rectas y el compás para las curvas, y seguir la indicación del enunciado.

Lección III.

12. Hacer pasar una recta por los puntos A y B.

Tómese la regla, ajústese su canto á los dos puntos y trácese la línea con el lápiz ó tiralíneas.

13. Levantar una perpendicular en el punto medio de la recta C D.

Tómese el compás y con una abertura arbitraria (que deberá ser mayor que la mitad de la recta) se trazan desde los dos extremos arcos que se corten por la parte superior é inferior y uniendo los puntos de intersección de los arcos, resultará la perpendicular pedida.

14. Hacer pasar por dos puntos dados varios arcos de circunferencia.

Únanse los puntos dados por medio de una recta auxiliar; levántese una perpendicular á ésta en su punto medio; tómese el compás y haciendo centro en diferentes puntos con ródios convenientes los arcos que se tracén pasarán por dichos puntos.

15. Levantar una perpendicular á una recta en un punto cualquiera de ella, *n* por ejemplo.

Tómense á derecha é izquierda de dicho punto otros dos equidistantes de éste, y haciendo centro en ellos con un rádio arbitrario, trácense dos arcos que se corten, únase el punto dado con el de intersección de los arcos, y resultará la perpendicular pedida.

16. Levantar una perpendicular á una recta en uno de sus extremos.

Tómese un punto arbitrario á un lado de la recta y fuera de ella; hágase centro en él y con un rádio igual á la distancia que hay desde dicho punto al extremo de la recta, trácese una circunferencia que corte á dicha recta; desde el punto de intersección tírese el diámetro y uniendo el extremo de éste con el dado en la recta, la línea que pase por dichos extremos es la perpendicular pedida.

17. Desde un punto fuera de una recta bajar á ésta una perpendicular.

Hágase centro en dicho punto y con una abertura de compás trácese un arco que corte á dicha

recta en dos puntos; hágase centro en los puntos de intersección y trácense dos arcos que se corten en el lado de la línea opuesto al del punto dado; la línea que una éste con el de intersección de los arcos será la perpendicular pedida.

Lección III.

18, 19 y 20. Dibujar un ángulo rectilíneo otro curvilíneo y otro mixtilíneo.

Trácense dos líneas rectas, dos curvas y una recta y otra curva que se junten respectivamente en un punto y quedarán dibujados los tres ángulos.

21, 22 y 23. Dibujar un ángulo recto, otro agudo y otro obtuso.

Para dibujar el recto se tira una línea y se levanta una perpendicular á ésta en uno de sus extremos; para el agudo se tira una oblicua cerrando la abertura del recto y para el obtuso abriéndola.

24. Construir un ángulo igual á otro dado.

Trácese en el ángulo dado su arco correspondiente; tírese luego una línea indefinida; hágase centro en uno de sus extremos y trácese otro arco

con la misma abertura que nos sirvió para el anterior; tómese la medida del arco del ángulo dado y llévese sobre el otro desde el punto en que éste toca á la línea, y uniendo este último punto con el extremo de la línea, tendremos un ángulo igual al dado.

25. Duplicar un ángulo. (Este problema solo es posible cuando el ángulo dado sea menor que el recto.)

Hágase la construcción como en el caso anterior, y sobre el arco trazado tómese dos veces la medida del arco del ángulo dado.

26. Trazar la bisectriz de un ángulo ó dividir un ángulo en dos partes iguales.

Trácese el arco correspondiente á dicho ángulo; hágase centro en los extremos de este arco y trácese dos arcos que se corten, únase el punto de intersección con el vértice del ángulo propuesto y la línea que los une es la bisectriz.

27. Tirar una paralela á una recta dada por un punto A dado fuera de ella.

Tómese el compás y haciendo centro en un punto de la línea dada, tírese un arco que pase por

el punto dado y que corte á dicha recta; desde el punto dado como centro y con la misma abertura de compás trácese otro arco que corte también á la recta dada; llevése sobre este arco y desde el punto de intersección con la línea la medida del primer arco y uniendo el punto dado con aquél en que termine la medida del primero, la línea de unión será la paralela que se pide.

Lección IV.

28. Dividir una recta dada primero en dos partes iguales, luego en cuatro, despues en ocho por medio de perpendiculares.

Tírese á la recta dada una perpendicular en su punto medio y quedará dividida en dos partes iguales; divídase cada parte en otras dos por el mismo procedimiento y quedará dividida en cuatro; divídase cada una de éstas en dos y quedará dividida en ocho, y así sucesivamente.

29. Dividir una recta en cualquier número de partes iguales, en 7 por ejemplo.

Desde un extremo de la línea propuesta tírese una línea indefinida formando ángulo agudo con ella; tómese una abertura de compás arbitraria y desde el vértice del ángulo colóquese en la lí-

nea auxiliar siete veces, esto es, tantas cuantas divisiones queramos hacer en la línea dada; únase el último punto de división con el otro extremo de la recta dada, y tírense paralelas á esta línea de unión por los diferentes puntos de división; y estas paralelas dividirán á la recta dada en el número de partes que se desea.

30. Dividir una recta en partes proporcionales á otras rectas dadas.

Tírese, como en la figura anterior, una recta indefinida que forme ángulo agudo con ella; llévase sobre éstas las líneas á que las partes han de ser proporcionales unas á continuación de otras y termínese la operación como en el caso anterior.

31. Dividir una recta en media y extrema razón.

Levántese en uno de los extremos de la recta una perpendicular igual á su mitad; hágase centro en el extremo de esta perpendicular y con un radio igual á ella trácese una circunferencia; únase el centro con el otro extremo de la recta dada, y llevando desde este extremo y sobre dicha recta la parte que queda fuera del círculo, el punto á donde llegue será el que divide á la recta en me-

dia y extrema razón; es decir que $B A : A E :: A F : B E$.

32. Dividir un ángulo en 2, 4, 8 etc. partes iguales.

Dividido en dos (figura 26), divídase por el mismo procedimiento cada parte en otras dos y así sucesivamente.

33. Dibujar el semicírculo graduado.

Dibújese un semicírculo y trácense otros dos concéntricos y divídanse en 180 partes iguales.

34. Dibujar varios ángulos iguales inscritos en una circunferencia.

Trácese la circunferencia, y varios ángulos que abracen entre sus lados el mismo arco.

Lección V.

37. Dibujar un triángulo equilátero dado uno de sus lados.

Trácese una línea igual á la que se dá como lado, tómese una abertura de compás igual á ella y haciendo centro en los extremos de la línea tra-

zada, háganse dos arcos que se corten; uniendo el punto de intersección con los extremos de la línea, tendremos el triángulo pedido.

38. Dibujar un triángulo isósceles.

Tírese una línea y considérese como lado desigual y tomando una abertura de compás mayor ó menor que dicho lado; pero mayor que su mitad, continúese la construcción como en el caso anterior.

39. Dibujar un triángulo escaleno.

Trácense tres líneas desiguales; tirese luego otra igual á una de ellas; tómese con el compás la medida de otra de ellas, y haciendo centro en un extremo de la primera trácese un arco; tómese despues la medida de la otra línea y haciendo centro en el otro extremo, trácese otro arco que corte al primero; únase el punto de intersección con los extremos de la línea primera y quedará construido. (Este problema es imposible cuando la suma de dos de las líneas sea menor que la otra.)

40. Dibujar un triángulo rectángulo.

Trácese un ángulo recto y únense los extremos de sus lados.

41. Dibujar un triángulo obtusángulo.

Trácese un ángulo obtuso y únense los extremos de sus lados.

37. Dibujar un triángulo acutángulo.

Constrúyase el equilátero que á la vez es acutángulo.

42. Construir un triángulo conocidos dos lados y el ángulo comprendido entre ellos.

Trácese un ángulo igual al dado; tómense en sus lados las medidas respectivamente de los dados y únense sus extremos.

43. Construir un triángulo dados un lado y los dos ángulos á él adyacentes.

Trácese una línea igual al lado que se conoce; háganse en sus extremos ángulos iguales á los lados y quedará terminado. *(La suma de los dos ángulos dados debe ser menor que 2 R., pues si fuese igual ó mayor, no sería posible el problema).*

39. Construir un triángulo dados los tres lados

Hágase la misma construcción que para el escaleno.

44. Construir un triángulo rectángulo conocidos un cateto y la hipotenusa.

Trácese un ángulo recto con un cateto igual al dado; hágase centro en el extremo de éste y con una abertura de compás igual á la hipotenusa dada córtese el otro cateto indefinido; únase este punto de intersección con el extremo del otro cateto y quedará construido.

Lección VI.

45. Dibujar un cuadrado conocido un lado.

Constrúyase un ángulo recto, tómese en sus lados la medida del conocido; y haciendo centro con esta medida en los extremos de éstos, trácese dos arcos que se cortarán, únase dichos extremos con el punto de intersección de los arcos y quedará hecho el cuadrado.

46. Dibujar un rectángulo conocidos dos lados contiguos.

Trácese un ángulo recto, tómese en un lado la medida de uno de los conocidos y en el otro la del otro conocido; hágase centro en el extremo del menor con la medida del mayor, y trácese un arco y en el extremo del mayor con la medida del menor, y se traza otro arco que corte al primero. uniendo el punto de intersección con dichos extremos quedará construido el rectángulo.

47. Dibujar un rombo conocidos un lado y un ángulo.

Constrúyase un ángulo igual al dado, y tomando en sus lados la medida del conocido, termínese el dibujo como en las figuras anteriores.

48. Dibujar un romboide conocidos un ángulo y los lados que lo forman.

Constrúyase un ángulo igual al conocido y sígase después la misma marcha que para el rectángulo.

