

NO SE PRESTA

ARITMÉTICA COMÚN

POR

DON TIBURCIO MARTINEZ ALESON,

PROFESOR

DE

INSTRUCCION PRIMARIA SUPERIOR.



CONTIENE TAMBIEN UN PRONTUARIO DE
ARITMÉTICA MENTAL.

Primera edicion.

SE HALLA DE VENTA
en todas las Librerías de Logroño.

P.S. = 12-10-34-1

Gobierno de  La Rioja
BIBLIOTECA DE LA RIOJA



10000345156

217098 ✓ R 8830

ARITMÉTICA COMUN PARA NIÑOS.

TIENE TAMBIEN LAS NOCIONES DE
ARITMÉTICA MENTAL, HASTA DONDE
HA LLEGADO LA CIENCIA

POR

Don Tiburcio Martinez Aleson,

PROFESOR DE INSTRUCCION PRIMARIA SUPERIOR CON
HABILITACION PARA INSPECCIOES PROVINCIALES DE
PRIMERA ENSEÑANZA, MAESTRO DE LOGROÑO, PREMIA-
DO VÁRIAS VECES, EX-MAESTRO DE LA ESCUELA SUPE-
RIOR DE LA CIUDAD DE SANTO DOMINGO, PRIMER MAES-
TRO DE LA NORMAL DE MAESTRAS DE LA PROVINCIA
DE LOGROÑO &c.



Gobierno
de La Rioja

ES PROPIEDAD DEL AUTOR.

Todos los ejemplares llevan una contraseña.

Dirección General de
Cultura

Biblioteca de La Rioja

R. 210.094

Logroño: Imprenta de Juan Albo.—1867.

ADVERTENCIA.

Los hombres que conozcan bien á fondo la gran diferencia que hay entre niños y adultos; entre personas que ya tienen preparacion científica y personas que concluyen de venir al mundo y que saludan por primera vez las ciencias, esos hombres pueden juzgar con acierto á esta Aritmética.

He puesto en ella ejemplos para analizar de Aritmética; pues si es bueno analizar y se analiza tanto de Gramática, ¿qué razon hay para que nadie se haya acordado de analizar en Aritmética?



ARITMÉTICA.

—¿Qué es Aritmética?—La parte de las matemáticas que considera el valor y propiedades de los números.

—¿Qué son Matemáticas?—La ciencia que trata de la cantidad.

—¿Qué es cantidad?—Todo lo que puede aumentarse y disminuirse; como un monton de trigo.

—¿Qué es número?—El resultado de comparar la unidad con la cantidad.

—¿Qué es unidad?—Aquella cosa que elegimos

para ver cuántas cosas como ella hay en la cantidad.

—¿Póngame V un ejemplo para conocer lo que es cantidad, número y unidad?—Si quiero saber cuantos metros tiene una pieza de paño, el metro es la unidad: si resultan 60 metros, el 60 es el número: el conjunto es la cantidad.

—¿Qué es guarismo?—Cada una de las cifras arábicas.

—¿Cuántos son los guarismos?—Diez, á saber: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0. Los nueve primeros se llaman significativos, y el cero insignificativo.

—¿Es lo mismo número que guarismo?—No señor: ya hemos dicho lo que es número y lo que es guarismo.

—¿Para qué sirve el cero?—Para decir que no hay unidades; como en 20; que no hay decenas, como en 304: y que no hay centenas, como en 2.034.

—¿Qué quiere decir unidades, qué decenas y qué centenas?—Unidades quiere decir unos; decenas quiere decir dieces, y centenas quiere decir cientos.

—¿Cuál es el lugar de las unidades, el de las decenas y el de las centenas?—El lugar de las unidades es el primero principiando por la derecha; el de las decenas el segundo, y el de las centenas el tercero. En 321 el 1 está en el lugar de las unidades y vale una unidad; el 2 está en el lugar de las decenas, y vale 2 decenas ó 2 dieces ó 20 unidades; el 3 está en el lugar de las centenas y vale 3 centenas ó 3 cientos, ó 30 centenas, ó 300 unidades.

—¿De cuántos modos pueden ser los números?

—Enteros, quebrados, mixtos, simples, compuestos, abstractos, concretos, homogéneos, heterogéneos, &c.

—¿Qué son números enteros?—Los que expresan unidades enteras; como 3 libros, 5 peras.

—¿Qué son quebrados?—Los números que expresan parte ó partes del entero; parte como $1\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{3}$, $1\frac{1}{4}$ &c., y partes, como $2\frac{1}{3}$, $3\frac{1}{4}$, $4\frac{1}{5}$ &c.

—¿Qué es número mixto?—La reunion de un entero y un quebrado; como 5 peras y $1\frac{1}{2}$: las 5 peras es el entero; la media el quebrado.

—¿Qué es número simple?—El número que se expresa con un solo guarismo; como 1 libro, 2 libros, 3 libros &c.

—¿Qué es número compuesto?—El que se expresa con dos ó mas guarismos; como 14 libros, 1.867 años.

—¿Qué es número abstracto?—El que expresa número de cosas y nó dice como se llaman; como 1, 2, 3, 1.867.

—¿Qué es número concreto?—El que expresa número de cosas y dice cómo se llaman; como 1 niño, 2 niños, 3 linteros, 1.867 años.

—¿Qué son números homogéneos?—Los que expresan cosas de una misma especie; como 1 niño, 2 niños, 3 niños, 1.867 niños.

—¿Qué son números heterogéneos?—Los que expresan cosas de distinta especie; como 3 pesetas y 4 linteros.

—¿Qué son números complejos ó denominados?—Los que expresan cosas de distinta especie, pero

que todas se refieren á una unidad principal y superior, de la cual son parte las otras; como 3 años, 4 meses, 5 dias y 6 horas. Los meses, los dias y las horas se refieren al año.

—¿Qué diferencia hay entre los números heterogéneos y los complejos ó denominados?—Los heterogéneos no se refieren á una unidad principal, y los complejos ó denominados si. Cuando decimos 3 pesetas y 4 tinteros, los tinteros nada tienen que ver con las pesetas.

—¿Qué es numeracion?—El arte de expresar los números de palabra y por escrito.

—¿De cuántos modos es la numeracion?—De dos, verbal ó de palabra, y escrita.

—¿Qué es numeracion verbal ó de palabra?—El arte de expresar los números con palabras.

—¿Cuántas palabras son necesarias en la numeracion verbal?—Las 13 siguientes: Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez, ciento, mil y millon.

—¿Explique V. el mecanismo de la numeracion verbal?—Es mecanismo muy largo para niños, y además se aprende con el uso.

—¿Qué palabras son irregulares en la numeracion verbal?—Las siguientes: once, doce, trece, catorce, quince, quinientos etc: que quieren decir diez y uno, diez y dos, diez y tres, diez y cuatro, diez y cinco, cinco cientos &c.

—¿Cuántas cifras son necesarias en la numeracion escrita?—Las 10 siguientes: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0.

—¿Cómo pueden expresarse todos los números con solas diez cifras?—Porque cada cifra tiene un valor diez veces mayor por cada lugar que se corre á la izquierda; así es que un 2, por ejemplo, en el primer lugar principiando por la derecha vale 2 unos; en el segundo lugar vale 2 dieces, ó 2 decenas; en el tercero 2 cientos ó 2 centenas; en el cuarto 2 unidades de millar ó 2 miles, como se observa en 2.222.

El 1. ^{er}	2	principiando por la derecha	
vale.	.	.	» » » 2 unidades
El 2. ^o	.	.	» » » 20 unidades
El 3. ^o	.	.	» 200 unidades
El 4. ^o	.	.	2 000 unidades
Todo.	.	2.222	unidades.

—¿Qué es valor absoluto?—El valor constante que tiene cada cifra.

—¿Qué es valor relativo?—El valor variable que tiene cada cifra segun donde esté colocada: el valor absoluto de 2 siempre es 2; el valor relativo de 2 puede ser 2 unidades ó dos decenas ó 2 centenas &c.

—¿Qué nombres tienen las cifras principiando por la derecha?—Los siguientes: unidad, decena, centena, unidad de millar, decena de millar, centena de millar, unidad de millon, decena de millon, centena de millon, unidad de millar de millon, decena de

millar de millon, centena de millar de millon etc; de modo que cada vez van siendo 10 veces mayores las unidades.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	0.	1.	2.
centenas de millar de millon.	decenas de millar de millon.	unidades de millar de millon.	centenas de millon.	decenas de millon.	unidades de millon.	centenas de millar.	decenas de millar.	unidades de millar.	centena: no hay.	decena.	unidades.

—¿Qué es orden en Aritmética?—Cada una de las cifras que hay en una cantidad: en 1.867 hay cuatro cifras; ó lo que es lo mismo hay unidades de cuatro órdenes. Se principia por la derecha y se les llama de 1.^{er} orden, de 2.^o, de 3.^o, de 4.^o etc.

—¿Qué es clase?—El conjunto de cada tres cifras principiando por la derecha.

—¿Cuántas clases hay?—Tantas como grupos puedan formarse de á 3 guarismos.

—¿Cómo se llaman las clases?—Primera, 2.^a, 3.^a, 4.^a etc., principiando por la derecha.

—¿Qué es 1.°, 2.°, 3.°, 4.° separacion etc.?— Lo mismo que 1.°, 2.°, 3.°, 4.° clase etc.

—¿Cómo se escriben los números?— De izquierda á derecha, principiando por las unidades superiores que son las primeras que nombramos al hablar.

*Ejemplos para leer cantidades y para escribirlas
al dictado.*

1.°.....	1—2—3—4—5—6—7—8—9—0—10—
2.°.....	20—30—40—50—60—70—80—90—
3.°.....	100—200—300—400—500—600—700—
4.°.....	800—900—924—936—600—948—908—
5.°.....	7—100—124—156—256—356—956—
6.°.....	756—742—752—704—64—704—740—
7.°.....	800—840—804—500—506—560—
8.°.....	564—5—50—7 483—7.478—84.783—
9.°.....	30—300—3.000—700—1.860—1.867—
10.°.....	14.860—146.860—347.000—347.848—
11.°.....	77 647—7. ¹ 234.567—74. ¹ 796.404—
12.°.....	79.212—746.308—94—342. ¹ 467.542—
13.°.....	70.000—7. ² 647.900. ¹ 496.768—900.707.

—¿Cómo se leen los números?— Se principia á contar las cifras por la derecha, y delante de las tres primeras se pone un punto: delante de las tres se-

gundas un punto y un 1 pequeño: delante de las tres terceras un punto: delante de las tres cuartas un punto y un 2 pequeño, y así sucesivamente. Se principia á leer por la izquierda, y en donde haya un punto diremos *mil*; donde haya un 1, un 2, un 3 &c, diremos millon, billon, trillon, etc

7 2 490.048.¹ 346.240.

—¿Cuántas operaciones se hacen con los números?—En rigor dos, porque un número solo puede hacerse mayor ó menor que lo que es; pero segun los diferentes medios que se emplean para ello, decimos que se hacen 6 operaciones con los números, que son: sumar, restar, multiplicar, dividir, elevar á potencias y extraer raíces.

—¿Qué es sumar?—Es reunir en un solo número dos ó mas números homogéneos; como si queremos saber cuántos escudos hacen 4 escudos, 3 escudos y 2 escudos, que son 9 escudos

—¿Qué es restar?—Es rebajar de un número otro número que sea homogéneo con el primero; como si queremos rebajar de 4 escudos, 3 escudos: queda un escudo.

—¿Qué es multiplicar?—Es un sumar abreviado. De otro modo: es tomar un número tantas veces como dice el otro: si quiero multiplicar 3 por 2, tomaré el 3 dos veces, ó el 2 tres veces así: 3 mas 3, igual al 6. Ó así: 2 mas 2, mas dos, igual á 6.

—¿Qué es dividir?—Es averiguar cuántas veces un número está contenido en otro: dividir 24 por 2 es ver cuantos doses hay en 24: dividir 24 por 3,

por 4, por 6 etc, es ver cuántos treses, cuántos cuatros, cuántos seises etc hay en 24.

—¿Qué es elevar a potencias?—Es buscar un producto multiplicando un número por sí. Si quiero elevar el 4 a la 2.^a potencia, multiplico dicho 4 por 4, y sale 16 que es la 2.^a potencia de 4.

—¿Qué es extraer raíces?—Es buscar un cociente que sea igual al divisor. La raíz cuadrada de 16 es 4, porque 16 entre 4 cabe a 4.

—¿Qué nos proponemos con las operaciones de Aritmética?—Buscar números desconocidos por medio de números conocidos.

—¿Qué son datos y qué es resultado?—Datos son los números conocidos; resultado es el número desconocido. Si queremos saber cuantos metros son 3 metros y 2 metros, el 3 y el 2 son los datos; los 5 metros es el resultado.

SUMAR

—¿Qué es sumar?—Es reunir en un solo número dos ó mas números homogéneos; como si queremos saber cuantos escudos hacen 4 escudos, 3 escudos y 2 escudos, que son 9 escudos.

—¿Cuántos libros son 2 libros y 3 libros?—Son 5 libros.

—¿Cuántos chicos son 2 chicos y 3 pájaros?—No se pueden sumar 2 chicos y 3 pájaros, porque no son números homogéneos. Dos chicos y 3 pájaros no son

ni 5 chicos ni 5 pájaros: siempre son 2 chicos y 3 pájaros.

—¿Cuántos sumandos puede tener una operacion de sumar?—Puede tener dos ó mas.

—¿Cómo se llama el resultado de la operacion de sumar?—Suma ó agregado: 3 y 2 son 5: el 3 y el 2 son los sumandos; el 5 la suma ó agregado.

—¿Cuál es el signo de sumar?—Una cruz, que se lee mas.

—¿Qué signos se usan en la Aritmética?—Una cruz (+) que se lee mas: una raya ó línea horizontal (—) que se lee ménos: un punto (.) ó una cruz (X) en figura de aspa, que se leen multiplicado por: dos puntos (:) uno sobre otro, que se leen dividido por: dos rayas ó líneas horizontales (==) que se leen igual á: una especie de u de corazon (>) abierta á la izquierda, que se lee mayor que: una especie de u de corazon abierta á la derecha (<) que se lee menor que: una especie de erre (r) con un 2 arriba ó sin él, que se lee raíz cuadrada de: una especie de erre con un 3 arriba (r^3) que se lee raíz cúbica de.

+	mas.	>	mayor que.
—	menos.	<	menor que.
.	multiplicado por.	r^2	raíz cuadrada de.
X	multiplicado por.	r^2	raíz cuadrada de.
:	dividido por.	r^3	raíz cúbica de.
=	igual á.		

—¿Cómo leerémos 3 y 2 son 5? —Así: $3+2=5$.
Tres mas 2, igual á 5.

—¿Qué es necesario para saber sumar?—La ta-
bla de sumar.



TABLA DE SUMAR.

1 y 1 son....2.	4 y 1 son....5	7 y 1 son.....8
1...2.....3	4...2.....6	7...2.....9
1...3.....4	4...3.....7	7...3.....10
1...4.....5	4...4.....8	7...4.....11
1...5.....6	4...5.....9	7...5.....12
1...6.....7	4...6.....10	7...6.....13
1...7.....8	4...7.....11	7...7.....14
1...8.....9	4...8.....12	7...8.....15
1...9.....10	4...9.....13	7...9.....16
1...10.....11	4...10.....14	7...10.....17
2 y 1 son....3	5 y 1 son....6	8 y 1 son....9
2...2.....4	5...2.....7	8...2.....10
2...3.....5	5...3.....8	8...3.....11
2...4.....6	5...4.....9	8...4.....12
2...5.....7	5...5.....10	8...5.....13
2...6.....8	5...6.....11	8...6.....14
2...7.....9	5...7.....12	8...7.....15
2...8.....10	5...8.....13	8...8.....16
2...9.....11	5...9.....14	8...9.....17
2...10.....12	5...10.....15	8...10.....18
3 y 1 son....4	6 y 1 son...7	9 y 1 son....10
3...2.....5	6...2.....8	9...2.....11
3...3.....6	6...3.....9	9...3.....12
3...4.....7	6...4.....10	9...4.....13
3...5.....8	6...5.....11	9...5.....14
3...6.....9	6...6.....12	9...6.....15
3...7.....10	6...7.....13	9...7.....16
3...8.....11	6...8.....14	9...8.....17
3...9.....12	6...9.....15	9...9.....18
3...10.....13	6...10.....16	9...10.....19

—¿Cómo se ejecuta la operacion de sumar?—Primero se colocan los sumandos de modo que sean homogéneos, es decir, de modo que las unidades estén debajo de las unidades, las decenas debajo de las decenas, las centenas debajo de las centenas etc : despues se tira una raya debajo del último sumando para que los sumandos queden á un lado de la raya y la suma al otro: en seguida se principia á sumar las unidades, y su suma se pone debajo de las unidades: se suman las decenas, y su suma se pone debajo de las decenas; se suman las centenas y su suma se pone debajo de las centenas, y así sucesivamente.

—¿Por qué lado se principia á sumar?—Por el lado derecho.

—¿Cómo estarán bien colocados los sumandos?—Se escribe el primer sumando, y si los demás sumandos están colocados unos debajo de otros de modo que no queden claros á la derecha, es prueba de que están bien colocados.

Aquí están bien colocados. Aquí están mal colocados.

1867

» 342

» » 22

1867

342»

» 22»

—¿Cuántas son 26 y 4?—Son 30, pero si coloca-

mos mal los sumandos saldrá que 26 y 4 son 66.

26	26
+4	+4
-----	-----
Bien..... 30	Mal..... 66
-----	-----

—Cuando sumamos unidades de una especie y compone la suma unidades de la especie superior inmediata, ¿qué haremos? — Sumaremos las unidades superiores que nos resulten con sus homogéneas, que son las de la columna inmediata, y las unidades que queden de pico, como se dice vulgarmente, se colocan debajo de las de su especie.

—¿Cuántas unidades de una especie son necesarias para formar otra unidad de la especie superior inmediata?—Diez, de modo que 10 unidades, por ejemplo, componen 1 decena: 20 unidades, 2 decenas; 30 unidades, 3 decenas; 40 unidades, 4 decenas y 0 unidades.

—¿Qué quiere decir de 10 va 1; de 20 van 2; de 30 van 3 etc?—Que 10 unidades de las de la derecha componen 1 de las unidades inmediatas de la izquierda; 20 dos; 30 tres; 40 cuatro, etc.

—¿Cómo se demuestra la suma?—De este modo. Sumar es reunir en un solo número dos ó mas números homogéneos; pues bien: siguiendo la regla de la suma reunimos primero en uno solo el valor de las unidades; luego el de las decenas, etc; es decir, reunimos todas las partes; y lo que se hace con las partes queda hecho con el todo.

—¿Qué es prueba?—Es una segunda operacion que se hace para conocer si la primera operacion está bien ó mal practicada.

—¿Si no sale la prueba qué operacion está mal?—Lo mismo puede estar mal la primera operacion que la prueba; de modo que la prueba no tiene la importancia que le dan algunos.

—¿Cuál es la prueba de sumar?—Se hace de muchos modos: la mas sencilla consiste en sumar de nuevo, siguiendo un orden inverso al que seguimos al principio: si hemos sumado al principio de arriba abajo, debemos sumar despues de abajo arriba: en ambos casos tiene que salir la misma suma.

—¿Por qué ha de salir la misma suma?—Porque siendo las mismas las partes tiene que ser el mismo el todo; así es que lo mismo suman 3 y 2, que 2 y 3.

—¿Cuándo usaremos de la suma?—Cuando queramos reunir en un solo número dos ó mas números homogéneos.

—Cuando decimos 3 y 2 son 5 por ejemplo, los sumandos 3 y 2 no serán homogéneos?—Si señor, homogéneos son, pues el 3 y el 2 son números abstractos los dos.

—Cuando tengamos que sumar dos sumandos y no sepamos de memoria cuanto suman, qué haremos?—Marcarémos tantas rayas como unidades tenga el sumando menor; y sobre el sumando mayor iremos contando tantas unidades una á una como rayas tengamos.

—¿Póngame V. un ejemplo?—Si tengo que sumar 5 y 8, y no sé cuántas son, daré por contado

el 8 que es el sumando mayor: haré 5 rayas porque el sumando menor es 5, y diré 9 en la primera raya, 10 en la segunda raya, 11 en la tercera, 12 en la cuarta y 13 en la quinta. Hallo que 8 y 5 son 13, ó que 5 y 8 son 13.

—Solo de rayas podemos valernos? —Tambien podemos valernos de puntos, de alubias, de garbanzos, de piedrecitas, etc.

—Y si alguna persona nos dice que no hagamos eso y que tampoco contemos con los dedos? —Las personas que saben cual es la marcha de la naturaleza no dicen eso.

Ejercicio para conocer sin fatiga del Maestro ni del instructor, ni de nadie, si los niños están prácticos en sumar dos sumandos.



NOTA. Se hará que los niños sumen la primera cifra de la derecha de cada renglon con la segunda, la segunda con la tercera, etc., hasta concluir el renglon, siguiendo despues un órden inverso. No hay necesidad de escribir las sumas

7 9 6 2 0 4 1 2 1 7 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0
1 2 3 4 2 4 0 3 0 2 7 9 8 7 6 5 4 3 2 1 7
1 8 6 7 0 4 9 5 4.

—¿Cuándo usaremos de la suma? —Cuándo queramos saber lo que componen juntos vários números homogéneos.

RESTAR.

=

—¿Qué es restar?—Es rebajar de un número otro número que sea homogéneo con el primero; como si queremos rebajar de 4 escudos 3 escudos: queda 1 escudo.

