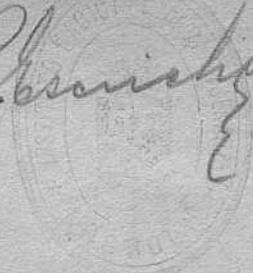


12

12



R. Escrich

A faint, circular postmark is visible behind the signature. It appears to contain some text, possibly a date or location, but it is too light to read clearly.

53(07) - MUÑ - eje



019387K

53/07) FÍSICO. M. DIDACTICO

COLECCIÓN

2192

DE

EJERCICIOS PRÁCTICOS DE FÍSICA

POR EL DOCTOR

JOSÉ MUÑOZ DEL CASTILLO

de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales
Catedrático de Mecánica Química y de Química Inorgánica en la Universidad Central

2.^a EDICIÓN

revisada y considerablemente aumentada

POR EL DOCTOR

IGNACIO GONZÁLEZ MARTÍ

Profesor Auxiliar, y Ayudante, por oposición, en la Facultad de Ciencias
de la Universidad Central

200 problemas numéricos y gráficos solucionados

75 sin solucionar — 25 prácticas de laboratorio — Un resumen del sistema C. G. S.

53/07)

MUN

eje

Rafael Escribano

Madrid 12 Abril 1912

Obra ilustrada con numerosos grabados y 6 láminas.



R.

MADRID

IMPRENTA DE HERNANDO Y COMPAÑIA

Calle de Quintana, núm. 33.

1901

ES PROPIEDAD DEL AUTOR



PRÓLOGO DE LA PRIMERA EDICIÓN

El nivel que alcanzan los estudios físicos en España es, por desgracia, tan bajo, que vale más, antes que pasar por el rubor de las comparaciones, no hablar una palabra acerca de lo que en otras partes existe, con grandísimo provecho material é intelectual de gentes más afortunadas que nosotros.

Nuestra Facultad de Ciencias tiene una organización en alto grado déficiente: se carece de laboratorio de Física; los gabinetes están formados con aparatos de poco precio, utilizables tan sólo, con gran dificultad, para sencillos experimentos de demostración en cátedra; los locales destinados á dar las enseñanzas, así teóricas como prácticas, se hallan faltos de toda clase de condiciones; el plan vigente crea doctores en Ciencias Físico-químicas que han estudiado oficialmente la Física en un solo curso, al que llegan los alumnos con escasísima preparación; y en la legislación entera, en fin, resalta, no sólo un desconocimiento extraordinario de lo que son las ciencias experimentales, y del papel que desempeñan en la cultura moderna, sino la ligereza con que se mira un asunto tan delicado, dadas nuestras condiciones de carácter é imaginación, como el referente á que la instrucción pública reúna condiciones adecuadas no sólo *para que los profesores puedan enseñar*, sino también, y muy principalmente, *para que los alumnos deban aprender*.

Es lógico, pues, que no tengamos físicos; y que si los tenemos hayan de vivir obscurecidos en una inacción forzosa, que contrasta con el movimiento general del saber en Europa; y no es tampoco de extrañar que cada año salgan de las aulas jóvenes tan endeble de conocimientos, que de ellos poco ó nada puedan esperar la ciencia ni el país.

En esta situación, el Real Decreto disponiendo que se den *Ejercicios prácticos* en todas las asignaturas de la segunda enseñanza ha venido á despertar nobles esperanzas en el Profesorado; y merece plácemes; pero si hemos de ser tan francos como nuestro carácter independiente exige, no podemos menos de consignar á la vez, que el modo de llevar á cabo la reforma no responde al objeto que se persigue: que lo prescrito sobre duración de las prácticas es insuficiente; que el no haber dispuesto que las mismas formen parte de los programas de las asignaturas equivale á desconocer que el alumno, por regla general, no ocupa su inteligencia sino con aquello de que tiene que ser examinado; y, finalmente, que en la citada disposición aparece un vacío tan grande en lo relativo al personal necesario y encargado de las prácticas, que sólo la precipitación ha podido obscurecer la imposibilidad de que uno ó dos Auxiliares den dichas clases con verdadero fruto en ningún Instituto, pero sobre todo en aquellos en que la concurrencia de alumnos es regular ó grande.

En suma: á nuestro juicio, hay gran riesgo de que si la reforma no se perfecciona pronto y notablemente, venga en definitiva á resultar estéril, ó cuando menos á no alterar en nada el actual orden de cosas; pues hace al caso que se sepa que son bastantes los profesores de Física y de Química que, de tiempo muy atrás, vienen ejercitando á sus alumnos en resolver problemas y en practicar manipulaciones sencillas: y

algunos los que hacen figurar al fin de cada lección del programa de exámenes un problema referente á la materia de la misma.

Y, sin embargo, las prácticas deben establecerse; son de absoluta necesidad, según se ha reconocido en las naciones más adelantadas, y ellas solas pueden cambiar el aspecto de nuestra enseñanza desde el punto de vista de los resultados.

Conocedores, pues, como lo somos, de la importancia de las prácticas y de las dificultades que el planteamiento del citado Decreto encontrará, al publicar hoy la *Colección de Ejercicios de Física*, que ofrecemos con gusto á nuestros compañeros de Profesorado, no nos proponemos llenar vacío ni necesidad alguna del momento, sino tan sólo entregar á los alumnos una guía que nos permita normalizar más fácilmente tales trabajos en nuestros propios cursos; y que á la vez pueda prestar el mismo servicio á aquellos señores Catedráticos que se encuentren, ahora con doble motivo, en circunstancias idénticas á las nuestras.

En la mayor parte de los establecimientos no es posible, por falta de local ó de material, que los alumnos (los más aprovechados, ya que no todos) efectúen manipulación alguna; pero donde las circunstancias favorezcan, pueden ser útiles los 25 ejercicios de laboratorio que encabezan nuestra *Colección*, ya que al elegirlos hemos cuidado de que exijan aparatos de poco precio, por regla general, y se refieran muchos de ellos, á asuntos de gran interés para el país, como los referentes á la determinación del alcohol y del azúcar, y al reconocimiento de las harinas.

En lo que sí puede ocuparse á los alumnos en todos los Institutos, Universidades y Escuelas, es en la resolución de problemas numéricos y gráficos; razón por la cual ofrecemos un número de ellos suficiente, por su cuantía y por su distinta dificultad, para que cada profesor pueda elegir los que crea necesarios y en relación con las circunstancias de su cátedra: muchos de ellos, como observarán nuestros compañeros, pueden ser á la vez motivo de manipulaciones interesantes.

Por último, teniendo en cuenta que la mayor parte de los textos usuales nada dicen aún acerca de los *sistemas de unidades*, incluimos algunas nociones referentes al absoluto llamado del *centímetro-gramo-segundo*, que ya se enseña en el extranjero, debe darse á conocer en nuestras escuelas, y es la base de las unidades eléctricas.

No terminaremos estas líneas sin hacer pública manifestación de gratitud al muy distinguido oficial del Cuerpo de Administración Militar Sr. D. Fernando Aramburu, á cuya buena amistad, exquisita galantería y entusiasmo grande por la ciencia, debemos el haber podido ilustrar y completar notablemente los ejercicios 22 y 23 con grabados y original del precioso libro titulado *Examen microscópico del trigo y de la harina*, de que dicho señor es autor. Como tampoco sin insistir una vez más cerca de nuestros profesores, para manifestarles con cuánto placer reconocemos que si la presente obra, mero instrumento de trabajo, dado su carácter, fuera útil á la enseñanza, al solo esfuerzo de los mismos será debido todo el mérito del resultado; y que para nosotros, que éste se obtenga, y que juzguen favorablemente nuestro deseo, ya que no nuestra pequeña y modestísima labor, constituirá la recompensa más preciada á que podríamos aspirar.

Zaragoza, 29 de Diciembre de 1883.

José Nuñez del Castillo.

DOS PALABRAS

Sucedió con el Real Decreto refrendado por el Ministro de Fomento Sr. Marqués de Sardoal, disponiendo que se dieran *Ejercicios prácticos* en todas las asignaturas de los Institutos de segunda enseñanza, lo que preveíamos, y está consignado en el prólogo de la primera edición de este libro (1883): la medida en cuestión resultó estéril para el adelanto pedagógico y docente; el vigor oficial de la misma fué efímero; y por encima de su escasa eficacia sobrenadó el estado del asunto á la sazón; es decir, aquellos Profesores — muchos en número por cierto — que antes del Decreto realzaban el curso con *Ejercicios prácticos*, continuaron haciendo lo propio después; y los que no creían conveniente distraer tiempo en *prácticas*, antes, después, y durante el Decreto dieron satisfacción á sus convicciones.

Lo que no podíamos prever, y consignamos con verdadero agradecimiento á los Sres. Catedráticos, es que la importante tirada de nuestra *Colección de Ejercicios de Física*, se agotara á pesar de lo prontamente que fué derogada la referida disposición. Y sin embargo, no sólo esto es un hecho, sino que el libro ha continuado siendo objeto de recomendación en varios establecimientos, ofreciendo el caso de una prolongación de vida, digámoslo así, fundada en fe de existencia contraria á la realidad; siquiera haya sido para nosotros el suceso tan inmerecidamente honroso como satisfactorio.

Y así ha llegado el momento en que otro Ministro de espíritu progresivo, el actual de Instrucción Pública y Bellas Artes, Sr. García Alix, ha pensado en el carácter práctico que debe tener la enseñanza en general, y especialmente la de la Facultad de Ciencias; y ha dispuesto que se den *Ejercicios* en la asignatura, entre otras, de Física general, común á las carreras de Ciencias, Farmacia y Medicina; volviendo con ello á resucitar el carácter de actualidad que tuvo nuestra *Colección*, en la cual ya entonces incluimos *problemas numéricos, gráficos y de laboratorio* de varios grados de dificultad, con el fin de que el libro pudiera ser útil lo mismo á los alumnos de Instituto que á los de Facultad.

Las excitaciones que desde el mes de Septiembre hemos recibido de cariñosos compañeros animándonos á hacer una segunda edición,

remozando algo el texto, no hubieran tenido otro resultado que el de cimentar más, con el agradecimiento, mi afecto á los Profesores de referencia, si no hubiera podido contar con la cooperación del meritísimo Auxiliar y Ayudante de la Facultad de Ciencias D. Ignacio González Martí; quien, en consideración al mal estado de mi vista, y á la cordial amistad que nos une, ha aceptado tomar sobre sí el ímprobo trabajo de sustituir algunos *Ejercicios*, adicionar la obra, y vigilar la impresión, todo ello indispensable para que de la *Colección de Ejercicios prácticos de Física* pudiera haber segunda edición.

Al par que reconocimiento, experimento gran complacencia en la colaboración de tan modesto obrero del saber, cuya extraordinaria laboriosidad es bien pública, y se halla hartó testimoniada por su doctorado en Ciencias, su licenciatura en Farmacia, su categoría de Subdirector de Sección del Cuerpo de Telégrafos, sus publicaciones y trabajos en Revistas, su importante participación en el *Diccionario Enciclopédico Hispano-Americano* de Montaner y Simón; y sobre todo por sus valiosos servicios á la enseñanza en los cargos que desempeña en la Facultad, que Catedráticos y alumnos califican igualmente, desde hace muchos años, de la manera más envidiable.

Respecto de la reforma que motiva la presente publicación opinamos exactamente lo mismo que en su día nos pareció la recordada del Marqués de Sardoal: *hay gran riesgo de que si no se perfecciona pronto y notablemente, venga en conclusión á resultar estéril, ó cuando menos á no alterar en nada el actual estado de cosas* relativo al particular, en atención á que el modo de dicha reforma no responde al objeto que se persigue, y los ejercicios que se darán, como únicos posibles, no estarán en armonía con el ideal. Pero esto es asunto para el Ministro de Instrucción Pública y Bellas Artes, Sr. García Alix, en primer término; no para el Profesorado, que hartó convencido se halla de la necesidad absoluta de que la enseñanza cambie de carácter, y se haga tan práctica como posible sea, según las asignaturas, si la obra de regenerar la instrucción y levantar el nivel de la cultura de la juventud ha de empezar con verdad alguna vez.

Madrid, 15 de Diciembre de 1900.

José Muños del Castillo.

PRÓLOGO DE LA SEGUNDA EDICIÓN

Las modificaciones introducidas en esta edición de la *Colección de Ejercicios prácticos de Física* responden á cuanto se nos ha indicado por los Sres. Catedráticos que señalaron como texto la primera; y al propósito de que los problemas alcancen mayores esferas de dificultad, y exploren gran extensión del campo de la Física. Las cuestiones numéricas ó gráficas resueltas, que antes eran 175, se elevan á 200, merced al aumento de 25 de Electricidad; habiendo sido, además, sustituidas por otras algunas de las 175. Y aunque la experiencia enseña que es suficiente variar los datos, y no dispensar á los alumnos nada en lo relativo al planteamiento y discusión de los problemas, para obtener todo el efecto útil de éstos, se incluye una lista de 75 sin resolver, de que nuestros Colegas sacarán seguramente muy ventajoso partido pedagógico.

En la primera edición eran 25 los ejercicios de laboratorio, y éste es actualmente su número; sólo que se han suprimido algunos de los antiguos para dar cabida á los siguientes, de verdadero interés :

Determinar espesores por medio del esferómetro. — Instalación y manejo del catetómetro. — Determinar la velocidad del sonido en los gases por medio de las interferencias. — Determinar el punto de fusión de un sólido. — Determinar el punto de ebullición de un líquido. — Obtener la fotografía de una preparación micrográfica. — Voltímetros y su aplicación para medir las corrientes eléctricas. — Determinar la intensidad de las corrientes por medios electromagnéticos. — Medir la resistencia eléctrica de un conductor.

Finalmente, algo se ha ampliado también la breve indicación relativa al sistema C. G. S. que formaba parte de la primera edición.

Los Sres. Profesores apreciarán por estas noticias la importancia de las mejoras llevadas á cabo en la obra; y si tienen á bien favorecernos con sus observaciones y consejos acerca del libro, nos honrarán y prestarán un verdadero servicio, por el que les quedaremos sinceramente reconocidos.

Madrid, 29 de Diciembre de 1900.

José Muñoz del Castillo.

Ignacio González Martí.

Sistema cegesimal (C. G. S.)

A. El sistema de unidades de medida empleado exclusivamente hasta hace una veintena de años, tanto en la ciencia como en sus aplicaciones industriales, tenía por bases fundamentales las siguientes:

Unidad de longitud. — El metro, ó sea la diezmillonésima parte del cuadrante de meridiano terrestre que pasa por París.

Unidad de fuerza. — El kilogramo, ó sea la fuerza de gravedad (el peso) correspondiente á un decímetro cúbico de agua destilada y á 4° C.

Unidad de tiempo. — El segundo, ó sea la $\frac{1}{86400}$ parte de la duración del día solar medio.

De estas unidades se derivaban otras correspondientes, en general, á magnitudes geométricas y mecánicas, pues en lo que á las demás partes de la Física se refiere, las unidades eran arbitrarias y, aunque relacionadas con las anteriores, no obedecían á una ley de derivación uniforme: así se daba el caso de existir para una sola clase de magnitudes varias de estas unidades, tantas á veces como sabios se habían dedicado al estudio de la magnitud á que se referían.

Observaciones. — 1.^a Como es imposible medir el meridiano de París ni otro alguno con tal exactitud que repetida la operación conduzca al mismo resultado, la longitud metro no tiene valor fijo, inconveniente que se remedia considerando como metro-unidad arbitraria ó fundamental á la longitud á cero grados del patrón de platino que se conserva en París.

2.^a Como los valores de *g* varían de unos á otros parajes de la tierra, tampoco el kilogramo es una unidad fija de fuerza. Dificultad que se elude estableciendo como kilogramo-unidad arbitraria ó fundamental la fuerza con que la tierra atrae en el Observatorio Astronómico de París (ó si se quiere á los 45° de latitud y al nivel del mar) al patrón allí conservado.

3.^a Independientemente de tales convenciones, la masa de cada cuerpo es constante en virtud de la proporcionalidad de las fuerzas con las aceleraciones.

B. Dos órdenes de dificultades han nacido á consecuencia de no haberse parado desde el primer momento la atención de los hombres

de ciencia en la importancia de todo lo relativo á las unidades de medida, á saber :

1.º El consiguiente á la multitud de unidades creadas arbitrariamente sin el cuidado de que haya correspondencia ó relación fácil entre ellas : de donde resulta la anomalía de que mientras á cada momento se presentan con más claridad á la observación unificados todos los fenómenos naturales en una gran concepción mecánica, se los estudie y mida en cambio como si fuesen cosas completamente distintas é inconexas.

2.º El referente á lo incorrecto del sistema acabado de exponer, llamado *terrestre* en razón á la filiación de sus tres unidades fundamentales; pues si bien es cierto que están de parte del mismo el uso, la conformidad muy aproximada entre los números que representan los pesos de los cuerpos en la práctica y en la realidad, y lo fáciles que son los cálculos del trabajo mecánico (reducidos á multiplicar el peso por la altura ó la distancia), en cambio es evidente que la exactitud de tal sistema depende de meras convenciones, ya que ninguna razón hay para considerar, por ejemplo, como kilogramo una fuerza igual á la presión que ejerce sobre su apoyo el patrón de platino y no aceptar los hechos tal cual se verifican, llamando, á consecuencia de ello, kilogramo á la fuerza variable igual á la presión variable que el patrón de París ejercerá sobre su apoyo según el lugar de la tierra en que se le sitúe.

C. Semejante estado de cosas ha decidido á los hombres de ciencia á la invención de un sistema que, por una parte, unifique todas las unidades empleadas para medir las diversas clases de fenómenos ó manifestaciones mecánicas que se observan en el universo, y, por otra, tenga como fundamento *unidades absolutas* en lo posible. Tal es el llamado sistema del *centímetro-gramo-segundo*, *cegesimal*, según propone un distinguido profesor español, ó en abreviatura *C. G. S.*, sistema aceptado por vez primera en el Congreso de electricistas de París de 1881, con objeto de unificar en lo posible las medidas de las magnitudes físicas y especialmente en lo que á la electricidad se refiere : en esta última parte las unidades entonces elegidas han sido ligeramente modificadas por el Congreso internacional de Chicago de 1893, según se indica al exponer los antecedentes necesarios para la resolución de los problemas de electricidad y magnetismo.

Las unidades en que el sistema cegesimal se funda, son las siguientes :

Unidad de longitud. — El *centímetro*, ó sea la centésima parte de la longitud, á 0º C del metro-patrón ó tipo que se conserva en París y que prácticamente se supone igual al definido arriba (pág. IX).

Unidad de masa. — El *gramo-masa*, ó sea la masa mecánica de un centímetro cúbico de agua destilada á la temperatura de 4º C., consi-

derando prácticamente como tal á la milésima parte del kilogramo tipo depositado en el Observatorio de París: esta unidad es, pues, la masa de un cuerpo que pesa un gramo normal en el vacío al nivel del mar y á la latitud de 45°.

Unidad de tiempo.— La definida anteriormente (pág. ix).

Los símbolos de estas tres unidades son respectivamente L. M. T.

El carácter esencial de este sistema consiste en que todo arranca del concepto de masa, y no del de fuerza, es decir, de lo que es completamente invariable en cada cuerpo y puede representarse por un número dado, lo mismo estando el cuerpo en el ecuador que en el polo, en la tierra que en la luna ó en el sol. Y por lo que hace á exactitud, la del sistema absoluto corre parejas con su universalidad; motivos por los cuales resulta desde luego grandemente ventajoso para usos científicos.

En lo que ha habido acierto muy discutible ha sido en designar con el nombre de *gramo* á la unidad de masa; pues es evidente la confusión que resulta para los principiantes, acostumbrados á ver hasta hoy en el *gramo* tan sólo una unidad de peso ó sea de fuerza, con la circunstancia, además, de que dicha palabra continuará teniendo ambas significaciones por mucho tiempo, ó acaso por siempre, si otra cosa no acuerdan los Congresos que vienen ocupándose del asunto.

D. De las tres unidades fundamentales se *derivan* multitud de grupos de otras, aplicables á las variadas medidas que se han de efectuar, y cada una de ellas se caracteriza por su *ecuación* ó *dimensiones*, que no representan sino las relaciones que existen entre ella misma y las fundamentales del sistema.

A continuación se definen las unidades derivadas, geométricas y mecánicas.

Unidades geométricas.

Las principales son:

Unidad de superficie: el centímetro cuadrado. — Sus dimensiones son $L \times L = L^2$.

Unidad de volumen: el centímetro cúbico. — Sus dimensiones son $L \times L \times L = L^3$.

Prácticamente se emplean además unidades múltiples y submúltiples de las anteriores, como el milímetro, el decímetro, el metro, el kilómetro, etc., cuadrados y cúbicos, que excusamos definir.

Unidades mecánicas.

Las principales son:

Unidad de velocidad: la de un cuerpo que recorre en línea recta

con movimiento uniforme un centímetro por segundo. Sus dimensiones son

$$\frac{L}{T} = LT^{-1}$$

Prácticamente se usan además otras unidades mayores, como metros por segundo ó por minuto, kilómetros por hora, etc., cuyas relaciones con la unidad son de todos conocidas.

Unidad de aceleración: la de un cuerpo cuya velocidad varía un centímetro por segundo. Sus dimensiones son

$$\frac{\frac{L}{T}}{T} = \frac{L}{T^2} = LT^{-2}$$

Asignando á la aceleración de la gravedad, g , un valor medio de 9^m,81, resulta que g vale 981 unidades de aceleración *C. G. S.*: en Madrid g sería igual 979,9 unidades.

Unidad de fuerza: es la *dina*, ó fuerza que actuando sobre el gramo-masa durante un segundo le imprime una velocidad de un centímetro también por segundo. Sus dimensiones son

$$M \times \frac{L}{T^2} = \frac{ML}{T^2} = MLT^{-2}$$

Prácticamente la unidad de fuerza es hoy el *peso del gramo*, por lo cual debe tenerse muy en cuenta que entre el mismo y la dina existe la relación aproximada de 981 á 1, como se comprende recordando que las fuerzas son proporcionales á las aceleraciones, y que un centímetro cúbico de agua que se mueve, cayendo bajo la influencia de la gravedad, adquiere una aceleración de 981 centímetros, ó sea 981 veces mayor que la que adquiriría bajo la fuerza de una dina: un gramo-peso equivale, pues, á 981 dinas (en Madrid á 979,9 dinas). En los cálculos industriales se admite sin error sensible que un gramo equivale á 1000 dinas.

Unidad de presión: es igual á la unidad de fuerza actuando sobre la unidad de superficie; es decir, á una dina por centímetro cuadrado. Como una presión es el cociente de una fuerza por una superficie, sus dimensiones serán

$$\frac{\frac{ML}{T^2}}{L^2} = \frac{ML}{T^2 L^2} = \frac{M}{T^2 L} = ML^{-1} T^{-2}$$

Siendo el valor de esta unidad muy pequeño, se adopta en la práctica la megadina por centímetro cuadrado (un millón de veces mayor),

á la que Guillaume ha dado el nombre de *baria*, y es casi igual á la ejercida por una columna de mercurio de 75 centímetros de altura.

Unidad de trabajo ó de energía : recibe el nombre de *ergio*, y es el trabajo desarrollado por una dina recorriendo la distancia de un centímetro : sus dimensiones son

$$\frac{ML}{T^2} \times L = \frac{ML^2}{T^2} = ML^2 T^{-2}$$

En la práctica se usan, de preferencia á la unidad anterior, el *gramo-centímetro*, el *gramo-metro* y el *kilográmetro*, cuyos nombres indican suficientemente su valor.

Unidad de potencia mecánica : el *ergio* desarrollado en un segundo, cuyas dimensiones son

$$\frac{\frac{ML^2}{T^2}}{T} = \frac{ML^2}{T^3} = ML^2 T^{-3}$$

En la industria se emplea el kilográmetro por segundo.

Como resumen de lo anteriormente expuesto acerca de las unidades cegesimales y para facilitar su comparación, se presentan reunidas en el cuadro siguiente :

UNIDAD DE	Dimensiones.	Nombre de la unidad absoluta.	UNIDAD INDUSTRIAL	
			Nombre.	Valor en unid. absol.
Longitud.	L	centímetro	metro	10 ²
Superficie.	L ²	cm. cuadrado	metro cuadr. ^o	10 ⁴
Volumen.	L ³	cm. cúbico	metro cúbico	10 ⁶
Masa.	M	gramo-masa	kilogramo	10 ³
Tiempo.	T	segundo	»	»
Velocidad.	LT ⁻¹	»	»	»
Aceleración.	LT ⁻²	»	»	»
Fuerza.	MLT ⁻²	dina	kilogramo	9,81 × 10 ⁵
Presión.	ML ⁻¹ T ⁻²	»	baria	10 ⁶
Trabajo ó energía. .	ML ² T ⁻²	ergio	kilográmetro	9,81 × 10 ⁷
Potencia.	ML ² T ⁻³	»	»	»

E. Algunas de las unidades derivadas del sistema *C. G. S.* tienen, como se ha visto, nombres especiales; y, ténganlo ó no, para cuando es preciso expresar y escribir múltiplos ó submúltiplos de las mismas se han establecido las siguientes reglas :

1.^a Los prefijos *deca*, *hecto*, *kilo*, *miria* y *mega* (10, 100, 1 000, 10 000,

1 000 000 veces mayor), y los *deci*, *centi*, *mili*, *micro* (décima, centésima, milésima y millonésima) se emplean como en el sistema métrico, anteponiéndolos á los nombres de las unidades que lo tienen. *Mega* delante de vocal se convierte en *meg* ó *megal*, según las exigencias de la eufonía, v. g.: *megohmio*, *megalergio*.

2.^a La escritura de los múltiplos que terminan en ceros se simplifica presentándolos bajo forma de producto, uno de cuyos factores son las cifras significativas y el otro una potencia de 10, cuyo exponente indique el número de ceros. Así la longitud del cuadrante del meridiano terrestre es, en metros,

$$10\,000\,000, \text{ ó bien } 10^7;$$

y en centímetros

$$1\,000\,000\,000, \text{ ó bien } 10^9.$$

Un kilogrametro vale en Madrid

97 994 000 ergios, es decir, unos 98 megalergios,

y puede escribirse

$$97,994 \times 10^6, \text{ ó bien } 9,7994 \times 10^7.$$

Y la lectura, y sirva de regla de estos ejemplos, se verifica así: Un metro-siete; un centímetro-nueve; 97,994 ergios-seis; 9,7994 ergios-siete.

3.^a La escritura de los submúltiplos que terminan en muchos ceros se abrevia por el mismo procedimiento, sólo que el exponente del diez va precedido del signo menos, en razón á que toda cantidad con exponente negativo equivale á un quebrado cuyo numerador es la unidad y su denominador la misma cantidad con exponente positivo.

F. Al formular las dimensiones de las unidades se ha hecho práctica el sustituir los radicales por exponentes fraccionarios, según puede observarse en las páginas que anteceden.

G. Al modo que en las cátedras de Aritmética se estudian el sistema métrico y sus relaciones con las antiguas unidades, hoy por hoy son las de Física el sitio llamado á dar á conocer el sistema absoluto C. G. S., y sus aplicaciones al establecimiento de unidades de medida para los variados fenómenos de la naturaleza, lo mismo que las relaciones entre todas las unidades derivadas y las en uso actualmente, como primer paso hacia la sustitución de éstas por las nuevas.

En consideración á lo anterior nos parece muy oportuno y útil habituarse á la resolución de ejemplos y sencillos problemas referentes al sistema cegesimal, y para guía de los escolares en ellos, damos fin á este preliminar con los 15 siguientes:

✕ ¿Cuántas unidades de aceleración vale *g* en el ecuador, en Madrid, á 45° de latitud, en París y en el polo?

Solución. — En el ecuador $g = 978,10$ centímetros; en Madrid $g = 979,94$; á los 45° $g = 980,60$; en París $g = 980,96$; en el polo $g = 983,10$.

¿Qué es respecto del valor medio de g la diferencia entre el mayor y el menor?

Solución. — Es $\frac{1}{196}$ próximamente.

¿Cuánto vale la fuerza de la gravedad, ó sea el peso, medido en dinas, que actúa sobre un centímetro cúbico de agua á 0° en las cinco latitudes antes citadas?

Solución. — En el ecuador 978,10 dinas; en Madrid 979,94; á 45° de latitud 980,60; en París 980,96; y en el polo 983,10. Es decir, una kilodina aproximadamente.

¿Cuántas dinas representa el peso de un kilogramo á 45° de latitud?

Solución. — Tiene 980 600 dinas. Para facilitar los cálculos puede tomarse muchas veces en lugar de este número el 1 000 000 (una megadina).

¿Qué relaciones existen entre la dina y el peso del miligramo á 45° de latitud?

Solución. — Estas: miligramo $= \frac{980,60}{1000} = 0,980$ dinas: dina $= \frac{1000}{980,60} = 1,02$ miligramos.

¿Qué relación hay entre el gramo peso (unidad de fuerza del sistema vulgar) y el gramo-masa del sistema C. G. S.?

Solución. — En el ecuador, 1 gramo-masa $= \frac{978,10 \text{ dinas} = 1 \text{ gr. peso}}{978,10 \text{ centímetros}}$
en Madrid, $1 = \frac{979,94}{979,94}$.

¿Cuántos ergios representa la caída de un centímetro cúbico de agua á 4° en Madrid desde la altura de un centímetro, y desde la de un metro?

Solución. — Desde un centímetro, 979,84 ergios, ó sea casi un kilergio: desde un metro 97 994 ergios.

¿Cuánto vale el kilográmetro, unidad ordinaria de trabajo, en ergios, en Madrid?

Solución. — Vale 97 994 000 ergios, ó sean 98 megalergios próximamente.

¿Cuántos ergios tiene un caballo de vapor en Madrid?

Solución. — $97\,994\,000 \times 75 = 7\,349\,550\,000$ ergios, ó sea 7,34955 ergios nuere ($7,34955 \times 10^9$).

¿Cuántos ergios tienen la caloría ordinaria (kilogramo-grado) y la pequeña caloría (gramo-grado)?

Solución. — La primera $97\,994\,000 \times 425 = 41\,647\,450\,000$ ergios, ó sean 41,64745 ergios-nueve: la segunda 41 647 450 ergios, ó sea uno y 41,5 megalergios.

¿Cuál es la fuerza viva de una bala de 5 000 gramos-masa que marcha con una velocidad de 10000 centímetros por segundo?

Solución. — Es, $\frac{1}{2} \times 5000 \times 10\,000^2 = 250\,000\,000\,000$, ó sea 25 ergios-diez (25×10^{10}).

¿Cuál será en Madrid el valor en dinas y en gramos-peso de la acción de la gravedad sobre la bala del caso anterior?

Solución. — Será: $5\,000 \times 979,94 = 4\,899\,700$ dinas; ó $\frac{4\,899\,700}{979,94} = 5\,000$ gramos-peso de valor variable según el lugar.

¿Cuál será la fuerza media ejercida por la pólvora sobre la misma bala suponiendo que el cañón tenga 210 centímetros de largo?

Solución. — Valdrá: $\frac{250\,000\,000\,000}{210} = 1\,190\,476\,190$ dinas; ó bien en la unidad vulgar kilogramo, y suponiendo á éste casi igual á una megadina, unos 1 190 kilogramos próximamente.

Sabiendo que un gramo de plomo á 10° necesita absorber 15,6 calorías gramo-grado para entrar en fusión, averiguar la velocidad con que una bala de dicho metal debe chocar en Madrid contra un obstáculo para que pueda fundirse, en el supuesto de que toda la fuerza viva se transforme en calor y sea absorbida por la bala.

Solución. — Según la expresión, $\frac{1}{2} \times 1 \times v^2 = 15,6 \times 41\,647\,450$, tendremos que la velocidad pedida será de 35 708 centímetros.

¿Cuál debe ser la altura de una columna de agua de densidad igual á la unidad para que ejerza una presión de una megadina por centímetro cuadrado en Madrid?

Solución. — Será: $\frac{1\,000\,000}{979,94} = 1\,020,4$ centímetros.

1.—MECÁNICA

Los principales teoremas y fórmulas que deben recordarse para resolver los 25 problemas siguientes son :

1. La resultante de dos fuerzas concurrentes está representada, en dirección y magnitud, por la diagonal del paralelogramo construido sobre las intensidades de dichas fuerzas.

2. El cuadrado de la hipotenusa es igual á la suma de los cuadrados de los catetos.

3. En todo triángulo rectángulo un cateto es igual al otro multiplicado por la tangente del ángulo opuesto al primero.

4. El cuadrado de un lado cualquiera de un triángulo es igual á la suma de los cuadrados de los otros dos, menos el doble del producto de estos lados por el coseno del ángulo comprendido.

5. En todo triángulo los lados son proporcionales á los senos de los ángulos opuestos.

6. La resultante de dos fuerzas paralelas de igual dirección, es paralela á las componentes, equivale á su suma y dista de ellas cantidades inversamente proporcionales á sus intensidades.

7. En el movimiento uniforme, el espacio, el tiempo y la velocidad están relacionados por la siguiente fórmula :

$$e = vt$$

8. Análogamente, las fórmulas del movimiento uniformemente variado son :

$$v = v_i \pm at; e = v_i t \pm \frac{1}{2} at^2; v = at; e = \frac{1}{2} at^2;$$

9. El valor de la fuerza centrífuga de un punto está representado por las fórmulas

$$f = \frac{v^2}{r} \quad \text{ó} \quad f = \frac{4\pi^2 r}{t^2}.$$

10. La ecuación de la cantidad de movimiento es: impulsión igual á cantidad de movimiento,

$$Ft = mv.$$

11. La ecuación de la fuerza viva es:

$$Fe = \frac{1}{2} mv^2;$$

trabajo mecánico Fe , igual á fuerza viva $\frac{1}{2} mv^2$.

12. La fórmula de la velocidad después del choque central de dos masas que se conduzcan como no elásticas, es:

$$x = \frac{mv \pm m'v'}{m + m'}.$$

13. Las fórmulas de las velocidades después del choque central de dos masas elásticas que marchan en la misma dirección son:

$$x = \frac{2m'v' + v(m - m')}{m + m'}; \quad x' = \frac{2mv - v'(m - m')}{m + m'};$$

y si antes del choque marchaban en sentidos contrarios

$$x = \frac{(m - m')v - 2m'v'}{m + m'}; \quad x' = \frac{(m - m')v' + 2mv}{m + m'}.$$

14. Cuando un cuerpo elástico choca contra un obstáculo resistente, el ángulo de reflexión es igual al de incidencia.

15. En toda palanca, la potencia y la resistencia están en razón inversa de los brazos.

16. La ley de equilibrio de los polipastos en el caso de que el número de tirantes sea par, puede enunciarse así:

potencia es á resistencia, como 1 es al duplo del número de poleas móviles.

17. La ley de equilibrio del torno es la siguiente: potencia es á resistencia, como radio del cilindro es al radio de la rueda.

18. La ley de equilibrio del cric ó gato es: potencia es á resistencia, como producto de los radios de los piñones es al producto del radio de la rueda por la longitud del manubrio.

19. La ley de equilibrio del plano inclinado es: potencia es á resistencia, como altura es á su longitud (cuando la potencia se aplica paralelamente á la longitud).

20. La ley de equilibrio de la cuña es la siguiente: la potencia y sus dos componentes son entre sí como la cabeza y los lados á que respectivamente son perpendiculares; y si el triángulo fuere isósceles, la potencia es á una de las dos componentes, como la cabeza de la cuña es á uno de los lados iguales.

21. La ley de equilibrio del tornillo sin fin es: potencia es á resistencia, como producto del paso de rosca por el radio del cilindro es á producto del radio de la rueda por la circunferencia descrita por el manubrio.

PROBLEMAS

I

Dos fuerzas concurrentes, que forman ángulo recto, valen respectivamente 8 y 13 kilogramos: determinar la resultante.

Como la resultante MR es la diagonal del paralelogramo construido sobre las fuerzas 8 y 13, y á la vez (lám. vi fig. 1) en este caso la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos son 13 y 8, tendremos:

$$R^2 = 8^2 + 13^2,$$

de donde

$$R = \sqrt{8^2 + 13^2} = \sqrt{233} = 15,2.$$

Para determinar la posición de esta resultante, ó sea el ángulo PMR que forma con una de las componentes, con la 8, tendremos:

$$\operatorname{tg} \text{ PMR} = \frac{13}{8},$$

y restableciendo el radio y tomando logaritmos

$$\frac{\operatorname{tg} \text{ PMR}}{r} = \frac{13}{8};$$

$$\text{y} \quad \log. \operatorname{tg} \text{ PMR} = \log. 13 + \log. r - \log. 8;$$

$$\text{ó} \quad \log. \operatorname{tg} \text{ PMR} = \log. 13 + 10 - \log. 8;$$

$$\text{ó} \quad \log. \operatorname{tg} \text{ PMR} = \log. 13 + C.^{\circ} \log. 8 = 10,2108535,$$

de donde

$$\text{PMR} = 58^{\circ} 23' 33''.$$

II

✕ *¿Cuál es la resultante de dos fuerzas, 7 y 19 kilogramos, que forman un ángulo de 35°?*

Construyendo el paralelogramo (lám. vi fig. 2), la resultante MR será el lado de un triángulo MPR opuesto á un ángulo P de $180^\circ - 35^\circ = 145^\circ$; y tendremos:

$$MR^2 = 7^2 + 19^2 - 2 \times 7 \times 19 \times \cos 145^\circ,$$

de donde

$$MR = \sqrt{7^2 + 19^2 - 2 \times 7 \times 19 \times \cos 145^\circ}.$$

Calculando por logaritmos el término $2 \times 7 \times 19 \times \cos 145^\circ$, resulta igual á — 217,8; valor que sustituido debajo del radical, da, haciendo operaciones numéricas,

$$MR = \sqrt{49 + 361 + 217,8} = 25,05.$$

Para determinar la posición de esta resultante, averigüemos el ángulo x que forma con una de las componentes, por ejemplo, con la 7:

$$\frac{19}{\sin x} = \frac{25,05}{\sin 145^\circ}; \text{ de donde } \sin x = \frac{19 \times \sin 145^\circ}{25,05};$$

expresión que, calculada por logaritmos, da $x = 9^\circ 13' 15''$.

III

✕ *Una de dos fuerzas concurrentes, que vale 10 kilogramos, forma con la resultante, que vale 16, un ángulo de 30°. ¿Cuál será el valor de la otra componente, y qué ángulo formará con la resultante?*

Construyendo el paralelogramo (lám. vi fig. 3), la determinación del valor de la resultante está reducida á hallar el lado PR en el triángulo PMR, ó el MQ en el RMQ; y como, según lo que hemos visto en el problema anterior,

$$PR = \sqrt{10^2 + 16^2 - 2 \times 10 \times 16 \times \cos 30^\circ};$$

y calculando el término $2 \times 10 \times 16 \times \cos 30^\circ$ por logaritmos, resulta valer 277,12, tendremos :

$$PR = \sqrt{100 \times 256 - 277,12} = 8,88.$$

El ángulo que esta componente MR forma con la resultante puede hallarse observando que

$$\frac{RQ}{\sin RMQ} = \frac{MQ}{\sin MRQ}; \quad \text{ó bien} \quad \frac{10}{\sin x} = \frac{8,88}{\sin 30^\circ};$$

de donde

$$\sin x = \frac{10 \times \sin 30^\circ}{8,88},$$

expresión que, calculada por logaritmos, da $x = 34^\circ 16' 4''$.

IV

Dos fuerzas concurrentes iguales forman un ángulo de 45° y dan una resultante de 8 kilogramos. ¿Cuál será el valor de las componentes?

Sea MR (lám. vi fig. 4) la resultante 8 con la cual forma cada una de las componentes un ángulo de $22^\circ 30'$; el ángulo P valdrá

$$P = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ;$$

y el lado MP se hallará teniendo en cuenta que

$$\frac{MP}{8} = \frac{\sin 22^\circ 30'}{\sin 135^\circ};$$

de donde

$$\log. MP = \log. 8 + \log. \sin 22^\circ 30' - \log. \sin 135^\circ,$$

$$y \quad MP = 4,329 \text{ kilogramos.}$$

V

X Dos mozos llevan, apoyado en sus hombros, un palo de 3 metros de longitud, del cual pende un peso de 200 kilogramos situado á 1^m,20 del extremo que descansa en el hombro de uno de ellos. ¿Cuánto peso soporta cada hombre?—Prescindase del peso del madero.

Las distancias del punto de aplicación de los 200 kilogramos á ambos extremos son :

$$1^{\text{m}},20 \quad \text{y} \quad 3^{\text{m}} - 1^{\text{m}},20 = 1,80.$$

Y el problema está reducido, según la regla de combinación de las fuerzas paralelas, á dividir el número 200 en partes inversamente proporcionales á los números 1,20 y 1,80 que componen la longitud 3.

Llamemos x al peso que sufre el mozo de cuyo hombro distan 1^m,20 los 200 kilogramos, é y al que resiste el otro :

$$\frac{x}{y} = \frac{1,80}{1,20}; \quad \frac{x+y}{y} = \frac{1,80+1,20}{1,20}; \quad \text{ó} \quad \frac{200}{y} = \frac{3}{1,20};$$

de donde

$$y = \frac{200 \times 1,20}{3} = 80 \text{ kilogramos,}$$

como también,

$$\frac{x}{x+y} = \frac{1,80}{1,20+1,80}; \quad \text{ó} \quad \frac{x}{200} = \frac{1,80}{3};$$

de donde

$$x = \frac{200 \times 1,80}{3} = 120 \text{ kilogramos.}$$

VI

X Un fardero con su hijo se proponen llevar un peso de 140 kilogramos colgado de un palo, y saben que el chico sólo puede con 32 kilogramos. ¿Dónde debe suspenderse el peso? — Prescindase del peso del madero.

El peso que debe resistir el padre es 108 kilogramos : de modo que llamando x á la distancia desde su hombro al punto de aplicación de los 140 kilogramos y l á la longitud del palo, tendremos :

$$\frac{108}{32} = \frac{1-x}{x} \quad \text{ó bien} \quad 108x = 32(1-x),$$

de donde
$$x = \frac{32}{108 + 32} = 0,22;$$

y, claro es que la distancia desde el hombro del chico hasta el peso habrá de valer 0,78 de la longitud del palo.

VII

Dos chicos sostienen, como en los últimos problemas, un palo de 6 metros, del cual penden tres pesos; uno de 15 kilogramos situado á dos metros del hombro del primero; otro de 25 kilogramos en la mitad del palo, y el tercero de 35 kilogramos á 1^m,50 del hombro del segundo. ¿Qué carga resiste cada uno de los chicos? — Prescindase del peso del madero.

Pudiera determinarse primero la resultante de las fuerzas 15, 25 y 35, con lo cual el problema quedaría transformado en el anterior; pero es no menos fácil la siguiente solución :

El peso 15 kilogramos dista 2 metros del hombro de uno y $6 - 2 = 4$ del del otro; luego el primero sufrirá :

$$\frac{15 \times 4}{6} = 10 \text{ kgr.} \quad \text{Y el segundo} \quad \frac{15 \times 2}{6} = 5 \text{ kgr.}$$

El peso 25 kilogramos dista igualmente de ambos chicos, cada uno de los cuales sufrirá la mitad, ó sean 12,5 kilogramos.

El peso 35 kilogramos dista 1,50 del hombro del segundo, y, por consiguiente, 4,50 del del primero; luego éste resistirá :

$$\frac{35 \times 1,5}{6} = 8,75 \text{ kgr.} \quad \text{Y el segundo} \quad \frac{35 \times 4,50}{6} = 26,25 \text{ kgr.}$$

y el primero resistirá una carga de

$$10 + 12,50 + 8,75 = 31,25,$$

y el segundo

$$5 + 12,50 + 26,25 = 43,75 \text{ kilogramos.}$$

VIII

Dos mozos quieren columpiarse sobre un tablón de madera de 7^m,200 apoyado en la arista de una viga; uno de ellos pesa 48 kilogramos y el otro 59. ¿Por qué punto deberá apoyarse el tablón, supuesto sin peso, para que ambos se equilibren al sentarse en los extremos del mismo? Y si se coloca un niño que pese 37 kilogramos entre el mozo que pesa 48 hilogramos y el apoyo, justamente en medio, ¿cuánto habrá que correr el tablón?

1.º La primera parte se resuelve como el problema 6.º. Llamando x á la distancia del extremo en que se sienta el mozo de 48 kilogramos al apoyo, tendremos:

$$48 \times x = 59 (7,20 - x); \text{ ó bien } 107x = 424,8;$$

de donde

$$x = \frac{424,8}{107} = 3^m,97.$$

Y desde el apoyo á la otra extremidad del mozo de 59 kilogramos habrá $7,20 - 3,97 = 3,27$.

2.º Para resolver la segunda parte puede empezarse por hallar la resultante de las fuerzas 48 y 37 separadas por la distancia $\frac{3,97}{2} = 1^m,985$.

Sea, en efecto, y la distancia desde el mozo de 48 kilogramos al punto de aplicación de dicha resultante; según es sabido, tendremos:

$$48 \times y = 37 (1,985 - y) \text{ ó bien } 85y = 73^m,445,$$

de donde

$$y = \frac{73,445}{85} = 0^m,863.$$

Con lo cual el problema queda reducido, en rigor, á determinar el punto de aplicación de dos fuerzas 85 y 59, situadas á $7,200 - 0,863 = 6^m,337$.

Sea z la distancia desde el mozo de 59 kilogramos al nuevo apoyo, y $6,337 - z$ la del otro : como sabemos,

$$59 \times z = 85 (6,337 - z); \quad \text{ó bien} \quad 144z = 538,64;$$

luego

$$z = \frac{538,64}{144} = 3^m,74.$$

Y como antes la distancia desde este mozo de 59 kilogramos al apoyo era $3^m,23$, resulta que habrá que correr el tablón hacia el lado del mismo, $3,74 - 3,23 = 0^m,51$.

IX

Dos móviles empiezan á recorrer una línea recta en la misma dirección separados por un espacio de 300 metros; el primero marcha con una velocidad constante de 9 metros por segundo, y el que le sigue con una de 13 metros. ¿Cuánto tiempo tardarán en encontrarse?

Llamando e al espacio recorrido por el primer móvil M (lám. VI, fig. 5) hasta el momento del encuentro, tendremos:

$$e = 9 \times t \text{ (camino de M)}$$

$$\text{y} \quad 300 + e = 13 \times t \text{ (camino de M')},$$

$$\text{de donde} \quad 300 + 9 \times t = 13 \times t$$

$$\text{ó} \quad 300 = 13 \times t - 9 \times t = (13 - 9) t,$$

$$\text{y} \quad t = \frac{300}{4} = 75 \text{ segundos.}$$

X

Un cuerpo ha recorrido 800 metros en 7 segundos con movimiento uniformemente acelerado. ¿Cuál es el valor de la aceleración? ¿Qué velocidad habrá adquirido?

Aplicando las fórmulas del movimiento uniformemente variado, tendremos:

$$1.^\circ \quad e = \frac{1}{2} at^2; \quad \text{ó sea} \quad 800 = \frac{1}{2} \times a \times 49;$$

de donde

$$a = \frac{2 \times 800}{49} = 32,6.$$

$$2.^\circ \quad v = at; \quad \text{ó sea} \quad v = 32,6 \times 7 = 228,2.$$

XI

Un móvil que posee una velocidad inicial de 500 metros por segundo, va retardándose merced á una fuerza cuya aceleración es 12. ¿Cuándo dejará de avanzar? ¿Cuánta distancia habrá recorrido hasta tal instante?

Aplicando las fórmulas del movimiento uniformemente variado, tendremos:

$$1.^\circ \quad V = v - at; \quad \text{ó sea} \quad 0 = 500 - 12 t$$

en el caso del problema; de donde

$$t = \frac{500}{12} = 41,66 \text{ segundos.}$$

$$2.^\circ \quad E = vt - \frac{1}{2} at^2 = 500 \times 41,66 - \frac{1}{2} \times 12 \times 41,66^2.$$

Y efectuando operaciones

$$E = 10\,416,7 \text{ metros.}$$

XII

Consideremos un punto del ecuador terrestre y otros dos en distintos paralelos; todos giran con la misma velocidad angular, ó lo que es lo mismo, describen en 24 horas circunferencias cuyos radios supondremos iguales á 6 377,946 metros, 2 543,894

metros y 80 000 metros respectivamente. ¿Cuál es el valor de la fuerza centrífuga de cada uno de ellos?

Aplicando sucesivamente la fórmula del valor de las fuerzas centrípeta ó centrífuga (ó sea de la aceleración de las mismas, que les sirve de medida) en función del radio y del tiempo empleado en recorrer la circunferencia,

$$f = \frac{4 \pi^2 r}{t^2},$$

tendremos :

$$1.^\circ \quad f = \frac{4 \times 9,85 \times 6\,377,946}{7\,464\,960,000} = 0,033^m \text{ por segundo } (*).$$

$$2.^\circ \quad f = \frac{4 \times 9,85 \times 2\,543,894}{7\,464\,960,000} = 0,013^m \text{ por segundo.}$$

$$3.^\circ \quad f = \frac{4 \times 9,85 \times 80\,000}{7\,464\,960,000} = 0,00042^m \text{ por segundo.}$$

XIII

¿Cuál debería ser la velocidad de rotación de la Tierra; comparada con su velocidad actual, para que la acción de la gravedad quedase anulada por la fuerza centrífuga? El valor de ésta en el ecuador es $\frac{1}{289}$ de la gravedad.

La expresión de la fuerza centrífuga es $f = \frac{v^2}{r}$, y en el caso actual como $f = \frac{g}{289}$, se tendrá :

$$\frac{g}{289} = \frac{v^2}{r}.$$

Si llamamos x al valor de la velocidad, cuando la fuerza centrífuga se haga igual á g , tendremos :

$$g = \frac{x^2}{r},$$

(*) Obsérvese que esta cifra es $\frac{1}{296}$ del valor de g en el ecuador, $9^m,781$, ó sea próximamente la exacta $\frac{1}{289}$. Véase el problema 45.

y dividiendo las dos igualdades

$$\frac{\frac{g}{289}}{g} = \frac{\frac{v^2}{r}}{\frac{x^2}{r}}; \quad \frac{g}{289g} = \frac{v^2 r}{x^2 r}; \quad \frac{1}{289} = \frac{v^2}{x^2};$$

de donde

$$x^2 = 289v^2 \Rightarrow x = v\sqrt{289} = 17v.$$

XIV

Un jinete pesa 60 kilogramos y la caballería 240. ¿Qué cantidad de movimiento representarán cuando marchen con una velocidad de 6 metros por segundo?

La expresión de la cantidad de movimiento es:

$$mv;$$

y la de la masa de un cuerpo

$$\frac{p}{g};$$

luego con el caso actual tendremos:

$$\frac{60 + 240}{9,79948} \times 6 = 183,8;$$

que es la solución del problema.

XV

¿Cuál es la fuerza viva de una bala de cañón que pesa 7 kilogramos y sale del ánima con una velocidad de 250 metros por segundo?

Estando representada la fuerza viva por el producto

$$\frac{1}{2} mv^2,$$

la pedida será, en kilográmetros,

$$x = \frac{1}{2} \times \frac{7}{9,799} \times 250^2 = \frac{1}{2} \times 0,71 \times 62\,500 = 22\,187,50.$$

XVI

¿Cuál es la fuerza viva de un martillo que pesa 0,500 kilogramos y golpea con una velocidad de 12 metros por segundo? ¿Cuánto entrará un perno en una madera, cuya resistencia equivalga á 17 kilogramos, por cada golpe de dicho martillo? ¿Y qué resistencia será la de una tierra, si un perno entra 0,92 metros con 14 golpes del mismo instrumento?

1.º La fuerza viva, $\frac{1}{2}mv^2$, del martillo será :

$$\frac{1}{2} \times \frac{0,5000}{9,799} \times 12^2 = \frac{1}{2} \times 0,051 \times 144 = 3,672.$$

2.º El espacio que recorrerá el perno dentro de la madera por cada golpe del martillo, lo da la expresión

$$Fe = \frac{1}{2}mv^2, \quad \text{ó sea} \quad 17 \times e = 3,672,$$

de la cual se deduce

$$e = \frac{3,672}{17} = 0^m,216.$$

3.º La resistencia F de la tierra se obtiene asimismo despejando F en la expresión

$$F \times 0^m,92 = 3,672 \times 14,$$

$$F = \frac{3,672 \times 14}{0^m,92} = 55,87 \text{ kilogramos.}$$

XVII

Dos esferas que marchan en sentidos contrarios chocan centralmente; una de ellas pesa 2,300 kilogramos y tiene una velocidad de 5 metros por segundo; la otra pesa 4 kilogramos y tiene una velocidad de 3 metros. ¿Cuál será el resultado del cho-

que cuando la elasticidad de las masas es inapreciable y cuando son perfectamente elásticas?

La masa de la primera de las esferas será :

$$\frac{2,300}{9,799} = 0,234 = m',$$

y la de la segunda

$$\frac{4}{9,799} = 0,408 = m.$$

1.º Si suponemos desprovistos de elasticidad á los dos cuerpos, después del choque se moverán juntos, como es sabido, con una velocidad dada por la expresión

$$x = \frac{mv - m'v'}{m + m'} = \frac{0,408 \times 3 - 0,234 \times 5}{0,408 + 0,234} = \frac{0,054}{0,642} = 0^m,084.$$

2.º Cuando las esferas se conduzcan como cuerpos perfectamente elásticos, después del choque marchará cada una en dirección contraria á la que traía, y las velocidades serán :

La de la que pesa 4 kilogramos

$$x = \frac{(m - m')v - 2m'v'}{m + m'} = \frac{(0,408 - 0,234)3 - 2 \times 0,234 \times 5}{0,408 + 0,234} =$$

$$- \frac{1,818}{0,642} = 2^m,832. (*)$$

La de la que pesa 2,300 kilogramos

$$x' = \frac{(m - m')v' + 2mv}{m + m'} = \frac{(0,408 - 0,234)5 + 2 \times 0,408 \times 3}{0,408 + 0,234} =$$

$$\frac{3,318}{0,642} = 5^m,168.$$

(*) Llámese la atención de los alumnos hacia el hecho y su significado, de haber pérdida de velocidad en el primer caso, y conservación en el segundo ($3 + 5 = 2,832 + 5,168$).

XVIII

Supuesta una mesa de billar y dos bolas de marfil, hacer las construcciones gráficas que indiquen el camino que debe seguir una bola para chocar con la otra, después de sufrir una ó dos reflexiones en las bandas de la mesa.

1.^a Sean a y b las bolas (lám. vi, fig. 8), y supongamos que el taco hiera á la b ; imagínese un punto b' simétrico de b con respecto á la banda AB; unámoslo con el a , y el punto I en que la recta $b'a$ corta á la banda es el en que debe verificarse el choque.

2.^a Sean a y b (lám. vi, fig. 9) las bolas, é imaginemos los puntos b' y a' simétricos de las mismas, con relación á las bandas AB y BC respectivamente; uniéndolos por la recta $b'a'$, los puntos I é I', en que ésta corta á las bandas, son los en que debe chocar aquella de las bolas á que hiera el taco.

Excusamos la demostración de estas soluciones, por ser demasiado sencilla.

XIX

Se tiene una palanca de 1,76, y se cuelgan 15 kilogramos á 0,50 metros del apoyo. ¿Qué peso hará equilibrio por el otro lado á 1,26 metros? ó ¿qué brazo de palanca será necesario para que el equilibrio se verifique con un peso de 10 kilogramos?

1.^o Según la ley de equilibrio de esta máquina

$$15 \times 0^m,50 = x \times 1.26;$$

luego

$$x = \frac{15 \times 0,50}{1,26} = 5^{\text{kg}^r},952.$$

2.^o Por idéntico fundamento

$$15 \times 0^m,50 = 10 \times z;$$

luego

$$z = \frac{15 \times 0,50}{10} = 0,75 \text{ metros.}$$

XX

Se compone un polipastro (lám. VI, fig. 10) de dos poleas fijas y dos móviles iguales. ¿Qué fuerza será necesaria para elevar un peso de 300 kilogramos? Los cordones se suponen sensiblemente paralelos.

Según la ley de equilibrio de esta máquina,

$$P : 300 :: 1 : 2 \times \text{número de poleas móviles} = 2;$$

luego

$$P = \frac{300 \times 1}{2 \times 2} = 75.$$

XXI

¿Qué fuerza deberá aplicarse á la rueda de un torno cuyo radio es 0,60 metros, suponiendo que el del cilindro vale 0,14 metros, para elevar un peso de 200 kilogramos?

Según la ley de equilibrio de esta máquina,

$$P : 200 :: 0,14 : 0,60;$$

luego

$$P = \frac{200 \times 0,14}{0,60} = 46,6.$$

XXII

Se desea saber el peso que elevará un cric ó gato (lám. VI, fig. 11) de las condiciones siguientes: el radio del manubrio M, tiene 30 centímetros; el de su piñón C, 3; el de la rueda dentada R, 12, y el de su piñón C' (que engrana con la barra B, dentada), 5; suponiendo que al manubrio se aplica una fuerza de 40 kilogramos.

Según la ley de equilibrio de esta máquina,

$$40 : R :: 5 \times 3 : 12 \times 30;$$

luego

$$R = \frac{40 \times 12 \times 30}{5 \times 3} = 960 \text{ kilogramos.}$$

XXIII

¿Qué fuerza paralela á la longitud de un plano, inclinado 30° sobre el horizontal, equilibrará un peso de 450 kilogramos colocado en el mismo?

En el plano inclinado (lám. VI, fig. 6) la potencia OA es igual á la resistencia OB por el seno del ángulo de inclinación α , y, por lo tanto,

$$P = 450 \times \text{sen. } 30^\circ,$$

y calculando por logaritmos,

$$P = 225 \text{ kilogramos.}$$

XXIV

Sobre la cabeza de una cuña de lados iguales obra una fuerza de 27 kilogramos. ¿Cuánto valdrá cada una de las dos presiones iguales que produce, sabiendo que la cabeza de la cuña es $\frac{1}{25}$ de la longitud de uno de sus lados?

Según la ley de equilibrio de la cuña,

$$27 : x :: \frac{1}{25} : 1;$$

luego

$$x = \frac{27 \times 1}{\frac{1}{25}} = 27 \times 25 = 675 \text{ kilogramos.}$$

XXV

¿Qué peso se podrá elevar aplicando una potencia de 12 kilogramos al manubrio de un tornillo sin fin de las condiciones siguientes: largo del manubrio 49 centímetros; paso de rosca 1,5 centímetros; radio de la rueda 35 centímetros, y radio del cilindro 12 centímetros?

La ley de equilibrio de esta máquina es: potencia es á re-

sistencia, como producto del paso de rosca por el radio del cilindro es á producto de la circunferencia descrita por el manubrio por el radio de la rueda, y, por lo tanto,

$$x = 12 \times \frac{2 \times 3,14 \times 49 \times 35}{1,5 \times 12} = 7\,179,924 \text{ kilogramos.}$$

2.—INSTRUMENTOS DE MEDIDA.—ATRACCIÓN. ELASTICIDAD

Los enunciados, fórmulas y datos principales, no consignados anteriormente, que deben recordarse para resolver los siguientes 25 problemas son :

1. Leyes de la gravitación descubiertas por Newton : 1.^a, la atracción de los cuerpos es directamente proporcional á las masas; 2.^a, varía en razón inversa de los cuadrados de las distancias

$$\frac{a}{a'} = \frac{mr'^2}{m'r^2}.$$

2. Las leyes de los movimientos planetarios ó de Kepler, son : 1.^a, los planetas recorren elipses en uno de cuyos focos está el sol; 2.^a, las áreas descritas por un radio vector trazado desde el centro del sol al del planeta son proporcionales á los tiempos; 3.^a, los cuadrados de los tiempos de las revoluciones planetarias son proporcionales á los cubos de los ejes mayores de las órbitas.

3. Según Newton, el tiempo que tardaría un satélite en caer sobre su planeta, en el caso de perder el movimiento de traslación, ó un planeta sobre el sol, es igual á la mitad del que el satélite ó el planeta respectivamente emplearían en hacer una revolución alrededor del mismo centro de atracción, pero á una distancia mitad menor.

4. Datos astronómicos :

Radio del ecuador terrestre.	6 377 946 metros.
Radio del polo.	6 356 859 »

Radio medio.	6 367 400 metros.
Radio del sol.	108,5 rd. terrestres.
Masa solar.	329 630 la terrestre
Distancia máxima entre el sol y la tierra.	23 671 rd. terrestres
Distancia mínima.	22 889 »
Distancia media.	23 280 »
Tiempo de la revolución terrestre.	365 días, 2 563 835.
Radio aproximado de la luna es.	$\frac{3}{11}$ del terrestre.
Distancia máxima entre la tierra y la luna.	63,80 rd. terrestres.
Distancia mínima.	55,95 »
Distancia media.	59,62 »
Tiempo de la revolución lunar.	27 días, 321 661.

5. Valores de la intensidad de la gravedad (g) :

En el ecuador.	9,78103 metros.
En Madrid.	9,79948 »
A 45° de latitud.	9,80606 »
En París.	9,80960 »
En el polo (calculado).. . . .	9,83109 »

6. Al actuar la gravedad sobre un cuerpo se resuelve en un sistema de fuerzas paralelas de la misma dirección, cuya resultante se obtiene teóricamente, hallando primero la de las fuerzas que actúan sobre dos moléculas, después la de ésta y la fuerza que obra sobre otra molécula, y así sucesivamente.

El punto de aplicación de la resultante de la acción de la gravedad sobre un cuerpo es el centro de gravedad de éste, y un verdadero centro de fuerzas paralelas.

El centro de gravedad de un cilindro recto circular homogéneo se encuentra en el punto medio de su eje.

7. Entre pequeñas diferencias de altura, la gravedad puede considerarse como una fuerza de intensidad y dirección constantes; y el movimiento de caída, como uniformemente variado. Sus fórmulas serán, pues,

$$v = v_i \pm gt; \quad e = v_i t \pm \frac{1}{2} gt^2; \quad v = gt; \quad e = \frac{1}{2} gt^2.$$

8. La velocidad que adquiere un cuerpo al caer de una altura e se determina por la fórmula

$$v = \sqrt{2ge}.$$

9. Cuando se lanza un cuerpo verticalmente de abajo á arriba, la velocidad que lleva en cada punto al subir es la misma que la que adquiere cayendo desde la altura máxima á que se elevó: el tiempo empleado en la subida es el mismo que el correspondiente al descenso.

10. La fórmula del péndulo es,

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}};$$

de ella se deduce

$$l = \frac{t^2 g}{\pi^2}; \quad g = \frac{\pi^2 l}{t^2}.$$

11. Una balanza cargada y en equilibrio puede considerarse como un sistema de dos fuerzas paralelas verticales cuya resultante pasa por el apoyo de la cuchilla y se destruye en el mismo.

12. Dentro del límite de elasticidad, la variación l de longitud de una varilla ó alambre, de longitud L y sección S , sometidos á un peso tensor P y siendo E el coeficiente de compresibilidad lineal, está expresada por la fórmula

$$l = E \frac{PL}{S}; \text{ el coeficiente de elasticidad es } \frac{1}{E}.$$

13. La fórmula de la velocidad de propagación de una deformación elástica sonora, en los sólidos y líquidos es, según Laplace,

$$v = \sqrt{\frac{g}{l}}.$$

14. La fórmula que representa la velocidad de propagación en los gases de la deformación elástica sonora es, según Newton,

$$v = \sqrt{\frac{e}{d}}.$$

PROBLEMAS

XXVI

Se tiene una regla dividida en milímetros. ¿Qué nonius apreciará con un error inferior á media décima de milímetro?

Consistiendo el nonius ó vernier en una longitud igual á cierto número de milímetros dividida en tantas partes más una como ellos sean, observemos que la media décima de milímetro es

$$\frac{1}{20} \text{ de milímetro;}$$

y que como el quebrado que indica la fracción de la unidad de la regla que estos aparatos aprecian tiene por numerador 1 y por denominador el número de divisiones del nonius, un vernier de 19 milímetros dividido en 20 partes satisface al problema.

XXVII

Un círculo está dividido en arcos de 5 minutos. ¿Qué nonius permitirá apreciar con un error menor que un segundo?

Como el segundo de circunferencia de círculo es

$$\frac{1}{300} \text{ de la unidad, ó sea de } 5',$$

el arco nonius debe tener 299 divisiones de 5', ó sean $24^{\circ} 55'$, y estar dividido en 300 partes.

XXVIII

La regla vertical de un esferómetro está dividida en medios milímetros; y el limbo ó cabeza del tornillo, cuyo paso de rosca es también medio milímetro, se halla dividido en 500 partes.

¿Cuál será el espesor de una lámina equivalente á 5 divisiones de la regla y 308 del limbo?