49. Dibujar un trapecio regular conocidas las bases y la altura.

Tírese una recta igual á la base mayor; levántese en su punto medio una perpendicular igual á la altura, y por el extremo de ésta, una paralela á la otra base, tómese la mitad de la base menor y colóquese á derecha é izquierda de dicha perpendicular y uniendo los puntos extremos de las dos bases, quedará dibujado el trapecio pedido.

Lección VII.

50. Dados tres puntos que no estén en línea recta hacer pasar por ellos una circunferencia.

Únanse dichos puntos por medio de dos rectas y en los puntos medios de éstas levántese una perpendicular á cada una; hágase centro en el punto de intersección de las dos perpendiculares con una abertura de compás igual á la distancia que hay desde éste punto á uno de los dados y trácese la circunferencia que pasará por dichos tres puntos.

51. Dada una circunferencia ó un arco hallar el centro.

Tómense tres puntos en la circunferencia ó el arco y hágase la construcción anterior: el punto en que se encuentren las perpendiculares será el centro.

52. Dibujar tres circunferencias concéntricas y equidistantes.

Dibújese una circunferencia, divídase su radio en tres partes iguales y tomando una tercera parte desde el mismo centro, trácese otra circunferencia; y con las dos terceras partes otra.

53. Dibujar tres circunferencias excéntricas interiores y que no se toquen.

54. Dibujar tres circunferencias excéntricas interiores y tangentes en un punto.

55. Dibujar dos circunferencias excéntricas y que se toquen exteriormente.

56. Dibujar dos circunferencias que se corten.

Para dibujar las cuatro figuras anteriores tó-

mense centros y radios convenientes y trácense las circunferencias pedidas.

Lección VIII.

58. Dado un punto en una circunferencia tirarle un tangente.

Tirse el rádio al punto dado y en su extremo levántese una perpendicular y esta sera la tangente.

59. Tirar dos tangentes á una circunferencia desde un punto fuera de ella.

Únanse por medio de una recta el punto dado y el centro de la circunferencia, y haciendo centro en el punto medio de esta recta con un rádio igual á su mitad trácese un arco que cortara en dos puntos a la circunferencia, y tirando rectas desde dicho punto á los de intersección éstas serán las tangentes.

60. Dadas dos circunferencias exteriores tirar cuatro tangentes comunes a ambas.

Únanse sus centros por medio de una recta; tómese el rádio de la menor a derecha é izquierda del punto de intersección de la circunferencia

mayor con la línea que une los centros y levántense á esta línea dos perpendiculares en los puntos extremos de dichas medidas: hágase centro en el de la circunferencia mayor, y con un rádio igual á la distancia de los centros se traza un arco que corte á las cuatro perpendiculares: tírense rectas desde el centro de la mayor á los puntos de intersección y tirando perpendiculares á estas rectas en los puntos en que estas cortan á la circunferencia mayor, éstas serán las tangentes pedidas.

61. Dividir una circunferencia en 2, 4, 8, 16 etc. partes iguales.

Trazada la circunferencia se tira un diámetro que dividirá en dos partes iguales la circunferencia.

Tírese á este diámetro otra perpendicular y quedará dividida en cuatro.

Dividiendo cada parte en dos, tendremos ocho y así sucesivamente.

62. Dividir una circunferencia en cualquier número de partes iguales 7, por ejemplo.

Tírese un diámetro que se dividirá en las partes que queramos, 7, por ejemplo; haciendo centro en los extremos de este diámetro con una abertura de compás igual á él se trazan dos arcos que

se corten, y uniendo el punto de intersección y el segundo de división del diámetro con una recta que llegue hasta la circunferencia, el arco comprendido entre este punto y el extremo inmediato del diámetro será en este caso la séptima parte de la circunferencia.

63. Rectificar una circunferencia gráficamente, ó sea hallar una recta de igual longitud que la circunferencia.

Tómese en la circunferencia una cuerda igual al radio, tírese á éste un diámetro perpendicular, y por el extremo de este diámetro una tangente á la circunferencia; trácese despues un radio que pase por uno de los extremos de la cuerda que se prolonga hasta que encuentre á la tangente; desde este punto de encuentro se toma la medida de tres radios sobre dicha tangente y uniendo el último punto con el extremo del diámetro opuesto á la tangente, ésta línea que los une es igual á la mitad de la circunferencia próximamente.

Lección IX.

64. Inscribir en una circunferencia un triángulo equilátero.

Divídase la circunferencia en tres partes igua-

les y únense los puntos de división por medio de cuerdas.

65. Inscribir un cuadrado.

Tírense dos diámetros perpendiculares y únense sus extremos por medio de cuerdas.

66, 67 y 68. Inscribir un pentágono, un exágono ú otro polígono regular cualquiera.

Divídase la circunferencia en 5, 6 etc. partes y tírense las cuerdas correspondientes.

69. Dibujar una elipse.

Hay varias elipses que el profesor puede explicar, pues aquí solo vamos á indicar el trazado de la verdadera elipse.

Trazado el eje mayor, se toman dos puntos á igual distancia de los extremos y estos serán los focos. Para determinar ahora los diferentes puntos de la curva, se toma un punto en el eje distinto del foco, y haciendo centro en los focos con la distancia que hay desde él hasta uno de los extremos del eje, se trazan cuatro arcos: dos por la parte superior y otros dos por la inferior; despues se toma la distancia que hay desde dicho punto hasta el otro extremo del eje y con ella se hace

otra vez centro en los focos y se trazan otros cuatro arcos que corten á los primeros; estos cuatro puntos de intersección serán puntos de la elipse: del mismo modo se van determinando los demás.

70. Dibujar el óvalo.

Trácese una circunferencia y tírese un diámetro; tírese despues una perpendicular en el centro del diámetro y se prolonga fuera de la circunferencia; tírense rectas indefinidas desde los extremos del diámetro que pasen por el punto de intersección de la perpendicular con la circunferencia: con una abertura de compás igual al diámetro y desde sus extremos como centros se trazan dos arcos que terminen en la prolongación de las líneas indefinidas y luego se cierra la figura haciendo centro en el punto de intersección de las cuatro líneas con un radio conveniente.

71. Dibujar la línea espiral.

Trácese una línea indefinida y tómese en ella un punto que servirá de centro, se toma una pequeña abertura de compás y se traza desde dicho punto una semicircunferencia; se toma como segundo centro un extremo de esta y con un radio igual al diámetro de esta se traza otra semicircunferencia; y se vuelve á hacer centro en el pri-

mer punto, y luego en el segundo y así sucesivamente.

Lección X.

72. Dibujar un renglon pautado del sistema del Sr. Iturzaeta.

Trácense cuatro líneas horizontales equidistantes entre sí, según la altura que quiera dársele á la letra; tírese despues otra horizontal y á igual distancia de las dos de en medio, con lo que tendremos las cinco horizontales: en el extremo de la inferior fórmese con ella un ángulo de 62° y tendrémos un caído de 28° de inclinación, y tirando paralelas á este caído distantes entre sí lo que dista la línea de división de sus inmediatas paralelas quedará terminado el dibujo.

73. Dibujar una greca sencilla de líneas rectas combinadas.

Trácense tres líneas paralelas equidistantes entre sí, y varias perpendiculares á éstas y á la misma distancia, y en los cuadrados que resulten las diagonales paralelas, como indica la figura.

74. Dibujar otra greca de líneas entrelazadas.

Trácense cuatro líneas paralelas y equidistantes entre sí; luego cinco perpendiculares á estas y á igual distancia y finalmente las diagonales que indica la figura, teniendo cuidado de que unas vayan por debajo y otras por encima alternativamente. Continúese la combinación todas las veces que se quiera y en la misma forma.

75. Dibujar otra greca en forma de tes directas é inversas.

Tírense cuatro líneas paralelas y equidistantes entre sí, y á la misma distancia todas las perpendiculares que se quieran, y en esta especie de cuadrícula se encierra la greca como indica la figura.

76. Construir una escala sencilla.

Basta para esto tirar una línea recta y dividirla en partes iguales numerándolas como se vé en la figura.

77. Construir la escala mayor llamada {de mil partes.

Para ésta se tiran once líneas horizontales y equidistantes entre sí; luego otras once perpendiculares á éstas y á igual distancia, numérense como se vé en la figura y únase los puntos 1 y 10; 2 y 9 etc. como se vé en la lámina.

78. Copiar un dibujo por medio de la cuadrícula.

Constrúyase sobre el dibujo que se quiere copiar un cuadrado, ó un rectángulo, segun sea la forma del dibujo y dividiendo sus lados en partes iguales, tírense por los puntos de división paralelas á dichos lados: constrúyase despues un cuadrado ó rectángulo igual al primero y hágase en él la misma división, y en este estado se copia en la segunda cuadrícula el dibujo encerrado en la primera.

Por este procedimiento se puede obtener tambien una copia del dibujo ampliada ó reducida sin más que hacer la segunda cuadrícula mayor ó menor que la primera; pero dividiéndola en igual número de partes.

Lección XI.

79. Combinación de curvas formando una greca.

Fórmese la cuadrícula como indica la figura y enciérrese en ella la greca como se vé en la misma.

80, 81 y 82. Combinaciones de circunferencias y arcos formando rosas de varias hojas ya sencillas, ya superpuestas.

Véanse las figuras y trácense como ellas.

83, 84, 85 y 86. Dibujar estrellas de 3, 4, 5 y 6 etc. puntas.

Háganse circunferencias auxiliares y divídanse en partes iguales dibujando las puntas como en la figura.