—¿Cuál es el signo de restar?—Una raya horizontal (—) que se lee ménos; si de 5 quiero rebajar 3, lo indicaré poniendo la línea horizontal entre el 5 y el 3, así: $5-3=2$ Cinco menos 3 igual á dos.

—¿Qué es línea horizontal?—No se puede dar una definicion exacta al alcance de los niños; por eso diremos que línea horizontal es la que va de izquierda á derecha

—¿Es lo mismo raya que línea?—Para unos sí, señor, para otros no, señor, pero estas cosas no son para niños.

—¿Cómo se llaman los datos en la operacion de restar?—Se llaman minuendo y sustraendo: el minuendo es el mayor, y el sustraendo es el menor. El resultado de restar se llama resta, exceso ó diferencia. Si de 5 rebajo 3, resultan 2: el 5 es el minuendo; el 3 el sustraendo y el 2 la resta.

Minuendo 5

Sustraendo— 3

Resta, exceso ó diferencia.. 2

Prueba..... 5

—¿Cuándo el resultado de restar se llama resta,

cuándo exceso y cuándo diferencia?—Ya lo dicen algunos libros, pero esto ni es importante, ni es para niños.

—Cuando no sepamos de memoria cuánto queda rebajando un número de otro, qué haremos?—Decir la tabla de sumar principiando por el número mas pequeño hasta que lleguemos al número mayor. Si de 8 quiero rebajar 3 y no sabemos de memoria cuantas quedan, diré: 3 y 1 son 4; 3 y 2 cinco; 3 y 3 seis; 3 y 4 siete; 3 y 5 ocho. Ya hemos hallado el 8: lo hemos hallado con el 5, pues si de 8 rebajo 3, quedan 5.

—Rebajando 3 plumas de 8 años, ¿cuántas plumas quedan?—El 8 y el 3 no se pueden restar porque no son números homogéneos: de 3 á 8 van 5, pero ni son 5 plumas ni 5 años.

—Rebajando de 3 cuadernillos 2 pliegos de papel qué queda?—Tres cuadernillos y 2 pliegos no son homogéneos, pero podemos hacer que lo sean reduciendo el número 3 cuadernillos á pliegos: 3 cuadernillos son 15 pliegos, pues cada cuadernillo tiene 5 pliegos. De 15 pliegos rebajo dos pliegos y quedan 13 pliegos.

—¿Por dónde se principia á restar?—Por la derecha. A sumar, á restar y á multiplicar se principia por la derecha; á dividir por la izquierda.

—¿Cómo se ejecuta la operacion de restar?—Se coloca el minuendo y debajo del minuendo se pone el sustraendo, de modo que no queden claros por la derecha, segun se dijo en la suma: despues se tira una raya debajo del sustraendo para separarlo

de la resta; y en seguida de las unidades del minuendo rebajaremos las unidades del sustraendo, poniendo debajo la diferencia; de las decenas del minuendo rebajaremos las decenas del sustraendo, poniendo debajo la diferencia, y así sucesivamente.

EJEMPLOS.

Minuendo.....	426	Minuendo	1867
Sustraendo .—	113	Sustraendo .—	120
Resta.....	313	Resta.....	1747
Prueba....	426	Prueba.....	1867

—Cuando tengamos una cifra en el minuendo y sea menor que la que tiene debajo en el sustraendo, qué haremos?—A la cifra inmediata de la izquierda en el minuendo, le quitaremos una unidad: esta unidad vale 10 respecto de las de la derecha: sumamos estas 10 con la cifra menor de que hemos hablado, y de esta suma rebajamos la cifra dicha del sustraendo. Al continuar la resta debemos considerar con una unidad menos á la cifra que se la hemos quitado.

EJEMPLOS.

	14		12	16
Minuendo	349	Minuendo.....	72.496	
Sustraendo --	157	Sustraendo .—	43.078	
Resta....	192	Resta	29.418	
Prueba	349	Prueba..	72.496	

—Cuando pasemos á quitar una unidad de la cifra de la izquierda y no haya unidad, qué haremos?

—Se pasa á tomarla de la cifra mas próxima de la izquierda á cuya cifra se le rebajará la unidad. Dejaremos 9 unidades en cada lugar del minuendo hasta llegar á la cifra menor dicha del minuendo: aquí dejaremos 10, cuyas 10 sumaremos con dicha cifra menor: de esta suma se rebaja la cifra del sustraendo.

$$\begin{array}{r}
 99'4 \\
 3004 \\
 -2127 \\
 \hline
 877 \\
 \hline
 2.994
 \end{array}$$

—¿Es posible rebajar de una cifra una unidad y esta unidad descomponerla en 9 unidades de un orden y en 10 unidades de otro orden?—Sí, señor, porque cada unidad que reservamos vale 10 unidades respecto de las de su derecha. Si tengo una cifra en el lugar de las centenas por ejemplo, y de esta cifra quiero rebajar una unidad de tercer orden, ó sea una centena, puedo decir que esa unidad de tercer orden es igual á 9 unidades de segundo orden, mas 10 unidades de primer orden.

Una centena vale 100 unidades.

Nueve unidades de 2.º orden, ó 9 decenas
valen. 90 unidades.

Diez unidades de primer
orden, 10 unidades.

Las 9 unidades de 2.º ór-
den y las de 1.º 100 unidades. Lo
mismo que la centena.

—¿Cuál es la prueba de restar?—Se suma el sus-
traendo con la resta y tiene que salir el minuendo:
si no sale el minuendo está mal ejecutada la ope-
racion ,

$$\begin{array}{r} 8 \\ - 5 \\ \hline = 3 \\ \hline 8 \end{array}$$

—¿En qué se funda esta prueba? En que el mi-
nuendo es la suma de dos sumandos: el sustraendo
es el uno y la resta es el otro. Al ejecutar la opera-
cion de restar hemos buscado un sumando, porque
el otro, que es el sustraendo, ya lo conocíamos: el
todo es el minuendo; las partes son el sustraendo y
la resta; pues bien, reuniendo las partes tiene que
salir el todo, porque el conjunto de las partes es
igual al todo.

—¿Cuándo usaremos de la operacion de restar?
—Cuando queramos ver la diferencia que hay en-
tre dos números homogéneos; como si quiero reba-
jar de 1867 metros 124 metros Tambien se usa
cuando queremos ver la diferencia que hay entre dos
números aunque no sean homogéneos, siempre que

podamos reducirlos á homogéneos; como si queremos ver la diferencia que hay entre 36 botones y entre 2 docenas de botones: ántes de restar podemos reducir los 36 botones á docenas ó las 2 docenas á botones

—¿Qué alteraciones sufre la resta?— La resta aumenta y disminuye en las unidades que aumenta y disminuye el minuendo; por eso se dice que la resta está en razon directa del minuendo. La resta disminuye en las unidades que aumenta el minuendo y la resta aumenta en las unidades que disminuye el minuendo; por eso se dice que la resta está en razon inversa del minuendo.

No engañan.

=

—Si aumenta el *minuendo* en várias unidades, aumenta la *resta* en esas unidades.

—Si disminuye el *minuendo* en várias unidades, *disminuye* la resta en esas unidades.

Si engañan.

=

—Si aumenta el *sustraendo* en várias unidades, disminuye la resta en esas unidades.

—Si disminuye el *sustraendo* en várias unidades, aumenta la resta en esas unidades.

Minuendo	8	au 9	dis 7	8	8
Sustraendo —	2	— 2	— 2	dis-1	dis 1
Restas ... =	6	au 7	dis 5	au 7	au = 7

MULTIPLICAR.

=

—¿Qué es multiplicar?—Es un sumar abreviado. De otro modo: es tomar un número tantas veces como dice el otro: si quiero multiplicar 3 por 2, tomaré el 3 dos veces, ó el 2 tres veces así: 3 mas 3, igual á 6.

—¿Cuántos datos tiene la operacion de multiplicar?—Dos, multiplicando y multiplicador: multiplicando es el que se repite cierto número de veces, y multiplicador es el que dice con sus unidades cuántas veces se ha de repetir el multiplicando.

—¿Cómo se llama el resultado en la operacion de multiplicar?—Producto. Si multiplico 3 por 2 resultan 6: el 3 es el multiplicando, el 2 es el multiplicador y el 6 es el producto.

—Si nos dijeran que el 3 y el 2 dan 6 de producto, ¿cuál diríamos que era el multiplicando y cuál el multiplicador?—Lo mismo es que sea multiplicador el 3 que el 2. Si el 3 es el multiplicador tomaremos 3 veces el 2, y saldrán 6. Si el 2 es el multiplicador, tomaremos el 3 dos veces, y tambien saldrán 6.

2 una vez

+2 dos veces

+2=tres veces, por que lo dice el 3,

Salen 6

3 una vez

+3=dos veces, por que lo dice el 2,

6

—Con que podemos tomar por multiplicador cualquiera de los dos factores?—Sí, señor; y el producto siempre es el mismo; pero facilita la operacion el tomar por multiplicador el factor que tenga ménos guarismos: los ceros que estén al fin no se cuentan para ver qué factor tiene ménos guarismos

—¿Cuál es el signo de multiplicar?—Una aspa $\times$ que se lee multiplicado por: ó un punto, que tambien se lee multiplicado por.

Con aspa. $3 \times 2 = 6$. 3 multiplicado por 2, igual á 6.

Con punto. $3 \cdot 2 = 6$. 3 multiplicado por 2, igual á 6.

—¿Cómo conocerémos por qué número esta multiplicado otro número?—Viendo cuántas veces está repetido: si tenemos el producto 6, diremos que el 2 está multiplicado por 3, porque tomando el 2 tres veces, resultan 6. Tambien podemos decir que el 3 está multiplicado por 2, porque tomando el 3 dos veces resultan 6. De modo que lo mismo es multiplicar 3 por 2, que multiplicar 2 por 3, porque el órden de factores no altera el producto.

—Demuestre V. que el órden de factores no altera el producto.—Voy á demostrar que el órden de factores no altera el producto. Voy á servirme de los factores 3 y 2. Digo que

$$3 \times 2 = 2 \times 3.$$

Descompongo el 3 en sus unidades, y tengo que

$$3 = 1 + 1 + 1.$$

Multiplico los dos miembros de esta igualdad por 2, y tengo que

$$3 \times 2 = 2 + 2 + 2.$$

Lo que queria demostrar, porque $3 \times 2 = 2$ repetido 3 veces, ó sea á 2×3 .

—¿Cuándo es la multiplicacion una suma abreviada?—Cuando los sumandos son iguales: Si tengo que sumar 2, mas 2, mas 2, puedo hacer uso de la multiplicacion, y en vez de sumar el 2 tres veces, lo multiplicaré por 3.

—¿Cuándo no es la multiplicacion una suma abreviada?—Cuando los sumandos no son iguales: si tengo que sumar 2, mas 3, mas 4, no puedo hacer uso de la multiplicacion, si nó de la suma.

TABLA DE MULTIPLICAR, ENTERA.

1 por 1 es 1.	4 por 1 — 4	7 por 1 — 7
1 — 2 — 2	4 — 2 — 8	7 — 2 — 14.
1 — 3 — 3	4 — 3 — 12.	7 — 3 — 21.
1 — 4 — 4	4 — 4 — 16	7 — 4 — 28.
1 — 5 — 5	4 — 5 — 20	7 — 5 — 35.
1 — 6 — 6	4 — 6 — 24	7 — 6 — 42.
1 — 7 — 7	4 — 7 — 28	7 — 7 — 49.
1 — 8 — 8	4 — 8 — 32	7 — 8 — 56.
1 — 9 — 9	4 — 9 — 36	7 — 9 — 63
1 — 10 — 10.	4 — 10 — 40	7 — 10 — 70.
2 por 1 — 2.	5 por 1 — 5.	8 por 1 — 8
2 — 2 — 4	5 — 2 — 10.	8 — 2 — 16.
2 — 3 — 6	5 — 3 — 15.	8 — 3 — 24.
2 — 4 — 8	5 — 4 — 20.	8 — 4 — 32.
2 — 5 — 10.	5 — 5 — 25.	8 — 5 — 40.
2 — 6 — 12	5 — 6 — 30.	8 — 6 — 48.
2 — 7 — 14	5 — 7 — 35.	8 — 7 — 56.
2 — 8 — 16	5 — 8 — 40.	8 — 8 — 64.
2 — 9 — 18	5 — 9 — 45.	8 — 9 — 72.
2 — 10 — 20	5 — 10 — 50	8 — 10 — 80.
3 por 1 — 3	6 por 1 — 6	9 por 1 — 9.
3 — 2 — 6	6 — 2 — 12.	9 — 2 — 18.
3 — 3 — 9	6 — 3 — 18.	9 — 3 — 27.
3 — 4 — 12.	6 — 4 — 24.	9 — 4 — 36.
3 — 5 — 15	6 — 5 — 30.	9 — 5 — 45.
3 — 6 — 18	6 — 6 — 36.	9 — 6 — 54
3 — 7 — 21	6 — 7 — 42.	9 — 7 — 63.
3 — 8 — 24	6 — 8 — 48	9 — 8 — 72
3 — 9 — 27	6 — 9 — 54	9 — 9 — 81
3 — 10 — 30	6 — 10 — 60	9 — 10 — 90

De 10 va.....1.	1 libra 16 onzas.
202.	2==== 32.
30.....3.	3==== 48.
404.	4==== 64.
50.....5.	5==== 80.
606.	6==== 96.
70.....7.	7====112.
80.....8.	8====128.
90.....9.	9====144.
100.....10.	10====160.
1 real, 8 cuartos $\frac{1}{2}$.	1 arroba 25 libras.
2——17.	2====50.
3——25 $\frac{1}{2}$.	3====75.
4——34.	4====100.
5——42 $\frac{1}{2}$.	5====125.
6——51.	6====150.
7——59 $\frac{1}{2}$.	7====175.
8——68.	8====200.
9——76 $\frac{1}{2}$.	9====225.
10——85.	10====250.
1 ducado 11 reales.	1 real 34 maravedis
2 —— 22.	2====68.
3 —— 33.	3 = 102.
4 —— 44.	4 = 136.
5 —— 55.	5 = 170.
6 —— 66.	6 = 204.
7 —— 77.	7 = 238.
8 —— 88.	8 = 272.
9 —— 99.	9 = 306.
10 —— 110.	10 = 340.

TABLA DE MULTIPLICAR, SIMPLIFICADA.

1 por 1 es 1.		
1 — 2 — 2.		
1 — 3 — 3.		7 — 7 — 49.
1 — 4 — 4.	4 — 4 — 16.	7 — 8 — 56.
1 — 5 — 5.	4 — 5 — 20.	7 — 9 — 63.
1 — 6 — 6.	4 — 6 — 24.	7 — 10 — 70.
1 — 7 — 7.	4 — 7 — 28.	
1 — 8 — 8.	4 — 8 — 32.	
1 — 9 — 9.	4 — 9 — 36.	
1 — 10 — 10.	4 — 10 — 40.	
2 — 2 — 4.		8 — 8 — 64.
2 — 3 — 6.		8 — 9 — 72.
2 — 4 — 8.		8 — 10 — 80.
2 — 5 — 10.	5 — 5 — 25.	
2 — 6 — 12.	5 — 6 — 30.	
2 — 7 — 14.	5 — 7 — 35.	9 — 9 — 81.
2 — 8 — 16.	5 — 8 — 40.	9 — 10 — 90.
2 — 9 — 18.	5 — 9 — 45.	
2 — 10 — 20.	5 — 10 — 50.	
3 — 3 — 9.		10 por 10
3 — 4 — 12.		10 por 100
3 — 5 — 15.		10 por 1.000
3 — 6 — 18.	6 — 6 — 36.	10 por 10.000
3 — 7 — 21.	6 — 7 — 42.	10 por 100.000
3 — 8 — 24.	6 — 8 — 48.	10 por 1.000.000
3 — 9 — 27.	6 — 9 — 54.	10 por 10.000.000
3 — 10 — 30.	6 — 10 — 60.	10 por 100.000.000

De 10 va	1.	1 libra 16 onzas.
20	2	2== 32.
30	3	3== 48.
40	4	4== 64.
50	5	5== 80.
60	6	6== 96.
70	7	7== 112.
80	8	8== 128.
90	9	9== 144.
100	10	10== 160
1 real, 8 cuartos $\frac{1}{2}$.		1 arroba 25 libras.
2 --- 17.		2=== 50.
3 --- 25 $\frac{1}{2}$.		3=== 75.
4 --- 34.		4 === 100.
5 --- 42 $\frac{1}{2}$.		5 === 125.
6 --- 51.		6 === 150.
7 --- 59 $\frac{1}{2}$.		7 === 175.
8 --- 68.		8 === 200.
9 --- 76 $\frac{1}{2}$.		9 === 225.
10 --- 85.		10 === 250.
1 ducado 11 reales.		1 real 34 maravedis
2 --- 22		2=== 68.
3 --- 33.		3 = 102.
4 --- 44.		4 = 136.
5 --- 55.		5 = 170.
6 --- 66.		6 = 204.
7 --- 77.		7 = 238.
8 --- 88.		8 = 272.
9 --- 99.		9 = 306.
10 --- 110.		10 = 340.

—¿Cuántos casos ocurren al multiplicar números enteros?—Tres: 1.º multiplicar un número simple por otro simple; como si quiero multiplicar 3 por 4; 2.º multiplicar un número compuesto por un simple; como si quiero multiplicar 123 por 4; y 3.º multiplicar un número compuesto por otro número compuesto; como si quiero multiplicar 123 por 45.

—¿Cómo se multiplica un número simple por otro simple?—Tomando por producto el producto que tienen en la tabla de multiplicar; ejemplo: 3 por 4 igual á 12.

—¿Cómo se multiplica un número compuesto por un simple?—Después de preparada la operación tomando por multiplicando el número compuesto y por multiplicador el simple. se ejecuta así la operación: primero se toman tantas veces las decenas del número compuesto, como diga el número simple con sus unidades, y se coloca debajo de las unidades el resultado; después se hace lo mismo con las decenas, con las centenas, etc., colocando debajo los resultados respectivos.

—¿En qué se funda esto?—En que multiplicamos sucesivamente cada una de las partes, y por consiguiente el todo.

—¿Cómo se multiplica un número compuesto por otro?—Se prepara primero la operación colocando el número que tiene menos cifras debajo del que tiene mas; se tira una raya debajo del que tiene menos cifras, que es el multiplicador: esta raya la tiramos para separar el multiplicador de los productos parciales. Después se multiplica todo el multi-

plicando por las unidades del multiplicador, y lo que resulte se pone debajo de la raya; en seguida se multiplica todo el multiplicando por las decenas del multiplicador, y las cifras que resulten se colocan debajo de las anteriores, pero cuidando de colocar la primera cifra debajo de las decenas del producto anterior, es decir, cuidando de correr la primera cifra un lugar hácia la izquierda; despues se multiplica por las centenas, y así sucesivamente, cuidando siempre de colocar la primera cifra de modo que vaya dejando un nuevo claro á la derecha. Hecho esto, se suman los productos parciales, y la suma dará el producto total.

Multiplicando 234		
Multiplicador $\times 56$		
Productos)	1404	Producto de las unidades.
parciales.)	1170.	Producto de las decenas.
Producto total	13104	

—¿Por qué cuando multiplicamos por las decenas ponemos la primera cifra que resulta debajo de las decenas?—Porque los sumandos tienen que ser homogéneos y nó lo serian sin esta colocacion. Cuando multiplicamos por las decenas tomamos las decenas el número de veces que nos dice la 1.^a cifra del otro factor, y es claro que lo que tomamos ha de ser decenas. Lo mismo podemos decir, con

corta diferencia, para dar razon de por qué corre-
mos otro lugar á la izquierda cuando multiplicamos
por las centenas, etc.

—¿Es lo mismo multiplicar unidades por dece-
nas, que multiplicar decenas por unidades?—Sí, se-
ñor; lo mismo es tomar 3 decenas cuatro veces, por
ejemplo, que tomar 4 unidades las veces que dicen
3 decenas, que son 30 veces.

—Se puede abreviar la operacion de multipli-
car?—Sí, señor: 1.º Cuando uno de los factores es
un 1 con ceros detrás de él; 2.º Cuando uno de los
factores, ó ambos terminan en cero ó ceros; 3.º Cuan-
do hay ceros entre los guarismos significativos del
multiplicador.

—¿Cómo se abrevia la multiplicacion cuando uno
de los factores es un 1 con ceros detrás?—Poniendo
los ceros á la derecha del otro factor.

ales de poner el cero).	centenas decenas unidades × 1 0	unidad de millar centenas decenas unidades (Despues de po- ner el cero).
----------------------------	--	---

—En qué se funda el multiplicar poniendo los

ceros?—En que cada parte del número que se multiplica queda hecha mayor el número de veces que nos proponemos.

		centenas	decenas	unidades
(Antes de poner los ceros).		2	3	4
	$\times$	1	0	0

decenas de millar	unidades de millar	centenas	decenas	unidades
2	3	4	0	0
(Después de poner los ceros).				

—¿Cómo se abrevia la multiplicación cuando uno de los factores ó ambos terminan en ceros?— Haciendo la multiplicación sin contar con los ceros, y poniendo después á la derecha del otro factor tantos ceros como haya al fin de ambos factores.

Multiplicando	2	3	4
Multiplicador	$\times$	6	0

Producto 1 4 0 4 0 cero añadido.

Multiplicando	2	3	4
Multiplicador	$\times$	6	0 0

Producto 1 4 0 4 0 0 ceros añadidos.