Llamando E al espesor que se busca, tendremos :

$$E = \frac{5}{2} + \frac{308}{1000} = 2^{\text{mm}},5 + 0^{\text{mm}},308 = 2^{\text{mm}},808.$$

XXIX

Un cuerpo pesa 2 kilogramos en la superficie de la tierra. ¿Cuánto pesaría si el planeta duplicase su diámetro y con él su masa?

Siendo 1 actualmente el radio de la tierra, y 1 también su masa, cuando el primero valiese 2, la segunda estaría representada por 8; toda vez que los volúmenes de las esferas son proporcionales á los cubos de los radios.

Luego si, en el primer caso, la atracción en la superficie del globo puede, según las leyes de Newton, y considerándola igual á la unidad, ser representada por

$$\frac{1}{1^2} = 1,$$

en el segundo lo estará por

$$\frac{8}{2^2} = 2,$$

y un cuerpo de 2 kilogramos pesaría entonces, por consiguiente, 4 kilogramos.

XXX

Un cuerpo pesa 10 kilogramos en la superficie terrestre. ¿Cuánto pesaría á la distancia de la luna?

Llamando 1 al radio del planeta y suponiendo 60×1 la distancia del mismo á la luna, tendremos :

$$\frac{10}{x} = \frac{60^2}{1^2} = 3600;$$

de donde

$$x = \frac{10}{3600} = 0,00277 \text{ kilogramos,}$$

apreciados en una balanza de resorte.

XXXI

Suponiendo que el radio del sol sea 108,5 veces mayor que el de la tierra, y su masa 329 630 la de nuestro planeta, ¿cuánto pesará un decímetro cúbico de agua en la superficie del astro central?

Sabemos que

$$\frac{a}{a'} = \frac{mr'^2}{m'r^2};$$

ó bien, llamando m , r y a á la masa, radio y atracción (en la superficie) solares, y suponiendo iguales á la unidad á los mismos datos terrestres m' , r' y a' ,

$$\frac{a}{1} = \frac{329630 \times 1^2}{1 \times 108,5^2};$$

de donde

$$a = 28;$$

luego si el decímetro cúbico de agua suspendido de un dinamómetro de resorte acusa el peso de 1 kilogramo, hecho el experimento en la superficie del sol resultaría pesar 28 kilogramos.

XXXII

Si el movimiento de traslación de la luna cesase, ¿cuánto tardaría dicho satélite en caer sobre la tierra?

Según el enunciado de Newton, antes consignado (página 19, núm. 3), suponiendo que el semieje mayor de la órbita lunar valga 60 radios terrestres, y que la revolución del satélite se verifique en 27 días, procede calcular, por medio

de la tercera ley de Kepler, la duración x de la revolución alrededor de la tierra á una distancia de 30 radios.

$$27^2 : x^2 :: 60^3 : 30^3;$$

de donde

$$x = \sqrt{\frac{27^2 \times 30^3}{60^3}} = 9,45 \text{ días,}$$

y la luna tardaría en chocar con la tierra

$$\frac{9.45}{2} = 4,725 \text{ días.}$$

XXXIII

Si la tierra cesase en su movimiento de traslación, ¿cuánto tardaría en caer sobre el sol?

Para resolver este problema, idéntico al anterior, admitiremos que el tiempo de la revolución alrededor del sol es 365 días, y la máxima distancia entre ambos astros 23 671 radios terrestres.

$$365^2 : x^2 :: 23\,671^3 : 11\,835,5^3;$$

de donde

$$x = \sqrt{\frac{365^2 \times 11\,835,5^3}{23\,671^3}} = 127,75 \text{ días;}$$

$$\text{y} \quad \frac{127,75}{2} = 63,875 \text{ días,}$$

sería el tiempo que tardaría la tierra en chocar contra el sol.

XXXIV

En tres de los vértices de un tablero cuadrado de 81 centímetros de lado se colocan los pesos 3, 5 y 7. ¿Cuál será el centro de gravedad del tablero, suponiéndole formado de una sustancia no pesada?

Este problema se resuelve fácilmente haciendo aplicación de la regla de composición de fuerzas paralelas.

Sean 3, 5 y 7 (lám. vi, fig. 12) los tres vértices en que se apoyan los pesos.

El punto de aplicación a de la resultante de los 3 y 5 distará del 3 una cantidad,

$$x = \frac{81}{8} \times 5 = 50,625.$$

La recta ab , en cuyos extremos podemos suponer aplicadas dos fuerzas 8 y 7, tiene de longitud

$$ab = \sqrt{30^{cm,375^2} + 81^2} = 86,5.$$

Y la distancia bc del peso 7 al centro de gravedad pedido será :

$$bc = \frac{86,5}{15} \times 8 = 46,1.$$

XXXV

Determinar el centro de gravedad de un cilindro circular recto compuesto de 2 iguales unidos por sus bases, pero uno de ellos de doble densidad que el otro.

El punto en cuestión deberá hallarse en el eje db del cilindro total (lámina vi, fig. 13); y para fijarlo observemos que siendo m' el centro de gravedad del cilindro parcial ab más ligero, y m el del más pesado ad , el punto de aplicación C de la resultante de las fuerzas 1 y 2, será el centro de gravedad del cilindro total.

Ahora bién: como m y m' son los puntos medios de ad y ab ,

$$mm' = \frac{1}{2} db;$$

y como, por otra parte, el punto C se hallará á una distancia 1 del m , y 2 del m' , ó sea, $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{2}$ de db (igual á $\frac{1}{6}$ de

db) del m , y $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{2}$ de db (igual á $\frac{2}{6}$ de db) del m' , en definitiva el centro de gravedad C del cilindro total distará de la base d la cantidad representada por la suma

$$dm = \frac{1}{4} \text{ de } db + mC = \frac{1}{6} \text{ de } db,$$

ó lo que es lo mismo,

$$\frac{5}{12} \text{ de } db.$$

XXXVI

¿Cuál será la velocidad de un grave después de 15 segundos de caída en el ecuador?

Sustituyendo valores en la expresión

$$v = gt,$$

resultará

$$v = 9,78103 \times 15 = 146^m,715.$$

XXXVII

¿Cuál será el tiempo que ha durado una caída de 1300 metros en París?

De la expresión

$$e = \frac{1}{2} gt^2,$$

se deduce

$$t = \sqrt{\frac{e}{\frac{1}{2}g}};$$

y sustituyendo valores

$$t = \sqrt{\frac{1300}{\frac{1}{2} \times 9,8096}} = 16,2 \text{ segundos.}$$

XXXVIII

Dejando caer dos cuerpos, uno tras otro, con un intervalo de 0,5 segundos, ¿cuánto tardarán en estar separados 10 metros?

El espacio recorrido por el segundo estará representado por la fórmula

$$e = \frac{1}{2} g t^2;$$

y el recorrido por el primero, será :

$$e + 10 = \frac{1}{2} g (t + 0,5)^2;$$

de donde

$$\frac{1}{2} g t^2 + 10 = \frac{1}{2} g (t + 0,5)^2;$$

ó bien

$$\frac{1}{2} g (t^2 - (t + 0,5)^2) = -10,$$

y

$$t = \frac{10 - 0,125g}{0,5 \times g} = \frac{10 - 0,125 \times 9,79}{4,89} = 1,79 \text{ segundos.}$$

XXXIX

Un cuerpo lanzado verticalmente en Madrid con una velocidad de 50 metros por segundo, ¿cuánto tiempo estará subiendo y á qué altura llegará?

1.º La fórmula

$$v = v_i \pm at,$$

en el presente caso se convierte en

$$0 = 50 - 9,799 \times t;$$

de donde

$$t = \frac{50}{9,799} = 5,1 \text{ segundos.}$$

2.º La fórmula

$$e = vt \pm \frac{1}{2} gt^2$$

da actualmente origen á esta ecuación

$$e = 50 \times 5,1 - \frac{9,799}{2} \times 5,1^2 = 127,57 \text{ metros.}$$

XL

¿Qué velocidad habria de comunicarse en Madrid á un proyectil lanzado verticalmente de abajo á arriba para que se elevase á 500 metros, y qué tiempo tardaria en llegar á esa altura? Se prescinde de la resistencia del aire.

Como las velocidades son iguales al subir que al caer libremente de la altura máxima, la primera se determinará por la fórmula $v = \sqrt{2ge}$, que dará :

$$v = \sqrt{2 \times 9,799 \times 500} = 98,99 \text{ metros.}$$

El tiempo que el móvil tarda en subir á 500 metros es el mismo que el que tarda en caer desde aquella altura, y, por tanto,

$$t = \sqrt{\frac{500}{\frac{1}{2} \times 9,799}} = 10,1 \text{ segundos.}$$

XLI

Un péndulo cuya longitud es L da 60 oscilaciones completas por segundo; ¿cuántas darán otros cuyas longitudes sean 9L y 4L respectivamente?

La duración de las oscilaciones varía proporcionalmente á la raíz cuadrada de la longitud del péndulo; pero la du-

ración y el número de oscilaciones están en razón inversa; luego

$$\frac{60}{x} = \frac{\sqrt{9L}}{\sqrt{L}}; \text{ de donde } x = \frac{60 \times \sqrt{L}}{\sqrt{9L}} = 20$$

$$\frac{60}{y} = \frac{\sqrt{4L}}{\sqrt{L}}; \text{ de donde } y = \frac{60 \times \sqrt{L}}{\sqrt{4L}} = 30.$$

XLII

¿Cuál será la longitud del péndulo de segundos en Madrid, siendo $g = 9,79948$?

De la fórmula del péndulo se deduce

$$l = \frac{t^2 g}{\pi^2};$$

y suponiendo $t = 1^s$, y substituyendo valores

$$l = \frac{9,79948}{9,8696} = 0,992 \text{ metros,}$$

que es la longitud pedida, no pasando de la tercera cifra decimal.

XLIII

¿Cuál será la intensidad de la gravedad en un punto en donde la longitud del péndulo de segundos sea $0^m,99289$?

De la fórmula del péndulo se deduce

$$g = \frac{\pi^2 l}{t^2};$$

y suponiendo $t = 1^s$, y substituyendo valores

$$g = 9,8696 \times 0,99289 = 9,79942,$$

que es la intensidad de la gravedad en Madrid.

XLIV

¿Cuál sería en la superficie del sol la longitud del péndulo de segundos?

Según hemos visto en el problema xxxi, la atracción en la superficie solar vale 28 veces más que en la terrestre; luego el valor de la aceleración en el gran astro será,

$$9,78103 \times 28 = 273,8688 \text{ metros,}$$

que sustituido en la expresión

$$l = \frac{g}{\pi^2}, \quad \text{da} \quad l = \frac{273,8688}{3,1416^2} = 27^m,748,$$

longitud pedida.

XLV

Suponiendo que en el ecuador la fuerza centrífuga disminuye á la gravedad en $\frac{1}{289}$, ¿á qué altura vertical se hallará el punto en que la gravedad queda destruida?

Suponiendo que 9,78 y a representan los valores de la atracción en el ecuador y en la altura pedida, y llamando $R = 6\,377\,946$ metros y x á los respectivos radios ó distancias al centro de la tierra, tendremos:

$$9,78 : a :: x^2 : R^2;$$

de donde

$$a = \frac{9,78 \times R^2}{x^2} \quad (\text{A}).$$

La fuerza centrífuga de los puntos que describen en igual tiempo circunferencias de diferentes radios, crece proporcionalmente á éstos; luego si á una distancia del centro de la tierra igual á 6 377 946 metros la fuerza centrífuga vale $\frac{9,78}{289}$, á la altura x metros valdrá

$$\frac{9,78 \times x}{289 \times 6\,377\,946},$$

y como esta expresión y la (A) deben ser iguales en el caso del problema, tendremos:

$$\frac{9,78 \times 6\,377\,946^2}{x^2} = \frac{9,78 \times x}{289 \times 6\,377\,946};$$

de donde

$$x = 42\,094\,443 \text{ metros,}$$

ó sean

$$6,6 \text{ radios terrestres. (*)}$$

XLVI

Situado un cuerpo sucesivamente en los platillos de una balanza es equilibrado, en uno con 35 gramos y en otro con 35,5; ¿cuál es su peso?

Sean C el peso del cuerpo y x y $1 - x$ los brazos de la balanza.

En la primera pesada se verificará:

$$C : 35 :: x : 1 - x;$$

y en la segunda:

$$C : 35,5 :: 1 - x : x.$$

Multiplicando ordenadamente estas dos proporciones tendremos:

$$C^2 : 35 \times 35,5 :: x(1 - x) : (1 - x)x,$$

de donde

$$C = \sqrt{\frac{35 \times 35,5 \times x(1 - x)}{(1 - x)x}} = \sqrt{35 \times 35,5} = 35,249.$$

XLVII

Un alambre de 3 milímetros de diámetro y 2 metros de longitud, se estira 0^m,00004 bajo un peso de 500 gramos. ¿Cuál

(*) Altura que algunos consideran como límite de nuestra atmósfera.

será el valor del coeficiente de compresibilidad lineal? ¿Y el del coeficiente de elasticidad?

1.º El coeficiente de compresibilidad lineal está dado por la fórmula

$$E = \frac{Sl}{PL};$$

en la cual sustituiremos S por $\pi r^2 = 7,065$ milímetros cuadrados; l por 0,00004 metros, P por 0,500 kilogramos, y L por 2 metros.

$$E = \frac{7,065 \times 0,00004}{0,500 \times 2} = 0,0002826,$$

será, pues, el coeficiente en cuestión, ó variación de la longitud del alambre en el caso de que S , P y L hubieran sido unidades.

2.º El coeficiente de elasticidad $\frac{1}{E}$, ó fuerza que teóricamente duplicaría la longitud del alambre, supuestas su sección y longitud iguales á la unidad, será

$$\frac{1}{0,0002826} = 3538 \text{ kilogramos. (*)}$$

XLVIII

¿Cuál será la velocidad de propagación de la deformación elástica que supone el movimiento vibratorio sonoro en un alambre de hierro recocido?

(*) Este coeficiente debe considerarse como teórico: prácticamente es sabido que se adopta más bien como coeficiente de elasticidad la variación de longitud que experimenta una varilla cuya longitud sea 1 metro y su sección 1 milímetro cuadrado sometida á la acción (tracción ó compresión) del peso de otra exactamente igual.

Ambos coeficientes C y c están enlazados entre si y con la densidad de la substancia, por la expresión

$$Cc = d; \quad \text{de donde} \quad c = \frac{d}{C};$$

asi, en el caso del hierro recocido, tendremos:

$$c = \frac{7.778}{18613000 \text{ gramos}} = 0^m,00000041.$$

La fórmula que representa esta velocidad de propagación, según Laplace, es

$$V = \sqrt{\frac{g}{l}}.$$

Admitiendo para valor de g el número 9,799, y de l , que es el coeficiente de elasticidad tal como queda definido en la nota del problema anterior, la cifra 0,00000041, y sustituyéndolos en la expresión anterior, tendremos :

$$V = \sqrt{\frac{9,799}{0,00000041}} = 4949 \text{ metros por segundo.}$$

XLIX

¿Cuál será la velocidad de propagación de la deformación elástica sonora en el agua? ¿Y en el mercurio?

El valor del coeficiente l es en el agua 0,0000043 á 15° centígrados, y en el caso del mercurio 0,00000246 (*). Aplicando, pues, la fórmula de Laplace, tendremos :

$$V = \sqrt{\frac{9,799}{0,0000043}} = 1509,5 \text{ metros en el caso del agua.}$$

y

$$V = \sqrt{\frac{9,799}{0,00000246}} = 1995,8 \text{ metros en el del mercurio.}$$

(*) Los respectivos valores de l se determinan por medio de los coeficientes de compresibilidad del agua y del mercurio.

Tal coeficiente del primero de estos líquidos, á 15° es, en efecto, 0,000045, y representa la disminución de longitud que experimenta una columna de un metro de dicha substancia bajo el peso de otra de mercurio de igual base y 0^m,76 de altura, equivalente á una de agua de $0,76 \times 13,596 = 10,33$ metros; luego l , que es la disminución producida por una columna comprimente igual á la comprimida, valdrá :

$$\frac{0,000045}{10,33} = 0,0000043.$$

El coeficiente de compresibilidad del mercurio es 0,00000187; luego l valdrá :

$$\frac{0,00000187}{0,76} = 0,00000246.$$

L

¿Cuál será la velocidad de propagación de la deformación elástica sonora en los gases oxígeno e hidrógeno á la temperatura de 0° y presión de 0^m,760?

En la fórmula de Newton, que representa aproximadamente esta velocidad,

$$V = \sqrt{\frac{e}{d}},$$

debe substituirse e por su valor gDh ; siendo $g = 9,8$ la aceleración de la gravedad, $D = 13,596$ el peso específico del mercurio, y $h = 0,760$ la tensión del gas.

1.° La densidad del oxígeno con respecto al agua es 0,0014295408; luego

$$V = \sqrt{\frac{9,8 \times 0,760 \times 13,596}{0,0014295408}} = 266 \text{ metros. (*)}$$

2.° La densidad del hidrógeno con respecto al agua es 0,0000896049; luego

$$V = \sqrt{\frac{9,8 \times 0,760 \times 13,596}{0,0000896049}} = 1063 \text{ metros. (**)}$$

3.—FORMAS FÍSICAS DE LA MATERIA

Los principales datos, enunciados y fórmulas que deben tenerse en cuenta al resolver los 25 problemas siguientes, son :

1. En igualdad de las demás circunstancias la carga

(*) y (**) El notable desacuerdo entre estas cifras y las que da la experimentación, es debido á que en la fórmula se prescinde del calor producido durante las compresiones ó condensaciones, y del frío que asimismo acompaña á las dilataciones, al propagarse el movimiento ondulatorio.

mínima que produce el fraccionamiento, por tracción, de una varilla ó alambre, es proporcional á la sección transversal de la varilla é independiente de su longitud.

He aquí algunos coeficientes de ruptura por tracción, ó pesos que determinan el fraccionamiento de alambres de un milímetro cuadrado de sección :

Acero fundido estirado. . .	83,80 kilogramos.	
Id. id. recocido. . .	65,70	»
Hierro estirado.. . . .	61,10	»
Id. recocido.	46,88	»

2. El volumen de la esfera es

$$\frac{4}{3} \pi r^3;$$

y el del cilindro recto de base circular

$$\pi r^2 a.$$

3. Masa m de un cuerpo es el cociente de su peso absoluto P por la aceleración G de la gravedad en el paraje donde se opera :

$$m = \frac{P}{G}. \quad [1]$$

El peso absoluto de un cuerpo de masa m , ó presión que ejerce sobre un obstáculo que impida su caída,

$$P = mG, \quad [2]$$

es, por consiguiente, una cantidad variable de un lugar á otro, y su determinación se efectúa con el dinamómetro. En cada punto de la tierra los pesos absolutos y las masas son proporcionales.

La masa d de la unidad de volumen de un cuerpo se llama su densidad absoluta; ó en general

$$d = \frac{m}{v}; \quad \text{y} \quad m = dv;$$

luego, según las fórmulas [1] y [2],

$$d = \frac{P}{G}; \quad \text{ó bien} \quad P = dG;$$

y tratándose de un volumen diferente de la unidad

$$d = \frac{\frac{P}{G}}{v} = \frac{P}{vG}, \quad \text{y} \quad P = dvG.$$

4. Densidad relativa de un cuerpo con respecto á otro es la razón entre las densidades absolutas de ambos :

$$D = \frac{d}{d'} = \frac{\frac{P}{vG}}{\frac{P'}{v'G'}} = \frac{Pv'G'}{P'vG} = \frac{P}{P'} \quad (*)$$

esto último, suponiendo que $v = v'$ y $G = G'$. Por ello puede también decirse que D es el cociente de los pesos absolutos de volúmenes iguales de los dos cuerpos. La densidad absoluta d' hace oficio de unidad.

5. Se llama peso relativo p de un cuerpo á la razón entre su peso absoluto P , y el P' de otro cuerpo que se toma como tipo de comparación suponiéndolo conocido : las unidades de peso absoluto, son : el del centímetro cúbico de agua destilada á 4° y á 45° de latitud al nivel del mar, y los de sus múltiplos y divisores; y bajo la base de ellas, y para facilitar la comparación en que consiste el peso relativo, se forman las colecciones de pesas ó pesos numerados.

$$p = \frac{P}{P'} = \frac{dvG}{d'v'G} = \frac{dv}{d'v'}.$$

El peso relativo de un cuerpo no varía, pues, sea cual fuere el lugar de la tierra en que se le determine; y la operación de hallarlo se ejecuta por medio de la balanza y las pesas.

(*) La masa, y, por lo tanto, la densidad absoluta, son invariables; lo propio que la densidad relativa, según indica la fórmula anterior.

Si el cuerpo P' con el cual se verifica la comparación es el agua, y ambos tienen igual volumen, el peso relativo del P se llama su peso específico con relación al agua : representándolo por D , tendremos :

$$D = \frac{P}{P'} = \frac{dvG}{d'vG} = \frac{d}{d'};$$

d' es, ahora, la densidad absoluta del agua que hace oficio de unidad; y esta ecuación indica que el número que representa el peso específico de un cuerpo es igual al que representa su densidad relativa : por ello los designamos ambos con la letra D .

Suponiendo que el volumen igual sea un centímetro cúbico y que se opere en las condiciones en que P' vale un gramo, el peso específico puede definirse así : el peso P en gramos de la unidad de volumen (centímetro cúbico) de un cuerpo; ó en general

$$D = \frac{P}{v}; [1] \text{ de donde } v = \frac{P}{D}, \quad \text{y} \quad P = Dv.$$

Pero prácticamente resulta, por la dificultad de tomar un centímetro cúbico de agua y del cuerpo al nivel del mar y 45° de latitud, como supone la fórmula [1], que para hallar el peso específico de un sólido ó de un líquido hay que dividir el peso relativo del mismo por el de igual volumen de agua.

En efecto; teniendo en cuenta que el peso relativo no varía con el lugar, y la definición del gramo, tratándose del agua se verifica

$$p = v,$$

y por lo mismo, y considerando á D como el peso relativo de la unidad de volumen del cuerpo

$$p' = Dv;$$

cuya ecuación, dividida por la anterior, da

$$D = \frac{p'}{p}.$$

Los pesos específicos de los gases se determinan generalmente con relación al del aire á 0° y 0^m,760.

6. Como las fuerzas (y el peso absoluto es una) se miden en kilogramos (*), y los pesos relativos se aprecian en gramos (**) ó en sus múltiplos, kilogramo, decagramo, etc., y divisores, aunque con distinta significación, los pesos absoluto y relativo estarán en cada caso representados por números sensiblemente iguales, atendido lo pequeño de las diferencias entre los valores de g en el planeta : de aquí el que corrientemente se admitan como exactas, entre otras, estas dos expresiones, que no lo son :

$$P \quad \text{ó bien} \quad p = \rho G \quad \text{ó bien} \quad g,$$

(peso, absoluto ó relativo = densidad multiplicada por v y por G ó g)

y como casos particulares

$$P \quad \text{ó} \quad p = dG \quad \text{ó} \quad g,$$

$$D = dG \quad \text{ó bien} \quad g.$$

(peso específico = densidad absoluta multiplicada por G ó g).

7. Pesos específicos de varias sustancias sólidas y líquidas :

Agua.	1,0	á	4°,1c.
Cobre.	8,833	á	8,86
Mercurio.	13,596	á	0°,c.
Ácido sulfúrico monohidratado. . .	1,843		
Alcohol.	0,8026	á	0°,c.
Oro.	19,26	á	19,34
Cuarzo.	2,65		
Aceite.	0,915		
Agua á 12°.	0,999527		

(*) Prácticamente es la presión que ejerce sobre su apoyo la masa de platino que se guarda en el Conservatorio de Artes de Paris, construida de modo que sea lo más exactamente igual posible á la de un decímetro cúbico de agua : en rigor debiera ser una presión 1000 veces mayor que la del gramo, conforme con lo dicho en el número 5.

(**) Es la presión variable que ejercen sobre su apoyo en cualquier paraje las pesas construidas de modo que su masa sea lo más igual posible á la del centímetro cúbico de agua, ó á la milésima del patrón de kilogramo que se conserva en Paris.

8. Pesos específicos de algunos gases con relación al aire, á 0° y 0^m,760 :

Aire.	1,0000
Oxígeno.	1,1056
Nitrógeno.	0,9714
Ácido carbónico.. . . .	1,5290

Para hallar los pesos específicos de tales flúidos con relación al agua, basta multiplicar las cifras anteriores por 0,001293, peso específico del aire con relación al agua :

Aire.	0,001293
Oxígeno.	0,0014295408
Nitrógeno.	0,0012560202
Ácido carbónico.. . . .	0,001976997

9. Los líquidos, y lo mismo los gases, transmiten y ejercen con igualdad en todas direcciones cualquier presión que sufran en un punto de su superficie ó de su masa.

10. Todo cuerpo sumergido en un líquido ó un gas pierde de su peso tanto como pesa el volumen de flúido desalojado.

Los cuerpos flotantes desalojan una porción de flúido cuyo peso es igual al del mismo flotador.

11. Los volúmenes, v y v' , ocupados por los gases á temperatura constante, están en razón inversa de sus presiones respectivas, p y p' :

$$v : v' :: p' : p; \quad \text{ó bien} \quad vp = v'p'.$$

12. Atmósfera es una unidad de presión equivalente, sobre cada unidad de superficie, al peso de una columna de mercurio á 0° de 76 centímetros de altura. La presión media del aire al nivel del mar, determinada por el barómetro, es precisamente 0^m,76 y el origen de dicha unidad : he aquí su equivalencia en varios líquidos :

Mercurio. 0,76

$$\text{Agua. } 0,76 \times \frac{13,596}{1} = 10,33296$$

$$\text{Ácido sulfúrico.} \quad 0,76 \times \frac{13,596}{1,843} = 5,606$$

$$\text{Aceite.} \quad 0,76 \times \frac{13,596}{0,915} = 11,292$$

$$\text{Alcohol.} \quad 0,76 \times \frac{13,596}{0,79} = 13,048$$

13. La presión atmosférica media en el Observatorio de Madrid es 706,96^{mm}.

14. Llamando V al volumen de un recipiente colocado en la máquina neumática, v al del cuerpo de bomba, y P á la presión inicial, la presión final después de un golpe de pistón, será :

$$p = P \frac{V}{V + v};$$

después de dos

$$p' = p \frac{V}{V + v} = P \left(\frac{V}{V + v} \right)^2;$$

después de tres

$$p'' = p' \frac{V}{V + v} = P \left(\frac{V}{V + v} \right)^3;$$

y después de n golpes de pistón

$$P \left(\frac{V}{V + v} \right)^n.$$

15. En una mezcla de varios gases la presión de cada uno de ellos es la misma que si estuviera solo ocupando el volumen total; y la presión de la mezcla es, por consiguiente, igual á la suma de las parciales de los gases mezclados.

16. Leyes de la disolución de los gases en los líquidos :
1.^a A temperatura constante un líquido disuelve siempre la misma fracción de su volumen, cualquiera que sea la presión exterior final del gas, refiriendo á esta presión el volumen del gas disuelto. Ó en otros términos : los pesos de un gas disuelto en la misma cantidad de líquido son proporcio-

nales á la presión. 2.^a Cuando varios gases se encuentran en presencia de un mismo líquido, cada uno de ellos es absorbido como si estuviera solo.

Coefficiente n de disolución ó de absorción es la razón constante á toda presión entre la densidad d' del gas disuelto y la d del que se encuentra sobre el líquido después de la absorción

$$n = \frac{d'}{d}.$$

Llamando p' á la presión del gas disuelto referida al volumen del líquido, y p á la presión exterior, como, según la ley de Mariotte,

$$\frac{p'}{p} = \frac{d'}{d},$$

tendremos también

$$n = \frac{p'}{p}.$$

Y si representamos por v' el volumen del líquido, ó sea del gas disuelto cuya presión es p' , y por v el que ocuparía dicho gas á la presión exterior p , como, según la referida ley,

$$\frac{v}{v'} = \frac{p'}{p},$$

el coeficiente, finalmente, será:

$$n = \frac{v}{v'}.$$

17. Coeficientes de disolución en el agua á 0°:

Ácido carbónico.	1,79669
Oxígeno.	0,04116
Nitrógeno.	0,02035
Hidrógeno sulfurado. . .	4,37060

18. La fuerza ascensional de un globo, ó en general la de empuje sobre cualquier cuerpo sumergido en un líquido

ó gas, es igual á la diferencia entre el peso del flúido desalojado y el del cuerpo sumergido.

19. Fórmulas para determinar la altura de un paraje por medio del barómetro.

$$A = 18\,393 \left(1 + 0,002837 \cos. 2l\right) \left(1 + \frac{2(T+t)}{1\,000}\right) \log \frac{P}{p} \quad (\text{Laplace})$$

l es la latitud del lugar, T y t las temperaturas en cada una de las estaciones cuyo desnivel se busca, P la altura barométrica en la inferior y p el mismo dato experimental en la superior.

$$A = 16\,000^m \left(\frac{P-p}{P+p}\right) \left(1 + \frac{2(T+t)}{1\,000}\right) \quad (\text{Babinet})$$

es otra fórmula más sencilla aplicable al caso en que la diferencia de altura entre los dos parajes no exceda de 1 000 metros.

20. En cada paraje la máxima altura á que puede elevarse un líquido con una bomba aspirante es la de la columna de un barómetro construído con el mismo líquido. Con las bombas impelentes el límite de la elevación es el de la fuerza de que se disponga.

PROBLEMAS

LI

¿Cuál será el volumen de un pedazo de cobre que pese 120 kilogramos? Si fuere esférico ¿cuál será su diámetro?

1.º Aplicando la fórmula

$$V = \frac{P}{D},$$

el volumen del cobre en decímetros cúbicos, estará expresa do por

$$\frac{120}{8,833} = 13,585.$$

2.º Siendo el volumen de la esfera

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3,$$

en el presente caso tendremos,

$$13,585 = \frac{4}{3} \pi r^3;$$

de donde

$$r = \sqrt[3]{\frac{13,585}{\frac{4}{3} \pi}} = 1,48 \text{ decímetros};$$

por consiguiente, el diámetro valdrá 2,96 decímetros.

LII

¿Qué sección ha de tener una barra de acero fundido y estirado para que el peso que determine su ruptura sea 1 500 kilogramos?

El coeficiente de ruptura del acero fundido estirado es 83,80; luego,

$$1 : 83,80 :: x : 1\,500;$$

de donde

$$x = \frac{1\,500}{83,80} = 17,8 \text{ milímetros cuadrados.}$$

LIII

¿Qué porción de la altura de un cilindro hueco, lastrado para que se hunda verticalmente, cuyo peso es 1 000 gramos y el radio de la base 25 centímetros, se sumergirá al introducirlo en el agua, en el mercurio, en el ácido sulfúrico y en el alcohol?

Recordando que

$$V = \frac{P}{D}, \quad \text{y} \quad V = \pi r^2 a,$$

tendremos, en el caso del agua :

$$\frac{1\,000}{1} = 3,14 \times 625 \times a; \quad \text{de donde} \quad a = 0^{\text{cm}},509;$$

en el del mercurio :

$$\frac{1\,000}{13,5} = 3,14 \times 625 \times a'; \quad \text{de donde} \quad a' = 0^{\text{cm}},037;$$

en el del ácido sulfúrico :

$$\frac{1\,000}{1,8} = 3,14 \times 625 \times a''; \quad \text{de donde} \quad a'' = 0^{\text{cm}},28;$$

y en el del alcohol :

$$\frac{1\,000}{0,80} = 3,14 \times 625 \times a'''; \quad \text{de donde} \quad a''' = 0^{\text{cm}},63.$$

LIV

En un vaso cilíndrico de vidrio colocado sobre un plano horizontal y de 0^m,1 de diámetro interior, se vierten 12 kilogramos de mercurio á 0°. ¿A qué altura se elevará el líquido?

Sea a la altura buscada; el volumen correspondiente, expresado en litros, será :

$$\pi \times 0,5^2 \times a,$$

y el peso,

$$\pi \times 0,5^2 \times a \times 13,596,$$

el cual debe ser igual á 12 kilogramos, lo que da

$$12 = \pi \times 0,5^2 \times a \times 13,596;$$

de donde

$$a = \frac{12}{3,14 \times 0,5^2 \times 13,596} = 1,124.$$

Adoptando el litro como unidad de volumen, y el kilogramo como unidad de peso, según se ha hecho, el valor de a resultará expresado en decímetros, y por lo tanto, será en metros

$$a = 0^{\text{m}},1124.$$

LV

Una columna de mercurio que pesa un gramo ocupa 150 milímetros en un tubo capilar. ¿Cuál es el diámetro del tubo?

Según la expresión

$$V = \frac{P}{D},$$

el volumen del mercurio será

$$\frac{1}{13,596} = 0,073 \text{ centímetros cúbicos,}$$

es decir, 73 milímetros cúbicos. Y suponiendo cilíndrica la columna, tendremos

$$73 = 3,14 \times r^2 \times 150,$$

de donde

$$r = \sqrt{\frac{73}{3,14 \times 150}} = 0^{\text{mm}},39;$$

por consiguiente, el diámetro del tubo será $0^{\text{mm}},78$.

LVI

En un esqueleto de piezómetro, cuyo tubo está dividido en partes de igual capacidad, se introducen 410,05 gramos de mercurio, que á 0°, llenan el depósito y suben hasta la división 25 del tubo (el cero está en la parte superior); después se introducen 2,175 gramos más del mismo liquido, que también á 0°, se elevarán hasta la división 13. Se desea saber: 1.º, el volumen de una división; 2.º, el del depósito y el tubo hasta el cero de la escala. El número total de divisiones del tubo es 30.

1.º Los 2,175 gramos de mercurio ocupan un volumen de

$$\frac{2,175}{13,596} = 0,16 \text{ c. c.,}$$

jador hace una fuerza de 15 kilogramos sobre el extremo B, ¿qué presión x sufrirán los objetos colocados entre P P' e I I'?—Prescindase del peso K H H' y del de los objetos, así como de los rozamientos.

De la ecuación

$$R \times 25 = 15 \times 120,$$

se deduce

$$R = \frac{15 \times 120}{25} = 72 \text{ kilogramos,}$$

valor de la presión que ejerce el émbolo del cuerpo de bomba A.

Y según el principio de Pascal, tendremos :

$$x = 72 \times \frac{\pi 12,5^2}{\pi 1,75^2} = 3\,676,5 \text{ kilogramos.}$$

LVIII

Un pedazo de cuarzo tiene en su interior cierta cantidad de oro; el trozo pesa 2 kilogramos; metido en el agua pierde 450 gramos. ¿Cuánto oro hay?

Llamando x al peso del oro é y al del cuarzo, tendremos:

$$x + y = 2 \text{ kilogramos.}$$

Decir que el trozo pierde 450 gramos por su inmersión en el agua equivale á consignar que su volumen es 450 centímetros cúbicos; luego

$$0,450 = \frac{x}{19,2} + \frac{y}{2,81}.$$

De cuyas dos ecuaciones se obtiene :

$$y = 1^{\text{kg}}, 138$$

$$x = 0^{\text{kg}}, 862.$$

LIX

En un globo de cristal, vacío, de 3 litros, se introducen 8 litros de ácido carbónico, á la presión de 0^m,745, por medio de una bomba de compresión. ¿Cuál será la presión x final dentro del globo? Temperatura 0°, invariablemente.

Con arreglo á la ley de Mariotte, se verificará

$$8 : 3 :: x : 0,745;$$

de donde

$$x = \frac{8}{3} \times 0,745 = 1^m,986;$$

ó, midiendo en atmósferas,

$$x = \frac{1,986}{0,760} = 2,6;$$

ó sean 2 atmósferas y 0^m,466.

LX

En la rama más corta, m, del tubo llamado de Mariotte (lám. VI, fig. 15) tenemos interceptados 24 centímetros cúbicos, y la altura de la misma, 12 centímetros, está dividida en 24 partes. ¿Cuál será en cada experimento la presión del aire encerrado? ¿Cuánto mercurio deberá echarse por la rama larga y abierta, M, para que en la corta se eleve á las divisiones 3, 6 y 8? Presión exterior 0,760.

1.º Como el aire quedará reducido á ocupar, en vez de las 24 divisiones, 21, 18 y 16, según el caso, su tensión x, y ó z, en virtud de la ley de Mariotte, será :

$$\begin{array}{ll} 0,760 : x :: 21 : 24; & x = 0,868 \\ 0,760 : y :: 18 : 24; & y = 1,013 \\ 0,760 : z :: 16 : 24; & z = 1,140 \end{array}$$

2.º Para calcular las respectivas cantidades de mercurio que deben añadirse por M, descontaremos ante todo de los

anteriores valores de x , y , z los 0,760 que representan la presión atmosférica :

$$0,868 - 0,760 = 0,108$$

$$1,013 - 0,760 = 0,253$$

$$1,140 - 0,760 = 0,380$$

Y estas diferencias indicarán las alturas de metal equivalentes al aumento de fuerza elástica del aire en la rama m ; sólo que tales longitudes deben contarse desde el nivel del líquido en la rama corta; luego en resumen por la rama larga deberán añadirse, teniendo en cuenta que cada división de la corta es de 0^m,005,

$$0,108 + 0,005 \times 3 = 0^m,123 \text{ en el 1.}^{\text{er}} \text{ experimento}$$

$$0,253 + 0,005 \times 6 = 0^m,283 \text{ en el 2.}^{\circ}$$

$$0,380 + 0,005 \times 8 = 0^m,420 \text{ en el 3.}^{\circ}$$

Alturas en milímetros, contadas desde el 0 en la rama larga, á partir de las cuales puede fácilmente calcularse, en volumen ó en peso, la cantidad de mercurio, suponiendo que el tubo es un cilindro recto vertical y teniendo en cuenta que cada medio centímetro de su altura representa un centímetro cúbico.

LXI

El volumen de la campana de una máquina neumática es 3,6 decímetros cúbicos; el del cuerpo de bomba 2,7; el del conducto y probeta 0,4; la presión inicial 0^m,755. ¿Al cabo de cuántos golpes de pistón será la presión 0^m,010?

Haciendo en la fórmula

$$p = P \left(\frac{V}{V + v} \right)^n$$

$p = 0,010$; $P = 0,755$; $V = 3,6 + 0,400 = 4$ decímetros cúbicos, y $v = 2,700$ tendremos :

$$0,010 = 0,755 \left(\frac{4}{6,700} \right)^n;$$

de donde, calculando por logaritmos,

$$\log. 0,010 = \log. 0,755 + n \log. \left(\frac{4}{6,700} \right);$$

de donde

$$n = \frac{\log. 0,010 - \log. 0,755}{\log. \left(\frac{4}{6,700} \right)} = 8,4 \text{ golpes de pistón.}$$

LXII

En la máquina neumática del problema anterior, ¿qué vacío se producirá á los 20 golpes de pistón?

Sustituyendo números en la fórmula

$$p = P \left(\frac{V}{V + v} \right)^n, \quad \text{tendremos} \quad p = 0,755 \left(\frac{4}{6,7} \right)^{20};$$

y tomando logaritmos

$$\log. p = \log. 0,755 + 20 \times \log. \left(\frac{4}{6,7} \right).$$

Efectuadas operaciones, resulta

$$p = 0^m,00002497.$$

LXIII

Con una máquina contra-neumática cuyo cuerpo de bomba tiene un decímetro cúbico de volumen, se inyecta aire á 0^m,735 de presión en una capacidad de 1 metro cúbico llena del mismo gas. ¿Cuál será la presión x de éste después de 6 golpes de pistón?

Como el metro cúbico tiene 1 000 decímetros cúbicos y cada golpe de pistón introduce uno más en la capacidad, según la ley de Mariotte, tendremos

$$1\,006 : 1\,000 :: x : 0,735,$$

de donde

$$x = \frac{1\,006 \times 0,735}{1\,000} = 0^m,739.$$

LXIV

¿Qué cantidad de oro pesada en el aire pesa en el vacío 1 kilogramo? Se emplean pesas de cobre. Presión 0^m,744; temperatura 0°.

El volumen del oro, en decímetros cúbicos, será

$$\frac{1}{19,360} = 0,051.$$

El litro de aire á 0° y 0,760 pesa 1^{er},293; luego á 0,744 pesará

$$\frac{744}{760} \times 1,293 = 1,265.$$

Y el peso del aire desalojado por el oro será

$$1,265 \times 0,051 = 0,064515 \text{ gramos.}$$

El volumen del cobre de las pesas, en decímetros cúbicos, será

$$\frac{x^{\text{er}}}{8\ 860};$$

y el peso en gramos del aire que desalojan

$$\frac{x}{8\ 860} \times 1,265;$$

luego el equilibrio en el aire estará representado por la ecuación

$$1\ 000^{\text{er}} - 0,064515 = x^{\text{er}} - 1,265 \times \frac{x}{8\ 860};$$

de donde

$$x = \frac{8\ 859\ 428,3971}{8\ 858,735} = 1\ 000^{\text{er}},07;$$

cifra que representa el peso en el vacío de las pesas de cobre que en el aire suman $1\ 000 - 0,064515 = 999^{\text{er}},935485$ y equilibran al trozo de oro que en el vacío pesa 1 kilogramo.

LXV

Bajo la campana de la máquina contra-neumática se colocan 2 cubos, C y C', que en el aire pesan el uno 133 gramos y el otro 133,03, suspendidos, en vez de platillos, de los brazos de una balanza; la arista del 1.º es 0^m,05 y la del 2.º 0^m,09; la presión del aire 0^m,760 y su temperatura 0º; naturalmente, no se equilibran. Haciendo funcionar la máquina, ¿a qué presión se equilibrarán?

Los volúmenes de los cubos son respectivamente

$$C = 0^m,05^3 = 0,000125 \text{ metros cúbicos;}$$

$$C' = 0^m,09 = 0,000729 \text{ metros cúbicos.}$$

El aire desalojado por los mismos pesa

$$1^{\text{lt}} : 1^{\text{gr}},293 :: 0,125 : x;$$

de donde

$$x = 1,293 \times 0,125 = 0^{\text{gr}},162.$$

$$1^{\text{lt}} : 1^{\text{gr}},293 :: 0,729 : y;$$

de donde

$$y = 1,293 \times 0,729 = 0^{\text{gr}},942.$$

Y los pesos reales son

$$133 + 0,162 = 133^{\text{gr}},162; \quad \text{y} \quad 133,03 + 0,942 = 133^{\text{gr}},972$$

Las pérdidas s y z que sufren á la presión desconocida p se deducen de las proporciones

$$0^m,760 : p :: 0,162 : s; \quad \text{de donde} \quad s = p \times \frac{0,162}{0,760} \quad [1]$$

$$0^m,760 : p :: 0,729 : z; \quad \text{de donde} \quad z = p \times \frac{0,729}{0,760} \quad [2]$$

y el problema supone que

$$133,162 - s = 133,972 - z; \quad [3]$$

de cuyas tres ecuaciones se deduce

$$p = 0^m,789.$$

LXVI

En un tubo barométrico de 0^m,004 de radio, que marcaba 0^m,740, ha entrado aire y ha bajado la columna á 0^m,715. ¿Cuál será la presión en la cámara barométrica? ¿Cuál el volumen de aire que ha entrado á 0^m,740, suponiendo que la cámara tuviese 15 centímetros cúbicos de capacidad?

La tensión del aire dentro del barómetro será

$$0,740 - 0,715 = 0,025.$$

Este aire ocupa la cámara barométrica primitiva, ó, sean 15 centímetros cúbicos, más el volumen del cilindro (que suponemos de bases planas circulares) cuyo radio es 4 milímetros y su altura los 25^{mm} que el mercurio ha descendido; en suma

$$15 + 3,14 \times 0,4^2 \times 2,5 = 16,256 \text{ centímetros cúbicos;}$$

luego, según la ley de Mariotte,

$$16,256 : x :: 0,740 : 0,025;$$

de donde

$$x = \frac{16,256 \times 0,025}{0,740} = 0,549 \text{ centímetros cúbicos.}$$

LXVII

Después de entrar el aire en el barómetro del problema anterior, se pone la cámara en comunicación con un globo de vidrio, vacío, de litro y medio de volumen. ¿Cuál será la presión del aire y qué altura tomará el mercurio?

Averigüemos, ante todo, la longitud del tubo barométrico, observando que cuando la columna mercurial marcaba la presión exterior, 74 centímetros, el volumen de la cámara barométrica era 15 centímetros cúbicos :

$$3,14 \times 0,4^2 \times a = 15;$$

de donde

$$a = \frac{15}{3,14 \times 0,4^2} = 29,8 \text{ centímetros;}$$

lo que nos dice que

$$74 + 29,8 = 103,8 \text{ centímetros}$$

será la longitud en cuestión.

Y no olvidemos que en el momento final del problema anterior, primero del presente, el aire ocupaba dentro del aparato 16,256 centímetros cúbicos con una presión de 0^m,025.

Al establecer la comunicación de la cámara con el globo de 1 500 centímetros cúbicos, la columna metálica subirá : llamemos x á su altura definitiva, que es una de las incógnitas del problema, y $74 - x$ á la presión á que en tal caso quedará el aire interior; el volumen de éste será

$$1\,500 + 3,14 \times 0,4^2 \times (103,8 - x);$$

y según la ley de Mariotte, tendremos :

$$16,256 : 1\,500 + 3,14 \times 0,4^2 \times (103,8 - x) :: 74 - x : 2,5,$$

ó bien

$$(1\,552,14912 - 0,5024\,x) (74 - x) = 40,64,$$

ó

$$0,5024\,x^2 - 1\,589,3267\,x + 114\,818,39488 = 0$$

Ecuación de segundo grado cuya raíz 73,98 centímetros satisface al problema.

Es decir, que la columna barométrica subirá hasta marcar 0^m,7398, y la presión del aire interior será :

$$0,740 - 0,7398 = 0,0002.$$

LXVIII

En la cámara de un barómetro cuyo tubo tiene 0,4 centímetros de radio, se introducen 5 centímetros cúbicos de H, 6 de O y 7 de N. ¿Cuál será la tensión de la mezcla y la de cada gas? La

presión exterior es 735 milímetros, y el volumen de la cámara 22 centímetros cúbicos.

1.º Lo primero que debe conocerse es la altura del tubo barométrico hasta su extremidad superior, ó sea la de la cámara barométrica, puesto que la columna de mercurio tiene 73,5 centímetros y la suma de ambas constituirá la altura total. Suponiendo que se trata de un cilindro recto de bases planas circulares, tendremos :

$$3,14 \times 0,4^2 \times a = 22 \text{ centímetros cúbicos;}$$

de donde

$$a = \frac{22}{3,14 \times 0,4^2} = 43,9 \text{ centímetros;}$$

y la altura del tubo barométrico será

$$73,5 + 43,9 = 117,4 \text{ centímetros.}$$

Llamando x á la altura de la mezcla gaseosa dentro del tubo, la del mercurio estará representada por

$$117,4 - x \quad [1]$$

y el descenso que ha experimentado la columna metálica líquida, ó presión de la mezcla, por

$$73,5 - (117,4 - x). \quad [2]$$

A la presión inicial de 73,5, el volumen de la mezcla es $5 + 6 + 7 = 18$ centímetros cúbicos : á la presión final [2] el volumen será

$$22 + 3,14 \times 0,4^2 \times [73,5 - (117,4 - x)];$$

luego, según la ley de Mariotte,

$$18 : 22 + 3,14 \times 0,4^2 \times [73,5 - (117,4 - x)] :: 73,5 - (117,4 - x) : 73,5$$

de donde

$$[22 + 0,5024 (x - 43,9)] \times (x - 43,9) = 1\,323;$$

ó bien

$$(0,5024 x - 0,05536) \times (x - 43,9) = 1\,323;$$

$$\text{ó } 0,5024 x^2 - 0,05536 x - 22,05536 x + 2,430304 - 1\,323 = 0;$$

$$\text{ó } 0,5024 x^2 - 22,11072 x - 1\,320,569696 = 0;$$

ecuación de segundo grado cuya raíz 77,7 centímetros satisface al problema. Sustituyendo éste número en las expresiones [1] y [2] resultará que la altura de la columna barométrica es 39,7 centímetros, y la tensión de la mezcla gaseosa 33,8, ó expresada en metros 0,338.

2.º El volumen de la mezcla gaseosa será

$$3,14 \times 0^{\text{cm}},4^2 \times 77,7 = 39,0364,$$

cuya cifra, dividida en partes proporcionales á los números 5, 6 y 7, nos da para composición del fluido cuya tensión es 0^m,338 lo siguiente :

10,8434	centímetros cúbicos de hidrógeno
13,0121	íd. íd. de oxígeno
15,1808	íd. íd. de nitrógeno
39,0363	

luego

$$\frac{10,8434}{39,0364} \times 0,338 = 0,093 \quad \text{será la presión del hidrógeno;}$$

$$\frac{13,0121}{39,0364} \times 0,338 = 0,112 \quad \text{será la del oxígeno;}$$

$$\frac{15,1808}{39,0364} \times 0,338 = 0,131 \quad \text{será la del nitrógeno.}$$

LXIX

¿Cuánto ácido carbónico tendrá una botella de agua gaseosa á 0º, de $\frac{1}{2}$ litro, suponiendo que el gas se disolvió y se mantiene exteriormente á 3 atmósferas?

Densidad del ácido carbónico, 1,529. Coeficiente de solubilidad del mismo, 1,79669.

Según la ley de Mariotte, la densidad del ácido carbónico á 3 atmósferas será

$$d = 3 \times 1,529 = 4,587;$$

luego la densidad d' del ácido carbónico disuelto, deducida de la expresión

$$n = \frac{d'}{d}$$

estará representada por

$$d' = 1,79669 \times 4,587 = 8,24142.$$

Para hallar la cantidad en peso de gas disuelto, determinemos el valor d' con respecto al agua, lo cual se consigue multiplicándolo por 0,001293, peso específico del aire con relación á dicho líquido,

$$8,24142 \times 0,001293 = 0,010656,$$

y este número representará el peso en gramos de un centímetro cúbico del ácido carbónico disuelto en la botella : por manera, que siendo ésta de medio litro, ó sea de 500 centímetros cúbicos, el gas en disolución pesará

$$0,010656 \times 500 = 5^{\text{gr}},328.$$

Si quisiéramos determinar la cantidad en volumen, aplicaríamos la fórmula

$$V = nV',$$

ó bien

$$V = 1,79669 \times 500 = 898,34,$$

cifra que representa en centímetros cúbicos y á la presión de 3 atmósferas el volumen del gas disuelto en la botella. Multiplicándolo por 3 tendremos :

$$898,34 \times 3 = 2^{\text{li}},695,$$

que es precisamente el volumen de los $5^{\text{gr}},328$ de ácido carbónico á 0,760.

LXX

¿Cuál será la fuerza ascensional de un globo esférico de seda, de 9 metros de radio, en el momento de partir, suponiendo

do que el aparato y los accesorios, antes de llenar el globo, pesen 2830 kilogramos y que la temperatura del aire es 0° y la presión 0^m,725?

La fuerza ascensional es la diferencia entre el peso del aire desalojado y el del aparato.

Para averiguar el valor del minuendo, observemos que el volumen del globo será

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3,1416 \times 9^3 = 3053,635 \text{ metros cúbicos;}$$

y que pesando un litro de aire á 0° y 0^m,760, 1^{sr},293, á 0° y 0,725 pesará

$$x = 1^{\text{sr}},233,$$

según la proporción

$$0,760 : 0,725 :: 1,293 : x;$$

ó bien

$$1^{\text{kg}},233 \text{ el metro cúbico;}$$

luego el peso del aire desalojado por el globo será

$$3053,635 \times 1,233 = 3765,131 \text{ kilogramos.}$$

El valor del sustraendo se compondrá del peso del globo y sus accesorios, añadido al de los 3053,636 metros cúbicos de hidrógeno; y como el litro de este gas á 0° y 0,760 pesa 0^{sr},0896, á 0° y 0,725 pesará

$$x = 0^{\text{sr}},0854$$

según la proporción

$$0,760 : 0,725 :: 0,0896 : x;$$

ó bien

$$85^{\text{sr}},4 \text{ el metro cúbico,}$$

y el volumen total

$$3053,635 \times 85^{\text{sr}},4 = 260^{\text{kg}},780;$$

luego el peso del aparato será

$$2830 + 260,780 = 3090^{\text{kg}},780,$$

y la fuerza ascensional valdrá

$$3\,765,131 - 3\,090,780 = 674,351 \text{ kilogramos;}$$

no teniendo en cuenta el peso del aire desalojado por la tela del globo y por los accesorios.

LXXI

¿Cuál debe ser la presión del aire en la región de la atmósfera donde el globo del problema anterior termina su subida? Se supone que la temperatura es invariablemente 0°.

La ascensión del globo cesará en cuanto su propio peso, con el de los accesorios, iguale al del aire desalojado.

Ahora bien; tomando por volumen de todo el aparato el del globo, cada metro cúbico de aquél pesará, según hemos visto en el problema 70,

$$\frac{3\,090,780}{3\,053,635} = 1^{\text{kg}},012;$$

y como el metro cúbico de aire á 0,725 pesa 1^{kg},233, la presión x á que pesará 1,012 estará dada por la proporción

$$0,725 : x :: 1,233 : 1,012,$$

de la cual se deduce

$$x = \frac{0,725 \times 1,012}{1,233} = 0^{\text{m}},595.$$

LXXII

¿Cuál será la altura á que el globo de los problemas 70 y 71 se habrá elevado, fijando en 41° la latitud del lugar?

Suponiendo que la presión en la superficie de la tierra y en las capas de donde el globo no pasa, valga simultánea y respectivamente 0,725 y 0,595, puede aplicarse á la resolución de este problema la fórmula dada por Laplace para medir la altura de las montañas :

$$A = 18\,393 (1 + 0,002837 \cos 2l) \left(1 + \frac{2(T + t)}{1\,000}\right) \log. \frac{P}{p},$$

haciendo en ella

$$l = 41^{\circ}; \quad T = 0^{\circ}; \quad t = 0^{\circ}; \quad P = 0,725 \quad \text{y} \quad p = 0,595$$

$$A = 18\,393 \left(1 + 0,002837 \times \cos 82^{\circ}\right) \log. \frac{0,725}{0,595};$$

ó bien

$$A = (18\,393 + 7,2583689) \times 0,0858210 = 1\,579,128 \text{ metros.}$$

LXXIII

La presión de la atmósfera en un paraje es 0^m,751 y la densidad del agua á 12° centígrados 0,999527. ¿A qué máxima altura teórica podrá elevarse dicho líquido con una bomba aspirante? ¿Y si la presión fuera sólo de 0^m,724? ¿Y si en el primer caso se tratara del ácido sulfúrico, cuya densidad es 1,843 y la temperatura fuese 0°? ¿Y si en el segundo el líquido fuera un alcohol de 0,795 de densidad á 15°?

Desde que la presión atmosférica está medida por el peso de un cilindro de mercurio, las cuestiones propuestas se reducen á buscar alturas de columnas equivalentes (de igual presión sobre su base) de diferentes líquidos; alturas que se hallan en razón inversa de las densidades.

$$1.^{\circ} \quad 0,751 : x :: 0,999527 : 13,5;$$

$$\text{de donde} \quad x = \frac{0,751 \times 13,5}{0,999527} = 10^{\text{m}},14.$$

$$2.^{\circ} \quad 0,724 : x :: 0,999527 : 13,5;$$

$$\text{de donde} \quad x = \frac{0,724 \times 13,5}{0,999527} = 9^{\text{m}},74.$$

$$3.^{\circ} \quad 0,751 : x :: 1,843 : 13,5;$$

$$\text{de donde} \quad x = \frac{0,751 \times 13,5}{1,843} = 5^{\text{m}},501.$$

$$4.^{\circ} \quad 0,724 : x :: 0,795 : 13,5;$$

$$\text{de donde} \quad x = \frac{0,724 \times 13,5}{0,795} = 12^{\text{m}},294.$$

LXXIV

¿Cuál será el radio de un cuerpo de bomba aspirante cuyo émbolo tiene 30 centímetros de carrera, y el tubo de aspiración 4 metros de longitud y 0^m,05 de radio, suponiendo que á la primera subida del pistón el agua se eleva 1^m,80, cuando la presión atmosférica valga 0,740?

El volumen del aire en el tubo de aspiración será

$$3,14 \times 0,05^2 \times 4 = 0,0314 \text{ m}^3.$$

El volumen del mismo aire después que el émbolo sube será

$$3,14 \times 0,05^2 (4 - 1,80) + 3,14 \times x^2 \times 0,30 = \\ 3,14 (0,05^2 \times 2,20 + x^2 \times 0,30),$$

ó, efectuando operaciones

$$0,01727 + 0,942 x^2.$$

La presión, primeramente, es

$$0,740;$$

y después de subir el émbolo, teniendo en cuenta que la altura 1^m,80 de agua equivale á $\frac{1,80}{13,59} = 0,132$ de mercurio, será

$$0,740 - 0,132 = 0,608,$$

con cuyos datos, según la ley de Mariotte, estableceremos

$$\frac{0,740}{0,608} = \frac{0,01727 + 0,942 x^2}{0,0314};$$

y, efectuando operaciones y reduciendo,

$$0,572736 x^2 - 0,012735 = 0;$$

de donde

$$x = \pm \sqrt{\frac{0,012735}{0,572736}}$$

De las dos raíces, la positiva 0^m,149 es la solución del problema.

LXXV

El tubo de elevación de una bomba impelente destinada á subir el agua á un alto depósito, ó de una aspirante impelente combinadas (bomba de incendios), eleva el agua á 25 metros; el diámetro del émbolo es 0^m,08; la palanca de la bomba está dispuesta de modo que el brazo de dicho émbolo tiene 40 centímetros y el de la potencia 1^m,10. ¿Qué fuerza es necesaria para elevar el agua hasta dichos 25 metros?

El peso en kilogramos de la columna de agua que ejerce presión sobre el émbolo será

$$(3,14 \times 0,0016 \times 25) \times 1\,000 = 0,1256 \times 1\,000 = 125,6;$$

y, según la ley de equilibrio de la palanca, tendremos

$$x : 125,6 :: 0,40 : 1,10;$$

luego

$$x = \frac{125,6 \times 0,40}{1,10} = 45,67 \text{ kilogramos.}$$

4.—ACÚSTICA

Los principales antecedentes que deben recordarse para resolver los siguientes ó análogos problemas de acústica son:

1.º La velocidad del sonido en el aire á 0º es 331 metros por segundo, y crece con la temperatura según esta fórmula

$$v = 331 \sqrt{1 + 0,00367 \times t.}$$

2.º Los rayos sonoros se reflejan, al igual que los caloríficos, luminosos y químicos, de modo que los ángulos de incidencia y reflexión son iguales y se hallan en un mismo plano perpendicular á la superficie reflectora.

3.º El eco es una imagen del foco sonoro análoga á la que una bujía ofrece si se la coloca delante de un espejo.

4.º Para averiguar el número de vibraciones completas

de un sonido por medio de la sirena de Cagniard de Latour, se multiplica el número de orificios del disco por el de las revoluciones efectuadas (é indicadas en los cuadrantes) durante varios segundos, y el producto se divide por el número de éstos.

5.º El número de vibraciones de cada una de las notas de la octava musical, respecto del de la primera es :

$$1, \frac{9}{8}, \frac{5}{4}, \frac{4}{3}, \frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{15}{8}, 2 \quad [1]$$

do re mi fa sol la si do

ó multiplicando por 24 para evitar fracciones

$$24 \quad 27 \quad 30 \quad 32 \quad 36 \quad 40 \quad 45 \quad 48 \quad [2]$$

6.º Intervalo entre dos notas es la razón del número de vibraciones de ambas : los intervalos se llaman *segunda, tercera, cuarta, quinta, sexta, séptima y octava*; nombres que, como vemos, se refieren á la posición de la nota, comparada con el *do*, en la escala ó gama.

Los anteriores números [1] representan, por consiguiente, los intervalos de las notas con respecto á la primera.

Los intervalos entre cada dos consecutivas, serán :

$$\frac{\frac{9}{8}}{1} = \frac{9}{8}; \quad \frac{\frac{5}{4}}{\frac{4}{3}} = \frac{10}{9}; \quad \frac{\frac{4}{3}}{\frac{3}{2}} = \frac{16}{15}; \quad \frac{\frac{3}{2}}{\frac{15}{8}} = \frac{9}{8};$$

$$\frac{\frac{5}{4}}{\frac{3}{2}} = \frac{10}{9}; \quad \frac{\frac{15}{8}}{\frac{5}{3}} = \frac{9}{8}; \quad \frac{2}{\frac{15}{8}} = \frac{16}{15}.$$

El intervalo $\frac{9}{8}$ se llama *tono mayor*; el $\frac{10}{9}$ *tono menor*, y el $\frac{16}{15}$ *semitono mayor*.

El intervalo entre el tono mayor y el menor, $\frac{\frac{9}{8}}{\frac{10}{9}} = \frac{81}{80}$

se llama *coma*.

Nota *sostenida* es aquella cuyo número de vibraciones se encuentra aumentado respecto del de la nota natural en la proporción de 24 á 25; y *bemol* aquella cuyo número de vibraciones es menor que el de la natural en la relación de 25 á 24.

Comparando el anterior *do* de 24 vibraciones [2] con las notas de una escala descendente inmediata más baja

<i>do</i>	<i>si</i>	<i>la</i>	<i>sol</i>	<i>fa</i>	<i>mi</i>	<i>re</i>	<i>do</i>
24	22,5	20	18	16	15	13,5	12

resultan las siguientes relaciones :

$$\frac{24}{22,5} = \frac{16}{15}, \frac{6}{5}, \frac{4}{3}, \frac{3}{2}, \frac{8}{5}, \frac{24}{13,5} = \frac{16}{9};$$

que á la vez son intervalos entre dicho *do* y las restantes notas, *si*, *la*, *sol*, etc.

7.º Dase el nombre de *acorde* á la coexistencia de varios sonidos que producen una sensación agradable : lo contrario se llama *disonancia*.

El acorde, compuesto de tres sonidos cuyos números de vibraciones se hallan en la relación de los enteros 4, 5, 6, se designa con el nombre de *acorde perfecto mayor* : le forman las notas *do*, *mi*, *sol* (24, 30 y 36, ó bien, 1, $\frac{5}{4}$ y $\frac{3}{2}$ que multiplicados por 4, dan 4, 5, 6).

Acorde perfecto menor es la combinación de tres sonidos cuyos números de vibraciones están en la relación de 10, 12 y 15 : las notas *la*, *do*, *mi* (20, 24, 30, que divididos por 2, dan 10, 12, 15) satisfacen á dicha condición.

8.º Se llaman sonidos *unísonos* los constituidos por igual número de vibraciones, y *armónicos* aquellos en que el número de vibraciones está en la relación de los enteros 1, 2, 3, 4, 5, etc.

La siguiente serie de escalas ascendentes indica la de los armónicos que son sonidos musicales :

<i>do</i>	<i>re</i>	<i>mi</i>	<i>fa</i>	<i>sol</i>	<i>la</i>	<i>si</i>	<i>do</i>	<i>re</i>	<i>mi</i>	<i>fa</i>	<i>sol</i>	<i>la</i>	<i>si</i>
1	$\frac{9}{8}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{15}{8}$	2	$\frac{18}{8}$	$\frac{10}{4}$	$\frac{8}{3}$	3	$\frac{10}{3}$	$\frac{30}{8}$
<i>do</i>	<i>re</i>	<i>mi</i>	<i>fa</i>	<i>sol</i>	<i>la</i>	<i>si</i>	<i>do</i>	<i>re</i>	<i>mi</i>	<i>fa</i>	<i>sol</i>	<i>la</i>	<i>si</i>
4	$\frac{36}{8}$	5	$\frac{16}{3}$	6	$\frac{20}{3}$	$\frac{60}{8}$	8	9	10	$\frac{32}{3}$	12	$\frac{40}{3}$	15
<i>do</i>	<i>re</i>	<i>mi</i>	<i>fa</i>	<i>sol</i>	<i>la</i>	<i>si</i>	<i>do</i>	<i>re</i>	<i>mi</i>	<i>fa</i>	<i>sol</i>	<i>la</i>	<i>si</i>
16	18	20	$\frac{64}{3}$	24	$\frac{80}{3}$	30	32	36	40	48	54	60	$\frac{540}{8}$

9.º La fórmula del número absoluto n de vibraciones transversales completas de las cuerdas es

$$n = \frac{1}{2rl} \sqrt{\frac{gP}{\pi d}}.$$

El peso tensor P debe expresarse en kilogramos, y r , l y g , radio, longitud y valor de la gravedad, en decímetros.