87. Dibujar la rosa náutica ó de los vientos.

Trácese una circunferencia auxiliar; divídase primero en 4, luego en 8, despues en 16 y últimamente en 32 partes iguales, dibujando sucesivamente las puntas de la estrella.

Lección XII.

88. Dada una figura dibujar otra igual á ella por medio de perpendiculares.

Para esto se traza á un lado de la figura dada una línea recta auxiliar, y desde los puntos principales de la figura dada se tiran perpendiculares á dicha auxiliar, las cuales se prolongan en sentido contrario, luego se toman las medidas desde la auxiliar á dichos puntos principales y se señalan estas medidas en las prolongaciones de las líneas correspondientes y se unen los puntos en la misma forma que la figura dada.

89, 90 y 91. Dibujar varias figuras simétricas.

Imítense las de la lámina, y dibújense otras al capricho, tirando primero la línea de simetría y las auxiliares necesarias.

92, 93, 94, 95 y 96. Cubrir una superficie con triángulos equiláteros, con cuadrados, rombos, exágonos, estrellas etc.

Para hacer estos dibujos se construye un rectángulo y se tiran en él las líneas auxiliares cor-

respondientes llenándose despues las que sea necesario para conseguir el objeto.

97 y 98. Dibujar un tetraedro regular y su desarrollo.

Se construye un triángulo equiátero y se unen los vértices en el centro. Para desarrollarlo se unen los puntos medios de sus lados.

99 y 100. Dibujar un exaedro ó cubo y su desarrollo.

Se traza un cuadrado, por sus vértices se tiran cuatro líneas paralelas é iguales y se unen sus extremos. Para desarrollarlo se construyen seis cuadrados iguales formando una cruz.

101 y 102. Dibujar un octaedro regular y su desarrollo.

Constrúyase un cuadrado y dibújense las cuatro caras superiores y las cuatro inferiores, como se vé en la figura. Para su desarrollo se dibujan dos tetraedros unidos.

103 y 104. Dibujar un dodecaedro regular y su desarrollo.

Se dibuja primero un pentágono regular por

cuyos vértices se levantan perpendiculares á los lados opuestos é iguales entre sí, y por sus extremos se tiran líneas que formen otro pentágono sobre cada lado del primero.

Para desarrollarlo se dibujan doce pentágonos iguales colocados en la forma que se véen la figura.

105 y 106. Dibujar el icosaedro y su desarrollo.

Se construye un exágono regular; dentro de él un triángulo uniendo sus vértices de dos en dos, se unen despues los puntos medios de los lados de este triángulo, resultando otro interior y luego los vértices de este con el exágono.

Para desarrollarlo se construye una faja con diez triángulos equiláteros iguales y por la parte superior é inferior otros diez.

Lección XIII.

107. Dibujar un prisma.

Para dibujar un prisma se traza primero el polígono de la base y luego por los vértices se tiran paralelas iguales, cuyos extremos se unen con rectas paralelas también á los lados del polígono de la base.

108. Dibujar una pirámide.

Para este cuerpo se traza también el polígono de su base, se señala el punto que ha de servir de cúspide y se une éste con los vértices de la base por medio de rectas.

109. Dibujar un cilindro.

Dibújese un rectángulo y sobre los lados de las bases como ejes constrúyanse dos elipses.

110. Dibujar un cono.

Trácese una recta auxiliar y sobre ella una elipse que sirva de base; señálese la cúspide y únase á los extremos del eje por medio de dos rectas.

111. Construir un tronco de pirámide de bases paralelas.

Se dibuja la pirámide total y luego se corta con un plano paralelo á la base.

112. Construir un tronco de cono de bases paralelas.

Como la anterior.

113. Dibujar una esfera.

Trácese una circunferencia y désele un poco de sombra.

Lección XIV.

114. Dibujar una caja cuadrangular cerrada.

115. Idem otra abierta.

Dibújese un prisma de poca altura para la primera y señálese luego la tapa para la segunda.

116. Dibujar un joyero.

Constrúyase un prisma exagonal y adórnense con algunas líneas su base superior y las caras laterales.

Lección XV.

DEL CORTE.

Figuras 117 y 118. Modo de tomar las medidas.

1.º Talle, desde *a* á *b* figura 117.=2.º Espalda, desde *c* á *d*.=3.º Costadillo, desde *e* á *f*.=4.º Man-

ga, desde *c* á *m* y *o*. = 5.^o Largo general, desde *a* á *t*. = 6.^o Largo general por delante, desde *n* á *t* figura 118. = 7.^o Pecho, desde *p* á *r* y desde *f* á *s*. = 8.^o Cintura, desde *f* á *s*. = 9.^o Cadera, desde *x* á *z*. = 10 Grueso de brazo, = 11 aplomo, desde *n* *m* *t*.

119. Camisa para señora.

En toda figura de corte, sea cualquiera el sistema, existen líneas de construcción ó auxiliares, que aun cuando se trazan para la determinación de algunas de sus formas, no deben jamás utilizarse para cortar. Entre estas tenemos las que sirven de base á la construcción de la figura y que de la que nos ocupamos es uno de los lados laterales de la tela. Pues bien, colocada esta tela doblada sobre una mesa y provista la que dibuja de la escala correspondiente, se procede á determinar el largo total de la camisa con el ancho que tambien indica la numeración del dibujo. Despues y por la parte doblada de la tela se forma el ancho que la numeración indique para el mayor ancho de la nesga, pieza precisa para que dibujada en forma de estrecho trapecio y colocado en sentido opuesto y en el otro lado lateral de la camisa, dé por resultado el trapecio mayor y regular del cuerpo de la camisa. Hecho esto y con la aplicación otra vez de la escala por la parte mas estrecha de esta figura y en la mitad de su superficie

se dibuja el escote en forma de canesú, el que, prolongado por el centro de la tela, puede producir forma de peto mas ó menos largo, cuadrado, redondo etc. Separadamente y con aplicaciones de líneas de bases y auxiliares, se procede de igual manera al dibujo de la manga.

120. Chambrá para señora.

Como indica el dibujo, esta prenda se compone de tres piezas; espalda, delantero y mangas. Para dibujar la primera dóblese la tela por la mitad de su ancho, cuyo dobléz sirve de base á la figura y el que con el extremo izquierdo de la tela ha de formar ángulo recto, en el que colocando el principio de la escala, la numeración nos marca los puntos de las líneas auxiliares, en las que tambien se determinarán las distancias que éstos indican para que, unidos éstos puntos con las líneas que determina el perímetro del dibujo, nos dé por resultado la espalda de la chambrá.

121. Corsé para señora.

El corsé del modelo que nos ocupa se compone de cuatro piezas principales y ocho nesgas, dos á dos iguales, cuyos dibujos forman polígonos de diferente número de lados. Su desarrollo se obtiene sobre el papel ó tela en que se proponga hacer con la aplicación de la escala correspon-

diente sobre las líneas rectas que formando con otros ángulos de igual nombre, sirven de base á cada una de las figuras.

122. Cuerpo de vestido para señora.

Esta figura representa la espalda, delantero y mangas de un cuerpo liso, cuyo dibujo más ó ménos alto, ya fruncido ó plegado ó bien prolongando el delantero por la línea de pecho y sin gran violencia en la de cintura, puede producir distintas formas con sugestión á otras tantas modas.

Provista siempre de la escala que indique el semigrueso del pecho de la persona que ha de usarle, se procede á su desarrollo de la manera ya indicada en otro lugar.

123. Camisola para caballero.

Para el desarrollo en tamaño natural de esta pieza, se forman 1.º dos rectángulos de tela de tantos centímetros como indica la mayor numeración del largo y ancho de esta figura. Despues y en uno de ellos destinado para el delantero de dicha pieza, se forma por la parte superior con la línea de pecho, escote de cuello, caída de hombros y escote de mangas por ambos lados, un polígono irregular de diferente número de lados. De igual manera se dibuja por la parte superior

el paño opuesto ó sea la espalda, escepto la forma de pecho y escote de cuello, pues este lado ha de quedar recto y paralelo al del borde inferior del mismo paño.

Fórmese para la manga un trapecio de las dimensiones que indica su numeración y se dibujan de igual modo polígonos más ó menos regulares para el puño, cuello y canesú de la misma, añadiendo á las aberturas de la falda unos triángulos rectangulares.

Dibujo á pulso.

1.ª Dibujar sin instrumentos las figuras de la lección primera del gráfico y divídanse á ojo en partes iguales las diferentes rectas despues de trazadas.

2.ª Ejecutar á pulso los trabajos de la segunda lección del dibujo gráfico, sin hacer uso de las líneas auxiliares.

3.ª Dibujar sin instrumentos las figuras de la lección 3.ª

4.ª Trazar varias rectas en diferentes posiciones dividiendo unas en 2, otras en 4, otras en 8, otras en 3, otras en 6, etc. partes iguales; figura 35.

Dividir un ángulo en varias partes iguales figura 36.

5.ª Dibujar sin instrumentos las figuras de la lección 5.ª

6.ª Idem, idem las de la lección 6.ª

7.ª Idem idem una circunferencia figura 57.

Trácese 1.ª un cuadrado con líneas auxiliares, tírense las diagonales y dos rectas perpendiculares por el punto de intersección señalando en todas éstas línea puntos equidistantes del centro y únense con una curva.

8.ª Dibujar varias curvas por este procedimiento.