Multiplicando	2	3	4	0
Multiplicador	$\times$	6	0	0

Producto 1 4 0 4 0 0 0 ceros añadidos.

—¿En qué se funda el multiplicar así?— En que al prescindir de los ceros hacemos menor al producto el número de veces que lo hacemos mayor al añadirle los ceros: por esta razon no altera el producto.

—¿Cómo se abrevia la multiplicacion cuando hay ceros entre los guarismos significativos del multiplicador?— Se multiplica el multiplicando por las cifras significativas que haya á la derecha del multiplicador, y despues, sin hacer caso de los ceros, se pasa á multiplicar por las cifras significativas que haya á la izquierda de los ceros, teniendo cuidado de correr el primer producto á la izquierda un lugar mas por cada cero.

—¿En qué se funda el correr el lugar así?— En que siempre colocamos los productos parciales de modo que los sumandos sean homogéneos.

	<i>Abreviado.</i>	<i>Sin abreviar.</i>
Multiplicando	234	234
Multiplicador	$\times 407$	$\times 407$
Producto parcial	1638	1638
Producto parcial	936	9360
Producto total	95238	95238

—¿Cuándo usaremos de la multiplicación?— En muchos casos, pero los principales son dos:

1.º Cuando sepamos el valor de una cosa y queramos saber el de muchas.

2.º Cuando tengamos que reducir unidades superiores á inferiores.

— Cuando sepamos el valor de una cosa ¿cómo averiguaremos el de muchas?— Multiplicaremos lo que vale una cosa por el número de cosas

—¿Cuánto valen 34 metros á 3 escudos cada uno?— Multiplicaré los 34 metros por 3 escudos, y veo que importan 102 escudos.

34 metros	247 litros
á 3 escudos	á 6 escudos
<u>Importan 102 escudos.</u>	<u>Importan 1 482 escudos.</u>

678 kilogramos
á 6 milésimas
Importan 4.068 milésimas ó 4 escudos y 68 mils.

678 kilogramos
á 47 milésimas de escudo
4 746
2.712
Importan 31.866 milés. ó 31 escudos y 866 mils.

—¿Qué haremos cuando tengamos que reducir unidades inferiores á superiores?— Multiplicaremos las unidades inferiores por tantas como la mayor tiene de la menor.

—¿Cuántos pliegos hacen 324 resmas de papel?— Multiplicaré las 324 resmas por 500 pliegos que tiene cada resma.

DIVIDIR.

—¿Qué es dividir?—Es averiguar cuántas veces un número está contenido en otro: dividir 24 por 2, es ver cuántos doses hay en 24; dividir 24 por 3, por 4, por 6, etc; es ver cuántos treses, cuántos cuatros, cuántos seises, etc. hay en 24.

—¿Cuántos son y cómo se llaman los datos en la operacion de dividir?—Son dos, dividendo y divisor: dividendo es el que se divide; divisor es el número por el cual se divide. Si quiero dividir 8 por 4, cabe á 2; el 8 es el dividendo, el 4 el divisor; el 2 se llama cociente.

Dividendo	8		4	divisor.....	Un factor del 8.
	0		2	cociente....	Otro factor del 8.

—¿Qué es cociente?—El resultado de dividir.

—¿Cuál es el signo de dividir?—Dos puntos (:) que se leen dividido por: lo siguiente se lee 8 dividido por 4.

8 : 4

Tambien se indica la division poniendo el dividendo encima de una línea horizontal, y el divisor debajo así

8	dividendo.
—	
4	divisor.

—¿A qué equivale la division?—Á una resta abre-

viada: así es que dividir 8 por 2, equivale á buscar las veces que del 8 podemos quilar el 2:

Al 8 le quito un 2, quedan 6: (una vez).

Al 6 le quito otro 2, quedan 4: (dos veces).

Al 4 le quito otro 2, quedan 2: (tres veces).

Al 2 le quito otro 2, queda 0: (cuatro veces).

Vemos que el número de restas es el cociente.

Es claro que han de resultar 4 restas, porque dividir 8 por 2 es buscar cuantos doses hay en el 8, y ya sabemos que hay 4.

—¿Qué hay que tener presente al dividir?—Varias cosas; ahora diremos las siguientes:

1.ª Así que quepa el divisor en el primer dividendo parcial hemos de poner un punto despues de este dividendo parcial, y otro punto despues de cada una de las cifras que siguen en el dividendo: si concluida la division hay en el cociente tantas cifras como puntos hemos puesto, no nos hemos dejado ninguna cifra en el cociente.

2.ª Al principiar á dividir hemos de poner un punto en el dividendo despues de tantas cifras como tenga el divisor; si dividimos por una cifra tomaremos una; si por dos, 2; si por tres, 3; si por cuatro, 4; pero si no cabe tomaremos una cifra mas en el dividendo; así es que si dividimos por una cifra tomaremos dos; si dividimos por dos tomaremos tres, y así sucesivamente.

3.ª Nunca cabe de una vez si nó á 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ó 9; pero á mas que 9 nunca.

4.ª Siempre que se tome una cifra en el dividendo se pone otra en el cociente.

5.ª Para hallar el cociente al dividir por una cifra, se principia la tabla de multiplicar por aquella cifra hasta hallar un producto mayor que el dividendo parcial; el número que con el divisor nos dé un producto mayor que el cociente parcial, ese suele ser el cociente verdadero rebajándole una unidad. Si quiero saber á cuántos cabe 37 entre 4, digo así: 4 por 1, 4: 4 por 2, 8: 4 por 3, 12: 4 por 4, 16: 4 por 5, 20: 4 por 6, 24: 4 por 7, 28: 4 por 8, 32: 4 por 9, 36: con el 9 paramos del 33, pues cabe á 8.

—¿Cómo se ejecuta la operación de dividir cuando el dividendo es número compuesto y el divisor es número simple?—Se escribe el dividendo, y á la derecha, enfrente, poniendo una raya en medio, el divisor; debajo del divisor se tira otra raya para separarlo del cociente; se ve cuántas veces está contenido el divisor en el primer cociente parcial, y el número que nos dice cuántas veces, se pone por primer guarismo del cociente; se multiplica esta cifra por el divisor, y el producto se resta del dividendo parcial; se toma la cifra siguiente del dividendo y se pone á la derecha del residuo para que forme otro nuevo dividendo parcial con dicho residuo, y se procede como con el primer dividendo parcial: se continúa formando nuevos dividendos parciales con los residuos y la cifra siguiente, hasta que no haya mas cifras en el dividendo. El último residuo se pone á la derecha del cociente, encima de una raya, y debajo se coloca el divisor,

$$\begin{array}{r}
 \text{Dividendo } 18,6,7, \quad | \quad 8 \text{ divisor.} \\
 \underline{026} \quad 233 \quad 3 \\
 \quad 027 \quad \quad \quad 8 \text{ Cociente} \\
 \quad 0(3
 \end{array}$$

—¿Cómo se ejecuta la operación de dividir cuando el dividendo y el divisor son números compuestos?—Primero se prepara la operación según sabemos: después se toma el primer dividendo parcial; se prescinde de todas las cifras que están después de la primera cifra del divisor, y de igual número de cifras de la derecha del dividendo parcial; se ve cuántas veces está contenida la cifra que queda en el divisor, en las que quedan á la izquierda de dicho dividendo parcial, y se pone por primera cifra del cociente la que diga á cuantas cabe; se multiplica esta cifra por todo el divisor, y el producto se resta del dividendo parcial; con la cifra siguiente del dividendo y con el residuo se forma otro nuevo dividendo parcial, y así se continúa hasta que no haya más cifras que tomar del dividendo.

—¿Cuándo se ha puesto de más en el cociente?—Cuando el producto que resulta de multiplicar el cociente por el divisor es mayor que el dividendo.

—¿Cuándo se ha puesto de menos en el cociente?—Cuando después de multiplicar el cociente por el divisor nos quede un residuo igual que el divisor ó mayor.

—¿Se puede abreviar la operación de dividir?—

Sí, señor; 1.º Cuando hay que dividir por la unidad seguida de uno ó mas ceros: **2.º** Cuando el divisor acaba en ceros: **3.º** Cuando el dividendo y el divisor acaban en ceros.

—¿Cómo se abrevia la division cuando hay que dividir por la unidad seguida de ceros?—Se separan de la derecha del dividendo tantas cifras como ceros tenga la unidad despues de sí; las cifras que quedan á la izquierda en el dividendo expresan el cociente entero.

Dividendo 724 | 10 divis r.

El cociente entero, es 72; y el residuo 4; lo escribo así

$$\begin{array}{r} 4 \\ \hline 10 \end{array}$$

Dividendo 724 | 100 Divisor.

El cociente entero es 7; y el residuo es 24; lo escribo así

$$\begin{array}{r} 24 \\ \hline 100 \end{array}$$

—S. puede abreviar la operacion cuando hay que dividir por 10? —Sí señor; en este caso no hay

mas que con una coma ó con un punto separar una cifra de la derecha del dividendo: las cifras que quedan á la izquierda expresan el cociente entero; y la que queda á la derecha expresa décimas de las unidades del cociente.

—¿En qué se funda esta abreviacion?—Ya sabemos que las décimas valen 10 veces menos que las unidades; que las unidades valen 10 veces menos que las decenas; que las decenas valen 10 veces menos que las centenas; que las centenas valen 10 veces menos que las unidades de millar, etc.; pues bien; cuando separamos la cifra que hemos dicho, las unidades pasan á ser décimas; las decenas pasan á ser unidades; las centenas pasan á ser decenas; las unidades de millar pasan á ser centenas etc.; es decir que cada parte la hacemos 10 veces menor; y como lo que se hace con las partes queda hecho con el todo, el todo queda hecho 10 veces menor, ó sea dividido por 10. De un modo idéntico se demuestra la abreviacion de la division por la unidad seguida de mas ceros.

—¿Cómo se abrevia la division cuando el divisor termina en ceros?—Se cortan los ceros que hay al fin del divisor, y tambien se cortan del fin del dividendo tantas cifras como ceros hemos cortado en el divisor, y despues se ejecuta la operacion sin contar con los ceros ni con los guarismos cortados; pero las cifras cortadas las hemos de contar como parte del residuo, y ya sabemos qué colocacion se da al residuo, y los ceros cortados se han de considerar como parte del divisor para la colocacion dicha.

	Guarismo cortado.	Cero cortado.	
Dividendo	7, 2, (4	5 (0	Divisor.
	2 2	1 4	2 4
	0 2		<u>5 0</u>

724 dividido por 50: ha cabido á 14: han quedado 24 de residuo: escribo el 24 encima del 50, y pongo en medio una línea horizontal.

—¿En qué se funda el cortar los ceros y los guarismos dichos?—En que al prescindir de los ceros en el divisor hacemos el cociente tantas veces mayor como dice la unidad con los ceros cortados; y como al separar en el dividendo igual número de cifras como ceros cortados tenemos, hacemos el cociente el mismo número de veces mayor, resulta que el cociente no altera.

—¿Qué hacemos con el dividendo y con el divisor cuando en el uno separamos ó cortamos los ceros y en el otro los guarismos?—Dividimos el dividendo y el divisor por un mismo número.

—¿Qué sucede al cociente dividiendo el dividendo?—Queda dividido.

—¿Qué sucede al cociente dividiendo el divisor?—Queda multiplicado.

—¿Como se abrevia la division cuando el divi-

dendo y el divisor terminan en ceros?—Se borran en el dividendo y divisor tantos ceros como tenga el divisor, y se ejecuta la operacion sin contar con los cerros borrados.

—¿En qué se funda el borrar ó tachar los cercos?—En que dividimos el dividendo y el divisor por el número que dice la unidad con los ceros tachados y por consiguiente el cociente no altera.

—¿Por qué no altera?—Por que dividiendo el dividendo queda dividido el cociente, y dividiendo el divisor queda multiplicado el cociente.

Dividendo	7,2,00		300	Divisor.
	12		24	Cociente.
	00			
15,3,6,0,(0		3(0		
0000		5,120		
8,8,8,(800		7(000		
18		126	68	residuo.
048		70		divisor.
06				

—¿Es lo mismo cortar que tachar?—Ni de lo cortado ni de lo tachado se hace caso para dividir, pero lo cortado se pone á la derecha del cociente, en forma de quebrado, y lo tachado no

—¿Quando usaremos de la division?—1.º Cuando

tengamos que reducir unidades inferiores á superiores; como si queremos saber cuántos escudos hacen 1865 reales. 2.º Cuando se sabe el valor de muchas cosas y se quiere saber el de una; como si queremos saber lo que valdrá un metro habiendo costado 34 metros 1865 reales. 3.º Cuando se quiere hallar todos los factores de un número. 4.º Cuando se quiere hallar el máximo común divisor de dos números. 5.º Cuando se quiere reducir quebrados á un común denominador por el múltiplo menor. 6.º Cuando se quiere sacar la mitad, la 3.ª, la 4.ª, la 5.ª, la 6.ª, la 7.ª parte, etc. de un número.

—Cuando tengamos que reducir unidades inferiores á superiores ¿qué haremos?—Dividir las inferiores que nos den por tantas como la mayor tiene de la menor. Si quiero reducir por ejemplo, 1865 rs. á escudos, dividiré los 1865 rs. por 10, y saldrán 186 escudos y 5 rs. ó 5 décimas de escudo, ó 50 céntimos de escudo, ó 500 milésimas de escudo.

—¿Qué parte de escudo es un real?—Como el escudo tiene mil milésimas y el real es la décima parte de un escudo, puesto que un escudo es 10 rs., resulta que un real son 100 milésimas de escudo.

—¿Qué parte de escudo es un céntimo de real?—Como el real es décima de escudo, el céntimo de real es milésima de escudo.

—¿Qué parte de escudo es el maravedí?—Próximamente 3 céntimos de real, ó sean 3 milésimas de escudo.

—¿Se puede abreviar la division cuando hay que dividir por 10?—Sí, señor; en este caso no hay mas

que con una coma ó con un punto separar una cifra de la derecha del dividendo: las cifras que quedan á la izquierda expresan el cociente entero; y la que queda á la derecha expresa décimas de las unidades del cociente.

—¿Cuándo se sabe el valor de muchas cosas, cómo se averigua el de una? —Se divide el valor de las cosas por el número de ellas. Si queremos saber lo que valdrá un metro habiendo costado 34 metros 1856 rs., dividiremos el valor 1856 por el número de metros que es 34.

—¿Qué es factor de un número? —Otro número que está contenido exactamente en el 1.º cierto número de veces; 2 es factor de 6, porque el 2 está contenido exactamente 3 veces en el 6. También el 3 es factor de 6, porque el 3 está contenido 2 veces exactas en el 6. Cuando decimos la tabla de multiplicar nombramos primero un factor; después otro, y después el número, del cual son factores los dos primeros que nombramos. Estos dos números que nombramos primeramente son submúltiplos del que nombramos al fin, que es el múltiplo; ejemplo: 6 por 2 son 12. El 6 y el 2 son factores ó submúltiplos del 12 que es el múltiplo.

—¿Cómo se hallan todos los factores de un número? —Se escribe el número á la izquierda de una línea vertical: se divide el número por 2, su cociente por 2: este cociente por 2 y así sucesivamente mientras se pueda; luego por 3 y por 5 del mismo modo, poniendo los cocientes á la izquierda de la raya, y los divisores á la derecha; después se va multiplican-

exactamente por sí y por la unidad; como el 2; si puede dividirse además por otro número, es compuesto; como el 8 y el 9.

180	2—	120	2
90	2—	60	2
45	3	30	2
15	3	15	3
5	5	5	5
1	1	1	1

$$2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$$

—¿Qué es múltiplo menor? El número menor que contiene á los propuestos exactamente.

—¿Cómo se halla? Se descomponen los números dados en sus factores simples y despues se toman tantos factores comunes y diferentes como tenga el número que mas; se forma un producto, y este producto es el múltiplo menor.

—¿Cómo se reducen los quebrados á un comun denominador por el múltiplo menor? Se halla el múltiplo menor y despues se multiplican los dos términos de cada quebrado por el número que nos diga cuántas veces está contenido el denominador en el múltiplo menor.

—¿Cómo se saca la mitad, la 3.^a, la 4.^a, la 5.^a, la 6.^a, la 7.^a etc. parte de un número? La mitad, dividiendo por 2; la 3.^a parte, dividiendo por 3; la 4.^a parte, dividiendo por 4; la 5.^a por 5; la 6.^a por 6; la 7.^a por 7; la 8.^a por 8; la 9.^a por 9; la 10.^a por 10, y así sucesivamente.

SISTEMA DECIMAL Y MÉTRICO.

COMPARACIONES REPETIDAS CON OBJETOS COMUNES Y FAMILIARES AL DISCÍPULO, PRÁCTICA Y COMPROBACION CONSTANTE DE LO QUE SE ENSEÑA, HABLAR POCO Y PREGUNTAR MUCHO, HACER FORMAR IDEA DE LAS COSAS ANTES DE ENSEÑAR LOS NOMBRES: TALES SON LOS REQUISITOS PARA QUE SE COMPRENDA CON FACILIDAD EL NUEVO SISTEMA.

(Carderera.)

DE LOS QUEBRADOS Ó FRACCIONES DECIMALES.

—¿Qué son quebrados? Son aquellos números que expresan parte ó partes de la unidad. Parte, como cuando de cuatro en que se considera dividida tomamos una, y se escribe así $1\frac{1}{4}$ (un cuartillo); y partes, como cuando se considera dividida en las mismas y tomamos 3, y se escribe de este modo $3\frac{3}{4}$ (3 cuartillos). En los ejemplos anteriores el 1 y el 3 son los numeradores, y los cuatro los deno-

minadores; el numerador y denominador juntos se llaman términos del quebrado.

En todo quebrado hay numerador y denominador, si bien este no se escribe en los decimales, por que ya se sabe que es la unidad seguida de tantos ceros como guarismos tenga el numerador. Este, que es el que se pone encima de la raya, se llama así porque numera con sus unidades las partes que se toman del entero: el denominador, que se escribe debajo del numerador y de la raya que separa los términos del quebrado, dá nombre á las partes al mismo tiempo que dice en cuántas está dividido el entero.

—¿Cuántas especies de quebrados hay? Dos: comunes, como los anteriores, y decimales.

—¿Qué son quebrados decimales? Los que tienen por denominador 10, 100, 1.000 etc., es decir, la uidad seguida de tantos ceros como guarismos haya en el numerador.

—¿Cuál de estas dos especies de quebrados es la preferible? La de los decimales pues los quebrados comunes embarazan bastante los cálculos como consecuencia de que los denominadores, que varían en cada quebrado, no están sujetos á ninguna ley, al paso que en los decimales se observa una constante y uniforme. Los decimales pues, sirven para calcular los quebrados de un modo análogo á las operaciones de los enteros.

—¿Cómo se formará idea de los quebrados decimales? Concibiendo la unidad dividida en diez partes iguales, que se llaman décimas; cada décima en diez partes iguales, llamadas centésimas; cada centésima en diez partes tambien iguales, y se nombran milésimas de la unidad y continuando dividiendo las partes de este modo, resultarán las *diez milésimas, cien milésimas, millonésimas, diez millonésimas, cien millonésimas, mil millonésimas, diez mil millonésimas, cien mil millonésimas* etc. Fácilmente se comprenderá que estas partes van siendo de diez en diez veces menores, así como los órdenes del sistema de numeracion van siendo de 10 en 10 veces mayores.

El 1.^{er} lugar despues de las unidades y á la derecha de ellas es diez veces menor que la unidad, y está destinado para las. décimas.

El 2.^o lugar es diez veces menor que el primero, es decir, que las décimas, y está destinado para las.. . . . centésimas.

El 3.^{er} lugar es diez veces menor que el 2.^o, es decir, que las centésimas, y está destinado para las. milésimas.

El 4.^o lugar es diez veces menor que el 3.^o, es decir,

que las milésimas, y está destinado para las. . . diezmilésimas.

El 5.º lugar es diez veces menor que el 4.º, es decir, que las diezmilésimas, y está destinado para las. . . cienmilésimas.

El 6.º lugar que es diez veces menor que el 5.º, es decir, que las cienmilésimas, está destinado para las. . . millonésimas.

El 7.º, que es diez veces menor que el 6.º, para las. . . diezmillonésimas.

El 8.º, que es diez veces menor que el 7.º, para las. . . cienmillonésimas.

El 9.º, que es diez veces menor que el 8.º, para las. . . milmillonésimas.

El 10.º, que es diez veces menor que el 9.º, para las. . . diezmilmillonésimas.

El 11.º para las. . . cienmilmillonésimas.

El 12.º para las. . . billonésimas.

El 13.º para las. . . diezbillonésimas.

El 14.º para las. . . cienbillonésimas.

El 15.º para las, . . . milbillonésimas.

El 16.º para las. . . diezmilbillonésimas.

—¿Puede fijarse en los decimales su último lugar? Nó porque de izquierda á derecha van

siendo menores de diez en diez veces hasta el infinito, así como los enteros van siendo de derecha á izquierda de diez en diez veces mayores. En los decimales está fijado su primer lugar, que es el de las décimas; en los enteros el último, que es el de las unidades.

—¿Cómo se escriben los decimales? Á la derecha de las unidades, si las hay, se pone una coma, y luego se colocan las décimas, después las centésimas, en seguida las milésimas, siguiendo respectivamente las diez milésimas, cienmilésimas, millonésimas etc. Así como en el sistema de numeración van siendo mayores los órdenes de derecha á izquierda, en el sistema decimal van expresando los guarismos decimales partes de la unidad de diez en diez veces menores de izquierda á derecha.