10. Las leyes de Bernoulli, referentes á la producción de sonidos en los tubos cerrados y abiertos son :

En los tubos cerrados.—1.ª La altura del sonido crece con la fuerza del viento, en forma tal que si representamos por l el más grave ó fundamental, resulta que el tubo da sucesivamente la serie de armónicos 1, 3, 5, 7, 9, etc., impares.—2.ª En los tubos de diferente longitud el número de vibraciones, correspondiente á los sonidos del mismo orden, está en razón inversa de la longitud.—3.ª Las vibraciones del aire en los tubos son longitudinales, y la columna de aire está dividida en partes iguales por nodos y vientres, correspondiendo siempre un nodo al fondo del tubo y un vientre á la embocadura.—4.ª Los nodos, ó sean las superficies de separación de las partes vibrantes, permanecen inmóviles y sólo experimentan cambios de densidad, mientras que los vientres, situados en la mitad de las partes vibrantes, conservan la misma densidad y están constantemente vibrando.—5.ª Cuando el tubo da su sonido fundamental, existe un

solo nodo, y la longitud de la onda completa es el cuádruplo de la del tubo.

Lo principal de estas leyes está comprendido en las siguientes fórmulas

$$L = (2p + 1) \times \frac{l}{4}, \quad \text{y} \quad n = (2p + 1) \times \frac{v}{4L},$$

en las cuales n representa el número de vibraciones, v la velocidad de propagación del sonido en el aire, L la longitud del tubo, l la de la onda completa, y p un número entero, á fin de que $2p + 1$ represente un número impar de partes iguales en que los nodos y vientres dividen al tubo cerrado.

En los tubos abiertos son: 1.^a Los sonidos producidos por un mismo tubo están sucesivamente representados por la serie natural de los números 1, 2, 3, 4, etc.—2.^a Idéntica á la de los tubos cerrados.—3.^a La columna de aire está dividida en nodos y vientres, correspondiendo uno de éstos á cada extremo.—4.^a Idéntica á la de los tubos cerrados.—5.^a Cuando haya un solo nodo, la longitud de la onda es doble de la del tubo.—6.^a El sonido fundamental de un tubo abierto por sus dos extremos es siempre la octava aguda del de otro tubo cerrado de igual longitud.

Lo principal de estas leyes está comprendido en las siguientes fórmulas

$$L = 2p \times \frac{l}{4} = p \times \frac{l}{2} \quad \text{y} \quad n = p \times \frac{v}{2L}.$$

11. Las leyes de las vibraciones de las varillas y hojas son las siguientes: 1.^a El número de las vibraciones transversales de las varillas y de las hojas de igual naturaleza está en razón directa de su espesor é inversa del cuadrado de su longitud. La anchura de las hojas no influye en el número de vibraciones que puedan producir y sólo hace variar la fuerza necesaria para excitar la vibración. — 2.^a En las varillas elásticas de la misma substancia el número de vibraciones longitudinales está en razón inversa de su longitud, sean cuales fueren su diámetro y la forma de su sección transversal.

12. Las leyes de las vibraciones transversales de las pla-

cas son las siguientes : en placas de la misma naturaleza y de igual forma, cuando ofrezcan idéntica figura nodal, los números de vibraciones están en razón directa del espesor é inversa de la extensión superficial.

PROBLEMAS

LXXVI

Arrojando una piedra á un pozo se oye el ruido del choque contra el fondo á los 4 segundos. ¿Cuál es la profundidad?

Llamando e á la altura del pozo, y observando que los 4 segundos son el tiempo de la caída más el que tarda en subir el sonido desde abajo con una velocidad que supondremos de 340 metros por segundo, $\frac{e}{340}$, podemos establecer

$$e = \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2} 9,8 \left(4 - \frac{e}{340} \right)^2 = 4,9 \times \left(16 - \frac{8e}{340} + \frac{e^2}{115600} \right).$$

Y efectuando operaciones y reduciendo

$$4,9e^2 - 128\,928e + 9\,063\,040 = 0.$$

Ecuación de segundo grado, cuya raíz

70,5 metros

satisface al problema.

LXXVII

Entre el relámpago y el trueno transcurren 8 segundos. ¿Á qué distancia x se encuentra la nube tempestuosa?

Despreciando el tiempo que la luz tarda en llegarnos, y suponiendo que el sonido recorre 340 metros por segundo, tendremos

$$x = 8 \times 340 = 2\,720 \text{ metros.}$$

LXXVIII

Un hombre pronuncia 10 sílabas por segundo y está situado á 80 metros de un obstáculo. ¿Qué condiciones tendrá el eco de una sílaba? ¿Cuál es el eco de mayor número de sílabas que puede originarse en tales circunstancias?

1.º El camino total que el sonido recorre hasta volver al observador es 160 metros; y el tiempo que emplea en ello

$$\frac{160}{340} = 0^s,47;$$

luego después que se termina la pronunciación de la sílaba (0^s,1), habrá un intervalo, hasta la llegada del eco, de

$$0,47 - 0,1 = 0^s,37.$$

2.º El número 0,47 indica que pronunciando 5 sílabas se sobrepondrán en el oído del observador, durante 3 centésimas de segundo, la quinta sílaba directa y la primera reflejada: el máximo eco será, pues, cuadrisílabo y casi pentasílabo.

LXXIX

Entre dos muros A y B paralelos que distan 500 metros se pronuncia una sílaba en 0,1 de segundo por un experimentador que se encuentra á 300 metros de uno de los obstáculos A. ¿Qué ecos se formarán?

Las ondas sonoras que se reflejan en el muro B (lám. VI, fig. 16) recorrerán 400 metros para volver al oído del observador, tardando en ello

$$\frac{400}{340} = 1^s,16.$$

Las que sean rechazadas en A, andarán 600 metros en

$$\frac{600}{340} = 1^s,76.$$

Es decir, que 1,06 segundo ($1,16 - 0,1$) después de pronunciada la sílaba, se empezará á oír un eco de la misma procedente de la reflexión en B; y 1,66 ($1,76 - 0,1$) después de dicho pronunciado (ó sea ambos ecos con un intervalo de 0,60 segundos) otro debido á la reflexión en A.

El primero de estos ecos invertirá 1,76 segundos en llegar á A y volver al observador, que empezará á oír este tercer eco á los $2^s,92$ ($1,16 + 1,76$) de pronunciar la sílaba; pero el eco segundo tardará 1,16 segundo en llegar al observador después de ser rechazado en B, y será oído también á las $2^s,92$ ($1,76 + 1,16$) de pronunciar la sílaba; luego en definitiva, sobreponiéndose ambos en el oído del observador, sólo habrá un tercer eco, á partir del cual se repetirá la formación idéntica de otros tres, y después de otros tres, etc., mientras la intensidad del sonido, cada vez menor, permita la observación del fenómeno.

LXXX

Un observador situado frente á un edificio cuenta 4 segundos entre el fogonazo y el ruido del disparo de un cazador, y 2 más tarde oye el eco del tiro. ¿Á qué distancia están los tres objetos? Considérase el edificio E (lám. VI, fig. 17) como un punto, y supóngase que la distancia entre el mismo y el cazador C es tres veces mayor que la entre dicho obstáculo reflector y el observador O.

La distancia entre el cazador y el observador, será :

$$4 \times 340 = 1\,360 \text{ metros.}$$

El camino CEO de los rayos sonoros que reflejados en el edificio producen el eco, es recorrido en 6 segundos; luego, según los datos del problema, de C á E tardarán las ondas en llegar 4,5 segundos, y de E á O, 1,5 segundos; y la distancia CE será de

$$4,5 \times 340 = 1\,530 \text{ metros;}$$

y la EO de

$$1,5 \times 340 = 510 \text{ metros.}$$

LXXXI

Una sirena de Cagniard tiene 10 agujeros, y al cabo de 2 minutos de girar el disco, la aguja del primer cuadrante (dividido en 100 partes) marca 60 y la del segundo 30 (cada una de éstas representa 100 de las otras). ¿Cuántas vibraciones por segundo constituyen el sonido que da el aparato?

El número total de vueltas dadas por el disco, es

$$30 \times 100 + 60 = 3\,060;$$

y como cada vuelta supone 10 vibraciones, el número de éstas, en los dos minutos, ascenderá á

$$30\,600;$$

ó en cada segundo á

$$\frac{3\,060}{120} = 255.$$

LXXXII

La nota la normal, española () y francesa, corresponde á 870 medias vibraciones, ó sean 435 vibraciones completas. ¿Cuál es el número de vibraciones de las restantes notas de la gama?*

Como el número de vibraciones del *la* es $\frac{5}{3}$ del número de las que constituyen el *do*, tendremos:

$$do = \frac{435 \times 3}{5} = 261;$$

y partiendo de esta cifra es fácil hallar:

Do. 261 vibraciones completas.

Re.. . . $\frac{9}{8}$ de 261 = 293,6 » »

(*) Por Real decreto de 21 de Febrero de 1879, publicado en la *Gaceta* del 24 del mismo mes.

<i>Mi.</i> . . .	$\frac{5}{4}$ de 261 = 326,2 vibraciones completas.		
<i>Fa.</i> . . .	$\frac{4}{3}$ de 261 = 348	»	»
<i>Sol.</i> . . .	$\frac{3}{2}$ de 261 = 391,5	»	»
<i>La.</i>	435	»	»
<i>Si.</i> . . .	$\frac{15}{8}$ de 261 = 489,3	»	»
<i>Do.</i> . . .	$2 \times 261 = 522$	»	»

LXXXIII

La nota la normal alemana corresponde á 880 medias vibraciones, ó sean 440 vibraciones completas. ¿Cuál será el número de vibraciones de las restantes notas de la gama?

Número de vibraciones del *do* :

$$do = \frac{440 \times 3}{5} = 264.$$

partiendo, pues, de esta cifra, tendremos :

<i>Do.</i>	264 vibraciones completas.		
<i>Re.</i> . . .	$\frac{9}{8}$ de 264 = 297	»	»
<i>Mi.</i> . . .	$\frac{5}{4}$ de 264 = 330	»	»
<i>Fa.</i> . . .	$\frac{4}{3}$ de 264 = 352	»	»
<i>Sol.</i> . . .	$\frac{3}{2}$ de 264 = 396	»	»
<i>La.</i>	440	»	»
<i>Si.</i> . . .	$\frac{15}{8}$ de 264 = 495	»	»
<i>Do.</i> . . .	$2 \times 264 = 528$	»	»

LXXXIV

La nota la normal inglesa corresponde á 888 medias vibraciones, ó sean 444 vibraciones completas. ¿Cuál es el número de vibraciones de las restantes notas de la gama?

Número de vibraciones del *do*:

$$do = \frac{444 \times 3}{5} = 266,4;$$

partiendo, pues, de esta cifra, tendremos:

Do. 266,4 vibraciones completas.

Re.. . . . $\frac{9}{8}$ de 266,4 = 299,7 » »

Mi. $\frac{5}{4}$ de 266,4 = 333 » »

Fa. $\frac{4}{3}$ de 266,4 = 355,2 » »

Sol. $\frac{3}{2}$ de 266,4 = 399,6 » »

La. 444 » »

Si.. . . . $\frac{15}{8}$ de 266,4 = 499,5 » »

Do. $2 \times 266,4 = 532,8$ » »

LXXXV

Se ha puesto al unísono con un sonido la cuerda del sonómetro cuya sección es 2 milímetros cuadrados, longitud 1^m,15, densidad 7,8 y tensión 17 kilogramos. Y se desea saber el número de vibraciones del sonido.

Sustituyendo valores en la fórmula

$$n = \frac{1}{2rl} \sqrt{\frac{gP}{\pi d}} = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{gP}{sd}}$$

tendremos, expresando las dimensiones en decímetros,

$$n = \frac{1}{23} \sqrt{\frac{98 \times 17}{0,0002 \times 7,8}} = 44,9 \text{ vibraciones completas.}$$

LXXXVI

Un alambre de acero da 512 vibraciones transversales sometido á un peso de 30 kilogramos. ¿Cuántas dará bajo otro de 35?

Como el número de vibraciones varía en razón directa de la raíz cuadrada del peso tensor

$$512 : \sqrt{30} :: x : \sqrt{35};$$

de donde

$$x = \frac{512 \times \sqrt{35}}{\sqrt{30}} = 559,4.$$

LXXXVII

Un alambre de platino cuya densidad es 22 y otro de hierro cuya densidad es 7,8 tienen igual sección y tensión. ¿Cuáles serán sus longitudes l y l' para que den igual número de vibraciones?

La fórmula del número de vibraciones en cada uno de los alambres, será :

$$n = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{98 \times P}{s \times 22}}; \quad y \quad n = \frac{1}{2l'} \sqrt{\frac{98 \times P}{s \times 7,8}};$$

luego

$$\frac{1}{2l} \sqrt{\frac{98 \times P}{s \times 22}} = \frac{1}{2l'} \sqrt{\frac{98 \times P}{s \times 7,8}};$$

ó bien

$$\frac{l}{l'} = \frac{\sqrt{7,8}}{\sqrt{22}};$$

y llamando *uno* á la longitud l del hilo de platino

$$l' = \frac{\sqrt{22}}{\sqrt{7,8}} = \frac{1,701}{1,638}$$

longitud del alambre de hierro respecto de la del otro.

LXXXVIII

Tensa una cuerda de cobre por un peso de 20 kilogramos da un sonido. ¿Qué fuerza será necesaria para que dé la octava aguda?

Como los números de vibraciones de dichos sonidos están en la relación de 1 á 2, tendremos:

$$1 : 2 :: \sqrt{20} : \sqrt{x},$$

ó bien

$$1 : 4 :: 20 : x,$$

de donde

$$x = 80 \text{ kilogramos.}$$

LXXXIX

Un alambre de platino y otro de hierro de igual longitud están igualmente tensos. ¿Cuáles serán sus radios, r y r' para que den el mismo sonido?

Las fórmulas del número de vibraciones en los alambres serán

$$n = \frac{1}{2lr} \sqrt{\frac{98 \times P}{\pi \times 22}}; \quad \text{y} \quad n = \frac{1}{2lr'} \sqrt{\frac{98 \times P}{\pi \times 7,8}};$$

luego

$$\frac{1}{2lr} \sqrt{\frac{98 \times P}{\pi \times 22}} = \frac{1}{2lr'} \sqrt{\frac{98 \times P}{\pi \times 7,8}};$$

ó bien

$$\frac{r}{r'} = \frac{\sqrt{7,8}}{\sqrt{22}},$$

y considerando como unidad el radio r del hilo de platino

$$r' = \frac{\sqrt{22}}{\sqrt{7,8}} = \frac{1,704}{1,633}$$

radio del alambre de hierro con relación al del otro.

XC

¿Qué pesos serán necesarios para que una cuerda dé las siete notas de la escala cuyo do son 264 vibraciones completas?

Como, en igualdad de las demás circunstancias, el número de vibraciones es proporcional á la raíz cuadrada del peso tensor, considerando como *uno* dicho peso en el caso de la nota *do*, tendremos :

$$264 : 297 :: \sqrt{1} : \sqrt{x};$$

de donde

$$x = \frac{297^2}{264^2} = 1,2, \text{ en el caso del } re.$$

$$264 : 330 :: \sqrt{1} : \sqrt{x};$$

de donde

$$x = \frac{330^2}{264^2} = 1,5, \text{ en el caso del } mi.$$

$$264 : 352 :: \sqrt{1} : \sqrt{x};$$

de donde

$$x = \frac{352^2}{264^2} = 1,7, \text{ en el caso del } fa.$$

$$264 : 396 :: \sqrt{1} : \sqrt{x};$$

de donde

$$x = \frac{396^2}{264^2} = 2,2 \text{ en el caso del } sol.$$

$$264 : 440 :: \sqrt{1} : \sqrt{x};$$

de donde

$$x = \frac{440^2}{264^2} = 2,7, \text{ en el caso del } la.$$

$$264 : 495 :: \sqrt{1} : \sqrt{x};$$

de donde

$$x = \frac{495^2}{264^2} = 3,5, \text{ en el caso del } si.$$

XCI

Un alambre de 3 decímetros de longitud y 0^{mm},8 de diámetro, sometido á un peso de 10 kilogramos, da 280 vibraciones completas por segundo. ¿Cuál será su densidad?

Sustituyendo valores en la fórmula

$$n = \frac{1}{2rl} \sqrt{\frac{Pg}{\pi d}},$$

tendremos, expresando el radio en decímetros, lo mismo que g .

$$280 = \frac{1}{2 \times 0,004 \times 3} \times \sqrt{\frac{10 \times 98}{3,14 \times d}},$$

ó bien

$$280^2 = \frac{1}{4 \times 0,000016 \times 9} \times \frac{980}{3,14 \times d};$$

de donde, efectuando operaciones,

$$d = 6,9.$$

XCII

Dividir una cuerda de 3 metros en 3 partes x, y, z, que produzcan el acorde perfecto mayor.

Las notas *do*, *mi*, *sol*, que forman el acorde mayor perfecto, tienen sus vibraciones en la relación de los números

$$1, \frac{5}{4} \text{ y } \frac{3}{2};$$

ó bien

$$4 \quad 5 \quad \text{y} \quad 6;$$

luego recordando que el número de vibraciones varía en

razón inversa de la longitud, y que la suma de las tres porciones es la cuerda entera, tendremos :

$$\frac{x}{y} = \frac{5}{4},$$

$$\frac{y}{z} = \frac{6}{5},$$

$$x + y + z = 3,$$

de donde

$$x = 1,215; \quad y = 0,972; \quad z = 0,810.$$

XCIII

El sonido fundamental de un tubo abierto corresponde á 130,5 vibraciones completas. ¿Cuáles serán las de los cinco siguientes armónicos?

Llamemos *do* al sonido en cuestión : los cinco siguientes armónicos son, su octava, la octava de su quinta, la doble octava, la doble octava de su tercera y la doble octava de su quinta; y el número de vibraciones se hallará multiplicando 130,5 por 2, 3, 4, 5 y 6 respectivamente; luego tendremos

1. ^{er}	armónico	pedido	$130,5 \times 2 = 261$
2. ^o	»	»	$130,5 \times 3 = 391,5$
3. ^o	»	»	$130,5 \times 4 = 522$
4. ^o	»	»	$130,5 \times 5 = 652,5$
5. ^o	»	»	$130,5 \times 6 = 783$

XCIV

El sonido fundamental de un tubo cerrado corresponde á 130,5 vibraciones completas. ¿Cuáles serán las de los tres siguientes armónicos?

Llamemos *do* al sonido en cuestión : sus tres armónicos siguientes son, la octava de su quinta, la doble octava de su

tercera, y, *aproximadamente*, el *la sostenido* de esta última escala :

1. ^{er} armónico pedido	$130,5 \times 3 = 391,5$
2. ^o » »	$130,5 \times 5 = 652,5$
3. ^o » »	$130,7 \times 7 = 913,5 (*)$

XCV

El sonido fundamental de un tubo abierto es el la normal de 440 vibraciones. ¿Cuál es la longitud del tubo? ¿Y si fuese cerrado?

Supongamos que la velocidad de propagación del sonido en el aire á la temperatura del experimento sea 331 metros por segundo.

En el caso del tubo abierto, aplicando la fórmula

$$n = p \times \frac{v}{2L};$$

de donde

$$L = p \frac{v}{2n},$$

tendremos, observando que $p = 1$,

$$L = \frac{331}{880} = 0,376 \text{ metros.}$$

Y en el del tubo cerrado, haciendo aplicación de la fórmula

$$n = (2p + 1) \times \frac{v}{4L};$$

de donde

$$L = (2p + 1) \frac{v}{4n},$$

resultará, observando que $p = 0$,

$$L = \frac{331}{1760} = 0,188 \text{ metros.}$$

(*) El número de vibraciones correspondiente al *la sostenido* es 906,20; por tanto, el sonido de 913,5 no es musical, según ya sabemos (pág. 66).

XCVI

Partiendo del problema anterior, determinar la longitud de la serie de tubos que darían el resto de la escala.

1.º En el caso de que los tubos sean abiertos, tendremos

$$440 : 264 :: x : 376^{\text{mm}},$$

de donde

$$x = \frac{440 \times 376}{264} = 626, \text{ longitud del tubo } do.$$

$$440 : 297 :: x : 376^{\text{mm}},$$

de donde

$$x = \frac{440 \times 376}{297} = 557, \text{ longitud del tubo } re.$$

$$440 : 330 :: x : 376^{\text{mm}},$$

de donde

$$x = \frac{440 \times 376}{330} = 501, \text{ longitud del tubo } mi.$$

$$440 : 352 :: x : 376^{\text{mm}},$$

de donde

$$x = \frac{440 \times 376}{352} = 470, \text{ longitud del tubo } fa.$$

$$440 : 396 :: x : 376^{\text{mm}},$$

de donde

$$x = \frac{440 \times 376}{396} = 417, \text{ longitud del tubo } sol.$$

$$440 : 495 :: x : 376^{\text{mm}},$$

de donde

$$x = \frac{440 \times 376}{495} = 334, \text{ longitud del tubo } si.$$

2.º En el caso de que sean cerrados las longitudes serán mitad de las anteriores.

XCVII

¿Cuál es la longitud de onda del sonido fundamental de un tubo abierto de 70 centímetros de longitud? ¿Y si el tubo es cerrado?

1.º En el caso de que el tubo sea abierto, de la fórmula

$$L = p \times \frac{l}{2}$$

sacaremos,

$$l = 2L;$$

ó bien

$$l = 2 \times 0^m,70 = 1^m,40.$$

2.º Si el tubo es cerrado, de la expresión

$$L = (2p + 1) \times \frac{l}{4}$$

obtendremos

$$l = 4L;$$

ó bien

$$l = 4 \times 0,70 = 2,80 \text{ metros.}$$

XCVIII

¿Qué número n de vibraciones tiene el sonido fundamental de un tubo abierto de 70 centímetros? ¿Y si fuese cerrado?

1.º En el caso del tubo abierto se verifica

$$n = \frac{pv}{2L}, \quad \text{ó bien} \quad n = \frac{331}{1,4} = 236,4.$$

2.º Y si el tubo es cerrado,

$$n = \frac{(2p + 1) \times v}{4L}, \quad \text{ó bien} \quad n = \frac{331}{2,80} = 118,2.$$

XCIX

¿En qué relación estarán los números de vibraciones de dos planchas de igual naturaleza y forma y que den las mismas figuras nodales, si el espesor de la una es doble que el de la otra y su extensión superficial nueve veces mayor?

Representando por

$$\frac{1 = \text{espesor}}{1 = \text{extensión}}$$

el número de vibraciones de la una plancha, y por

$$\frac{2}{9}$$

el de la otra, el cociente de la primera de estas cantidades por la segunda,

$$4,5,$$

es la cifra que indica las veces que es mayor el número de vibraciones de la primera.

C

Un trozo de varilla de madera de 14 centímetros arrojado al suelo da un sonido de 440 vibraciones transversales; considerado éste como la, determinar la longitud de otros trozos de la misma varilla que produzcan las restantes notas.

Tomando del problema LXXXIII el número de vibraciones de cada una de las notas, tendremos, con arreglo á las leyes de las vibraciones de las varillas elásticas :

$$\text{Do. } 440 : 264 :: x^2 : 14^2;$$

de donde

$$x = \frac{\sqrt{440} \times 14}{\sqrt{264}} = 17,9 \text{ centímetros.}$$

$$Re. \dots\dots 440 : 297 :: y^2 : 14^2;$$

de donde

$$y = \frac{\sqrt{440} \times 14}{\sqrt{297}} = 16,9 \text{ centímetros.}$$

$$Mi. \dots\dots 440 : 330 :: z^2 : 14^2;$$

de donde

$$z = \frac{\sqrt{440} \times 14}{\sqrt{330}} = 16 \text{ centímetros.}$$

$$Fa. \dots\dots 440 : 352 :: r^2 : 14^2;$$

de donde

$$r = \frac{\sqrt{440} \times 14}{\sqrt{352}} = 15,5 \text{ centímetros.}$$

$$Sol. \dots\dots 440 : 396 :: s^2 : 14^2;$$

de donde

$$s = \frac{\sqrt{440} \times 14}{\sqrt{396}} = 14,7 \text{ centímetros.}$$

$$La. \dots\dots\dots\dots\dots\dots 14^{\text{cm.}}$$

$$Si. \dots\dots 440 : 495 :: t^2 : 14^2;$$

de donde

$$t = \frac{\sqrt{440} \times 14}{\sqrt{495}} = 13,1 \text{ centímetros.}$$

5. — CALOR

Antecedentes que conviene recordar para resolver los 25 problemas que siguen y otros análogos.

1. El cero de las graduaciones termométricas de Celso y de Réaumur corresponde á la temperatura del hielo fun-

dente; y la de ebullición del agua á 760^{mm} fué fijada en 100° por el primero, y en 80 por el segundo. Cada grado centígrado es, pues, igual á $\frac{80}{100} = \frac{4}{5}$ de uno de Réaumur.

Fahrenheit llamó 0° á la temperatura de una mezcla de pesos iguales de nieve y sal amoníaco; y al punto de ebullición del agua lo marcó con el grado 212. El 32° de esta escala (usada en Inglaterra y en los Estados Unidos) coincide con el 0° de las centígrada y de Réaumur; y como $212^{\circ} - 32^{\circ} = 180$, cada grado de Fahrenheit es $\frac{100}{180} = \frac{5}{9}$ de uno de Celso, y $\frac{80}{180} = \frac{4}{9}$ de los de Réaumur.

La escala de Delisle, empleada particularmente en Rusia, es descendente: el punto de ebullición del agua está marcado con el grado 0° y el de la fusión del hielo con el 150°.

2. Se llama coeficiente medio de dilatación, el promedio de la variación de dimensiones que experimenta la unidad de volumen de un cuerpo por cada grado de los comprendidos entre 0° y 100°.

En los sólidos se distinguen la dilatación lineal, la superficial y la cúbica. El coeficiente superficial es próximamente doble del lineal, el cúbico triple: así que representando al uno por K, los otros valdrán 2K y 3K respectivamente.

En los líquidos sólo se tiene en cuenta la dilatación cúbica; dividiéndola en absoluta ó real, y aparente ó sea la que presentan en las vasijas que los contienen, las cuales se dilatan á la vez y aun antes que el fluido. Acéptase que la dilatación aparente es igual á la absoluta, menos la cúbica de la substancia que constituye el vaso; lo que indica que un mismo líquido tendrá tantas dilataciones aparentes como receptáculos de distinta dilatabilidad podamos asignarle.

La dilatación que se observa en los gases es también la cúbica, y, si otra cosa no se indica, debe suponerse determinada á presión constante.

Coeficiente de dilatación lineal de algunos sólidos:

Vidrio..	0,000	007	900
Platino.	0,000	008	842
Acero sin templar. . . .	0,000	010	788

Hierro fundido.	0,000	011	250
Cobre.	0,000	017	182
Plata.	0,000	019	097

Coefficiente de dilatación absoluta de varios líquidos :

Mercurio.	$\frac{1}{5550} = 0,000$	180	180
Agua destilada.	0,000	481	500
Éter sulfúrico.	0,000	725	400
Alcohol.	0,001	185	400

Coefficiente de dilatación aparente de algunos líquidos en
vasija de vidrio :

Mercurio.	$\frac{1}{6480} = 0,000$	154
Agua destilada.	0,000	466
Ácido sulfúrico.	0,000	600
Éter sulfúrico.	0,000	700
Alcohol.	0,001	160
Ácido nítrico.	0,001	180

Coefficiente de dilatación de algunos gases :

Hidrógeno.	0,00366
Aire.	0,00367
Ácido carbónico.	0,00371
Ácido sulfuroso.	0,00390

3. Llamando l_0 á la longitud de un cuerpo á 0° (un número cualquiera de unidades de longitud), la longitud l_t á una temperatura t° será :

$$l_t = l_0 + l_0 K t = l_0 (1 + K t); \quad [1]$$

de donde

$$l_0 = \frac{l_t}{1 + K t}.$$

A otra temperatura t' tendremos asimismo

$$l_{t'} = l_0 (1 + K t'); \quad [2]$$

y dividiendo las ecuaciones [1] y [2]

$$\frac{l_t}{l_{t'}} = \frac{1 + Kt}{1 + Kt'}; \quad [3]$$

expresión que permite averiguar en general la longitud de una barra á cualquier temperatura, conociendo la que tiene á otra y el coeficiente de dilatación lineal.

4. Análogamente se puede establecer, llamando S_0 , S_t y $S_{t'}$ á la superficie de un cuerpo á 0° , t° y t'°

$$S_t = S_0 (1 + 2 Kt); \quad [4] \quad S_0 = \frac{S_t}{1 + 2 Kt}, \quad [5]$$

y

$$\frac{S_t}{S_{t'}} = \frac{1 + 2 Kt}{1 + 2 Kt'}. \quad [6]$$

5. Por consideraciones idénticas se obtienen para las dilataciones en volumen las fórmulas

$$V_t = V_0 (1 + 3 Kt); \quad [7] \quad V_0 = \frac{V_t}{1 + 3 Kt}; \quad [8]$$

y

$$\frac{V_t}{V_{t'}} = \frac{1 + 3 Kt}{1 + 3 Kt'}. \quad [9]$$

6. Como en igualdad de peso los volúmenes y las densidades están en razón inversa, es decir,

$$\frac{V_t}{V_{t'}} = \frac{D_{t'}}{D_t}.$$

comparando con ésta la anterior igualdad [9], tendremos

$$\frac{D_{t'}}{D_t} = \frac{1 + 3 Kt}{1 + 3 Kt'}; \quad [10]$$

fórmula que permite determinar á cualquier temperatura la densidad de un cuerpo sólido, líquido, ó gas á presión constante, conociendo su densidad á otra diferente y el coeficiente de dilatación, y suponiendo la presión invariable.

El coeficiente $3K$ suele representarse por la letra α .

7. En el caso de tratarse de gases que á la vez varíen de temperatura y de presión, las expresiones [7], [8], [9] y [10] se complican en armonía con la ley de Mariotte.

Si un gas á 0° y presión P , tiene un volumen V_0 , y llamamos V'_0 á su volumen á 0° y presión P' , tendremos:

$$V_0 P = V'_0 P';$$

pero el volumen V'_0 á t° es, según la fórmula [7],

$$V'_t = V'_0 (1 + \alpha t);$$

luego

$$V_0 P = \frac{V'_t P'}{1 + \alpha t}; \quad [11]$$

fórmula que permite calcular el volumen V'_t á la presión y temperatura P' y t , cuando se conoce el volumen V_0 á 0° y presión P ; así como resolver la cuestión inversa, y otras que la misma expresión indica.

De la igualdad [11] se deduce esta otra, que sirve para reducir un volumen gaseoso á las condiciones normales, ó sea á 0° y 760 milímetros:

$$V_0 = V'_t \times \frac{1}{1 + \alpha t} \times \frac{P'}{760}. \quad [12]$$

8. Como, según arriba hemos recordado, á peso igual

$$\frac{V_0}{V'_t} = \frac{D'_t}{D_0},$$

introduciendo en la fórmula [12] las densidades en lugar de los volúmenes, tendremos:

$$D'_t = D_0 \times \frac{1}{1 + \alpha t} \times \frac{P'}{760}; \quad [13]$$

expresión que permite averiguar las densidades D'_t ó D_0 , conociendo una de ellas á la vez que α y P' ; ó bien, el peso de la unidad de volumen de un gas á t° y P' , conociéndolo á 0° y 760^{mm}, ó viceversa.

El peso de un litro de aire en cualesquiera condiciones será, pues,

$$P = 1^{\text{er}},293 \times \frac{1}{1 + \alpha t} \times \frac{P'}{760}. \quad [14]$$

9. Para establecer la expresión del peso de un volumen cualquiera de un gas á t_0 y P presión, observemos que multiplicando el segundo miembro de la fórmula [14] por la densidad d del gas con relación al aire, dicha igualdad representará el peso de un litro del gas; toda vez que d significa las veces que en igualdad de volumen, temperatura y presión pesa el gas más ó menos que el aire, y por lo tanto es una constante; luego, teniendo en cuenta que el volumen V es un conjunto de unidades ó de litros, su peso resultará ser

$$V \times 1^{\text{er}},293 \times \frac{1}{1 + \alpha t} \times \frac{P'}{760} \times d. \quad [15]$$

Tratándose de los gases se toma prácticamente, por lo regular, como unidad de volumen el litro, y como unidad de peso el gramo. Mas si se quisiera comparar el peso de un gas con el de los sólidos ó líquidos, bastaría recordar que el litro de agua pesa 1 kilogramo, ó sean 1 000 gramos, y por lo tanto, el de aire 0,001293 kilogramos; ó bien que el centímetro cúbico de agua pesa 1 gramo, y el de aire, en consecuencia, 0,001293 gramos.

Es decir, que la expresión [15] se convertiría en esta otra:

$$V \times 0,001293 \times \frac{1}{1 + \alpha t} \times \frac{P'}{760} \times d. \quad [16]$$

Todas estas últimas fórmulas son aplicables, como casi huelga decirlo, á los vapores no saturados.

10. Llámase *termómetro de peso* (lám. VI, fig. 18) á un depósito cilíndrico de vidrio cerrado por un extremo y terminado por el otro en un tubo capilar encorvado en ángulo recto.

Pesado el aparato vacío y lleno de mercurio á 0° , por diferencia se obtiene el peso P de este metal contenido en el termómetro. Elevando en seguida la temperatura hasta t°

sale cierta cantidad de metal líquido p : y es claro que la cantidad $P - p$ de mercurio se ha dilatado *aparentemente* desde 0° á t° , el peso p ; luego una sola unidad se dilatará en t° .

$$\frac{p}{P - p},$$

y por cada grado

$$\frac{p}{(P - p) t};$$

fracción que en el caso del mercurio ha sido hallada por Dulong y Petit igual á

$$\frac{1}{6480};$$

que es el coeficiente de dilatación aparente del mercurio en el vidrio.

11. Según la conocida definición de calor específico, la cantidad de calor, medida en calorías, que un cuerpo gana ó pierde al calentarse ó enfriarse t° , es igual al producto del número de estos grados, por el peso p , y por el calor específico c , del cuerpo: es decir á

$$p \times c \times t^\circ.$$

Este producto se reduce á $p \times t^\circ$, tratándose del agua, en razón á que el calor específico de dicho líquido es 1.

12. Para hallar el calor específico de un cuerpo por el método de las mezclas, basta resolver con respecto á c , la siguiente ecuación teórica en que se establece que el calor perdido por el cuerpo, cuyo peso en kilogramos es P , al enfriarse desde T° á la temperatura T' de la mezcla, es igual al ganado por el agua, cuyo peso en kilogramos es p , al calentarse desde su temperatura t° hasta T' ,

$$P \times c \times (T - T') = p \times (T' - t).$$

Prácticamente es preciso tener en cuenta, cuando menos, que el calorímetro, cuyo peso representaremos por p' y su calor específico por c' , también se calienta de t° á T'° ; merced á cuya consideración, la ecuación anterior tomará esta forma

$$P \times c \times (T - T') = p \times (T' - t) + p' \times c' \times (T' - t);$$

de la cual se deduce

$$c = \frac{(p + p' \times c') (T' - t)}{P \times (T - T')}$$

13. Para determinar el calor específico c de un cuerpo por el método de la fusión del hielo, substancia cuyo calor de fusión es 79 calorías, basta tener esto en cuenta al establecer en forma de ecuación que el calor perdido por el cuerpo P enfriándose T° es igual al absorbido por el hielo p que se ha transformado en agua líquida conservándose á 0°

$$P \times c \times T = p \times 79;$$

de donde

$$c = \frac{p \times 79}{P \times T};$$

P y p deben representar kilogramos.

14. Se llama *calor latente de fusión*, ó simplemente calor de fusión, la cantidad de calor, medida en calorías, que absorbe durante el cambio de sólido á líquido un kilogramo de un cuerpo sin que el termómetro acuse variación de temperatura. Su determinación se verifica por procedimientos análogos á la de los calóricos específicos.

He aquí los calores de fusión de algunos cuerpos :

Hielo..	79,09	Cinc.	28,13
Nitrato de sosa.. . . .	62,97	Estaño.	14,25
Cloruro de calcio. . .	40,70	Plomo.	5,37

15. La determinación del calor específico por el método del enfriamiento está fundada en que dos cuerpos P y P' de la misma superficie y de igual poder emisor (condiciones que se satisfacen encerrándolos en una vasija de plata de paredes delgadas y pulidas, la cual llenan por completo) colocados á una temperatura t° en un recinto á 0° perderán en un tiempo muy pequeño cantidades iguales de calor

$$P \times c \times t = P' \times c' \times t'.$$

De donde se deduce que los descensos de temperatura, á

tiempo igual, estarán en razón inversa de los productos de P y P' por los calóricos específicos c y c';

$$\frac{t}{t'} = \frac{P'c'}{Pc}$$

ó bien los tiempos x y x' empleados para que la temperatura baje el mismo número de grados en razón directa de Pc y P'c'.

$$\frac{x}{x'} = \frac{Pc}{P'c'}$$

Si se tiene en cuenta que la masa m del calorímetro, del mercurio m' y del vidrio m'' del termómetro se enfrían á la vez con arreglo á la misma ley, representando por S la suma de los productos de las masas de dichas substancias por su calor específico C, C', C'' respectivo se tendrá

$$S = mC + m'C' + m''C'',$$

y la anterior proporción se convertirá en esta otra :

$$\frac{x}{x'} = \frac{Pc + S}{P'c' + S}$$

El cuerpo P' que se toma como término de comparación es, según sabemos, el agua, cuyo calor específico c', por lo mismo, vale 1.

16. Se llama *calor latente de vaporización*, ó sólo calor de vaporización, la cantidad de calor que un líquido absorbe, sin variación de temperatura, al pasar al estado gaseoso ó de vapor.

He aquí algunos calores de vaporización cuando la ebullición tiene lugar á 760 milímetros.

Agua.	540	Ácido acético.	102
Alcohol metílico.	264	Éter sulfúrico.	91
Alcohol ordinario.	208	Esencia de trementina.	69

El llamado *calor total de vaporización* comprende, además, el calor necesario para llevar el cuerpo á la ebullición desde que se hace líquido. Ni éste ni el anterior son constantes.

17. Se dice que un recinto está saturado de un vapor cuando éste posee la tensión máxima correspondiente á la temperatura del recinto. En tal caso, la capacidad no puede recibir más vapor, á no ser que la temperatura suba; y, por el contrario, si sobreviene un enfriamiento, parte del vapor se condensa, quedando sólo la cantidad necesaria para que su tensión sea la máxima á la nueva temperatura.

Una tabla de tensiones máximas del vapor de agua á varias temperaturas puede verse en la segunda parte de este libro, ejercicio 4.º

18. Se llama estado higrométrico del aire á la razón entre la cantidad de vapor de agua que existe en cualquier volumen del mismo y la que habría en el caso de la saturación á la temperatura de que se trate; ó bien, la razón entre la tensión f que posee el vapor en el momento de la observación y la tensión máxima F del mismo á igual temperatura

$$E = \frac{f}{F}.$$

El estado higrométrico, *fracción de saturación* ó humedad relativa, se aprecia realmente en centésimas de la unidad, ó sea del caso de la saturación en que se verifica

$$f = F;$$

sólo que, con objeto de evitar la escritura de decimales, en los observatorios meteorológicos se toman números 100 veces mayores, es decir, se representa por el número 100 la humedad total del aire saturado.

La tensión f del vapor del aire es igual, como vemos, al producto de su tensión máxima F á la misma temperatura por la fracción de saturación E :

$$f = F \times E.$$

19. Se llama equivalente mecánico del calor al trabajo equivalente á una caloría. Según las determinaciones más precisas, cuando una caloría desaparece se puede realizar el trabajo de elevar á la altura de un metro 424 á 425 kilogramos; y, viceversa, en el choque contra el suelo de un

429
peso de 421 kilogramos que desciende de la altura de un metro aparece una caloría.

PROBLEMAS

CI

¿A cuántos grados de Réaumur y de Fahrenheit equivalen 45° grados centígrados? ¿A cuántos centígrados y de Réaumur equivalen 120° de Fahrenheit?

1.º Equivalencia de los grados centígrados y los de Réaumur

$$100^{\circ} : 80^{\circ} :: 45^{\circ} : x,$$

de donde

$$x = 45 \times \frac{80}{100} = 45 \times \frac{4}{5} = 36^{\circ} \text{ Réaumur.}$$

2.º Equivalencia de los grados centígrados y los de Fahrenheit.

Suponiendo descompuestos los 212° de la escala de Fahrenheit en 32° (coincidencia con el 0° de la de Celso) más 180°, tendremos

$$100^{\circ} : 180^{\circ} :: 45 : x - 32^{\circ},$$

de donde

$$x - 32 = 45 \times \frac{180}{100} = 45 \times \frac{9}{5} = 81$$

y

$$x = 81 + 32 = 113^{\circ} \text{ Fahrenheit.}$$

3.º Equivalencia de los grados de Fahrenheit y de los centígrados

$$120^{\circ} - 32^{\circ} = 88$$

$$180 : 100 :: 88 : x,$$

de donde

$$88 \times \frac{100}{180} = 88 \times \frac{5}{9} = 48,88 \text{ grados centígrados.}$$

4.º Equivalencia de los grados de Fahrenheit y de Réaumur

$$120^{\circ} - 32^{\circ} = 88^{\circ}$$

$$180 : 80 :: 88 : x,$$

de donde

$$x = 88 \times \frac{80}{180} = 88 \times \frac{4}{9} = 39,11 \text{ grados de Réaumur.}$$

CII

¿A qué temperatura los termómetros centígrado y de Fahrenheit marcan igual número de grados? ¿Y las graduaciones de Réaumur y Fahrenheit á qué otra temperatura coinciden?

1.º La correspondencia entre los grados centesimales y Fahrenheit se deduce de la proporción

$$\frac{C}{F - 32} = \frac{100}{180};$$

y como en el caso actual $C = F = x$ se tiene

$$\frac{x}{x - 32} = \frac{100}{180} = \frac{5}{9},$$

de donde

$$9x = 5(x - 32) \quad \text{y} \quad 9x = 5x - 32 \times 5,$$

y despejando x ,

$$x = -40^{\circ}.$$

2.º La relación entre los grados Réaumur y Fahrenheit, es

$$\frac{R}{F - 32} = \frac{80}{180} = \frac{4}{9};$$

pero

$$R = F = x',$$

y, por tanto,

$$\frac{x'}{x' - 32} = \frac{4}{9},$$

de donde

$$x' = -25^{\circ},6.$$

CIII

Una barra cuadrangular de hierro fundido de 3,50 metros de longitud, y 0,04 y 0,07 de anchura y de grueso respectivamente, á 0°, ¿qué longitud, superficie y volumen tendrá á 60°?

1.º Sustituyendo valores en la expresión

$$l_t = l_0 (1 + Kt),$$

tendremos

$$l_t = 3,5 (1 + 0,00001125 \times 60) = 3^m,5023625.$$

2.º La superficie total á 0° de esta barra prismática será

$$S = 2 \times 4 \times 7 + 2 \times 350 (4 + 7) = 7\,700 \text{ cent. cuadrados;}$$

luego suponiendo que el coeficiente de dilatación superficial es doble de K,

$$2 \times 0,00001125 = 0,00002250,$$

tendremos á 60°

$$S_t = 7\,700 (1 + 0,0000225 \times 60) = 7\,710,395 \text{ cent. cuadrados.}$$

3.º El volumen del prisma de hierro á 0° será

$$V = 4 \times 7 \times 350 = 9\,800 \text{ cent. cúbicos;}$$

luego admitiendo que el coeficiente de dilatación cúbica es triple del lineal,

$$3 \times 0,00001125 = 0,00003375,$$

tendremos á 60°

$$V_t = 9\,800 (1 + 0,00003375 \times 60) = 9\,819,845 \text{ cent. cúbicos.}$$

CIV

Al llenar de mercurio á 0° el depósito de un termómetro, cuyo tubo está graduado en partes arbitrarias de igual capacidad, y sus diez primeras divisiones aumenta de peso 31 gramos;

(c) I. E. S. Práxedes Mateo Sagasta

el mercurio necesario para llenar 7 divisiones más pesa 5 centigramos. Se desea conocer el volumen de cada división, el del depósito á 0°, y la división á que subirá la columna termométrica á 100° de temperatura.

1.° El volumen ocupado por una división á 0° será

$$v = \frac{1}{7} \text{ de } \frac{0^{\text{gr}},05}{13,596} = 0,000525 \text{ centímetros cúbicos.}$$

2.° El volumen del depósito y de las diez primeras divisiones, será

$$v' = \frac{31^{\text{gr}}}{13,596} = 2,28 \text{ centímetros cúbicos.}$$

Por manera, que descontando de este volumen el correspondiente á las 10 divisiones, ó sea $10 \times 0,000525 = 0,00525$ centímetros cúbicos, resultará para volumen del depósito á 0°

$$V = 2,28 - 0,00525 = 2,27475 \text{ centímetros cúbicos.}$$

3.° Supongamos que el mercurio cuya dilatación ha de producir la columna termométrica sea el del depósito : como su volumen á 0° es 2,27475 centímetros cúbicos, á 100° tendrá este otro

$$V_t = 2,27475 \times \left(1 + \frac{1}{5550} \times 100\right) = 2,31573 \text{ cent. cúbicos,}$$

y la diferencia entre ambos,

$$2,31573 - 2,27475 = 0,04098 \text{ centímetros cúbicos,}$$

será el volumen del número x de divisiones que buscamos. Pero el volumen de una división á 0° es 0,000525 centímetros cúbicos, y el coeficiente de dilatación cúbica del vidrio 0,0000237; luego

$$0,04098 = x \times 0,000525 \times (1 + 0,0000237 \times 100);$$

y

$$x = \frac{0,04098}{(1 + 0,0000237 \times 100) \times 0,000525} = 77;$$

división á que llegará la columna termométrica á 100°.

CV

En un termómetro de peso á 0° existen 178,5 gramos de mercurio. ¿A qué temperatura t' deberá elevarse el aparato para que salgan 1^{er},05 del metal líquido? ¿Cuál será la densidad D' de éste á dicha temperatura?

1.º Sabemos (pág. 88, núm. 10) que

$$\frac{p}{(P-p) t'} = \frac{1}{6480};$$

luego en el caso presente tendremos:

$$t' = \frac{1,05 \times 6480}{178,5 - 1,05} = 38^{\circ},3.$$

2.º Como el coeficiente de dilatación absoluta de un líquido es coeficiente de dilatación cúbica, en la fórmula

$$\frac{D}{D'} = \frac{1 + \alpha t'}{1 + \alpha t},$$

haremos

$$D = 13,596; \quad \alpha = \frac{1}{5550}; \quad t = 0^{\circ}; \quad t' = 38^{\circ},3,$$

con lo cual resultará

$$D' = \frac{13,596}{1 + \frac{1}{5550} \times 38,3} = 13,502.$$

CVI

10 litros de aire á 0°, ¿á qué temperatura t ocuparán 20, ó, lo que es igual, duplicarán de volumen, suponiendo que la presión permanece invariable? ¿Y si la presión inicial fuese 742^{mm} y la final 650^{mm}? ¿Cuál será la densidad del aire á ambas presiones?

1.º Haciendo aplicación de la fórmula

$$V_t = V_0 (1 + \alpha t),$$

tendremos

$$20^{\text{mm}} = 10^{\text{mm}} (1 + 0,00367 \times t);$$

de donde

$$t = \frac{20 - 10}{10 \times 0,00367} = 272^{\circ},4.$$

2.º Sustituyendo valores en la expresión [11] (pág. 87)

$$V_0 P_0 = \frac{V'_t P_t}{1 + 0,00367 \times t},$$

tendremos

$$10 \times 742 = \frac{20 \times 650}{1 + 0,00367 \times t};$$

de donde

$$t = \frac{20 \times 650 - 10 \times 742}{10 \times 742 \times 0,00367} = 204^{\circ},9.$$

3.º La densidad inicial del aire á 0º y 742^{mm} se deduce inmediatamente de la ley de Mariotte, según la cual tendremos

$$\frac{1}{D} = \frac{760}{742}, \quad \text{ó bien} \quad D = \frac{742}{760} = 0,976;$$

y como al final, sea 0º ó sea 204º,9 la temperatura, consérvese la presión de 742^{mm} ó descienda ésta á 650^{mm}, la misma masa de aire ocupa doble volumen, su densidad se habrá reducido á la mitad, y será 0,488, teniendo en cuenta que, como sabemos,

$$D = \frac{P}{V}.$$

CVII

Calcular el peso de 759 centímetros cúbicos de hidrógeno seco medidos en una campana colocada en la cuba de mercurio y

siendo la diferencia de alturas del liquido dentro y fuera de aquella de 0,075^m, la presión atmosférica 0.752^m y la temperatura 15°.

Reduciendo á 0° los 0,075^m de mercurio, se tendrá

$$a = \frac{0,075}{1 + 0,00018 \times 15} = 0,0748 \text{ metros;}$$

la presión del gas será

$$0,752 - 0,0748 = 0,6772,$$

y sustituyendo valores en la fórmula [15], pág. 88, resultará:

$$x = 0,759 \times 1,293 \times \frac{1}{1 + 0,00366 \times 15} \times \frac{677,2}{760} \times 0,069,$$

y haciendo operaciones

$$x = 0,057 \text{ gramos.}$$

CVIII

Un depósito esférico de porcelana A (lám. VI, fig. 7) está lleno de aire seco y comunica con un manómetro de aire libre BC; el volumen del globo á 0° y 708^{mm} de presión es V. Si se calienta á T° conservando el mismo volumen (para lo que hay que echar mercurio por la rama C) la diferencia de nivel del líquido es de 103^{mm}, después de reducida á 0°. ¿Cuál es la temperatura T, despreciando el volumen del tubo?

Al calentar á T°, el volumen del globo se convierte en

$$V \times (1 + 0,0000237 T),$$

y aplicando la fórmula de los gases perfectos,

$$VH = \frac{V'H'}{1 + \alpha t},$$

se tendrá

$$V \times 708 = \frac{V (1 + 0,0000237 \times T) (708 + 103)}{1 + 0,00367 \times T},$$

y dividiendo por V y quitando denominadores

$$708 (1 + 0,00367 \times T) = (1 + 0,0000237 \times T) 811;$$

de donde

$$2,57914 T = 103$$

y

$$T = 39^{\circ},9.$$

CIX

Una vejiga llena de aire á 30° y 760^{mm} ocupa un volumen de 4 litros. ¿Cuál será este volumen en un lago á 4° y á 100^m de profundidad?

La presión ejercida por los 100^m de agua equivaldrá en columna de mercurio á $\frac{100}{13,596} = 7,355^m = 7\,355^{mm}$, y la vejiga soportará una presión de

$$760 + 7\,355 = 8\,115^{mm} \text{ de mercurio.}$$

Aplicando ahora la fórmula

$$\frac{V_t}{V_{t'}} = \frac{P'}{P} \times \frac{1 + \alpha t}{1 + \alpha t'},$$

en la que

$$V_t = 4; \quad t = 30^{\circ}; \quad t' = 4^{\circ}; \quad P = 760; \quad P' = 8\,115$$

y

$$\alpha = 0,00367,$$

se tiene

$$\frac{V_{t'}}{4} = \frac{760}{8\,115} \times \frac{1 + 0,00367 \times 4}{1 + 0,00367 \times 30};$$

de donde

$$\hat{V} = 4 \times \frac{760}{8\,115} \times \frac{1 + 0,00367 \times 4}{1 + 0,00367 \times 30} = 0,342 \text{ litros.}$$

CX

En una cavidad hecha en hielo se introduce una pesa de latón caliente, de 200 gramos, y en seguida se tapa la boca de la cavidad con otro trozo de hielo: al cabo de un rato se recogen 90 gramos de agua procedente de la fusión del hielo. ¿Cuál era la temperatura t de la pesa?

El calor perdido por la pesa al enfriarse hasta 0° , siendo 0,09391 el calor específico del latón, estará representado por

$$0^{\text{kg}},200 \times 0,09391 \times t.$$

El calor absorbido por los 90 gramos de hielo al liquidarse, siendo 79 calorías el calor de fusión de dicha sustancia, valdrá

$$0^{\text{kg}},090 \times 79,$$

y como ambas cantidades deben ser iguales, tendremos:

$$0,200 \times 0,09391 \times t = 0,090 \times 79;$$

de donde

$$t = \frac{0,090 \times 79}{0,200 \times 0,09391} = 378^{\circ},5.$$

CXI

¿Qué peso P debería tener un cuerpo á $98^{\circ},5$, cuyo calor específico fuese 1,565, para que fundiera en el calorímetro 5,5 kilogramos de hielo?

Un kilogramo de hielo absorbe 79 calorías cuando se derrite; luego el calor absorbido por 5,5 kilogramos de dicha sustancia al fundirse será

$$5,5 \times 79 = 434,5 \text{ calorías.}$$

El calor cedido por el cuerpo al enfriarse desde $98^{\circ},5$ á 0° será

$$P \times 1,565 \times 98,5 = P \times 154,1525;$$

y como ambas cantidades deben ser iguales, tendremos :

$$P \times 154,1525 = 434,5;$$

de donde

$$P = \frac{434,5}{154,1525} = 2,818 \text{ kilogramos.}$$

CXII

Un trozo de metal calentado á t° y cuyo peso es 150 gramos, al enfriarse en el seno del agua eleva la temperatura de 1,5 kilogramos de este líquido desde 11° á 17°; otro trozo de 500 gramos, también á t°, y sumergido en 800 gramos de agua, hace subir á ésta desde los 11° á 39°. ¿Cuáles serán la temperatura t y el calor específico c, del metal?

Estableciendo que el calor desprendido por el primer trozo será igual al ganado por el agua, tendremos

$$0^{\text{kg}},150 \times c \times (t - 17^{\circ}) = 1^{\text{kg}},5 \times 6^{\circ}.$$

Análogamente deduciremos del experimento con el segundo trozo que

$$0^{\text{kg}},500 \times c \times (t - 39^{\circ}) = 0^{\text{kg}},800 \times 28^{\circ};$$

de cuyas ecuaciones se deduce

$$c = 0,690$$

$$t = 103^{\circ},8.$$

CXIII

En una vasija que pesa 300 gramos, cuyo calor específico es 0,0897, y que contiene 500 gramos de agua á 15°, se echan 4,5 kilogramos de mercurio á 97°. ¿Cuál será la temperatura de la mezcla térmica?

Sea t la temperatura de la mezcla y recordemos que el calor específico del mercurio es 0,03332.

El calor cedido por el metal líquido estará representado por

$$4,5 \times 0,03332 \times (97^\circ - t);$$

el absorbido por el agua será

$$0,500 \times (t - 15^\circ),$$

y el absorbido por la vasija

$$0,300 \times 0,0897 \times (t - 15^\circ);$$

con cuyos datos podemos establecer la ecuación

$$4,5 \times 0,03332 \times (97 - t) = 0,500 \times (t - 15) + 0,300 \times 0,0897 \times (t - 15),$$

de la cual se deduce

$$t = 33^\circ,1.$$

CXIV

Determinar el calor específico de un líquido por el método del enfriamiento con los siguientes datos: 184 gramos del líquido tardan 11 minutos en enfriarse cierto número de grados t , al paso que un volumen igual de agua pesa 100 gramos y emplea 17 minutos: el vasito de plata pesa 13 gramos, el mercurio del termómetro 15 gramos, y el vidrio de este aparato 35 gramos,

Calor específico de la plata = 0,0570; calor específico del mercurio = 0,03332; calor específico del vidrio = 0,1976.

Para emplear la fórmula de la pág. 91,

$$\frac{x}{x'} = \frac{Pc + S}{P'c' + S},$$

aplicable á la resolución del problema, empecemos por calcular S , que en el caso presente será

$$0,013 \times 0,0570 + 0,015 \times 0,03332 + 0,035 \times 0,1976 = 0,0081568,$$

conocido lo cual tendremos

$$\frac{11}{17} = \frac{184 \times c + 0,0081568}{100 \times 1 + 0,0081568};$$

de donde

$$c = 0,35164.$$

CXV

En un calorímetro de platino cuyo peso es 300 gramos, y que contiene 250 de agua, uno y otra á 14°, se vierten 30 gramos de estaño fundido á 275°. Una vez igualada la temperatura, se ve que la del calorímetro, agua y estaño es 17°,36.

Hagamos otro experimento con 200 gramos de agua en el calorímetro, y con un trozo de estaño á 280° que pese 17 gramos, y supongamos que la mezcla térmica sea de 16°,388. Se desea conocer el calor específico c del estaño líquido, y su calor de fusión f .

Calor específico del platino = 0,0324; punto de fusión del estaño = 228°; calor específico del estaño sólido = 0,0562.

1.º experimento. — El calor desprendido por el estaño se compone del que los 30 gramos desprenden al enfriarse hasta la temperatura de fusión ó sea 47° (275 — 228); más el calor de fusión; más el que dejan libre hasta llegar á la temperatura de la mezcla, el cual corresponde á un enfriamiento de 210°,64, (228 — 17,36); luego estableciendo que el calor desprendido por el estaño es igual al absorbido por el agua y por el calorímetro, tendremos

$$0,030 \times c \times 47^\circ + 0,030 \times f + 0,030 \times 0,0562 \times 210,64 \\ = 0,250 \times 3^\circ,36 + 0,300 \times 0,0324 \times 3^\circ,36.$$

2.º experimento. — Por consideraciones análogas estableceremos

$$0,017 \times c \times 52 + 0,017 \times f + 0,017 \times 211^\circ,612 \\ = 0,200 \times 2^\circ,388 + 0,300 \times 0,0324 \times 2^\circ,388;$$

de cuyas dos ecuaciones se deduce

$$c = 0,0632 \text{ calor específico del estaño líquido,} \\ f = 14,28 \text{ calor latente de fusión del estaño.}$$

CXVI

El vapor á 100° de 2 kilogramos de agua, al condensarse en 240 kilogramos del mismo liquido, elevó la temperatura de esta masa desde 15° á 20°. ¿Cuál es el calor de vaporización del agua?

La cantidad de calor perdida por los 2 kilogramos de vapor de agua se compone del duplo del calor de vaporización, $2x$ calorías, más 160 calorías (80×2) correspondientes al enfriamiento desde 100° á 20°, ó sea

$$2x + 160.$$

La cantidad de calor ganada por los 240 kilogramos de agua, en el aumento de temperatura de 15° á 20°, es

$$240 \times 5 = 1\ 200;$$

luego

$$2x + 160 = 1\ 200,$$

de donde

$$x = 520 \text{ calorías.}$$

CXVII

Una caldera que tiene 1 metro cúbico de agua á 14° debe calentarse hasta los 80 mediante la condensación de vapor de agua á 100°; la caldera pesa 25 kilogramos y su calor específico es 0,1. ¿Qué cantidad de vapor será necesaria?

Como el metro cúbico de agua pesa 1 000 kilogramos y su temperatura ha de ganar 66°, necesitará absorber

$$1\ 000 \times 66 = 66\ 000 \text{ calorías.}$$

El calor absorbido por el material de la caldera para ganar los mismos 66° será :

$$25 \times 0,1 \times 66 = 165.$$

Por otra parte, sabemos que cada kilogramo de vapor á 100° al liquidarse abandona 540 calorías, y después, al enfriarse hasta 80°, otras 20; luego

$$66\ 000 + 165 = 540x + 20x; \quad \text{ó bien} \quad 66\ 165 = 560x;$$

de donde

$$x = \frac{66\ 165}{560} = 118,15 \text{ kilogramos.}$$

CXVIII

Una marmita de Papin contiene 2 kilogramos de agua á 150°; abierta la válvula se escapa cierta cantidad de vapor y la temperatura del líquido desciende hasta el grado 98°. ¿Cuánto vapor ha salido?

Representemos por x el peso en kilogramos del agua que pasa al estado de vapor: siendo 540 el calor de vaporización del líquido en cuestión, la cantidad de calor absorbida por x valdrá, en calorías, $540 \times x$; y como de otra parte este calor lo presta la masa de 2 kilogramos enfriándose 52° (150°—98°), tendremos, suponiendo que el calor específico medio del agua entre 1° y 150° es 1,

$$540^{\text{cal}} x = 2^{\text{kg}} \times 52^{\circ};$$

de donde

$$x = \frac{2 \times 52}{540} = 0,192 \text{ kilogramos.}$$

CXIX

¿Cuántos litros de vapor á 95° de temperatura y 633,78 milímetros de presión producirá un kilogramo de agua?

Siendo $\frac{5}{8}$ la densidad del vapor de agua, y 1^{gr},293 el peso de un litro de aire á 0 y 760^{mm}, el peso P de un litro de vapor de agua á 95° y 633,78^{mm} está dado por la expresión

$$P = 1^{\text{gr}},293 \times \frac{1}{1 + 0,00367 \times 95} \times \frac{633,78}{760} \times \frac{5}{8} = 0,499 \text{ gr.}$$

y el kilogramo de agua producirá en las mismas circunstancias

$$\frac{1\,000}{0,499} = 2\,004 \text{ litros de vapor.}$$

CXX

Un tubo cilíndrico vertical, cerrado por arriba y colocado en una cubeta con mercurio, contiene aire en una longitud de 0,20^m quedando el mercurio dentro del tubo 0,30^m más alto que en la cubeta; manteniendo el tubo fijo se introduce exceso de un líquido cuya tensión de vapor sea 0,152^m. Calcular la altura del mercurio en el tubo cuando se establezca el equilibrio, y suponiendo que la presión atmosférica es 0,760^m.

La longitud del tubo será 0,500^m, y llamando p la presión inicial del aire, se tendrá:

$$0,76 = 0,30 + p; \quad \text{y} \quad p = 0,460.$$

En el segundo estado de equilibrio

$$0,760 = x + p' + 0,152, \quad \text{y} \quad p' = 0,608 - x.$$

Aplicando la ley de Mariotte á la masa de aire, cuyos volúmenes son 0,20 y 0,50 — x , y p y p' las presiones respectivas, se tiene

$$0,46 \times 0,20 = (0,608 - x) (0,50 - x),$$

ó desarrollando

$$x^2 - 1,108x + 0,212 = 0;$$

de donde

$$x = 0,24592^{\text{m}}.$$

CXXI

En un metro cúbico de aire existen 20 gramos de vapor de agua á la temperatura de 30°. ¿Cuál es la fracción de saturación E? Tensión máxima del vapor á 30°, 31,55 milímetros.

Los datos del problema están enlazados por la siguiente conocida expresión, en la que E representa la fracción de saturación igual á $\frac{f}{F}$ (de donde $f = F \times E$) (pág. 92, n.º 18):

$$20^{gr} = 1\,000^{lt} \times 1,293 \times \frac{5}{8} \times \frac{1}{1 + 0,00367 \times 30} \times \frac{31,55 \times E}{760},$$

ó bien

$$20 \times 8 \times (1 + 0,00367 \times 30) \times 760 = 1\,000 \times 1,293 \times 5 \times 31,55 \times E,$$

de donde

$$E = \frac{20 \times 8 \times (1 + 0,00367 \times 30) \times 760}{1\,000 \times 1,293 \times 5 \times 31,55} = 0,661;$$

ó considerando como 100 la saturación,

$$E = 66,1.$$

CXXII

Tenemos diez litros de aire cuyo estado higrométrico es 62. ¿Qué volumen ocupan si se seca el aire en contacto con el ácido sulfúrico? ¿Cuánto aumentará el peso de éste? Presión constante 0,760^m; temperatura 30°; tensión máxima del vapor de agua á 30°, 31,548^{mm}, según Regnault corregido por Moritz.

1.º Si de la presión atmosférica restamos la tensión del vapor en el momento de la experiencia, $31,548 \times 0,62$, la diferencia será la presión del aire que ocupa los 10 litros; y por lo tanto, nada más fácil que calcular, por la ley de Mariotte, el volumen V de dicho aire á 760°,

$$\frac{10}{V} = \frac{760}{760 - 31,548 \times 0,62};$$

de donde

$$V = \frac{10 \times (760 - 31,548 \times 0,623)}{760} = 9^{lt},742.$$

2.º La segunda parte, en rigor, está reducida á calcular el peso P de 10 litros de vapor de agua á 30° cuya tensión

es $31,548 \times 0,62 = 19^{\text{mm}},559$; lo cual puede hacerse sustituyendo desde luego valores en la fórmula [15] de la pág. 88, á cuyo efecto recordaremos, que la densidad del vapor de agua es $\frac{5}{8}$:

$$P = 10 \times 1,293 \times \frac{5}{8} \times \frac{1}{1 + 0,00367 \times 30} \times \frac{19,559}{760} = 0,187^{\text{gr}},$$

vapor de agua que, absorbido por el ácido sulfúrico, constituirá el aumento de peso del mismo.

CXXIII

450 litros de aire á 20° están saturados de vapor de agua. ¿Cuánto pesará el aire solo? Si la temperatura baja á 8° ¿cuánto vapor se condensa? ¿Qué volumen ocupará el aire á los 8° ? Presión constante 760^{mm} . Tensión del vapor saturado á 20° , $17^{\text{mm}},391$. Tensión á 8° , $8^{\text{mm}},017$.