Idem sin instrumentos las figuras de la lección 8.ª

9.ª Idem idem las de la 9.ª

10. Idem idem las de la 10.ª

11. Idem idem las de la 11.ª

12. Idem idem las de la 12.ª

13. Idem idem las de la 13.ª

14. Idem idem las de la 14.ª

15. Copiar los dibujos de las figuras 124, 125 y 126, por medio del calco, por imitación ó por cualquier procedimiento.

FIN DEL DIBUJO.

ACRIMENSURA

de la Academia de Ciencias y Letras de la Universidad de Chile

El presente trabajo tiene por objeto el estudio de la acrimensura en Chile, desde sus orígenes hasta el presente. Se trata de un fenómeno que ha existido desde tiempos antiguos, pero que en Chile adquirió especial importancia durante el siglo XIX, cuando se inició el proceso de independencia y se comenzó a formar una conciencia nacional.

En este sentido, la acrimensura puede ser considerada como un elemento esencial de la cultura chilena, que ha contribuido a la formación de una identidad colectiva y a la consolidación del Estado-nación. Sin embargo, también ha sido objeto de críticas y cuestionamientos, especialmente en los últimos años, cuando se ha comenzado a cuestionar el papel de la élite y la influencia de la cultura extranjera.

El presente estudio se divide en tres partes. En la primera se analiza el origen y desarrollo de la acrimensura en Chile. En la segunda se estudia su papel en la formación del Estado-nación. En la tercera se examina su evolución en el siglo XX, especialmente en relación con el movimiento de la Nueva Poesía y el surgimiento de la cultura popular.

Este estudio se basa en una amplia consulta de fuentes primarias y secundarias, así como en el análisis de obras literarias y artísticas. Se espera que este trabajo contribuya a una mejor comprensión de la acrimensura en Chile y a su papel en la cultura chilena.

AGRIMENSURA.

Lección I.—Preliminar.

1. Qué es Agrimensura? 2. Instrumentos de que se hace uso en la medida de los campos. 3. Descripción y para qué sirve cada uno de ellos.

1. Agrimensura es la aplicación de los principios geométricos á la medida y división de los terrenos. Compónese esta palabra de las latinas *Agri* (del campo) y *mensura* (medida): de donde se deduce que el objeto de la Agrimensura es la medida del campo.

2. Los instrumentos que más comunmente se usan en la medida de los terrenos, son: los jalones ó piquetes, la cadena, cinta ó cuerda, las agujas, la pantómetra ó escuadra de agrimensor, el grafómetro, la plancheta con su alidada ó regla

que la acompaña y la brújula; y para la nivelación, los niveles y las miras.

3. Los jalones ó piquetes son unos listones cilíndricos de madera de unos doce decímetros de longitud, en uno de cuyos extremos lleva un regatón de hierro para introducirlo en el terreno y en el otro una banderola para poderlos ver á larga distancia. Sirven para determinar las líneas en el campo; figura 1.

La cadena es la reunión de eslabones de hierro en una longitud de diez metros, en cuya mitad lleva uno de distinto color, y al final de cada metro un anillo distinto de los demás, para poderlos contar con más facilidad. Sirve, así como la cinta y cuerda, para efectuar la medida de las líneas; figura 2.

Las agujas son unos alambres gruesos de unos tres decímetros de longitud con una anilla en uno de sus extremos. Sirven para facilitar la cuenta y no retener en la memoria el número de veces que se ha tendido la cadena sobre una línea; figura 3.

La pantómetra ó escuadra de agrimensor es un instrumento de metal de forma cilíndrica ó prismática, que tiene en su parte inferior y céntrica una abertura circular para poderla colocar sobre un trípode ó piquete y en sus cuatro caras laterales cuatro aberturas rectangulares en los extremos de dos diámetros que se cortan perpendicularmente en el centro, y en las que hay una

cerda para determinar la línea visual. Sirve para tirar perpendiculares en el terreno; figura 4.

Hay pantómetras de varias clases, más ó ménos complicadas y con más ó ménos accidentes; pero en la esencia son lo mismo.

Una escuadra sencilla y al alcance de todos sería un círculo de madera agujerado en su centro y con cuatro aserraduras en los cuatro extremos de dos diámetros perpendiculares; figura 5.

El grafómetro es un semicírculo graduado de metal, que tiene un diámetro fijo y en cuyos extremos se levantan dos pínulas con sus aberturas y cerdas correspondientes, y otro móvil sobre su centro, y de la misma forma que el fijo, que puede recorrer el limbo del semicírculo: en su centro y por la parte interior lleva un cilindro hueco para poderlo colocar sobre un trípode ó piquete. Sirve para medir ángulos; figura 6.

Algunos tienen además un nivel de burbuja y una brújula.

La plancheta consiste en una tabla de dibujantes con un aparato en una de sus caras dispuesto para poderla fijar sobre un trípode y servir de mesa portátil, sobre la que se coloca el papel. A ésta acompaña la alidada, que no es otra cosa que una regla de metal con dos pínulas, como las del grafómetro, en sus extremos para poder dirigir visuales. Sirve para levantar planos de los terrenos que se quieren medir, figura 7.

La brújula es una caja dentro de la cual se ha-

lla una aguja imanada y una estrella de cuatro puntas que se dirigen hacia los cuatro puntos cardinales del globo, y una circunferencia dividida en 360 partes iguales ó grados: suele llevar tambien dos pínulas en los extremos de uno de sus diámetros. Sirve para orientar los terrenos y tambien para el levantamiento de planos; figura 8.

Niveles son unos aparatos destinados á determinar la línea horizontal. Los hay de varias clases, á saber: el del albañil, que consiste en un triángulo isósceles que lleva en el vértice opuesto al lado desigual una plomadita y una ranurita en la mitad de dicho lado; figura 9.

El de burbuja, que consiste en un tubo de latón, dentro del cual lleva otro de cristal con agua coloreada, de modo que quede una burbuja de aire; figura 10: y el de agua que es también un tubo de latón encorvado en sus extremos en ángulos rectos, en los que lleva dos tubos de cristal con sus tapones correspondientes llenos de agua coloreada, y todo ello en disposición de poderse colocar sobre un trípode; figura 11

Las miras son unas reglas largas de madera, divididas en centímetros y á lo largo de las cuales corre una tablilla cuadrada y pintada de cuatro colores, la cual puede fijarse por medio de un tornillo en un punto cualquiera de la mira; figura 11, bis.

Lección III.

OPERACIONES FUNDAMENTALES DE LA AGRIMENSURA.

1. Alineación. 2. Medición de una línea recta. 3. Id. de la horizontal en un terreno pendiente. 4. Levantar una perpendicular á una recta en uno de sus puntos. 5. Desde un punto fuera de una recta bajar á ésta una perpendicular. 6. Continuación de una recta á través de un obstáculo.

1. La alineación de puntos en el terreno es la operación que consiste en determinar varios puntos de una línea recta, la cual se practica por medio de los jalones. Al efecto se fijan dos jalones en los extremos que se han de alinear y luego otros de distancia en distancia de modo que al mirar por uno de ellos en dirección á los otros, el primero impida ver los demás, en cuyo caso se dice que todos están en línea recta. En esta operación, como en las demás, el Agrimensor la dirige y el ayudante le acompaña.

2. Para medir una recta en el terreno se hace uso de la cadena, cinta ó cuerda y de las agujas. El Agrimensor toma la cadena por un extremo que fija en el primer punto de la línea y el ayu-

dante extiende la cadena que lleva del otro extremo sobre la línea que se quiere medir y clava en el suelo una de las agujas que lleva en la mano. Hecha ésta medida, ambos operadores marchan sobre la misma línea hasta que el Agrimensor llegue á la aguja; fija en ella el extremo de la cadena y el ayudante estira ésta y coloca en su extremo otra aguja: al marchar para seguir la operación, el Agrimensor toma la aguja primera y así se continúa hasta llegar al último punto de la línea. El número de agujas que el Agrimensor conserva en la mano indica el número de cadenas colocadas sobre la línea, y como se sabe de antemano la longitud de la cadena, se deduce la de la línea.

3. Para medir las líneas en terrenos pendientes debe buscarse la horizontal, lo cual puede hacerse á la vez que se extiende la cadena, á cuyo efecto no hay que hacer otra cosa que atar un hilo por sus extremos á dos eslabones de la cadena, cuyo hilo debe llevar pendiente en su punto medio un plomo ó piedrecita, la cual indicará la posición horizontal de la cadena, cuando el hilo quede tirante; véase la figura 12.

4. Para levantar una perpendicular á una recta en uno de sus puntos, se hace uso de la pantómetra ó escuadra de la manera siguiente: se fija el trípode ó piquete que lleva el instrumento en el punto dado; se dirige la visual por dos de sus aberturas y se colocan éstas en dirección de la

línea dada, y en esta disposición se dirige otra visual por las otras dos aberturas y se manda al ayudante que coloque el jalón que debe llevar consigo en el punto que determine esta visual; el punto en que está este jalón y el de la escuadra determinan la perpendicular.

También puede ejecutarse esta operación por medio de la cadena, á cuyo efecto, se toman á derecha é izquierda del punto dado dos distancias iguales, se dobla la cadena por su mitad, se fijan los extremos en los puntos que determinan dichas distancias, y estendida la cadena, se señala un punto que coincida con el punto medio de la cadena y éste y el dado determinan la perpendicular.

5. Para bajar una perpendicular á una recta desde un punto fuera de ella, se hace tambien uso de la pantómetra ó escuadra. Al efecto se elige un punto en dicha línea y se fija en él el instrumento, dos de cuyas aberturas se alinean con ella; en seguida se mira por las otras dos aberturas y se vé si sus cerdas coinciden ó nó con el jalón que debe estar fijo en el punto dado; si coinciden, queda determinada la perpendicular; mas si no coincide, se busca otro punto hácia la derecha ó hácia la izquierda en el cual se practica la misma operación, y así se vá tanteando hasta conseguir lo que se desea.