Si se quiere expresar veinte y cinco enteros y cinco décimas, escribiremos 25,5

Si siete enteros y setenta y cinco centésimas, pondremos 7,75.

Si no hubiese enteros se pondrá antes de la coma un cero, indicador de esta circunstancia. Así, para escribir solo cinco décimas, se haría de esta manera 0,5.

También se pondrá un cero en el lugar que correspondería ocupar á la unidad de que se carece, si la hubiese.

Por esta razón, ocho enteros y cinco centésimas se escriben: 8,05, porque como el primer

lugar despues de las unidades y á la derecha de la coma, está destinado para las décimas y no las hay, se pone el cero en aquel lugar para que lo indique así.

Ocho enteros y cinco milésimas, se escriben: 8,005, porque el primer cero despues de la coma se pone para manifestar que en el presente quebrado no hay décimas, y el segundo para que se conozca que el lugar que ocupa es el que correspondería á las centésimas en el caso de haberlas.

¿Se puede expresar el denominador en los decimales? Si se quiere representar se pone la unidad seguida de tantos ceros como guarismos haya despues de la coma. Ejemplos:

$$\begin{array}{rcl}
 35,5 = 35\frac{5}{10} & | & 8,007 = 8\frac{7}{1000} \\
 0,6 = \frac{6}{10} & | & 0,094 = \frac{94}{1000} \\
 7,75 = 7\frac{75}{100} & | & 0,75 = \frac{75}{100} \\
 8,05 = 8\frac{5}{100} & | & 0,5 = \frac{5}{10}
 \end{array}$$

—¿Cómo se leen los decimales? Se leen primero los enteros, en el caso de haberlos, y en seguida los guarismos decimales, pronunciando

despues de ellos la denominacion que les corresponda. Ejemplos:

35,5 se lee treinta y cinco enteros y cinco décimas.

0,6 se lee cero enteros, seis decimas, ó solo seis décimas.

7,75, siete enteros y setenta y cinco centésimas, ó siete enteros, siete décimas y cinco centésimas.

8,05, ocho enteros y cinco centésimas.

0,045 cuarenta y cinco milésimas.

Los quebrados decimales, ¿mudan de valor cuando se ponen ceros á continuacion de los guarismos significativos? No, señor, ni tampoco cuando se quitan los ceros con que terminan.

—¿Por qué razon? Porque en el primer caso, es decir, cuando se ponen ceros á continuacion de los decimales, resultan multiplicados los dos términos del quebrado por 10, por 100, por 1000, por 10000 etc.; y en el segundo (que es cuando se quitan los ceros) resultan divididos por los mismos números, y un quebrado no altera su valor cuando se multiplican ó dividen sus dos términos por un mismo número.

Por esta razon tienen un mismo valor los quebrados:

$$0,25 \left(= \frac{25}{100} \right), 0,250 \left(= \frac{250}{1000} \right), 0,2500 \left(= \frac{2500}{10000} \right)$$

—¿Y cuándo los ceros se colocan entre la coma y los guarismos significativos? Entonces disminuye el quebrado decimal lo que vale la unidad seguida de tantos ceros como se hayan puesto. Ejemplo:

Si entre la coma y los guarismos decimales del quebrado 0,75 se pone un cero, se tendrá: 0,75 quebrado primitivo,

0,075 de un valor diez veces menor que el anterior, porque el cinco que representaba centésimas, marca milésimas; el 7 que expresaba décimas, manifiesta centésimas, y las décimas han quedado reducidas á cero: y ya se sabe que las milésimas son diez veces menores que las centésimas, estas otras diez veces menores que las décimas, y que lo que se hace con cada una de las partes queda hecho con el todo.

—¿Qué oficio desempeña la coma en los decimales? Además de servir, y este es su principal destino, para separar los enteros de los decimales, sirve tambien para hacer mayor ó menor un quebrado decimal las veces que se quiera, con tal que estas veces puedan representarse por la unidad seguida de ceros.

—¿Pues qué se hace con la coma para hacer mayor un quebrado decimal? Correrla á la derecha un lugar si el valor de aquel se quiere que sea diez veces mayor, dos si ciento, tres si mil, cuatro si diez mil etc. En general se

correrá la coma tantos lugares como ceros haya despues de la unidad.

Por ejemplo, el

quebrado primitivo

426,175

pasa á representar un valor de 10, 100, 1000 veces mayor de esta manera:

4261,75 10 veces mayor.

42617,5 100 veces mayor,

426175 1000 veces mayor,

porque comparando el quebrado primitivo

426,175 con este

4261,75,

se observa que el 5 que antes valía milésimas, ahora representa centésimas; el 7, que expresaba centésimas, ahora tiene el valor de décimas; el uno, que era representador de décimas, ahora lo es de unidades; el 6, que marcaba unidades, ha pasado á valer decenas; el 2, que valía decenas, vale centenas; el 4, que estaba representando centenas, manifiesta millares: y no admite duda que las 5 centésimas tienen un valor 10 veces menor que las 5 milésimas; las 7 décimas que las 7 centésimas; la unidad que la décima; las 6 decenas que las 6 unidades; las 2 centenas que las 2 decenas; y

las 4 unidades de millar que las 4 centenas, y que lo que se hace con cada una de las partes queda hecho con el todo. Cada una de las partes que constituyen el todo 426,175, se ha hecho diez veces mayor: luego 426,175 es diez veces menor que 4261,75, y por lo mismo 4261,75, diez veces mayor que 426,175.

Lo mismo pudiera demostrarse que el quebrado 42617,5 es cien veces mayor que el 426,175, y mil el entero 426175, etc.

—Y para hacer un decimal 10, 100, 1000 veces menor, ¿qué se hace con la coma? Correrla á la izquierda un lugar, ó dos, ó tres, ó mas, segun el objeto que nos propongamos. Debe pues correrse la coma á la izquierda tantos lugares como ceros haya en el otro factor.

Así, para que el valor del quebrado 1426,25 represente un valor diez veces menor, se correrá la coma un lugar hácia la izquierda, poniéndose por consiguiente entre el 2 y el 6, y quedará convertido en 142,625.

1426,25 quebrado primitivo.

142,625 de un valor diez veces menor que el primitivo.

14,2625 de un valor diez veces menor que el segundo, y ciento que el primero.

Efectivamente, corriendo la coma un lugar á la izquierda en el quebrado 1426,25, se transforma en este otro 142,625, pasando las 5 centésimas á ser milésimas, las 2 décimas á

ser centésimas, las 6 unidades á ser décimas, las 2 decenas á ser unidades etc.; y como las milésimas son diez veces menores que las centésimas, las centésimas que las décimas, las décimas que las unidades; y estas que las decenas etc., se nota que cada parte de las que constituyen el todo 1426,25 se hace menor; y por esta razon es innegable que el quebrado 142,625 es un décimo de este 1426,25.

—Los quebrados comunes ¿pueden reducirse á decimales? Si, señor, dividiendo el numerador del quebrado comun por su denominador; pero si el quebrado es propio este no está contenido en aquel, por lo que se pone un 0 en el cociente y despues una coma; se añade un 0 al dividendo y se hace la division del numerador juntamente con el 0 por el denominador; poniendo el cociente que resulte á la derecha del cero y de la coma; se multiplica este cociente por el divisor y el producto se resta del dividendo. Se añade otro cero á la resta y se vuelve á dividir el residuo de la division anterior juntamente con el cero puesto á su derecha por el mismo divisor; poniendo el cociente á la derecha del guarismo anterior, se torna á multiplicar y restar. Despues de añadir otro cero á la resta se hace nueva division, siguiendo añadiendo un cero por cada guarismo decimal que el calculador se proponga hallar hasta encontrar cociente exacto, si es que puede obte-

nerse, teniendo presente que si despues de añadir un cero al dividendo ó residuo no está contenido el divisor en aquel juntamente con el cero, se pondrá otro en el cociente, se añadirá uno al dividendo y se continuará dividiendo, y que en la generalidad de los casos es suficiente hallar tres guarismos decimales en el cociente.

Ejemplo: Para reducir á decimal el quebrado comun $5\frac{1}{8}$, se tomará el 5 por dividendo y el 8 por divisor, y se dirá: el 5 no cabe en el 8, por lo que se pone un 0 en el cociente y despues una coma: se añade otro cero al 5, y se observa que 50 entre 8 caben á 6, se pone un 6 en el cociente, se multiplica el

$$\begin{array}{r} 50 \quad | \quad 8 \\ \hline 0,625 \\ 020 \\ 040 \\ 00 \end{array}$$

6 por el 8, y el producto 48 se resta del dividendo 50, hallando que el residuo es 2. A este se añade un 0 y resulta 20, que dividido por 8 dá el cociente 2 y la resta 4. A la derecha de esta resta se pone otro cero y resultan 40, que dividiendo por 8 dan 5 de cociente; y despues de multiplicar este por el divisor y de restar el producto del dividendo, se halla que aquel es igual á este, por lo que no queda resta y se finá la reduccion del quebrado comun $5\frac{1}{8}$ á decimal, hallándolo representado por este 0,625 (0 enteros, 625 milésimas).

EJERCICIO.

El quebrado comun $\frac{1}{2} = \dots 0,5$

$$\frac{1}{4} = \dots 0,25$$

$$\frac{3}{4} = \dots 0,75$$

$\frac{1}{3} = \dots 0,333$ con una
pequeñísima diferencia, y por tanto despreciable.

$\frac{2}{3} = \dots 0,666$ (con otra
pequeña y despreciable diferencia.

$$\frac{1}{8} = \dots 0,125$$

$$\frac{5}{8} = \dots 0,825$$

$\frac{1}{12} = \dots 0,0833$ con una
diferencia despreciable.

En la reduccion de quebrados comunes á
decimales, ¿resulta siempre cociente exacto al
cabo de cierto número de divisiones? Unas
veces resulta cociente exacto y otras no. Re-
sulta cociente exacto cuando el denominador

tiene por únicos factores simples (d) al 2 ó al 5, ó algun múltiplo de estos números, y no en otro caso

Conseeuente este principio, los quebrados

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{1}{8}, \frac{3}{8}, \frac{3}{25} \text{ y } \frac{7}{8},$$

darán cociente exacto, y $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{9}$, y $\frac{3}{7}$ nó.

En efecto:

$$2=2 \times 1 \quad | \quad 6=2 \times 3$$

$$4=2 \times 2 \quad | \quad 9=3 \times 3$$

$$5=5 \times 1 \quad | \quad 7=7 \times 1$$

$$8=2 \times 2 \times 2$$

$$25=5 \times 5$$

(d) Factor simple es aquel que solo es divisible por si mismo y por la unidad: el 5, por ejemplo, es factor simple, porque solo da cociente exacto dividiéndolo por si mismo ó por la unidad. Factor compuesto es aquel número que además de ser divisible exactamente por si mismo y por la unidad, tiene otros divisores exactos: v. gr. el 8, el 27 etc; pues el 8 además de ser divisible exactamente por si mismo y por la unidad, lo es tambien por 2 y por 4: el 27 además de ser divisible por si mismo y por la unidad lo es por 3 y por 9.

Donde se ve que los denominadores de los primeros quebrados tienen la circunstancia que se ha referido para dar cociente exacto, y que los de los segundos carecen de ella.

—¿Cuántos casos ocurren en la reducción de quebrados comunes á decimales? Tres: que la fracción decimal sea exacta, que sea periódica, y que sea mixta ó en parte periódica y en parte no.

—¿Qué es fracción exacta? Cuando al reducir un quebrado común á decimal no queda residuo, á la fracción que resulta se le da el nombre de fracción exacta. Esto sucede cuando el denominador del quebrado tiene por factores simples el 2 ó el 5 y no otros: así se observa en este $1 = 0,25$

$$\frac{1}{4}$$

—¿Qué es fracción periódica? Cuando después de hecha alguna división sale por residuo el numerador del quebrado, y por consiguiente vuelven á repetirse en el cociente los mismos guarismos, resulta una fracción periódica. En la fracción periódica los quebrados cuyo denominador no tiene por factores simples ni el 2 ni el 5, como el $\frac{6}{11}$, de que resultan la fracción 0,545454 etc.

—¿Qué es fracción mixta ó en parte periódica y en parte no? La que sale después de reducir

á decimal un quebrado comun que tenga otros factores además del 2 ó del 5. El quebrado

$$\frac{5}{12} = 0,41666 \text{ etc.}$$

—¿Cómo se averigua el quebrado comun que produjo una fraccion decimal? 1.º Si la fraccion es exacta se le pone por denominador la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales tenga la fraccion, y despues se simplifica.

Ejemplo: $\frac{1}{4} = 0,25 = \frac{25}{100}$. Sacada la quinta

parte de ambos términos $= \frac{5}{20}$; divididos por

5 los términos de este quebrado $= \frac{1}{4}$.

2.º Si la fracion es periódica se ponen por denominador al período tantos nueves como cifras tenga el período, simplificándose despues el quebrado.

Ejemplo: $\frac{6}{11} = 0,545454 = \frac{54}{99}$ dividiendo por

3 los dos términos de este quebrado, $= \frac{18}{33}$; di-

vidiéndolos otra vez $= \frac{6}{11}$

3.º Si la fraccion es mixta ó en parte periódica y en parte no, se multiplica las cifra

no periódica por tantos nueves como partes tenga el período; sumando este producto con el período; la suma formará el numerador: el denominador serán tantos nueves como guarismos tenga el período y tantos ceros despues de los nueves como guarismos no periódicos haya. Ejemplo:

$$\frac{5}{12} = 0,41 \overline{666} \text{ etc.}$$

Parte no
periódica.
Período.

Por lo mismo $41 \times 9 = 369$

$$\begin{array}{r} 369 \\ + 6 \\ \hline \end{array}$$

375, que servirá de numerador: poniendo el denominador que dice la regla anterior, resulta el quebrado $\frac{375}{900}$. Di-

vidiendo por 3 los dos términos de este quebrado, se halla $\frac{125}{300}$: divididos los dos térmi-

nos por 5, sale su equivalente $\frac{25}{60}$: divididos

por el mismo número, sale su igual $\frac{5}{12}$.

DE LAS OPERACIONES DECIMALES.

SUMAR.

—¿Qué operaciones se hacen con los decimales? Las que se ejecutan con los enteros: se suman, restan, multiplican y dividen.

—¿Cómo se suman los decimales? Se colocan los sumandos unos debajo de otros de manera que se correspondan décimas con décimas, centésimas con centésimas, milésimas con milésimas etc., resultando forzosamente de esta colocacion que la coma de todos los sumandos forman columna: se tira una raya debajo de ellos, y despues se ejecuta la suma de los decimales como si fuesen números enteros, con solo la diferencia de que una coma que ha de ponerse en la suma forme columna con la de los sumandos.

Ejemplos: Si se quiere hallar la suma de $0,25 + 27,05 + 128,0146 + 0,5 + 44,75$, se colocarán los sumandos unos debajo de otros segun

aquí se vé: y despues de tirada la raya debajo de los sumandos, se dirá, empezando por la derecha: 6 es 6, que se coloca debajo de la raya y de modo que se corresponda con el 6 del sumando: se pasa á la columna siguiente y solo se halla un 4, que se pone á la izquierda del 6: continuando la tercera columna se

$$\begin{array}{r}
 0,25 \\
 27,05 \\
 +128,0146 \\
 0,5 \\
 44,75= \\
 \hline
 200,5646
 \end{array}$$

dice 5 y 5 son 10 y 1,11 y 5,16; y porque 16 centésimas componen 1 décima y 6 centésimas, ó sea porque en 16 se lleva 1, se coloca el 6 debajo de las centésimas, y la décima se añade á la columna de las décimas diciendo: 1 que llevo y 2 son 3, y 5, 8, y 7, 15: en 15 décimas hay una unidad y 5 décimas; pónense estas debajo de la raya marcando á su izquierda la coma para que forme columna con la de los sumandos, y con la unidad que se lleva se principia á ejecutar la adiccion de las unidades, y se continúa la operacion del propio modo y como si fuese de números enteros hallando que la suma es de 200,5646,=200 enteros y 5646 diez milésimas,=200 enteros, 5 décimas, 6 centésimas, 4 milésimas y 6 diez

$$\begin{array}{r}
 5646 \\
 \text{milésimas,}=200 \frac{5646}{10000}
 \end{array}$$

Súmense 24,37+6,0345+0,15+62,012.

Despues de hacerlo se halla la suma $92,567 = 92$ enteros y 567 milésimas porque es inútil escribir ceros á la derecha de los decimales; poniendo el cero tachado se tendría $92 \frac{5670}{10000}$, porque como

$$\begin{array}{r} 24,37 \\ 6,0345 \\ + 0,15 \\ \hline 62,0125 = \\ \hline 92,5670 \end{array}$$

queda dicho, el denominador en los decimales es la unidad seguida de tantos ceros como guarismos tienen aquellos; y como los quebrados no alteran aunque sus dos términos se dividan por un mismo número, dividiéndolos

$$\text{por } 10 \text{ se tendrá: } 92 \frac{5670}{10000} = 92 \frac{567}{1000} = 92,567.$$

RESTAR.

¿Cómo se restan los decimales? Se coloca el sustraendo debajo del minuendo de manera que las décimas de aquel formen columna con las de este, las centésimas con las centésimas, etc.; ó dicho de otro modo mas breve: se coloca el minuendo y despues el sustraendo, en tal disposicion, que las comas se correspondan; se tira una raya y se ejecutá la resta como en los números enteros, haciendo que la coma de

la resta se corresponda tambien con las otras dos.

Ejemplo: Uno debia 84 y $3\frac{1}{4}$ reales, pagó 71 y $1\frac{1}{4}$; ¿qué debe?

Reducidos los quebrados comunes $3\frac{1}{4}$ y $1\frac{1}{4}$ á decimales, se vé que son iguales el 1.º á 0,75, y el 2.º á 0,25.

Puesto el minuendo y colocado debajo de él, segun queda dicho, el sustraendo, se pasa á ejecutar la resta como en los enteros, y se halla que debe 13,5 rs.=13 reales y 5 décimas de real. Al unir los quebrados decimales 0,75 y 0,25 á los enteros 84 y 71, se ha prescindido del cero, porque este sirve para dar á entender que no hay enteros, y en el hecho de unirse á ellos desaparece este caso negativo.

$$\begin{array}{r} \text{Minuendo.} \quad 84,75- \\ \text{Sustraendo} \quad 71,25= \\ \hline \text{Resta.} \quad \dots 13,50 \\ \hline \text{Prueba} \dots 84,75 \\ \hline \end{array}$$

—Y cuando el minuendo y sustraendo no tienen un número igual de guarismos decimales, ¿qué se hace? Añadir un cero al minuendo por cada guarismo que tenga de más el sustraendo, supuesto este caso, ó al sustraendo si es el que tiene de ménos, y despues ejecutar la resta como queda dicho. Ejemplos:

—¿Qué diferencia hay entre los números 146 y $1\frac{1}{2}$ y 74 y $3\frac{1}{4}$?

Reducidos á decimales los quebrados $1\frac{1}{2}$ y $3\frac{1}{4}$, se obtiene del primero 0,5 y del segundo 0,75. Como en este ejemplo hay dos decimales en el sustraendo y uno en el minuendo, se pone un cero despues de las 5 décimas, y se halla que la diferencia que hay entre los números 146 y $1\frac{1}{2}$ y 74 y $3\frac{1}{4}$ es 71,75.

$$\begin{array}{r} \text{Minuendo.} \quad 146,50 \\ \text{Sustraendo} \quad 74,75 \\ \hline \text{Resta.} \quad \dots \quad 71,75 \\ \hline \text{Prueba} \quad \dots \quad 146,50 \end{array}$$

—De una pieza que tiraba 124 y $1\frac{1}{5}$ metros, se han cortado 72; ¿cuántos habrán quedado?
Respuesta 52,2.

$$\begin{array}{r} \text{Minuendo.} \quad \dots \quad 124,2- \\ \text{Sustraendo.} \quad \dots \quad 72,0= \\ \hline \text{Resta.} \quad \dots \quad 52,2 \\ \hline \text{Prueba.} \quad \dots \quad 124,2 \end{array}$$

NOTA. Tambien podia darse la regla siguiente para restar los quebrados cuando los datos no tienen igual número de guarismos decimales. En este caso uno ha de tener mas decimales que el otro: si el minuendo es el que los tiene, se ponen en la resta los guarismos decimales que este exceda al sustraendo, y despues se efectúa la resta (A. y B.) Si el sustraendo tiene mas que el minuendo, se resta el

primer guarismo de la derecha del sustraendo de 10 y todos los demás de 9 hasta llegar al primer guarismo del minuendo, el cual se considera con una unidad menos. (C. y D.)

$$\begin{array}{r}
 \text{A.} \\
 142,2 \text{ —} \\
 72, \text{ =} \\
 \hline
 70,2 \\
 \hline
 142,2 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{B.} \\
 126,833 \text{ —} \\
 45,5 \text{ =} \\
 \hline
 81,333 \\
 \hline
 126,833 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{C.} \\
 5.9.10 \\
 426, \text{ »} \\
 \text{— } 176,75 \\
 \hline
 \text{= } 249,25 \\
 \hline
 426,00 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{D.} \\
 5.14.10 \\
 146,5 \text{ »} \\
 \text{— } 74,75 \\
 \hline
 \text{= } 71,75 \\
 \hline
 146,50 \\
 \hline
 \end{array}$$

Como en C tiene dos decimales el sustraendo y el minuendo ninguno, se ha dicho: las 5 centenas no tienen con quien restarse; se pasa a tomar una décima para dividirla en centésima, y no la hay; se toma una unidad de las 6 del minuendo y que vale 10 décimas, de las que solo dejamos 9 por tener que dividir

la otra: como cada décima contiene 10 centésimas y no hay que hacer nueva distribucion, se dejan las 10 y se ha principiado la resta segun se vé, y descontando al 6 la unidad que se le ha quitado.