1.º La presión del aire, descontando de la total atmosférica la máxima del vapor de agua á 20° , es

$$760 - 17,391 = 742^{\text{mm}},609;$$

luego, según ya sabemos (fórmula 14, pág. 88),

$$P = 450 \times 1^{\text{gr}},293 \times \frac{1}{1 + 0,00367 \times 20} \times \frac{742,609}{760} = 516^{\text{gr}},8.$$

2.º El peso p del vapor de agua contenido en los 450 litros á 20° será, según sabemos,

$$p = 450 \times 1^{\text{gr}},293 \times \frac{5}{8} \times \frac{1}{1 + 0,00367 \times 20} \times \frac{17,391}{760} = 7^{\text{gr}},75,$$

y el p' , cuando la temperatura es 8° ,

$$p' = 450 \times 1^{\text{gr}},293 \times \frac{5}{8} \times \frac{1}{1 + 0,00367 \times 8} \times \frac{8,017}{760} = 3^{\text{gr}},72.$$

La diferencia $p - p' = 4,03$ gramos es el vapor que se condensa.

3.º Para calcular el volumen V del aire á 8º, una vez que la presión se supone invariable, echaremos mano de la expresión

$$\frac{V}{V'} = \frac{1 + \alpha t}{1 + \alpha t'},$$

de donde, sustituyendo valores

$$V = 450 \times \frac{1 + 0,00367 \times 8}{1 + 0,00367 \times 20} = 431,5 \text{ litros.}$$

CXXIV

Si un cuerpo pesa 3 kilogramos y se detiene á los 3 segundos de su caída, ¿qué cantidad de calor desarrollará?

El espacio e recorrido por el móvil en los 3 segundos será

$$e = \frac{1}{2} 9^m,8 \times 3^2 = 44,1 \text{ metros.}$$

Teniendo en cuenta que durante el descenso aparece la misma cantidad de energía que se gastó para subir el cuerpo, y que elevar á un metro 425 kilogramos cuesta una caloría, resultará que

$$425 : 1^{\text{cal}} :: 3 : x,$$

de donde

$$x = \frac{3}{425} \text{ calorías}$$

por metro, ó por los 44,1 metros

$$\frac{3}{425} \times 44,1 = 0,31 \text{ calorías;}$$

calor que aparecerá en el choque del peso de 3 kilogramos á los 3 segundos de su caída.

CXXV

Una bala de plomo disparada por un fusil con velocidad de 500 metros por segundo choca contra un muro resistente. ¿Cuál será la elevación de temperatura de la bala, suponiendo que el plomo se funde y que el muro no robe nada de calor?

Calor específico del plomo sólido. . . . = 0,0314

Id. id. id. líquido. . . . = 0,0402

Punto de fusión del plomo. = 326°

Habría que establecer una ecuación cuyo primer miembro represente el calor desarrollado por la destrucción del trabajo, y el segundo el calor absorbido para fundir el plomo y elevar su temperatura á x° : esta ecuación será llamando P al peso del metal,

$$\frac{P \times 500^2}{2 \times 9,799} \times \frac{1}{425} = P \times 0,031 \times 326 + P \times 5,37 + P \times 0,040 \times x;$$

dividiendo ahora por P, haciendo operaciones y despejando x , se tiene

$$x = 368'.$$

6.—ÓPTICA

Para la resolución de los 25 problemas propuestos á continuación y otros análogos, debe recordarse lo siguiente:

1. Se llama *sombra* al espacio obscuro que proyecta un cuerpo opaco situado enfrente de otro luminoso; y *penumbra*, á la zona que gradualmente conduce desde la sombra á la iluminación completa.

La sombra está limitada por las tangentes exteriores comunes á ambos cuerpos. La penumbra se halla comprendida entre las tangentes exteriores y las interiores. Si el cuerpo luminoso es un punto, sólo puede dar origen á sombras sin penumbra.

2. *Eclipse* es la desaparición parcial ó completa, para nuestros ojos, de un astro cualquiera. Los de sol son debidos á la interposición de la luna, á modo de una pantalla, entre el mismo y la tierra. Los de luna se producen cuando este satélite atraviesa el cono de sombra que la tierra, cuerpo opaco, proyecta en el espacio planetario á consecuencia de la detención en la misma de los rayos solares que llegan á su superficie.

3. Leyes de la intensidad de la luz : 1.^a Cuando la incidencia es normal, la intensidad varía en razón inversa del cuadrado de la distancia al foco luminoso. 2.^a Cuando los rayos luminosos hieren oblicuamente una superficie, la intensidad es proporcional al coseno del ángulo de incidencia (formado por el rayo y la normal en el punto de incidencia).

4. Leyes de la reflexión de la luz : 1.^a Los ángulos de incidencia y reflexión son iguales. 2.^a Ambos están situados en un plano normal á la superficie de incidencia.

5. En los espejos planos la imagen es simétrica del objeto con respecto al plano del espejo, é igual en tamaño al mismo objeto.

6. Siempre que la luz incida paralelamente, ó divergiendo desde un punto situado enfrente de un espejo cóncavo esférico, los diversos casos de reflexión están comprendidos en la fórmula

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{2}{R},$$

deducida en el supuesto de que el ángulo de abertura del espejo ACB (lám. vi, fig. 19) no pase de 10' á 12"; y en la cual $d = LP$ representa la distancia desde el punto luminoso L al centro de figura P del espejo; $d' = L'P$ la que media desde el foco L' al punto P; y R es el radio CP de curvatura del espejo. Despejando d' , tendremos

$$d' = \frac{dR}{2d - R};$$

expresión que permite calcular la posición del foco producido por un punto luminoso situado en un eje principal ó secundario.

Los ejes secundarios, tal como el SC, gozando de las mismas propiedades que el principal, tienen á la mitad del radio un punto f' análogo al f , foco principal del espejo; de forma que en el supuesto de la pequeña abertura del espejo, ó sea de la poca separación de todos los ejes, $f, f' \dots$, y los demás focos principales de los ejes secundarios se hallarán *aproximadamente* comprendidos en un plano perpendicular en f al eje principal, plano á que se da el nombre de *plano focal* del espejo.

7. Para construir y fijar el tamaño de la imagen se emplea el procedimiento siguiente (lám. VI, fig. 20): sean AB el objeto, C el centro de curvatura y f el foco principal: trazando los rayos incidentes Ai, Bi' paralelos al eje principal, sabemos que los reflejados $ir, i'r'$ han de pasar por f , y que en cada uno de ellos estarán respectivamente el foco de A ó de B; y como tales focos han de hallarse á la vez en los ejes secundarios AC y BC, serán necesariamente los puntos a y b , de intersección.

Análogamente se pueden determinar uno á uno los focos de todos los puntos del objeto AB; y el conjunto de los focos constituirá la imagen.

La figura siguiente (lám. VI, fig. 21) representa la misma construcción en el caso de que la imagen sea virtual.

Para calcular el tamaño de ab , observemos, en cualquiera de ambas figuras, que los triángulos ABC y abc son semejantes; y de la proporcionalidad de las bases con las alturas se deduce

$$\frac{AB = \text{objeto}}{ab = \text{imagen}} = \frac{mC}{m'C};$$

proporción en la que sólo ab se desconoce.

8. En el supuesto de que la luz incidente sea paralela, ó diverja desde un punto situado enfrente de un espejo ~~cóncavo~~ *convexo* esférico, la fórmula correspondiente es

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{d'} = -\frac{2}{R};$$

de la cual se deduce

$$d' = \frac{dR}{2d + R}.$$

El foco es virtual en todos los casos, y las imágenes lo son también por consiguiente. Cuando los rayos incidentes marchan paralelos al eje, el foco virtual principal se encuentra á la mitad del radio. Los procedimientos para construir las imágenes y calcular su tamaño son idénticos á los acabados de recordar en el caso de los espejos convexos.

9. Cuando la luz que cae sobre los espejos convexos ó cóncavos es convergente, es decir, que marcha cual si naciera detrás del espejo, en cuyo caso d es negativo, los resultados acabados de consignar se modifican, produciendo las superficies pulimentadas cóncavas imágenes reales directas y más pequeñas que el objeto, y lo mismo las convexas desde que $-d < -fP$.

10. Se llama *índice de refracción*, n , á la razón de los senos de los ángulos de incidencia y de refracción. Habiéndose convenido en tomar como dividiendo el seno del mayor de los ángulos, la expresión del índice será :

$$n = \frac{\text{sen } i}{\text{sen } r}; \quad \text{ó bien} \quad n = \frac{\text{sen } r}{\text{sen } i},$$

según los casos.

11. *Ángulo límite* es aquel ángulo de incidencia al cual corresponde uno de refracción de 90° . Como en tal supuesto

$$\frac{\text{sen } 90}{\text{sen } i} = n,$$

tendremos

$$\text{sen } i = \frac{1}{n},$$

para valor del ángulo límite. Si la incidencia se hace aún mayor, la refracción se convierte en reflexión total.

12. Se llama *prisma*, en óptica, á un medio transparente terminado por dos superficies planas inclinadas : la intersección de estas caras es la *arista*, y el ángulo que forman, el *ángulo refringente* del prisma : toda sección perpendicular á la arista se designa con el nombre de *sección principal*.

La marcha de la luz en los prismas contruídos con subs-

tancias más refringentes que el medio exterior (únicos á que nos referimos) está indicada en la fig. 22 de la lám. vi. *Li* es un rayo luminoso incidente, que procede del punto *L* y cae sobre la cara *AB* del prisma; *ii'* la dirección que lleva en el interior del medio; *i'O*, el rayo emergente que llega al ojo de un observador, quien refiriendo á la prolongación de aquél la posición del punto luminoso *L*, sufre la ilusión de creer que *L* se encuentra en la recta *OL''*. El efecto, pues, del prisma es desviar el rayo hacia su base *BC*, ó sea producir la ilusión de que el punto luminoso *L* se ha elevado hacia la arista *A*.

Los rayos luminosos que se refractan en la primera cara no pueden salir por la segunda sino en tanto que el ángulo refringente *A* sea menor que el duplo del ángulo límite de la substancia de que el prisma esté construido.

El ángulo *OdL'* formado por las direcciones de los rayos incidente y emergente se llama *ángulo de desviación*.

13. Cuando los ángulos de incidencia y emergencia son iguales, el ángulo de desviación, *d*, tiene un valor mínimo, al que corresponde, como es natural, la *desviación mínima* que ofrece el prisma. El ángulo *d*, el de incidencia *i* en tal caso particular, el de emergencia *e* y el refringente *A*, están ligados por las expresiones

$$i = e \quad \text{y} \quad d = 2i - A.$$

El índice *n*, de la substancia del prisma y los ángulos *d* y *A*, se encuentran asimismo enlazados en esta forma :

$$n = \frac{\text{sen} \left(\frac{A + d}{2} \right)}{\text{sen} \frac{A}{2}}.$$

15. La fórmulas que relacionan las distancias de la imagen y del objeto, los radios de curvatura y el índice de refracción de la substancia, en las lentes convexas ordinarias (convergentes en el aire) son

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right) \quad [1] \quad \text{y} \quad \frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f} \quad [2]$$

en las cuales f representa la *distancia focal principal*, ó sea la que media desde una de las caras de la lente al foco formado por los rayos que caen sobre la otra en haz paralelo al eje principal: R y R' son los radios de curvatura de ambas caras; d la distancia, medida en el eje, desde el punto luminoso á la cara de la lente enfrente de la cual está situado; y d' la que separa la otra cara y el foco, medida también en el eje principal.

Si la lente fuese plano-convexa ó menisco-convergente, la anterior expresión [1] toma estas formas, según el caso respectivo:

$$\frac{1}{f} = \frac{(n-1)}{R}, \quad \text{y} \quad \frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R'} \right).$$

Suponiendo $d' = 2f$ en la fórmula [2], resulta asimismo $d = 2f$; es decir, que situado un objeto delante de una lente biconvexa á una distancia doble de la focal, la imagen se forma por el otro lado á la misma distancia, y, por lo tanto, es de igual tamaño.

Si los radios de ambas caras fuesen iguales, tendríamos

$$\frac{1}{f} = (n-1) \times \frac{2}{R};$$

y como en las lentes de crown-glas $n = \frac{3}{2}$, sustituyendo este valor resultará,

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{R}; \quad \text{ó bien} \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{R}; \quad \text{ó} \quad f = R;$$

es decir, que el foco principal y el centro de curvatura coinciden. Lo propio sucede aproximadamente en las lentes comunes de vidrio. En las de flint-glas, la distancia focal es menor que el radio.

15. La fórmula de las lentes cóncavas ordinarias (divergentes en el aire) es

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{d'} = -(n-1) \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right) = -\frac{1}{f};$$

idéntica, como vemos, á la de las lentes convergentes, salvo los signos de d' y f .

Si la lente es biconcava, podemos adoptar

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right) :$$

expresión que, en el caso de que $R = R'$ y la lente sea de crown ó vidrio común, da $f = R$; es decir, indica que los focos principales virtuales están en los centros de curvatura.

Y si la lente fuere plano-cóncava, ó menisco divergente, se tiene

$$\frac{1}{f} = \frac{(n-1)}{R}; \quad \text{y} \quad \frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R'} \right)$$

respectivamente, según el caso.

16. Se llama *centro óptico* de una lente á un punto situado en el eje principal, que tiene la propiedad de que cuantos rayos luminosos pasan por él no sufren desviación angular alguna. En las lentes biconcavas y biconvexas dicho punto se encuentra en el espesor de la lente; en las que tienen una cara plana el centro óptico es la intersección del eje principal con la cara curva.

Eje secundario es toda otra recta que pasa por el centro óptico; si el ángulo que forma con el principal es muy pequeño, las fórmulas anteriores, calculadas con relación á dicho eje principal, son igualmente aplicables.

17. Para construir la imagen de un objeto situado frente á una lente, se determina el foco de cada uno de sus puntos: al efecto, supuesto uno de éstos y marcados los focos principales, se traza el eje secundario correspondiente, se indica la marcha de un rayo luminoso que salga, desde el punto, paralelo al eje principal (al emerger pasará por el foco principal), y la intersección del secundario y del rayo emergente será el foco: la misma operación puede repetirse con cuantos puntos del objeto queramos, y el conjunto de focos constituirá la imagen.

18. La razón del tamaño de un objeto y de su imagen es la de sus distancias respectivas d y d' , al centro óptico de

la lente. También se puede representar dicha relación por el quebrado

$$\frac{f}{d-f}.$$

19. Cuando las lentes ordinarias convexas ó cóncavas se encuentran rodeadas de un medio más refringente que ellas, los efectos se invierten. También se modifican cuando los rayos luminosos que caen sobre las mismas tienden á reunirse ó converger detrás de ellas.

20. El aumento ó amplificación de un anteojo astronómico es igual á

$$\frac{F}{f},$$

razón las distancias focales del objetivo y del ocular. La longitud del anteojo estará representada por $F+f$ en el supuesto de la anterior expresión, y, por lo tanto, un anteojo aumentará tanto más cuanto más largo sea.

PROBLEMAS

CXXVI

¿Cuál es la longitud del cono de sombra que proyecta la tierra, y el diámetro de su sección recta á la distancia de la luna?

1.º Recordemos que llamando 1 al radio $r=6\,367\,400$ metros de la tierra, el del sol vale 108,5 y la distancia entre ambos 23 280, con lo cual podremos (lám. VI, fig. 23) formar la proporción

$$1 : 108,5 :: x : 23\,280 + x,$$

ó bien

$$1 \times (23\,280 + x) = 108,5 \times x;$$

de donde

$$x = \frac{23\,280}{107,5} = 216,5 \text{ radios terrestres,}$$

ó sean

$$6\,367\,400 \times 216,5 = 1\,378\,542\,100 \text{ metros.}$$

2.º El diámetro d , de la sección recta de este cono á la distancia de la luna, ó sea á 60 radios terrestres, se deduce de la proporción

$$2 \text{ rad. terr.} : x :: 216,5 : 216,5 - 60;$$

de donde

$$x = \frac{2 \times 156,5}{216,5} = 1,4457 \text{ radios terrestres,}$$

ó sea

$$6\,367\,400 \times 1,4457 = 9\,205\,350,18 \text{ metros.}$$

CXXVII

¿Qué posición tendrá un punto luminoso para que la sombra de un hombre sobre el pavimento horizontal tenga doble longitud que la altura del hombre?

Sea Hs (lám. vi, fig. 24) la altura del hombre, y hs longitud de la sombra que proyecta sobre el suelo : con tal que el punto luminoso se encuentre en la recta hHL satisface al problema; luego teniendo en cuenta que

$$tgHhS = \frac{1}{2} = 0,5;$$

ó bien

$$Hhs = 26^\circ 33' 54'',$$

resultará que dicho punto puede hallarse, más allá del H , en cualquiera de la recta tangente á la cabeza del hombre que forme con el suelo un ángulo de $26^\circ 33' 54''$.

CXXVIII

¿Cuál debe ser la posición de la luna para que eclipse totalmente al sol á los ojos de un observador, O, situado en la superficie de la tierra?

El eclipse tendrá lugar cuando el vértice del cono de sombra que proyecta la luna alcance al observador; luego

representando (lám. vi, fig. 25) por S, L y T los tres astros, y recordando que $cS = 108,5$ radios terrestres, y $c'L = \frac{3}{11}$ de radio terrestre, y admitiendo $cO = 23\,280$ radios terrestres, tendremos:

$$108,5 : \frac{3}{11} :: 23\,280 : c'O;$$

de donde

$$c'O = \frac{\frac{3}{11} \times 23\,280}{108,5} = 58,5 \text{ radios terrestres;}$$

ó bien

$$6\,367\,400 \times 58,5 = 372\,492\,900 \text{ metros;}$$

distancia del centro de la luna al observador.

CXXIX

Un punto luminoso situado en el centro de una esfera de 1,50^m de radio, alumbra interiormente á cada unidad de superficie con una intensidad que llamaremos 100. ¿Cuál será la intensidad x si la esfera tuviese 5^m de radio?

Según la conocida ley de variación de la intensidad de la luz, estableceremos

$$\frac{100}{x} = \frac{5^2}{1,5^2};$$

de donde

$$x = \frac{1,5^2 \times 100}{5^2} = 9.$$

CXXX

Una calle de 10 metros de ancho y 100 de largo (lám. vi, fig. 26) está iluminada por mecheros centrales 1, 1', 1'', 1''', 1'', colocados de 25 en 25 metros: se desea conocer la intensidad de

la luz en los puntos que están frente á los focos f, f', f'', f''', f^{iv} , ó sus simétricos del otro lado, y en los intermedios i, i', i'', i''' , ó sus simétricos del lado opuesto. Tómese como unidad la intensidad de un mechero á 5 metros.

PUNTO f .

Sus distancias á los focos son

$$fl = 5 \text{ metros}$$

$$fl' = \sqrt{5^2 + 25^2}$$

$$fl'' = \sqrt{5^2 + 50^2}$$

$$fl''' = \sqrt{5^2 + 75^2}$$

$$fl^{iv} = \sqrt{5^2 + 100^2}$$

Las intensidades correspondientes á estas distancias son :

$$\text{A 5 metros. } 1,0000.$$

$$\text{A } \sqrt{5^2 + 25^2} \text{ metros. } 0,0380,$$

según la proporción

$$1 : x :: (\sqrt{5^2 + 25^2})^2 : 5^2.$$

$$\text{A } \sqrt{5^2 + 50^2} \text{ metros. } 0,0099,$$

según la proporción

$$1 : x :: (\sqrt{5^2 + 50^2})^2 : 5^2.$$

$$\text{A } \sqrt{5^2 + 75^2} \text{ metros. } 0,0044,$$

según la proporción

$$1 : x :: (\sqrt{5^2 + 75^2})^2 : 5^2.$$

$$\text{A } \sqrt{5^2 + 100^2} \text{ metros. } 0,0024,$$

según la proporción

$$1 : x :: (\sqrt{5^2 + 100^2})^2 : 5^2;$$

luego el total de iluminación en f será :

$$1 + 0,038 + 0,0099 + 0,0044 + 0,0024 = 1,0547.$$

PUNTO f' .

Distancias á los focos.	Intensidades.
$f' l = \sqrt{5^2 + 25^2}$	0,038
$f' l' = 5$	1
$f' l'' = \sqrt{5^2 + 25^2}$	0,038
$f' l''' = \sqrt{5^2 + 50^2}$	0,0099
$f' l^{iv} = \sqrt{5^2 + 75^2}$	0,0044

luego el total de la iluminación en f' será :

$$0,038 + 1 + 0,038 + 0,0099 + 0,0044 = 1,0913.$$

Y análogamente hallaremos la iluminación en

$$f'' = 1,0958; \quad \text{en } f''' = 1,0913; \quad \text{y en } f^{iv} = 1,0547.$$

PUNTO i''' .

Sus distancias á los focos son :

$$\begin{aligned} i''' l^{iv} &= \sqrt{5^2 + 12,5^2} \\ i''' l''' &= \sqrt{5^2 + 12,5^2} \\ i''' l'' &= \sqrt{5^2 + 37,5^2} \\ i''' l' &= \sqrt{5^2 + 62,5^2} \\ i''' l &= \sqrt{5^2 + 87,5^2} \end{aligned}$$

Las intensidades correspondientes á estas distancias son :

$$\text{A } \sqrt{5^2 + 12,5^2} \text{ metros. } 0,137,$$

según la proporción

$$1 : x :: (\sqrt{5^2 + 12,5^2})^2 : 5^2.$$

$$\text{A } \sqrt{5^2 + 12,5^2} \text{ metros. } 0,137,$$

según la anterior proporción.

$$A \sqrt{5^2 + 37,5^2} \text{ metros} \dots\dots 0,017,$$

según la proporción

$$1 : x :: (\sqrt{5^2 + 37,5^2})^2 : 5^2.$$

$$A \sqrt{5^2 + 62,5^2} \text{ metros} \dots\dots 0,0063,$$

según la proporción

$$1 : x :: (\sqrt{5^2 + 62,5^2})^2 : 5^2.$$

$$A \sqrt{5^2 + 87,5^2} \text{ metros} \dots\dots 0,0032,$$

según la proporción

$$1 : x :: (\sqrt{5^2 + 87,5^2})^2 : 5^2;$$

luego el total de iluminación en i''' será :

$$0,0137 + 0,137 + 0,017 + 0,0063 + 0,0032 = 0,3005;$$

de cuyos anteriores números se deduce para intensidad de iluminación

en i''	0,3043
en i'	0,3043
en i	0,3005

CXXXI

Una luz de gas y una bujía, cuyas intensidades á la unidad de distancia son como 9 á 1, están situadas á 7 metros una de otra. ¿En qué puntos p y p' de la recta que une ambos focos será igual la intensidad 1 de las dos luces?

Llamando x á la distancia p (lám. VI, fig. 27) desde la bujía á un punto de los buscados, $7 - x$ será la que media desde p al mechero de gas; y podremos establecer, representando por 1 y 9 las intensidades respectivas á la distancia 1,

$$\frac{1}{1} = \frac{x^2}{1^2}; \quad \text{y también} \quad \frac{9}{1} = \frac{(7-x)^2}{1^2};$$

de donde se deduce

$$\frac{1}{x^2} = \frac{9}{(7-x)^2};$$

ó bien

$$9x^2 - x^2 + 2 \times 7x - 49 = 0;$$

ó sea

$$8x^2 + 14x - 49 = 0;$$

de donde

$$x = \frac{-7 \pm 21}{8},$$

ó bien

$$x = 1,75 \text{ metros.}$$

$$x = -3,50 \text{ id.}$$

Dos valores que acusan la existencia de dos puntos en que las intensidades se igualan; uno intermedio p situado á 1,75 metros de B, y otro p' situado más allá á 3,50 metros.

CXXXII

Para que las sombras sean igualmente oscuras ó la mancha desaparezca, según el fotómetro, hay que poner una lámpara de petróleo á 2 metros y otra de aceite á 1,60. ¿Cuál será la razón de sus intensidades?

La lámpara de petróleo gasta 46 gramos por hora, y la de aceite un gramo por minuto; el primer líquido se vende á razón de 0,80 pesetas el litro, y el segundo á razón de 1,20 pesetas. ¿Cuánto valdrá lo que gastan en una hora cada una de las dos lámparas? ¿Y cuál será el coste del alumbrado con ambas substancias suponiendo el número de lámparas necesario para que la intensidad resulte igual?

1.º Según la ley de variación de la intensidad de la luz con la distancia tendremos, llamado I é I' á las intensidades respectivas á la distancia 1, y x á la intensidad igual en la pantalla del fotómetro,

$$\frac{I}{x} = \frac{2^2}{1^2};$$

$$\frac{I'}{x} = \frac{1,6^2}{1^2};$$

de donde

$$\frac{I}{I'} = \frac{2^2}{1,6^2} = 2,5.$$

2.º El peso específico del petróleo es 0,805, y el del aceite 0,905; luego

$$V = \frac{0,046}{0,805} = 0,057 \text{ litros de petróleo,}$$

y

$$V' = \frac{0,001 \times 60}{0,905} = 0,066 \text{ litros de aceite,}$$

representarán lo consumido de ambos líquidos en una hora; volúmenes cuyo coste á los precios indicados, será

$$\begin{array}{ll} 0,045 \text{ pesetas los } 0^h,057 \text{ de petróleo} \\ 0,079 \text{ id. los } 0^h,066 \text{ de aceite.} \end{array}$$

3.º Estando las intensidades del petróleo y del aceite en la relación de 2,5 á 1, y el gasto, á tiempo igual, en la de los números 0,045 y 0,079, la razón de los costes, en igualdad de intensidad y tiempo, será

$$\frac{0,045}{2,5 \times 0,079} = 0,227 :$$

cifra que representa las veces que el alumbrado con el petróleo es más barato que el de aceite, según los datos del problema.

CXXXIII

¿Qué altura mínima debe tener un espejo plano vertical para que una persona se vea en él desde la cabeza á los pies? ¿Cuál debe ser la situación del espejo?

1.º Sea (lám. VI, fig. 28) EE' el plano del espejo aa' y OO' la persona; II' la imagen de ésta, simétrica de la misma con respecto al plano del espejo, y O'a' el rayo luminoso que procedente de los pies del observador alcanza á aa' en a' y llega reflejado al ojo O, de OO'.

Siendo OI doble que Oa , y semejantes los triángulos Oaa' y OII' , tendremos

$$\frac{OI}{oa} = \frac{II'}{aa'};$$

proporción que asigna al espejo aa' una altura mitad de la persona $OO' = II'$.

2.º Consideraciones idénticas establecen que $a'E'$ es mitad de OO' ; luego el espejo debe estar situado en un plano vertical EE' , y elevado sobre el horizontal $O'E'I'$ una altura $E'a'$ igual á la mitad de la del observador.

CXXXIV

Dos espejos planos, córtense ó no, forman un ángulo de 30º; un rayo luminoso se refleja en el primero y después en el segundo. ¿Qué ángulo formarán el primer rayo incidente y el último reflejado?

En cualquiera de las dos posiciones que asignamos á los espejos en la fig. 29 de la lámina VI, el ángulo que vamos á determinar es el LOI' .

En la primera el ángulo LOI' , exterior al triángulo OII' , será igual á la suma de los dos internos no adyacentes,

$$LOI' = 2(i + i').$$

Por idéntica razón estableceremos respecto del triángulo IAI' .

$$90 + i' = 30 + 90 - i;$$

de donde

$$30 = 90 + i' - 90 + i = i + i';$$

luego

$$LOI' = 2 \times 30^\circ = 60^\circ.$$

Sin dificultad alguna se resuelve el problema en la segunda figura y el resultado es idéntico: el ángulo LOI' resulta siempre doble que el de los espejos; propiedad en que está fundada la construcción del *sextante*.

CXXXV

Sobre el eje principal de un espejo cóncavo esférico de 22 centímetros de radio (lám. VI, fig. 19) y a una distancia de 10 centímetros del centro de curvatura hay un punto luminoso. ¿Dónde estará el foco?

Resolviendo con respecto a d' la fórmula de los espejos cóncavos esféricos

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{2}{R};$$

de donde

$$d' = \frac{dR}{2d - R},$$

y sustituyendo valores

$$d' = \frac{32 \times 22}{2 \times 32 - 22} = 16,7 \text{ centímetros.}$$

Es decir, que el foco se encuentra en el mismo eje principal a 16,7 centímetros del centro P, de figura del espejo, ó bien a 5,3 del centro de curvatura C.

CXXXVI

Sobre el eje del mismo espejo se sitúa el punto luminoso a 14 centímetros del centro de figura. ¿Dónde estará el foco?

Sustituyendo números en el valor de d' (véase el problema anterior) tendremos

$$d' = \frac{14 \times 22}{2 \times 14 - 22} = 51,33 \text{ centímetros.}$$

Es decir, que el foco se encontrará en el eje principal a 51,33 centímetros del centro de figura del espejo, ó sea 29,33 centímetros más allá del centro de curvatura.

CXXXVII

Sobre el eje del mismo espejo está el punto luminoso á 4 centímetros del centro de figura. ¿Cuál es la posición del foco virtual?

Sustituyendo números en el valor de d' (véase el problema 135) tendremos :

$$d' = \frac{4 \times 22}{2 \times 4 - 22} = -6,28 \text{ centímetros.}$$

Es decir, que el foco se formará virtualmente sobre el eje principal, por detrás del espejo y á 6,28 centímetros del centro de figura P.

CXXXVIII

Mitad sobre el eje principal y mitad bajo él hay un árbol (lám. vi, fig. 20, suponiendo el árbol representado por la flecha AB) de 14 metros situado á 250 metros de un espejo cóncavo esférico de 60 centímetros de radio. ¿Dónde se formará la imagen y cuál será su tamaño?

1.º Para averiguar la situación de la imagen, determinemos el foco del punto m situado en el eje principal, sustituyendo números en el valor de d' que ya conocemos :

$$d' = \frac{25\,000 \times 60}{2 \times 25\,000 - 60} = 30^{\text{cm}},036.$$

Es decir, que la imagen invertida se forma á $30^{\text{cm}},036$ del espejo contados en el eje principal, ó sea á 29,964 del centro de curvatura.

2.º El tamaño de la mitad de la imagen se deduce de la semejanza de los triángulos $bm'c$ y BmC

$$\frac{mC}{mB} = \frac{Cm'}{mb}; \quad \text{ó bien} \quad \frac{249,40}{7} = \frac{0,29964}{mb};$$

de donde

$$mb = \frac{7 \times 0,29964}{249,50} = 0,0814 \text{ metros,}$$

y por lo tanto

$$ba = 2 \times 0,0814 = 0,1628 \text{ metros.}$$

CXXXIX

En el espejo del problema anterior, y también en el eje principal, se coloca una bujía (lám. VI, fig. 21, suponiendo la bujía representada por la flecha AB) cuya llama tiene 5 centímetros de altura, á 15 centímetros del centro del espejo. ¿Cuál es la posición y tamaño de la imagen virtual?

1.^a Para fijar la posición de la imagen averigüemos la del punto *m* de la bujía situado en el eje principal; á cuyo efecto sustituiremos números en el valor de *d'*;

$$d' = \frac{15 \times 60}{2 \times 15 - 60} = -30 \text{ centímetros.}$$

Es decir, que la imagen virtual se encuentra por detrás del espejo á 30 centímetros del mismo, medidos en el eje principal á partir del centro P.

2.^a Para determinar el tamaño *ab* de la imagen, basta tener en cuenta la semejanza de los triángulos ABC y *abC*, cuyas bases serán proporcionales á sus alturas:

$$\frac{AB}{mC} = \frac{ab}{m'C}; \quad \text{ó bien} \quad \frac{5}{45} = \frac{ab}{90};$$

de donde

$$ab = \frac{5 \times 90}{45} = 10 \text{ centímetros.}$$

CXL

Delante de un espejo convexo de 50 centímetros de radio (lám. VI, fig. 30) se coloca un hombre de 1,60 metros, mitad so-

bre y mitad bajo el eje principal á 10 metros de distancia. ¿Cuál será la posición y tamaño de la imagen virtual?

1.º Para determinar la posición de la imagen, depejemos d' en la fórmula de los espejos esféricos convexos:

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{d'} = -\frac{2}{R}, \quad \text{de donde} \quad d' = \frac{dR}{2d + R};$$

y fijándonos en el punto m de HH' , y sustituyendo números, tendremos

$$d' = \frac{1000 \times 50}{2 \times 1000 + 50} = 24,3 \text{ centímetros.}$$

Es decir, que la imagen virtual se encuentra por detrás del espejo á 24,3 centímetros contados sobre el eje principal á partir del punto P.

2.º El tamaño de la imagen lo deduciremos de la semejanza de los triángulos Chh' y CHH' :

$$\frac{hh'}{m'C} = \frac{HH'}{mC}, \quad \text{ó bien} \quad \frac{hh'}{25,7} = \frac{160}{1050};$$

de donde

$$hh' = \frac{160 \times 25,7}{1050} = 3,91 \text{ centímetros.}$$

CXLI

Determinar gráficamente la dirección del rayo refractado siendo el ángulo de incidencia de 45° , y 1,5 el índice de refracción del medio en que penetra la luz.

Según la construcción de Huyghens, si AB (lám. vi, figura 14) representa la superficie de separación de ambos medios, y CON el ángulo de incidencia, debe trazarse desde O una semicircunferencia con un radio $\frac{1}{1,5} = 0,66$ y después tomar sobre OC una longitud OD igual á la unidad: desde el punto D se traza la recta DE paralela á AB, prolongándola hasta que corte en E á la OE perpendicular á OC. Desde

E se traza la EA paralela á OC, y por A la tangente AF á la semicircunferencia; uniendo ahora O con el punto de contacto F, la recta OF será la dirección pedida.

CXLII

Suponiendo que el índice de refracción del vidrio sea 1,53, y el ángulo de incidencia 62°, ¿cuánto valdrá el de refracción?

Sustituyendo valores en la expresión del índice, tendremos:

$$1,53 = \frac{\text{sen } 62^\circ}{\text{sen } r};$$

de donde

$$\begin{aligned} \log. \text{sen } r &= \log. \text{sen } 62^\circ - \log. 1,53 \\ &= 9,9459349 - 0,1846914 = 9,7612435; \end{aligned}$$

y

$$r = 35^\circ 14' 46''.$$

CXLIII

¿Cuál es el ángulo límite I del agua al aire, sabiendo que el índice del aire al agua es 1,336?

La expresión del ángulo límite es

$$\text{sen } I = \frac{1}{n}.$$

Sustituyendo valores, tendremos:

$$\text{sen } I = \frac{1}{1,336} = 0,748;$$

ó bien

$$\log. \text{sen } I = \log. 0,724 = 9,8739016;$$

y por lo tanto

$$I = 48^\circ 25' 2''.$$

CXLIV

Se tiene un prisma BAC cuyo ángulo es de 40° : incide normalmente un rayo LL' sobre una de sus caras AB y forma con el rayo emergente un ángulo de desviación, L' i' e de 19° . ¿Cuál es el índice de refracción?

Sea (lám. vi, fig. 31) NN' la normal en el punto de emergencia.

$$L'IN' = A = 40^\circ;$$

$$N'Ie = 40 + 19 = 59^\circ;$$

luego

$$n = \frac{\text{sen } N'Ie}{\text{sen } LIN} = \frac{\text{sen } 59^\circ}{\text{sen } 40} = 1,333.$$

CXLV

¿Cuál es la desviación mínima en un prisma cuyo ángulo refringente valga 60° y su índice 1,62?

Sabemos que el índice $n = 1,62$ de la substancia del prisma, el ángulo $A = 60^\circ$ de éste, y el ángulo de desviación mínima d , están enlazados por la fórmula

$$n = \frac{\text{sen} \left(\frac{A + d}{2} \right)}{\text{sen} \frac{A}{2}}; \quad \text{ó bien} \quad 1,62 = \frac{\text{sen} \left(\frac{60^\circ + d}{2} \right)}{\text{sen } 30^\circ};$$

de donde

$$\log. \text{sen} \left(\frac{60 + d}{2} \right) = \log. 1,62 + \log. \text{sen } 30^\circ;$$

y por consiguiente

$$\frac{60^\circ + d}{2} = 53^\circ 7' 4'';$$

luego

$$d = 2 \times (53^\circ 7' 4'') - 60^\circ = 46^\circ 14' 8''.$$

CXLVI

¿Cuál es la distancia focal de una lente convexa, cuyas caras tienen de radio 8 centímetros, siendo el índice de refracción 1,53?

Despejando f en la ecuación

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right),$$

resultará

$$f = \frac{1}{(n - 1) \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right)};$$

y sustituyendo valores y efectuando operaciones,

$$f = 7,5 \text{ centímetros.}$$

CXLVII

Un objeto AB de 12 centímetros de alto se encuentra en el eje principal á 150 centímetros del centro de la lente anterior. ¿Qué posición y tamaño tendrá la imagen?

1.º Para determinar la posición de la imagen ab fijemos la del punto medio m del objeto (lám. vi, fig. 32) situado en el eje principal; á cuyo efecto, despejando d' en la ecuación

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f},$$

tendremos

$$d' = \frac{df}{d - f};$$

y sustituyendo valores

$$d' = \frac{150 \times 7,5}{150 - 7,5} = 7,89 \text{ centímetros.}$$

2.º Como los tamaños respectivos del objeto y de su imagen son proporcionales á los valores de d y d' , tendremos:

$$\frac{12}{x} = \frac{150}{7,8};$$

de donde

$$x = \frac{12 \times 7,8}{150} = 0,62 \text{ centímetros.}$$

CXLVIII

Un objeto AB de 2 centímetros de altura se encuentra á una distancia de la lente anterior igual á $\frac{1}{10}$ de la focal principal. ¿Cuál será la situación y tamaño de la imagen virtual?

1.º Para fijar la posición, determinemos el foco del punto medio m (lám. VI, fig. 33) aplicando la fórmula

$$d' = \frac{df}{d-f};$$

de la cual, sustituyendo valores, resulta

$$d' = \frac{0,75 \times 7,5}{0,75 - 7,5} = -0,83.$$

Es decir, que la imagen se encuentra en el mismo lado que el objeto y á una distancia de la lente igual á 0,83 centímetros, contados en el eje principal.

2.º El tamaño de ab se deduce de la proporción

$$\frac{2}{x} = \frac{0,75}{0,83};$$

de donde

$$x = \frac{2 \times 0,83}{0,75} = 2,21 \text{ centímetros.}$$

CXLIX

Se dispone de una lente biconcava cuyas caras tienen un radio de 8 centímetros, y el índice es 1,53: á 25 centímetros de la lente, contados sobre el eje principal, se coloca una llama de 4 centímetros de altura. ¿Cuál será la situación y tamaño de la imagen virtual?

La distancia focal virtual de la lente se halla substituyendo valores en la expresión

$$f = (n - 1) \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right);$$

hecho lo cual, resulta

$$f = 0,133.$$

1.º La posición de la imagen de AB (lám. vi, fig. 34) puede fijarse determinando el foco m' de su punto medio m ; para lo que despejaremos d' de la fórmula

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{d'} = -\frac{1}{f},$$

de la cual se obtiene

$$d' = \frac{df}{d + f} = \frac{25 \times 0,133}{25 + 0,133} = 0,132.$$

Es decir, que la imagen se forma á los 0,132 centímetros de la lente, contados sobre el eje principal, y por el mismo lado que está la llama.

2.º El tamaño x de la imagen se deduce de la siguiente proporción

$$\frac{4}{x} = \frac{25}{0,132};$$

de donde

$$x = \frac{4 \times 0,132}{25} = 0,021 \text{ centímetros.}$$

CL

El objetivo de un anteojo astronómico tiene 1,50 metros de distancia focal, y la lente ocular 2 centímetros. ¿Cuál será el aumento A del anteojo?

Considerando como aumento del anteojo la razón de los diámetros aparentes de la imagen y del objeto, sabemos que es igual á

$$\frac{F}{f};$$

luego en el caso del problema, tendremos

$$A = \frac{150}{2} = 75.$$

7.—MAGNETISMO Y ELECTRICIDAD

Lo primero que se necesita recordar para resolver los 50 problemas que siguen, referentes á esta parte de la Física, es lo que se refiere á los sistemas de unidades de medida, que son dos, derivados ambos del cegesimal expuesto al comienzo de esta obra y fundados, el primero, llamado *electros-tático*, en la acción mutua de dos masas eléctricas, y el segundo, ó *electro-magnético*, en la que una corriente ejerce sobre la unidad de magnetismo.

El primero es análogo al de unidades magnéticas, por lo que pondremos éstas como preámbulo de aquéllas.

1. — Unidades magnéticas.

Las principales son :

Unidad de polo magnético : es el polo magnético que á la

distancia de un centímetro rechaza á otro igual con la fuerza de una dina. Sus dimensiones son

$$\frac{M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}}}{T} = M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-1}$$

Unidad de intensidad de campo magnético: es la de un campo en que la fuerza que obra sobre la unidad de polo es igual á una dina. Sus dimensiones son :

$$\frac{M^{\frac{1}{2}}}{L^{\frac{1}{2}} T} = M^{\frac{1}{2}} L^{-\frac{1}{2}} T^{-1}$$

2. — Unidades electroestáticas.

Las principales son :

Unidad de cantidad: es la cantidad de electricidad que á la distancia de un centímetro rechaza á otra cantidad igual con la fuerza de una dina. Su dimensiones son :

$$\frac{M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}}}{T} = M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-1}$$

Unidad de diferencia de potencial: es la que existe entre dos puntos cuando es preciso realizar el trabajo de un ergio para transportar del uno al otro una cantidad de electricidad igual á la unidad. Sus dimensiones son :

$$\frac{M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}}}{T} = M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-1}$$

Unidad de capacidad: es la capacidad de un conductor cuyo potencial se eleva una unidad con una unidad de cantidad de electricidad. Su dimensión es L.

Una esfera de un centímetro de radio tiene una capacidad igual á la unidad; y las capacidades de las esferas son proporcionales á sus radios.

OBSERVACIÓN. — Estas tres unidades electro-estáticas sólo poseen interés científico, pues en la práctica, ninguna aplicación se hace de las mismas.

3. — Unidades electromagnéticas.

Las principales son :

Unidad de intensidad: es la de una corriente que, recorriendo un circuito de un centímetro de longitud arrollado en forma de arco de circunferencia de círculo cuyo radio sea un centímetro, ejerce la fuerza de una dina sobre un polo magnético de unidad de intensidad colocado en el centro. Sus dimensiones son :

$$\frac{M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}}}{T} = M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-1}$$

Como en la práctica resultaría algo grande esta unidad, se ha adoptado otra con el nombre de *amperio* (*), que es diez veces menor.

Unidad de cantidad: es la cantidad de electricidad que pasa por un circuito durante un segundo cuando la intensidad de la corriente es igual á una unidad. Sus dimensiones son :

$$M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}}$$

En la práctica se emplea una unidad diez veces menor denominada *culombio*; cantidad de electricidad que en un segundo pasa por la sección de un conductor cuando la intensidad de la corriente es un amperio, y que al atravesar una disolución de nitrato de plata precipita 1,1180 miligramos de este metal; ó en un voltámetro desprende 0,0104 miligramos de hidrógeno.

Unidad de potencial ó fuerza electromotriz: es la fuerza electromotriz necesaria para que la unidad de cantidad de electricidad dé origen á una unidad de trabajo ó sea á un ergio; teniendo en cuenta que cuando una cantidad de elec-

(*) La Real Academia Española ha adaptado los nombres de estas unidades al castellano terminándolas en *io* y escribiendo tal como deben pronunciarse los nombres de los sabios á quienes se han dedicado : así el *ampere* se convierte en *amperio*; el *volt* en *voltio*, etc.

tricidad c atraviesa un conductor bajo la influencia de una fuerza electromotriz E , el trabajo producido es igual á $c E$. Sus dimensiones son :

$$\frac{M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}}}{T^2} = M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-2}$$

Como esta unidad es muy pequeña, la usual en la práctica es otra 10^8 veces mayor, llamada *voltio* (*).

Unidad [de resistencia] : es la que ofrece un conductor cuando siendo la diferencia de potencial entre sus dos extremos, ó fuerza electromotriz uno, circula por el mismo una corriente igual á la unidad. Sus dimensiones son :

$$\frac{L}{T} = LT^{-1}$$

La unidad práctica de resistencia, llamada *ohmio* (**), es 10^9 veces mayor, y está realizada en la que ofrece una columna de mercurio á 0° de 106 centímetros de longitud y un milímetro cuadrado de sección.

OBSERVACIÓN. — Entre las tres unidades prácticas *amperio*, *voltio* y *ohmio*, existe, según las leyes de *Ohm*, esta relación

$$1 \text{ amperio} = \frac{1 \text{ voltio}}{1 \text{ ohmio}}.$$

Y el *voltio* es, prácticamente, la fuerza electromotriz que produce ó sostiene una corriente de un amperio en una resistencia de un ohmio.

Unidad de capacidad : es la de un condensador que car-

(*) En el Congreso de electricistas de Chicago de 1893 se adoptó como unidad práctica de F. E. M. el *voltio internacional*, que es $\frac{1.000}{1.434}$ de la F. E. M. desarrollada por un elemento tipo de la pila de Latimer Clark á la temperatura de 15°.

(**) El *ohmio internacional* del Congreso de Chicago es la resistencia á 0° c. de una columna de mercurio puro de sección constante, cuya masa sea de 14,4521 gramos-masa y de 106,3 cm. de longitud.

gado al potencial uno encierra una cantidad de electricidad igual á la unidad. Sus dimensiones son :

$$\frac{T^2}{L} = T^2 L^{-1}$$

Como es unidad demasiado grande, se han creado otras prácticas : el *faradio*, 10^9 veces menor, y el *microfaradio* (*), 10^{15} veces menor que la unidad C. G. S., ó 10^6 veces menor que el faradio.

Unidad de energía eléctrica: la unidad cegesimal es el producto de la unidad de cantidad por la de fuerza electromotriz y sus dimensiones, que son :

$$M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} \times M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-2} = M L^2 T^{-2}$$

demuestran que no es otra cosa que el ergio. Pero como esta unidad es demasiado pequeña, el Congreso de París de 1889 ha adoptado el *joule* (*julio* según la Academia Española) cuyo valor es 10^7 ergs.

(El Congreso de Chicago aceptó el *julio internacional*, que difiere muy poco del anterior.)

Unidad de potencia eléctrica : es, como la de potencia mecánica, la de una corriente que desarrolle un ergio por segundo y su unidad práctica, el *watt* (*vatio* según la Academia) equivale á un *julio* por la misma unidad de tiempo ó á 10^7 unidades C. G. S.

Entre las unidades electroestática y electromagnética de cantidad existe la relación

$$\frac{\left(\frac{M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}}}{T} \right)}{(M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}})} = \frac{L}{T}$$

que representa una velocidad. Determinada numéricamente resulta igual á

$3,009 \times 10^{10}$ centímetros por segundo,

ó sea, próximamente, la cifra que representa la velocidad de la luz.

(*) Las prefijas *mega* y *micro* hacen á la unidad un millón de veces mayor ó menor : así un *megohmio* significa un millón de ohmios, etc.

Esta relación hace que las dos clases de unidades no sean independientes y que el tránsito de unas á otras se haga fácilmente, teniendo en cuenta las dimensiones. Por ejemplo, las unidades electrostática y electromagnética de fuerza electromotriz son respectivamente

$$M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-1} \quad \text{y} \quad M^{\frac{1}{2}} L^{-\frac{3}{2}} T^{-2}$$

y su relación

$$\frac{M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-1}}{M^{\frac{1}{2}} L^{-\frac{3}{2}} T^{-2}} = L^{-1} \times T = \frac{T}{L} = \frac{1}{\frac{L}{T}} = \frac{1}{3 \times 10^{10}};$$

por tanto, para saber á cuántas unidades electrostáticas equivalen n electromagnéticas, se tendría que establecer la proporción

$$\frac{x}{n} = \frac{1}{3 \times 10^{10}} \quad \text{y} \quad x = \frac{n}{3 \times 10^{10}}.$$

Así, 1 voltio que vale, según se ha visto, 10^8 unidades electromagnéticas, será

$$1 \text{ voltio} = \frac{10^8}{3 \times 10^{10}} = \frac{1}{3 \times 10^2} = 3 \times 10^{-3} \text{ u. e. s.}$$

Para facilitar la comprensión de estas relaciones, en el cuadro siguiente se insertan los valores de unas y otras.

Unidades eléctricas.

UNIDAD DE	DIMENSIÓN		UNIDAD PRÁCTICA		
	electro-estática.	electro-magnética.	Nombre.	VALOR EN UNIDADES ABSOLUTAS	
				electro-estáticas.	electro-magnéticas
Cantidad.....	$M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-1}$	$M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}}$	Culombio	3×10^9	10^{-1}
Fuerza.....	$M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-1}$	$M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-2}$	,	,	,
Intensidad de corriente.	$M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-2}$	$M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-1}$	Amperio	3×10^9	10^{-1}
Potencial.....	$M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-1}$	$M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-2}$	Voltio	$\frac{1}{3 \times 10^2}$	10^8
Fuerza electromotriz...					
Resistencia.....	$L^{-1} T$	$L T^{-1}$	Ohmio	$\frac{1}{9 \times 10^{11}}$	10^9
Capacidad.....	L	$L^{-1} T^2$	Faradio	9×10^{11}	10^{-9}

4. Se llama intensidad de imanación de una barra el cociente de dividir el momento magnético por el volumen de dicha barra.

5. En virtud de la acción directriz magnética constante que ejerce la tierra sobre las agujas imanadas, la fórmula del péndulo es aplicable á los vaivenes de las mismas; por consiguiente, *la duración de las oscilaciones* estará en razón inversa de la raíz cuadrada de la fuerza magnética M (como en el péndulo de $\sqrt{g}$) que retiene á la aguja en la posición de equilibrio; ó el *número de oscilaciones* en razón directa de dicha raíz; ó *las fuerzas magnéticas* serán proporcionales á los cuadrados de los números de oscilaciones, tratándose de una misma aguja en distintos parajes de la tierra, ó de varias agujas en uno mismo.

6. La fuerza con que una aguja es retenida en el meridiano magnético depende no sólo de la intensidad del magnetismo terrestre en el paraje de que se trate, sino de la mayor ó menor imanación de la aguja.

7. Cuando la aguja de inclinación se sitúa en un plano

vertical perpendicular al meridiano magnético, toma la posición vertical, ó lo que es lo mismo, su inclinación vale 90° . En dicho plano meridiano la inclinación de la aguja presenta un valor mínimo, que es el ángulo de inclinación del paraje.

8. Leyes de las atracciones y repulsiones magnéticas, ó leyes de Coulomb : 1.^a Dichas atracciones ó repulsiones están en razón inversa de los cuadrados de las distancias que separan los polos en presencia. 2.^a Son proporcionales á la fuerza magnética de los dos imanes.

9. Las fuerzas eléctricas que determinan atracciones ó repulsiones, son análogamente á las magnéticas, directamente proporcionales á las dos cantidades de electricidad en presencia, y están en razón inversa de los cuadrados de las distancias.

Según lo cual dos cantidades, c y c' , de electricidad, distintas de la unidad, y dos iguales á ella, situadas á un centímetro de distancia, satisfarán esta proporción :

$$1 \text{ dina} : f \text{ dina} :: 1 \times 1 : c c';$$

de donde

$$f = c \times c' \text{ dinas};$$

y si la distancia entre ellas fuese d , tendríamos además

$$c c' = f \text{ dinas} : F \text{ dinas} :: d^2 : 1^2;$$

de donde

$$F = \frac{c \times c'}{d^2} \text{ dinas.}$$

10. Densidad eléctrica es la cantidad de electricidad contenida en la unidad de superficie, ó sea la carga por centímetro cuadrado. Por consiguiente, cuando una cantidad M de electricidad está uniformemente distribuída en una superficie S , la densidad eléctrica será

$$\frac{M}{S}.$$

En un conductor de forma esférica la densidad eléctrica es uniforme en toda su superficie; pero tratándose de otras

formas de conductores, la densidad varía de uno á otros puntos de los mismos, si bien de modo que en todos y cada uno de dichos puntos se realizan las leyes de Coulomb.

11. Se llama potencial eléctrico de un punto el cociente de dividir la masa que determina el campo por su distancia al punto, es decir, que

$$V = \frac{M}{r},$$

llamando r á dicha distancia: mecánicamente representa el trabajo necesario para transportar la unidad de masa eléctrica positiva desde el infinito hasta el punto. Si se transporta dicha unidad de un punto á otro del campo, el trabajo correspondiente será la diferencia de potencial entre los dos puntos, y siempre que dos conductores tengan potenciales diferentes, al ponerlos en comunicación habrá paso de electricidad de uno á otro, cosa que no sucede si el potencial es el mismo en ambos.

El potencial de una esfera es el mismo para todos los puntos interiores y equivale á $\frac{M}{R}$, siendo M la carga y R el radio. Para un punto exterior equivale á $\frac{M}{r}$, en donde r representa la distancia del punto al centro de la esfera.

12. Se llama capacidad de un conductor á la cantidad de electricidad que se necesita comunicarle para que su potencial se haga igual á la unidad, y la fórmula que la define es

$$C = \frac{M}{V},$$

en la que M representa la carga y V el potencial.

La capacidad de una esfera es igual á su radio expresado en centímetros; de manera que este número representará el de unidades electro-estáticas cegesimales que se necesitan para que su potencial sea la unidad.

En los condensadores, la capacidad es también el cociente de la carga eléctrica por el potencial, y se expresa por la fórmula

$$C = K \frac{S}{4\pi e},$$

en que S es la superficie, e el espesor de la capa aisladora, y K la constante dieléctrica del aislador: si éste es el aire seco $K = 1$.

13. Llámense condensadores á unos aparatos que puedan acumular en superficies relativamente pequeñas cantidades notables de electricidad. Recordemos como tipo el de *Æpinus*, descrito en todos los libros de Física, y compuesto de dos platillos metálicos sostenidos por pies aisladores y separados por una lámina de vidrio: cuando el aparato se carga, dase el nombre de platillo colector al que se pone en comunicación con la máquina eléctrica.

Fuerza condensante es la relación entre la carga total que adquiere el platillo colector bajo la influencia del otro, y la que adquiriría si estuviese solo; ó lo que es lo mismo, la razón entre la cantidad total de electricidad del colector y la que se encuentra libre en el mismo, por cuanto se admite que la electricidad que queda de esta manera en dicho platillo es precisamente la que recibiría estando solo. Esta fuerza depende de un coeficiente, k , relacionado con el espesor de la lámina aislante, suponiendo á ésta un aislador perfecto, y con el espesor y conductibilidad de la misma, prácticamente.

Para calcular la fuerza condensante, supongamos que sea C la cantidad total de electricidad del platillo colector, c la del otro platillo, l la libre del primero, y k el coeficiente de inducción. Según el mecanismo conocido de la condensación, tendremos, una vez cargado el aparato,

$$c = kC: \quad [1]$$

si, suprimidas las comunicaciones respectivas de los dos platillos con la máquina y con el suelo, tocamos al colector con el dedo, desaparecerá del mismo la electricidad l , y se cambiarán los papeles, siendo el otro el que quedará con mayor carga y con cierta cantidad de electricidad libre; por lo cual tendremos

$$C - l = kc; \quad [2]$$

ó bien

$$C - l = k \times kC = k^2C;$$

ó bien

$$C - k^2C = l;$$

$$\text{ó bien} \quad C(1 - k^2) = l, \quad \text{ó} \quad \frac{C}{l} (1 - k^2) = 1,$$

ó, finalmente,

$$\frac{C}{l} = \frac{1}{1 - k^2}.$$

14. La cantidad de electricidad que puede recibir un condensador cargado al potencial V es

$$M = K \frac{SV}{4\pi e},$$

fórmula en la que S , V y e representan la superficie, el potencial y el espesor de la capa aisladora. El coeficiente K depende de la naturaleza de dicha capa, y es lo que se llama *coeficiente de inducción, constante dieléctrica ó capacidad inductora específica*, dando este nombre á la relación entre las capacidades de dos condensadores idénticos cuyos aisladores fuesen el cuerpo de que se trate y el aire, siendo la constante de éste igual á la unidad.

15. La energía potencial, acumulada en un conductor cargado de electricidad, es igual al semiproducto de la masa por el potencial, y se expresa por la fórmula

$$W = \frac{1}{2} MV;$$

pero como $M = CV$ (núm. 12), se tendrá:

$$W = \frac{1}{2} CV^2,$$

en que C es la capacidad.

Tratándose de un condensador, la fórmula es la misma, teniendo en cuenta que

$$C = K \frac{S}{4\pi e},$$

y, por tanto,

$$W = \frac{1}{2} K \frac{SV^2}{4\pi e}.$$

Si el aislador fuese el aire $K = 1$ y

$$W = \frac{1}{2} \times \frac{SV^2}{4\pi e}.$$

16. La distancia á que salta la chispa eléctrica en una botella de Leyden ó en una batería es proporcional á la densidad de la electricidad acumulada.

17. Leyes referentes á la resistencia y conductibilidad de los conductores, ó leyes de Ohm :

1.^a La resistencia R es proporcional á la longitud l de los conductores.

2.^a Se halla en razón inversa de la sección s de los mismos.

3.^a Es directamente proporcional á su coeficiente ρ de resistencia ó *resistividad*.

Ó sea, en resumen,

$$R = \rho \frac{l}{s}.$$

18. Se llama *resistencia específica* ó *resistividad* de un cuerpo cualquiera la resistencia que presenta al paso de la corriente un centímetro cúbico de este cuerpo, y de ordinario se expresa en microhmios ó millonésimas de ohmio, tratándose de los metales. En la tabla siguiente se citan algunas correspondientes á la temperatura de 0° centígrados.

Plata recocida.	1,492	microhmios.
Cobre id.	1,584	»
Hierro id.	9,636	»
Platino id.	8,981	»
Mercurio.	94,340	»
Maillechort.	20,760	»

Como las palabras conductibilidad y resistencia de un cuerpo se refieren á una sola propiedad real de éste, considerada desde puntos de vista diametralmente opuestos, las cifras que las representen deberán ser inversas : por ejemplo, si la resistencia de un centímetro cúbico de cobre es,

según el cuadro anterior 1,584, su conductibilidad ó *conductancia*, será :

$$\frac{1}{1,584} = 0,63.$$

19. Leyes de la intensidad de las corrientes.

1.^{er} caso. Pilas como las termoelectricas, cuya resistencia interior es tan débil que no merece tenerse en cuenta.

1.º La intensidad I de la corriente, es inversamente proporcional á la longitud l del circuito exterior, ó sea á la resistencia.

2.º Es directamente proporcional al área s de la sección de dicho circuito.

3.º Es directamente proporcional al coeficiente c de conductibilidad eléctrica del mismo.

4.º Es directamente proporcional á la fuerza eléctrico-motriz E del par.

La expresión algebraica de estas cuatro leyes, tratándose de un par, es

$$I = E \frac{s}{\rho l},$$

ó bien, como

$$R = \frac{\rho l}{s} \quad \text{ó} \quad \frac{1}{R} = \frac{s}{\rho l};$$

$$I = \frac{E}{R}.$$

2.º caso. Pilas como las hidroeléctricas, cuya resistencia interior es considerable.

La intensidad está en razón inversa de la *resistencia total* del circuito; así que, representando por r la resistencia anterior, la expresión algebraica de la intensidad de un par, será :

$$I = \frac{E}{R + r}.$$

20. Cuando un conductor por donde marcha una corriente se ramifica en varios, la corriente se divide en tan-

tas corrientes llamadas *derivadas*, como sea el número de los conductores.

Las leyes de Kirchhoff, referentes á las corrientes derivadas, son :

1.^a Cuando una corriente de intensidad I se divide entre varios conductores, en corrientes de intensidad $i, i', i'' \dots$, se verifica que

$$I = i + i' + i'' + \dots;$$

ó en otros términos, observando que

$$I - (i + i' + i'' + \dots) = 0,$$

en todo punto de cruce ó ramificación la suma algebraica de las intensidades de las corrientes es cero, si se representan con signos contrarios las de las corrientes dirigidas hacia el punto y las que salen de él.

2.^a Si en un circuito cerrado y ramificado se llama E á la fuerza electromotriz de la pila, $r, r', r'' \dots$, á las resistencias de los varios conductores é $i, i', i'' \dots$, á las intensidades de las corrientes derivadas que por ellos marchan, se verifica que

$$E = ri + r'i' + r''i'' + \dots$$

Si el circuito no contiene pila, $ri + r'i' + r''i'' + \dots = 0$, considerando como positivas las intensidades de las corrientes que van en un sentido, y como negativas las de las que marchan en sentido contrario.

Y si en él hubiere varias pilas, cuyas fuerzas electromotrices fuesen $E, E_1, E_2 \dots$, la suma algebraica de éstas será igual á la suma algebraica de los productos de las intensidades de cada corriente por las resistencias en cada uno de los trayectos.

21. Para medir la resistencia R de un alambre, puede emplearse el siguiente procedimiento.

Un circuito (lám. vi, fig. 35) que parte de una pila P se divide en sus puntos A y B en dos ramas ACB y ADB , enlazadas por el alambre ó puente CD en cuya longitud se intercala un galvanómetro G . En las ramas AC y AD se interponen carretes de resistencia, cuyas resistencias en ohmios,

r y r' , son conocidas: en la CB el alambre cuya resistencia se desea averiguar; y en la BD un reostato W (*). Graduan-
do convenientemente la resistencia R' de éste, llegaremos á conseguir que la aguja del galvanómetro no se mueva del
cero; y en tal caso se verifica

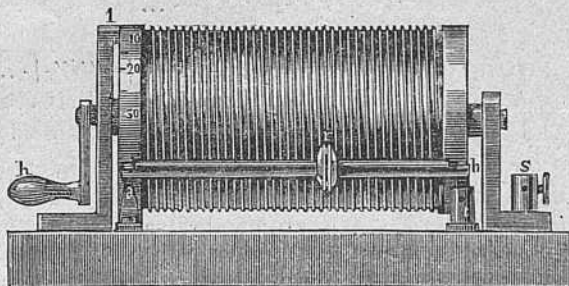
$$R = R' \frac{r}{r'}.$$

Ligeras modificaciones en el procedimiento constituyen el método de Gordon para la determinación de la resisten-

(*) Los reostatos son aparatos destinados á medir resistencias desconocidas por medio de otras conocidas; y también á introducir en los circuitos resisten-
cias conocidas ó que puedan conocerse.

El de Jacobi (fig. 1) consiste en un cilindro aislador (de mármol, ebonita ó madera) cuya superficie presenta una pequeña canal de forma de hélice, en la cual se embute un alambre de cobre ó plata, etc.: uno de los extremos de este hilo atraviesa el cilindro hasta encontrar al eje metálico del mismo, y el otro va sujeto en la superficie del cilindro. La barra metálica ab , sostenida por re-
sortes de acero que la empujan hacia el cuerpo del reostato, lleva ensartada una polea corrediza de latón r , en que encaja el alambre espiral con cierta presión nacida en los resortes a y b , de forma que haciendo girar el cilindro

Fig. 1.



por medio del manubrio h , la polea avanzará en uno ú otro sentido á lo largo de ab , según la dirección de la rotación.

Para servirse del aparato se unen, uno de los reóforos al tornillo de presión s , y el otro al t , con lo cual la corriente recorrerá el tornillo s , el soporte del eje, éste hasta el punto donde se le suelda el extremo del alambre del reostato, el alambre hasta el punto en que se encuentre la polea r , la polea y la parte de ab comprendida entre la misma y el tornillo t .

La resistencia del aparato en cada caso depende de la longitud de alambre que recorre el fluido eléctrico, ó sea de la posición de r ; y se aprecia por el número de vueltas del hilo hasta r , contadas desde el extremo de la dere-

cia de un galvanómetro, y el de W Thomson para medir la resistencia interior de una pila.

22. La medida de la intensidad de una corriente en amperios, ó en unidades absolutas diez mayores, se verifica por medio de la brújula de tangentes y el voltámetro, según los fundamentos siguientes:

1.º Una aguja imanada muy pequeña, móvil sobre una punta-pivote, y sometida á la acción de corrientes circulares situadas en el meridiano magnético y de unos 20 á 30 centímetros de diámetro, experimenta desviaciones tales, que las intensidades de las corrientes son proporcio-

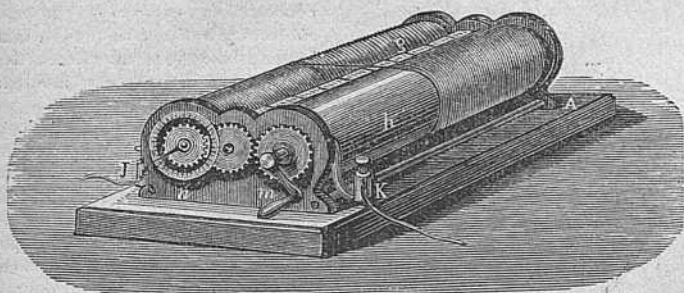
cha en la figura, y marcadas por la polea en una escala que al efecto tiene la barra *ab*; las fracciones de vuelta se miden con auxilio de un índice 1, y de una división, en partes iguales, de la circunferencia del cilindro, según aparece indicado á la izquierda de la figura.