6. Para continuar una línea recta á través de un obstáculo cualquiera, al llegar á éste se le-

vanta una perpendicular á la línea que se quiere continuar de una longitud suficiente á salvar el obstáculo, á esta perpendicular se levanta en su extremo otra en iguales condiciones, y á ésta otra en la que se toma una longitud igual á la de la primera: el extremo de ésta última perpendicular está en la misma línea recta que la primitiva fuera ya del obstáculo: figura 13.

Lección III.

CONTINUACIÓN DE LAS OPERACIONES.

1. Por un punto dado fuera de una recta tirar una paralela á ella. 2. Medir un ángulo en el terreno. 3. Trazar en el terreno un ángulo determinado.

1. Para trazar en el terreno una paralela á otra recta por un punto dado fuera de ella, se baja desde dicho punto una perpendicular á dicha recta y levantando en el mismo punto una perpendicular á esta perpendicular, ésta será paralela á la primera, puesto que dos perpendiculares á una tercera son paralelas entre sí.

2. Ocorre algunas veces medir ángulos en el terreno y para ello se hace uso del grafómetro, colocando éste de modo que su centro coincida con el vértice del ángulo y su diámetro fijo con uno de sus lados, se hace luego girar el diámetro

móvil hasta que coincida con el otro lado y se cuentan en el limbo del semicírculo el número de grados.

Cuando no se necesita saber el número de grados, sino que para la operación basta conocer su abertura, no es necesario el uso del grafómetro, basta para ello la cuerda ó la cadena, con la que se toman desde el vértice dos porciones iguales una en cada lado, y uniendo los extremos de estas dos distancias, se mide la recta que las une, que se llama *abrazadera*, y con esta medida tenemos lo suficiente para trazar en el papel otro ángulo igual al medido en el terreno.

3. Si queremos trazar en el terreno un ángulo determinado podemos hacer uso también del grafómetro colocando éste de modo que el centro coincida con el punto en donde se ha de formar y el diámetro fijo con una de las líneas ó lados del ángulo, colocando después el diámetro móvil en el número de grados que haya de tener el ángulo, se dirige la visual por sus aberturas y se determina la recta por medio de jalones.

Este procedimiento puede aplicarse á trazar perpendiculares y paralelas en el terreno.

Lección IV.

DE LAS MEDICIONES.

1. Qué es medir un terreno? 2. Medidas agra-

rias. 3. Medida de un campo de forma triangular. 4. Id. de otro de forma paralelográmica. 5. Id. de otro trapecial. 6. Id. de otro de forma de polígono regular. 7. Id. de otro de forma irregular. 8. Id. otro de cualquiera forma, pero sin entrar en él. 9. Áreas del círculo, sector, segmento y anillo ó corona.

1. Medir un terreno no es otra cosa que averiguar el número de unidades cuadradas que contiene su superficie; esto es, hallar su área.

2. Las medidas agrarias usadas en el día son las correspondientes al sistema métrico decimal, á saber: Área unidad, que equivale á un cuadrado de diez metros de lado, ó sea *cien metros cuadrados*; la hectárea, que es igual á cien áreas, ó *diez mil metros cuadrados*; y la centiárea ó centésima parte del área, que es el mismo *metro cuadrado*.

3. Para hallar el área de un campo de forma triangular se mide el lado que sirva de base y la altura que, como se sabe por la Geometría, es la perpendicular bajada á la base ó su prolongación desde el vértice opuesto, se multiplican estas medidas y se saca la mitad del producto: esta mitad

representará en unidades cuadradas el área del terreno: figura 14. en la que $A = \frac{28,17}{2} = 238$ (1)

4. Para hallar el área de un paralelogramo se miden su base y altura, y el producto será su medida: figura 15. $A = 32 \cdot 10 = 320$.

5. Para hallar el área de un trapecio se miden sus dos bases y su altura; se suman las medidas de las bases, la suma se multiplica por la mitad de la altura, y el producto será su medida; figura 16. $A = \frac{26 \text{ mas } 46,20}{2} = 473$.

6. Si la forma del terreno afecta la de un polígono regular, se hallará su área midiendo uno de sus lados y su apotema, se multiplica el valor numérico del lado por el número de ellos, y este producto por la mitad de la apotema, y tendremos su área: figura 17. $A = \frac{23 \cdot 6 \cdot 25}{2} = 1725$.

7. Si afecta la forma irregular se pueden seguir varios métodos para averiguar su área, á saber:

1.º Dividiendo el terreno en triángulos por medio de diagonales tiradas desde uno de sus vértices á los demás, midiendo estos triángulos separadamente por las reglas dadas en el núme-

(1) Si las medidas se hacen tomando por unidad el metro, el resultado será metros cuadrados; si el decimetro, decímetros etc.

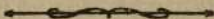
Las áreas de ésta, y demás figuras están apreciadas en milímetros.

ro 3, y sumando las áreas de todos tendremos el área total: figura 18.

2.° Trazando una diagonal que una los vértices más distantes del polígono, cuya diagonal recibe el nombre de *línea de operaciones*, y bajando perpendiculares á ésta desde todos los demás vértices, quedará dividido en triángulos y trapecios y tal vez algún rectángulo ó cuadrado: se miden separadamente y sumando sus áreas resultará la total: figura 19.

8. Para hallar el área de un campo sin entrar en él; se encierra éste en un rectángulo, que se traza tirando líneas perpendiculares entre sí por los vértices más exteriores del terreno y se halla su área total: luego se miden las figuras que quedan entre el perímetro del terreno y el rectángulo y se suman sus áreas: se resta esta suma del área total del rectángulo y la resta representará el área del terreno en cuestión: figura 20.

9. El área del círculo se hallará midiendo el radio, elevándolo al cuadrado y multiplicando éste por 3'1415. La del sector midiendo el arco y multiplicándolo por la mitad del radio. La del segmento restando de la del sector la del triángulo correspondiente: y la del anillo ó corona restando de la del círculo mayor la del menor.



Lección V.

DIVISIÓN DE TERRENOS.

1. Dividir un triángulo en partes equivalentes. 2. Id. en partes proporcionales. 3. Id. un trapecio en partes equivalentes. 4. Id. en partes proporcionales. 5. Sobre una recta dada construir un triángulo de una superficie determinada. 6. Id. un paralelogramo de una superficie dada.

1. Para dividir un triángulo en varias partes equivalentes, basta dividir uno de sus lados en partes iguales y unir el vértice opuesto con los puntos de división de dicha línea: v. g. si queremos dividir el triángulo *abc*. figura 21 en cuatro partes equivalentes, dividiremos cualquiera de sus lados *ac* en cuatro partes iguales, y uniendo los puntos *n*, *m*, *r* con el vértice *b* quedará resuelto el problema.

2. Para dividirlo en partes proporcionales á otros números dados, se divide uno de sus lados en tantas partes iguales como indique la suma de los números á que han de ser proporcionales, y tomando de éstas el número que indique cada uno de aquellos, se unirán los puntos de división con el vértice opuesto como en el caso anterior. Véase

el triángulo *nms*, figura 22, dividido en tres partes proporcionales á los números 2, 3 y 5.

3 y 4. Para dividir un trapecio en partes equivalentes ó proporcionales, se sigue el mismo procedimiento que en el triángulo, dividiendo en partes iguales las dos bases del trapecio y uniendo los puntos de división correspondientes, como en sus respectivos casos, hemos dicho en el triángulo: véanse las figuras 23 y 24.

La división de los rectángulos y paralelógramos en general se ejecuta de la misma manera.

5. Para construir sobre una recta dada un triángulo de una superficie determinada, se mide dicha línea; en un punto de ella se levanta una perpendicular á la que se le dará una dimensión doble que el número de unidades que falten, para que multiplicado por el número de unidades de la línea dada, dé un producto igual á la superficie propuesta, y se une su extremo con los de la línea dada. Ejemplo. *Sobre una línea de 50 metros construir un triángulo de 8 áreas: fig. 25.*

Las ocho áreas son 800 metros cuadrados: luego al factor 50 le falta el 16 para dar de producto 800; levantaré, pues, una perpendicular de 32 metros y uniendo su extremo con los de la línea, resultará el triángulo *abc* de ocho áreas.

6. Para construir el paralelógramo se levanta sobre la línea dada una perpendicular de la mitad de la longitud del caso anterior, se tira por su extremo una paralela á la recta dada é igual

á ella y se unen sus cuatro extremos dos á dos. Véase la figura 26 que representa un paralelogramo de *dos* áreas sobre una línea de 50 metros.

Lección VI.

CONTINÚA LA LECCIÓN ANTERIOR.

1. Dividir un polígono en partes equivalentes.
2. Añadir á un terreno una porción determinada de otro contíguo.—Quitar á un terreno una porción determinada.

1. Para dividir un polígono en partes equivalentes, se toma un punto hácia el centro de él y se tiran líneas á los vértices con lo cual quedará dividido en triángulos; mídase la superficie del polígono y divídase su área por el número de partes que se quiera, el cociente será lo que á cada parte corresponde y añadiendo ó quitando al primer triángulo lo que le falte ó sobre, tendremos la primera parte, haciendo lo mismo con el segundo, tercero etc. Véase la figura 27 que queremos dividir en tres partes equivalentes.