Como en D no hay centésimas en el minuendo, se quita una de las 5 décimas de él, la cual se descompone en sus 10 centenas que, por no pasar de centenas los decimales del sustraendo, se ponen todas encima de las centenas deeste y se principia la operacion restando las 5 de las 10 centenas: 7 décimas de 5, no se pueden restar, por lo que se quita una unidad que vale 10 de aquellas: juntando estas á las 4 que quedaron en el minuendo, son 14: se restan las 7 de las 14, se rebaja del 6 la unidad quitada, se continúa restando, y se halla la diferencia 71,75.

—¿Porqué los guarismos del sustraendo se restan primero de 10 y despues ya de 9, y por qué el primer guarismo del minuendo se considera con una unidad menos al llegar á él? Cada unidad de la izquierda vale 10 unidades respecto de las inmediatas de su derecha. Para que la resta se pueda efectuar se quita una unidad del primer guarismo de la derecha del minuendo; y valiendo, como vale, 10 unidades respecto de las que le siguen á la derecha, se dejan 9 para que la unidad que se reserva se

se pueda distribuir en otras diez unidades: puesto que la unidad que se ha reservado, y la que se reserve, vale 10 de las inferiores que le siguen, esta es la razón de continuar del propio modo dejando una unidad menos, es decir 9, hasta tanto que todos los guarismos del sustraendo tengan con quien corresponderse en el minuendo, y de que al concluir de disponer esta correspondencia se dejen 10 unidades en el minuendo, porque ya no hay que hacer nueva distribución.

MULTIPLICAR.

—¿Cómo se multiplican los decimales? Se prescinde de la coma y se multiplican del mismo modo que los enteros, separando de la derecha del producto tantos guarismos como decimales haya en ambos factores juntos; y en el caso de no haber suficientes en el producto, se pondrán ceros á la izquierda hasta completar los ceros que falten.

Ejemplos: ¿Cuánto importan 4 y $1\frac{1}{4}$ varas á 5 y $1\frac{1}{2}$ rs. vara?

resultan dos, se pone un cero á la

Como en el multiplicando y multiplicador hay tres decimales, se separan tres con una coma de la derecha del producto, es decir, de derecha á izquierda, y se halla que importan 23,375 reales. (23 rs. y 375 milésimas de real)=23 rs. y 12 maravedis.

$$1\frac{1}{4}=0,25$$

$$1\frac{1}{2}=0,5$$

$$4,25$$

$$5,5$$

$$2125$$

$$2125$$

$$23,375$$

El quebrado decimal 0,375 de de real se ha valuado segun la regla dada en la Aritmética mental para averiguar el valor de un quebrado decimal que se refiera al real.

$$12 \text{ m.}$$

—¿Cuánto importan $3\frac{1}{4}$ de cinta á $1\frac{1}{2}$ de real la vara?

Como en el multiplicando y multiplicador hay tres guarismos decimales, se separan tres del producto; y como á la izquierda no queda ningun guarismo se pone un cero delante de la coma para que se conozca que en el producto no hay enteros.

$$3\frac{1}{4}=0,75$$

$$1\frac{1}{2}=0,5$$

$$0,375$$

$$12 \text{ m.}$$

—¿Qué producto dá $0,25 \times 0,2$?

Como en los dos factores hay tres guarismos decimales, deben separarse en el producto de derecha é izquierda otros tres; mas como solo

$$0,25$$

$$\times 0,2$$

$$0,050$$

izquierda del 5 y despues de la coma, y otro ántes de esta para hacer ver que no han resultado enteros. Da de producto 0,050. Tachado el cero con que termina el decimal por ser inútil escribir ceros al fin de los decimales,

$$\text{resulta } 0,05 = \frac{5}{100}$$

—¿Puede abreviarse en algun caso la multiplicacion de los decimales? Sí, señor. Cuando haya que multiplicar por la unidad seguida de ceros se corre la coma á la derecha un lugar por cada guarismo que haya despues de la unidad; de modo que para multiplicar por 10 se correrá un lugar, dos para multiplicar por 100, tres para hacerlo por 1000 etc.

Ejemplos: Á cada uno de 10 pobres se han entregado 76,25 rs. ¿cuánto es lo repartido?

$$76,25 \times 10 = 762,5.$$

Como despues de la unidad hay un cero, se ha corrido la coma un lugar á la derecha, y se ha hallado que el total de lo repartido es 762,5 reales (762 rs. y 5 décimas de real.)

84,75 X 100, ¿qué producto dá?

$$84,75 \times 100 = 8475.$$

Despues de la unidad hay dos ceros: esta es la razon de que la coma se haya corrido dos lugares á la derecha, resultando por consi-

guiente averiguado el producto que dá
 $84,75 \times 100$, que es 8475.

DIVIDIR.

—¿Cómo se dividen los decimales? Se hace que el dividendo y divisor tengan un mismo número de guarismos decimales, si es que no los tienen, aumentando á la derecha del que tenga menos los ceros que sean necesarios para igualarlos, y se dividen lo mismo que los enteros, sin hacer caso de las comas. Concluida la division se pone una coma despues del último guarismo del cociente; y el residuo, que en la division de números enteros se pone á la derecha del cociente en forma de quebrado, se reduce á decimal, esto es, se le añade un cero; se vé las veces que el divisor está contenido en el residuo juntamente con el cero: el número que exprese las veces se pone en el cociente á la derecha de la coma; se multiplica este número por el divisor, se resta el producto del dividendo, y se sigue añadiendo ceros y dividiendo de la propia manera hasta que se saquen los decimales que se quiera, que para la generalidad de los casos son tres mas que suficientes.

Ejemplos: Entre 24 y 1½ acciones de mina

hay que repartir 985 y 1½ rs.; ¿qué corresponde pagar por cada accion?

Colocado el dividendo 985,5, tirada una raya, y puesto sobre ella el divisor 24,5, se ejecuta la division como si fuera de números enteros y sin hacer caso de las comas: concluida esta division se pone

$$1\frac{1}{2} = 0,5$$

985,5		24,5	
00550		40,224	
0600		7 m.	
1100			
0120			

ne una coma á la derecha del 40, se añade un cero á la del residuo 55, se efectua la division del 550 por el divisor 24,5, se pone 2 por cociente á la derecha de la coma, á la resta 60 se añade otro cero, se hace nueva division, y el 2 que resulta se pone á continuacion del anterior, y de esta manera se sigue aumentando ceros y ejecutando divisiones hasta obtener los decimales que se quieran. Resulta que corresponde pagar 40,224 rs., = 40 rs. y 224

milésimas de real, = $40 \frac{224}{1000}$ rs., = 40 rs. y 7 maravedis por cada accion.

—¿Qué cociente se halla dividiendo 124 y 3¼ por 8 y 1½?

Como en el dividendo hay dos guarismos deci-

$$3\frac{1}{4} = 0,75$$

$$1\frac{1}{2} = 0,5$$

males y en el divisor uno solo, se pone un 0 á la derecha de este: se ejecuta la division haciendo uso de la abreviacion que ofrece ei terminar el divisor en cero, y que se enseña al aprender esta 4.^a regla

$$\begin{array}{r|l} 1247(5 & 8,7(0 \\ 039(7 & 14,676 \\ \hline 05750 & \\ 0650 & \\ 0550 & \\ 040 & \end{array}$$

de números enteros, y se halla el producto 14

$\frac{575}{850}$. Para reducir este quebrado comun á de-

cimal se ha añadido un cero al numerador, y como el dividendo y divisor terminaban en ceros, se ha seguido la abreviacion que para este caso se enseña en la division, tachando en su consecuencia los ceros, aunque lo mismo hubiera sido no poner el cero del dividendo y tachar el del divisor. De modo que despues de reducido el quebrado comun á decimal se ha encontrado el cociente 14,676.

Cuando en el divisor hay menos decimales que en el dividendo, no hay necesidad de añadir á aquel tantos ceros como guarismos haya de diferencia, sino hallar el cociente sin aumentarlos, y separar de derecha á izquierda de él los que el dividendo exceda al divisor.

Ejemplo:

Hallado el cociente 146, se ha separado con una coma el 6, porque en el dividendo se notan dos decimales y en el divisor uno: despues se ha añadi-

$$\begin{array}{r|l} 124,75 & 8,5 \\ \hline 0397(5 & 14,676 \\ 05650 & \\ 00550 & \\ 040 & \end{array}$$

do un cero al resíduo 65, se ha hecho nueva division, y lo propio se ha ejecutado con el 55, hallando que el cociente de esta division es igual al de la anterior.

—24,75 metros de paño han costado 1055 reales ¿á cómo se ha pagado cada metro?

Como en el divisor hay dos decimales y en el dividendo ninguno, se pone coma despues de los guarismos de este y á su derecha, se añaden dos ceros y se ejecuta la division segun queda dicho. De ella resulta que cada metro se ha pagado á 42 rs. y 22 maravedis.

$$\begin{array}{r|l} 1055,00 & 24,75 \\ \hline 006500 & 42,66 \\ 16500 & 22 \text{ m.} \\ 016500 & \\ 01650 & \end{array}$$

—Se puede abreviar en algun caso la division de los decimales? Sí, señor: cuando el divisor es la unidad seguida de ceros queda ejecutada la division con solo correr la coma á la izquierda tantos lugares como ceros haya despues de la unidad.

Si se quiere dividir 84,75 por 100, se tendrá

el cociente, 0,8475, porque habiendo dos ceros en el divisor, dos lugares se ha corrido la coma á la izquierda del dividendo; y como no resulta ningun entero, se ha puesto un cero y una coma.

VALUAR DECIMALES.

—¿Cómo se valúan los decimales? Se multiplica la fraccion decimal por el número que exprese las veces que la unidad de especie inferior inmediata esté contenida en la superior á que se refiere el decimal, separando con una comade derecha á izquierda del producto tantos guarismos como haya en el decimal: los enteros que quedan á la izquierda de la coma son de la especie inferior dicha; y la nueva fraccion que resulte se valuará del mismo modo en la especie inferior mas próxima, y así se continuará valuando las fracciones hasta hallar la especie ínfima.

—¿Qué es simplificar quebrados? Simplificar quebrados es buscar otros de igual valor: pero que sus términos sean mas pequeños: se funda en que un quebrado no altera de valor aunque sus dos términos se dividan por un mismo número.

—¿Cómo se simplifican los quebrados? Cuando los dos términos de un quebrado acaban en

cero ó guarismo par, es divisible por 2; como el $\frac{20}{40}$, y el $\frac{2}{4}$. Cuando los dos acaban en cero ó 5, ó el uno en cero y el otro en 5, es divisible por 5; como $\frac{20}{40}$, $\frac{25}{45}$, $\frac{25}{40}$, $\frac{20}{45}$. Cuando los guarismos del numerador y los del denominador sumados separadamente dan 3 ó un múltiplo de 3, es divisible el quebrado por 3; como $\frac{12}{21}$, $\frac{24}{45}$.

—¿Qué es sistema métrico? Sistema métrico es un nuevo arreglo general de pesas y medidas, establecido sobre un tipo invariable y uniforme, y de una contabilidad que guarda completa armonía con nuestra numeracion. Se llama métrico, porque su base es el metro.

—¿Es útil el sistema métrico? El sistema métrico es muy útil, porque está fundado en la naturaleza; porque las multiplicaciones y divisiones se hacen tan solo con correr la coma; porque se asciende y descende siempre de 10 en 10; por la uniformidad que ha de resultar de su uso; y en fin, porque es un sistema.

—¿Qué es sistema? Sistema es un conjunto de reglas ó principios enlazados entre sí sobre alguna materia.

—¿Cuáles son las unidades principales del

sistema métrico? El metro para las medidas de longitud; el área para las superficiales; el litro para los líquidos y áridos, y el kilogramo para las de peso. Miria, Kilo, Hecto y Deca, sirven para formar los múltiplos: son palabras griegas: deci, centi, mili, sirven para formar los submúltiplos; son palabras latinas.

—¿Qué es múltiplo y qué es submúltiplo? Múltiplo de un número es el que contiene exactamente, y submúltiplo el que está contenido exactamente; el 8 es múltiplo, el 2 submúltiplo.

Nuevas medidas y pesas legales.

MEDIDAS LONGITUDINALES.

UNIDAD USUAL. *El metro*, igual á la diez millonésima parte de un cuadrante de meridiano desde el polo del Norte al Ecuador.

SUS MÚLTIPLOS. El decámetro=diez metros.

El hectómetro=... . cien metros.

El kilómetro=... . mil metros.

El miriámetro=... . diezmil metros.

SUS DIVISORES. *El decímetro*=un décimo del metro.

El centímetro = un centésimo del metro.

El milímetro = un milésimo del metro.

MEDIDAS SUPERFICIALES.

UNIDAD USUAL. El *área*, igual á un cuadro de *diez metros* de lado, ó sea á *cien metros* cuadrados.

SUS MÚLTIPLOS. La *hectárea* ó *cien áreas*, igual á *diezmil metros* cuadrados.

SUS DIVISORES. La *centiárea* ó el centésimo del *área*, igual al metro cuadrado.

MEDIDAS DE CAPACIDAD Y ARQUEO PARA ÁRIDOS Y LÍQUIDOS.

UNIDAD USUAL. El *litro*, igual al volúmen del decímetro cúbico.

SUS MÚLTIPLOS. *El decálitro* = diez litros.

El hectólitro = cien litros.

El kilólitro = mil litros, ó una tonelada de arqueo.

SUS DIVISORES. *El decilitro* = un décimo de litro.

El centilitro = . un centésimo de litro.

MEDIDAS CÚBICAS Ó DE SOLIDEZ.

El *metro cúbico* y sus divisiones.

MEDIDAS PONDERALES.

UNIDAD USUAL. El *kilógramo* ó mil gramos, igual al peso en el vacío de un decímetro cúbico, ó sea un litro de agua destilada y á la temperatura de cuatro grados centígrados.

SUS MÚLTIPLOS. *Quintal métrico* = cienmil gramos.

Tonelada de peso = Un millon de gramos igual al peso del metro cúbico de agua.

SUS DIVISORES. *Hectógramo* = cien gramos.

Decágramo — diez gramos.

Gramo = peso de un centímetro cúbico, ó sea mililitro de agua.

Decígramo = un décimo de gramo.

Centígramo = un centésimo de gramo.

Milígramo = un milésimo de gramo.

— ¿Cuáles son las unidades del sistema métrico?

El metro de las longitudinales.

El área de las superficiales,

El litro de las de líquidos y áridos.

Y el gramo de las ponderales ó de peso.

—¿Porqué el metro, área, litro y gramo se llaman unidades principales? Porque de cada una de ellas salen las demás de su misma especie. El metro dá origen á todas las medidas longitudinales, pues diez metros forman el decámetro, 100 el hectómetro, 1000 el kilómetro y 10.000 el miriámetro. Haciendo 10 partes iguales el metro se tiene el decímetro, haciendo ciento el centímetro y haciendo mil el milímetro. Las otras medidas se forman de la misma manera. El metro, área, litro, y gramo se llaman tambien unidades principales porque anteponiendo á estas unidades las palabras deca, hecto, kilo y miria, deci, centi y mili resulta la nomenclatura del sistema métrico:

—¿Qué hay que advertir sobre las palabras: deca, hecto, kilo y miria? Que son cuatro palabras griegas que significan: deca, diez: hecto ciento: kilo mil y miria diez mil; y que sirven para formar los múltiplos de la unidad á que se juntan.

—¿Qué hay que advertir sobre las palabras: deci, centi y mili? Que son tres palabras latinas que significan: deci décima parte ó de diez partes iguales una, centi centésima parte ó de cien partes iguales una, y mili milésima

parte ó de mil partes iguales una; y que sirven para formar los submúltiplos de la unidad á que se juntan.

—¿Qué diferencia hay entre múltiplo y submúltiplo? El múltiplo tiene mayor valor que el submúltiplo; el múltiplo contiene, el submúltiplo está contenido. Dejamos dicho que las palabras deca, hecto, kilo y miria sirven para formar los múltiplos, y que con deci, centi y mili se forman los submúltiplos. Luego la expresion numérica que lleve una de las cuatro palabras es mayor que la que tenga una de las tres segundas. Según este principio el decámetro por ejemplo, tiene mayor valor que el decímetro que el centímetro y que el milímetro, pues lleva la palabra deca que es una de las cuatro primeras.

—En lugar de decir diez metros, cien metros, mil metros, diez mil metros, ¿puede usarse de otras expresiones igualmente numéricas? Sí, señor; una vez que deca significa diez, hecto ciento, kilo mil y miria diez mil, puede usarse de estas: por los diez metros, decámetro: por los ciento hectómetro: por los mil kilómetro; y por los diez mil miriámetro.

—¿De qué modo se enunciarán cien áreas? Anteponiendo á la unidad área la palabra hecto que significa ciento, y diciendo hectárea.

—Las expresiones diez litros, cien litros, mil

litros, ¿por cuáles pueden reemplazarse? Por estas: diez litros por la palabra decálitro: cien litros, por la palabra hectólitro: y mil litros por la palabra kilólitro.

—¿Qué quiere decir decágramo, hectógramo y kilógramo? Descomponiendo estos nombres compuestos en sus dos simples, resulta: deca-gramo, hecto-gramo y kilo-gramo: ya se ha dicho que las palabras deca, hecto y kilo valen 10, 100 y 1000 respectivamente. De consiguiente decágramo quiere decir 10 gramos, hectógramo 100 gramos, y kilógramo 1000 gramos.

—¿Expresa V. un décimo del metro, un centésimo y un milésimo con palabras técnicas del sistema métrico? Lo haré diciendo: decímetro. (10.^a parte del metro) centímetro (100.^a parte del metro) milímetro. (1000.^a parte del metro.)

—¿Qué quiere decir centiárea? Como esta voz lleva antepuesta la palabra centi que significa centésima, se infiere que centiárea quiere decir centésima parte del área.

—¿Qué significan las voces decílitro y centilitro? Deci, significa décima parte, luego decílitro décima parte del litro: centi centésima parte, luego centilitro centésima parte del litro.

—¿Y estas: decígramo, centígramo y milígramo? Decígramo, como es de inferir; décima parte del gramo: centígramo centésima parte

del mismo; y milígramo milésima parte, ó de mil partes iguales una.

Reasumiendo lo dicho, decámetro quiere decir 10 metros, decálitro 10 litros, decágramo 10 gramos. Hectómetro 100 metros, hectárea cien áreas, hectólitro cien litros, hectógramo cien gramos. Kilómetro mil metros, kilólitro mil litros, kilógramo mil gramos. Miriágramo diez mil gramos. Decímetro décima parte del metro, decílitro décima parte del litro, decígramo décima parte del gramo. Centímetro centésima parte del metro, centiárea centésima parte del área. centílitro centésima parte del litro, centígramo centésima parte del gramo. Milímetro milésima parte del metro, milígramo milésima parte del gramo.

Un múltiplo con la palabra deca tiene un valor 10 veces menor que con la palabra hecto: el múltiplo que lleva la palabra ki'o tiene un valor 10 veces mayor que el que vá acompañado de la palabra miria. De modo que el decámetro, por ejemplo, representa un valor 10 veces mas inferior que el hectómetro, 100 que el kilómetro y 1000 que el miriámetro. El hectómetro vale 10 veces mas que el decámetro, 10 menos que el kilómetro, y 100 que el miriámetro. El valor del kilómetro es 100 veces mayor que el del decámetro, 10 que el del hectómetro, y 10 veces menor que el del miriámetro. El de este es 1000 veces mayor que

el del decámetro, 100 que el del hectómetro, y 10 que el del kilómetro.

—Y sobre los submúltiplos? Un submúltiplo con la palabra deci representa un valor 10 veces mayor que con la palabra centi: el submúltiplo que principia con la palabra centi marca un valor 10 veces mayor que aquel que comienza con la palabra mili. Como consecuencia de esto el decímetro por ejemplo vale 10 veces mas que el centímetro, y el centímetro es 10 veces mayor que el milímetro.

—¿Qué mas debe observarse sobre las palabras deca, hecto, kilo y miria con que principian los múltiplos, y sobre estas deci, centi y mili con que se forman los submúltiplos? Que las palabras deca, hecto, kilo y miria tienen su origen siendo la primera 10 veces mayor que la unidad, y las siguientes aumentando su valor de 10 en 10 veces respecto de su anterior: y que las palabras deci centi y mili, con que se forman los submúltiplos, tienen su principio al contrario que las de los múltiplos. Las de los múltiplos tienen su origen aumentando, las de los submúltiplos disminuyendo: las de los múltiplos aumentan su valor de 10 en 10 veces respecto del múltiplo anterior, las de los submúltiplos disminuyen tambien de 10 en 10 veces respecto del submúltiplo anterior.

—¿Cómo se conocerá cuántas veces mayor es un múltiplo que otro? Para responder á esta

pregunta señalaremos primero el valor de cada múltiplo.

Miria vale 10.000 unidades.

Kilo. 1.000 id.

Hecto. 100 id.

Deca. 10 id.

Hecho esto se atiende á los ceros que tiene el de menor valor, se quitan estos ceros del de mayor valor, y el número que queda expresa cuantas veces es mayor que el otro.

Ejemplo: Si queremos saber cuanto vale mas miria que deca, se atiende á los ceros que hay en la palabra de menor valor que es deca, se observa que uno, se hace abstraccion de este cero en la palabra miria, y se halla que esta vale 1000 veces mas que aquella.