Como se comprende, la resistencia del alambre debe ser conocida previamente, á no ser que se la quiera y pueda calcular por la fórmula

$$R = \rho \frac{l}{s}.$$

El *reostato Wheatstone* (fig. 2) consiste en dos cilindros *g* y *h*, el primero de madera bien seca y mala conductora, y el segundo de latón, ambos de la mis-

Fig. 2.



ma longitud (unos 20 á 30 centímetros) y radio: la superficie del *g* lleva una ranura en hélice, que le da el aspecto de un tornillo, en la cual se arrolla un alambre de cobre sujeto por uno de sus extremos á un anillo metálico que rodea al cilindro cerca de la base anterior *n*, y soldado por el otro á la parte posterior del cilindro *h*. Los ejes de *g* y *h* engranan por medio de un sistema de ruedas dentadas *mn*, de forma tal que al dar vueltas al manubrio *m* el alambre se desarrolla del cilindro *g* y se arrolla sobre el metálico *h*; por manera que dispuesto todo como representa el grabado, simultáneamente habrá alambre envolviendo la parte anterior de *g* y la posterior de *h*. Dos tornillos de

nales á las tangentes de los ángulos de desviación de la aguja (*).

2.º Las corrientes descomponen en un tiempo dado cantidades de agua, ó en general de compuestos binarios for-

presión J y K, destinados á coger los reóforos, sostienen cada cual un resorte de acero; el de J que oprime el anillo metálico de la base de *g*, y el de K que comunica con la superficie del cilindro *h*.

Constituido así el aparato, desde que se le introduzca en un circuito, ofrecerá á la corriente el siguiente camino: tornillo J, resorte de acero, anillo de *g*, alambre de cobre arrollado sobre *g*, parte de este alambre que hace puente entre ambos cilindros, cilindro *h*, resorte de acero y tornillo K. Sólo que la resistencia no dependerá sino de la porción de alambre arrollado sobre *g* y de la comprendida entre *g* y *h*; pues en virtud del diámetro del *h*, puede aceptarse sin error apreciable que en él no experimenta resistencia el fluido.

Para medir en cada caso la longitud de la porción de alambre recorrido por la corriente, el aparato lleva una regla entre los dos cilindros, en la cual se puede leer el número de vueltas que el hilo da en *g*; y las fracciones de vuelta se aprecian por medio de una manecilla, unida al eje del cilindro *g*, que señala en el limbo *n* dividido en partes iguales.

Los reostatos son aparatos de escasa exactitud, insuficientes en multitud de experimentos delicados.

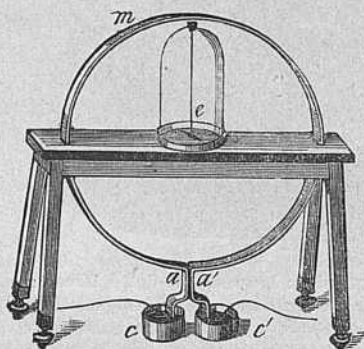
Los *carretes de resistencia*, empleados frecuentemente como reostatos, son trozos de alambre arrollados en espiral, cada uno de los cuales, según su longitud, diámetro y substancia que le constituye, ofrece una resistencia constante y conocida, 1 ohmio, 2, 3, 4... $\frac{1}{10}$, $\frac{2}{10}$, $\frac{3}{10}$... de ohmio.

Por lo demás, existen instrumentos industriales, el *ohm-metro* de Ayrton y Perry, por ejemplo, graduados de modo que la medida de la resistencia se re-

duce á una simple lectura. Pero su conocimiento, como el de los *amperímetros* y *voltímetros*, que son también aparatos de lectura directa destinados á medir respectivamente la intensidad y las diferencias de potencial eléctrico, tiene más propia cabida en estudios de otra índole.

(*) La figura 3 ofrece una disposición sencillísima de la brújula de tangentes: consiste en un banquillo de madera atravesado por una banda circular de cobre *m* cuyos extremos *a* y *a'* van sumergidos en los vasos *c* y *c'*, llenos de mercurio. La aguja imanada, suspendida en el centro, es muy pequeña con relación al diámetro de *m*, pero se le fijan unos apéndices de cobre ó madera, ya en la direc-

Fig. 3.



ción de su eje ó ya en la perpendicular al mismo, con objeto de facilitar la lectura de los ángulos de desviación.

Como se comprende, é indica el grabado, los reóforos se introducen en los vasitos *c* y *c'*.

mados por un metal unido á un radical, proporcionales á su intensidad; ó lo que es lo mismo, las cantidades de metal depositado son proporcionales á las cantidades de electricidad que han atravesado el electrolito.

El procedimiento para efectuar la medida de la intensidad de la corriente es éste :

Se introducen en el circuito cerrado de la pila, cuya intensidad I se desea medir, la brújula de tangentes y el voltámetro. Se anota el ángulo α de desviación, y tendremos

$$I = K \operatorname{tg} \alpha. \quad [1]$$

K representa una constante propia de la brújula, y dependiente de las condiciones de la misma y del lugar de la tierra en que se opere; constante que ante todo es preciso determinar.

Para ello se observa el volumen del hidrógeno obtenido en el voltámetro en un minuto, por ejemplo; y, teniendo en cuenta la temperatura y la presión, se averigua el peso p de dicho gas que se ha desprendido por segundo. Y como un amperio por segundo, ó sea cada culombio, supone la descomposición de 0,000 09473 gramos de agua, ó el desprendimiento de $\frac{1}{9}$ de esta cantidad, 0,000 010 384 gramos de hidrógeno, la obtención de cada gramo de hidrógeno en el voltámetro supone el paso de 96 300 culombios, ó bien, si el desprendimiento se verifica en un segundo, de una corriente de 96 300 amperios

$$\left[\begin{array}{l} 1 \text{ culombio} : 0,000\,010\,384 \text{ gr.} :: x \text{ culombios} : 1 \text{ gr.} \\ x = \frac{1}{0,000\,010\,384} = 96\,300 \text{ culombios próximamente.} \end{array} \right]$$

De donde se deduce que la intensidad en amperios de la corriente con que experimentamos estará representada por la expresión

$$I = 96\,300\, p \text{ (*)} \quad [2]$$

(*) Como la misma cantidad de electricidad es precisa para que se desprenda 1 gramo de hidrógeno, que para que se precipite un equivalente elec-

E igualando ambós valores de I [1] y [2]

$$K \operatorname{tg} a = 96\,300\,p;$$

de donde

$$K = \frac{96\,300\,p}{\operatorname{tg} a};$$

ó bien, si queremos efectuar la medida en unidades electro-magnéticas, que son diez veces mayores,

$$K = \frac{9\,630\,p}{\operatorname{tg} a}.$$

Conocido el coeficiente numérico K de la brújula de tangentes de que disponemos, la intensidad de una corriente cualquiera estará, según queda dicho, dada por la expresión [1]

$$\text{intensidad} = K \times \operatorname{tg} \text{ángulo de desviación}.$$

Cuando la desviación es muy considerable, puede disminuirse la intensidad de la corriente en una cantidad conocida intercalando en ella una resistencia dada.

23. Las leyes de Faraday referentes á la electrólisis son:

1.^a El trabajo químico efectuado por una corriente es el mismo en todos los puntos del circuito.

2.^a La cantidad de electrolito descompuesto en un tiempo dado es proporcional á la intensidad de la corriente, y por lo tanto, á la cantidad de electricidad.

3.^a Cuando una misma corriente atraviesa diversos electrolitos, las cantidades descompuestas de cada uno son proporcionales á sus equivalentes químicos.

Estas leyes permiten medir la intensidad absoluta de las corrientes, pues se sabe que una corriente de un amperio,

tro-químico P de cualquier metal, 108 gramos de plata, 31,5 de cobre, 32,5 de zinc, etc., si en lugar del agua electrolizásemos el nitrato de plata, por ejemplo, averiguando la cantidad p' depositada por segundo, la fórmula [2] se convertirá en ésta:

$$I = 96300 \frac{p'}{P}.$$

que deje pasar un culombio por segundo, desprende en este tiempo :

0,0104 mgr.	de hidrógeno.
1,1180 »	de plata.
0,325 »	de cobre (en las sales cúpricas).
0,6812 »	de oro.
0,5048 »	de platino.

Los números correspondientes á un amperio-hora son 3 600 veces los anteriores.

24. La determinación de la fuerza electromotriz de un elemento con respecto á la conocida de otro (elemento-tipo ó patrón de Latimer-Clark (*) cuya fuerza electromotriz es $1^{\text{volt}},434$ á 15°), se efectúa según Poggendorff y Bosscha del modo siguiente :

Sea (lám. VI, fig. 36) E la fuerza electromotriz desconocida del par D, que vamos á determinar en función de la del elemento Latimer-Clark, L; con la pila D y un galvanómetro G formemos un circuito que se bifurque en dos ALR'B y AWRB; el primero que contenga el elemento tipo L y un reocordio de Poggendorff ó de Pouillet R'; y el segundo un reostato (de Wheatstone ó de Jacobi) W y otro recordio R igual al anterior. Dirigiendo las corrientes en sentido contrario, será posible siempre, haciendo variar la resistencia del reostato, conseguir que la aguja del galvanómetro permanezca inmóvil; pero si entonces se introduce con el reocordio R una resistencia r en el circuito derivado ARB, la aguja se desviará, siendo preciso añadir, para volverla al cero, otra resistencia adecuada r' en el circuito ALR'B por medio del reocordio R' (**). En cuyo caso, según las leyes de Kirchhoff antes recordadas, tendremos

$$E = 1,434 \times \frac{r}{r + r'}.$$

(*) En esta pila el elemento positivo se halla constituido por mercurio, puro cubierto por una pasta de sulfato de mercurio disuelto á la ebullición en agua completamente saturada de sulfato de zinc; y el elemento negativo por un trozo de zinc químicamente puro colocado sobre la pasta.

(**) Los reocordios son aparatos que miden resistencias con más exactitud que los reostatos. El de Pouillet consiste en un alambre de platino, como de

El botón B está destinado á cerrar el circuito cuando se desea, mediante una ligera presión.

Es indispensable que $E < 1,434$; á cuyo efecto, si fuese mayor, se unirían varios pares de Latimer-Clark, constituyendo una pila de fuerza electromotriz

$$n \times 1,434 = I(R + nr).$$

25. Las fórmulas para calcular la intensidad de las corrientes de las pilas cuando n pares están asociados en fila ó serie, es decir, el polo positivo del uno en comunicación con el negativo del otro, son :

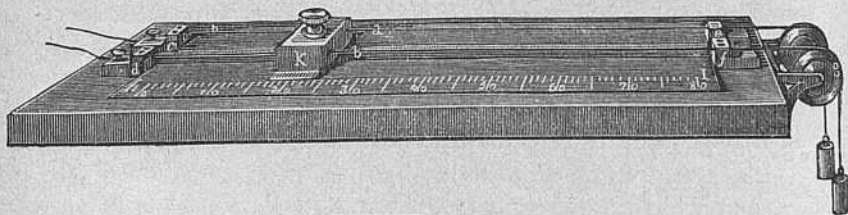
En las pilas termoelectricas

$$I = n \frac{E}{R};$$

un metro de longitud, colocado sobre una regla y puesto en tensión de un modo análogo á las cuerdas del sonómetro; comunica con el circuito por uno de sus extremos, al cual se une uno de los reóforos, y por una capsulita corredera ensartada en el alambre y llena de mercurio, en la que se sumerge la extremidad del otro reóforo: la posición variable de esta capsulita á lo largo del alambre permite introducir en el circuito una resistencia variable á voluntad, y medida por la longitud comprendida entre el extremo del hilo de platino y la capsulita, según la fórmula $\rho \frac{l}{s}$, ó bien conociendo la resistencia del alambre.

El *reocordio de Poggendorff* (fig. 4) viene á ser un doble reocordio de Pouillet: consiste en dos alambres de platino a y b , puestos en tensión por medio de

Fig. 4.



pesos, y en comunicación por la caja corredera K, atravesada por ambos hilos y llena de mercurio; uniendo los reóforos de la pila á los tornillos de presión c y d , el circuito queda cerrado á través de los dos alambres y del mercurio. La regla hi , y el nonius que lleva al pie la caja K permiten medir con exactitud la longitud variable que recorre la corriente según la posición de K, y, por lo tanto, la resistencia que se introduce en el circuito. Es de advertir que esta resistencia se supone nula, sin error apreciable, durante el paso de la electricidad por la caja K; y que depende solo, por consiguiente, de la longitud de los dos alambres interceptada entre c y d y la caja K.

en las hidroeléctricas

$$I = \frac{nE}{R + nr}.$$

Cuando n pares hidroeléctricos se unen por los polos del mismo nombre, ó sea en cantidad, la superficie se hace n veces mayor, y la resistencia interior disminuye proporcionalmente, convirtiéndose en $\frac{r}{n}$, como la fórmula anterior en ésta

$$I = \frac{E}{R + \frac{r}{n}} = \frac{nE}{Rn + r}.$$

Cuando se quiere obtener la mayor intensidad posible formando una pila con varios pares N , se disponen éstos en m series, de n elementos en tensión ($N = mn$), unidas en cantidad, ó sea por los polos del mismo nombre, dando á m y n valores tales, que la resistencia interior de la pila sea igual á la exterior

$$\frac{nr}{m} = R.$$

La intensidad de una corriente de m series enlazadas unas con otras en cantidad, constituidas cada una por n pares unidos en tensión, ó sea por sus polos de nombres contrarios, será

$$I = \frac{m \times nE}{mR + nr}.$$

26. La energía desarrollada por una corriente eléctrica es igual producto de la fuerza electromotriz, ó diferencia de potencial, por la intensidad de la corriente, y, por tanto,

$$W = EI :$$

si E se mide en voltios é I en amperios, W queda expresado en vatios.

Si en la fórmula anterior se reemplazan E é I por sus va-

lores deducidos de la ley de Ohm, resultan las expresiones

$$W = I^2 R \quad W = \frac{E^2}{R}.$$

27. La cantidad de calor desarrollada en un circuito es igual á la energía multiplicada por el equivalente calorífico del trabajo, y siendo esto la inversa del equivalente mecánico del calor, se tendrá, llamando A á este equivalente,

$$J = \frac{W}{A} = \frac{1}{A} EI = \frac{1}{A} I^2 R = \frac{1}{A} \times \frac{E^2}{R}.$$

A, vale 425 kilográmetros, y, por tanto,

$$425 \times 9,81 \text{ vatios,}$$

de manera que

$$\frac{1}{A} = \frac{1}{425 \times 9,81}.$$

PROBLEMAS

I. — MAGNETISMO Y ELECTROSTÁTICA

CLI

Una barra de acero pesa 662 gramos, y su momento magnético vale 15 358 unidades. ¿Cuál será la intensidad de imantación media?

Definida esta intensidad como la relación entre el momento magnético y el volumen, y siendo la densidad del acero 7,8 se tiene

$$Y = \frac{M}{V} = \frac{15\,358}{\frac{662}{7,8}} = \frac{15\,358 \times 7,8}{662} = 180 \text{ unidades magnét.}$$

CLII

¿Cuál será la fuerza m con que tiende á volver al meridiano magnético una aguja de declinación separada del mismo 40° , representando por M dicha fuerza en el caso de que la desviación valga 90° ?

Supongamos (lám. vi, fig. 37) que NS representa el meridiano magnético; ns la aguja; sM la fuerza M , ó sea la fuerza magnética total $s'M'$ que actuaría sobre s paralelamente á SN cuando el ángulo de desviación fuese igual á 90° ; sp la componente perpendicular á la dirección del imán, ó sea la fuerza m que se busca. Conforme sabemos,

$$sp = sM \text{ sen } 40^\circ;$$

ó bien

$$m = M \times 0,643.$$

CLIII

En un mismo paraje de la tierra dan dos agujas de declinación, separadas de su posición de equilibrio, la una 70 y la otra 85 oscilaciones por minuto. ¿En qué relación están las fuerzas magnéticas m y m' que tienden á volver las agujas al meridiano magnético?

Suponiendo aplicable á estas oscilaciones la cuarta ley del péndulo, sus duraciones t y t' serán inversamente proporcionales á las raíces cuadradas de las fuerzas m y m' ; pero como las duraciones y los números de oscilaciones están asimismo en razón inversa, tendremos

$$\frac{85}{70} = \frac{\sqrt{m'}}{\sqrt{m}};$$

ó bien

$$\frac{m'}{m} = \frac{85^2}{70^2} = 1,47$$

CLIV

Una aguja de declinación separada de su posición de equilibrio en Madrid ejecuta 104 oscilaciones por minuto, al paso que en otra localidad sólo da 96. ¿En qué razón estarán las fuerzas magnéticas m y m' que juegan en uno y otro caso?

Las mismas consideraciones del problema anterior conducen á establecer

$$\frac{m}{m'} = \frac{104^2}{96^2} = 1,17.$$

CLV

¿Cuál será el ángulo de inclinación i de un paraje, si una aguja de inclinación, desprovista de círculo graduado, da 40 oscilaciones por minuto en el plano del meridiano magnético y 37 en el perpendicular al mismo?

Supongamos (lám. VI, fig. 38) que el plano de la figura es el vertical del meridiano magnético, y SN este meridiano, ó sea la intersección del dicho plano con el horizonte; que sn representa la aguja de inclinación situada en el plano meridiano; nM la dirección y magnitud de la fuerza magnética total terrestre, y np y nh dos componentes de la misma respectivamente perpendicular la una y paralela la otra al meridiano magnético.

Siendo nM y np las fuerzas á que está sometido el imán en los dos experimentos, tendremos

$$\frac{np}{nM} = \frac{37^2}{40^2} = 0,855,$$

y como según la figura

$$\frac{np}{nM} = \text{sen } i, \quad \text{resulta} \quad i = 58^\circ 46' 40''.$$

CLVI

En uno de los experimentos previos que Coulomb realizó con su balanza, resultó que la fuerza de torsión necesaria para separar la aguja imanada 1 grado de su posición de equilibrio, estaba medida por el ángulo de 35°. Introducido después en el aparato un polo de otro imán, la aguja fué rechazada á 24° de la posición 0; haciendo girar al micrómetro 3 circunferencias, la distancia angular entre los dos polos quedó reducida á 17°, y cuando la rotación fué de 8 circunferencias, á 12°. ¿Cuál es el valor de la fuerza repulsiva en cada uno de los experimentos? ¿Qué consecuencia se deduce de tales números?

1.° Cuando la aguja se desvió 24°, la fuerza repulsiva equivalió á la de una torsión de

$$24 \times 35^\circ + 24^\circ = 864^\circ.$$

Cuando la desviación de la aguja fué 17°, la fuerza repulsiva estuvo representada por

$$17^\circ \times 35^\circ + (17^\circ + 3 \times 360^\circ) = 1\,692^\circ.$$

Y, finalmente, cuando la desviación fué 12°, la fuerza valió

$$12 \times 35^\circ + (12^\circ + 8 \times 360^\circ) = 3\,312^\circ.$$

2.° Los cuadrados de 24, 17 y 12 son respectivamente 576, 289, 144.

Y como las razones

$$\frac{1\,692}{864} = 1,9 \quad \text{y} \quad \frac{576}{289} = 1,9,$$

$$\frac{3\,312}{864} = 3,83 \quad \text{y} \quad \frac{576}{144} = 4,$$

$$\frac{3\,312}{1\,692} = 1,96 \quad \text{y} \quad \frac{289}{144} = 2,$$

son próximamente iguales, según se ve, resulta que los valores de la fuerza repulsiva están en razón inversa de los cuadrados de las distancias.

CLVII

Una aguja de declinación da 24 oscilaciones por minuto sometida á la acción de la tierra. Colocando frente á su polo norte, y en la prolongación de la aguja, el polo sur de otra bastante larga, á 10 centímetros de distancia, el número de oscilaciones por minuto es 39. ¿Cuántas oscilaciones dará la primera aguja si el polo de la segunda se sitúa á 20 centímetros?

Aplicando á estas oscilaciones la cuarta ley del péndulo, tendremos que las duraciones t y t' cuando el imán se encuentra á 10 centímetros, serán inversamente proporcionales á las raíces cuadradas $\sqrt{M}$ y $\sqrt{M+m}$ de las fuerzas magnéticas; y como los números de oscilaciones 24 y 39 también se hallan en razón inversa de las duraciones, tendremos en definitiva

$$\frac{39}{24} = \frac{\sqrt{M+m}}{\sqrt{M}},$$

ó bien

$$\frac{39^2}{24^2} = \frac{M+m}{M} = \frac{1521}{576}. \quad [1]$$

Llamando m' á la fuerza magnética que ejerce el imán cuando está situado á 20 centímetros, se verificará de igual modo

$$\frac{M+m'}{M} = \frac{x^2}{576}. \quad [2]$$

De las proporciones [1] y [2] se deducen éstas

$$\frac{M+m-M}{M} = \frac{1521-576}{576};$$

$$\frac{M+m'-M}{M} = \frac{x^2-576}{576},$$

y dividiendo

$$\frac{m}{m'} = \frac{1521-576}{x^2-576};$$

pero como según la ley de Coulomb $m' = \frac{1}{4} m$, tendremos en definitiva

$$4 = \frac{1\,521 - 576}{x^2 - 576},$$

de donde

$$x = 28,5.$$

CLVIII

En un experimento realizado por Coulomb con su balanza de torsión, la aguja se alejó de la esfera electrizada 36° : haciendo girar convenientemente el tornillo micrométrico superior, á los 126° de torsión la distancia angular se redujo á 18° , y á 9° cuando el tornillo giró 567° . ¿Qué números representan la fuerza repulsiva en cada uno de los tres experimentos? ¿En qué relación se encuentran estas fuerzas y las distancias?

1.º En el primer experimento la fuerza repulsiva puede representarse por

$$36;$$

en el segundo por

$$126 + 18 = 144,$$

y en el tercero por

$$567 + 9 = 576.$$

2.º Los cuadrados de los números 36, 18 y 9 son respectivamente 1 296, 324, 81.

Y como las razones

$$\frac{1\,296}{324} = 4 \quad \text{y} \quad \frac{144}{36} = 4,$$

$$\frac{1\,296}{81} = 16 \quad \text{y} \quad \frac{576}{36} = 16,$$

$$\frac{324}{81} = 4 \quad \text{y} \quad \frac{576}{144} = 4$$

son iguales, según se ve, resulta que los valores de la fuerza repulsiva eléctrica están en razón inversa de los cuadrados de las distancias.

CLIX

¿Qué cantidad c de electricidad atraerá ó repelerá con una fuerza 30 á otra cantidad representada por 22, siendo 8 centímetros la distancia entre ambas? Considérese como unidad de cantidad de electricidad á la que actúa sobre otra igual á la distancia de un centímetro con una fuerza igual á una dina; ó sea á la unidad electrostática de cantidad en el sistema C. G. S.

La expresión de la fuerza eléctrica es

$$F = \frac{c \times c'}{d^2};$$

luego, sustituyendo números, tendremos

$$30 = \frac{c \times 22}{8^2},$$

de donde

$$c = 87,2.$$

CLX

¿Cuánto valdrá la fuerza atractiva ó repulsiva f que ejercerán una sobre otra dos cantidades de electricidad 15 y 21 á la distancia de 7 centímetros?

Sustituyendo números en la expresión de la fuerza eléctrica, resulta

$$F = \frac{15 \times 21}{7^2} = 6,428.$$

CLXI

Dos esferas metálicas distan a centímetros y están cargadas de cantidades m y m' de electricidad positiva; una esferilla de medula de sauco, suspendida de un hilo de seda, está colocada en la línea de los centros y en equilibrio. ¿Cuál es su distancia á las esferas?

Llamando x é y á las distancias que se buscan, evidentemente

$$x + y = a.$$

Según la ley de Coulomb, las atracciones ejercidas por m y m' son iguales entre sí, es decir, que

$$\frac{m}{x^2} = \frac{m'}{y^2},$$

y eliminando entre esta ecuación y la anterior, resulta

$$x = \frac{am \pm a\sqrt{mm'}}{m - m'}; \quad y = \frac{-am \pm a\sqrt{mm'}}{m - m'}.$$

CLXII

Tres cuerpos de superficie metálica están cargados: el primero con 0,0123 culombios; el segundo con 0,0075, y el tercero con 0,0045. ¿Cuál será la carga resultante al ponerlos en contacto si se supone que la electricidad del primero es de signo contrario á la de los otros?

La cantidad total, suma algebraica de las parciales, será:

$$Q = + 0,0123 - 0,0075 - 0,0048 = 0.$$

CLXIII

Se tienen dos superficies 7 y 13 cargadas uniforme y respectivamente con las cantidades de electricidad 4 y 19. ¿Cuál es la densidad eléctrica en cada una de ellas, y cuál la relación entre la mayor y la menor de estas densidades?

La densidad en la una será

$$\frac{4}{7} = 0,57;$$

y en la otra superficie

$$\frac{19}{13} = 1,46,$$

y la razón entre ambas

$$\frac{1,46}{0,57} = 2,56.$$

CLXIV

Si una misma cantidad C de electricidad se distribuye sobre una esfera de radio 10, ó sobre otra de radio 20, ¿cuál será la relación de las densidades eléctricas? Y si sólo se electriza la segunda esfera y por medio de un alambre se comunicara con la primera, ¿cuál sería la relación de las densidades eléctricas en ambas?

1.º La densidad de la electricidad en la primera estará representada por

$$\frac{C}{10^2} = \frac{C}{100},$$

y en la segunda esfera por

$$\frac{C}{20^2} = \frac{C}{400};$$

luego

$$\frac{C}{100} : \frac{C}{400} = 4.$$

2.º Una vez establecidos (lám. VI, fig. 39) la comunicación y el equilibrio eléctricos entre las dos esferas, para que una molécula eléctrica e , equidistante de los centros de ambas, no se mueva, es preciso que esté solicitada por cantidades iguales de electricidad hacia uno y otro lado, ó lo que es lo mismo, que la cantidad C se divida en dos porciones iguales, una para cada esfera. De donde se deduce, según el caso anterior, que la relación de las densidades eléctricas sería 4, es decir, el cuadrado de la razón de los radios.

CLXV

En una superficie de 81 centímetros cuadrados posee la electricidad positiva una densidad uniforme 9; en otra de 36 centímetros tiene la positiva ó negativa una densidad 5. ¿Cuál será en ambos casos la densidad eléctrica única si las dos superficies se refunden en una igual á la suma de ambas?

1.º Si las dos electricidades son positivas, tendremos

$$\frac{81 \times 9 + 36 \times 5}{81 + 36} = 7,7.$$

2.º Si una es positiva y otra negativa, resultará

$$\frac{81 \times 9 - 36 \times 5}{81 + 36} = 4,6.$$

CLXVI

Una esfera metálica de 30 centímetros de radio está cargada con 10^{-6} culombios. ¿Cuál será el potencial: primero en el centro; segundo á 15 centímetros del centro, y tercero á la distancia de 60 centímetros?

Como el potencial de una esfera es

$$V = \frac{M}{R},$$

se tendrá para el primer caso que

$$V = \frac{10^{-9} \text{ culombios}}{30 \text{ centímetros}},$$

y como un columbio vale 3×10^9 unidades electrostáticas,

$$V = \frac{10^{-6} \times 3.10^9}{30} = 100 \text{ de estas unidades},$$

ó en voltios

$$100 \times 3.10^3 = 30\,000.$$

En el segundo caso el potencial será también el anterior, y en el tercero

$$\begin{aligned} V' &= \frac{10^{-6} \text{ culombios}}{60 \text{ centímetros}} = \frac{10^{-6} \times 3.10^9}{60} = 50 \text{ u. e. s.} = \\ &= 50 \times 3.10^3 = 15\,000 \text{ voltios.} \end{aligned}$$

CLXVII

Una esfera de 20 centímetros de radio está cargada con 240 unidades electrostáticas. ¿Cuáles serán los radios de esferas concéntricas con aquélla, y cuyos potenciales se expresen por números enteros?

De la fórmula

$$V = \frac{M}{R}$$

se deducen los valores de R que corresponden á valores enteros de V , comenzando por el de la esfera electrizada, que será

$$V = \frac{240}{20} = 12 \text{ u. e. s.}$$

Dando ahora á V valores iguales á 11, 10.... 0, resultará

$$R_{11} = \frac{240}{11} = 21,818 \text{ cm}; \quad R_{10} = \frac{240}{10} = 24 \text{ cm} \dots$$

$$\dots R_2 = \frac{240}{2} = 120 \text{ cm}; \quad R_1 = 240 \text{ cm} \quad \text{y} \quad R_0 = \infty.$$

CLXVIII

¿Cuál debe ser el radio de una esfera para que su capacidad sea de 1 microfaradio?

Como la capacidad de una esfera es igual á su radio y 1 microfaradio equivale á 9×10^5 unidades electrostáticas cegsimales, se tendrá que

$$R = 9 \times 10^5 \text{ centímetros} = 9 \text{ kilómetros.}$$

CLXIX

Encontrar la capacidad eléctrica del globo terrestre.

El radio medio de la tierra es 6 367 kilómetros, que redu-

cido á centímetros equivalen á $6\,367 \times 10^5$, y esta sería su capacidad en unidades electrostáticas; pero como un microfaradio vale 9×10^5 de estas unidades, la cifra anterior se convierte en

$$\frac{6\,367 \times 10^5}{9 \times 10^5} = 707,4 \text{ microfaradios.}$$

CLXX

El platillo colector de un condensador de Æpinus saturado ha recibido una cantidad de electricidad C capaz de retener otra menor c de fluido contrario en el platillo que comunica con el suelo. ¿Qué parte p de la carga C se liga en el platillo colector, y qué otra l queda libre en el mismo, cuando k es igual á 0,96? ¿Cuál es la fuerza condensante del aparato?

1.º Recordando que

$$c = kC,$$

tendremos

$$p = kc = k^2 C = 0,96^2 C = 0,9216 C, \quad [1]$$

y como

$$C = p + l,$$

resultará

$$l = C - k^2 C = (1 - k^2) C = (1 - 0,9216) C = 0,0784 C. \quad [2]$$

Observemos, como comprobación, que la suma de estos dos coeficientes, 0,9216 y 0,0784, es igual á uno.

2.º La fuerza condensante ó relación entre la total electricidad C del platillo colector, y la libre l del mismo, será

$$\frac{1}{1 - k^2};$$

ó bien

$$\frac{C}{l} = \frac{1}{0,0784} = 12,7.$$

CLXXI

Puesto el platillo colector del condensador de Æpinus en comunicación con una máquina eléctrica y el otro con el suelo, se averigua por medio del plano de prueba y un electrómetro que, llegado el estado de saturación, el fluido libre en el primero es 3. Suprimidas las comunicaciones respectivas de ambos platillos, establecida después la del colector con el depósito común, se encuentra que la cantidad de electricidad que queda libre en el platillo condensador es 2,5. ¿Cuál será el valor del coeficiente k?

Llamando C á la carga total del platillo colector, p á la electricidad ligada del mismo y c á la igualmente ligada al principio en el platillo condensador, tendremos

$$c = kC,$$

y también, según el problema anterior,

$$C - 3 = p = k^2 C, \quad [1]$$

y

$$c - 2,5 = k^2 c \quad \text{ó bien} \quad kC - 2,5 = k^3 C; \quad [2]$$

de cuyas ecuaciones [1] y [2], se deduce

$$C = \frac{3}{1 - k^2}, \quad \text{y} \quad C = \frac{2,5}{k - k^3},$$

y

$$\frac{3}{1 - k^2} = \frac{2,5}{k - k^3} = \frac{2,5}{k(1 - k^2)};$$

de donde

$$k = \frac{2,5}{3} = 0,833.$$

CLXXII

Dos baterías, una de 6 y otra de 10 bocale, se cargan con 150 vueltas de una máquina eléctrica: la chispa salta á una

distancia de 5 milímetros en la primera batería; ¿á qué distancia saltará en la segunda?

Como en las baterías la distancia á que salta la chispa es proporcional á la densidad de la electricidad, tendremos, tomando el bocal como unidad de superficie,

$$\frac{150}{6} : \frac{150}{10} :: 5 : x;$$

de donde

$$x = 3 \text{ milímetros.}$$

CLXXIII

Una botella de Leyden presenta una superficie metálica de 384 cm.² con un vidrio de 0,1 centímetros de espesor; se ponen en comunicación sus dos armaduras con los polos de una máquina Holtz que produzca 20 000 voltios, y se desea saber la carga máxima de la botella. El coeficiente de inducción del vidrio es $K = 3,24$.

Determinada la carga por la fórmula

$$M = \frac{KsV}{4\pi e},$$

se tendrá, sustituyendo,

$$M = \frac{3,24 \times 384 \times 20\,000}{4 \times 3,14 \times 0,1 \times 3 \cdot 10^9} = 65\,978 \text{ u. e. s.}$$

El factor $3 \cdot 10^9$ del denominador se introduce para reducir los voltios á u. e. s.

Si se quisiera expresar la carga anterior en culombios, sería

$$\frac{65\,978}{3 \cdot 10^9} = 0,000022 \text{ culombios,}$$

pues una de estas unidades equivale á $3 \cdot 10^9$ de las electrostáticas.

CLXXIV

Una esfera metálica cuyo radio es 9 centímetros está cargada á un potencial de 5 000 voltios. ¿Qué energía potencial contendrá?

Siendo esta energía igual al semiproducto de la capacidad por el cuadrado del potencial, se tendrá

$$W = \frac{1}{2} \times 9 \times \left(\frac{5\,000}{3 \cdot 10^9} \right) \text{ u. e. s.} = 1\,250 \text{ ergios;}$$

y si se quisiera expresar en centímetros-gramos habría que dividir por la fuerza de un gramo-peso, que es 981 dinas en París, resultando

$$W = \frac{1\,250}{981} = 1,27 \text{ cm. gr.}$$

CLXXV

Un condensador de aire de 10 000 cm.² de superficie, y cuyo aislador tiene 0,1 centímetros de espesor, se pone en comunicación con tierra por una de sus armaduras, mientras que la otra comunica con un generador que desarrolla un potencial de 600 voltios. ¿Cuánta será la energía eléctrica acumulada?

La capacidad está definida por la fórmula

$$C = \frac{S}{4\pi e} = \frac{10\,000}{4 \times 3,14 \times 0,1} = 7\,961,7,$$

y la energía será

$$W = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} 7\,961,7 \times \left(\frac{600}{3 \cdot 10^9} \right)^2 = 15\,923,4 \text{ ergios,}$$

reduciendo los voltios á u. e. s. Esta energía, expresada en gramos-centímetros, sería

$$\frac{15\,923,4}{981} = 16,2 \text{ gr. cm.} = 0,000162 \text{ kilogrametros.}$$

II. — ELECTRODINÁMICA Y ELECTROMAGNETISMO

CLXXVI

¿Qué resistencia, medida en ohmios á la temperatura de 0°, ofrecerá un alambre de hierro de 2 300 metros de longitud y 5 milímetros de radio, suponiendo que la resistencia específica del hierro es 9,636 microhmios? Y si en una línea telefónica se tratase de sustituir dicho alambre por otro equivalente de cobre, ¿qué diámetro debería tener éste?

1.º La fórmula que da el valor de la resistencia es

$$R = \rho \frac{l}{s},$$

en la que se sustituyen valores, y resultará, reduciendo las dimensiones á centímetros,

$$R = 9,636 \frac{230\,000}{3,14 \times 0,5^2} = 2\,823\,286 \text{ microhmios};$$

y dividiendo por 10⁶,

$$R = 2,82 \text{ ohmios.}$$

2.º Según el enunciado del problema se tendrá

$$\rho \frac{l}{s} = \rho' \frac{l}{s'}, \quad \text{ó} \quad \frac{\rho}{s} = \frac{\rho'}{s'},$$

y sustituyendo valores, siendo la resistencia específica del cobre 1,584 microhmios,

$$\frac{9,636}{3,14 \times 0,5^2} = \frac{1,584}{3,14 \times x^2},$$

ó bien

$$9,636 \times x^2 = 1,584 \times 0,25,$$

de donde

$$x = \sqrt{\frac{1,584 \times 0,25}{9,636}} = 0,202 \text{ centímetros.}$$

El diámetro del alambre de cobre equivalente al de hierro será, pues, 4,08 milímetros.

CLXXVII

¿En qué relación deben hallarse los diámetros de dos alambres de la misma substancia cuyas longitudes son 104 y 87 centímetros respectivamente para que ofrezcan la misma resistencia? ¿Qué longitud debe tener un alambre de 1,5 milímetros de diámetro para que su resistencia sea igual á la de otro de la propia substancia, de 2 milímetros de grueso y 25 metros de longitud?

1.º Según las condiciones del problema, tendremos :

$$r = \rho \frac{104}{s} \quad \text{y} \quad r = \rho \frac{87}{s};$$

luego

$$\frac{\rho 104}{s} = \frac{\rho 87}{s'}; \quad \text{ó bien} \quad \frac{104}{87} = \frac{s}{s'} = \frac{\pi r'^2}{\pi r^2} = \frac{r'^2}{r^2};$$

luego

$$\frac{2r}{2r'} = \frac{\sqrt{104}}{\sqrt{87}} = \frac{10,1}{9,8} = 1,03.$$

2.º Según el enunciado del problema, tendremos:

$$r = \frac{l \times \rho}{\pi \times 0,75^2}, \quad \text{y} \quad r = \frac{25 \times \rho}{\pi \times 1^2};$$

luego

$$\frac{l \times \rho}{\pi \times 0,75^2} = \frac{25 \times \rho}{\pi \times 1^2},$$

ó bien

$$l = 25 \times 0,75^2 = 14,0625.$$

CLXXVIII

Cuatro hilos de 5,5, 18,0, 3,7 y 2,9 ohmios de resistencia están dispuestos paralelamente. ¿Cuál es la resistencia resultante?

Las conductibilidades de cada hilo serán

$$\frac{1}{5,5}, \frac{1}{18}, \frac{1}{3,7} \text{ y } \frac{1}{2,9},$$

y la total

$$\frac{1}{5,5} + \frac{1}{18} + \frac{1}{3,7} + \frac{1}{2,9} = \frac{905,415}{1\,062,27},$$

y como la resistencia es la inversa de la conductibilidad, se tendrá

$$R = \frac{1\,062,27}{905,415} = 1,17 \text{ ohmios.}$$

CLXXIX

Los carretes del electroimán de un telégrafo de Morse contienen 940 metros de alambre de cobre de 0,2 milímetros de diámetro. ¿Cuál será su resistencia?

La resistencia específica ó resistividad del cobre es 1,584 microhmios.

La fórmula que da el valor de la resistencia de un conductor es

$$R = \rho \frac{l}{s},$$

en la que la longitud se expresa en centímetros y $s = \pi r^2$ en centímetros cuadrados: sustituyendo valores se tendrá

$$R = 1,584 \frac{94\,000}{\pi \times 0,01^2} = 474\,222\,900 \text{ microhmios,}$$

igual á

$$474,222 \text{ ohmios.}$$

CLXXX

Supongamos un par de Bunsen cuya fuerza electromotriz es $E = 1,8$ voltios, y otro de Leclanché de fuerza electromotriz $e = 1,48$, montados en oposición (lám. VI, fig. 40) formando un

circuito con una derivación AB; supongamos la resistencia del trayecto AEB = 0,4 ohmios, la del AeB = 0,25 ohmios y la del AB = 0,1 ohmios. ¿Cuáles serán los valores de I, I', i, ó sean las intensidades en los tres trayectos? ¿Qué valor debe tener R' para que i sea igual á cero?

1.º Según las leyes de Kirchhoff, tendremos

$$I' - I - i = 0 \quad [1]$$

$$IR + I'R' = E$$

$$ir + I'R' = e$$

$$IR - ir = E - e;$$

de cuyas ecuaciones se deduce

$$I' = \frac{1,48 \times 0,4 + 1,8 \times 0,25}{0,1 \times 0,4 + 0,4 \times 0,25 + 0,1 \times 0,25} = 6,31;$$

$$I = \frac{1,8 (0,1 + 0,25) - 1,48 \times 0,1}{0,1 \times 0,4 + 0,4 \times 0,25 + 0,1 \times 0,25} = 2,92;$$

$$i = \frac{1,48 (0,1 + 0,4) - 1,8 \times 0,1}{0,1 \times 0,4 + 0,4 \times 0,25 + 0,1 \times 0,25} = 3,39 \quad [2]$$

cuyos tres valores satisfacen á la ecuación [1].

2.º Para que $i = 0$ es preciso que el numerador del segundo miembro de la ecuación [2] valga cero, ó bien se verifique

$$\frac{1,8}{1,48} = \frac{0,1 + 0,4}{0,1}, \quad [3]$$

y como $\frac{1,8}{1,48} = 1,216$, llamando x á la resistencia que debe añadirse á 0,1 ohmios que tiene R', para que el segundo miembro de la igualdad hipotética [3] sea realmente idéntico al primero, resultará

$$\frac{0,1 + x + 0,4}{0,1 + x} = 1,216;$$

de donde

$$x = 1,7518 \text{ ohmios.}$$

Resistencia que, introducida por medio de un reostato en el trayecto AB, determinará para i el valor 0.

CLXXXI

Se desea determinar la resistencia R de un alambre (lám. VI, fig. 35) por el método del puente de Wheatstone. Suponiendo que las resistencias r y r' intercaladas, son respectivamente 0,3 y 0,5 ohmios, y la W del reostato necesaria para que la aguja del galvanómetro G permanezca inmóvil, 1,15 ohmios.

Cuando estando cerrado el circuito se consiga la inmovilidad del galvanómetro, la intensidad de la corriente en el puente CD es nula; en el trayecto AC igual á la del CB; y en el AD igual á la del DB. Y como no hay fuerza electromotriz en ACBDA, según la segunda ley de Kirchhoff, tendremos

$$i(0,3 + R) - i'(0,5 + 1,15) = 0. \quad [1]$$

Por lo mismo, y teniendo en cuenta que la intensidad es nula en CD, se verificará en ACDA

$$i \times 0,3 - i' \times 0,5 = 0;$$

de donde se deduce

$$\frac{i}{i'} = \frac{0,5}{0,3},$$

y en la ecuación [1]

$$\frac{0,5}{0,3} = \frac{0,5 + 1,15}{0,3 + R}; \quad \text{ó bien} \quad 0,5 \times R = 0,3 \times 1,15;$$

de donde

$$R = \frac{0,3 \times 1,15}{0,5} = 0,69 \text{ ohmios.}$$

CLXXXII

Determinar la constante K de una brújula de tangentes con los siguientes datos: intercalada la brújula en el circuito de una pila, á la vez que un voltámetro, la desviación de la aguja

fué 30°, y la cantidad de hidrógeno recogida en un minuto 0,0015 gramos.

La intensidad i de la pila en amperios es

$$i = K \operatorname{tg.} 30.$$

Si el hidrógeno desprendido en 1 minuto es 0,0015 gramos, en 1 segundo habrá sido $\frac{0,0015}{60}$; y, por lo tanto,

$$i = 96\,000 \times \frac{0,0015}{60}.$$

De cuyas ecuaciones resulta

$$K \operatorname{tg.} 30^\circ = 96\,000 \times \frac{0,0015}{60},$$

$$K = \frac{96\,000 \times \frac{0,0015}{60}}{\operatorname{tg.} 30^\circ} = 4,16.$$

CLXXXIII

Suponiendo que la constante K de una brújula de tangentes sea 4,1569, ¿cuál será la intensidad de tres corrientes que desvían respectivamente á la aguja 35°, 45° y 60°?

- | | | |
|-----------------|--|------------------------------|
| 1. ^a | $i = 4,1569 \times \operatorname{tg.} 35^\circ = 2,97$ | amperios por segundo. |
| 2. ^a | $i = 4,1569 \times \operatorname{tg.} 45^\circ = 4,1569$ | íd. íd. |
| 3. ^a | $i = 4,1569 \times \operatorname{tg.} 60^\circ = 7,1914$ | íd. íd. |

CLXXXIV

¿Cuál será la desviación de una brújula de tangentes cuya constante $K = 4,1569$, bajo la influencia de una corriente de un amperio? ¿Qué cantidad de plata, cobre y zinc depositarán por hora las corrientes que desvían á la aguja 13° 31' 34'', 35°, 45° y 60°?

1.º Sustituyendo valores en la expresión $I = K \operatorname{tg.} a$, tendremos

$$1 = 4,1569 \operatorname{tg.} a; \quad \text{de donde} \quad a = 13^\circ 31' 34''.$$

2.º Las intensidades de las cuatro corrientes en cuestión son 1 amperio, según acabamos de ver, y 2,97, 4,1569 y 7,1914 (problema CLXXXIII) amperios; y los equivalentes de los tres metales 108, 31,5 y 32,5; por consiguiente, aplicando la fórmula $I = 96\,000 \frac{p}{P}$, en que entra la cantidad p de metal depositado en un segundo, tendremos

Ángulo 13° 31' 34'': intensidad 1 amperio.

$$\text{Plata.} \quad 1 = 96\,000 \frac{p}{108}; \quad y \quad p \times 3\,600 = 4,049.$$

$$\text{Cobre.} \quad 1 = 96\,000 \frac{p}{31,5}; \quad y \quad p \times 3\,600 = 1,181.$$

$$\text{Zinc.} \quad 1 = 96\,000 \frac{p}{32,5}; \quad y \quad p \times 3\,600 = 1,218.$$

Y recordando que las cantidades de metal depositadas en igualdad de tiempo son proporcionales á las intensidades, tendremos asimismo:

Ángulo 35': intensidad 2,97 amperios.

$$\text{Plata.} \quad 1 : 4,049 :: 2,97 : x \quad x = 12^{\text{er}}, 028.$$

$$\text{Cobre.} \quad 1 : 1,181 :: 2,97 : x \quad x = 3^{\text{er}}, 507.$$

$$\text{Zinc.} \quad 1 : 1,218 :: 2,97 : x \quad x = 3^{\text{er}}, 619.$$

Ángulo 45°: intensidad 4,1569 amperios.

$$\text{Plata.} \quad 1 : 4,049 :: 4,1569 : x \quad x = 16^{\text{er}}, 835.$$

$$\text{Cobre.} \quad 1 : 1,181 :: 4,1569 : x \quad x = 4^{\text{er}}, 909.$$

$$\text{Zinc.} \quad 1 : 1,218 :: 4,1569 : x \quad x = 5^{\text{er}}, 065.$$

Ángulo 60°: intensidad 7,1914 amperios.

$$\text{Plata.} \quad 1 : 4,049 :: 7,1914 : x \quad x = 29^{\text{er}}, 125.$$

$$\text{Cobre.} \quad 1 : 1,181 :: 7,1914 : x \quad x = 8^{\text{er}}, 493.$$

$$\text{Zinc.} \quad 1 : 1,218 :: 7,1914 : x \quad x = 8^{\text{er}}, 763.$$

CLXXXV

Se forma un circuito con un elemento Daniell, una resistencia de 18 600 ohmios y un galvanómetro muy resistente; se observa una desviación α . Después se obtiene la misma desviación con 2 Daniell y una resistencia de 45 850 ohmios. ¿Cuál es la resistencia del galvanómetro?

Aplicando la ley de Ohm á las dos expresiones, se tiene

$$I = \frac{E}{18\,600 + r + x} \quad \text{é} \quad I = \frac{2E}{45\,850 + 2r + x};$$

de donde r y E representan las constantes de la pila : igualando y haciendo operaciones, resulta

$$x = 8\,650 \text{ ohmios.}$$

CLXXXVI

¿Cuál será la intensidad media I de una corriente que ha precipitado 15 gramos de plata en diez horas y media?

1.º Como diez y media horas son 37 800 segundos, la cantidad de plata precipitada en un segundo será

$$p = \frac{15}{37\,800} = 0,000399 \text{ gramos.}$$

Con lo cual estableceremos

$$I = 96\,000 \times \frac{0,000399}{108} = 0,354 \text{ amperios por segundo.}$$

CLXXXVII

En un mismo circuito se intercalan dos voltímetros con electrodos de platino : la superficie activa de uno es 12 cm.² y la del otro 0,6 cm.². La cantidad de gas detonante desprendida en el primero es 40 cm.³. ¿Cuál será la producida en el segundo?

También 40 cm.³.

CLXXXVIII

La corriente que atraviesa un voltámetro desprende 125 cm.³ de hidrógeno en dos minutos, á la temperatura de 28° y presión de 755 milímetros. Se desea conocer la intensidad de la corriente, sabiendo que la tensión del vapor del agua acidulada es 25 milímetros y que un amperio desprende 0,010384 miligramos de hidrógeno por segundo.

El peso de los 125 cm.³ de hidrógeno, será

$$p = 0,125 \times 1,293 \times 0,069 \frac{755 - 25}{760} \times \frac{1}{1 + 0,00366 \times 28} =$$

$$= 0,009755 \text{ gramos} = 9,755 \text{ miligramos};$$

esto corresponde á dos minutos, y á cada segundo

$$\frac{9,755}{120} = 0,081291 \text{ miligramos,}$$

por lo que la intensidad será

$$\frac{0,081291}{0,010384} = 7,85 \text{ amperios.}$$

CLXXXIX

Sobre una esfera de cobre se desea depositar 263 gramos de plata en diez horas. ¿Cuántos elementos Daniell habrá que emplear y cómo deberán agruparse?

Resistencia del baño.	0,575 ohmios.
Id. de un Daniell.	2,8 »
Fuerza electromotriz de un Daniell.	1,07 voltios.
Peso de Ag. depositado por amperio-hora.	4,022 gramos.

En cada hora deberán depositarse 26,3 gramos de plata, lo que exige una corriente de

$$\frac{26,3}{4,022} = 6,54 \text{ amperios.}$$

La fuerza electromotriz estrictamente necesaria será según la fórmula de Ohm

$$E = 6,54 \times 0,575 = 3,34 \text{ voltios;}$$

pero como para que el depósito sea coherente debe duplicarse, ascenderá á 6,68 voltios, y como un Daniell produce 1 voltio próximamente, harán falta 7 elementos en serie.

El número de series se deduce dividiendo la resistencia de cada una por la del electrolito, y será, por tanto,

$$\frac{7 \times 2,8}{0,575} = 34.$$

Harán falta, pues, 34 series de 7 elementos, y en total

$$34 \times 7 = 238.$$

CXC

Se quiere determinar la fuerza electromotriz de un elemento de Daniell (lám. vi, fig. 36) D, por el método de Poggendorff y Bosscha con auxilio de un elemento de Latimer Clark cuya fuerza electromotriz es 1,457 voltios: la resistencia r que se introduce por el reocordio R del puente es de 2,5 ohmios, y la que se intercala en el reocordio del Latimer equivale á 1,225 ohmios.

Sabemos que, una vez montado el aparato, se anula la intensidad en el trayecto ADB graduando la resistencia del AB mediante el reostato W, de conformidad con lo que hemos visto en el problema CLXXX: esta anulación se reconoce por la inmovilidad de la aguja del galvanómetro G.

Si á partir de este momento de equilibrio introducimos la resistencia 2,5 ohmios en AB por medio del reocordio R, y para compensarla intercalamos 1,225 ohmios en ALB por medio del otro reocordio R', evidentemente podemos suponer que dichos dos números son las resistencias respectivas de AB y ALB, y aplicar la ecuación de condición que resuelve la segunda parte del citado problema CLXXX.

Tendremos, pues,

$$\frac{1,457}{x} = \frac{2,5 + 1,225}{2,5};$$

de donde

$$x = 1,457 \frac{2,5}{2,5 + 1,225} = 0,978 \text{ voltios.}$$

CXCI

¿Cuál es la diferencia de potencial verdadera entre los polos de una pila Leclanché, de resistencia interior igual á 1,15 ohmios, y cuyos polos están reunidos por un alambre de cobre de 100 metros de largo y 2 milímetros de diámetro?

La resistencia de un alambre de cobre de 2 milímetros de diámetro es 0,005 ohmios por metro, y, por tanto, 0,5 ohmios en los 100 metros, y la fuerza electromotriz de la pila en circuito abierto es 1,45 voltios.

Aplicando la fórmula de Ohm

$$I = \frac{x}{R} = \frac{E}{R + r},$$

en que $E = 1,45$; $R = 0,5$ y $r = 1,15$, se tiene

$$\frac{x}{0,5} = \frac{1,45}{0,5 + 1,15};$$

de donde

$$x = \frac{0,5 \times 1,45}{0,5 + 1,15} = 0,44 \text{ voltios.}$$

CXCII

¿Cuál será la intensidad de la corriente de 80 pares de Bunsen unidos en serie? ¿Y si se enlazan en cantidad? ¿Qué disposición de los elementos producirá la mayor intensidad posible y cuál será ésta?

Resistencia interior de un par de Bunsen cilíndrico y de 30 centímetros de altura 0,1 ohmios.

Resistencia del circuito exterior 2 ohmios.

Fuerza electromotriz del Bunsen 1,8 voltios.

1.º La intensidad de la pila de 80 pares unidos en tensión, será

$$I = \frac{80 \times 1,8}{2 + 80 \times 0,1} = 14,4 \text{ amperios por segundo.}$$

2.º La intensidad de la pila de 80 pares unidos en cantidad, será

$$I = \frac{80 \times 1,8}{80 \times 2 + 0,1} = 0,899 \text{ amperios por segundo.}$$

3.º La disposición que producirá mayor intensidad de corriente se calcula del siguiente modo :

$$\text{como } nm = 80 \quad \text{y} \quad \frac{n \times 0,1}{m} = 2,$$

$$n = \frac{80}{m} \quad \text{y} \quad \frac{80 \times 0,1}{m^2} = 2,$$

y

$$m = \sqrt{\frac{8}{2}} = \sqrt{4} = 2,$$

cuyo valor de m indica que la disposición práctica buscada consiste en formar 2 series de 40 elementos; uniendo éstos, como se comprende, por sus polos de nombre contrario, y las dos series entre sí por los del mismo nombre.

4.º La intensidad de la corriente en el caso de la disposición anterior será

$$I = \frac{2 \times 40 \times 1,8}{2 \times 2 + 40 \times 0,1} = 18 \text{ amperios por segundo.}$$

CXCIII

Un médico que posee una batería de elementos Leclanché desea obtener una corriente de 30 miliamperios en un circuito

cuya resistencia es 2 000 ohmios. ¿Cuántos elementos debe asociar?

Atendiendo á la gran resistencia del circuito extrapolar y á la débil de cada elemento (1,1 ohmios) convendrá la disposición en serie, y aplicando la fórmula de Ohm se tendrá (la fuerza electromotriz de un elemento es 1,45 voltios):

$$0,03 = \frac{x \times 1,45}{2\,000 + x \times 1,1},$$

de donde se deduce

$$x = \frac{2\,000 \times 0,03}{1,45 - 1,1 \times 0,03} = 53 \text{ elementos.}$$

CXCIV

¿A cuántos elementos Daniell equivale una dinamo cuya resistencia total es 26 ohmios y que desarrolla una fuerza electromotriz de 600 voltios?

Siendo la fuerza electromotriz de un elemento Daniell 1,07 voltios, será necesario agrupar en serie

$$\frac{600}{1,07} = 560,$$

y como la resistencia ha de ser de 26 ohmios, y cada elemento representa 2 ohmios, habrá que agrupar un número de series dado por la igualdad

$$\frac{560 \times 2}{x} = 26,$$

de donde

$$x = \frac{560 \times 2}{26} = 43.$$

El número total de elementos será, pues,

$$560 \times 43 = 24\,080.$$

CXCV

La corriente de una pila de 10 elementos Renier pasa por un circuito formado por un galvanómetro de 2,25 ohmios de resistencia y de un reostato: dando á éste 300 ohmios la desviación es de 15° y de 7°,5 con 603 ohmios. ¿Cuál es la resistencia de un elemento?

Aplicando la ley de Ohm se tendrá en el primer caso

$$I = \frac{E}{x + 2,25 + 300},$$

y en el segundo

$$I' = \frac{E}{x + 2,25 + 603},$$

y como $I' = \frac{I}{2}$, resultará

$$2I' = \frac{2E}{x + 2,25 + 603} = \frac{E}{x + 2,25 + 300};$$

de donde se deduce

$$x = 603 - 2 \times 300 - 2,25 = 0,75 \text{ ohmios}$$

para resistencia de los 10 elementos, y por tanto, 0,075 ohmios para uno solo.

CXCVI

El motor de un tranvía eléctrico desarrolla 8 caballos de fuerza, recibiendo la corriente con un potencial de 200 voltios. ¿Cuál debe ser la intensidad de dicha corriente?

Cada caballo representa 75 kilográmetros, y como 1 kilográmetro es igual á 9,81 vatios, el caballo corresponderá á $75 \times 9,81 = 736$ vatios, y los 8 caballos á $736 \times 8 = 5\,888$ vatios.

Ahora la energía eléctrica se determina por la fórmula

$$W = EI,$$

de donde

$$I = \frac{W \text{ vatios}}{E \text{ voltios}};$$

y sustituyendo valores, se tendrá

$$I = \frac{5888}{200} = 29,44 \text{ amperios.}$$

CXCVII

Un alambre de platino cuya resistencia es 57 ohmios está sumergido en una vasija que contiene 4 kilogramos de agua á 16°. ¿Qué potencial y qué intensidad deberá tener la corriente que circula por este alambre para que el agua se caliente á 100° en 45 minutos?

La cantidad de calor que deberá recibir el agua en los 45 minutos

$$84 \times 4 = 336 \text{ calorías;}$$

lo que representa por segundo

$$\frac{336}{45 \times 60} = 0,124 \text{ calorías.}$$

La intensidad de corriente que en un segundo produzca este calor se deduce de la expresión

$$0,124 = \frac{x^2 \times 57}{425 \times 9,81};$$

de la que resulta

$$x = \sqrt{\frac{0,124 \times 425 \times 9,81}{57}} = 3 \text{ amperios.}$$

El potencial se determina por la fórmula de Ohm

$$I = \frac{E}{R} \quad \text{ó} \quad E = IR,$$

y sustituyendo

$$E = 3 \times 57 = 171 \text{ voltios.}$$

CXCVIII

Una lámpara eléctrica de incandescencia presenta en caliente una resistencia de 32 ohmios y exige una diferencia de potencial de 40 voltios. Se desea saber la cantidad de calor que desprenderá por hora.

La energía absorbida por la lámpara, será

$$W = EI = \frac{I^2}{R} = \frac{40^2}{32} = 50 \text{ vatios por segundo,}$$

de modo que por hora

$$50 \times 3\,600 = 180\,000 \text{ vatios,}$$

cantidad que reducida á kilográmetros, es

$$180\,000 \text{ vatios} = \frac{180\,000}{9,81} = 18\,348 \text{ kilográmetros.}$$

Para hallar ahora la cantidad de calor que corresponde á esta energía habrá que multiplicar el número anterior por $\frac{1}{425}$, equivalente térmico del trabajo, y resultará finalmente

$$18\,348 \times \frac{1}{425} = 43,1 \text{ calorías grandes.}$$

CXCIX

¿Cuál debe ser la resistencia en caliente de una lámpara de incandescencia para que dé la luz que le corresponde con una corriente de 0,74 amperios y una fuerza electromotriz de 52 voltios? ¿Y si la fuerza electromotriz fuese de 100 voltios?

En el primer caso se tendrá

$$R = \frac{52}{0,74} = 70 \text{ ohmios,}$$

y en el segundo

$$R' = \frac{100}{0,74} = 135 \text{ ohmios.}$$

CC

La corriente de una dinamo cuya fuerza electromotriz es 850 voltios, se lanza por un circuito de 16 lámparas de arco voltaico, cada una de las cuales presenta una resistencia de 4,5 ohmios. ¿Cuál debe ser la resistencia interior de la máquina, sabiendo que la de los hilos conductores es 0,8 ohmios y la intensidad de la corriente 10,04 amperios?

Según la ley de Ohm, se tiene

$$x + 4,5 \times 16 + 0,8 = \frac{850}{10,04};$$

de donde

$$x = \frac{850}{10,04} - 4,5 \times 16 - 0,8 = 11,86 \text{ ohmios.}$$

PROBLEMAS SIN RESOLVER

1. ¿Qué resistencia debe tener el soporte de una polea fija cuyos cordones formen con la vertical ángulos de 30° , suponiendo que á cada cordón se aplica una fuerza de 52 kilogramos?

2. Un cuerpo que parte del estado de reposo ha recorrido 1 000 metros en 10 segundos. ¿Cuánto recorrerá durante el segundo 18 si el movimiento no cambia de naturaleza?

3. Un móvil que partió con velocidad inicial de 850 metros por segundo se ha detenido á los 20 segundos por la acción de una fuerza retardatriz constante que obra en sentido opuesto al movimiento. ¿Cuál será la aceleración de esta última fuerza medida en metros?

4. ¿Cuál será la fuerza viva de una locomotora que pese 15 toneladas y marche con velocidad de 60 kilómetros por hora?

5. Dos esferas perfectamente elásticas que pesan 5 y 2 kilogramos, marchan en el mismo sentido con velocidades de 4 metros por segundo la que va delante y de 9 metros la que va detrás. ¿Cuáles serán las velocidades respectivas después del choque?

6. Dos poleas enlazadas por una correa sin fin tienen 0,68 metros y 1,20 de diámetro. ¿Cuántas vueltas dará la primera en un segundo si la segunda da 56 en igual tiempo?

7. Un obrero aplica una fuerza de 50 kilogramos á la palanca de un cabrestante; la longitud de la palanca es 2,25 metros y el diámetro del cilindro 0,38 metros. ¿Qué peso se podrá elevar, suponiendo que la cuerda pasa por una polea fija y que no existen rozamientos?

8. Una rueda dentada de 0,46 metros de diámetro engrana con un piñón de 0,12 metros; en el eje de éste va fija otra rueda de 0,50 metros que engrana á su vez con un segundo piñón de 0,15 metros también de diámetro. Si la primera rueda da 6 vueltas por segundo, ¿cuántas dará el último piñón en igual tiempo?

9. ¿Qué fuerza habrá que ejercer para impedir que caiga un carro que pesa 1 500 kilogramos colocado en una cuesta cuya pendiente es de 6 por 100? Se prescinde de los rozamientos.

10. Un tornillo cuyo paso de rosca es de 0,03 milímetros, va unido á una palanca de 0,64 metros de longitud. ¿Qué fuerza habrá que aplicar á ésta para vencer una resistencia de 375 kilogramos?

11. Bajo el tornillo central de un esferómetro se colocan 250 hojas de oro superpuestas y encima una lámina de vidrio de caras paralelas y de 2,857 milímetros de espesor: para hacer que coincida la extremidad del tornillo con la lámina de vidrio, hay que hacerle subir 19 vueltas y 310 divisiones del limbo. Se desea saber el espesor medio de una hoja de oro, valiendo el paso de rosca 0,5 milímetros y teniendo el limbo 500 divisiones.

12. Los tres pies de un esferómetro forman un triángulo equilátero de 7 centímetros de lado. Para hacer enrasar el tornillo central con una superficie esférica, sobre la cual descansa el instrumento, hay que elevarle 13,493 milímetros sobre el plano que determinan los tres pies. ¿Cuál será el radio de la esfera?

13. El enrase del nonius de un barómetro de Fortin, con la columna de mercurio del tubo, tiene lugar después de la división 703 y antes de la 704, y la coincidencia de las divisiones del nonius y la escala en la 15 del primero. ¿Cuál es la altura de la columna barométrica? El nonius tiene 19 milímetros divididos en 20 partes.

14. Con la máquina de dividir se quiere dividir en 100 partes iguales un tubo termométrico de 308 milímetros de largo. ¿Cuántas vueltas y qué fracción habrá de girar el tornillo para cada división? Se supone que el paso de rosca vale 0,75 milímetros, y que la circunferencia de la cabeza está dividida en 500 partes.

15. En una máquina de Atwood el peso que desciende recorre 0,07 metros en el primer segundo. ¿Qué relación hay entre cada una de las masas iguales y el peso adicional?

16. En una máquina de Atwood los pesos iguales valen 50 gramos y el adicional 5 gramos. ¿Cuál será el espacio recorrido en Madrid durante los 5 primeros segundos de caída? ($g = 9,799$).

17. En una máquina de Atwood, cada una de las masas mayores pesa 150 gramos. ¿Cuál será el peso adicional para que el espacio recorrido en los tres primeros segundos sea de 0,72 metros?

18. Dos móviles son lanzados verticalmente y de abajo á arriba, desde un mismo punto con igual velocidad, v : el segundo parte después del primero y le encuentra al cabo de un tiempo, t . ¿Qué período de tiempo separa las dos partidas?