Dividido en triángulos se mide, y supongamos que tiene 120 metros cuadrados; dividiendo los 120 entre 3, nos dá 40 de cociente: midiendo el triángulo *a* por ejemplo y suponiendo que tiene 20 metros le añadiremos del triángulo *b* otros 20

y tendremos la primera parte *nos* y así se procede con lo demás.

2. Para añadir á un terreno una porción determinada no hay mas que aplicar la regla que hemos dado para formar sobre una recta dada un triángulo ó paralelógramo de superficie determinada en los números 5 y 6 de la lección anterior.

3. Para quitar á un terreno una porción determinada, se resuelve el problema anterior por la parte interior de la finca.

Lección VII.

REDUCCIÓN DE POLÍGONOS Á OTROS EQUIVALENTES.

1. Reducir un polígono á triángulo equivalente. 2. Id. un triángulo á cuadrado. 3. Id. un cuadrado á triángulo ó rectángulo. 4. Id. un rectángulo á cuadrado. 5. Id. un círculo á cuadrado equivalente.

1. Para reducir un polígono á triángulo equivalente, se reduce sucesivamente á polígono de un lado menos hasta llegar al triángulo. Para ello se tira una diagonal, y por el vértice opuesto una paralela á ella, prolónguese uno de sus lados hasta que encuentre á dicha paralela y la diagonal del cuadrilátero que resulte reducirá el polígono á otro equivalente de un lado menos. Sea el polígono *abcdef* figura 28.

Tírese la diagonal ad ; por el punto b , una paralela á ella; prolónguese el lado ed hasta su encuentro en n y tírese la diagonal an , y resultará el polígono $abcdn$, con un lado menos que el anterior, y repitiendo la operación con éste, quedará reducido al triángulo ars equivalente al polígono propuesto

2. Para reducir un triángulo á cuadrado equivalente, se halla una línea media proporcional entre la base y mitad de la altura del triángulo, y se construya sobre ésta el cuadrado.

3. Para reducir un cuadrado á triángulo equivalente, se halla su área y se descompone ésta en dos factores diferentes, uno de ellos podrá representar la base del triángulo y dando á la altura dobles dimensiones que las del otro factor, quedará determinado el triángulo.

Si se hubiera de reducir á rectángulo se le dá á la altura la longitud misma que indique el otro factor.

4. Para reducir un rectángulo á cuadrado equivalente, se multiplica su base por su altura y se extrae la raíz cuadrada del producto, ésta indicará la longitud del lado del cuadrado equivalente.

5. Para reducir un círculo á cuadrado se halla una media proporcional entre la circunferencia, y la mitad del rádio y sobre ésta se construye el cuadrado.

Lección VIII.

MEDICIÓN DE LÍNEAS INACCESIBLES.

1. Medir una línea inaccesible por uno de sus extremos, como la altura de un árbol, torre etc. la anchura de un río. 2. Medir una torre á la que no se puede aproximar. 3. Id. una línea inaccesible por el centro, como una laguna. 4. Id. una línea totalmente inaccesible, como la distancia entre dos árboles á la parte opuesta de un río.

1. Para medir la altura de una torre, árbol etc. pueden seguirse varios procedimientos, á saber: 1.º por medio de jalones: figura 29.

Colóquense verticalmente dos jalones de manera que tirando una visual pasando por los extremos de éstos termine en la cúspide del árbol, y otra horizontal por el extremo del primer jalón, como la *cs*, y fórmese la proporción siguiente; *es* ó *ac* : *cr* ó *ab* :: *sx* : *rd* de donde $sx = \frac{rd \cdot ac}{ab}$ y añadiendo *ae* altura del primer jalón tendremos la altura del árbol.

2. Por medio de la sombra, figura 30, formando la proporción siguiente: *ab* (sombra del árbol) : *ce* (sombra del jalón) :: *ax* (altura del árbol) : *cd* (altura del jalón). De donde $ax = \frac{ab \cdot cd}{ec}$

3. Por medio de un espejo figura 31, colocán-

dose el operador de modo que mirando al espejo colocado horizontalmente en el terreno vea en él la cúspide del árbol, y formando luego la siguiente proporción: $oc : oa :: bc : ax$. De donde $ax =$

$\frac{oa \cdot bc}{oc}$

4. Por medio de un triángulo rectángulo isósceles, colocado sobre un trípode como se vé en la figura 32. Siendo isósceles el triángulo rectángulo abc , el anx tambien lo será: luego el lado $an = nx$ y añadiendo á éste la altura del trípode tendremos la altura del árbol.

Para medir la anchura de un rio tambien pueden seguirse varios métodos; pero fundados todos ó en la igualdad ó en la semejanza de triángulos. Sea la anchura xz de un rio, figura 33.

Desde el punto o vg. diríjase la visual oxz , levantese en dicho punto una perpendicular os ; y desde el punto s la visual sx : tómese en la perpendicular os la mitad, 3.ª ó 4.ª parte sn y por n una paralela á la visual sx y la distancia or será la mitad, 3.ª ó 4.ª parte de la ox , á la que restándole rz , nos dará la anchura xz .

2. Para medir una torre á la que no se puede aproximar por tener delante una casa ú otro obstáculo figura 34, es necesario valerse de cuatro jalones, en la forma siguiente:

Colóquense dos jalones sd y ot , como en el primer caso: retirándose un poco más colóquense otros dos iguales á los primeros y en las mismas

condiciones *er* y *fp*: tómesese desde el *er* una distancia igual á *st* y colóquese el jalón *gn*, tirando la visual *eg*, y resultarán los triángulos semejantes *efg* y *ofó*, que nos darán la proporción: *fg* : *fo* :: *eg* : *ob*; y los triángulos *nge* y *oib*, semejantes también, nos darán *eg* : *ob* :: *ne* : *ib*; De estas dos proporciones que tienen una razón común resulta esta otra *fg* : *fo* :: *ne* : *ib*, de donde $ib = \frac{ne \cdot fo}{fg}$ y añadiendo la parte *fp* = *ia* tendremos la altura *ab* de la torre.

3. Para medir una línea inaccesible por el centro y accesible por sus extremos, como por ejemplo una laguna figura 35, se toma un punto *o* desde el que se tiran dos visuales á los extremos *a* y *b* que se prolongan en sentido inverso al vértice, y tomando en sus prolongaciones las distancias iguales á las *ao* y *ob* respectivamente, la línea *xz* será igual á la *ab*.

4. Para medir la distancia totalmente inaccesible, como por ejemplo la que hay entre dos árboles al lado opuesto de un rio, figura 36, se toma el punto *o* y se tiran las visuales *ao* y *ob*, en las prolongaciones de éstas líneas se toman dos puntos *c* y *d* al arbitrio y se tiran las visuales *ca* y *db* á los puntos propuestos; tómensese ahora la mitad, 3.ª 4.ª parte etc. de las distancias *oc* y *od* y por dichos puntos se tiran las paralelas *ef* y *gh* á las líneas *db* y *ac* y uniendo los puntos *fh* ésta línea será la mitad, 3.ª 4.ª parte etc. de la *ab*.

Lección IX.

LEVANTAMIENTO DE PLANOS.

1. Levantar el plano de un terreno es trazar en el papel un polígono semejante al que presenta dicho terreno.

2. Varios son los métodos que para ello se pueden seguir, á saber: 1.º midiendo todos los lados y ángulos del terreno, y tomando en una escala construida al efecto el número de unidades que tengan los lados y formando los ángulos del mismo número de grados, resultará el polígono semejante al del terreno y por consiguiente su plano: figura 37.

2.º Por medio de la plancheta, lo cual puede hacerse desde uno ó desde dos puntos del terreno que llamamos *estaciones*. Haciéndolo desde una estación, basta elegir un punto en el terreno desde el cual se vean todos los vértices del mismo y se coloca en él el trípode que ha de sostener la plancheta; se coloca ésta horizontalmente por medio del nivel de burbuja, se dirigen con la alidada visuales á todos los vértices las que se señalan con el lápiz en el papel de la plancheta, se miden las visuales en el terreno y se dán á las de la plancheta el número de unidades de escala que naturales tengan las del terreno y uniendo sus extremos, quedará levantado el plano; fig. 38.

Si se hace uso de dos estaciones, se elige como base uno de los lados del terreno desde cuyos extremos se vean todos los demás vértices; se mide esta base y se traza en el papel de la plancheta una línea que tenga de longitud tantas unidades de escala como naturales tenga dicha base. Hecho esto se coloca la plancheta en uno de los extremos de ésta, procurando que coincida con el correspondiente de la escala y que ésta coincida en dirección con la base; desde este punto que puede señalarse con un alfiler se dirigen visuales á todos los vértices en que se habrán colocado los jalones señalándolas en el papel de la plancheta. Luego se cambia de estación fijando la plancheta en el otro extremo del mismo lado con las mismas precauciones que en la primera, y se dirigen desde este punto visuales á los mismos vértices, señalándolas también en el papel; estas visuales cortarán á las trazadas desde la primera estación, y uniendo los puntos de intersección por medio de rectas, quedará trazado el plano del terreno, figura 39.

Por ese medio se pueden señalar los objetos importantes que haya en el terreno, si conviene dejarlos señalados en el plano.

3. Por el método indicado en la lección IV, número 7, 2.º para medir un terreno de forma irregular, esto es, por medio de la línea de operaciones y las perpendiculares á ella desde los vértices se puede también obtener el plano deseado.

Al efecto se traza en el papel una línea que represente la línea de operaciones, y tomando en ella con unidades de escala los puntos en donde caen las perpendiculares bajadas desde los vértices, se levantan también en ellas líneas perpendiculares, se dan á éstas las medidas de escala que en el terreno tienen, y uniendo sus extremos resultará el plano pedido.