—¿Déme V. una regla para hallar cuántas veces mayor es un submúltiplo que otro? Aquí la tiene V. Sabiendo que

Deci representa 10.^a parte,

Centi. 100.^a id. y

Mili. 1000.^a id.

se vé cuántos ceros hay en el de mayor valor, se quitan estos ceros del de menor, y lo que queda en este dice cuantas veces es menor que el otro.

Ejemplos: El centi vale 10 veces menos que el deci, pues en el deci hay un cero y en el centi dos. Tenemos.

Deci. 10.^a parte.

Centi.. . . . 100.^a id.;

luego quitando del centi el cero del deci, vemos que aquel vale 10 veces menos que este.

El deci marca un valor 100 veces mayor que el mili, pues.

Deci. 10.^a parte

Mili. 1000.^a id.:

quitando del mili el cero del deci, queda 100, número que dice que este vale 100 veces mas que aquel.

—¿Cómo se conocerá la diferencia de valor entre un múltiplo y un submúltiplo? Antes de responder á esta pregunta consignaremos aquí 1.º el valor de los múltiplos, y despues el de los submúltiplos.

VALOR DE LOS MÚLTIPLOS.

Miria. . . 10.000 unidades de la especie de aquella á que se antepone.

Kilo. . . . 1.000 idem de la especie de aquella á que se antepone.

Hecto. . . 100 idem de la especie de aquella á que vá antepuesta esta palabra.

Deca . . . 10 idem de la especie de aquella á que vá antepuesta esta palabra.

DE LOS SUBMÚLTIPLOS.

Deci . . . 10.^a parte de la unidad á que se antepone.

Centi . . . 100.^a parte de la unidad á que se antepone.

Mili . . . 1.000.^a parte de la unidad á que se antepone.

Conocido ya el valor de los múltiplos y el de los submúltiplos, los ceros que haya en el valor del submúltiplo se agregan al del múltiplo: el número que resulte dice cuántas veces mayor es el múltiplo.

Ejemplos: Si se quiere saber cuántas veces mayor es el *miria* que el *deci*, como en este hay un cero, se agrega al valor del múltiplo y averiguamos que un *miria* representa un valor 100.000 veces mayor que un *deci*.

Si se quiere comparar el *deci* con el *deca*, se hallará, despues de poner el cero del *deci* al *deca*, que este es 100 veces mayor que aquel.

Si el *kilo* con el *centi*, que aquel es 100.000 veces mayor que este, ó que el kilo tiene 100.000 centi.

TABLA GENERAL DEL SISTEMA MÉTRICO.

El <i>miria</i> tiene.	10 kilo.
El <i>kilo</i>	10 hecto.
El <i>hecto</i>	10 deca.
El <i>deca</i>	10 unidades.
La <i>unidad</i>	10 deci.
El <i>deci</i>	10 centi.
El <i>centi</i>	10 mili.
El <i>mili</i>	1 mili.

El *miria* es. . 10 kilo, = 100 hecto, = 1000 deca, = 10.000 unidades, = etc.

Múltiplos.	Miria	} Griegas.
	Kilo	
	Hecto	
	Deca	

Metro. Litro. Area. Gramo (unidades.)

Submúltiplos.	deci	} Latinas.
	centi	
	mili	

EQUIVALENCIAS.

- { Una vara—0,84. Ningun metro y 84 centíms.
- { De otro modo—0,836. Ningun M. y 836 milís.
- { 2 libras—1 Kilógramo.
- { 1 libra—0,46. Ningun kilógr, 46 decágr.
- { 1 cántara de vino—16 litros y 133 milís.
- { 2 libras de aceite—1 litro de aceite.
- { 1 arroba de aceite—12 litros 563 mililitros.
- { 1 fanega de trigo—55 litros y 5 decílitros.
- { 1 fanega superficial—64 áreas.
- { De otro modo—64 áreas y 40 centiáreas.
- { 5 metros—6 varas.
- { 1 metro—1 vara y 196.308 millonésima de vr.
- { 37 litros—8 celemines.
- { 1 litro de grano—0 fg. y 01.802 cien milímetros de fanega.
- { 6 kilógramos—13 libras.
- { 1 kilógramo—2 libras y 174 mils. de libra.
- { 1 litro de vino—2 cuartillos de vino.
- { De otro modo.—Ninguna cántara y 0,062 milésimas de cántara.

—¿Cómo se reduce un número de pesas ó medidas antiguas á las del sistema métrico? Multiplicando las antiguas que nos den por lo que vale una de ellas en el sistema métrico.

—¿Cómo se reduce un número de pesas ó medidas métricas al sistema antiguo? Multiplicando las métricas que nos den por lo que vale una de ellas.

—¿Cómo se suma, se resta, se multiplica y se divide en el sistema métrico? Del mismo modo que en los decimales.

—El gramo ¿es unidad de peso? Para el método sí, señor, pero en la práctica se usa el kilogramo porque el gramo es una pesa muy pequeña, .

--¿Cuál es la unidad de la moneda? Antes fué el real, despues el escudo y actualmente es la peseta.

ABREVIATURAS.

M. . . .	Metro.	dm. . . .	<i>decímetro.</i>
L. . . .	Litro.	cm. . . .	<i>centímetro.</i>
A. . . .	Área.	mm. . . .	<i>milímetro.</i>
G. . . .	Gramo.	Mm. . . .	<i>Miriámetro.</i>
Mm. . . .	<i>Miriámetro.</i>	Kl. . . .	<i>Kilólitro.</i>
Km. . . .	<i>Kilómetro.</i>	Hl. . . .	<i>Hectólitro.</i>
Hm. . . .	<i>Hectómetro</i>	Pl. . . .	<i>Decálitro.</i>
Dm. . . .	<i>Decámetro.</i>	dl. . . .	<i>decilitro.</i>

cl. . . .	<i>centilitro.</i>	Dg. . .	<i>Decágramo.</i>
ml. . .	<i>mililitro.</i>	dg. . .	<i>decígramo.</i>
H. ^a . . .	<i>Hectárea.</i>	cg. . .	<i>centígramo.</i>
c. ^a . . .	<i>centiárea.</i>	mg. . .	<i>milígramo.</i>
Kg. . .	<i>Kilógramo.</i>	Tp.	Tonelada de peso
Hg. . .	<i>Hectógramo.</i>	Qm.	Quintal métrico.

REDUCCIONES MÉTRICAS.

—¿Cómo harémos que una cantidad métrica que tiene una denominacion tenga otra que equivalga á la primera? Valiéndonos de la clave que hay en el fólío 94 de esta obra.

—¿Qué harémos con arreglo á dicha clave? Lo primero verémos en qué línea está la denominacion que nos dán; y despues atenderémos á la línea en que está la denominacion que buscamos. Si desde la primera denominacion hay que bajar en la clave para encontrar la segunda, se multiplica, y si hay que subir se divide.

—¿Por qué se multiplica cuando se baja en la clave? Porque reducimos unidades superiores á inferiores.

—Por qué se divide cuando se sube en la clave? Porque reducimos unidades inferiores á superiores.

—¿Cómo se multiplica en el caso de multiplicar? Corriendo la coma á la derecha.

—¿Cómo se divide en el caso de dividir? Corriendo la coma á la izquierda.

—¿Cuántos lugares hay que correr la coma? Tantos como nos diga el número de líneas que hay de distancia desde una á otra denominación.

—Y si no hay coma? Considerarémós que está al fin.

APLICACIONES DE LO DICHO.

Queremos reducir 7975,25 metros á kilómetros. Desde metros á kilo se sube en la clave; pues hay que correr la coma á la izquierda; hay tres líneas de distancia; tres lugares hay que correrla. Tenemos que

7975,25 metros hacen

7,97525 kilómetros.

Tenemos que reducir 74,9 Kilógramos á Hectógramos. De Kilo á Hecto se baja; hay que correr la coma á la derecha; dos lugares bajamos, pues dos lugares hay que correrla.

74,9 Kilógramos hacen

7490 Hectógramos: hemos puesto un cero al fin porque habia que correr la coma dos lugares á la derecha y solo teníamos una cifra.

RAZONES Y PROPORCIONES.

Razon es el cociente de dos números. La razon de 9 y 3 es 3, porque 9 entre 3 cabe á 3. La razon de 3 y 5 es $3\frac{1}{5}$, porque 3 entre 5 no cabe á ningun entero, sino á $3\frac{1}{5}$. El 9 se llama antecedente y el 3 consecuente. La razon se puede comparar á una division: entonces el 9 sería el dividendo y el 3 el divisor. Tambien puede compararse á un quebrado: entonces el 9 sería el numerador y el 3 el denominador. La razon se escribe con dos puntos entre el antecedente y el consecuente: estos dos puntos se leen *es á*. La razon está en razon directa del antecedente, é inversa del consecuente. Si multiplicamos el antecedente queda multiplicada la razon. Si se divide el antecedente queda dividida la razon.

Si el antecedente y el consecuente se multiplican ó se dividen por un mismo número no altera la razon.

Si se multiplica el consecuente, queda dividida la razon. Si se divide el consecuente queda multiplicada la razon.

Proporcion es la igualdad de dos razones. De otro modo: proporcion es la igualdad de dos quebrados. Con el 2, el 6, el 8 y el 24 podemos formar dos quebrados iguales, que son:

$\frac{2}{6}$ igual á $\frac{1}{3}$ y $\frac{8}{24}$ que tambien es igual á $\frac{1}{3}$.

—¿Cómo se escribe una proporcion? Poniendo cuatro puntos entre las dos razones: estos cuatro puntos se leen como; ejemplo:

2: 6:: 8: 24.

2 es á 6, como 8 es á 24.

El 2 y el 24 son los extremos. El 6 y el 8 los medios. El 2 y el 8 los antecedentes: el 6 y el 24 los consecuentes.

¿De cuántos modos son las proporciones? De dos: discretas y continuas. Discretas son las que tienen los medios diferentes: ejemplo: 2: 6:: 8: 24; y continuas las que tienen los medios iguales: ejemplo: 2: 6:: 6: 18.

—¿Cómo se forma una proporcion discreta? Se ponen dos números y se multiplican ó dividen por un mismo número. Ejemplo: 2: 6:: 8: 24. El 2 y el 6 están multiplicados por 4.

—¿Cómo se forma una proporcion continua? Se pone un número; se multiplica ó divide: se repite el 2.º término por el 4.º se pone el que con el 1.º dé el producto de los medios.

—¿Cómo se halla un extremo de una proporcion? Se multiplican los medios y se divide por el extremo conocido.

—¿Cómo se halla un medio? Se multiplican los extremos y se divide por el medio.

—¿Qué propiedad tienen las proporciones? En la discreta el producto de los extremos, es igual al producto de los medios. En la continua el producto de los extremos es igual al cuadro del término medio.

Cuadrado es el producto que resulta de multiplicar un número por sí mismo: el cuadrado de 6 es 36, porque 6 multiplicado por 6 da 36. El 36 se llama cuadrado ó 2.^a potencia, ó múltiplo: el 6 raíz cuadrada ó submúltiplo.

—¿Qué es alternar? Alternar es comparar antecedente con antecedente y consecuente con consecuente. Invertir es comparar antecedente con consecuente.

	antecedente.	consecuente.	antecedente.	consecuente.
extremo 2:		3::	4:	6 extremo.
		medio.	medio.	
	2:	4::	3:	6 Alternar
	4:	2::	6:	3 Invertir.
	4:	6::	2:	3
	6:	4::	3:	2
	6:	3::	4:	2
	3:	6::	2:	4
	3:	2::	6:	4

REGLA DE TRES.

—¿Qué es regla de tres? Una regla que nos enseña á averiguar un cuarto término por medio de la relacion que tiene con otros tres números que nos dán conocidos.

—¿Porqué se llama regla de tres? Porque tiene tres términos principales.

—En qué se divide la regla de tres? En simple y compuesta.

—¿Qué es regla de tres simple? La que consta de tres términos principales; como esta:

Si en 4 dias gano 18 pesetas, qué ganaré en 30 dias?

—¿Qué es regla de tres compuesta? La que consta de mas de tres términos; como esta:

4 hombres en 6 dias ganan 32 pesetas; 8 hombres en 2 dias qué ganarán?

—¿En qué se divide la regla de tres ya sea simple, ya sea compuesta? En directa é inversa.

—¿Qué es regla de tres directa? La que dá un resultado mayor con términos mayores; y menor con términos menores; ejemplos:

6 metros valen 48 pesetas; 12 metros qué valdrán? (Mas metros valdrán mas pesetas.)

12 metros valen 6 pesetas; 3 metros qué valdrán? (Ménos metros valdrán ménos pesetas.)

—¿Qué es regla de tres inversa? La que dá

un resultado mayor con términos menores, y un resultado menor con términos mayores. Ejemplos:

2 sastres en 8 dias hacen unos vestidos; 4 sastres en qué tiempo harán los mismos vestidos? (Mas sastres tardarán ménos tiempo á hacer los mismos vestidos.)

400 soldados tienen con cierto número de raciones para 20 dias, 200 soldados para qué tiempo tendrán con las mismos raciones? (Mé- nos soldados tendrán para mas tiempo.)

—¿Qué es causa? Aquello que produce un resultado: este resultado se llama efecto: 4 hombres ganan 8 pesetas; 20 hombres qué ganarán? La causa de haber ganado 8 pesetas son los 4 hombres, ó su trabajo; el efecto del trabajo ha sido ganar 8 pesetas: inferimos que los 20 hombres han de ganar 40 pesetas, pues- to que los 4 hombres ganan 8 y puesto que 20 hombres es 5 veces 4 hombres. Tenemos por lo tanto

Causa conocida.

Efecto conocido.

4 hombres

8 pesetas.

Supuesto.

Causa.

Efecto que buscamos.

20 hombres.

(40 pesetas.)

Pregunta.

—¿Cómo se resuelve la regla de tres simple directa? Se coloca primero la causa del supuesto; despues su efecto y á continuacion la causa de la pregunta.

—¿Cuándo están bien colocados los términos? Cuando están colocados de manera que el primer término y el tercero sean homogéneos, es decir, de la misma especie.

—¿Qué se hace despues de estar así colocados los tres términos de la proporcion? Multiplicar el segundo término por el tercero, y dividir este producto por el primer término.

—¿Cómo conoceremos de qué especie es el resultado, ó sea el cuarto término de la proporcion? Teniendo presente que siempre ha de ser de la especie del segundo término.

—¿Cómo llamaban los antiguos á la regla de tres? Regla de oro, pues tiene mucho valor en Aritmética; tanto, que casi pueden resolverse todas las cuestiones de ella sabiendo las cuatro operaciones fundamentales y la regla de tres.

—¿Qué regla de tres es la de mas frecuente uso? La simple directa.

—¿Puede simplificarse una proporcion ántes de resolverse? Sí, señor, dividiendo el primer término y bien el segundo ó el tercero por un mismo número y operando despues con los resultados. Ejemplos:

—3 metros valen 12 pesetas; qué valdrán 6 metros?

$$\begin{array}{ccc} \text{M.} & \text{P.} & \text{M.} \\ 1: & 4:: & 6: x \end{array}$$

Simplifico el 3 con el 12, por tercera parte, y queda

$$\begin{array}{ccc} \text{M.} & \text{P.} & \text{M.} \\ 1: & 4:: & 6: x \end{array}$$

Multiplico 6 por 4 y el producto 24 lo divido por 1, que equivale á no dividir. Valdrán 24 pesetas los 6 metros.

Tambien podíamos haber simplificado por tercera parte el 3 y el 6. No siempre puede simplificarse.

—4 Decámetros y 6 metros valen 10 pesetas, qué puedo comprar con 5 pesetas y media?

Los 4 Decámetros y 6 metros son 46 metros. Las 5 pesetas son 10 medias pesetas y las 5 pesetas y media son 11 medias pesetas. Tenemos pues:

<u>Medias pesetas.</u>	<u>Metros.</u>	<u>Medias pesetas.</u>
20 :	46 ::	11
10	23	

He dividido por 2 el 20 y el 46: mutiplico

23 por 11 y el producto 253 lo divido por 10. Puedo comprar 25 metros y 3 decímetros.

—¿Cómo se resuelve la regla de tres simple inversa? Colocando por primer término de la proporcion la causa de la pregunta, y siguiendo despues las reglas dadas para la regla de tres simple directa: Ejemplos.

—3 sastres hacen unos vestidos en 4 dias; 6 sastres en qué tiempo los harán?

S.	D.	S.
6:	4::	3: x
3	2	1
1		

He simplificado el 6 con el 4 y despues el 3 con el 3: queda $\frac{2 \times 1}{1} = 2$ dias.

—600 soldados tienen con 1200 kilogramos de pan para 12 dias; 120 soldados para qué tiempo tendrán con el mismo pan?

Los 1200 kilogramos no entran en la proporcion, al formarla, por ser los mismos en el supuesto que en la pregunta. Tenemos.

S.	D.	S.
120:	12::	600

Tacho el cero del 120 y el cero final del 600. Tacho un 12 con el otro 12, y resulta que hay pan para 60 dias.

—¿Cómo se resuelve la regla de tres directa compuesta? Se reduce á simple multiplicando los términos principales por los que les acompañan, bien sea en el supuesto, bien en la pregunta.

4 hombres en 3 dias ganan 70 pesetas; (supuesto): 5 hombres en 7 dias (pregunta) qué ganarán?

Los dos términos 4 y 3 los reduzco á un solo término así $4 \times 3 = 12$ porque lo mismo es que 4 hombres trabajen á 3 dias cada uno, que 12 hombres trabajen un dia.

Hago lo propio con 5 y 7 así $5 \times 7 = 35$, por que 5 hombres en cada uno de 7 dias es lo mismo que 35 hombres en un dia.

12: 70:: 35: x Simplifico por dos y tengo.

6: 35:: 35: x

Multiplico 35 por 35 y divido por 6, así

$$\frac{35 \times 35}{6}$$

6

—Cómo se resuelve la regla de tres compuesta inversa? Se reduce á simple y se opera como en ella.

300 hombres en 6 dias trabajando 8 horas al dia hacen 10 kilómetros de carretera: ¿qué horas tienen que trabajar 200 hombres para hacerlos en 20 dias?

Se pregunta por horas, pues las horas han de ser el segundo término. Multiplico 200 por

20, y el producto 4000 es el primer término. Multiplico 300 por 6, y el producto 1800 es el tercer término.

dias

4000: 6:: 1800: X

—¿Cómo se resuelve la regla de tres con quebrados? Lo mejor es hacerlo por regla de tres con decimales; pero el que no quiera seguir esta marcha que lo haga invirtiendo los términos del primer quebrado y dividiendo despues el producto de todos los numeradores por el producto de todos los denominadores.

PROGRESIONES.

Progresion es una porcion de números que van creciendo ó menguando con órden; como 5, 7, 9, 11. Otro ejemplo: 5, 10, 20, 40. Progresion ascendente es la que vá creciendo; como 5, 7, 9, 11. Otro ejemplo: 5, 10, 20, 40. Progresion descendente es la que vá disminuyendo; como 11, 9, 7, 5. Otro ejemplo: 40, 20, 10, 5.—Las progresiones pueden ser aritméticas y geométricas: las aritméticas se forman sumando ó restando; ejemplo sumando: 5, 7, 9, 11; ejemplo restando: 11, 9, 7, 5. Las geo-

métricas se forman multiplicando ó dividiendo; ejemplo multiplicando: 5, 10, 20, 40: ejemplo dividiendo: 40, 20, 10, 5.

—¿Qué propiedad tienen las progresiones aritméticas? En las aritméticas la suma de los extremos es igual á la suma de los medios, siempre que los extremos estén á igual distancia de los medios.

—¿Qué propiedad tienen las progresiones geométricas? En las geométricas el producto de los extremos es igual al producto de los medios, siempre que los extremos estén á igual distancia de los medios.

COMPañÍA.

—¿Qué es regla de Compañía? Una regla que nos enseña á averiguar cuánto gana ó cuanto pierde cada uno de los socios que reúnen su capital para comerciar.

—¿En qué se divide la regla de compañía? En simple y compuesta; simple es cuando todos los capitales están en la compañía el mismo tiempo. Compuesta es cuando todos los capitales no están en la compañía el mismo tiempo.

—¿Cómo se resuelve la regla de compañía simple? Se suman los capitales que pusieron

todos los socios y se forma una proporción para cada socio: por primer término entra la suma de los capitales; por segundo término la ganancia ó pérdida y por tercer término el capital de cada socio.

—¿Cómo se resuelve la regla de compañía con tiempo? Se multiplica el capital de cada socio por su tiempo; y despues se resuelve como la regla de compañía simple.

—¿Cómo se resuelve la regla de compañía simple por el método de la unidad? Se divide la ganancia ó pérdida por la suma de los capitales y el cociente se multiplica por el capital de cada socio.

COMPANÍA SIMPLE.

Tres en compañía ganaron 900 rs. El primero puso 60 rs.; el segundo 90, y el tercero 30: ¿qué ganó cada uno?

1.º.....	60.....	Ganó...	300
2.º.....	90.....		450
3.º.....	30.....		150
180			900 Prueba.

180: 900:: 60: x	180: 900:: 90: x	180: 900:: 30: x
x 60	x 90	x 30
<u>5400</u> 180	<u>8100</u> 18	<u>2700</u> 18
00 300	090 450	090 150
	0	000

Cuatro jugaron á la lotería, y habiendo sacado un billete que les costó 200 rs., les cayeron 20.000 rs. El primero puso 50 rs. para el billete; el segundo 25 rs.; el tercero 100 rs., y el cuarto 25 rs. ¿Qué ganancia corresponde á cada uno?