19. ¿Con qué velocidad se debe lanzar verticalmente un proyectil para que al alcanzar un globo elevado á 422 metros lleve una velocidad de 130 metros, y cuánto tiempo tardará en llegar hasta el aerostato?

20. En las experiencias de Foucault, para demostrar la rotación de la tierra, cada oscilación del péndulo duraba 8 segundos. ¿Cuál sería la longitud del péndulo simple equivalente?

21. En el fondo de la cala de un buque se declara una vía de agua de forma circular y de 0,1 metro de radio. ¿Qué peso habrá que colocar sobre el tapón que cierre la abertura para que resista la presión del líquido? La profundidad á que está situado el agujero es 3,03 metros y la densidad del agua del mar 1,03.

22. En un tubo en forma de U, perfectamente cilíndrico, se vierte mercurio, y después, en una de las ramas una columna de agua de 0,15 metros de altura. ¿Cuánto bajará el mercurio en esta rama con relación al nivel que tenía en un principio?

23. Se desea cubrir con una capa de oro de 0,0003 metros de espesor, un hilo cilíndrico de plata de 0,0017 metros de diámetro, y cuyo peso es 4,157 gramos. ¿Cuánto pesará el oro que se emplee? Densidad del oro 19,5 y de la plata 10,47.

24. ¿Qué esfuerzo hay que hacer para sostener, sumergido en mercurio, 1 decímetro cúbico de platino? Densidad del mercurio 13,596, y del platino 22.

25. Una esfera maciza de hierro está en equilibrio en un vaso que contiene agua y mercurio. ¿En qué relación están los volúmenes de las porciones sumergidas en los dos líquidos? Densidad del hierro 7,8; del mercurio 13,59.

26. En una masa de agua de profundidad indefinida se vierte una masa determinada de mercurio, y se desea saber á qué profundidad estará el mercurio en equilibrio, suponiendo: 1.º, que la temperatura es constante; 2.º, que la densidad del agua en la superficie es 1 y la del mercurio 13,59, y 3.º, que por cada atmósfera de presión el volumen del agua disminuye 0,000047 del que tenía en la superficie, y el mercurio 0,000003.

27. Una masa de hielo prismática flota en el mar elevándose 6 metros sobre la superficie. ¿Cuál será la altura total del prisma? Densidad del agua del mar 1,03, y la del hielo 0,914.

28. Un areómetro de Fahrenheit necesita cargarse con 20 gramos en el platillo para enrasar en el agua; con 50 gramos para enrasar en un líquido cuya densidad es 1,45, y con 35 gramos para un tercer líquido. ¿Cuál es la densidad de este último?

29. En un vaso de paredes perfectamente extensibles se introducen 3 litros de aire á 760 milímetros, y 12 litros de anhídrido carbónico á 820 milímetros. ¿Cuál será: 1.º, el volumen de la mezcla, si la presión exterior es 705 milímetros; 2.º, la presión final del gas carbónico solo?

30. Una escopeta de viento cuya culata tiene 1 litro de capacidad, encierra aire comprimido á 8 atmósferas; se dispara un tiro y sale una cantidad de aire que, á la presión de 780 milímetros, ocupa un volumen de 2 litros. ¿Cuál es la fuerza elástica del aire restante?

31. Un tubo cilíndrico vertical, cerrado por su parte superior y de 80 centímetros de longitud, está colocado en una cubeta de mercurio profunda y contiene aire, hallándose el mercurio en el interior 52 centímetros más alto que en la cubeta: se introduce el tubo en esta última hasta igualar los dos niveles. ¿Cuál será la longitud ocupada por el aire, si la presión exterior es 697 milímetros?

32. Una pesa marcada con 50 gramos tiene este peso en el vacío. ¿Cuál será su peso en el aire seco á 0° y presión de 705 milímetros?

33. Un cuerpo pierde en el aire 7 gramos de su peso. ¿Cuánto perderá en el anhídrido carbónico cuya densidad es 1,526 y en el hidrógeno de 0,0692 de densidad?

34. En un recipiente vacío, de 5 litros, se introducen 2 litros de hidrógeno á 3 atmósferas; 4 litros de anhídrido carbónico á 5 atmósferas, y 3 litros de nitrógeno á 0,5 atmósferas. ¿Cuál será la presión de la mezcla si la temperatura no varía?

35. Se introduce en agua una pipeta cilíndrica de 0,80 metros de longitud, de modo que se sumerja 0,5 metros; se tapa el agujero superior y se saca del líquido el aparato. ¿Cuál será la altura de la columna líquida interior?

36. ¿Cuál será la composición en volumen del aire disuelto en el agua á 0° y 760 milímetros presión? Composición en volumen del aire atmosférico 20,96 de oxígeno y 79,04 de nitrógeno.

37. La longitud de onda de un sonido de 435 vibraciones dobles por segundo es en un gas de 1,05 metros. ¿Cuál será la velocidad de propagación?

38. El interruptor de un carrito de Ruhmkorff da 348 vibraciones por segundo. ¿Cuál será el nombre del sonido producido y cuál su longitud de onda?

39. Una cuerda tensa por un peso de 25 kilogramos da un sonido de 530 vibraciones por segundo. ¿Qué peso debe atirantar la cuerda para que produzca la tercera mayor del sonido primitivo?

40. Una cuerda tensa en un sonómetro por una masa de platino que pesa 1 250 gramos, da un sonido de 890 vibraciones por segundo. ¿Qué número de vibraciones producirá dicha cuerda si se sumerge el platino en mercurio?

41. Una barra metálica formada de platino y cobre soldados á continuación tiene una longitud de 3 metros á 0° y de 3,0043 á 100°. ¿Cuáles son las longitudes del platino y del cobre á 0°?

Coeficientes de dilatación. . . $\left\{ \begin{array}{l} \text{Pt} = 0,0000088. \\ \text{Cr} = 0,0000172. \end{array} \right.$

42. Un termómetro de peso lleno de mercurio á 0° deja salir 27,2 gramos de líquido al calentarlo á 100° . ¿Cuál es el peso del mercurio contenido á 0° y cuál el volumen del termómetro? Coeficiente de dilatación del mercurio en el vidrio 0,000154.

43. Se introduce un barómetro en un tubo ancho lleno de aire que se cierra á la lámpara; en el momento de cerrar la temperatura era de 13° y la presión de 0,76 metros. ¿Á qué altura se elevará el mercurio en el barómetro cuando la temperatura de éste y del aire se eleve á 30° ?

44. ¿Qué pérdida de peso experimenta en el aire á 20° y 74 milímetros de presión un trozo de vidrio que pese 20 kilogramos? La densidad del vidrio á 0° es 249 y su coeficiente de dilatación lineal $k = 0,0000079$.

45. ¿Á qué presión deberá estar el anhídrido carbónico, siendo la temperatura de 15° , para que su densidad se haga igual á la del hidrógeno á 0° y 0,76 metros?

46. Se calientan á 50° , sin que la presión varíe, 12 litros de aire á 10° y saturados de vapor acuoso. ¿Cuál será el volumen de la mezcla suponiendo que el aire sigue saturado? Tensión máxima del vapor á 10° , 9,16 milímetros y 92 milímetros á 50° .

47. 5 metros cúbicos de aire húmedo á la presión de 705 milímetros á 20° de temperatura, y cuyo estado higrométrico es 0,273, se enfrían 10° . Se desea saber: 1.°, á cuánto se debe reducir el volumen del gas para que quede saturado; 2.°, cuál será la nueva presión del aire. La tensión máxima del vapor de agua á 20° es 17^{mm},391 y á 10° , 9^{mm},165.

48. ¿Cuál será la presión atmosférica en un lugar donde el agua hierva á $97^{\circ},5$?

49. Calcular la temperatura de un horno sabiendo que 20 gramos de platino que se sacan de él y se sumergen en 42 gramos de agua, elevan la temperatura de 12° á 22° . El calor específico del platino es 0,032.

50. Se sumergen 2 kilogramos de hielo á -12° en 6 kilogramos de agua á 0° , con lo que se congelan 0,151 gramos de agua, quedando todo á 0° . ¿Cuál será el calor específico del hielo?

51. ¿Qué peso de hielo á 0° se necesita para enfriar á 16° una masa de 300 kilogramos de agua á 32° , contenida en

una vasija de cobre que pesa 25 kilogramos? Calor específico del cobre 0,096.

52. Un cuadrado de 110 metros de lado está cubierto por una capa de nieve de 0,30 metros de espesor. ¿Cuántas calorías se necesitarán para fundir la nieve? Densidad de la nieve 0,8.

53. ¿Cuánto vapor de agua á 100° se necesita para fundir y calentar á 18° una masa de hielo de 35 kilogramos que estuviese á -10° ? El calor específico del hielo es 0,5.

54. ¿Desde qué altura hay que dejar caer una masa de hielo á 0° para que se convierta en agua también á 0° , suponiendo que todo el calor desarrollado en la caída se emplea en fundir el hielo?

55. ¿Cuántas imágenes se verán en dos espejos planos que formen un ángulo de 36° ? ¿Y si el ángulo fuese de 45° ?

56. Colocando un círculo fuertemente iluminado normal y concéntrico al eje de un espejo cóncavo se forma una imagen, de superficie cuádruple, sobre una pantalla colocada á 3 metros. ¿Cuál es la distancia focal principal de la lente?

57. Un círculo fuertemente iluminado, colocado concéntrico y normal al eje principal de una lente convergente origina una imagen de superficie cuádruple á una distancia de 4 metros. ¿Cuál es la distancia focal principal de la lente?

58. ¿Cuál será el aumento producido por una lente convergente, empleada como microscopio simple, si su distancia focal principal es de 9,5 milímetros?

59. Cada centésima de milímetro de un micrómetro objetivo se ve á través del microscopio con una longitud aparente de 35 milímetros. ¿Cuál es el aumento del aparato?

60. Una esfera aislada de 10 centímetros de radio y cargada con 6×10^8 culombios se halla dentro de otra hueca concéntrica con ella, también aislada, en estado neutro y cuyos radios interior y exterior son respectivamente 18 y 22 centímetros. ¿Cuál es el potencial de la esfera interior?

61. Una esfera de 9 kilómetros de radio comunica con el polo positivo de un elemento Daniell (potencial = 1 voltio) cuyo polo negativo comunica con el suelo. ¿Qué cantidad de electricidad recibirá la esfera?

62. Una esfera de 9 centímetros de radio está cargada

con g unidades de electricidad y se la toca con otra esfera aislada y en estado neutro que la quita $\frac{1}{100}$ de su carga.

¿Cuál debe ser el radio de la segunda esfera?

63. ¿Cuál será el radio de una esfera cuya capacidad sea un faradio?

64. Una esfera metálica de 50 centímetros de radio contiene 160 u. e. s. de cantidad. ¿Cuál será la densidad tanto en el centro como en la superficie?

65. ¿Cuál será en unidades electrostáticas la densidad eléctrica en la superficie de una esfera de 5 centímetros de radio y electrizada á un potencial de 18 850 voltios?

66. ¿Qué longitud debe tener un alambre de cobre de 1 milímetro de diámetro para que la resistencia sea de 1 ohmio?

67. ¿Cuál debe ser la longitud de un hilo de platino de 0,01 milímetros de diámetro para que su resistencia sea de una unidad electromagnética?

68. En un circuito se intercala un elemento de pila, una brújula de tangentes de resistencia despreciable y una columna de mercurio de 3 metros de longitud; la brújula indica una corriente de 0,27 amperios. ¿Cuál es la resistencia interior de la pila, siendo su f. e. m. de un voltio?

69. Entre dos puntos de un circuito se intercalan, en derivación, 8 lámparas Edison de 120 ohmios cada una. ¿Cuál será la resistencia total introducida?

70. La resistencia de un galvanómetro es 5 497 ohmios. ¿Qué resistencia deben tener las tres bobinas del shunt para que por el galvanómetro pasen la $\frac{1}{10}$, la $\frac{1}{100}$, ó la $\frac{1}{1000}$ parte de la corriente?

71. La corriente de una pila de 50 voltios y 4 ohmios atraviesa un conductor y desprende por minuto una cantidad de calor equivalente á 1 500 julios. ¿Cuáles serán la resistencia del conductor y la intensidad de la corriente?

72. Ocho lámparas de 50 ohmios de resistencia en caliente están dispuestas en serie, y el hilo que las une tiene una resistencia de 40 ohmios: alimentado el circuito por una dinamo, la intensidad de la corriente es de 1,75 amperios. ¿Cuál será la f. e. m. de la máquina?

73. La resistencia de una línea telegráfica es de 500

ohmios y de 625 la del receptor Morse que comunica con ella. ¿Cuántos elementos de pila de 0.98 voltios cada uno se necesitan para que la corriente que atraviesa el aparato sea de 17 miliamperios?

74. ¿Cuántos vatios se necesitan para calentar 1 gramo de agua de 0° á 100° ?

75. ¿Cuántos caballos de vapor se necesitan para mantener una corriente de 15 amperios en un circuito cuya resistencia sea de 4 ohmios?

FIN DE LA PRIMERA PARTE

COLECCIÓN

DE

25 PROBLEMAS DE LABORATORIO.

Ó SEAN MANIPULACIONES SENCILLAS

PRACTICABLES POR LOS ALUMNOS

EJERCICIO 1.º

Determinar por medio del esferómetro el espesor de un alambre ó de una lámina.

Parte descriptiva.

A. El esferómetro consiste en un trípode cuyos pies C, C' y C'' (figura 5) terminan en puntas de acero p, p' ligeramente suavizadas y que forman un triángulo equilátero: el centro de este trípode sirve de tuerca á un tornillo D, de paso perfectamente regular y también terminado en punta B. En la parte superior del tornillo hay un botón A, fileteado en su borde para hacerle girar, y debajo un disco F, dividido, por lo común, en 500 partes iguales, y en uno de los pies C del trípode una regla CE paralela al tornillo

Fig. 5.

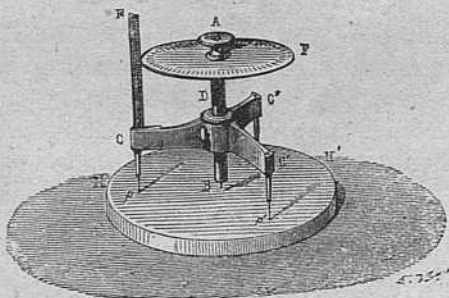
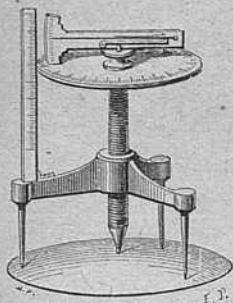


Fig. 6.



y dividida en partes de igual longitud que el paso de rosca (generalmente 0,5 milímetros). Por último, todo el aparato descansa sobre una placa gruesa de vidrio HH' ligeramente deslustrada y lo más plana posible.

Perreaux ha modificado el aparato anterior con objeto de facilitar su manejo, permitiendo apreciar con más exactitud el momento en que la punta del tornillo está en contacto con la placa cuyo espesor se mide: dicha punta forma el extremo de una varilla de acero que se mueve á lo largo de un canal, perforado según el eje del tornillo, y tiende siempre á bajar por la acción de un resorte interior. El extremo superior de la varilla se apoya en el sistema de palancas, representado

sobre el círculo graduado de la figura 6, sistema que pone en movimiento la aguja, cuyo extremo recorre un arco dividido en partes iguales: de este modo, y siendo muy distintos los brazos de palanca, se amplifican los movimientos en alto grado, y una pequeña elevación de la varilla obliga á la aguja á recorrer gran número de divisiones.

Manipulación.

B. Para determinar, con el aparato sencillo, el espesor de una lámina, se la coloca sobre el plano de vidrio que sirve de base, precisamente debajo de la punta del tornillo, y haciendo girar éste se le hace enrasar con aquélla: el momento preciso del enrase se conoce en que el aparato, que no debe bascular hacia ningún lado, gira fácilmente sobre la punta central, mientras que si se hubiese bajado demasiado, no podría estar en equilibrio sobre los cuatro puntos de apoyo y bascularía con facilidad. Conseguido el enrase, se lee, tanto en la regla como en el limbo, la división que corresponde; se quita la lámina, y haciendo girar el tornillo, se le enrasa con el plano que sirve de base: leídas nuevamente regla y limbo, la diferencia entre las dos lecturas será el espesor que se busca.

Cuando la lámina sea lo bastante blanda para dejarse marcar por la punta acerada, se la cubre con otra dura—un cubreobjetos de microscopio—cuyo espesor se determina previamente; además, y para disminuir los errores posibles, conviene aplicar el método de multiplicación. Si se trata de determinar el diámetro de un alambre, se cortan tres pedazos pequeños, se matan con una lima fina las rebabas del corte, y colocándolos en forma de triángulo, se cubren con una laminilla de vidrio: medido el espesor del conjunto, se resta el de la lámina, y la diferencia será el diámetro en cuestión.

El enrase del tornillo se facilita enormemente con el modelo de Perreaux, pues para establecer el contacto siempre en las mismas condiciones, basta hacer girar el limbo hasta que la aguja se encuentre exactamente frente á la división central del arco graduado. Con este aparato se aprecia la milésima de milímetro con facilidad, si el paso de rosca es de 0,5 milímetros y el limbo tiene 500 divisiones.

Parte práctica.

C. Es conveniente que los alumnos se ejerciten en medidas de precisión para las que se puedan emplear porta y cubre-objetos de microscopio, láminas de papel de estaño, alambres finos, etc.

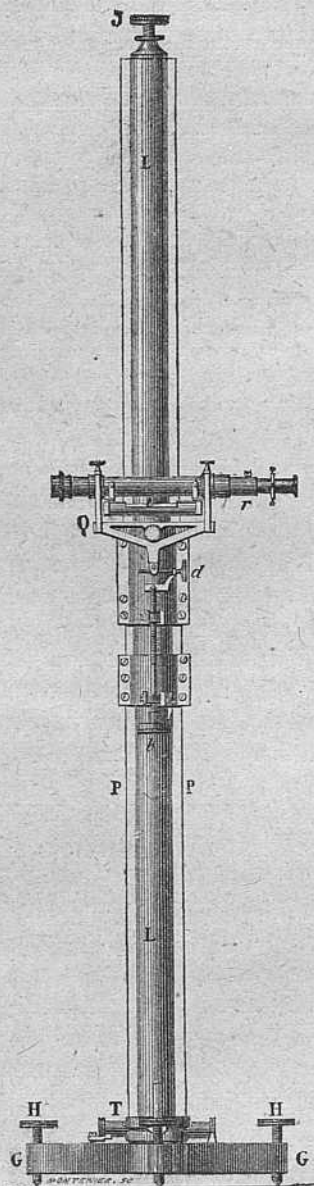
EJERCICIO 2.º

Instalar el catetómetro y comprobar con él la graduación de un barómetro Fortin.

Parte descriptiva.

A. Destinado el catetómetro á medir distancias verticales, se compone de un trípode G de fundición (figura 7), provisto de tornillos H para nivelar, y que en su centro soporta una columna cilíndrica L de acero, envuelta por un prisma triangular hueco P de latón, dividido en milímetros á lo largo de una de las caras ocultas en la figura: el prisma se apoya sobre la columna por el extremo de un tornillo J, que penetra en una pequeña cavidad cónica, sobre la cual gira libremente. A lo largo del prisma desliza, á frotamiento muy suave, un sistema formado por dos piezas metálicas unidas entre sí mediante el tornillo L, de paso muy fino, y de las que la inferior se fija al prisma con un tornillo de presión: el carro superior, provisto de un nonius en el lado de la graduación, sirve de soporte á

Fig. 7.



la pieza Q , sobre la que se apoya el anteojo de retículo r , y debajo de éste hay un nivel de aire t , pudiendo girar ambas cosas alrededor de un eje situado en el centro de Q , por intermedio del tornillo d . Cuando el carro inferior está fijo y se hace girar l , el superior sube ó baja con suma lentitud, según el sentido del giro, y el movimiento de d permite inclinar el anteojo y el nivel, juntamente y á voluntad.

El anteojo r lleva soldados dos collares de bronce, torneados á la vez, que se apoyan en piezas en forma de V fijas á Q : de esta manera el eje geométrico del anteojo, es decir, el del cilindro formado por los collares, no variará aunque se le haga girar sobre sí mismo ó se invierta su posición. El retículo, colocado en un marco metálico, puede moverse en todos sentidos haciendo girar los tornillos que á la derecha de r se ven en la figura.

Manipulación.

B. La instalación de un catetómetro requiere dos series de operaciones, que se hacen las unas muy de tarde en tarde, mientras que las otras han de repetirse cada vez que se deba observar con el aparato: todas ellas son absolutamente indispensables, dependiendo la exactitud de las medidas del rigor con que se realicen, por cuya razón se estudiarán separadamente.

C. Lo primero que se necesita establecer en un catetómetro es el paralelismo entre los ejes óptico y geométrico, definido este último como se dijo en *A* y determinado aquél por la recta que une el centro óptico del objetivo con el cruce de los hilos del retículo. Se comprueba que ambos ejes coinciden dirigiendo una visual á un punto situado á 6 ú 8 metros de distancia y haciendo girar el anteojo sobre sí mismo: en general desaparecerá la coincidencia establecida en un principio, pero se llega á conseguir que sea permanente corrigiendo la mitad de la separación máxima por el movimiento de los tornillos del retículo.

Una vez que coincidan los ejes óptico y geométrico del anteojo, hay que comprobar su paralelismo con el del nivel, para lo cual, una vez llevada la burbuja de éste á su posición media, se invierte el anteojo sobre sus collares: si la burbuja continúa en el centro está conseguido el paralelismo buscado, pero de no ser así, es preciso corregir la mitad de la desviación con el tornillo que para ello lleva el nivel,

y la otra mitad con los H del pie del aparato. Esta rectificación debe repetirse cuantas veces sea necesario hasta conseguir el resultado que se busca.

D. La última operación indispensable al instalar el aparato de que se trata, y que debe repetirse cada vez que se le utilice, consiste en colocar la columna PP perfectamente vertical, y el anteojo perpendicular á ella, y por lo tanto horizontal: para conseguirlo, se coloca primero dicho anteojo próximamente paralelo á dos de los tornillos H y se harán girar éstos cantidades iguales y en sentido contrario, hasta que la burbuja de aire del nivel quede perfectamente centrada; después de un giro de 90° , que pondrá al anteojo paralelo al tercer pie del aparato, se mueve el tornillo que en él existe de manera que quede nivelado. Girando ahora otros 90° , con lo que el anteojo ocupará la posición primitiva, pero en sentido opuesto, se corrige la mitad de la desviación observada en el nivel con los tornillos H, y la otra mitad con el *d*, repitiendo luego estos giros y correcciones sucesivas hasta conseguir que colocado el anteojo en cualquier posición, la burbuja de aire del nivel esté siempre centrada.

E. Una vez instalado y arreglado el catetómetro, se suspende verticalmente enfrente de él y á distancia de 3 ó 4 metros el barómetro cuya escala se va á comprobar, y se hace descender el nivel del mercurio en la cubeta de manera que quede al descubierto la punta de marfil cuya extremidad corresponde al 0 de la escala: se dirige una visual á esta extremidad, haciéndola coincidir con la cruz de los hilos del retículo, y se ve la posición que ocupa el nonius en la escala, apreciando no sólo los milímetros, sino también las fracciones de esta unidad que dicho nonius permita: se repite la operación dirigiendo la segunda visual á una división cualquiera, la 705 por ejemplo, y leída nuevamente la posición del nonius y restada de esta lectura la anterior, la diferencia debe ser un número de milímetros igual en el caso citado á 705. Generalmente se encuentra con el catetómetro una longitud ligeramente mayor que la marcada en el barómetro, pero esto se debe á que los constructores acostumbran á bajar un poco la punta de marfil con objeto de compensar la depresión capilar.

Parte práctica.

F. Como el catetómetro es uno de los aparatos de mayor interés y más delicado de manejar, es conveniente que se repitan cuanto sea posible las operaciones anteriores á fin de que los alumnos se familiaricen con él. Además, puede aplicarse con idéntico objeto á medir la altura barométrica y á comprobar la ley de los vasos comunicantes en el caso de líquidos diferentes; esto último tiene la ventaja de constituir un método para determinar el peso específico de uno de los líquidos empleados, si el del otro es conocido previamente.

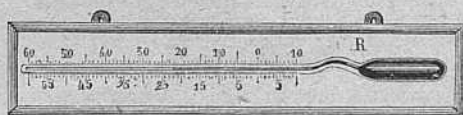
EJERCICIO 3.º

Comprobar los termómetros ordinarios de mercurio y de alcohol, y construir curvas de temperatura.

Parte descriptiva.

A. Los termómetros de que generalmente se puede disponer para nuestro actual objeto, son: los de mercurio con la graduación en la misma

Fig. 8.



varilla; el de *máximas* de Negretti y Zambra (fig. 8), cuyo tubo ofrece en R una estrangulación tal, que el mercurio pasa desde el depósito al conducto capilar en virtud

del esfuerzo de la dilatación, sin que sea posible, cuando el líquido se contrae por efecto del enfriamiento, que retroceda al depósito; y finalmente, el de *mínimas* de

Rutherford (fig. 9), que es de alcohol y lleva dentro un índice de esmalte, al modo de un pequeño alfiler de doble cabeza, el cual, coloca-

Fig. 9.



do el termómetro horizontalmente, es arrastrado hacia atrás cuando la columna líquida se contrae, y permanece inmóvil en su sitio durante la dilatación del alcohol.

Fig. 10.

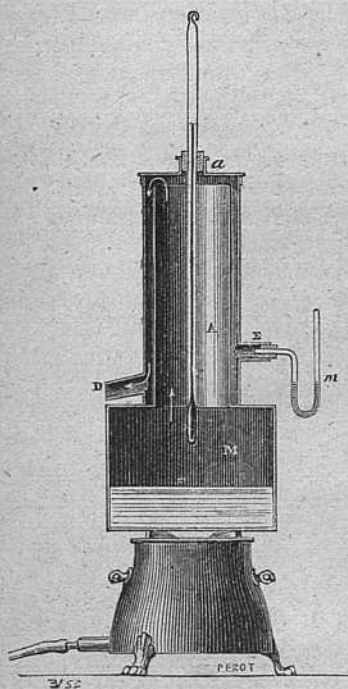
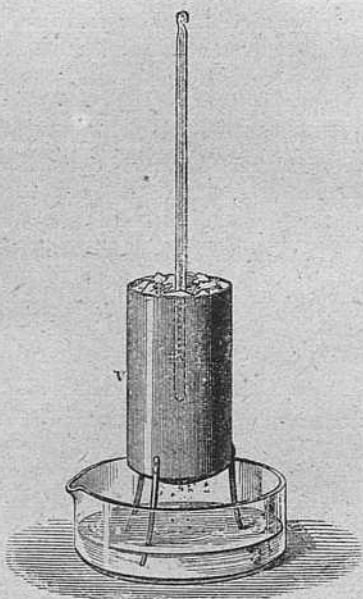


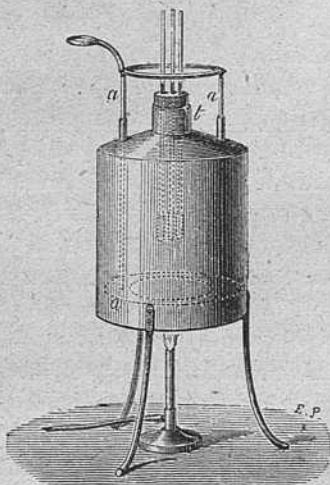
Fig. 11.



B. Para comprobar el *punto fijo alto* de un termómetro de mercurio (próximamente el grado 100), se emplea el hervidor de doble columna cilíndrica de Regnault, cuya descripción huelga teniendo á la vista la figura 10: el termómetro debe estar metido dentro del aparato casi hasta el 100°, pero de forma que el depósito quede á dos ó cuatro centímetros de distancia del agua colocada en el fondo de M; un tubo manométrico *m* sirve de guía para que la presión del vapor no exceda de la de la atmósfera.

El *cero* se comprueba sumergiendo el termómetro en un vaso V (fig. 11) de cobre y fondo cónico, lleno de trozos de hielo machacado, grandes como garbanzos: á fin de recoger el agua procedente de la fusión del hielo se

Fig. 12.



coloca el vaso V dentro de otro de vidrio. Por último, la comparación de uno ó varios termómetros con otro tipo ó patrón (el de aire es el que por su exactitud puede considerarse como más verdaderamente científico) se lleva á cabo por medio del aparato de Regnault representado por la fig. 12, consistente en un depósito metálico sostenido por tres pies, en cuyo interior se coloca agua ó aceite; atraviesan el tapón *t* los termómetros que se van á estudiar, y un agitador compuesto de dos varillas verticales *a* y *a*, unidas á otra inferior circular *d*, el cual puede, subiendo y bajando por medio del mango exterior, uniformar la temperatura del líquido contenido en el depósito.

Manipulación.

C. Las observaciones termométricas deben hacerse en cada caso concreto, procurando que el instrumento se encuentre instalado al abrigo de radiaciones extrañas; y el observador cuidará evitar el efecto de la suya propia por medio de una pantalla, y efectuando la lectura con la mayor rapidez posible.

El error de paralaje se suprime con cierta práctica de mirar el extremo de la columna capilar de la manera conveniente; ó bien, cuando es posible, colocando un espejo plano por detrás del termómetro y efectuando la lectura cuando la columna aparezca al ojo exactamente sobrepuesta sobre su imagen.

Efectuando las observaciones desde cierta distancia, con auxilio de un antejo, se evitan á la vez los errores debidos á la radiación del observador y á la paralaje; pero el procedimiento es embarazoso, y por lo mismo poco usado.

Debe procurarse que nunca se halle separada de la columna de mercurio porción alguna del metal, por pequeña que sea: ligeros golpecitos ó sacudidas, repetidos con cuidado y paciencia, ó bien un rápido movimiento circular impreso al instrumento, son los medios más empleados para unir las columnas termométricas rotas.

Cuando parte del termómetro se introduce en una mezcla ó baño caliente, y el resto de la varilla queda al aire, hay un error de indicación del aparato, que puede pasar de un grado: conste esto, siquiera no digamos el modo de hacer la corrección correspondiente.

Las observaciones con el termómetro de máximas antes descrito se efectúan del modo siguiente: para dejar preparado el instrumento se le dan unos golpes suaves sacudiéndolo verticalmente de arriba para abajo contra una mesa, por ejemplo, á fin de que la columna mercurial vaya pasando por la estrangulación ó angostura R y uniéndose con el metal líquido del depósito: una vez junto todo el mercurio se cuelga el aparato; y como el líquido que sale del depósito, después de pasar de R no puede por sí solo retroceder salvando dicho punto R, el extremo superior de la columna termométrica indicará la mayor temperatura que ha habido.

La manipulación del termómetro de mínimas de Rutherford es no menos sencilla: se prepara el aparato colocándole durante unos momentos en posición vertical con el depósito hacia arriba, á fin de que el índice descienda por dentro de la columna alcohólica hasta descansar sobre el menisco de la misma; y colgándolo en seguida horizontalmente, basta, al hacer la observación, tomar la temperatura indicada por el extremo del índice que mira al de la columna.

D. Para comprobar el *punto fijo superior* de un termómetro de mercurio se le coloca en el hervidor, de modo que pueda quedar envuelta en vapor casi toda la porción de varilla hasta el 100°; se calienta el agua, con lo cual el mercurio sube, y aunque después que llega á su máxima altura vuelve á bajar un poco, á los 20 minutos de ebullición queda establecida la situación definitiva de la columna metálica; se averigua entonces en un barómetro la presión P atmosférica, y calculando la fórmula

$$t^{\circ} = 100 + 0,0375 (P - 760),$$

se verá si realmente la temperatura marcada por el aparato es t° , ó en caso contrario el error de diferencia.

Durante la operación se puede subir ó bajar el termómetro á rozamiento á través del tapón *a*, pero no quitar éste.

Terminada que sea se separa el hervidor del fuego, y se saca el termómetro, suspendiéndolo al aire ó dejándolo sobre serrín de madera hasta que se enfríe.

E. La comprobación del punto cero requiere que el depósito del termómetro se sitúe hacia el centro del vaso V (fig. 11), sin que sufra presión del hielo (éste es preferible á

la nieve), ni aun de sí propio por razón de su peso, á cuyo efecto conviene que se sostenga colgado: la capa superior de hielo debe ser algo considerable á fin de que la parte del mismo que se derrite por contacto con el aire no llegue al depósito termométrico á más de 0° ; y finalmente, no debe considerarse definitivamente averiguada la posición real del cero sin 15 ó 20 minutos de observaciones anotadas que permitan establecerlo con la mayor exactitud posible.

F. Las dos manipulaciones anteriores conducen á fijar la corrección de un termómetro: supongamos, en efecto, que el cero resulte á $+0^{\circ},38$, y que entre el punto de ebullición del agua indicado y el calculado exista una diferencia de $+0^{\circ},75$ (el mercurio haya subido más arriba de donde debiera): el error total será de $0,75 - 0,38 = 0^{\circ},37$; ó bien por cada grado, $+0,0037$.

G. Para comparar uno ó varios termómetros con otro tipo ó patrón se introducen todos á la vez en el aparato de Regnault antes descrito, del modo que indica la figura 12, y se enciende la llama de gas destinada á calentar el líquido; luego que la temperatura es, por ejemplo, algo superior á 15° , se aparta el fuego y se deja enfriar la vasija agitando á la vez el agua hasta que el termómetro tipo marque exactamente los 15° , en cuyo momento se hace una lectura de todos ellos, la cual se anota: vuelve á encenderse el gas hasta que el líquido se caliente á más de 25° y, como en el caso anterior, se hace otra lectura á los 25° justos; continuando del mismo modo la comparación hasta donde se quiera.

Cuando no se dispone de gas del alumbrado en el laboratorio, se debe operar introduciendo agua hirviendo en el comparador y efectuando la operación en sentido inverso.

Los termómetros que ofrezcan diferencias superiores á $0,2$ ó $0,3$ de grado no deben considerarse buenos.

Parte práctica.

H. Los alumnos pueden ejercitarse diariamente en la observación de la temperatura tomando la de una hora cualquiera (siempre la misma), y la máxima y la mínima del día en un local ó sitio determinado; y alguna vez, durante

el curso, en la comparación de termómetros y establecimiento del error de los que manejen.

Deberán anotar las observaciones en un registro ó cuaderno especial, en forma ordenada y clara; y á la vez representar la marcha de las temperaturas por medio de curvas, á cuyo efecto construirán una cuadrícula análoga á la representada en la lámina 1, y en ella indicarán cada observación por un punto colocado en la intersección de la línea vertical correspondiente al día con la horizontal de la temperatura, ó próximo á dicha intersección.

Sin trabajo alguno pueden formarse simultáneamente tres curvas de temperatura según indica la lámina: una de máximas, otra de mínimas y una última de observaciones hechas á cierta hora fija.

Finalmente, si alguno de los termómetros no tuviese escala centesimal, los alumnos empezarán por formar una tabla de correspondencia entre la que lleve (Fahrenheit, Réaumur, etc.), y la centígrada. (Véase la parte primera de este libro, págs. 83 y 84 y problema CL.)

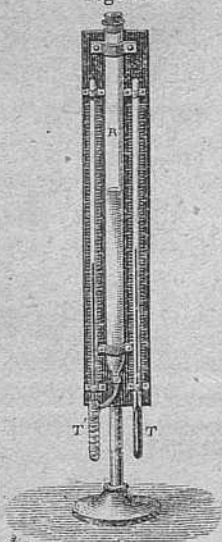
EJERCICIO 4.º

Hallar la humedad relativa del aire, y la absoluta ó tensión del vapor de agua existente en la atmósfera, así como el peso de un metro cúbico de dicho vapor por medio del psicrómetro de Augusto y el higrómetro de Regnault.

Parte descriptiva.

A. El *psicrómetro* de Augusto (fig. 13) consiste en dos termómetros T y T' que, comparados por el procedimiento acabado de describir, marchan completamente uniformes, y cuyas escalas indican generalmente *quintas partes* (0,2) de grado: entre ambos se coloca un depósito de vidrio R, lleno de agua, ó bien una copa ó vasito, de donde parte una mecha suelta ó trozo de muselina delgada que envuelve el depósito del termómetro T.

Fig. 13.

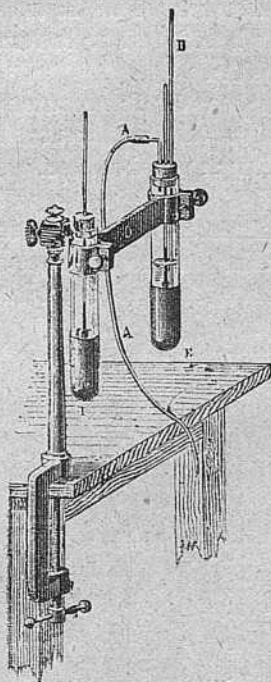


Este aparato debe situarse á la sombra, y de modo que sin dejar de hallarse en atmósfera libre, se encuentre á la vez protegido ó defendido, en lo que cabe, de las corrientes rápidas de aire.

La mecha, siempre húmeda por capilaridad, debe renovarse de tiempo en tiempo.

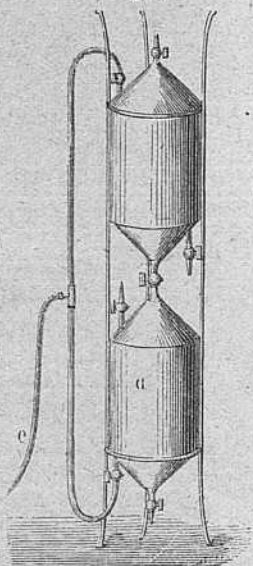
B. El higrómetro de condensación de Regnault se compone de dos tubos de vidrio E y F (fig. 14), abiertos por la parte superior, y por la inferior terminados en dedales de plata bruñida: ambos van tapados con corchos, atravesados, el de F

Fig. 14.



por un termómetro y el de E por otro termómetro que marche igual que el primero y por un tubito de vidrio B, que llegue casi hasta el fondo: el tubo E se pone en comunicación por A con el e del aspirador representado en la fig. 15, cuya descripción no se detalla por su sencillez: en los tubos se echa éter, cuya

Fig. 15.



evaporación determina suficiente enfriamiento para condensar el vapor acuoso atmosférico. El tubo F sólo sirve para dar á conocer la temperatura ambiente colocando el termómetro en las mismas condiciones que el del E.

Manipulación.

C. Mirando previamente si el agua de R está helada, ó la mecha excesivamente sucia, pues en tales casos las observaciones y los resultados de las mismas serán erróneos, y cerciorados de que ni lo uno ni lo otro ocurre, se procede á la lectura de las temperaturas t y t' , con tal rapidez como

si ambos termómetros se leyera simultáneamente, y procurando resguardarlos no sólo de la radiación del observador, sino de la respiración del mismo, por la cantidad de vapor de agua y de calor que salen con el aire espirado.

En virtud de la evaporación del agua en el depósito de T' , la temperatura t' de éste será menor que la del T , salvo cuando el ambiente se halle saturado y en calma.

D. Para deducir de las temperaturas t y t' los elementos que se piden en el presente problema, es indispensable el uso de ciertas tablas como medio más sencillo y menos expuesto á errores que el de aplicar en cada caso la fórmula de Augusto.

Á continuación incluimos cuatro tablas (1.^a, 2.^a, 3.^a y 4.^a) y el modo de manejarlas, tomado todo del *Anuario del Observatorio de Madrid*.

«La 1.^a sirve para hallar la humedad relativa, una vez conocidas las indicaciones de los dos termómetros del psicrómetro, y en el supuesto de que la saturación ó humedad relativa máxima á la temperatura ambiente de la atmósfera se halle representada por el número 100. Si se representara esta última cantidad, como sucede con frecuencia, por el número 1, todos los de la tabla se convertirían en fracciones decimales de una á dos cifras á lo sumo.

»De la 2.^a puede obtenerse la tensión del vapor de agua existente en la atmósfera á las temperaturas ordinarias en nuestro clima y á una presión barométrica de 705 milímetros, que es próximamente la media anual de Madrid.

»La 3.^a, tomada de las Memorias del Sr. Regnault, comprende en la 2.^a columna los números fundamentales que han servido para calcular las anteriores, y en la 3.^a los pesos en gramos de la cantidad máxima de vapor que puede existir en un metro cúbico de aire á las temperaturas que van expresadas en la 1.^a columna de la izquierda.

»Y de la 4.^a, complemento de la 2.^a, se deducirá aproximadamente la tensión del vapor cuando la altura barométrica sea distinta de 705 milímetros, conocida aquella tensión para este caso particular.

TABLA 1.^a — Humedad relativa á diversas temperaturas;
que podría existir en estado de

t'	$t - t'$															
	0°	0°,5	1°	1°,5	2°	2°,5	3°	3°,5	4°	4°,5	5°	5°,5	6°	6°,5	7°	
— 4°	100	90	80	71	63	56	49	42	36	30	25	21	18	15	13	
— 3	100	90	81	73	65	58	51	45	39	33	28	24	20	17	14	
— 2	100	91	82	74	67	60	53	47	41	35	30	26	22	18	15	
— 1	100	91	83	76	68	61	54	48	42	36	31	27	23	19	16	
0	100	91	83	76	69	62	55	49	43	38	32	27	22	19	16	
+ 1	100	92	84	77	70	63	57	51	45	40	35	30	26	22	19	
2	100	92	85	78	71	64	58	52	47	42	38	33	29	25	21	
3	100	92	85	78	72	66	60	54	49	44	40	35	31	27	24	
4	100	93	86	79	73	67	61	56	51	46	42	38	34	30	26	
5	100	93	86	80	74	68	63	58	53	48	44	40	36	32	28	
6	100	93	87	81	75	69	64	59	55	50	46	42	38	34	30	
7	100	93	87	81	76	70	65	60	56	52	48	44	40	36	32	
8	100	94	88	82	76	71	66	61	57	53	49	45	42	38	34	
9	100	94	88	82	77	72	67	63	59	55	51	47	44	40	36	
10	100	94	88	83	78	73	68	64	60	56	52	48	45	42	38	
11	100	94	89	83	78	74	69	65	61	57	54	50	47	44	40	
12	100	95	89	84	79	75	70	66	62	58	55	51	48	45	41	
13	100	95	89	84	80	76	71	67	63	59	56	53	50	47	43	
14	100	95	90	85	80	77	72	68	64	60	57	54	51	48	44	
15	100	95	90	85	81	77	73	69	65	61	58	55	52	49	45	
16	100	95	90	86	82	78	73	69	66	62	59	56	53	50	46	
17	100	96	91	86	82	78	74	70	67	63	60	57	54	51	47	
18	100	96	91	86	82	79	75	71	68	64	61	58	55	52	48	
19	100	96	91	87	83	79	75	72	68	65	62	59	56	53	49	
20	100	96	91	87	83	79	76	72	69	66	63	60	57	54	50	
21	100	96	92	87	83	79	76	73	70	67	64	61	58	55	51	
22	100	96	92	88	84	80	77	74	70	67	64	62	59	56	52	
23	100	96	92	88	84	80	77	74	71	68	65	62	60	57	53	
24	100	96	92	88	84	81	78	75	72	69	66	63	60	58	54	
25	100	96	92	89	85	81	78	75	72	69	66	63	61	58	55	
26	100	96	92	89	85	82	79	76	73	70	67	64	62	59	56	
27	100	96	92	89	85	82	79	76	73	70	68	65	62	60	57	
28	100	96	93	89	86	82	79	76	74	71	68	66	63	60	57	
29	100	97	93	89	86	83	80	77	74	71	69	66	64	61	58	
30	100	97	93	89	86	83	80	77	74	71	69	66	64	62	59	

relación entre el vapor de agua existente en el aire y el saturación, representado por 100.

$t - t'$															t'
7 ^o ,5	8 ^o	8 ^o ,5	9 ^o	9 ^o ,5	10 ^o	10 ^o ,5	11 ^o	11 ^o ,5	12 ^o	12 ^o ,5	13 ^o	13 ^o ,5	14 ^o	14 ^o ,5	
12	8	5	2												— 4 ^o
															— 3
															— 2
															— 1
															0
15	11	8	5												+ 1
18	14	11	8	6	3										2
21	17	14	11	8	6	4	2								3
23	20	17	14	11	9	7	5	3	1						4
26	23	20	17	14	12	10	8	6	4						5
28	25	22	19	17	15	12	10	8	6	4	3				6
30	27	24	22	19	17	15	13	11	9	7	6				7
32	29	26	24	22	20	17	15	13	11	10	8	6	5		8
34	31	28	26	24	22	20	17	15	14	12	10	8	7	6	9
36	33	30	28	26	24	22	20	18	16	14	12	10	9	8	10
38	35	32	30	28	26	23	22	20	18	16	14	12	11	10	11
39	37	34	32	29	27	25	23	22	20	18	16	14	13	12	12
41	38	35	33	31	29	27	25	23	22	20	18	16	15	14	13
42	40	37	35	33	31	29	27	25	23	22	20	18	17	16	14
43	41	38	36	34	32	30	28	26	25	23	22	20	19	17	15
45	43	40	38	36	34	32	30	28	26	24	23	21	20	19	16
46	44	41	39	37	35	33	31	30	28	26	25	23	22	20	17
47	45	43	41	38	36	34	33	31	29	27	26	24	23	22	18
48	46	44	42	40	38	36	34	32	30	28	27	25	24	23	19
49	47	45	43	41	39	37	35	33	32	30	29	27	26	24	20
50	48	46	44	42	40	38	36	34	33	31	30	28	27	25	21
51	49	47	45	43	41	39	37	35	34	32	31	30	28	26	22
52	50	48	46	44	42	40	38	36	35	33	32	31	29	27	23
53	51	49	47	45	43	41	39	37	36	34	33	32	30	28	24
54	52	50	48	46	44	42	40	38	37	35	34	32	31	29	25
55	53	51	49	47	45	43	41	39	38	36	35	33	32	30	26
56	53	51	49	48	46	44	42	40	39	37	36	34	33	31	27
56	54	52	50	48	46	45	43	41	40	38	37	35	34	32	28
57	55	53	51	49	47	45	44	42	41	39	38	36	35	33	29
57	55	53	52	50	48	46	44	42	41	40	38	37	36	34	30

TABLA 2.^a — Humedad absoluta, á diversas temperaturas
del vapor de agua

<i>t'</i>	<i>t - t'</i>															
	0°	0°,5	1°	1°,5	2°	2°,5	3°	3°,5	4°	4°,5	5°	5°,5	6°	6°,5	7°	
— 4°	3,4	3,1	2,9	2,7	2,5	2,3	2,1	1,8	1,6	„	„	„	„	„	„	
— 3	3,7	3,4	3,2	3,0	2,8	2,5	2,3	2,1	1,9	„	„	„	„	„	„	
— 2	4,0	3,7	3,5	3,3	3,1	2,8	2,6	2,4	2,2	„	„	„	„	„	„	
— 1	4,3	4,0	3,8	3,6	3,4	3,1	2,9	2,7	2,5	„	„	„	„	„	„	
0	4,6	4,3	4,1	3,8	3,6	3,4	3,2	2,9	2,7	2,4	2,1	1,8	1,6	1,3	1,1	
+ 1	4,9	4,6	4,4	4,1	3,9	3,7	3,5	3,2	2,9	2,7	2,5	2,2	2,0	1,7	1,4	
2	5,3	5,0	4,8	4,5	4,3	4,0	3,8	3,5	3,3	3,0	2,8	2,5	2,3	2,0	1,6	
3	5,7	5,4	5,2	4,9	4,7	4,4	4,2	3,9	3,7	3,4	3,2	2,9	2,7	2,4	2,1	
4	6,1	5,8	5,6	5,3	5,1	4,8	4,6	4,3	4,1	3,8	3,6	3,3	3,1	2,8	2,4	
5	6,5	6,2	6,0	5,7	5,5	5,2	5,0	4,7	4,5	4,2	4,0	3,7	3,5	3,2	2,8	
6	7,0	6,7	6,5	6,2	6,0	5,7	5,5	5,2	5,0	4,7	4,5	4,2	4,0	3,7	3,3	
7	7,5	7,2	7,0	6,7	6,5	6,2	6,0	5,7	5,5	5,2	5,0	4,7	4,5	4,2	3,8	
8	8,0	7,8	7,5	7,2	7,0	6,7	6,5	6,2	6,0	5,7	5,5	5,2	5,0	4,7	4,3	
9	8,6	8,3	8,1	7,8	7,6	7,3	7,1	6,8	6,6	6,3	6,1	5,8	5,5	5,2	4,8	
10	9,2	9,9	8,7	8,4	8,2	7,9	7,6	7,4	7,2	6,9	6,6	6,4	6,1	5,8	5,4	
11	9,8	9,5	9,3	9,0	8,8	8,5	8,3	8,0	7,8	7,5	7,3	7,0	6,8	6,5	6,1	
12	10,5	10,2	9,9	9,6	9,4	9,1	8,9	8,6	8,4	8,1	7,9	7,6	7,4	7,1	6,7	
13	11,2	10,9	10,6	10,3	10,1	9,8	9,6	9,3	9,1	8,8	8,6	8,3	8,1	7,8	7,4	
14	11,9	11,6	11,4	11,1	10,9	10,6	10,4	10,1	9,9	9,6	9,4	9,1	8,9	8,6	8,2	
15	12,7	12,4	12,2	11,9	11,7	11,4	11,2	10,9	10,7	10,4	10,2	9,8	9,7	9,4	9,0	
16	13,5	13,2	13,0	12,7	12,5	12,2	12,0	11,7	11,5	11,2	11,0	10,7	10,5	10,2	10,0	
17	14,4	14,1	13,9	13,6	13,4	13,1	12,9	12,6	12,4	12,1	11,9	11,6	11,4	11,1	10,7	
18	15,4	15,1	14,8	14,5	14,3	14,0	13,8	13,5	13,3	13,0	12,8	12,5	12,3	12,0	11,6	
19	16,3	16,0	15,8	15,5	15,3	15,0	14,8	14,5	14,3	14,0	13,8	13,5	13,3	13,0	12,6	
20	17,4	17,1	16,9	16,6	16,4	16,1	15,9	15,6	15,3	15,0	14,8	14,5	14,3	14,0	13,6	
21	18,5	18,2	18,0	17,7	17,5	17,2	17,0	16,7	16,4	16,1	15,9	15,6	15,4	15,1	14,7	
22	19,7	19,4	19,1	18,8	18,6	18,3	18,1	17,8	17,6	17,3	17,1	16,8	16,6	16,3	16,0	
23	20,9	20,6	20,4	20,1	19,9	19,6	19,3	19,0	18,8	18,5	18,3	18,0	17,8	17,5	17,2	
24	22,2	21,9	21,7	21,4	21,2	20,9	20,6	20,3	20,1	19,8	19,6	19,3	19,1	18,8	18,5	
25	23,6	23,3	23,0	22,7	22,5	22,2	22,0	21,7	21,5	21,2	21,0	20,7	20,5	20,2	19,9	
26	25,0	24,7	24,5	24,2	23,9	23,6	23,4	23,1	22,9	22,6	22,4	22,1	21,9	21,6	21,3	
27	26,5	26,2	26,0	25,7	25,5	25,2	24,9	24,6	24,4	24,1	23,9	23,6	23,4	23,1	22,8	
28	28,1	27,8	27,6	27,3	27,1	26,8	26,5	26,2	26,0	25,7	25,5	25,2	25,0	24,7	24,4	
29	29,8	29,5	29,3	29,0	28,7	28,4	28,2	27,9	27,7	27,4	27,2	26,9	26,7	26,4	26,1	
30	31,5	31,2	31,0	30,7	30,5	30,2	30,0	29,7	29,5	29,2	28,9	28,6	28,4	28,1	27,8	

presión de 705 milímetros; ó tensión, en milímetros,
existente en el aire.

$t - t'$															t'
7°,5	8°	8°,5	9°	9°,5	10°	10°,5	11°	11°,5	12°	12°,5	13°	13°,5	14°	14°,5	
0,8	0,6														— 4°
															— 3
															— 2
															— 1
															0
1,2	1,0	0,7	0,5												+ 1
1,5	1,3	1,0	0,8												2
1,9	1,7	1,4	1,2	1,0	0,7										3
2,3	2,1	1,8	1,6	1,3	1,1										4
2,7	2,5	2,2	2,0	1,7	1,5	1,2	1,0	0,7	0,5						5
3,2	3,0	2,7	2,5	2,2	2,0	1,7	1,5	1,2	1,0	0,7	0,5				6
3,7	3,5	3,2	3,0	2,7	2,5	2,2	2,0	1,7	1,5	1,2	1,0	0,7	0,5		7
4,2	4,0	3,7	3,5	3,2	3,0	2,7	2,5	2,2	2,0	1,7	1,5	1,2	1,0	0,7	8
4,7	4,5	4,2	4,0	3,7	3,5	3,2	3,0	2,7	2,5	2,2	2,0	1,7	1,5	1,2	9
5,3	5,1	4,8	4,6	4,3	4,1	3,8	3,6	3,3	3,1	2,8	2,6	2,3	2,1	1,8	10
6,0	5,7	5,4	5,2	4,9	4,7	4,4	4,2	3,9	3,7	3,4	3,2	2,9	2,7	2,4	11
6,6	6,4	6,1	5,9	5,6	5,4	5,1	4,9	4,6	4,4	4,1	3,9	3,6	3,4	3,1	12
7,3	7,1	6,8	6,6	6,3	6,1	5,8	5,6	5,3	5,1	4,8	4,6	4,3	4,1	3,8	13
8,0	7,8	7,5	7,3	7,0	6,8	6,5	6,3	6,0	5,8	5,5	5,3	5,0	4,8	4,5	14
8,8	8,6	8,3	8,1	7,8	7,6	7,3	7,1	6,8	6,6	6,3	6,1	5,8	5,6	5,3	15
9,7	9,4	9,1	8,9	8,6	8,4	8,1	7,9	7,6	7,4	7,1	6,9	6,6	6,4	6,1	16
10,6	10,3	10,0	9,8	9,5	9,3	9,0	8,8	8,5	8,3	8,0	7,8	7,5	7,3	7,0	17
11,5	11,3	11,0	10,7	10,5	10,3	10,0	9,7	9,4	9,2	8,9	8,7	8,4	8,2	7,9	18
12,5	12,3	12,0	11,7	11,5	11,3	11,0	10,7	10,4	10,2	9,9	9,7	9,4	9,2	8,9	19
13,5	13,3	13,0	12,8	12,5	12,3	12,0	11,7	11,4	11,2	10,9	10,7	10,4	10,2	9,9	20
14,6	14,4	14,1	13,9	13,6	13,4	13,1	12,8	12,5	12,3	12,0	11,8	11,5	11,3	11,0	21
15,8	15,5	15,2	15,0	14,7	14,5	14,2	14,0	13,7	13,5	13,2	13,0	12,7	12,5	12,2	22
17,0	16,7	16,4	16,2	15,9	15,7	15,4	15,2	14,9	14,7	14,4	14,2	13,9	13,7	13,4	23
18,3	18,0	17,7	17,5	17,2	17,0	16,7	16,5	16,2	16,0	15,6	15,3	15,1	15,0	14,7	24
19,6	19,4	19,1	18,9	18,6	18,4	18,1	17,9	17,6	17,4	17,1	16,8	16,5	16,3	16,0	25
21,1	20,8	20,5	20,3	20,0	19,8	19,5	19,3	19,0	18,8	18,5	18,3	18,0	17,7	17,4	26
22,1	22,4	22,1	21,8	21,5	21,3	21,0	20,8	20,5	20,3	20,0	19,8	19,5	19,2	19,0	27
24,2	23,9	23,6	23,4	23,1	22,9	22,6	22,4	22,1	21,9	21,6	21,3	21,0	20,8	20,6	28
25,8	25,6	25,3	25,1	24,8	24,6	24,3	24,1	23,8	23,5	23,2	23,0	22,7	22,5	22,3	29
27,6	27,4	27,1	26,8	26,6	26,4	26,1	25,8	25,5	25,3	25,0	24,8	24,5	24,3	24,0	30

TABLA 3.^a—Tensión máxima, en milímetros, del vapor de agua, á diversas temperaturas; y peso, máximo también, en gramos, del vapor contenido en un metro cúbico de aire, á las mismas temperaturas y presión de 760 milímetros.

Temperatura. <i>t.</i>	Tensión. <i>mm.</i>	Peso. <i>gr.</i>	Temperatura. <i>t.</i>	Tensión. <i>mm.</i>	Peso. <i>gr.</i>
— 20 ^o	0,91	1,04	+ 10 ^o	9,16	9,36
19	0,99	1,13	11	9,79	9,96
18	1,08	1,22	12	10,46	10,60
17	1,17	1,32	13	11,16	11,28
16	1,27	1,43	14	11,91	11,99
— 15	1,38	1,55	+ 15	12,70	12,74
14	1,50	1,68	16	13,54	13,53
13	1,63	1,81	17	14,42	14,37
12	1,77	1,96	18	15,36	15,25
11	1,92	2,11	19	16,35	16,17
— 10	2,08	2,28	+ 20	17,39	17,15
9	2,26	2,47	21	18,50	18,17
8	2,46	2,68	22	19,66	19,25
7	2,67	2,90	23	20,89	20,39
6	2,89	3,13	24	22,18	21,58
— 5	3,13	3,38	+ 25	23,55	22,83
4	3,39	3,64	26	24,99	24,14
3	3,66	3,92	27	26,50	25,52
2	3,95	4,22	28	28,10	26,97
1	4,27	4,53	29	29,78	28,49
0	4,60	4,87	+ 30	31,55	30,08
+ 1	4,94	5,21	31	33,40	31,74
2	5,30	5,57	32	35,36	33,49
3	5,69	5,95	33	37,41	35,32
4	6,10	6,36	34	39,56	37,23
+ 5	6,53	6,79	+ 35	41,83	39,23
6	7,00	7,25	36	44,20	41,32
7	7,49	7,73	37	46,69	43,51
8	8,02	8,24	38	49,30	45,80
9	8,57	8,78	39	52,04	48,18
10	9,16	9,36	40	54,91	50,67

TABLA 4.^a — Correcciones que deben experimentar los números de la tabla segunda, conforme varía la presión barométrica.

Presión.	Diferencia ($t - t'$) de temperaturas : $t' > 0$.														
	1.º	2.º	3.º	4.º	5.º	6.º	7.º	8.º	9.º	10.º	11.º	12.º	13.º	14.º	15.º
mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
660	+0,04	+0,07	+0,10	+0,13	+0,16	+0,19	+0,22	+0,25	+0,28	+0,31	+0,34	+0,37	+0,40	+0,44	+0,48
670	0,03	0,05	0,08	0,10	0,12	0,14	0,17	0,20	0,22	0,25	0,27	0,30	0,32	0,34	0,37
680	0,02	0,03	0,06	0,07	0,09	0,10	0,12	0,15	0,16	0,18	0,19	0,21	0,23	0,24	0,27
690	0,02	0,02	0,04	0,04	0,05	0,06	0,07	0,09	0,10	0,11	0,11	0,13	0,13	0,15	0,16
700	0,01	0,01	0,02	0,01	0,02	0,02	0,02	0,03	0,03	0,04	0,04	0,04	0,04	0,05	0,06
705	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
710	-0,01	-0,01	-0,01	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,03	-0,03	-0,04	-0,04	-0,04	-0,05	-0,05	-0,06
715	0,01	0,01	0,02	0,03	0,03	0,04	0,04	0,06	0,06	0,07	0,08	0,08	0,09	0,10	0,10
720	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,10	0,10	0,12	0,13	0,14	0,15	0,15
725	0,01	0,03	0,04	0,05	0,07	0,08	0,09	0,11	0,13	0,13	0,16	0,17	0,18	0,20	0,20
730	0,01	0,04	0,05	0,07	0,09	0,11	0,12	0,14	0,16	0,17	0,20	0,21	0,23	0,25	0,26
735	0,01	0,04	0,06	0,08	0,10	0,13	0,14	0,16	0,19	0,20	0,23	0,25	0,27	0,30	0,31
740	0,02	0,05	0,07	0,10	0,12	0,15	0,17	0,19	0,22	0,24	0,27	0,29	0,32	0,35	0,37
745	0,02	0,05	0,08	0,11	0,14	0,17	0,19	0,22	0,25	0,27	0,31	0,33	0,37	0,39	0,42
750	0,03	0,06	0,09	0,13	0,16	0,19	0,22	0,25	0,29	0,31	0,35	0,38	0,42	0,44	0,47
755	0,03	0,07	0,10	0,14	0,17	0,21	0,24	0,28	0,32	0,34	0,39	0,42	0,47	0,49	0,52
760	0,03	0,08	0,11	0,16	0,19	0,24	0,27	0,31	0,35	0,38	0,43	0,46	0,52	0,54	0,58
770	0,04	0,09	0,13	0,19	0,23	0,28	0,32	0,36	0,41	0,45	0,51	0,55	0,60	0,64	0,68
780	0,05	0,11	0,16	0,21	0,26	0,32	0,37	0,42	0,48	0,52	0,58	0,63	0,69	0,74	0,79

»La manera de usar estas diversas tablas se comprenderá por medio del siguiente ejemplo :

Sean

$$t = 22^{\circ},4; \quad t - t' = 7^{\circ},6 \quad \text{y} \quad t' = 14^{\circ},8.$$

»De la tabla 1.^a, con el argumento vertical t' y el horizontal $t - t'$, se deduce, á la simple vista, ó por medio de una doble, pero muy sencilla interpolación que la humedad relativa se halla aproximadamente representada por el número 43, referido al 100, que expresa el estado de saturación del aire á la temperatura t . Y de la 2.^a, con los mismos argumentos, y por igual sencillo procedimiento de cálculo, que la tensión del vapor de agua existente en el aire asciende por junto á $8^{\text{mm}},7$; siendo así que á la temperatura t de $22^{\circ},4$, conforme la tabla 3.^a manifiesta, la tensión máxima, correspondiente á la saturación, se eleva á $20^{\text{mm}},3$. Precisamente la relación de estas dos *tensiones*, real ó efectiva y máxima posible á la temperatura t , es el número 0,43, que expresa el valor de la *humedad relativa*.

»La tensión de $8^{\text{mm}},7$, según la misma tabla 3.^a indica, sería máxima á muy poco más de 9° de temperatura; y, por lo tanto, hasta los 9° del termómetro centígrado debería descender la temperatura t , desde $22^{\circ},4$, para que el vapor comenzase á depositarse en forma de rocío. Y entonces, conforme de la misma tabla se desprende, el peso en gramos del vapor contenido en un metro cúbico de aire sería de $8^{\text{gr}},8$,

á la presión barométrica de 760 milímetros; ó de $8^{\text{gr}},8 \times \frac{705}{760}$, igual á $8^{\text{gr}},2$ á la de 705 milímetros, por ejemplo.

»Á esta última presión corresponden los números de las tablas 1.^a y 2.^a; y para corregir los de la última, ó referirlos á las diversas presiones señaladas al margen, sirve la 4.^a. Y rectificada la tabla 2.^a, nada más fácil que modificar en consecuencia los resultados de la anterior, dividiendo las *tensiones reales*, ya corregidas, por las *máximas* posibles á las mismas temperaturas, insertas en la 3.^a; pero en la práctica, y á no ser en casos excepcionales, podrá prescindirse de esta fastidiosa operación».

E. Para usar el higrómetro de Regnault se echa éter en los tubos de vidrio, y lleno de agua el depósito superior del

aspirador se une éste al higrómetro por medio de un tubo de goma: se abre entonces la llave que comunica los dos depósitos y se gradúa la salida del agua de manera que la corriente de aire no sea excesivamente violenta. La evaporación rápida del éter enfría al dedal de plata y al aire que le rodea, llegando este último á saturarse de vapor por el descenso de temperatura, en cuyo caso se deposita en la plata el rocío que la priva de su brillo: en este momento se leen los dos termómetros y se anotan las temperaturas que marquen. Hecho esto se cierra la llave del aspirador y se observan de nuevo las temperaturas que corresponden á la desaparición del rocío, que tendrá lugar cuando por la elevación de temperatura se evapore el agua depositada: se considerará como *punto de rocío* la media entre las dos lecturas termométricas.

Si se desea gran exactitud en los resultados, el observador debe colocarse á suficiente distancia del aparato para que no ejerzan influencia, ni el calor radiado, ni el vapor exhalado en la respiración; pero en este caso hay que leer los termómetros por medio de un antejo.

Terminada la operación se deduce el estado higrométrico del aire, buscando en la tabla 3.^a las tensiones máximas que corresponden á la temperatura ambiente y á la del punto de rocío, y dividiendo la segunda por la primera: por ejemplo, si aquélla es de 20° y ésta de 9°, las tensiones serán respectivamente 17,39 milímetros y 8,57 milímetros, y el estado higrométrico $\frac{8,57}{17,39} = 0,49$; si la saturación se representa por 100, el número anterior se convierte en 49.