NOTA. Las copias de estos planos pueden obtenerse por medio del calco, del picado y de la cuadrícula; y por medio de ésta reducirse ó aumentarse su tamaño, según se explica en el dibujo.

Lección X.

1. Qué es nivelación. 2. Nivelación simple. 3. Nivelación compuesta.

1. Nivelación es una operación en virtud de la cual nos proponemos averiguar la diferente altura á que se encuentran dos ó más puntos, de un terreno con respecto á otros. Llámase línea de nivel aquella cuyos puntos se encuentran á la misma altura, la cual se determina por medio de los niveles y las miras descritos en la lección primera.

2. La nivelación puede ser de dos maneras: simple y compuesta. Cuando la distancia entre los puntos que se quiera nivelar es corta, puede hacerse uso de los niveles de albañil ó de burbuja y de un reglón figura 41.; pero si la distancia

fuese de *cuatro* metros hasta *ciento cincuenta*, se empleará el nivel de agua. Si la distancia no pasa de los 150 metros, puede hacerse la nivelación de una sola vez y por eso se llama *simple*, del modo siguiente: Si suponemos que se quieren nivelar los puntos A y B. figura 42, colocariamos el nivel en el punto C, medio próximamente de la línea A B, y dirigiendo la visual por la superficie del agua contenida en ambos tubos, se hace que el ayudante fije las tablillas de las miras en los puntos que coincidan con la visual y viendo la diferencia de altura á que se encuentran las miras, tendremos hecha la nivelación, advirtiéndose que el punto en que la mira acuse ó señale ménos altura es el mas elevado.

3. Si la distancia entre dichos puntos fuera más de 150 metros, ó el terreno fuese muy escabroso, se hará la nivelación repitiendo varias veces la operación anterior por lo que se llama *compuesta*, de la manera siguiente: figura 43. Colocado el nivel en el punto *a* y las miras en *b* y *c*, se mide la altura de la mira *b* que suponemos de 40 centímetros y se anota en una columna, se mide la mira *c* que suponemos de 20 y se anota frente á los 40 en otra columna; en seguida se coloca el nivel en el punto *d* y la mira *b* se traslada á *e*, se vuelve á medir la mira *c*, y suponiendo que tenga 30 centímetros, se escriben en la primera columna, y la altura de la mira *e* que suponemos de 35 en la 2.^a; se traslada el nivel al punto *f* y la

mira *c* al punto *g*, y se miden sus alturas escribiendo en la primera columna la de la mira *e* que suponemos de 39 y en la segunda la de *g* que suponemos de 15 y así se continúa hasta terminar la nivelación colocando los números que indican las alturas de las miras próximas al extremo *b* en la 1.^a columna y las que indican las alturas de las miras más próximas á *g* en la segunda; se suman las dos columnas y la diferencia de las sumas es la diferencia de altura entre los puntos *b* y *g* que en el caso supuesto es $109 - 70 = 39$ centímetros que está más alto el punto *g* que el *b*.

DISPOSICIÓN.