El 1.º puso 50.. Se corresponden.. 5000

El 2.º..... 25..... 2500

El 3.º..... 100..... 10000

El 4.º..... 25..... 2500

200

Prueba 20000

2: 200:: 50: x	2: 200:: 25: x	2: 200:: 100 x
1 100	1 100	1 100

COMPañÍA CON TIEMPO.

GANARON 1869 ESCUDOS.

El 1.º puso	20	escudos	por 4 años....	80.
El 2.º.....	30	id.	por 4 años....	120.
El 3.º.....	40	id.	por 3 años....	120.

320.

¿Qué ganó cada uno?

320: 1869:: 80: X

320: 1869:: 120: X

320: 1869:: 120: X

PERDIERON 400 ESCUDOS.

El 1.º puso 500 escudos por ²⁴2 años.. 12.000.

El 2.º..... 300 id. por 8 meses. 2.400.

El 3.º..... 100 id. por ²⁴2 años.. 2.400.

16.800.

¿Qué perdió cada uno?

16.800: 400:: 12.000: X

16.800: 400:: 2.400: X

16.800: 400:: 2.400: X

ALIGACION.

—¿Qué es regla de aligacion? La que nos enseña á averiguar cuál es el precio de una especie que se vende mezclada.

—A qué mas nos enseña? A averiguar cuántas unidades tomaremos de las de un precio dado en la cuestion para venderlas á un precio fijo. En el primer caso buscamos el precio; en el segundo lo dán ya.

—¿Cómo se averigua el precio medio? Se multiplica la especie por su precio; se suman estos productos y se divide por el número que dán en suma las unidades de las especies. Ejemplo:

Uno tiene 24 Hectólitros de trigo que valen á 12 pesetas; 16 Hl á 11 y 10 Hl á 8: quiere mezclarlo y saber á como venderá el Hl sin ganar ni perder

$$24 \text{ Hl. á } 12 = 288$$

$$16 \text{ id. á } 11 = 176$$

$$10 \text{ id. á } 8 = 80$$

50

$$\begin{array}{r|l} 54(4 & 5(0 \end{array}$$

04

10

44

22

50

25

El precio medio es 10 pesetas y $\frac{44}{50}$ de peseta ó $\frac{88}{100}$ de peseta ó $\frac{22}{25}$.

—Para saber el precio medio de una especie vendida en varios mercados, se suman los precios, y la suma se divide por el número de mercados.

—¿Cómo se averigua cuántas unidades mezclaremos de las de un precio para vender al precio dado? Se resta el precio mayor del precio dado y la diferencia se pone al frente del precio menor; se resta este del precio dado, y la diferencia se pone al frente del precio mayor. Las diferencias dicen qué número de unidades ha de mezclarse de cada precio.

Tengo vino de 14 pesetas el Hl y de 9 pesetas; deseo averiguar qué Hl mezcaré de cada precio para poder venderlo á 12 pesetas.

12	{	14 pe.	3 Hl.
		9 pe.	2 Hl.
		Todo.	5 Hl.

RESPUESTA. Mezclaré 3 Hl del de 14 pesetas y 2 del de 9.

—¿Y si los precios ó especies son tres? Se

resta el precio mayor del precio á que se ha de vender la mezcla, y la diferencia se pone en frente de cada uno de los precios menores. Despues se restan, separadamente, del precio á que se ha de vender la mezcla los precios inferiores, y las diferencias se ponen frente al precio mayor.

Tengo vino de 32 pesetas Hl, de 27 y de 23; quiero saber qué mezclaré de cada especie para poder venderlo á 30 pesetas.

$$\begin{array}{rcl}
 & \left\{ \begin{array}{l} 32 \text{ p.} \quad \dots 7+3=10 \text{ Hl.} \\ 27 \text{ p.} \quad \dots \dots \dots 2 \text{ Hl.} \\ 23 \text{ p.} \quad \dots \dots \dots 2 \text{ Hl.} \end{array} \right. \\
 30 \text{ p.} & & \underline{\hspace{1.5cm}} \\
 & & 14 \text{ Hl.}
 \end{array}$$

—¿Y si hay cuatro precios, dos de ellos superiores y dos inferiores al precio á que se ha de vender la mezcla? Se hacen dos cuestiones con un precio mayor y uno menor en cada una; se opera como sabemos y despues se suman los resultados.

Tengo arroz de 16 pesetas el Kg., de 12, de 10 y de 8: ¿qué mezclaré de cada precio para venderlo á 13 pesetas?

$$\begin{array}{rcl}
 & \left\{ \begin{array}{l} 16 \dots \dots \dots \\ 12 \dots \dots \dots \\ 10 \dots \dots \dots \\ 8 \dots \dots \dots \end{array} \right. \\
 13 & &
 \end{array}$$

13	{	16	3
		10	3
13	{	12	5
		8	1
			<u>12 Kg.</u>

—¿Y si hay tres precios inferiores y uno superior al precio medio? La diferencia que haya de los tres precios inferiores al precio medio, se pone al precio superior, y la diferencia que haya del precio superior al precio medio, se pone á los inferiores.

24	{	30	$15 \div 10 \div 4 = 29$
		20	6
		14	6
		9	6
		Total de mezcla.	47

—¿Y si nos fijan el número de la mezcla que ha de hacerse? Despues de resuelto cada caso, segun queda dicho, se forma una proporcion para cada especie; por primer término entra la suma total obtenida en cada caso; por segundo

la mezcla que nos fijan, y por tercero la mezcla parcial que nos habia resultado.

REGLA DE INTERÉS.

—¿Qué es regla de interés? La que nos enseña á averiguar cuánto debe pagarse de réditos por una cantidad que se ha recibido prestada.

—¿En qué se divide la regla de interés? En simple y compuesta.

—¿Cuándo es simple? Cuando se trata de averiguar qué réditos deben pagarse, sin acumular los réditos al capital.

—¿Cuándo es compuesta? Cuando se acumulan los réditos al capital para pagar réditos del capital y de los réditos.

—¿Cómo se resuelve la regla de interés simple? Se forma una proporcion; por primer término entra 100; por segundo el rédito que se paga por ciento; y por tercer término entra la cantidad que se dá á réditos.

—¿Cuánto producirán 8000 pesetas pagando anualmente 3 pesetas de rédito por ciento?

$$100: 3:: 8000: x$$

$$1 : 3:: 80: x$$

Despues de simplificar multiplico 3 por 80, y salen 240 pesetas de rédito anual.

—¿Y si el rédito es por varios años? Se averigua el rédito de un año, y este rédito se multiplica por el número de años.

—¿De qué otro modo puede hacerse? Poniendo por segundo término de la proporcion el producto que dá el número de años por el tanto por ciento.

—¿Cuánto producirán 7000 pesetas á 3 pesetas por 100 de rédito anual, por 4 años.

$$100: (3 \times 4):: 7000: X$$

$$100: 12:: 7000: X$$

—¿Y si hay años, meses ó dias? Despues de averiguado el rédito de un año, se forma una proporcion: por primer término ntran los meses ó dias que tiene el año; por segundo el rédito que ha producido la cantidad en un año, y por tercer término los dias ó meses que componga el tiempo por el cual se prestó la cantidad.

—¿Cómo se resuelve la regla de interés compuesto? Se averigua el interés de un año, como en la regla de interés simple; se agrega este rédito á la cantidad que se recibió prestada, ó sea al principal, y se procede con este nuevo capital y los sucesivos que resulten agregando el rédito del año anterior, como en la regla de interés simple. Han de formarse tantas proporciones como años duró el préstamo.

—De qué otro modo se resuelve la regla de interés compuesto? La unidad, y el rédito que gana se eleva á la potencia que diga el número de años; se multiplica por el capital, y salen en el producto este capital; los réditos y los réditos de los réditos.

3000 pesetas al 2 por 100 al año á interés compuesto por 3 años.

Cien pesetas ganan dos pesetas al año, ó 200 céntimos de peseta; pues ca la peseta tiene 100 céntimos; una peseta es un céntimo de 100 pesetas; luego producirá la centésima parte que cien pesetas; la centésima parte de 200 céntimos de peseta son 0,02 céntimos de peseta.

Siguiendo la regla sentada, tendremos.

$$\begin{array}{r}
 1,02 \\
 \times 1,02 \\
 \hline
 204 \\
 102 \\
 \hline
 1,0404 \\
 \times 1,02 \\
 \hline
 20808 \\
 10404 \\
 \hline
 1,061208 \\
 \times 3,000 \\
 \hline
 3.183,624000
 \end{array}$$

Salé con principal, réditos y réditos de réditos 3.183 pesetas y 624 milésimas de peseta.

FALSA POSICION.

—¿Qué es regla de falsa posicion? Una regla que nos enseña á averiguar uno ó mas números verdaderos por medio de otro ú otros falsos ó supuestos.

—¿En qué se divide la regla de falsa posicion? En sencilla y doble.

—¿Qué es regla de falsa posicion sencilla? Aquella en que solo se supone un número.

—¿Cómo sabrémos cuándo hay que suponer solamente un número? Cuando haya que practicar con los números supuestos únicamente sumas y restas.

—¿Cuándo supondrémos mas números, regularmente dos? Cuando además de las sumas y restas tengamos que practicar multiplicaciones y divisiones.

—¿Puede usarse la regla de falsa posicion doble por la sencilla? Si señor, pero nó la sencilla por la doble.

—¿Cómo se resuelve la regla de falsa posicion simple? Se supone un número á propósito y se practican con él las condiciones que tenga la cuestion. Despues se forma la proporcion: resultado del número supuesto es al nú-

mero conocido, como el número supuesto al desconocido.

—¿Cómo hallaremos un número que tenga, un quebrado, mitad, 3.^a, 4.^a, 5.^a, 6.^a parte etc? Se escriben los quebrados que representen las partes que deseamos que tenga el número; se multiplican entre sí los denominadores de los quebrados, y el producto tiene las partes apetecidas.

—¿Cuál es el número cuya mitad, 3.^a, 4.^a, y 5.^a parte suma 77? (número conocido)

$$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{5}$$

Comprobacion.

N.° supuesto 120	60	
1/2 60	30	} 77
1/3 40	20	
1/4 30	15	
1/5 24	12	

R. del n.° supuesto 154: 77 n.° conocido:: 120 n.°
 supuesto x 77: 77 :: 60: x

He dividido el primer término y el tercero por 2: ha quedado así la proporcion

$$77: 77:: 60: x$$

He tachado el 77 y el 77 y ha resultado que el número buscado es el 60

—¿Cómo se resuelve la regla de falsa posición doble? Se supone un número y se practican con él las operaciones que diga la cuestión; se compara el resultado con el de la pregunta y si es mayor que el de esta se pone al error el signo +; si es menor el signo — En el primer caso se llama el error por exceso, en el segundo por defecto. Se supone otro número y se hace lo mismo que con el primer supuesto; siguiendo también la misma marcha con el nuevo error. Después se multiplica el primer número supuesto por el error del segundo; y el segundo número supuesto por el error del primero: si los dos errores tienen el mismo signo se divide la diferencia de estos dos productos por la diferencia de los dos supuestos: el cociente es la respuesta. Si tienen diferente signo, en lugar de hacer la división con las diferencias se hará con las sumas.

—¿Puede abreviarse la falsa posición doble? Sí, señor; cuando resulta un mismo número por error en los dos supuestos y un error es por exceso y otro por defecto, la respuesta es la mitad de los dos números supuestos.

Un padre ofreció á su hijo 5 monedas por cada día que supiese la lección, pero el hijo había de perder 3 monedas el día que no la supiese. Al cabo de 20 días el hijo alcanzó 44

monedas. ¿Qué días la supo y qué días nó?

Padre	18 dias X 5 = 90	14 X 5 = 70
Hijo	2 id. X 3 = 6	6 X 3 = 18
	<u>84</u>	<u>52</u>
	— 44	— 44
	Error + 40	Error + 8

Primer supuesto.

$$\begin{array}{r} 18 \\ + 40 \\ \hline \end{array}$$

Primer error.

Segundo supuesto.

$$\begin{array}{r} 14 \\ + 8 \\ \hline \end{array}$$

Segundo error.

$$40 \times 14 = 560$$

$$18 \times 8 = 144$$

} $416:32 = 13$ dias la supo;
de consiguiente no la supo 7 dias.

COMPROBACION.

Padre 13 dias X 5 = 65 monedas.

$$\begin{array}{r} 21 \text{ id.} \\ \text{Hijo } 7 \text{ dias X } 3 = \frac{21}{44} \text{ id.} \end{array}$$

Supongamos que el hijo supo 18 dias la leccion; nó la sabria 2 dias, una vez que el trato duró 20 dias: el padre pagó pues 18 dias á 5 monedas en cada dia, ó sean 90 monedas; el

hijo pagó 2 dias ó sean 6 monedas; por un lado ganó 90 monedas y por otro perdió 6; se le quedan en 84 monedas; segun la cuestion debia el hijo salir ganando 44 monedas y sale ganando 84, es decir que hay un error de 40 por exceso, el cual se indica así $+ 40$.

SEGUNDO SUPUESTO. Supongamos que supo la leccion 14 dias; nó la sabia 6; ganó 70 monedas y perdió 18; salió con 52 de ganancia; y como esta debia ser de 44, hay un error de 8, tambien por exceso: $+ 8$.

Multiplico el primer supuesto por el error del segundo; y el segundo supuesto por el error del primero. Divido la diferencia de estos productos por 32, que es la diferencia de los errores, y resulta que supo 13 dias la leccion; y que nó la supo 7 dias. En la division han jugado las diferencias, y nó las sumas, porque los errores tienen un mismo signo.

NOTA. Mucho, mucho podríamos decir en la Falsa posicion; pero nó puede ser.

DE LAS POTENCIAS DE LOS NÚMEROS.

—¿Qué son potencias de los números? El producto que resulta de multiplicar un número por sí mismo. Si se le multiplica una vez, se llama segunda potencia ó cuadrado; si se multiplica dos veces, tercera potencia ó cubo; si

tres, cuarta potencia etc. de modo que las potencias toman el nombre de las veces que entra el número por factor de sí mismo. Así la primera potencia de un número es el mismo número. v. gr. el 2; la segunda potencia es el producto de multiplicarle por sí mismo, en que entra dos veces por factor; v. gr. $2.2=4$; la tercera potencia es el producto de multiplicarle dos veces por sí mismo, en que entra tres veces por factor, v. gr. $2.2.2=8$ etc.

—Cómo se indican las potencias? Se escribe el número, y á su derecha en la parte superior, se pone un número pequeño, que se llama esponente, para manifestar el grado de la potencia á que ha de elevarse el número.

—Qué indica el esponente? 1.º La potencia á que ha de elevarse el número, que es la que señala con sus unidades.

2.º Las veces que entra por factor, que son tantas como unidades tiene.

3.º Las multiplicaciones que hay que hacer, que son tantas como unidades tiene, menos una.

4.º Las partes de que consta la potencia, que son tantas mas una, como expresan las mismas unidades.

—Es la elevacion á potencias otra nueva operacion de la Aritmética? Solo puede mirarse como un caso particular de la multiplicacion en que los factores son unos mismos números

—Cómo se forma la segunda potencia ó cuadrado? Se multiplica el número por sí mismo, y el producto es la segunda potencia.

—De cuántas partes consta la segunda potencia? De tres: cuadrado de decenas, duplo de decenas por unidades, y cuadrado de unidades.

—Cómo se descomponen los números que no llegan á decenas ó pasan de ellas? Si el número es dígito, se descompone en dos sumandos, que se denominan primera y segunda parte.

Si el número pasase de decenas, se considera por primera parte todo lo que no es unidades, y está reducido á lo mismo.

—Cómo se forma el cuadrado de un quebrado? Se multiplica el numerador por el mismo numerador, y el denominador por el mismo denominador.

—Cómo se forma la tercera potencia ó cubo? Se multiplica el número dos veces por sí mismo, ó se le multiplica una vez por su cuadrado; y el producto que resulte es la tercera potencia.

—De cuántas partes consta la tercera potencia? De cuatro: cubo de primera parte; triplo del cuadrado de primera multiplicado por segunda, triplo del cuadrado de segunda multiplicado por primera, y cubo de segunda. v. gr. descomponiendo el 3 en $2 + 1$, será:

Cubo de 1.^a parte 2.^o $=2^2 \cdot 2=4 \cdot 2=8$
 Triplo del cuad.^o de 1.^a por 2.^a $3 \cdot 2^2 \cdot 1=3 \cdot 4 \cdot 1=12$
 Triplo del cuad.^o de 2.^a por 1.^a $3 \cdot 1^2 \cdot 2=3 \cdot 1 \cdot 2=6$
 Cubo de 2.^a $1^2=2^2 \cdot 1=1 \cdot 1 \cdot 1=2$

—Cómo se forma el cubo de un quebrado?
 Se multiplica a numerador por numerador, y denominador por denominador.

DE LAS RAICES DE LOS NÚMEROS.

—Qué son raíces de los números? Aquel número que multiplicado por sí, dá la potencia; v. gr. 2 es la raíz cuadrada de 4, pues $2 \cdot 2=4$. Las raíces llevan el mismo nombre que la potencia de donde provienen, y se denominan 1.^a 2.^a, ó cuadrada, 3.^a ó cúbica etc.

—Cómo se indican las raíces? La potencia ó número de que quiere extraerse la raíz se escribe debajo de este signo $\sqrt{\quad}$ que se llama radical y el exponente se pone entre los brazos

del radical de este modo $\sqrt[3]{64}$ que se lee raíz cúbica de 64. En la raíz cuadrada se suele omitir el exponente, y ya se sobreentiende que cuando no le tiene es raíz cuadrada.

—Qué indica el esponente? 1.^o El grado de la raíz, esto es, el número de veces que la raíz entra por factor del número dado. 2.^o Los guarrismos de que ha de constar cada período para

extraer la raíz. 3.º Los guarismos, que se han de segregar despues de bajado cada período, que son tantos menos uno, como unidades tiene el esponente.

—Es la extraccion de raices otra nueva operacion de la Aritmética? Solo puede mirarse como un caso particular de la division, en que el divisor y el cociente son unos mismos números.

—Cómo se extrae la raíz cuadrada? Se escribe el número, á su derecha se ponen las rayas divisorias; se divide en períodos de dos guarismos de derecha á izquierda, aunque el último de la izquierda no tenga mas que un guarismo: se vé cuál es la raíz cuadrada del primer período de la izquierda, y la que sea, se escribe dentro de las rayas divisorias: se cuadra esta raíz, se resta del período: al lado de la resta se baja el siguiente período, se separa con una coma el último guarismo de la derecha: se escribe el duplo de la raíz hallada debajo de lo que queda á la izquierda, lo que se divide por el duplo de la raíz: el cociente se escribe al lado de la primera raíz entre las rayas: se cuadra toda la raíz, y se resta de toda la porcion de guarismos que componían los dos períodos: al lado de la resta se baja el período siguiente, y se sigue del mismo modo hasta que no haya mas períodos que bajar. Si no queda residuo la raíz es exacta; pero si

queda, se escribirá al lado de la raíz hallada en forma de quebrado poniendo por numerador el residuo, y por denominador el duplo de la raíz hallada mas la unidad.

—Cómo se conoce si á la raíz se le ha dado alguna unidad de mas ó de menos? Siempre que el residuo sea igual al duplo de la raíz hallada mas la unidad, ó mayor que este número se le habrá dado alguna unidad de menos; y sino puede verificarse la resta, se le habrá dado alguna unidad de mas. Puede tambien suceder que el duplo del cuadrado de la raíz hallada no se contenga en los guarismos separados á la izquierda del período, en cuyo caso se pone cero á la raíz, se baja el siguiente período, se separa el último guarismo de la derecha, y se divide todo lo que queda á la izquierda por el duplo de la raíz hallada incluso el cero.

—Cómo puede espresarse el residuo por decimales? Se añade al número dado un numero de ceros duplo del de las cifras decimales que quieran sacarse, se efectúa la operacion por las reglas establecidas. y se separan con una coma en la raíz tantos guarismos de la derecha como la mitad de ceros añadidos.

—Cómo se extrae la raíz cuadrada de un quebrado? Se extrae primero la del numerador, y despues la del denominador.

—Y si alguno de los términos ó los dos, no la tienen exacta? El medio mas espedito es reducir el quebrado á decimal, y extraer la raíz como tal; pero el que no quiera seguir esta regla, debe saber que cuando no la tiene el numerador se saca por aproximacion, que cuando no la tiene el denominador se multiplican ambos términos por el denominador, y está reducido al caso anterior; y que cuando no la tienen el numerador ni el denominador, se multiplican ambos términos por el denominador, y está reducido á lo mismo.

—Cómo se extrae la raíz cuadrada de los decimales? Se hace lo mismo que en los enteros, procurando que la cantidad decimal lleve un número par de guarismos. y el duplo de los que quieran sacarse á la raíz.