Parte práctica.

H. Los alumnos pueden efectuar diariamente una observación, y aparte de que hagan constar los resultados en un cuaderno á propósito, es interesante que los traduzcan en curvas representativas de las variaciones de tales fenómenos en el curso del año.

La lám. II ofrece un cuadriculado á propósito para consignar la humedad relativa ó *estado higrométrico*: las líneas

verticales (como las de la lám. I) representan los días, y las horizontales las 100 fracciones (véase la parte primera, página 92, números 17 y 18) en que se supone dividida la humedad: cada día se señala un punto en el cruce de la vertical que le representa con la horizontal correspondiente al estado higrométrico, y la línea que une estos puntos ofrecerá á la vista las variaciones del fenómeno en el transcurso del tiempo.

La lám. III tiene un cuadriculado á propósito para formar sobre el mismo las curvas de las tensiones ó humedades absolutas, sin más que asignar á las rayas horizontales la significación que se indica. Las fracciones á que no corresponde raya horizontal exigen que se marque á ojo el punto en la vertical y entre las dos horizontales que comprenden la que se va á anotar.

Los alumnos mismos deben construirse estas cuadrículas de dimensiones adecuadas á la duración del curso (*).

Cuando las observaciones dejen de hacerse uno ó varios días, las curvas ofrecerán las interrupciones consiguientes.

EJERCICIO 5.º

Determinar la presión atmosférica por medio del barómetro y construir curvas que representen las variaciones del fenómeno.

Parte descriptiva.

A. El *barómetro de Fortin*, que se recomienda en primer lugar para el objeto, consiste (fig. 16) en un tubo de cristal como de un metro de

(*) Las curvas de la lám. I representan las temperaturas máximas, mínimas y de las 9 de la mañana, hora bastante adecuada para las observaciones, y corresponden, como las curvas de las tres láminas siguientes, al mes de Marzo de 1896, habiéndose tomado los datos numéricos para construirlas del Anuario del Observatorio de Madrid.

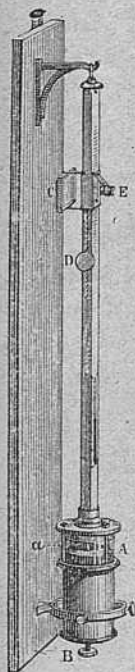
La lám. II corresponde al estado higrométrico á las 9 de la mañana, la III á la tensión del vapor de agua y la IV á la presión atmosférica.

La recta de las láminas I y IV indica el valor medio, durante el citado mes, de la temperatura y presión respectivamente.

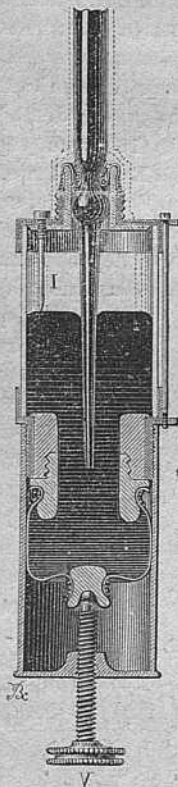
longitud y 6 ú 8 milímetros de diámetro, poco más ó menos, cerrado por la parte superior, ligeramente estrangulado y afilado en punta cónica por la inferior, según se ve en la figura 17, y que precisamente ha sido lleno de mercurio por el modo y con las precauciones indispensables para la construcción de cualquier barómetro de mercurio. Un estuche metálico que presenta arriba dos hendiduras longitudinales opuestas en unos 20 ó 30 centímetros, por las cuales se ve la columna barométrica, sirve de defensa al tubo de vidrio.

Fig. 17.

Fig. 16.



La cubeta (fig. 17) es la parte más distintiva de este barómetro: consiste en un vasito de cristal armado en latón, dividido hacia el tercio inferior en dos cavidades, por un trozo de piel de gamuza que descansa sobre el tornillo V; el superior de estos compartimientos, que es la verdadera cubeta, lleva el mercurio y queda constituido como una cavidad de fondo movable á voluntad con sólo hacer girar en uno ú otro sentido al tornillo V; en la base superior existe un agujerito destinado á establecer la comunicación del interior de la cubeta con la atmósfera, y una punta de marfil I, cuya extremidad inferior fija es el cero ó arranque de la escala barométrica.



Los centímetros y milímetros en que se mide la altura de la columna mercurial no van marcados sino en la parte superior del tubo de vidrio ó del estuche metálico cilíndrico que lo envuelve y protege; es decir, que aunque el cero de la escala es la punta de marfil, sólo á la altura del centímetro 65, y hasta el 80 es donde encontramos los trazos y números de la división (fig. 18), las fracciones de milímetro se aprecian por medio de un nonius que sube ó baja con auxilio del tornillo B (ó D en la fig. 16); nonius que unas veces, como se ve en la figura, tiene 9 milímetros y va dividido en diez partes, y otras tiene 19 y se halla dividido en 20, midiendo en el primer caso décimas y en el segundo medias décimas de milímetro.

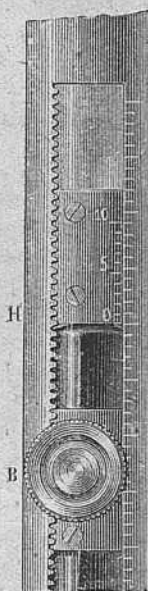
El barómetro debe estar suspendido verticalmente con libertad, y

al efecto, se le cuelga de un soporte metálico unido á una tableta, según indica la figura 16, ó bien de un trípode (fig. 19) provisto de una suspensión Cardan OO, cuyos detalles se ven aparte en el mismo grabado.

A fin de facilitar la observación exacta del extremo superior de la columna mercurial, el instrumento suele llevar á la altura de la misma y por detrás un espejito C (fig. 16), y un pequeño microscopio E por delante.

Finalmente, un termómetro adosado al estuche metálico, y cuyo depósito alargado se sumerge en un tubo de igual diámetro

Fig. 18.

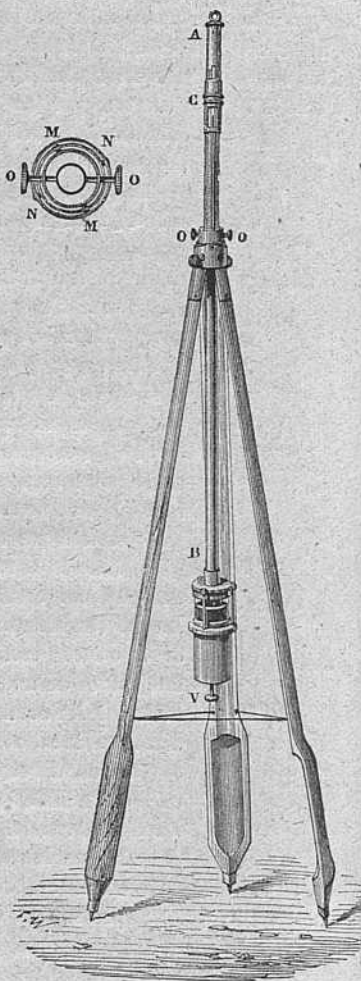


que el del barómetro y lleno de mercurio, indica la temperatura de este líquido dentro del aparato.

B. Entre los barómetros de metales sólidos, á pesar del inconveniente que resulta de que la elasticidad de dichas substancias se modifica con el tiempo y es preciso corregir y comprobar tales aparatos de vez en cuando observándolos con un buen barómetro de mercurio, se

halla actualmente muy en uso el *aneroide* ú holostérico de Vidi (fig. 20). Consiste en una caja metálica ó tambor de paredes delgadas, flexibles y acanaladas B, en cuyo interior se ha enrarecido el aire; la cara inferior (posterior de la figura) se une á la plancha metálica que sirve de fondo al instrumento, y en la superior (anterior del grabado) se fija una

Fig. 19.



pequeña masa de cobre soldada también con una lámina-resorte de acero R, que mantiene entre las dos bases de la caja B cierta separación relacionada con la presión atmosférica; merced á cuyo mecanismo las variaciones de ésta se traducen en movimientos de R transmitidos por medio de un sistema de palancas *l* á la aguja indicadora.

Es sabido que la graduación de estos instrumentos se efectúa por comparación con un barómetro de mercurio.

En este grupo se incluye también el barómetro registrador de Richard, en el que varias cajas como la del de Vidi, pero superpuestas, transmiten sus variaciones de altura á un sistema de palancas, y éstas á una larga aguja móvil en un plano vertical; el extremo de la aguja, provisto de una pluma entintada, se apoya sobre la hoja de papel, que arrollada á un cilindro movido por una máquina de reloj, da la vuelta entera en una semana y recibe las impresiones de la pluma: de este modo quedan trazadas de una manera continua las variaciones de la presión atmosférica.

Fig. 20.



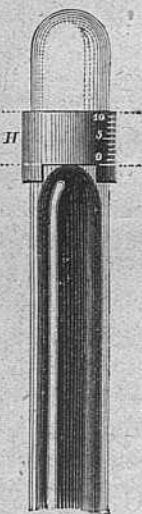
C. Los barómetros deben estar instalados en una habitación en que se renueve el aire sin dificultad, donde no haya fuego, ni toquen los rayos solares, ni se deje sentir la acción de arrastre de los vientos. La posición de los de mercurio debe ser perfectamente vertical, y de vez en cuando conviene comprobar, por medio de

un catetómetro, si la punta de marfil dista exactamente 76 centímetros, por ejemplo, de la raya marcada con este número, pues á veces dichos instrumentos sufren pequeñas dislocaciones que afectan á la posición del cero. También el termómetro adjunto debe ser comprobado de tiempo en tiempo.

Cada cuantos meses es preciso además limpiar la superficie del mercurio de la cubeta, que se oxida y pierde su brillo.

Los aneroides, bien contruídos, sustituyen con ventaja en ciertos casos al barómetro de mercurio; mas como complemento de la escala necesitan una tabla de corrección formada todos los años por la comparación del aneroide con un mercurial, durante varios días, en la cual consten las diferencias entre las indicaciones de ambos; ó bien aplicar á cada observación la fórmula de M. Wild, referente á la corrección de tales aparatos.

Fig. 21.



Manipulación.

D. Las operaciones que exige una observación con el barómetro de Fortin, son: 1.^a, lectura del termómetro corrector que acompaña al instrumento; 2.^a, dar con los dedos unas sacudidas laterales á la cubeta con objeto de imprimir cierta agitación al mercurio y normalizar el efecto de la capilaridad; 3.^a, hacer girar en uno ú otro sentido el tornillo V, hasta que la punta de marfil quede tangente á la superficie del metal líquido en la cubeta; 4.^a, aguardar unos instantes, y aun volver á sacudir ligeramente el instrumento, y mirar si la punta continúa tangente al mercurio; 5.^a, conseguido esto, hacer correr el nonius de la parte superior hasta que su borde inferior resulte rasante con la parte superior del menisco, según puede verse con amplificación y sin otros detalles en la figura 21; en tal disposición la luz que manda el espejo posterior ó la libre, si el aparato está sostenido en un trípode, es interceptada ó deja de verse á través del barómetro por lo alto del menisco.

Terminadas estas operaciones se efectúa la corrección de capilaridad, que consiste en añadir al número leído una cantidad constante facilitada por el constructor del aparato, ó calculada con el auxilio de la tabla de Delcros; y de la suma se resta otra corrección debida á la temperatura, cuando ésta es superior á 0°, pues en el caso contrario también es aditiva. El valor de esta corrección se halla con auxilio de la tabla 5.^a tomada, así como el siguiente ejemplo que sirve de explicación del manejo de la misma, del *Anuario del Observatorio de Madrid*.

«¿Qué corrección por temperatura debe aplicarse á una lectura barométrica de 652^{mm},7, efectuada á los 24°,6 del termómetro centígrado?— Como las correcciones comprendidas en las líneas horizontales, señaladas por los números 650 y 655, apenas difieren unas de otras, la corrección buscada se hallará entre las correspondientes á las mismas líneas. Pues bien: á 2° de temperatura corresponde una corrección de 0^{mm},210; luego á 20° corresponderá otra de 2^{mm},10. La correspondiente á 4° asciende á 0^{mm},42. Y la que proviene de la fracción 0°,6 es solo de 0^{mm},06. Sumando las tres correc-

TABLA 5.^a — Reducción de la columna barométrica á 0°.

Las alturas y las correcciones están expresadas en milímetros.

Alturas	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°
450	0,073	0,145	0,218	0,290	0,363	0,436	0,508	0,581	0,654
55	073	147	220	294	367	441	514	587	661
60	074	149	223	297	371	445	520	594	668
65	075	150	225	300	375	450	525	600	675
70	076	152	228	303	379	455	531	607	683
475	0,077	0,153	0,230	0,307	0,383	0,460	0,537	0,613	0,690
80	077	155	232	310	387	465	542	620	697
85	078	157	235	313	391	470	548	626	704
90	079	158	237	316	395	474	554	633	712
95	080	160	240	320	399	479	559	639	719
500	0,081	0,161	0,242	0,322	0,402	0,483	0,564	0,644	0,725
05	081	163	244	325	407	488	569	650	732
10	082	164	246	328	411	493	575	657	739
15	083	166	249	332	415	497	580	663	746
20	084	167	251	335	419	502	586	670	753
525	0,085	0,169	0,254	0,338	0,423	0,507	0,592	0,676	0,761
30	085	171	256	341	427	512	597	683	768
35	086	172	258	345	431	517	603	689	775
40	087	174	261	348	435	522	609	696	782
45	088	175	263	351	439	526	614	702	790
550	0,089	0,177	0,266	0,354	0,443	0,531	0,620	0,708	0,797
55	089	179	268	357	447	536	625	715	804
60	090	180	270	361	451	541	631	721	811
65	091	182	273	364	455	546	637	728	819
70	092	184	275	367	459	551	642	734	826
575	0,093	0,185	0,278	0,370	0,463	0,555	0,648	0,741	0,833
80	093	187	280	374	467	560	654	747	840
85	094	188	283	377	471	565	659	753	848
90	095	190	285	380	475	570	665	760	855
95	096	192	287	383	479	575	671	766	862
600	0,097	0,193	0,290	0,386	0,483	0,580	0,676	0,773	0,869
05	097	195	292	390	487	584	682	779	877
10	098	196	295	393	491	589	687	786	884
15	099	198	297	396	495	594	693	792	891
20	100	200	299	399	499	599	699	799	898

(Continúa la tabla anterior.)

Alturas.	1 ^o	2 ^o	3 ^o	4 ^o	5 ^o	6 ^o	7 ^o	8 ^o	9 ^o
625	0,101	0,201	0,302	0,403	0,503	0,604	0,704	0,805	0,906
30	101	203	304	406	507	609	710	811	913
35	102	204	307	409	511	613	716	818	920
40	103	206	309	412	515	618	721	824	927
45	104	208	312	415	519	623	727	831	935
650	0,105	0,209	0,314	0,419	0,523	0,628	0,733	0,837	0,942
55	105	211	316	422	527	633	739	844	949
60	106	213	319	425	531	638	744	850	956
65	107	214	321	428	535	642	749	857	964
70	108	216	324	431	539	647	755	863	971
675	0,109	0,217	0,326	0,435	0,543	0,652	0,761	0,869	0,978
80	109	219	328	438	547	657	766	876	985
85	110	221	331	441	551	662	772	882	993
90	111	222	333	444	555	667	778	889	1,000
95	112	224	336	448	559	671	783	895	1,007
700	0,113	0,225	0,338	0,451	0,564	0,676	0,789	0,902	1,014
05	114	227	341	454	568	681	795	908	1,022
10	114	229	343	457	572	686	800	914	1,029
15	115	230	345	460	576	691	806	921	1,036
20	116	232	348	464	580	696	811	927	1,043
725	0,117	0,233	0,350	0,467	0,584	0,700	0,817	0,934	1,051
30	118	235	353	470	588	705	823	940	1,058
35	118	237	356	473	592	710	828	947	1,065
40	119	238	357	477	596	715	834	953	1,072
45	120	240	360	480	600	720	840	960	1,080
750	0,121	0,242	0,362	0,483	0,604	0,724	0,845	0,966	1,087
55	122	243	365	486	608	729	851	972	1,094
60	122	245	367	489	612	734	857	979	1,101
65	123	246	369	493	616	739	862	985	1,108
70	124	248	372	496	620	744	868	992	1,116
775	0,125	0,250	0,374	0,499	0,624	0,749	0,873	0,998	1,123
80	126	251	377	502	628	753	879	1,005	1,130
85	126	253	379	506	632	758	885	1,011	1,137
90	127	254	382	509	636	763	890	1,018	1,145
95	128	256	384	512	640	768	896	1,024	1,152
800	0,129	0,258	0,386	0,515	0,644	0,773	0,902	1,030	1,159

ciones parciales, se obtendrá para total $-2^{\text{mm}},58$ ó $-2^{\text{mm}},6$, limitándose á la primera cifra decimal».

E. Cuando las observaciones están destinadas á ser estudiadas y comparadas con otras de fuera de la localidad, deben sufrir además una corrección por razón de la latitud del paraje, y ser reducidas al nivel del mar; operaciones de cálculo de que no nos ocupamos.

F. El manejo del barómetro aneroide no exige otros cuidados que el de procurar evitar el error de paralaje al hacer la lectura, y el de efectuar la corrección de las observaciones con auxilio de la tabla de diferencias, formada cada cuantos meses, entre sus indicaciones y las de un barómetro de Fortin.

En los aparatos registradores el único cuidado consiste en mudar la hoja de papel todos los lunes entre 8 y 10 de la mañana, dar cuerda al reloj y llenar la pluma con la tinta especial que acompaña á los mismos, y que por ser de base de glicerina no se seca fácilmente. Al colocar la nueva hoja hay que cuidar que la pluma coincida con la hora que marque un reloj de buena marcha y que debe ser la misma á que se quitó la hoja de la semana anterior: un error de algunos minutos no significa nada, pues la distancia entre dos líneas curvas del papel, equivalente á dos horas, es de 4 á 5 milímetros, de modo que el tiempo no puede medirse con aproximación mayor de 15 minutos. Estos barómetros deben compararse de tiempo en tiempo con uno de mercurio, lo mismo que los anteriores.

Parte práctica.

G. Los alumnos pueden hacer cada día una observación con el barómetro de mercurio y otra con el aneroide ú *holostérico*, anotándolas en un cuaderno á propósito, y formando, con el conjunto de ellas, curvas como la de la lámina iv, y una tabla de corrección del aneroide.

No creemos necesarias más explicaciones respecto de la construcción de las cuadrículas y curva de la lámina iv después de lo dicho en los *Ejercicios* 3.º y 4.º respecto de otras análogas (*).

(*) Colocamos los problemas que se refieren á la temperatura, humedad y presión después de los de medidas de longitudes, por considerarlos como fun-

EJERCICIO 6.º

Conocimiento y manejo de las balanzas: cajas de pesas: examen de las condiciones de una balanza.

Parte descriptiva.

A. En tres grupos podemos clasificar las balanzas más generalmente usadas en los laboratorios: *las de precisión*, sensibles en grado tal que se construyen modelos capaces de apreciar $\frac{1}{10}$ de miligramo cuando los platillos están cargados con 10 kilogramos cada uno, y otras que ceden á pesas de 5 miligramos cuando cada platillo sostiene 75 kilogramos; las de *sensibilidad media*, de que abundan también los modelos, entre las cuales pueden citarse la balanza hidrostática, los pesos de moneda, y los que frecuentemente se ven en las oficinas de farma-

damentales; porque los alumnos que hacen prácticas pueden dedicarse á efectuar dichas tres durante todo el curso; por llamar desde el primer momento la atención de los discípulos hacia el carácter de la experimentación física; y, finalmente, con objeto de desarrollar la afición hacia los estudios meteorológicos y climatológicos.

La mayor parte de los pueblos de España tienen sus profesores médico y farmacéutico, y no hay farmacia, por punto general, donde no existan termómetro y barómetro aneroide. Un poco de cuidado en la instalación de estos aparatos, la adición de algún otro bien sencillo, cierta constancia respecto de la hora de observarlos, el pequeño trabajo de llevar un registro diario de sus indicaciones, y el insignificante y curioso de anotar á la vez antecedentes sobre ciertos fenómenos, como las tempestades, lluvias, nieves, heladas, vientos, etc., y datos botánico-zoológicos, como el brote de las yemas, la floración, la madurez de los frutos y la desfoliación de ciertas plantas, el paso de las aves que emigran, la presencia de ciertos insectos en sus varios estados, etc., darían por resultado al cabo de cierto tiempo la posesión de un caudal de conocimientos referentes á la climatología del país, inapreciables é interesantes por demás.

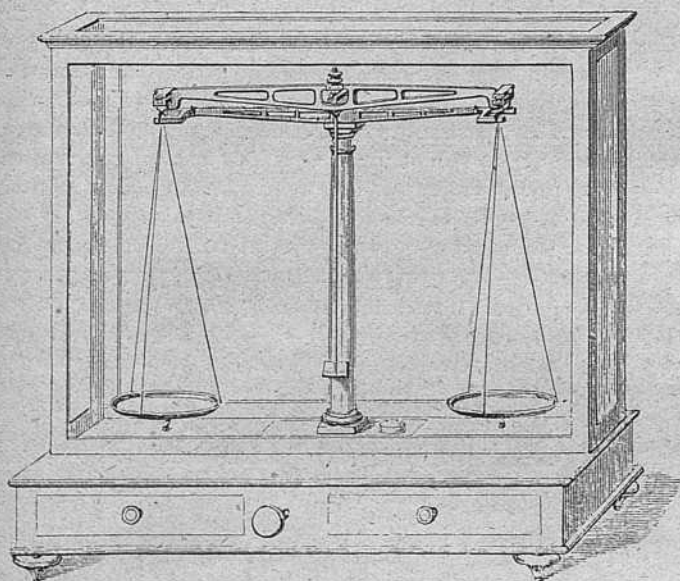
La anotación diaria de los fenómenos meteorológicos puede abreviarse adoptando los signos de la lámina v, acordados unos por el Congreso de Viena, y propuestos otros por el *Observatorio de Madrid*, de uno de cuyos Anuarios tomamos el original de dicha lámina v.

Las horas recomendadas en el caso de hacerse dos observaciones al día son las nueve de la mañana y las tres de la tarde: la semisuma de ambas es la media; y sumando las medias de los días del mes, y dividiendo por 28, 29, 30 ó 31, según los casos, se obtiene la media mensual; como sumando las 12 medias mensuales y dividiendo por 12 se tiene la media anual. Estos datos medios son la síntesis de las observaciones cuya fijación debe perseguirse.

cia; y, por último, las *balanzas ordinarias*, entre cuyos varios sistemas se recomienda por la comodidad de su manejo, la llamada de Roberval.

B. Afamados constructores de varios países han creado tipos de

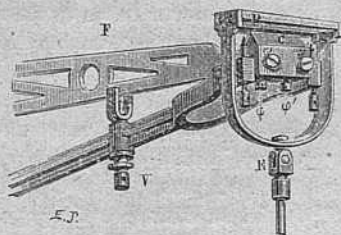
Fig. 22.



balanzas de gran precisión, en los cuales se procuran realizar con la mayor perfección posible las condiciones teóricas de estos aparatos. Mas en la imposibilidad de darlos á conocer todos, nos concretamos á trasladar la descripción que el justamente reputado Sr. Salleron hace del modelo que sale de sus talleres y la figura 22 representa.

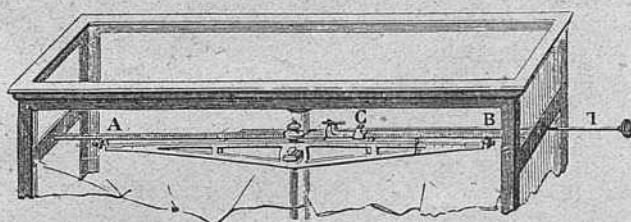
Este instrumento se encuentra encerrado en una caja de cristal que lo preserva del polvo, de la humedad y de la acción de los gases y vapores que abundan en los gabinetes y laboratorios de Física. La palanca es de bronce y con vacíos en su espesor que á la vez la hacen tan ligera y resistente como es debido: descansa por medio de una cuchilla de acero sobre un plano de ágata, y lleva en sus extremos otras cuchillas de acero C (fig. 23), cuyo corte mira hacia arriba, sobre las cuales descansan los estribos

Fig. 23.



de suspensión E, de los platillos; cuatro tornillos φ y φ' , v , v' , situados en cada uno de los mismos extremos, permiten mover estas cuchillas en todos sentidos, colocarlas perpendicularmente á la dirección de la palanca, y corregir la desigualdad de los brazos. Otro tornillo situado encima del medio de la palanca, y unido á una pequeña masa adicional, está destinado á subir ó bajar el centro de gravedad del instrumento, y, por lo tanto, á aumentar ó disminuir su sensibilidad; y una aguja larga central, que se dirige hacia abajo y oscila con la cruz, recorre un arco de círculo dividido, indicando y midiendo los más pequeños vaivenes. El mecanismo para que la cuchilla que sirve de apoyo al aparato no trabaje durante el reposo, consiste en otra palanca, cada uno de cuyos brazos va atravesado por un tornillo V, destinado á introducirse en una oquedad correspondiente de la palanca de la balanza cuando la primera sube muy suavemente haciendo girar un botón que se ve entre los dos cajones en la figura 22, y que pone en movi-

Fig. 24.



miento un excéntrico y una varilla vertical alojada en el interior de la columna que sostiene el instrumento: la rotación de este botón en uno y otro sentido determina el descanso de la palanca de la balanza sobre el plano de ágata ó sobre los dos tornillos V; y á la vez el de los platillos sobre unos pinceles-topes, indicados en la figura 22, cuyo objeto es evitar los movimientos oscilatorios y giratorios que los platillos, suspendidos de alambres sumamente delgados, experimentan por cualquier sacudida ó contacto.

Con objeto de concluir de afinar las pesadas con más comodidad y exactitud que empleando las pesas pequeñas, muchos modelos llevan un *montante* ó *jinetillo* de alambre (*reiter*) figura 24, el cual puede ser trasladado de un punto á otro del brazo de palanca por medio del tirador CT; según su distancia al apoyo, el peso de esta piececita adicional equivale á más ó menos pesas añadidas en el platillo; de modo que si la barra AB lleva una división adecuada, es excusado el manejo de las pesas de miligramo y sus fracciones, por ejemplo.

Finalmente, en el interior de la caja de cristal debe haber un vasito con piedra pómez impregnada de ácido sulfúrico, ó trozos de cloruro

de calcio, á fin de que absorban la humedad; y todo el aparato descansa sobre tres tornillos que permiten mantenerlo horizontal, con auxilio de un nivelito de aire, ya circular como el marcado en la figura 22, ó bien de la forma ordinaria (fig. 25).

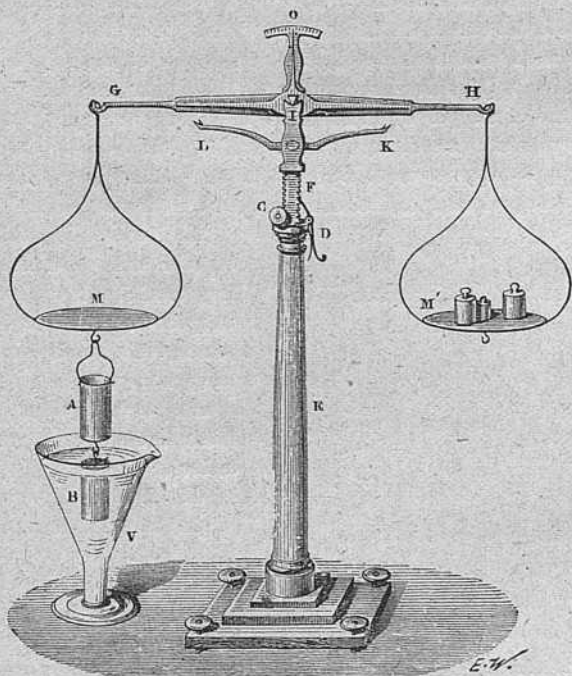
Las balanzas de precisión deben instalarse sobre firme, en una habitación lo menos expuesta que posible sea á las trepidaciones y á los cambios de temperatura, que no sólo comprometen la sensibilidad de las mismas, sino su exactitud, pues los brazos se dilatan con frecuencia desigualmente. Un rayo procedente de una bujía colocada á un metro de la caja llegó á producir al cabo de siete minutos una separación del cero del arco, equivalente á la sobrecarga de un miligramo, en una observación de Jolly.

C. No menos imposible es el intento de describir la multitud de tipos existentes de balanzas de sensibilidad media: en ningún gabinete fal-

Fig. 25.



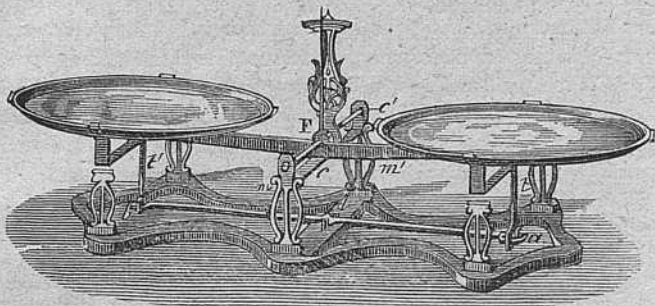
Fig. 26.



ta, entre otras, la llamada hidrostática, y la figura 26 representa (en el momento de demostrar el principio de Arquímedes) un modelo de

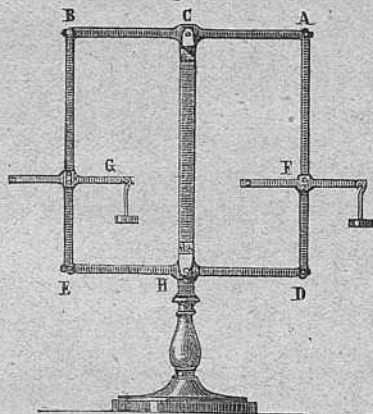
que se dispone en muchos laboratorios. — Lo característico de este aparato es la altura á que quedan los platillos, y un ganchito que exis-

Fig. 27.



te en el centro de cada uno de ellos. Para levantarlos á mayor altura aún, la cruz va sostenida sobre una barra dentada *F* que puede subir ó bajar dando vueltas al botón *C*, y quedar detenida donde convenga con auxilio del muelle *D*. La cuchilla central de acero se apoya en el interior de un diedro obtuso *I*, también de acero; la aguja ó fiel y el arco graduado *O*, están por encima, y en la suspensión de los platillos *G* y *H* existe el simple contacto de dos cuchillos, uno que el brazo de palanca presenta con el corte hacia arriba y otro con el corte hacia abajo, y que descansa en el anterior, tallado dentro del gancho en que terminan superiormente los alambres sostenedores de los platillos.

Fig. 28.



La barra *LK* impide el trabajo en el apoyo *I* mientras no hay precisión de usar el aparato, y los tornillos del pie sirven para nivelar la balanza siempre que haya de emplearse, con ayuda de una plomada unida á la columna por la parte posterior.

D. De las balanzas ordinarias, ninguna más sólida, estable, cómoda y de poco volumen que la de Roberval, representada por la figura 27. La cruz ó palanca *F* de este instrumento descansa por medio de una larga cuchilla transversal

cc' en dos chapas que forman parte de los montantes *m* y *m'*, y lleva hacia arriba la aguja ó fiel: otra barra inferior *ab* oscila, análoga-

mente á la cruz, alrededor de su punto medio d , y va enlazada con la verdadera palanca que sostiene los platillos por medio de dos varillas verticales t y t' , de forma que entre las cuatro constituyen un paralelogramo articulado; mecanismo que con toda claridad representa en esqueleto la figura 28, en la cual las barras transversales G y F hacen oficio de platillos. La propiedad característica de esta combinación de palancas, es que dos pesos iguales se equilibran, ó, lo que es lo mismo, no ponen en movimiento el paralelogramo, sea cual fuere el punto de los platillos ó de las barras G y F en que se les coloque.

E. He aquí dos combinaciones ó cajas de pesas que suelen no faltar en ningún laboratorio.

Primera.

1 ^{k.}	500 ^{g.}	200 ^{g.}	100 ^{g.}	100 ^{g.}	50 ^{g.}	»
20 ^{g.}	10 ^{g.}	10 ^{g.}	5 ^{g.}	2 ^{g.}	2 ^{g.}	1 ^{g.}

Segunda.

100 ^{g.}	50 ^{g.}	20 ^{g.}	10 ^{g.}	10 ^{g.}	5 ^{g.}	2 ^{g.}	1 ^{g.}
1 ^{g.}	5 ^{dg.}	2 ^{dg.}	1 ^{dg.}	1 ^{dg.}	5 ^{cg.}	2 ^{cg.}	1 ^{cg.}
1 ^{cg.}	5 ^{mg.}	2 ^{mg.}	1 ^{mg.}	1 ^{mg.}	1 ^{mg.}	»	»

Las pesas grandes se construyen de latón dorado ó platinado, si se destinan á usos científicos; y las divisiones del gramo con platino, aluminio y aun oro: unas y otras deben ser manejadas cuidadosamente, auxiliándose el operador de pinzas para que no se oxiden ni deformen.

Manipulación.

F. El examen de las condiciones mecánicas de una balanza más ó menos sensible, pero bien construída, requiere las operaciones siguientes:

1.^a Instalado sólidamente el aparato y bien nivelado, la palanca debe poder descansar sin movimiento alguno sobre la barra destinada al objeto (figs. 22 y 26), la cual la habrá de coger y soltar simultáneamente por uno y otro lado, lo mismo que á los platillos si para ello están dispuestos.

2.^a Abandonada la balanza á sí misma debe oscilar lentamente, pero las oscilaciones habrán de decrecer de amplitud con rapidez, y cuando cesen, la aguja ha de marcar el cero del arco dividido. Lo propio sucederá si los platillos soportan cargas iguales, ya estén los pesos colocados en el centro, ya en los bordes de los mismos, ó bien si se los cambia de uno á otro.

3.^a El fiel ó aguja debe moverse paralelamente al arco graduado y muy próximo á él, tanto si los platillos están pendientes como si los quitamos de la palanca.

4.^a Colocando un cuerpo cualquiera en uno de los platillos se le equilibra con tara (granalla de zinc, perdigones, etc.), y después se cambian de platillos el cuerpo y la tara: si subsiste el equilibrio los brazos de palanca son iguales, cosa que no sucede en el caso contrario, y entonces es necesario operar siempre por el método de dobles pesadas. Este método es el preferible al emplear balanzas muy sensibles, pues de no seguirle puede resultar ilusoria la ventaja que proporciona una gran sensibilidad.

G. Para comprobar las condiciones de una balanza de precisión se practican además las operaciones siguientes:

1.^a Estando descargados los platillos, si se colocan sobre uno de ellos pesas de un miligramo á un décimo de miligramo, la balanza debe inclinarse de una manera muy apreciable y en relación con las pesas.

2.^a Cargando los platillos con el máximo peso para que está construída la balanza según el fabricante, debe oscilar igualmente adicionando las mismas pesas de un miligramo á un décimo de miligramo.

3.^a Equilibrados dos pesos en el aparato, si hacemos oscilar varias veces la palanca y otras tantas observamos la división marcada por la aguja cuando sobreviene su quietud final, el reposo se verificará en el mismo sitio, á no ser que el juego de la suspensión de los platillos tuviera algún defecto.

H. En la generalidad de las balanzas la sensibilidad disminuye con la carga, aun operando dentro del límite de peso indicado por el constructor, y puede considerarse medida por las indicaciones de la aguja en el arco graduado bajo el peso de 0^{er},001, ó el de 0^{er},005, ó el de 0^{er},01, etc., se-

gún la precisión del aparato. El medio más elemental, aunque poco exacto, de formar una tabla de sensibilidad de una balanza para diversas cargas es el siguiente: supongamos que se trata de una balanza hidrostática y que vamos á referir su sensibilidad al centigramo; se anota primero la desviación del fiel bajo la acción de esta pesa sola; después se colocan 50 gramos, por ejemplo, en cada platillo, y se observa la desviación añadiendo en uno el centigramo; luego se experimenta de igual modo con cargas de 100, 150, 200, etc., gramos, apuntando siempre las desviaciones, cada vez de menor amplitud, de la aguja, y así se continúa hasta llegar á una carga á la cual el aparato sea insensible al centigramo.

La tabla de sensibilidad de una balanza, al miligramo, ó al décimo de éste, ó á la pesa que se crea adecuada al uso y condiciones del aparato, debe conocerse y conservarse.

I. Las pesas de cada caja tienen también que sufrir una corrección, pues aun las que proceden de fabricantes acreditados suelen ofrecer pequeñas diferencias relativas, aparte de las absolutas. No juzgamos, sin embargo, oportuno ocuparnos de tal asunto en el presente libro.

Parte práctica.

J. Los alumnos pueden examinar las diversas balanzas del laboratorio, comprobando en ellas si la arista de apoyo está más alta que el centro de gravedad, si los puntos de suspensión de los platillos y el apoyo están en un mismo plano, si la palanca es suficientemente rígida y ligera y sus brazos iguales en longitud y peso; si los platillos pesan igualmente y tienen gran movilidad en los puntos de suspensión; si los rozamientos están disminuidos todo lo posible, y en fin, los particulares diversos á que se refieren las operaciones explicadas en la manipulación.

Se ejercitarán también en construir tablas de sensibilidad de las mismas balanzas, y en efectuar pesadas, ya por el método ordinario, ya por el de las dobles pesadas. Para el caso en que operen con instrumentos finos conviene que tengan en cuenta las siguientes reglas prácticas:

1.^a No debe cargarse ni descargarse ningún platillo sin antes sostener la palanca por medio de la barra ú horquilla.

2.^a Sólo los metales sólidos ó cuerpos análogos pueden colocarse directamente sobre los platillos de la balanza : las demás sustancias deben pesarse en algún vaso ó lámina de platino, porcelana, etc., cuya tara sea conocida ó se determine. Si se trata de cuerpos que absorban mucho la humedad, conviene pesarlos en vasija cerrada.

3.^a No debe pesarse nunca ninguna vasija ó sustancia en caliente.

4.^a Debe procederse metódicamente á echar pesas en la balanza. Supongamos un cuerpo que pesa 7,738 gramos : se le coloca en un platillo, y en el otro la pesa de 10; es grande : en lugar de la de 10 se pone la de 5; es pequeña : se añade la de 2; aun es poco : se pone la de 1; mucho : en su lugar la de medio; poco : se añade la de 2 decigramos; poco : se pone 1 decigramo más; mucho : en lugar del decigramo se colocan 5 centigramos; mucho : en lugar de esta última pesa la de 1 centigramo; poco, etc.

5.^a Después de hecha la pesada es preciso evitar todo error en el recuento : al efecto se debe tener la práctica de anotar primero el peso observando las pesas que faltan en la caja, y comprobarlo después al quitarlas del platillo.

6.^a El método de dobles pesadas indicado más arriba (pág. 236, *F*, 4.^a) se practica colocando el cuerpo cuyo peso se busca en uno de los platillos y equilibrándole con tara puesta en el otro (la tara suele hacerse con perdigones de distintos tamaños, y cuando el peso de uno de éstos sea excesivo se recurre á alambres de latón, laminillas de estaño ó de aluminio, etc.). Después se quita el cuerpo y se equilibra de nuevo la balanza poniendo en su lugar pesas conocidas, cuyo valor representará el peso buscado.

K. No juzgamos propio de este libro el tratar de otras correcciones de los resultados obtenidos con las balanzas al pesar los cuerpos.

EJERCICIO 7.º

Determinar el peso específico de los cuerpos sólidos por medio de la balanza hidrostática.

Parte descriptiva.

A. Como indica el enunciado de la presente operación, el aparato necesario para realizarla es la balanza hidrostática, cuya descripción queda hecha en el ejercicio 6.º

Manipulación.

B. Cuatro casos pueden presentarse : 1.º, que el sólido sea más pesado que el agua; 2.º, que sea menos denso; 3.º, que sea soluble en la misma; 4.º, que sea muy poroso.

1.º *Cuerpos más densos que el agua.* Una vez nivelada la balanza y exploradas su precisión y su sensibilidad, se suspende el cuerpo de uno de los platillos por medio de un hilo metálico que se tara previamente, como indica la fig. 29, y se echan pesas en el otro platillo hasta restablecer el equilibrio : así se obtiene el peso, p , del cuerpo en el aire. En seguida se sitúa debajo un vaso lleno de agua destilada, cuya temperatura, t , conozcamos, y se hace descender la balanza con auxilio de la cremallera hasta que el cuerpo quede sumergido según representa la fig. 30; con lo cual el equilibrio se altera, y para restablecerlo es necesario añadir en el mismo platillo del cuerpo ciertas pesas, p' , equivalentes, según el principio de Arquímedes, al peso del agua desalojada : así se obtiene el peso de un volumen de agua igual al del cuerpo. Y tenidos estos datos, el peso específico, d , será :

$$d = \frac{p}{p'}.$$

Debe observarse que p' , peso del agua desalojada, no representa, á la vez que gramos, centímetros cúbicos, ó sea el volumen del líquido, ni por lo tanto el del cuerpo, sino á la temperatura de $+4^{\circ}$; por lo cual se necesita, cuando t sea

diferente de $+4^{\circ}$, corregir el resultado anterior en esta forma :

$$d = \frac{p}{p'} \times d',$$

llamando d' á la densidad del agua á la temperatura t . Como las balanzas hidrostáticas son, sin embargo, de sensibilidad media, tal corrección, que afecta á la tercera cifra decimal, resulta nula ó incierta por no recaer sobre ningún número experimental, y puede, en la mayoría de los casos, dejar de hacerse. La tabla 6.^a indica el peso específico del agua destilada á las temperaturas ordinarias, ó sean diversos valores de d' .

Fig. 29.

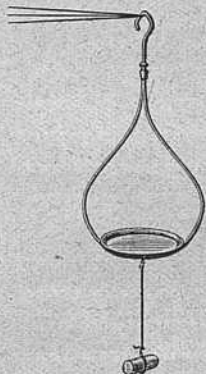


Fig. 30.

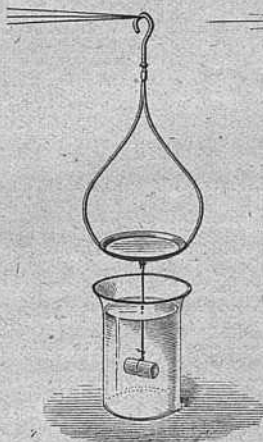
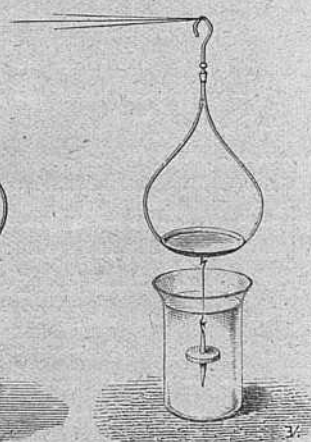


Fig. 31.



2.º *Cuerpos más ligeros que el agua.* Ante todo se suspende de uno de los platillos un trozo metálico, disco, bala, etc., con una punta, ó unos ganchos de alambre, por debajo (figura 31), sumergiéndolo en el agua destilada y equilibrándolo por medio de perdigones y arenilla colocados en el otro platillo. Hecho lo cual, se pesa el cuerpo sobre el mismo platillo de que pende la masa metálica, y se averigua la pérdida que experimenta por la inmersión en el agua clavándolo en la punta, ó sujetándolo en los ganchos de dicho trozo de metal.

Tanto en este caso como en el anterior debe procurarse que no queden burbujas de aire adheridas á los cuerpos sumergidos.

TABLA 6.^a — Peso específico del agua pura á diversas temperaturas.

0°.....	0,999873	16°.....	0,999079
0°,5.....	0,999900	16°,5.....	0,999036
1°.....	0,999927	17°.....	0,998794
1°,5.....	0,999946	17°,5.....	0,998703
2°.....	0,999966	18°.....	0,998612
2°,5.....	0,999983	18°,5.....	0,998517
3°.....	0,999999	19°.....	0,998422
3°,5.....	0,999999	19°,5.....	0,998317
4°.....	1,000000	20°.....	0,998213
4°,5.....	0,999999	20°,5.....	0,998108
5°.....	0,999999	21°.....	0,998004
5°,5.....	0,999984	21°,5.....	0,997894
6°.....	0,999969	22°.....	0,997784
6°,5.....	0,999949	22°,5.....	0,997675
7°.....	0,999929	23°.....	0,997566
7°,5.....	0,999902	23°,5.....	0,997431
8°.....	0,999878	24°.....	0,997297
8°,5.....	0,999845	24°,5.....	0,997187
9°.....	0,999812	25°.....	0,997078
9°,5.....	0,999771	25°,5.....	0,996939
10°.....	0,999731	26°.....	0,996800
10°,5.....	0,999685	26°,5.....	0,996681
11°.....	0,999640	27°.....	0,996562
11°,5.....	0,999583	27°,5.....	0,996418
12°.....	0,999527	28°.....	0,996274
12°,5.....	0,999470	28°,5.....	0,996130
13°.....	0,999414	29°.....	0,995986
13°,5.....	0,999349	29°,5.....	0,995837
14°.....	0,999285	30°.....	0,995688
14°,5.....	0,999205		
15°.....	0,999125		
15°,5.....	0,999102		

3.º *Cuerpos solubles en el agua.* Es preciso apelar al empleo de un líquido auxiliar en el cual el sólido no se disuelve, y cuya densidad, d' , con relación al agua sea conocida, ó la averigüemos en el acto de la operación : generalmente se echa mano al efecto de la esencia de trementina pura y rectificada. La determinación del peso específico del cuerpo, respecto del líquido auxiliar, se efectúa según las instruc-

ciones acabadas de dar cuando se trataba del agua; y después se multiplica la cifra que le representa por la densidad de la esencia de trementina.

Es muy importante cuidar con esmero lo referente á la adhesión de burbujas de aire cuando el cuerpo se sumerge en la esencia de trementina; y que el peso específico de ésta sea el que le corresponde á la temperatura t de la operación.

4.º *Cuerpos porosos*. En estas sustancias debe distinguirse la densidad aparente, D_a , ó sea la del cuerpo, con su volumen y peso, como si no fuera poroso; y la *densidad real ó efectiva*, D_r , correspondiente al supuesto de que el peso estuviera encerrado en el volumen real. La manipulación consiste en averiguar primero el peso, p , del cuerpo en el aire, suspendiéndolo de la balanza hidrostática: en ver después, haciéndole absorber agua por capilaridad, cuál es su nuevo peso, p' , y en establecer el peso p'' que tiene dentro del agua después de así relleno de este líquido. Practicado lo cual tendremos

$$D_a = \frac{p}{p' - p''}, \quad \text{y} \quad D_r = \frac{p}{p - p''}.$$

Obsérvese que, prescindiendo de la temperatura, en razón á que su influencia es insignificante frente á la inseguridad de las cifras que representan el peso específico de los cuerpos porosos, $p' - p$ es el volumen de los intersticios, $p' - p''$ el exterior ó aparente de la substancia, y $p' - p'' - (p' - p) = p - p''$ el volumen real.

La creta (carbonato de cal), y el carbonato de magnesia se prestan al anterior modo de operar; mas en la generalidad de los casos debe pulverizarse la substancia y determinar por medio del *volumenómetro* una cifra lo más aproximada posible al peso específico real, haciendo caso omiso del aparente en razón á la variabilidad del mismo con la estructura del cuerpo.

Parte práctica.

C. Los alumnos se ejercitarán en la determinación de pesos específicos de colecciones de substancias sólidas que

en el laboratorio debe haber preparadas al objeto. La tabla 7.^a contiene los pesos específicos de algunos de los cuerpos que pueden formar dichas colecciones.

TABLA 7.^a — Densidad de algunos cuerpos sólidos.

CUERPOS	Densidad.	CUERPOS	Densidad.
Platino laminado.....	21,50	Cristal de roca.....	2,650
Oro batido.....	19,362	Nitrato de sodio....	2,20
Tungsteno.....	19,12	Aragonito.....	2,93
Plomo fundido.....	11,34	Nitrato de potasio..	2,00
Plata batida.....	10,511	Cloruro de amonio..	1,45
Bismuto fundido.....	9,823	Ébano seco.....	1,187
Bronce de cañones....	8,440	Fósforo ordinario..	1,826 á 1,840
Hierro dulce.....	7,790	Id. amorfo....	1,964
Zinc fundido.....	7,15	Magnesio.....	1,73
Cromo....	6,625	Sosa.....	1,42
Sulfato de bario.....	4,460	Sulfato de hierro...	1,840
Iodo.....	4,948	Sulfato de magnesio.	1,660
Malaquita.....	3,50	Caucho.....	0,92
Flint-glas inglés.....	3,329	Cera blanca.....	0,97
Turmalina verde.....	3,15	Leño de ciprés....	0,60
Vidrio de botella.....	2,64	Hielo.....	0,91674
Espato de Islandia....	2,72	Leño seco de abeto.	0,481
Sulfato de sodio.....	2,246	Id. de nogal....	0,68
Potasa.....	2,264	Alcanfor.....	0,99
Cloruro de sodio.....	2,078	Creta. { Dens. aparente..	1,600
Yeso en polvo.....	2,332	{ Densidad real...	2,551

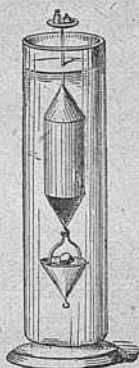
EJERCICIO 8.º

Determinar el peso específico de los cuerpos sólidos por medio del areómetro de Nicholson.

Parte descriptiva.

A. El *gravímetro* ó areómetro de Nicholson es un flotador (fig. 32) de volumen constante y peso variable, formado por un cilindro hueco de metal, cerrado por dos conos; del superior de éstos parte una varilla terminada en un platillo y señalada en cierto punto con una hendidura ó marca llamada *enrase*: del inferior pende una cestilla rellena de plomo, que puede colgarse bien como indica el grabado ó bien por el vértice inferior. Esta disposición hace que el aparato flote verticalmente.

Fig. 32.



Manipulación.

B. Sumergido el instrumento en una probeta de pie llena de agua destilada, y anotada la temperatura t , se colocan sobre el platillo superior las pesas p , necesarias para que el areómetro se hunda hasta la línea ó punto de *enrase*. En seguida se quitan las pesas y se coloca en su lugar el cuerpo cuyo peso específico se desea determinar, más las pesas p' , necesarias para que nuevamente se verifique el *enrase*, y la diferencia $p - p'$ será el peso del cuerpo. Se baja después el cuerpo á la cestilla, cuidando de que no se queden adheridas burbujas de aire, y como el instrumento se eleva algo, se adicionan sobre el platillo las pesas p'' suficientes para que vuelva á *enrasar*; pesas que representarán el peso de un volumen de agua igual al volumen de la substancia. Practicado lo cual, en el supuesto de que sea $t = 4^\circ$, tendremos

$$d = \frac{p - p'}{p''}; \quad \text{ó bien} \quad d = \frac{p - p'}{p''} \times d',$$

llamando d' á la densidad del agua á t° en general.

El aparato debe poseer el lastre suficiente para que su eje no se incline por efecto de la elevación del centro de gravedad cuando se colocan pesas en el platillo superior; á cuyo efecto, si fuere necesario, se añade en la cestilla alguna más cantidad de plomo.

Si el cuerpo fuese menos denso que el agua, la cestilla inferior se colgará por su vértice y en ella quedará así detenida la substancia cuando se la sumerge.

Parte práctica.

C. Los alumnos pueden ejercitarse en determinar pesos específicos por este procedimiento con las mismas colecciones de cuerpos sólidos á que en el ejercicio anterior hemos hecho referencia. Obsérvese que nada decimos respecto de las substancias solubles ni de las porosas, por considerarlo innecesario.

La elección de los trocitos de los cuerpos, cuando haya de hacerse, debe ser muy esmerada, cuidando á la vez de que en pureza y estructura representen lo más exactamente posible á la substancia, y á la vez que sean de poco peso.

EJERCICIO 9.º

Determinar el peso específico de los cuerpos sólidos por el método del frasco.

Fig. 33.

Parte descriptiva.

A. El material necesario para la presente operación se compone de una buena balanza y del frasco de vidrio representado por la figura 33, constituido por tres piezas ajustadas una en otra, á saber: la botellita propiamente dicha, cuya capacidad es de 50 á 60 centímetros cúbicos; el tapón largo y taladrado por un conducto capilar donde va señalada una raya *t*; y el otro tapón superior esmerilado que definitivamente cierra el conjunto.



Manipulación.

B. He aquí la práctica de este procedimiento : nivelada la balanza y explorado su estado de precisión y sensibilidad, se colocan en uno de los platillos el frasco lleno hasta la señal t á la temperatura ambiente, de agua destilada, como también el cuerpo dividido, según su tamaño y forma, en varios trocitos que quepan por la boca de la botella, equilibrándolo todo con perdigones y arenilla echados en el otro platillo. Se separa en seguida el cuerpo y en su lugar se restablece el equilibrio de la balanza con las pesas p necesarias y que representarán el peso del cuerpo en el aire. Quitadas las pesas, introducido el cuerpo en el frasco, limpio éste por fuera y lleno sólo hasta la raya t , se procede á colocarlo otra vez en la balanza así como las pesas p' , suficientes para restablecer el equilibrio y que representarán el peso del agua desalojada. Y practicado todo ello, tendremos

$$d = \frac{p}{p'} \times d',$$

siendo d' la densidad del agua á la temperatura del aire.

Este método es el más exacto de todos : la tercera cifra decimal (miligramos) procede directamente de la pesada, y, por lo tanto, la corrección de temperatura que afecta á dicha cifra (reducida á multiplicar por d' el cociente $\frac{p}{p'}$) puede y debe hacerse en aras de la exactitud. Pero es indispensable que no queden burbujas de aire adheridas al cuerpo cuando se le introduce en el agua, pues tal descuido induciría á errores notables, y al efecto conviene, antes de tapar el frasco (ya con el cuerpo dentro) tenerlo un rato sobre la platina de la máquina neumática bajo una campana en la cual se haya enrarecido el aire.

Parte práctica.

C. Los alumnos pueden ejercitarse en determinar por este procedimiento los pesos específicos de las sustancias

coleccionadas de que hemos hablado en las dos manipulaciones anteriores.

Creemos ocioso decir nada en este lugar referente á los cuerpos solubles y á los porosos.

EJERCICIO 10.

Determinar el peso específico de los líquidos por medio de la balanza hidrostática.

Parte descriptiva.

A. Lo único que se necesita es un pequeño tubo de vidrio cerrado por ambos extremos, y lleno en parte de mercurio, como lo representa la figura 34.

Fig. 34.

Manipulación.

B. Suspendido el tubo antedicho de uno de los platillos de la balanza, y equilibrado con perdigones y arenilla, se procede á introducirlo en el agua pura, á la temperatura t ambiente, contenida en un vaso que se coloca debajo del platillo, á la altura debida, con lo cual la balanza cae del lado de los perdigones, y para volver el fiel al cero es preciso colocar un cierto peso p , sobre el platillo de que pende el tubo. Este peso representa el de un volumen de agua igual al del cuerpo sumergido. Retirado el vaso, y limpio y seco el tubo, se repite la misma operación con el líquido cuya densidad deseamos encontrar; y sea p' el peso de un volumen del mismo igual al volumen del tubo, ó sean las pesas que en este caso restablecen el equilibrio; con tales datos calcularemos d , según la expresión

$$d = \frac{p'}{p} \times d',$$

lo mismo que en tres problemas anteriores.

Parte práctica.

C. Los alumnos deben ejercitarse en la determinación de pesos específicos por este procedimiento, bien con líquidos cuya densidad sea conocida, como los comprendidos en la tabla 8.^a, bien con disoluciones en las que varíe, según cualquier ley, el peso de la substancia disuelta, en cuyo último caso pueden además representarse después por medio de curvas las variaciones de la densidad según la proporción del cuerpo disuelto.

TABLA 8.^a— Densidad de algunos cuerpos líquidos.

CUERPOS	Densidad.	CUERPOS	Densidad.
Mercurio.....	13,59593	Glicerina.....	1,28
Ácido acético hidratado.	1,08005	Nitrobencina.....	1,200
Solución de ácido clor- hídrico á 0°	1,2109	Protocloruro de fósforo.	1,61616
Ácido fórmico	1,2227	Sulfuro de carbono....	1,29312
Id. nítrico	1,510	Ácido butírico	0,98862
Id. sulfúrico	1,843	Bencina pura.....	0,8995
Id. de Nordhausen..	1,896	Nafta.....	0,758
Alcohol.....	0,80950	Aceite de oliva.....	0,915
Id. amílico.....	0,8253	Bromo.....	3,18718
Id. metílico	0,81796	Bicloruro de estaño....	2,26712
Anilina	1,0361	Alcohol absoluto.....	0,795
Cloroformo.....	1,52523	Agua de mar	1,026
Cloruro de carbono....	1,64900	Agua destilada á 4° ...	1,000
Esencia de trementina.	0,872	Aceite de almendras dul- ces	0,917
Eter acético.....	0,901046	Leche de cabra	1,034
Id. butírico.....	0,90412	Id. de mujer.....	1,030
Id. fórmico.....	0,94474	Id. de vaca.....	1,032
Id. sulfúrico.....	0,73658	Jarabe de azúcar.....	1,334
Aldehido.....	0,80092	Vino de Málaga.....	1,056
Fósforo fundido.....	1,88	Id. de Burdeos	0,919

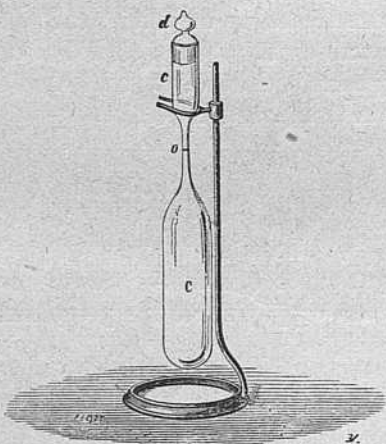
EJERCICIO 11

Determinar el peso específico de un líquido por el método del frasco.

Parte descriptiva.

A. Aun cuando puede emplearse sin dificultad el frasco de la figura 33, es preferible con mucho el de Regnault, representado por la figura 35, que permite operar á 0°. Consiste en un depósito cilíndrico de cristal, C, prolongado primero según un tubito muy estrecho, y continuado después con un vasito c, que puede cerrarse con el tapón esmerilado d: en el tubito existe una señal, o, y el todo descansa sobre un ligero soporte de latón.

Fig. 35.



Manipulación.

B. Con el frasco, figura 33, se opera así: una vez bien limpio y seco se averigua su peso, P, á la temperatura, T, del aire: después se le llena de agua destilada hasta la señal t y se determina su nuevo peso P'; y finalmente se vierte el agua, se seca muy bien el aparato, se le llena del líquido en estudio hasta t, y se fija su tercer peso P''. Practicado lo cual estableceremos

$$d = \frac{P'' - P}{P' - P} \times d',$$

siendo d' la densidad del agua á T°.

Cuando se opera con el frasco de Regnault sólo existe la variación de que el agua ó el líquido deben llenarlo hasta la señal o, después que el aparato se halla durante un cuar-

to de hora rodeado de hielo fundente. El cálculo se verifica por la misma fórmula, sólo que entonces d' será la densidad del agua á 0°.

El procedimiento del frasco es el más exacto, pero requiere que el instrumento no sufra compresiones, ni se caliente, ni aun por la influencia de la mano del operador. La desecación interior puede obtenerse sometiendo el frasco á la lámpara de alcohol, y, si es posible, introduciéndole un tubito muy delgado (como los que se producen estirando en el soplete otros más gruesos) y absorbiendo por éste. Por último, para conseguir que los frascos se llenen hasta la señal marcada, se hace uso bien de embuditos fabricados estirando tubos de vidrio á la lámpara de esmaltar, bien con auxilio del papel secante, bien (en algunos frascos de Regnault) como si se tratara de llenar ó vaciar el depósito de un termómetro.

Parte práctica.

C. Los alumnos se pueden ejercitar en comprobar ó comparar por el método del frasco densidades ya halladas por ellos empleando otros procedimientos.

EJERCICIO 12

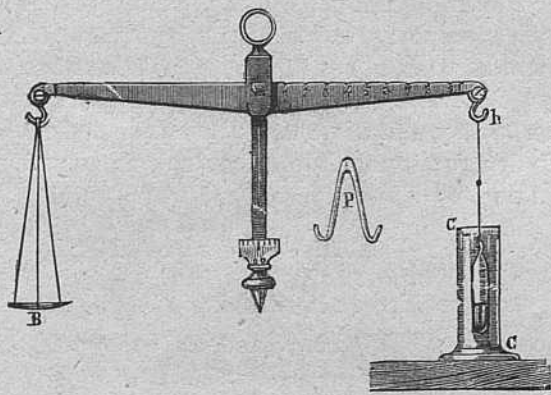
Determinar el peso específico de los cuerpos líquidos por medio de la balanza de Mohr.

Parte descriptiva.

A. El aparato consiste en una balanza ordinaria (fig. 36), uno de cuyos platillos está sustituido por un tubo de vidrio grueso, lleno en parte de mercurio, y suspendido del gancho correspondiente, h , por medio de un hilo de platino; siendo el peso del conjunto tal que el otro platillo lo equilibra al modo que se equilibran los dos platillos de cualquier balanza. La distancia entre la cuchilla-apoyo y el punto de suspensión del tubo va dividida en 10 partes iguales, ofreciendo al efecto el brazo de la palanca 9 incisiones, como de un milímetro de profundi-

dad, que en la figura aparecen numeradas. Por último, forman parte del instrumento tres sistemas de piezas metálicas de la figura indicada en P; unas que pesan tanto como el agua á 15°, desalojada por el tubo de vidrio; otras cuyo peso es 10 veces menor; y las terceras que pesan

Fig. 36.



100 veces menos que las primeras; horquillas ó jinetillos que designaremos respectivamente con letras I, D, C.

Manipulación.

B. Para comprender bien el manejo de la balanza de Mohr, observemos que sumergido el tubo en el agua destilada contenida en una probeta de pie, CC, el equilibrio se altera; siquiera sea posible restablecerlo suspendiendo del gancho *h* una pieza I. Además, si se traslada la pieza I á las ranuras 1, 2, 3... como el brazo de palanca sobre que actúa es $\frac{1}{10}$, $\frac{2}{10}$, $\frac{3}{10}$... del primitivo, equilibrará, de modo análogo á la romana, pesos iguales á 0,1, 0,2, 0,3... del suyo propio, y por tanto, del que corresponda al agua desalojada por el tubo inmersor: efecto semejante se producirá colocando las pesas D y C en las divisiones 1, 2, 3... Es decir, en resumen, que las piezas I representan, según su posición, décimas partes del peso de un volumen de agua igual al del tubo; las D décimas partes de las I; las C décimas de las D;

y por lo tanto, merced á tan ingeniosa disposición, se pueden apreciar $\frac{1}{1\,000}$ del peso del agua desalojada por el tubo, como si sólo hubiera piezas I, pero el brazo de palanca estuviese dividido en 1 000 partes.

C. Entendido esto, supongamos que se trata del peso específico de un líquido más ligero que el agua, el éter sulfúrico, por ejemplo: sumergido el tubo dentro de la campana CC llena de éter, el equilibrio de la balanza se altera, y para restablecerlo es preciso poner la pieza I en la incisión 7, una D en la 2, y una C en la 4: llamando x al peso de un volumen de agua igual al del tubo, tendremos para peso del volumen de éter

$$0,7x + 0,02x + 0,004x = 0,724x;$$

y para peso específico de la substancia

$$d = \frac{0,724x}{x} = 0,724,$$

en donde vemos que la posición de las horquillitas ó piezas I, D, C, es suficiente para la fijación directa de la cifra que representa el peso específico. Cuando la densidad del líquido sea superior á la del agua, bastará colgar previamente del gancho *h*, una, dos, tres... piezas I, que en tal caso representan enteros, según que se trate de un peso específico mayor que uno, ó que dos, ó que tres, etc. Así, sumergido el tubo en ácido sulfúrico es preciso colocar una horquilla I en *h*, otra en la incisión 8, una D en la 4, y una C en la 7; lo cual nos indicará que la densidad buscada es 1,847.

Parte práctica.

D. Este procedimiento, por su extraordinaria rapidez de ejecución, es muy á propósito para que los alumnos se ejerciten en la formación de tablas y curvas de variación de la densidad de las disoluciones, según las proporciones de las substancias disolvente y disuelta.

EJERCICIO 13.

Determinar el peso específico de los líquidos por medio del densímetro de Rousseau.

Parte descriptiva.