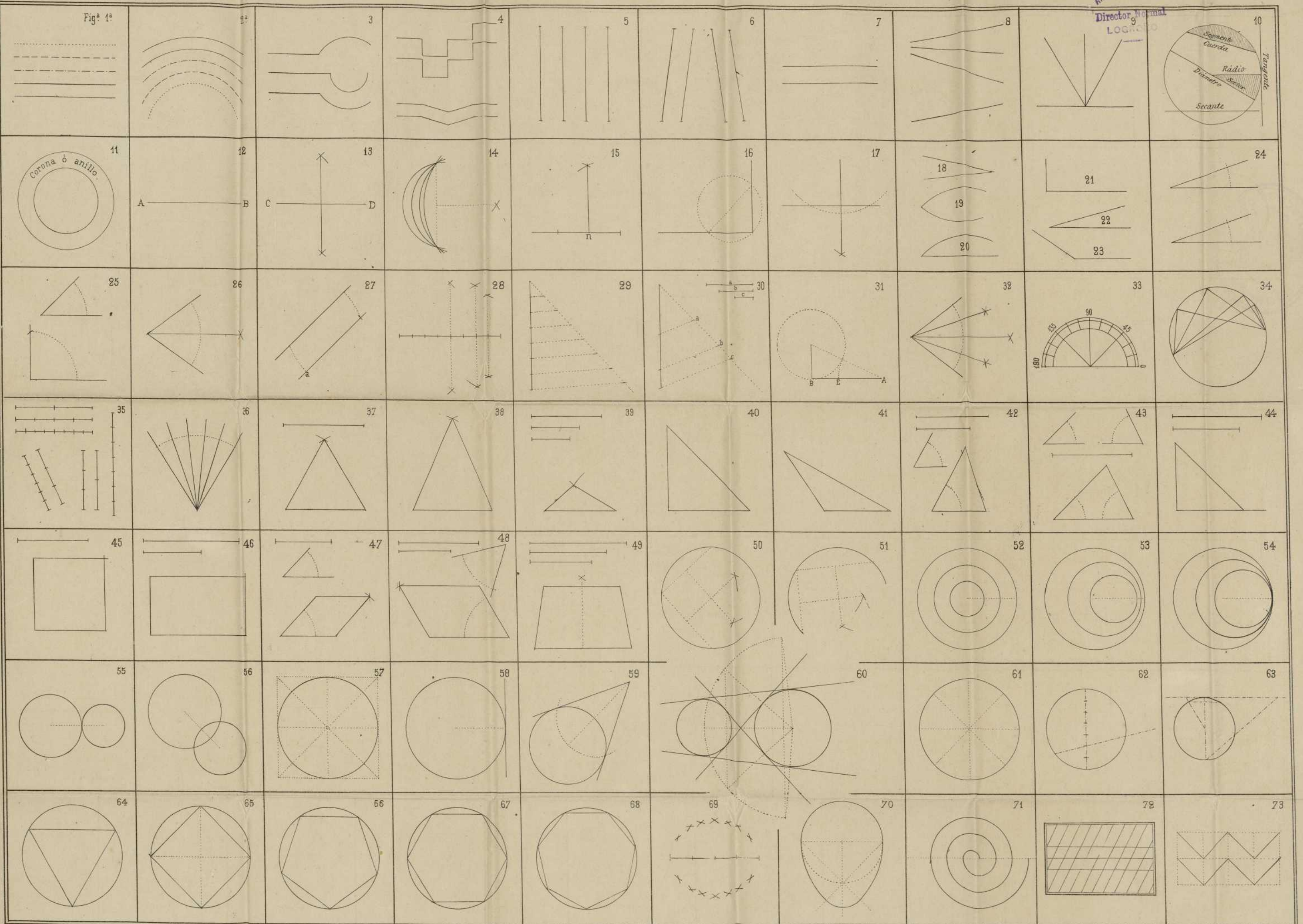
40	20
30	35
39	15
109	70

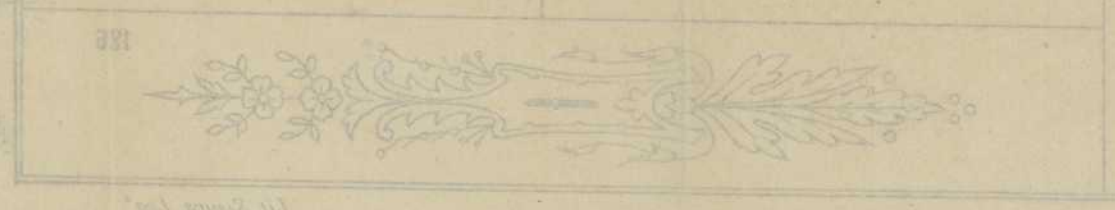
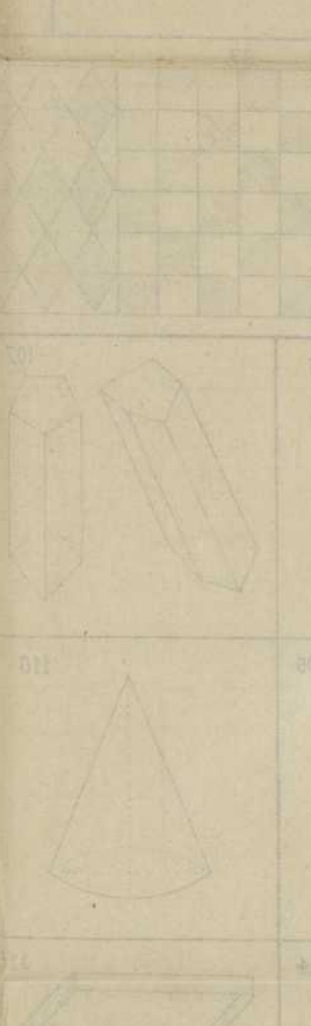
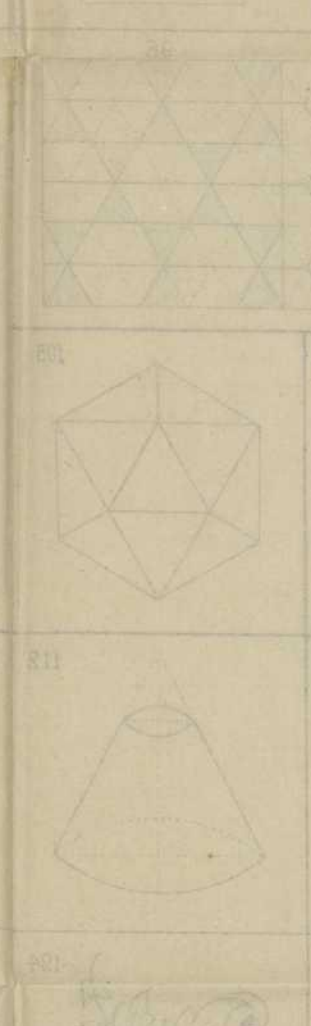
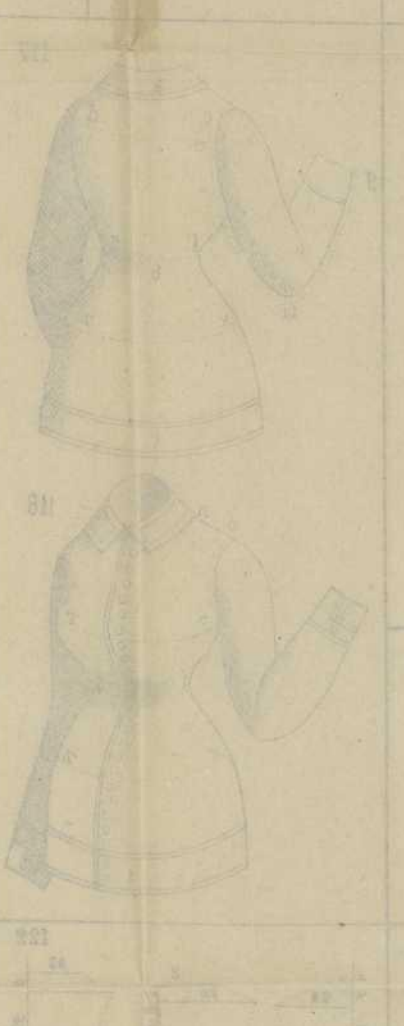
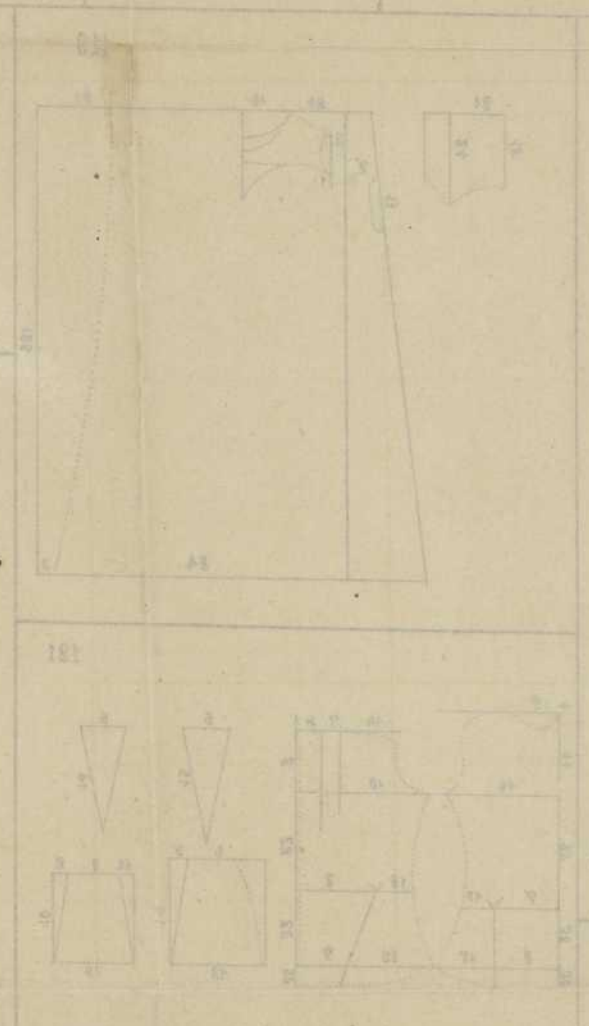
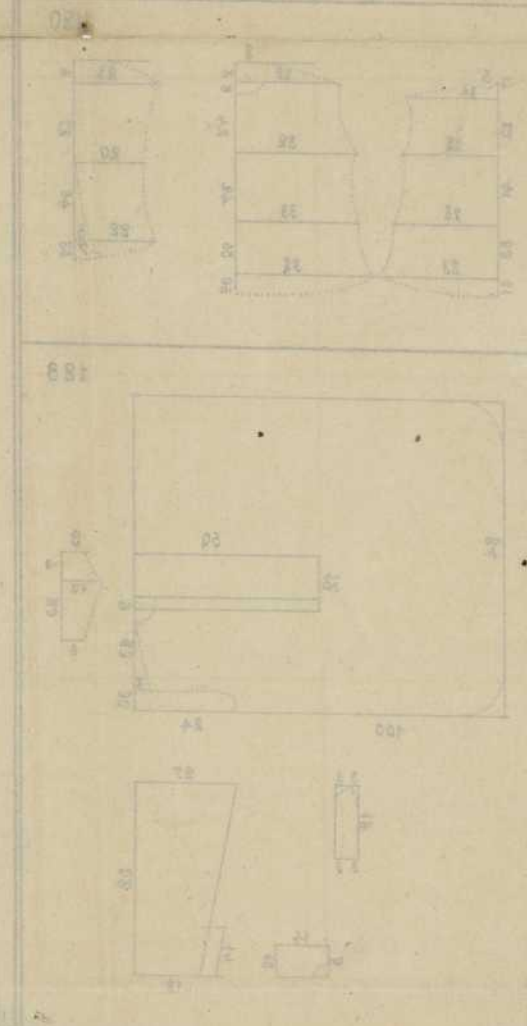
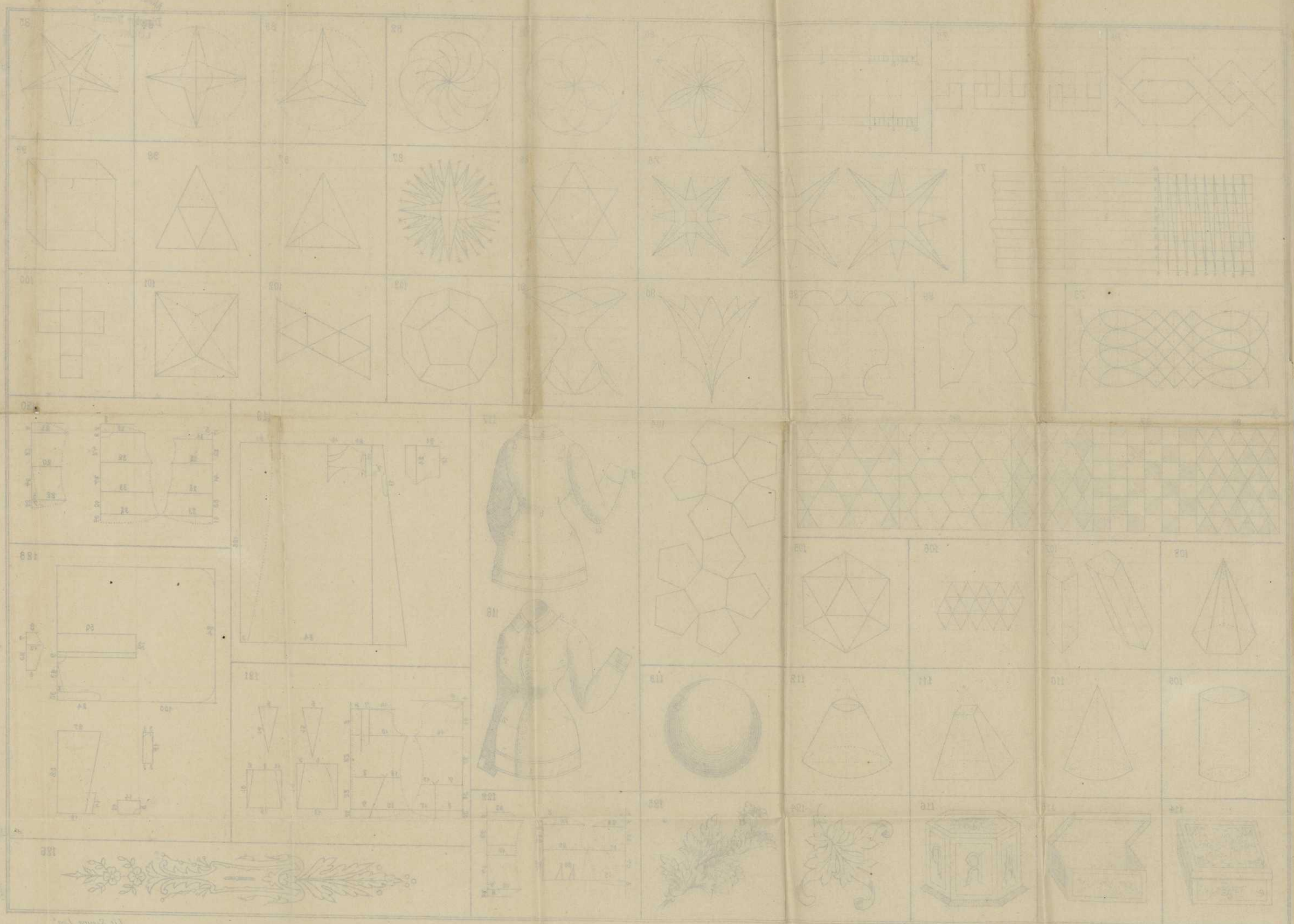
Si se quiere comprobar la operación puede repetirse en sentido inverso, debiendo dar el mismo resultado, si está bien hecha.

ANASTASIO PRIETO
 Director Normal
 LOGROÑO

FIN.







AGRIMENSURA.