—Cómo se extrae la raíz cubica? Se escribe el número, y á su derecha las rayas divisorias: se divide en periodos de tres guarismos de derecha á izquierda aunque el último de la izquierda no tenga mas que uno ó dos guarismos: se vé cuál es la raíz cubica del primer período de la izquierda, y la que sea se escribe dentro de las rayas divisorias: se cubica esta raíz, y se resta del período; al lado de la resta se baja el siguiente período; se separan con una coma los dos últimos guarismos de la derecha, se cuadra la raíz hallada, y el triplo de éste cuadrado se escribe debajo de lo que que-

da á la izquierda, lo que se divide por el triplo del cuadrado de la raíz: lo que resulte de cociente se escribe al lado de la raíz en las divisorias: se cubica toda la raíz, y se resta de toda la porcion de guarismos que componían los dos períodos; al lado de la resta se baja el siguiente período, y se sigue del mismo modo hasta que no haya mas períodos que bajar: y si no queda residuo, la raíz será exacta: pero si queda, se escribirá al lado de la raíz hallada en forma de quebrado, cuyo numerador será el residuo y por denominador se pondrá el triplo del cuadrado de la raíz hallada, mas el triplo de la misma raíz; mas la unidad.

—Cómo se conoce si á la raíz se le ha dado alguna unidad de mas ó de menos? Siempre que el residuo sea igual al triplo del cuadrado de la raíz hallada, mas el triplo de la misma raíz; mas la unidad, ó mayor que este número, se le habrá dado alguna unidad de menos y si no puede verificarse la resta, se le habrá alguna unidad de mas.

Puede tambien suceder que el triplo del cuadrado de la raíz hallada no se contenga en los guarismos separados á la izquierda del período, en cuyo caso se pone cero á la raíz; se baja el siguiente período, se separan los dos últimos guarismos de la derecha, y se divide todo lo que queda á la izquierda por el

triplo del cuadrado de la raíz hallada incluso el cero.

—Cómo puede expresarse el residuo por decimales? Se añade al número dado el triplo número de ceros de las cifras decimales que quieran sacarse; se efectúa la operación por las reglas establecidas, y luego se separan de la raíz tantos guarismos á la derecha con la coma como expresa la tercera parte de los ceros añadidos.

—Cómo se extrae la raíz cúbica de un quebrado? Se extrae primero la del numerador y despues la del denominador.

—Y si alguno de los términos ó los dos no la tienen exacta? El medio mas espedito es reducir el quebrado á decimal y extraer la raíz como tal, pero el que no quiera seguir esta regla, debe saber que cuando no la tiene el numerador se extrae por aproximacion; que cuando no la tiene el denominador, se multiplican ambos términos por el cuadrado del denominador, y que cuando no la tiene el numerador ni el denominador, se multiplican ambos términos por el cuadrado del denominador.

—Cómo se extrae la raíz cúbica de los decimales? Se hace lo mismo que en los enteros, procurando que la cantidad decimal tenga un número de cifras, triplo de las que quieran sacarse á la raíz, para lo cual se les añadirá los ceros que sean necesarios.

PRONTUARIO

DE LA ARITMÉTICA MENTAL.

—(1|2) Un medio es igual á 5 décimas, ó 50 céntimos, ó 500 milésimas.

—(1|4) Un cuartillo es igual á 25 céntimos, ó 250 milésimas,

—(2|4) Dos cuartillos es igual á un medio, y ya sabemos á qué es igual un medio.

—(3|4) Tres cuartillos es igual á 75 céntimos, ó 750 milésimas.

—Un entero es igual á 10 décimas, ó á 100 céntimos, ó á 1000 milésimas.

—(1|3) Un tercio es igual, con alguna diferencia, á 33 céntimos, ó á 333 milésimas.

—(2|3) Dos tercios es igual, con alguna diferencia, á 66 céntimos, ó á 666 milésimas.

REGLAS PRINCIPALES.

—1.° Para multiplicar por 8 y 1|2, ó por 8 y 50 céntimos, ó por 8 y 500 milésimas, se saca la mitad del otro factor; despues la mitad de esta mitad; se suman las dos mitades con las decenas de dicho factor, y á la derecha de la suma se ponen las unidades del mismo.

—Para multiplicar por 11 se suman los dos

guarismos del otro factor, y la suma se pone en medio.

—Para multiplicar por 15 se saca la mitad del otro factor: se suma esta mitad con el factor, y á la derecha de la suma se pone un cero si la mitad ha salido exacta, y un 5 si no ha sido exacta.

—Para multiplicar por 19 se multiplica por 2 el otro factor; se pone un cero á la derecha, y se rebaja el factor.

—Para multiplicar por 25 se divide el otro factor por 4, y el cociente se considera como cientos. Si queda un residuo de 1, 2, ó 3 se considara como 25, 50 ó 75 céntimos.

Para multiplicar por un múltiplo de uno de los números dichos arriba, se multiplica el otro factor por el número que diga cuántas veces está repetido el número dicho arriba, y se sigue despues la regla.

—Para multiplicar por un submúltiplo, se opera con un submúltiplo correspondiente del otro factor.

Para multiplicar un número por otro se descompone cualquiera de ellos en factores y se ván multiplicando sucesivamente estos factores por el otro número y por los productos.

—Para multiplicar por un número mayor que los dichos arriba, se opera como si fuese el número verdadero, y despues se aumenta lo que falta que multiplicar.

—Para multiplicar por un número poco mayor ó menor que decenas ó centenas exactas, se multiplica como si efectivamente las hubiese, y al producto se le rebaja ó se le aumenta lo que corresponde.

—Para multiplicar por un número menor que los dichos, se opera como si fuese el número verdadero, y despues se rebaja lo que se ha multiplicado de mas.

NOTA. Podíamos poner mas reglas; pero los niños las inferirán algun dia. Poco parecerá esto, mas puede que no lo sepan los descontentos: sentando bases pueden construirse edificios.

EJERCICIO.

NÚM.

1—12 á 8 y $1\frac{1}{2}$

2—12 á 8, 5

3—12 á 8, 50

4—8 y $1\frac{1}{2}$ á 24

5—8 y $1\frac{1}{2}$ á 16

6—8 y $1\frac{1}{2}$ á 20

7—8 y $1\frac{1}{2}$ á 28

8—8 y $1\frac{1}{2}$ á 32

9—36 á 8 y $1\frac{1}{2}$

10—12 á 17

NÚM.

11—16 á 17

12—20 á 17

13—24 á 17

14—28 á 17

15—32 á 17

16—36 á 17

17—25 y $1\frac{1}{2}$ á 12

18—25, 5 á 12

19—25, 50 á 12

20—12 á 25, 500

NÚM.

21—24 a 25 y 1|2
 22—16 a 25 y 1|2
 23—20 a 25 y 1|2
 24—24 a 25, 500
 25—28 a 25, 500
 26—32 a 25, 500
 27—12 a 34
 28—13 a 34
 29—14 a 34
 30—15 a 34
 31—16 á 34
 32—17 á 34
 33—18 á 34
 34—19 á 34
 35—42 y 1|2 á 12
 36—42 y 1|2 á 16
 37—42, 500 á 16
 38—16 á 42, 500
 39—51 a 12
 40—51 a 14
 41—59 y 1|2 á 12
 42—59, 5 á 12
 43—59, 50 á 12
 44—59, 500 á 12
 45—12 a 59, 500
 46—4 y 1|4 a 24
 47—4 y 1|4 a 48
 48—4 y 1|4 a 64
 49—24 a 4, 25

NÚM.

50—24 a 4, 250
 51—48 a 4, 250
 52—64 a 4 y 1|4
 53—64 a 8, 500
 54—32 a 11
 55—33 a 11
 56—26 a 11
 57—11 a 43
 58—11 a 72
 59—11 a 46
 60—11 a 28
 61—37 a 11
 62—38 a 11
 63—48 a 11
 64—49 a 11
 65—12 a 22
 66—13 a 22
 67—44 a 22
 68—16 a 22
 69—18 a 22
 70—12 a 33
 71—16 a 33
 72—33 a 16
 73—44 a 21
 74—21 a 44
 75—16 a 44
 76—44 a 16
 77—44 a 17
 78—44 a 18

NÚM.

79—44 a 19
 80—55 a 12
 81—55 a 13
 82—13 a 55
 83—12 a 55
 84—14 a 55
 85—16 a 55
 86—17 a 55
 87—18 a 55
 88—19 a 55
 89—5 y 1½ a 24
 90—5 y 1½ a 36
 91—5 y 1½ a 48
 92—24 a 5 y 1½
 93—24 a 5, 500
 94—42 a 5, 500
 95—32 a 5, 500
 96—48 a 5, 500
 97—48 a 5, 5
 98—48 a 5, 50
 99—66 a 12
 100—66 a 14
 101—77 a 12
 102—77 a 13
 103—88 a 12
 104—15 a 12
 105—15 a 13
 106—15 a 24
 107—15 a 17

NÚM.

108—15 a 64
 109—15 a 48
 110—15 a 14
 111—15 a 15
 112—24 a 15
 113—24 a 4 y 1½
 114—23 a 15
 115—15 a 23
 116—15 a 21
 117—16 a 15
 118—7 y 1½ a 48
 119—7 y 1½ a 45
 120—7 y 1½ a 54
 121—32 a 7 y 1½
 122—32 a 7, 500
 123—32 a 7, 5
 124—32 a 7, 50
 125—48 a 7, 500
 126—64 a 7, 500
 127—7, 500 a 48
 128—96 a 7, 500
 129—72 a 7, 500
 130—12 a 45
 131—13 a 45
 132—14 a 45
 133—16 a 45
 134—16 a 8 y 1½
 135—16 a 11
 136—16 a 15

NÚM.	NÚM.
137—16 a 25	147—32 a 25
138—24 a 8, 500	148—36 a 8, 500
139—24 a 11	149—36 a 11
140—24 a 15	150—36 a 15
141—24 a 19	151—36 a 25
142—24 a 25	152—48 a 8, 500
143—32 a 8, 500	153—48 a 11
144—32 a 11	154—48 a 15
145—32 a 15	155—48 a 19
146—32 a 19	156—48 a 25

EJEMPLOS

PARA ANALIZAR DE ARITMÉTICA.

$$+ - X : = 3 - 2 + 4 = 5 \dots 8 - 2 = 6 \dots$$

$$24 : 3 = 8 \dots 24 : 8 = 3 \dots \frac{24}{3} = 8 \dots \frac{24}{8} = 3 \dots$$

$$34 \text{ Metros y } 7 \text{ Litros.} \dots 9 \text{ Litros.} \dots 48 \text{ Dm.} \dots$$

$$1\frac{1}{2} \text{ Metro.} \dots \text{M.} \dots \text{L.} \dots \text{A.} \dots \text{G.} \dots$$

$$3.^2 \dots 7 \text{ M y } 1\frac{1}{2} \dots 0,7 \dots 0,07 \dots 0,007 \dots$$

$$\sqrt[2]{8} \dots \sqrt[3]{36} \dots \sqrt[3]{27} \dots \text{Reducir metros á varas.}$$

$$\text{—Reducir varas á metros.} \dots \text{Años á meses.}$$

$$\text{—Escudos á rs. 724.} \dots \text{Fanegas á Areas.} \dots$$

$$24 \text{ Litros á 2 pesetas Dl.} \dots 7000 \text{ pesetas al } 3 \text{ por } 100 \text{ al año, á interés compuesto. por } 2 \text{ años}$$

=24 Km reducirlos á metros=12 Hectáreas
reducirlas á fanegas=Sumar 24 M. con 5 Dm.
con 7,5 M.

2: 4:: 8: 16. . . 3: 6:: 6: 12. . . 3, 5, 7, 9. . .

Súmense 14 metros con 7 decámetros, con
200 M.

Súmense 24 M. con 24,7 M. con 7 decíme-
tros.

Súmense 16 M. con 9 Mm. con 8 dm. con 2 M.

Súmense 72 litros con 24 L. 14 decálitros.

Súmense 7 L. con 5,5 L., con 34 Dl.

Súmense 24 Dl. con 7 L., con 9,5 dl. con
2 Hl.

34 L. + 34 dl. + 7 Hl. + 3 Kl. =

24 Kg. + 14,5 Kg. + 1724 gramos. =

24 Areas + 4 Hectáreas + 7,25 A. =

De 724 M. rebajar 14 Dm.--De 400 L. 7 L.=

De 74 Hectáreas, 19,75 Areas.--De 4 Km..
3 Hm.=

De 72,75 M. rebajar 24 M.--De 72 M. 3,75 M.

De 179 cm rebajar 2 M.--De 724 M., 106 M.

De 72 Kg. rebajar 7,75 Kg.--De 7 Kg. rebaja-
jar 92 g.

De 72 Mm. rebajar 4 Hm.--De 47 kg 8. kg.

De 72 M. rebajar 14,7 M.--De 7 Hm rebajar
7 Dm.

De 72 Km. rebajar 14 M.--De 9 M. rebajar
9 dm.

De 7 Hectáreas rebajar 9 Areas.--De 76 Dm.
4 M.

IDEAS PRIMARIAS DE LOS NÚMEROS.

NOTA. La mayor plaga que tiene la primera enseñanza, es la falta de atencion en los niños; todo cuanto se discurra para concretarla es poco.

Para sumar en este papel se cuentan primeramente los puntos que hay en cada línea á la izquierda, y se pone á continuacion de dichos puntos la cifra que los representa: se cuentan los de la derecha y se pone tambien despues la cifra que los representa: se suman todos los puntos que hay en la línea y la cifra ó cifras que los representen se ponen despues de la palabra *son*.

SUMAR,

1	...	3	y ..	2	son	5
2			y		son	
3			y		son	
4			y		son	
5			y		son	
6			y ..		son	
7			y		son	
8			y		son	
9			y		son	
10	.		y .		son	

MODO DE USAR ESTE PAPEL. — Se cuentan en cada línea los puntos que hay despues de la palabra *De*, y se pone á continuacion de ellos la cifra que los representa: se cuentan los que hay despues de *rebajo*, y tambien se pone á continuacion la cifra arábica que los representa. Despues se tacha un punto en cada série hasta que la série de puntos de la derecha los tenga todos tachados; se cuentan los que quedan sin tachar, y la cifra que los represente se pone despues de *quedan*.

RESTAR.

1	De.....	9	rebajo...	3	quedan	6
2	De.....		rebajo....		quedan	
3	De.....		rebajo....		quedan	
4	De.....		rebajo.....		quedan	
5	De.....		rebajo.....		quedan	
6	De.....		rebajo.....		quedan	
7	De.....		rebajo....		quedan	
8	De.....		rebajo.....		quedan	
9	De.....		rebajo...		quedan	
10	De.....		rebajo....		quedan	
11	De.....		rebajo.....		quedan	
12	De.....		rebajo....		quedan	
13	De.....		rebajo...		quedan	
14	De.....		rebajo..		quedan	
15	De...		rebajo.		quedan	

Para multiplicar en este papel hay que contar cada grupo de puntos en la línea respectiva y poner despues del grupo la cifra arábica que representa los puntos del mismo. En seguida se escribe antes de la palabra *veces* la cifra que indique el número de grupos de la línea, y despues se pone la que diga el número de puntos que tiene el grupo; concluyendo con poner despues de *son* la cifra que represente el número total de puntos de la línea.

MULTIPPLICAR.

1	...	3	...	3	—	2	veces	3	son	6
2	...	...	...	...	...	...	veces	...	son	...
3	...	...	...	...	...	...	veces	...	son	...
4	...	...	...	...	...	...	veces	...	son	...
5	...	...	...	...	...	...	veces	...	son	...
6	...	...	...	...	...	...	veces	...	son	...
7	...	...	...	...	...	...	veces	...	son	...
8	...	...	...	...	...	...	veces	...	son	...
9	...	...	...	...	...	...	veces	...	son	...
01	...	...	...	...	...	...	veces	...	son	...
11	...	...	...	...	...	...	veces	...	son	...
12	...	...	...	...	...	...	veces	...	son	...
13	...	...	...	...	...	...	veces	...	son	...
14	...	...	...	...	...	...	veces	...	son	...
15	...	...	...	...	...	...	veces	...	son	...
16	...	...	...	...	...	...	veces	...	son	...

Se cuentan los puntos en cada línea, y se escribe la cifra que los representa; se forman grupos del número de puntos que diga el divisor con sus unidades, y el número de grupos es el cociente.

DIVIDIR.

1		dividido por 2 cabe á	4
2		dividido por 3 cabe á	
3		dividido por 4 cabe á	
4		dividido por 1 cabe á	
5		dividido por 8 cabe á	
6		dividido por 2 cabe á	
7		dividido por 3 cabe á	
8		dividido por 4 cabe á	
9		dividido por 6 cabe á	
10		dividido por 12 cabe á	
11		dividido por 1 cabe á	
12		dividido por 3 cabe á	
13		dividido por 9 cabe á	
14		dividido por 1 cabe á	
15		dividido por 3 cabe á	
16		dividido por 5 cabe á	
17		dividido por 2 cabe á	
18		dividido por 4 cabe á	
19		dividido por 8 cabe á	
20		dividido por 3 cabe á	
21		dividido por 5 cabe á	

Concluimos con parte de los problemas que tenemos escritos con el objeto principal de que los niños se ejerciten en analizarlos y decir cómo se resolverían: así se consigue que vean los diferentes aspectos con que se presentan las cuestiones.

—1.° Sumar 24 Decámetros, con 24 Metros, con 18 Dm,

—2.° Sumar 14 DL. con 7 L., con 13 Dl., con 5 dl.

—3.° Yo debía 4.000 rs. y pagué 30 escudos; ¿qué debo?

—4.° ¿Cuánto dinero habrá en 3 bolsas, teniendo 46 escudos cada bolsa?

—5.° ¿Cuántos pliegos hay en 2 resmas, 3 cuadernillos y 2 pliegos de papel?

—6.° En 3 grupos de niños hay á 13 niños, y en otros 3 grupos hay á 16 niños niños; ¿cuántos niños tienen entre los 6 grupos?

—7.° ¿Cuál es el número que multiplicado por 14 dá 84?

—8.° ¿Cuál es el número que sumado con 400 dá 7.890?

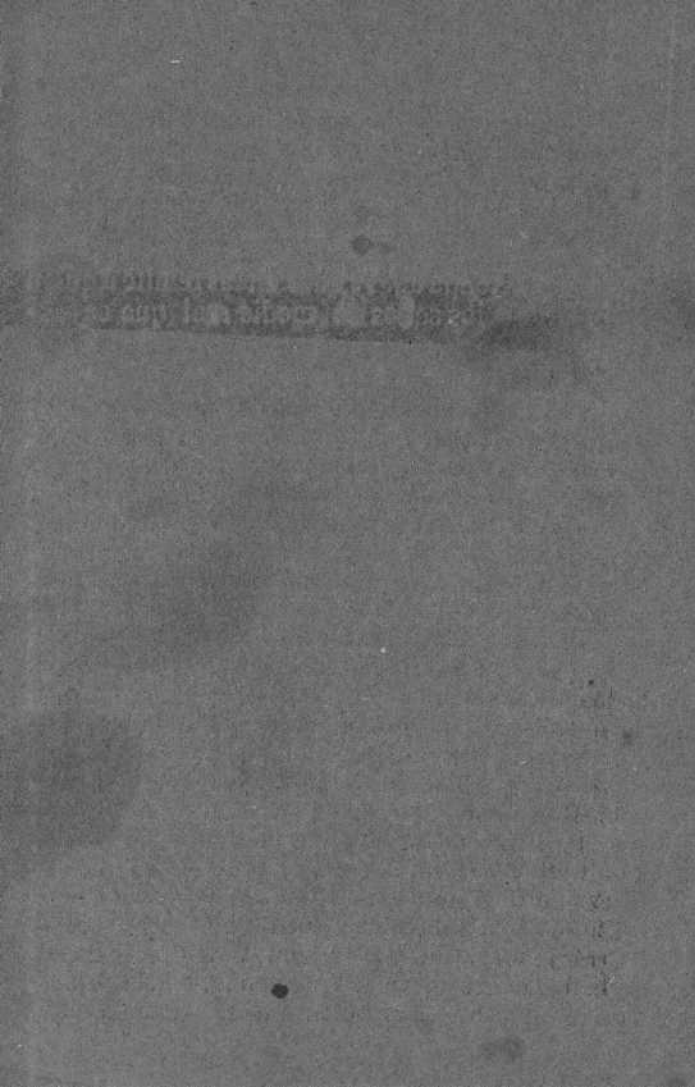
—9.° ¿Cuál es el número que quitándole 346 dá 4000?

—10. ¿Cuál es el número que dividido por 40 dá 9.000?

—11. ¿Cuántos escudos hay en 4.000 reales?

—12. Cuántos escudos hay en 1.868 reales?

FIN.



R

8830

DON

Vive Honda del 7, num. 5: las remite a
le mande los sellos de medio real que se
presan.

Arte de ayudar á la memoria, 6 rs.—Aritmética mental, 6 sellos.—Mapa de España y Portugal, 6 sellos.—Programa de Gramática castellana, 6 sellos.—Geografía general, 2 sellos.—Geografía física y civil, 2 id.—Distribucion del tiempo y del trabajo, 2 id.—Funcionarios de una escuela, 2 id.—Primer silabario, 4 reales docena.—Segundo 4 id. id.—Muestras de escritura, á medio real ejemplar, por correos.—Programa para las secciones, 2 sellos.—Resultado del exámen en cada seccion, 2 id.—Ideas primarias de los números, 2 id.—Mapa gráfico de España y Portugal, 2 id.—Ortografía, 2 id.—Historia de España, hasta la revolucion del 68, 2 id.—Geometría 2 id.—Libro 1.º de lectura para niños, 11 reales docena; por correos 12.—Libro 2.º 18 rs. docena.—Libro 3.º 24 id. id.—Coleccion de carteles, 10 reales; por correos 12.—Papel gráfico 2 rs. mano, por correos 3.—Cuestionario de Aritmética 2 sellos.—Papel gráfico de geometría, 2 rs. mano.—Id. gráfico de dibujo, id.—Agricultura 4 rs. docena, etc.