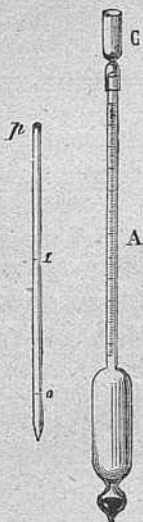
A. El densímetro de Rousseau es un areómetro de peso y volumen variables, compuesto (fig. 37) de dos porciones: el flotador A, cuya forma no difiere de la de todos los areómetros, y una capsulita C que puede quitarse y ponerse, y en la cual hay una señal que marca la capacidad de un centímetro cúbico. El instrumento es de cristal, y su escala está formada del modo siguiente: cargado con la capsulita ó vasito C, se gradúa el peso del lastre de modo que el areómetro quede sumergido en agua destilada á $+4^{\circ}$ con toda la varilla fuera, y en el punto de enrase va el cero: echando en C un centímetro cúbico de agua destilada á $+4^{\circ}$ (ó sea 1 gramo), el aparato se sumerge hasta un cierto punto donde se pone el núm. 20; y después el espacio entre ambos enrase se divide en 20 partes iguales y se prolonga la graduación hacia arriba cuanto se pueda.

En el supuesto de que la varilla del areómetro sea perfectamente cilíndrica, cada una de las divisiones representa $0^{\text{sr}},05$ colocados en C.

Manipulación.

B. Se introduce el aparato, sin la capsulita C, en un una probeta de pie, llena de agua destilada á $+4^{\circ}$ á ser posible: por medio de la pipeta *p* (fig. 37), en la cual va indicada también una capacidad de centímetro cúbico 0 — 1, se echa este volumen del líquido en estudio dentro del vaso C, y en seguida se coloca éste sobre el areómetro. La obtención de la cifra que representa el peso específico no puede ser más

Fig. 37.



fácil: llamando n á la división donde se verifica el enrase, tendremos

$$d = \frac{n \times 0,05}{20 \times 0,05 = 1} = n \times 0,05;$$

luego si hemos colocado, por ejemplo, en C un centímetro cúbico de bilis, y el densímetro se ha sumergido hasta la división 20,5, el peso específico de dicha substancia será $20,5 \times 0,05 = 1,025$.

Parte práctica.

C. Como el presente procedimiento es de poca precisión, aunque de gran utilidad en los casos en que sólo se dispone de pequeñas cantidades de líquido, los alumnos pueden ejercitarse tan sólo en comprobar algunos pesos específicos ya determinados anteriormente por otros métodos.

EJERCICIO 14.

Determinar el peso específico de un líquido por medio de los areómetros de Baumé, Cartier y Beck.

Parte descriptiva.

A. Los cinco instrumentos que vamos á describir son areómetros de peso constante y *escala empírica*, y de escasísimo mérito; pero cuyo conocimiento se impone en razón al gran empleo que de los mismos se hace en los usos comunes.

1.º El areómetro de Baumé, destinado á los líquidos más pesados que el agua, consiste en un tubo de vidrio (fig. 38), cerrado por ambos extremos, con abultamientos que le dan mejores condiciones de flotación, y lastrado inferiormente con mercurio ó plomo, á fin de que se mantenga vertical dentro del agua. La escala está formada del modo siguiente: el peso del lastre es tal, que el aparato se sumerge casi hasta la extremidad superior introduciéndolo en agua pura á la temperatura de $+12^{\circ},5$, y semejante línea de enrase se considera como *cero*: sumergido el instrumento en una disolución de 15 partes de sal común en 85 de agua, á los mismos $+12^{\circ},5$, la nueva línea de flotación es el

grado 15; y entre ambos puntos se interpolan 15 divisiones iguales, y más abajo se continúa la división en partes iguales entre sí y á las anteriores, hasta llegar al número 70 poco más ó menos.

2.º El areómetro de Baumé, destinado á líquidos menos densos que el agua, sólo se diferencia del anterior en la manera de estar graduado: el lastre pesa lo suficiente para que, sumergido el aparato en una disolución de 10 partes de sal común y 90 de agua, á la temperatura de $+12^{\circ},5$, quede fuera del líquido toda la varilla, y en tal línea inferior de enrase va el *cero*: el grado 10, á la citada temperatura, corresponde al punto de enrase en el agua destilada; y el es-

Fig. 38.



pacio entre ambas líneas se divide en 10 partes iguales, y la escala se prolonga hacia arriba hasta completar unas 60 partes ó grados iguales entre sí y á los anteriores.

La figura 39 representa un areómetro que á la vez reúne los dos de Baumé: la graduación *l-l* de la izquierda corresponde al caso de líquidos menos densos que el agua, y entonces el instrumento se usa con sólo el lastre *c*, y la escala de la derecha sirve para líquidos más pesados que el agua, y en tal caso el lastre *c* se adiciona con otro *p* según indica el grabado.

3.º El areómetro que Beck destina á líquidos más ligeros que el agua es de vidrio, y de forma análoga á los de Baumé, y el *cero* de su escala se encuentra en la parte inferior de la varilla y corresponde al enrase en el agua destilada; sumergido el aparato en un líquido cuyo peso específico sea 0,850, marca el grado 30; y el espacio entre ambos enrases va, como se

comprende, dividido en 30 partes iguales, que continúan por arriba hasta el límite superior del instrumento.

4.º El areómetro de Beck para líquidos más pesados que el agua es también de vidrio y de forma idéntica á los anteriores: el enrase en el agua destilada se verifica hacia la extremidad alta de la varilla y á él corresponde el *cero*; y los grados de la escala son de la dimensión consiguiente á la inmersión del aparato en un líquido de densidad igual á 0,850 y á la división en 30 partes del espacio entre ambos enrases.

5.º El areómetro de Cartier es parecido en su aspecto á los precedentes, pero su escala no obedece á hecho alguno experimental; cuando menos Gay-Lusac así lo hubo de reconocer en la época en que realizó sus trabajos (1815-1824), por encargo del gobierno francés, para la construcción del alcoholómetro centesimal. Es á propósito para líquidos más ligeros que el agua, y como idea de su graduación puede indicarse que marca 10 en el agua pura lo mismo que el análogo de Baumé, y 29 donde este último 31.



Manipulación.

Los anteriores instrumentos no requieren en su manejo otros cuidados sino el de procurar que estén bien limpios, y el de operar á la temperatura de 12°5 á que están graduados, ó lo más próximo posible á ella. Como se comprende, se sumergirán más ó menos, y por lo tanto marcarán uno ú otro grado, según la densidad del líquido; pero desde luego se ve que no indican esta densidad, la cual no obstante, tratándose de los areómetros de Baumé (más usuales entre nosotros, como en Alemania los de Beck), puede calcularse por las siguientes fórmulas :

Para líquidos más densos... $d = \frac{144}{144 - n}$ $m=0 \quad d=1$

Para líquidos menos densos. . $d = \frac{128}{118 + n}$ (*) $m=10 \quad d=2$

$d = \frac{136'8}{126'4 + n}$ (Cortier)

V. G. Molodtsov

$d = \frac{146}{136 + n}$

Siendo n el número de grados que marca el instrumento.

A fin de evitar estos cálculos se han formado tablas de correspondencia, como las 9.^a y 10, entre las indicaciones de los cinco aparatos en cuestión y los pesos específicos á distintas temperaturas.

$16C = 15B + 22$

$165C = 155B + 22$

Parte práctica.

Puede servir de ejercicio la formación de cuadros de correspondencia entre los grados areométricos y las densidades, halladas ó calculadas, de ciertos líquidos más ó menos concentrados, como lejías, disoluciones ácidas, etc.

(*) Esta fórmula, deducida de la manera de graduar el areómetro de Baumé para líquidos menos densos que el agua, no da en la práctica resultados concordantes con los de la tabla 10, pero como las otras propuestas se hallan en el mismo caso, y además son empíricas, se ha preferido aquélla por ser racional.

TABLA 9.^a — Tabla para determinar el peso específico de los líquidos más densos que el agua por medio de los areómetros de Beaumé y Beck.

Grados areométricos.	Beaumé á 12°,50.	Beaumé á 17°,50.	Beck.	Grados areométricos.	Beaumé á 12°,50.	Beaumé á 17°,50.	Beck.
0	1,0000	1,0000	1,0000	39	1,3451	1,3714	1,2977
1	1,0066	1,0070	1,0059	40	1,3571	1,3846	1,3077
2	1,0133	1,0141	1,0119	41	1,3694	1,3980	1,3178
3	1,0201	1,0213	1,0180	42	1,3818	1,4118	1,3281
4	1,0270	1,0286	1,0241	43	1,3945	1,4257	1,3386
5	1,0340	1,0360	1,0303	44	1,4094	1,4400	1,3492
6	1,0401	1,0435	1,0366	45	1,4206	1,4545	1,3600
7	1,0483	1,0511	1,0429	46	1,4339	1,4694	1,3710
8	1,0556	1,0588	1,0494	47	1,4476	1,4845	1,3821
9	1,0630	1,0667	1,0559	48	1,4615	1,5000	1,3934
10	1,0704	1,0746	1,0625	49	1,4758	1,5158	1,4050
11	1,0780	1,0827	1,0692	50	1,4902	1,5319	1,4167
12	1,0857	1,0909	1,0759	51	1,4951	1,5484	1,4286
13	1,0935	1,0992	1,0828	52	1,5200	1,5652	1,4407
14	1,0994	1,1077	1,0897	53	1,5355	1,5824	1,4530
15	1,1095	1,1163	1,0968	54	1,5510	1,6000	1,4655
16	1,1176	1,1250	1,1039	55	1,6071	1,6180	1,4783
17	1,1259	1,1338	1,1111	56	1,6667	1,6364	1,4912
18	1,1343	1,1429	1,1184	57	1,6868	1,6552	1,5044
19	1,1408	1,1520	1,1258	58	1,7074	1,6744	1,5179
20	1,1585	1,1613	1,1333	59	1,7285	1,6941	1,5315
21	1,1603	1,1707	1,1409	60	1,7501	1,7143	1,5454
22	1,1692	1,1803	1,1486	61	1,7722	1,7349	1,5596
23	1,1783	1,1901	1,1565	62	1,7950	1,7562	1,5741
24	1,1875	1,2000	1,1644	63	1,8184	1,7778	1,5888
25	1,1968	1,2101	1,1724	64	1,8428	1,8000	1,6038
26	1,2063	1,2203	1,1806	65	1,8669	1,8228	1,6100
27	1,2160	1,2308	1,1888	66	1,8922	1,8461	1,6346
28	1,2258	1,2414	1,1972	67	1,9180	1,8701	1,6505
29	1,2358	1,2522	1,2057	68	1,9447	1,8947	1,6667
30	1,2459	1,2631	1,2143	69	1,9747	1,9000	1,6832
31	1,2562	1,2743	1,2230	70	2,0003	1,9459	1,7000
32	1,2667	1,2857	1,2319	71	2,0280	1,9726	1,7172
33	1,2773	1,2973	1,2409	72	2,0570	2,0000	1,7347
34	1,2881	1,3091	1,2500	73	2,0869	2,0282	1,7526
35	1,2992	1,3211	1,2593	74	2,1050	2,0571	1,7708
36	1,3003	1,3333	1,2687	75		2,0870	1,7895
37	1,3217	1,3458	1,2782	76		2,1080	1,8085
38	1,3333	1,3585	1,2879				

$$16C = 15B + 22$$

TABLA 10. — Correspondencia de los grados de los areómetros de Beaumé, Cartier y Beck con las densidades de los líquidos, en el caso de que éstos sean menos pesados que el agua.

Grados areométricos.	Beaumé á 12º,50.	Cartier á 12º,50.	Beck.	Grados areométricos.	Beaumé á 12º,50.	Cartier á 12º,50.	Beck.
0	—	—	1,0000	31	0,8742	0,8708	0,8457
1	—	—	0,9941	32	0,8690	0,8652	0,8415
2	—	—	0,9883	33	0,8649	0,8598	0,8374
3	—	—	0,9826	34	0,8588	0,8545	0,8333
4	—	—	0,9770	35	0,8538	0,8491	0,8292
5	—	—	0,9714	36	0,8488	0,8439	0,8252
6	—	—	0,9659	37	0,8439	0,8387	0,8212
7	—	—	0,9604	38	0,8391	0,8336	0,8173
8	—	—	0,9550	39	0,8343	0,8286	0,8133
9	—	—	0,9497	40	0,8295	—	0,8095
10	1,0000	—	0,9444	41	0,8249	—	0,8061
11	0,9932	0,9473	0,9392	42	0,8202	—	0,8018
12	0,9865	0,9406	0,9340	43	0,8156	—	0,7981
13	0,9799	0,9335	0,9289	44	0,8111	—	0,7944
14	0,9733	0,9764	0,9239	45	0,8066	—	0,7907
15	0,9669	0,9695	0,9189	46	0,8022	—	0,7871
16	0,9605	0,9627	0,9139	47	0,7978	—	0,7834
17	0,9502	0,9560	0,9090	48	0,7935	—	0,7799
18	0,9480	0,9493	0,9042	49	0,7892	—	0,7763
19	0,9420	0,9427	0,8994	50	0,7849	—	0,7727
20	0,9359	0,9363	0,8947	51	0,7807	—	0,7692
21	0,9300	0,9299	0,8900	52	0,7766	—	0,7658
22	0,9241	0,9237	0,8854	53	0,7725	—	0,7623
23	0,9183	0,9175	0,8808	54	0,7684	—	0,7589
24	0,9125	0,9114	0,8762	55	0,7643	—	0,7556
25	0,9068	0,9054	0,8717	56	0,7604	—	0,7522
26	0,9012	0,8994	0,8673	57	0,7565	—	0,7489
27	0,8957	0,8935	0,8629	58	0,7526	—	0,7456
28	0,8902	0,8877	0,8585	59	0,7487	—	0,7423
29	0,8848	0,8829	0,8542	60	0,7449	—	0,7391
30	0,8795	0,8764	0,8500				

$$\alpha = \frac{126'8}{126'4} \cdot 100 \text{ (Cartier)}$$

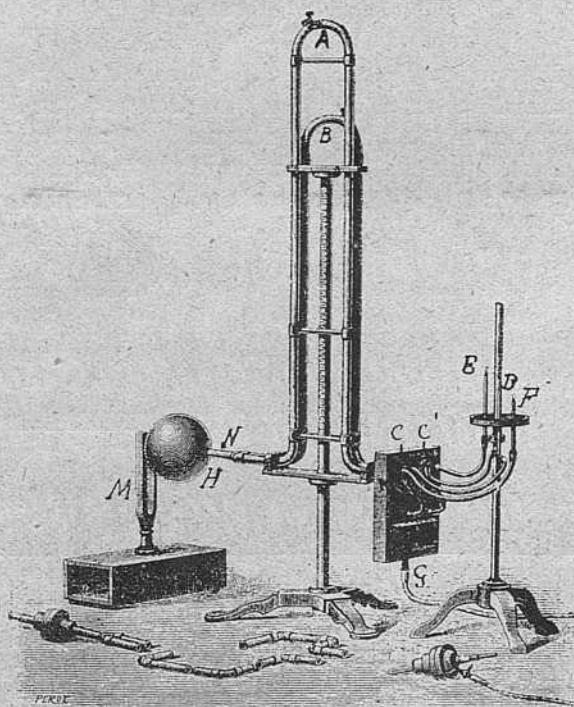
EJERCICIO 15.

Determinar la velocidad del sonido en los gases por medio de las interferencias.

Parte descriptiva.

A. El aparato que con tal objeto se emplea es el de Kœnig, representado en la figura 40, y compuesto de un tubo N destinado á recibir

Fig. 40.



las vibraciones y bifurcado en los A y B encorvados, y cuyas extremidades van á parar á dos cápsulas manométricas C y C': el tubo B es de longitud constante, pero el A, formado por dos que enchufan uno en

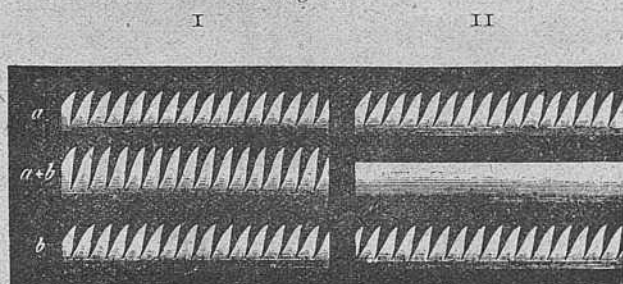
otro, puede alargarse cantidades variables á voluntad. Las cápsulas manométricas C y C' reciben gas del alumbrado por G, y de cada una de ellas salen dos tubitos de goma destinados á comunicar con los tres mecheros E, D y F: el primero E recibe el gas de uno de los tubos de la cápsula C'; el tercero F de otro de la C, y el de en medio D, bifurcado en su parte inferior, comunica á la vez con los otros dos tubos, uno de cada cápsula.

El sonido que se ha de emplear en este aparato es producido por el diapasón M y reforzado por el resonador H, que á la vez elimina vibraciones extrañas. Por último, la observación de las llamas de los mecheros se hace como en todos los procedimientos manométricos, colocando enfrente de ellos un prisma cuyas caras laterales son espejos y susceptible de girar rápidamente alrededor de su eje.

Manipulación.

B. La manera de funcionar el aparato anterior es sumamente sencilla: las vibraciones que penetran por N recorren los tubos A y B, que supondremos de igual longitud, y llegan á las cápsulas C y C' exactamente en la misma fase, con lo que las membranas vibrarán de igual modo, y com-

Fig 41.



primirán y dilatarán á la vez el gas que va á los mecheros: entonces las llamas de E y F vibrarán y la del D lo hará de igual manera, pero con mayor intensidad que las otras, por recibir el gas comprimido al mismo tiempo en las dos cápsulas, y las tres bandas luminosas que se observan en el espejo estarán dentadas como se ve en I, figura 41, siendo los dientes de la franja central más largos que los de la superior é inferior. Si se eleva ahora el tubo A de manera que

las vibraciones que le siguen se vean obligadas á recorrer mayor camino que las del B, al llegar á C y C' lo harán en fases cada vez más distintas, hasta que searr opuestas, en cuyo momento C y C' recibirán las semiondas condensada y dilatada: las llamas E y F seguirán vibrando lo mismo que antes; pero la D que recibe á la vez aumento y disminución de gas quedará estacionaria, y las bandas que se vean en el espejo tendrán la forma II de la figura 41. La diferencia de marcha correspondiente á ambos sistemas de vibraciones será entonces la mitad de la longitud de onda correspondiente al sonido empleado, y su medida será el doble de la elevación experimentada por el tubo A y medida por la escala trazada en la columna de hierro que sustenta el aparato.

Conocida la longitud de onda y el número de vibraciones del sonido á que esta longitud corresponde, se determina la velocidad por la fórmula

$$V = N \times L,$$

en la que N y L representan respectivamente los citados número y longitud.

C. Para aplicar el anterior aparato al objeto de este ejercicio se coloca en N el resonador H que corresponda al diapason M de tono conocido, y haciendo vibrar á este último, se va elevando poco á poco el tubo A hasta que el espejo demuestre que se ha producido la interferencia: se lee entonces la división que corresponde en la escala y el producto de este número por cuatro (que será la longitud de la onda entera) se multiplica por el número de vibraciones completas del diapason. En los diapasones contruídos por Koenig está inscrito el número de vibraciones sencillas, que es doble de el de las completas, y, por lo tanto, en la práctica bastará multiplicar aquél por el doble del alargamiento del tubo A.

D. Llenando el aparato con gases diferentes del aire, se podrá determinar la velocidad en ellos, siguiendo el mismo procedimiento, sólo que entonces el resonador debe ir separado del tubo N por una caja dividida en dos mediante una membrana elástica y destinada á impedir que se escape el gas que hay dentro de los tubos. Para llenar éstos del citado gas, van provistos en su parte superior de llaves que se ponen en comunicación con el aparato productor del mismo.

Parte práctica.

E. Es conveniente determinar primeramente la velocidad del sonido en el aire, empleando diapasones variados y hallando luego el término medio de todos los resultados obtenidos, pues de limitarse á un solo diapason, no resultarían números suficientemente exactos.

Después, y siguiendo la misma marcha, debe medirse la velocidad en el anhídrido carbónico, gas fácil de obtener y que no ofrece peligro para los alumnos: el número que para este cuerpo se halle no debe alejarse mucho de 255,3 metros.

EJERCICIO 16

Determinar el punto de fusión de un sólido.

Parte descriptiva.

A. Si el sólido se funde á temperaturas relativamente bajas, como sucede con las grasas, la cera, el azufre, etc., se sigue el procedimiento que á continuación se describe: estirado á la lámpara un tubo de vidrio no muy grueso y cerrada la punta por el mismo medio, se introduce en él, después de frío, un fragmento pequeño del cuerpo cuyo punto de fusión se investiga empujándole hasta el comienzo de la parte cónica. Se une el tubo á un termómetro sensible con anillos de goma ó con bramante, procurando que la parte donde está el fragmento de la sustancia se halle á la misma altura que el depósito, y el conjunto se sumerge en un baño transparente (agua, disolución saturada de cloruro cálcico, glicerina, aceite, etc.), que se calienta rápidamente primero y con lentitud al aproximarse el punto de fusión del cuerpo (*). La tempera-

(*) Para tener alguna idea de dicho punto conviene hacer una experiencia previa, la cual consiste en introducir la sustancia, á la vez que un termómetro, en un tubo de ensayo, y observar la temperatura cuando sea sensiblemente constante.

Si se dispone de poca materia se coloca un trocito sobre el depósito de un termómetro puesto horizontalmente y se calienta con suma precaución: la temperatura observada al liquidarse el cuerpo será próxima á la que se busca. Este medio tiene el inconveniente de ser muy expuesto, toda vez que el termómetro puede romperse si no se opera con gran cuidado.

tura del baño debe ser lo más uniforme posible, para lo cual se agita el líquido constantemente; y se observa el grado que marca el termómetro en el momento en que, fundido el cuerpo, pasa bruscamente por capilaridad á la parte más estrecha: este grado será el punto de fusión que se busca.

B. Más exacto que el anterior es el procedimiento siguiente, modificación del propuesto por Himly (*): un alambre de cobre ó de platino de 2 á 3 milímetros de diámetro y cuyo extremo inferior no presente bordes cortantes se recubre de una ligera capa de la substancia cuyo punto de fusión se busca y que debe ser mala conductora de la electricidad. Este alambre *a* (fig. 42) se sumerge en un tubo de vidrio *c*, que contenga mercurio y que se calienta por medio del baño *d*, y á su lado se coloca un termómetro, *b*, cuyo depósito debe quedar á la altu-

Fig. 42.

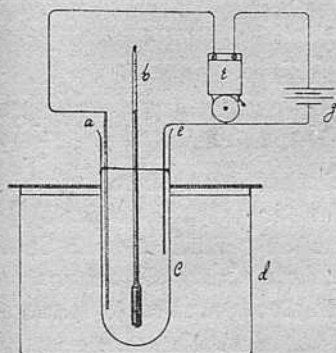
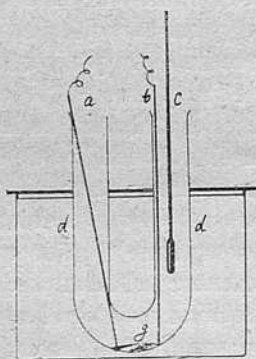


Fig. 43.



ra del extremo inferior de aquél: el alambre *a* forma parte de un circuito compuesto de un timbre eléctrico *t* y de una pila *g*, el cual se cierra introduciendo en el mercurio del tubo *c* el otro reóforo *e* de la pila.

En tanto que la substancia permanezca sólida el circuito se halla abierto y el timbre no suena; pero en cuanto aquélla se funde, el mercurio se pone en contacto con el metal del alambre y el timbre funciona: la temperatura que entonces marque el termómetro será la buscada.

(*) El método de Himly presenta dos inconvenientes: el primero es la necesidad de platear el depósito de un termómetro y recubrir de cobre, depositado por electrólisis, la capa de plata para hacerla más resistente; operaciones que, aunque no difíciles, son lentas y requieren algún cuidado: el segundo, más fundamental, consiste en que envuelto dicho depósito por una substancia, en general mala conductora del calor, estará en general á temperatura inferior á la del baño. Para evitar estos inconvenientes, el Sr. González Martí ha introducido la modificación arriba descrita, y cuyos resultados se han comprobado en el Laboratorio de Física de la Facultad de Ciencias de Madrid.

Si el cuerpo fuese buen conductor de la electricidad, se dispone el aparato como indica la figura 43: *a* es una barra del metal ó aleación que se estudia, la cual se introduce en la rama *d* de un tubo en U, *dd'*; en la rama *d'* se colocan un alambre de cobre, *b*, y un termómetro, *c*. Con los metales *a* y *b* se completa el circuito como en el caso anterior, y el tubo *dd'* se calienta por medio del baño *e*, que puede contener una de las substancias citadas ó aleación d'Arcet fusible á 94° (5 p. de Pb, 3 de Sn y 8 de Bi): en el momento de fundirse la barra *a*, la gota metálica líquida *g* cierra el circuito, y al pasar la corriente suena el timbre; se mira entonces el termómetro, que marcará la temperatura de fusión.

Manipulación.

C. Para operar por el procedimiento descrito en A sólo hay que cuidar que la temperatura se eleve lentamente al aproximarse el punto de fusión: además es preciso observar con gran atención el momento que el sólido se liquida y corre hacia la parte afilada del tubo.

Para poner en práctica el método B tratándose de una materia aisladora de la electricidad, lo primero es recubrir con ella el alambre de cobre ó platino; esto se consigue fundiendo en un tubo de ensayo dicha materia é introduciendo el alambre por un momento; al salir quedará cubierto de una capa de líquido que después de solidificarse no debe presentar soluciones de continuidad, fáciles de reconocer porque al montar el aparato y establecer el circuito comienza á sonar el timbre.

Tanto en un caso como en otro hay que repetir la operación varias veces y hallar la media aritmética de los resultados obtenidos.

Parte práctica.

D. Siendo el punto de fusión carácter fundamental de las especies químicas, conviene que los alumnos se habitúen á determinarle con exactitud.

Las substancias que mejor pueden emplearse para este ejercicio son las siguientes:

	Punto de fusión.		Punto de fusión.
Azufre.	113°,6	Cera amarilla.	63°
Aleación d'Arcet.	94°	» blanca.	65°
Ácido esteárico.	69°,2	Naftalina.	78°
» tartárico.	135°	Parafina.	45°

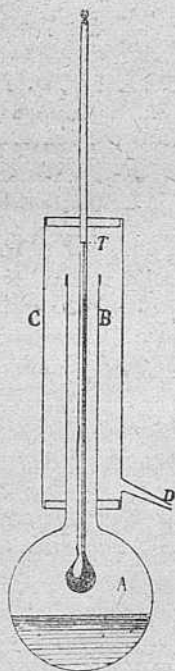
EJERCICIO 17

Determinar el punto de ebullición de un líquido volátil.

Parte descriptiva.

A. El aparato más apropiado para el objeto de este ejercicio es el de Berthelot, representado en la figura 44, y compuesto de un matraz A de 200 á 300 centímetros cúbicos de cabida, cuyo cuello largo B está envuelto por otro tubo más ancho C con tapones en sus extremos y provisto de un tubito D para dar salida á los vapores: el tapón superior del tubo C está atravesado por un termómetro de precisión T, cuyo depósito llega hasta el matraz, aunque sin sumergirse en el líquido. Este matraz se calienta con un foco cualquiera de manera que la ebullición sea regular.

Fig. 44.



Manipulación.

B. Colocado el matraz sobre una tela metálica que reparta el calor con regularidad é impida su ruptura, y sostenido por un soporte apropiado, se une el tubo D con un refrigerante que condense los vapores é impida que se repartan por la atmósfera: se enciende el fuego y se espera á que la temperatura del termómetro sea constante, en cuyo caso marcará la de ebullición que se busca.

Si se tratara de disoluciones en las que el vapor tiene distinta temperatura que el líquido, el depósito del termómetro debe sumergirse en este último, en cuyo caso no hay necesidad del aparato anterior, que puede ser sustituido por un matraz sencillo.

Hay que tener presente que el punto de ebullición de los líquidos varía con la presión, por lo que importa conocer y

fixar ésta al determinar aquél, lo que exige la lectura del barómetro.

Parte práctica.

C. Como el punto de ebullición constituye una de las constantes que caracterizan los cuerpos y pueden servir para comprobar su pureza, es conveniente aprender á determinarle con exactitud, y para ello deben elegirse líquidos que sean fáciles de obtener químicamente puros. Á continuación se indican los puntos de ebullición de algunos cuerpos apropiados para este ejercicio, así como también los de algunas disoluciones salinas saturadas :

Éter ordinario.....	35°
Cloroformo.....	60°,8
Alcohol absoluto.....	78°,3
Bencina.....	80°,4
Alcohol amílico.....	132°
Esencia de trementina.....	157°
Disolución saturada de cloruro amónico.....	114°,2
> > de cloruro sódico.....	109°,7
> > de cloruro cálcico.....	179°,5
> > de carbonato potásico..	135°
> > de nitrato potásico.	116°

EJERCICIO 18

Determinar la riqueza alcohólica de un líquido espirituoso por medio del alambique de Salleron y de los areómetros centesimales inventados al objeto.

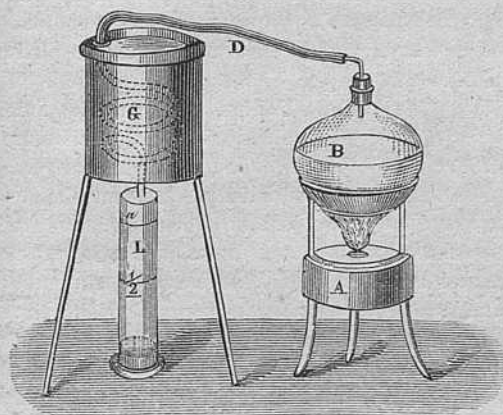
Parte descriptiva.

A. El alambique de Salleron (fig. 45), que es una modificación del de Gay-Lussac, se compone de un matraz B, de unos 200 centímetros cúbicos, cuyo cuello comunica por medio del tubo de caucho D con el serpentín del refrigerante C: una lamparilla A, destinada á poner en ebullición el líquido colocado en B, y una probeta de pie L, con dos señales a y $\frac{1}{2}$, que marcan cierto volumen y su mitad, completan el instrumento de que nos ocupamos.

B. El alcoholómetro centesimal de Gay-Lussac, que acompaña al alambique de Salleron, es un areómetro (fig. 46) de cristal, que en el agua á 15° enrasa en el punto 0, quedando fuera del líquido toda la varilla, y en el alcohol puro ó anhidro, cuya densidad á 15° es 0,7947, se sumerge hasta el punto superior 100. Los grados intermedios se sitúan en las líneas de enrase de

Fig. 46.

Fig. 45.



la varilla cuando se introduce el aparato en las siguientes mezclas :

100	vol. de alcohol, más 0 vol. de agua....	100°
90	» 11,94 »	90°
80	» 22,87 »	80°
70	» 33,14 » ...	70°
60	» 43,73 »	60°
50	» 53,745 »	50°
40	» 63,44 »	40°
30	» 72,72 »	30°
20	» 81,72 »	20°
10	» 90,72 »	10°
0	» 100 »	0°

El pequeño exceso en la proporción de las cantidades, acusado por las cifras anteriores, es debido á que en dichas mezclas hay contracción. Los espacios de 10° que después de esta operación ofrece la escala, se dividen en diez partes iguales. Y si se deseara mayor exactitud, podría, análogamente, hacerse el trazado experimental de los grados de cinco en cinco, con auxilio de mezclas



adecuadas de agua y alcohol, é interpolar 5 grados iguales entre cada dos consecutivos.

Como sólo por rara casualidad será de 15° la temperatura ambiente en el momento de hacer un ensayo, y la densidad varía con la temperatura, Gay Lussac hubo de formar una gran tabla de corrección para su alcoholómetro, de la cual Salleron ha tomado las cifras de nuestra pequeña tabla 11, que acompaña á los estuches del alambique, antes descrito, de dicho constructor: como la simple inspección indica, con auxilio de esta tabla puede operarse á temperaturas comprendidas entre 10° y 30°, y con vinos ó líquidos alcohólicos cuya riqueza espirituosa en volumen llegue al 30 por 100.

C. El alcoholómetro centesimal de Tralles, usado en Alemania, es idéntico al de Gay-Lussac, pero está graduado á 60° del termómetro de Fahrenheit, ó sea 15°,56 centígrados; de modo que á esta temperatura sus indicaciones representan exactamente fracciones centesimales de alcohol, en volumen; y para otras temperaturas cualesquiera es indispensable el empleo de una tabla de corrección análoga á la calculada por Gay-Lussac. Algunos areómetros de Tralles suelen, sin embargo, llevar por dentro una especie de termómetro cuyo depósito sirve de lastre al alcoholómetro, y cuyos grados están sustituidos por cifras que indican la corrección que debe hacerse, según la altura de la columna capilar de mercurio, siquiera este procedimiento sacrifique bastante la exactitud en gracia de la brevedad.

Como se comprende, las indicaciones simultáneas de los alcoholómetros de Gay-Lussac y Tralles, en un mismo líquido, deben ser próximamente iguales: y la columna 3.^a de la tabla 12 que representa grados de Tralles, puesta en parangón con la columna 4.^a del mismo cuadro, lo demuestra así; lo propio se observa comparando las columnas 2.^a y 6.^a que contienen las densidades de las mezclas de agua y alcohol correspondientes á los grados de la columna 4.^a, según que estos grados pertenecan á uno ú otro instrumento.

Los alcoholómetros de Tralles suelen llevar dos escalas: una la de la columna 4.^a, que representa fracciones centesimales en volumen, y la de la columna 5.^a, que indica el tanto por ciento en *peso*, del espíritu de vino.

D. Al modo que en España y Francia es vulgar, ya que no legal ni científico, el empleo del areómetro de Cartier para graduar los alcoholes, en Alemania se usa el alcoholómetro centesimal de Richter (también llamado de Stoppani), que pretende marcar cantidades, en *peso*, de espíritu; pero cuya escala no tiene por fundamento, en gran parte, hechos experimentales y conduce á resultados completamente erróneos. La columna 7.^a de la tabla 12 ofrece la correspondencia entre las graduaciones de Tralles y Richter, y á la vez exhibe lo falso de las indicaciones de esta última.

TABLA 11.—Riqueza alcohólica centesimal de los líquidos espirituosos ensayados con el alambique de J. Salleron.

INDICACIONES DEL ALCOHÓMETRO

T	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	T
10	1,4	2,4	3,4	4,5	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5	10,6	11,7	12,7	13,8	14,9	16,0	17,0	18,1	19,2	20,2	21,3	22,4	23,5	24,6	25,8	26,9	28,0	29,1	30,1	31,1	32,1	10
11	1,3	2,4	3,4	4,4	5,4	6,4	7,4	8,4	9,4	10,5	11,6	12,6	13,6	14,7	15,8	16,8	17,9	19,0	20,0	21,0	22,1	23,2	24,3	25,4	26,5	27,7	28,7	29,7	30,7	31,7	11
12	1,2	2,3	3,3	4,3	5,3	6,3	7,3	8,3	9,3	10,4	11,5	12,5	13,5	14,6	15,6	16,6	17,6	18,7	19,7	20,7	21,8	22,9	24,0	25,1	26,1	27,2	28,2	29,2	30,2	31,2	12
13	1,2	2,2	3,2	4,2	5,2	6,2	7,2	8,2	9,2	10,3	11,4	12,4	13,4	14,4	15,4	16,4	17,4	18,5	19,5	20,5	21,5	22,6	23,7	24,7	25,7	26,8	27,8	28,8	29,8	30,8	13
14	1,1	2,1	3,1	4,1	5,1	6,1	7,1	8,1	9,1	10,2	11,2	12,2	13,2	14,2	15,2	16,2	17,2	18,2	19,2	20,2	21,2	22,2	23,2	24,3	25,3	26,4	27,4	28,4	29,4	30,4	14
15	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	15
16	0,9	1,9	2,9	3,9	4,9	5,9	6,9	7,9	8,9	9,9	10,9	11,9	12,9	13,9	14,9	15,9	16,9	17,8	18,7	19,7	20,7	21,7	22,7	23,7	24,7	25,7	26,6	27,6	28,6	29,6	16
17	0,8	1,8	2,8	3,8	4,8	5,8	6,8	7,8	8,8	9,8	10,8	11,7	12,7	13,7	14,7	15,6	16,6	17,5	18,4	19,4	20,4	21,4	22,4	23,4	24,4	25,4	26,3	27,3	28,2	29,2	17
18	0,7	1,7	2,7	3,7	4,7	5,7	6,7	7,7	8,7	9,7	10,7	11,6	12,5	13,5	14,5	15,4	16,3	17,3	18,2	19,1	20,1	21,1	22,0	23,0	24,0	25,0	25,9	26,9	27,8	28,8	18
19	0,6	1,6	2,6	3,6	4,6	5,6	6,6	7,6	8,6	9,6	10,6	11,4	12,4	13,3	14,3	15,2	16,1	17,0	17,9	18,8	19,8	20,8	21,7	22,7	23,6	24,6	25,5	26,4	27,3	28,3	19
20	0,5	1,5	2,4	3,4	4,4	5,4	6,4	7,3	8,3	9,3	10,3	11,2	12,2	13,1	14,0	14,9	15,8	16,7	17,6	18,5	19,5	20,5	21,4	22,4	23,3	24,3	25,2	26,1	27,0	27,1	20
21	0,4	1,4	2,3	3,3	4,3	5,2	6,2	7,1	8,1	9,1	10,1	11,0	11,9	12,8	13,7	14,6	15,5	16,4	17,3	18,2	19,1	20,1	21,1	22,1	22,9	23,9	24,8	25,6	26,6	27,5	21
22	0,3	1,3	2,2	3,2	4,1	5,1	6,1	7,0	7,9	8,9	9,9	10,8	11,7	12,6	13,5	14,4	15,3	16,2	17,0	17,9	18,8	19,8	20,7	21,6	22,5	23,5	24,3	25,2	26,2	27,1	22
23	0,1	1,1	2,1	3,1	4,0	4,9	5,9	6,8	7,8	8,7	9,7	10,6	11,5	12,4	13,3	14,1	15,0	15,9	16,7	17,6	18,5	19,4	20,3	21,3	22,2	23,1	24,0	24,9	25,8	26,7	23
24	0,0	1,0	1,9	2,9	3,8	4,8	5,8	6,7	7,6	8,5	9,5	10,4	11,3	12,2	13,1	13,9	14,8	15,7	16,5	17,4	18,2	19,1	20,0	21,0	21,8	22,7	23,6	24,5	25,4	26,3	24
25	0,0	0,8	1,7	2,7	3,6	4,6	5,5	6,5	7,4	8,3	9,3	10,2	11,1	12,0	12,8	13,6	14,5	15,4	16,2	17,1	17,9	18,8	19,7	20,6	21,5	22,4	23,2	24,1	25,1	26,0	25
26	0,0	0,7	1,6	2,6	3,5	4,4	5,4	6,3	7,2	8,1	9,0	9,9	10,8	11,7	12,6	13,4	14,2	15,3	15,9	16,7	17,6	18,5	19,4	20,3	21,2	22,1	22,9	23,8	24,7	25,6	26
27	0,0	0,5	1,5	2,4	3,3	4,3	5,2	6,1	7,0	7,9	8,8	9,7	10,6	11,5	12,3	13,1	13,9	14,8	15,6	16,4	17,3	18,2	19,1	20,0	20,8	21,7	22,6	23,5	24,3	25,2	27
28	0,0	0,3	1,3	2,2	3,1	4,1	5,0	5,9	6,8	7,7	8,6	9,5	10,3	11,2	12,0	12,8	13,6	14,4	15,2	16,0	16,9	17,9	18,8	19,6	20,5	21,4	22,2	23,1	23,9	24,8	28
29	0,0	0,1	1,1	2,0	2,9	3,9	4,8	5,7	6,6	7,5	8,4	9,2	10,1	11,0	11,7	12,5	13,3	14,1	14,9	15,7	16,6	17,5	18,4	19,3	20,2	21,0	21,8	22,7	23,6	24,4	29
30	0,0	0,0	0,9	1,9	2,8	3,7	4,6	5,5	6,4	7,3	8,1	9,0	9,8	10,7	11,5	12,3	13,0	13,8	14,6	15,4	16,3	17,2	18,1	19,0	19,8	20,7	21,5	22,4	23,2	24,0	30

TABLA 12.—Comparación de los alcohómetros de Gay-Lussac y de Tralles, entre sí, y con los de Cartier y Richter.

GAY-LUSSAC			Grados en volumen.	TRALLES		
$t = 15^{\circ}$				$t = 60^{\circ} \text{ F.} = 15^{\circ},55$		
Correspon- dencia con Cartier.	Peso especí- fico de la mez- cla alcohólica	Correspon- dencia con Tralles.		Fracción centesimal en peso.	Peso especí- fico de la mez- cla alcohólica	Correspon- dencia con Richter.
10,2	1,0000		0	0	0,9991	0
10,4	0,9985		1	0,80	0,9976	
10,6	0,9970		2	1,60	0,9961	
10,8	0,9956		3	2,40	0,9947	
10,9	0,9942		4	3,20	0,9933	
10,9	0,9928		5	4,04	0,9919	4
11,1	0,9915		6	4,81	0,9906	
11,3	0,9902		7	5,62	0,9893	
11,5	0,9890		8	6,48	0,9881	
11,6	0,9878		9	7,22	0,9869	
11,8	0,9866		10	8,05	0,9857	7,5
12	0,9854		11	8,87	0,9845	
12,1	0,9844		12	9,69	0,9834	
12,3	0,9832		13	10,51	0,9823	
12,4	0,9821		14	11,33	0,9812	
12,5	0,9811		15	12,15	0,9802	10,58
12,7	0,9800		16	12,98	0,9791	
12,8	0,9790		17	13,80	0,9781	
12,9	0,9780		18	14,63	0,9771	
13,1	0,9770		19	15,46	0,9761	
13,2	0,9760		20	16,28	0,9751	13,55
13,4	0,9750		21	17,11	0,9741	
13,5	0,9740		22	17,95	0,9731	
13,6	0,9729		23	18,78	0,9720	
13,8	0,9719		24	19,62	0,9710	
14,0	0,9709		25	20,46	0,9700	16,60
14,1	0,9698		26	21,30	0,9689	
14,2	0,9688		27	22,14	0,9679	
14,4	0,9677		28	22,99	0,9668	
14,5	0,9666		29	23,84	0,9657	
14,7	0,9656		30	24,69	0,9646	19,78
14,9	0,9648		31	25,55	0,9633	
15,0	0,9631		32	26,41	0,9622	
15,2	0,9618		33	27,27	0,9609	
15,4	0,9605		34	28,13	0,9596	
15,6	0,9595		35	28,99	0,9583	23,50
15,8	0,9579		36	29,86	0,9570	
16	0,9565		37	30,74	0,9556	
16,2	0,9550		38	31,62	0,9541	
16,4	0,9535		39	31,50	0,9526	
16,6	0,9523		40	33,39	0,9519	27,95
16,9	0,9503		41	34,28	0,9494	

(Continúa la tabla anterior.)

GAY-LUSSAC			Grados en volumen.	TRALLES		
$t = 15^{\circ}$				$t = 60^{\circ} \text{ F.} = 15^{\circ},55$		
Correspon- dencia con Cartier.	Peso especí- fico de la mez- cla alcohólica	Correspon- dencia con Tralles.		Fracción centesimal en peso.	Peso especí- fico de la mez- cla alcohólica	Correspon- dencia con Richter.
17,1	0,9487		42	35,18	0,9478	
17,4	0,9470		43	36,08	0,9461	
17,6	0,9452	46	44	36,99	0,9444	
17,9	0,9440		45	37,90	0,9427	28,20
18,1	0,9417		46	38,82	0,9406	
18,4	0,9399		47	39,74	0,9391	
18,7	0,9381	49	48	40,66	0,9373	
19	0,9362		49	41,59	0,9354	36,46
19,2	0,9348		50	42,52	0,9335	
19,5	0,9323		51	43,47	0,9315	
19,8	0,9303	52	52	44,42	0,9295	
20,1	0,9283		53	45,36	0,9275	
20,5	0,9262		54	46,32	0,9254	
20,8	0,9248	55	55	47,29	0,9234	41
21,1	0,9221		56	48,26	0,9213	
21,4	0,9200		57	49,23	0,9192	
21,8	0,9178	57,5	58	50,21	0,9170	
22,1	0,9156		59	51,20	0,9148	
22,5	0,9141	60	60	52,20	0,9126	45,95
22,8	0,9112		61	53,20	0,9104	
23,2	0,9090		62	54,21	0,9082	
23,5	0,9067	63	63	55,21	0,9059	
23,9	0,9014		64	56,22	0,9036	
24,3	0,9007		65	57,24	0,9013	51,40
24,7	0,8997	66	66	59,27	0,8989	
25,1	0,8973		67	59,32	0,8965	
25,5	0,8946	68,5	68	60,38	0,8941	9
25,8	0,8925		69	61,42	0,8917	
26,3	0,8907		70	62,50	0,8892	5,12
26,7	0,8875	71,5	71	63,58	0,8867	
27,1	0,8850		72	64,66	0,8842	
27,5	0,8824	74	73	65,74	0,8817	
28,4	0,8779		74	66,83	0,8791	
28,9	0,8747	77	75	67,93	0,8765	72,97
29,4	0,8720		76	69,05	0,8739	
29,8	0,8693		77	70,18	0,8712	
30,3	0,8664	80	78	71,31	0,8685	
30,8	0,8645		79	72,45	0,8658	
31,3	0,8611	83	80	73,59	0,8631	69,20
31,8	0,8583		81	74,74	0,8603	
32,3	0,8555		82	75,91	0,8575	
32,8	0,8526	85,5	83	77,09	0,8547	
33,3	0,8502		84	78,29	0,8518	75,35
33,9	0,8466		85	79,50	0,8488	
34,4	0,8436		86	80,71	0,8458	

(Continúa la tabla anterior.)

GAY-LUSSAC			Grados en volumen	TRALLES		
$t = 15^{\circ}$				$t = 60^{\circ} \text{ F.} = 15^{\circ},55$		
Correspon- dencia con Cartier.	Peso especí- fico de la mez- cla alcohólica	Correspon- dencia con Tralles.		Fracción centesimal en peso.	Peso especí- fico de la mez- cla alcohólica	Correspon- dencia con Richter.
35	0,8395		87	81,94	0,8428	
35,6	0,8373		88	83,19	0,8397	
36,7	0,8346		89	84,46	0,8365	
36,9	0,8296		90	85,75	0,8332	81,86
37,6	0,8272		91	87,09	0,8299	
38,3	0,8237		92	88,37	0,8265	
39	0,8201		93	89,71	0,8230	
39,7	0,8168		94	91,07	0,8194	
40	0,8125		95	92,46	0,8157	49,34
41,4	0,8084		96	93,89	0,8118	
42,3	0,8041		97	95,34	0,8077	
43,2	0,7995		98	96,84	0,8034	
44,2	0,7947		99	98,30	0,7988	
			100	100,00	0,7939	100

TABLA 13.—Correspondencia entre los grados de Cartier y los de Gay-Lussac, á 15° .

Cartier.	Gay-Lussac.	Cartier.	Gay-Lussac.	Cartier.	Gay-Lussac.	Cartier.	Gay-Lussac.
10	0,2	19	49,1	28	74,0	37	91,2
10,5	2,4	19,5	50,9	28,5	75,2	37,5	91,9
11	5,1	20	52,5	29	76,3	38	92,7
11,5	8,1	20,5	54,1	29,5	77,3	38,5	93,4
12	11,2	21	55,6	30	78,4	39	94,1
12,5	14,5	21,5	57,2	30,5	79,4	39,5	94,7
13	18,2	22	58,7	31	80,5	40	95,4
13,5	21,8	22,5	60,1	31,5	81,5	40,5	96,0
14	25,2	23	61,5	32	82,5	41	96,6
14,5	28,5	23,5	62,9	32,5	83,4	41,5	97,2
15	31,6	24	64,2	33	84,4	42	97,7
15,5	34,4	24,5	65,5	33,5	85,3	42,5	98,3
16	36,9	25	66,9	34	86,2	43	98,8
16,5	39,3	25,5	68,1	34,5	87,1	43,5	99,4
17	41,5	26	69,4	35	88,0	44	99,8
17,5	43,5	26,5	70,6	35,5	88,8		
18	45,5	27	71,8	36	89,6		
18,5	47,3	27,5	72,9	36,5	90,4		

Manipulación.

E. Se llena la probeta L (fig. 45), hasta el trazo *a*, del vino que se desee ensayar; y, suponiendo todo el aparato limpio y corriente, se introduce el líquido dentro del matraz B, se ajustan herméticamente todas las piezas del alambique, se llena de agua fría el refrigerante C, y se coloca en la boca inferior del serpentín la probeta L, bien lavada y seca. En seguida se calienta el matraz por medio de la lamparilla A con toda precaución, cuidando de que la ebullición no sea tumultuosa, sino igual y sostenida; y se da por terminada la operación cuando el producto de la destilación llega en la probeta á la raya $\frac{1}{2}$, ya que entonces ha pasado todo el alcohol que el vino tuviere, en razón á su mayor volatilidad respecto del agua. El líquido recogido en L suele aparecer turbio por el polvo blanco que desprende el caucho vulcanizado que constituye el tubo D; pero esto no introduce error alguno en el ensayo; así que puede procederse, sin pérdida de tiempo, á añadir agua en la probeta hasta la raya *a*, y á observar los grados que marcan en el líquido el termómetro y el alcohómetro de Gay-Lussac; viniendo después á la tabla 11 para buscar los dos números y fijar como riqueza alcohólica la cifra de encuentro de la columna vertical, que está bajo el uno, con la horizontal que se encuentra frente al otro.

Quando se trate de mezclas cuya riqueza alcohólica exceda de los 30 grados incluidos en la tabla 11, el líquido puede ser *cortado* previamente, ó sea diluido en agua, duplicando su volumen, ó aun triplicándolo, si fuere necesario; y después se multiplica por 2 ó por 3 el resultado del ensayo.

La mayor exactitud en el empleo del alambique de Salteron y de los areómetros descritos, exige que el agua que se añade en la probeta *a*, y en el líquido espirituoso si hay necesidad de *cortarlo*, sea destilada.

Como, por regla general, el comercio mide el alcohol en volumen, los areómetros llevan preferentemente su graduación, según hemos visto, adecuada para tal objeto; si bien

es fácil calcular la fracción centesimal, en peso, de espíritu que contenga la mezcla. En efecto, si 100 volúmenes de líquido alcohólico, cuya densidad D á 15° es 0,9014 (columna 2.^a de la tabla 12), contienen $v = 65$ volúmenes, ó grados del areómetro, de alcohol cuya densidad d , operando á 15° , es 0,7947, y cierta cantidad de agua, $100 - v$, cuyo peso específico es 1, podemos establecer

$$100 D = vd + (100 - v) \times 1;$$

de donde, en general,

$$D = \frac{vd + (100 - v)}{100}.$$

Y por otra parte, si el peso 100 D de la mezcla contiene el peso vd de alcohol, 100 pesos tendrán

$$\frac{100 \times vd}{100 D} = v \frac{d}{D} = 65 \times \frac{0,7947}{0,9014},$$

en el caso, esto último, del ejemplo y á 15° de temperatura. Semejante cálculo es inútil empleando el areómetro de Tralles, provisto de dos escalas, de que dejamos hecho mérito.

F. El alcohómetro de Gay-Lussac se presenta con frecuencia dividido en cuatro instrumentos, cada uno de los cuales comprende, por ejemplo, 25 grados y lleva una escala que empieza en el grado en que acaba la del anterior de la colección que forman. Tiene esto por objeto que los grados sean grandes y la apreciación de los mismos pueda revestir mayor exactitud.

Es frecuente, y á veces necesario por falta de areómetro centesimal, el empleo de los de Cartier, Beaumé, etc., para graduar los líquidos espirituosos: en tal caso, las tablas 11, 12 y 13 conducirán inmediatamente á la fijación del grado alcohólico, partiendo de la indicación del instrumento de que se disponga.

Parte práctica.

G. Los alumnos pueden ejercitarse en la determinación de la riqueza alcohólica de una colección de los vinos que se expendan en la localidad, formando cuadros de estudio con las cifras encontradas.

EJERCICIO 19

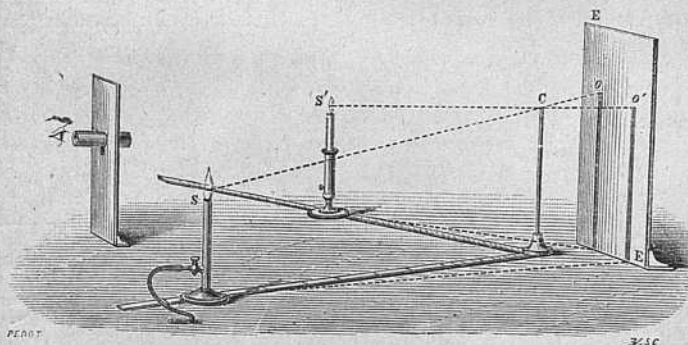
Determinar la intensidad relativa de dos luces, ó la de una luz respecto de cualquiera de las adoptadas generalmente como unidades, y fijar equivalentes de alumbrado.

Parte descriptiva.

A. Los fotómetros más usados y comunes en los laboratorios son el de Rumford, el de Burel, el de Foucault y el de Houston y Kennely.

El primero (fig. 47) consiste en una varilla vertical C, colocada delante de la pantalla EE, sobre el vértice de dos ranuras angulares graduadas, á lo largo de las cuales pueden correr las luces S y S', cuyas intensidades se comparan. La bisectriz del ángulo de las ranuras-reglas debe ser perpendicular al plano de la pantalla; y es conveniente mirar las sombras o y o' proyectadas por C con auxilio de un antejo.

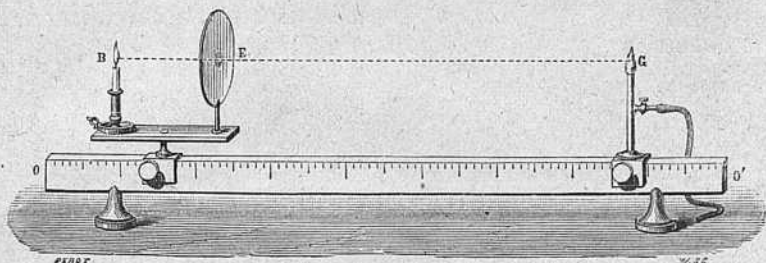
Fig. 47.



El fotómetro de Burel, que no es sino un perfeccionamiento del de Bunsen, se compone de una barra prismática de bronce ó madera, graduada en toda su longitud OO' (fig. 48), y á cuyo largo puede correr un soporte donde van colocadas la luz tipo B, dispuesta de modo que la altura de la llama sea constante, y la pantalla de papel E, en el centro de la cual hay una mancha translúcida producida por una gota de grasa; en el extremo opuesto de la barra se fija con un tornillo de presión el foco luminoso G que se va á comparar con el B. La distancia entre B y E es constante y la graduación de la regla se ha hecho de manera

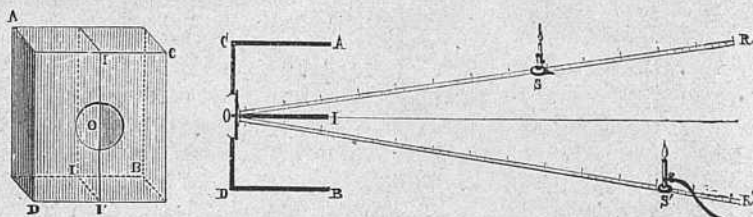
que dé á conocer directamente la intensidad de la luz G con relación á B; además, para observar simultáneamente las dos caras de la pantalla y apreciar mejor la desaparición de la mancha se colocan detrás de aquella dos espejos que formen un ángulo de 90° .

Fig. 48.



Más exacto que los anteriores es el fotómetro de Foucault, usado en las fábricas de gas del alumbrado para medir la potencia luminosa del fluido, y representado en la figura 49: consta de una caja rectangular de madera, ABCD, pintada de negro interiormente, y por una de cuyas paredes, provista de un agujero circular de 6 á 8 centímetros de diámetro, se ve una placa O de porcelana translúcida y de espesor uniforme; en el medio de esta placa y perpendicular á ella hay una pan-

Fig. 49.



talla negra OII' que no llega á tocarla y que se puede aproximar ó alejar á voluntad. Los focos luminosos se colocan en S y S' sobre las reglas graduadas R y R' de modo que cada uno ilumine sólo la mitad correspondiente de la placa y que los rayos caigan sobre ésta con la misma inclinación: colocado el observador detrás del aparato se ven las dos mitades de la placa separadas por una raya vertical, más brillante por recibir rayos de ambos focos, y cuya anchura se gradúa alejando ó acercando la pantalla OI .

Los aparatos anteriores sólo son aplicables á focos luminosos, pero no á medir la intensidad de luces difusas como la de una habitación, y

en este caso se usa el de Houston y Kennely, compuesto de una caja, *abcde* (fig. 50), ennegrecida por el interior, y en una de cuyas paredes hay una abertura *bf* cerrada por una placa translúcida que se puede cubrir en parte con la pantalla opaca *gh*, móvil mediante el botón *l* unido á un piñón que engrana en una cremallera. En el chafán *cd* y dentro de la caja hay un papel impreso que se mira por el anteojo *mn*.

Fig. 50.

B. Con objeto de que las observaciones fotométricas sean comparables se han adoptado diversas unidades de intensidad de luz. Hé aquí las más corrientes :

En Francia la *bujía esteárica de L'Étoile*, que se consume á razón de 8 gramos por hora, estando bien despabilada.

En Inglaterra la bujía de esperma de ballena llamada *candle*: la unidad francesa vale 1,15 *candles* próximamente.

En Alemania la *bujía de parafina*, que se diferencia poquísimamente del *candle*.

Debiendo advertir que, prácticamente, estas unidades tienen poco de tales, pues su poder lumínico es susceptible de variar hasta en un 50 por 100, según la naturaleza y forma de la mecha, lo despabilada que esté, la agitación del aire, etc.

Dumas y Regnault han propuesto otra unidad, también muy en uso, llamada *carcel*, equivalente á 6,5 bujías francesas, ó 7,6 de parafina, ó 7,4 *candles*: es la luz de una lámpara de aceite, sistema Argand ó Carcel, de 22 milímetros 5 de diámetro en la mecha, con chimenea (tubo de vidrio) de 0,290 metros de altura y 0,047 metros de diámetro, estando el fondo 0,007 metros encima de la mecha, con una altura de mecha de 0,01 metros; este quinqué quema 42 gramos de aceite de colza por hora.

Por último, Violle ha propuesto un tipo definido con más rigor que los anteriores y constituido por la luz emitida normalmente por un centímetro cuadrado de platino á la temperatura de solidificación (1775°C.): tiene el defecto de ser costoso y difícil de realizar, por lo que sólo debe considerarse como prototipo destinado á la comparación de otros, pudiendo emplearse como secundario la *bujía decimal*, que vale $\frac{1}{20}$ del tipo Violle y un poco más de un décimo de *carcel*, y que ha sido adoptada por el Congreso de electricistas de 1889. La relación entre los distintos tipos de luz es la siguiente, según Violle :

$$\text{Un carcel equivale á } \begin{cases} 0,481 \text{ Violle.} \\ 9,62 \text{ bujías decimales.} \\ 8,91 \text{ candles.} \\ 7,89 \text{ Kerzen (bujía de parafina).} \end{cases}$$

Manipulación.

C. Moviendo á lo largo de las ranuras reglas las dos luces que se deseen comparar por medio del fotómetro de Rumford, llega un momento en que las dos sombras o y o' , ofrecen una igualdad de tono perfecta, mirándolas (fig. 47) desde lejos con un anteojo en cuyo campo quepan ambas.

En este caso las distancias D y D' desde las luces á las sombras son tales, que las intensidades (*) resultan iguales; es decir,

$$\frac{I}{D^2} = \frac{I'}{D'^2} \quad \text{ó bien} \quad \frac{I}{I'} = \frac{D^2}{D'^2},$$

lo que nos indica que la intensidad I de una de las luces respecto de la I' de la otra, considerada como unidad, es el cociente de dividir los cuadrados de las distancias D y D' .

Si se va á operar con el fotómetro de Burel se coloca en el cero de la regla el soporte de la pantalla, que también lleva la bujía, y la luz que se estudia se acerca ó aleja hasta que desaparezca la mancha de grasa del papel; entonces se lee la graduación que marque la regla, y esa será la intensidad buscada. Para establecer esta graduación hay que tener en cuenta que si los focos son iguales la mancha no será visible cuando equidisten de la pantalla, de manera que en el punto correspondiente se colocará el núm. 1; si la distancia del foco móvil es doble de la anterior, para obtener el mismo resultado su intensidad habrá de ser cuatro veces la de la bujía, y entonces será éste el número colocado: siguiendo la misma ley se prolonga la escala á toda la longitud de la barra.

Para usar el fotómetro de Foucault se le coloca en la cámara oscura como en los casos anteriores, y puestas las luces sobre las reglas graduadas de la manera arriba dicha,

(*) La intensidad x de una luz á la distancia D está representada por $\frac{I}{D^2}$, siendo I la intensidad á la distancia uno: en efecto,

$$I : x :: D^2 : 1^2; \quad \text{de donde } x = \frac{I}{D^2}.$$

se hace que la anchura de la línea brillante que divide en dos mitades la placa translúcida, sea sólo de 1 á 2 milímetros; se deja entonces fija una de las luces y se acerca ó aleja la otra hasta conseguir igual iluminación en ambas mitades, y medidas las distancias del aparato á cada foco, se establece la misma proporción que en el de Wheatstone. Para evitar que hieran la retina del observador rayos directos de alguna de las luces, conviene realizar la observación por medio de un tubo ennegrecido interiormente.

Por último, el empleo del fotómetro de Houston y Ken- nely exige que se dirija la abertura *bf* (fig. 49) al sitio cuya intensidad luminosa se trata de medir y se mueve el botón *l* hasta que dejen de distinguirse claramente los caracteres impresos de *cd*: el número que indique la graduación del aparato indicará la intensidad buscada. Para graduar este fotómetro se le coloca en una cámara oscura delante de un foco tipo, y se determinan las posiciones que corresponden á la pantalla *gh*, haciendo variar las distancias entre la luz y el aparato.

Como los fotómetros son aparatos muy imperfectos, para compensar errores personales, ó de los instrumentos, ó debidos al distinto colorido de las luces, conviene hacer varias observaciones, invirtiendo la situación de los focos, y tomar la media de los resultados.

En muchos ensayos, al comparar, por ejemplo, la luz de la Luna con la de una bujía, deben interponerse dos pantallas en que se hayan previamente practicado aberturas iguales. Y si uno de los focos fuese muy intenso, á fin de no tener que alejar tanto la otra luz, se la rebaja de poder alumbrante por medio de una lente divergente que al despararrar los rayos disminuya la intensidad en una relación conocida.

Si una de las dos luces fuese cualquiera de las que hemos descrito asignándoles el carácter de unidad, la intensidad de la otra quedaría medida en *candles*, *carcels*, etc.

D. Conocidas las intensidades de varias luces, es fácil calcular los respectivos *equivalentes de alumbrado*; es decir, las cantidades consumidas de sustancias, y, por lo tanto, el dinero gastado, para producir igual efecto. Problema de interés industrial que tiene como principales factores los

resultados fotométricos, el precio de los materiales destinados á consumirse para dar luz, y el peso que de los mismos se gasta en un tiempo dado. Excusamos, por lo demasiado sencillas, explicaciones referentes á este asunto; limitándonos á enviar al lector á la parte 1.^a de este libro, en cuyas páginas 124 y 125 incluimos el cálculo de un ejemplo (problema CXXXII).

Parte práctica.

E. Los alumnos pueden ejercitarse en la comparación de las intensidades de las luces de gas, petróleo, aceites quemados en diversas lámparas, estearina, parafina, sebo, cera, etc.

He aquí algunas determinaciones que pueden servir de tipos.

Luz solar.....	5 600	bujías francesas á 30 centímetros.
Arco voltaico (80 Bunsen)....	1 332	» »
Id. (40 id.)....	762	» »
Luz Drummond.....	39	» »
Gas á 0 ^m ,002 ó 0 ^m ,003 $\left(\begin{smallmatrix} \text{Presión} \\ \text{de} \\ \text{agua.} \end{smallmatrix} \right)$	6,5	» » ó sea un <i>carcel</i> .

Para obtener la misma intensidad luminosa que quemando 100 gramos de cera, en forma de vela, deben arder en igual tiempo :

- 101 de sebo (vela regularmente despabilada).
- 229 de sebo (vela irregularmente despabilada).
- 110 de aceite de oliva (lámpara de Argand).
- 129 de aceite de oliva (lámpara ordinaria sin humo).
- 125 de aceite de nabos (lámpara ordinaria sin humo).
- 120 de aceite de lino (lámpara ordinaria sin humo).