

Tratado elemental de Física.

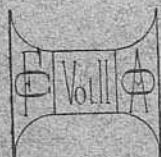
UNIDADES FÍSICAS

POR

JOSÉ MUÑOZ DEL CASTILLO.

Doctor en Ciencias, Profesor de la Escuela General Preparatoria
de Ingenieros y Arquitectos, etc.

*Dos lecciones del Curso de Física de dicho
Establecimiento, seguidas de siete notas.*

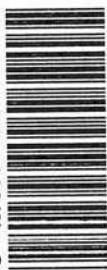


MADRID

CELESTINO APAOLAZA, SAN JUAN, NÚM. 14.

1890

53 - MUÑ - tra



017907J

53 FÍSICA

2. 639

Tratado elemental de Física.

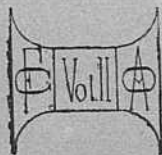
UNIDADES FÍSICAS

POR

JOSÉ MUÑOZ DEL CASTILLO.

Doctor en Ciencias, Profesor de la Escuela General Preparatoria
de Ingenieros y Arquitectos, etc.

*Dos lecciones del Curso de Física de dicho
Establecimiento, seguidas de siete notas.*

53
MUN-
tra

MADRID

CELESTINO APAOLAZA, SAN JUAN, NÚM. 14.

1890

Cumplidas las prescripciones
de la ley de propiedad literaria.

ADVERTENCIA

Por consideraciones que no hace al caso consignar, tenemos divididos los trabajos del curso de Física que actualmente profesamos en tres partes:

PRIMERA.—*Estudio de los fenómenos físicos* (teorías).

SEGUNDA.—*Física cuantitativa y Aplicaciones* (prácticas).

TERCERA.—*Ejercicios y Problemas*.

El presente o; úsculo pertenece al programa de la segunda parte.

Madrid 9 de Febrero de 1890.

José Muñoz del Castillo.

UNIDADES FÍSICAS

I

UNIDADES Y SISTEMAS DE UNIDADES

1—El valor numérico de una cantidad concreta es la relación (cociente) entre esta cantidad y una magnitud de la misma naturaleza, elegida arbitrariamente, que se llama *unidad*.

Así, representando por L una longitud definida, y por l la unidad de longitud,

$$\frac{L}{l}$$

será el valor numérico de L .

Como se vé en este ejemplo, el valor numérico de una cantidad concreta varía en razón directa de la propia cantidad, y en razón inversa de la unidad en función de la cual está expresada.

2—A—El estudio de la naturaleza, y las aplicaciones de los conocimientos naturales traen consigo la necesidad de medir cantidades de variada condición externa; pero ante la unidad que preside á los fenómenos cósmicos, debe ser ideal lógico el establecimiento de un *sistema coordinado de unidades*, tal que su base, desarrollo y encaadenamiento tengan por mecanismo *la elección arbitraria de un cierto número* (el menor posible) *de unidades fundamentales*; *la derivación de las restantes unidades de modo que resulten ser simples relaciones entre las fundamentales*; y *la definición de cada unidad derivada mediante una expresión matemática*.

B.—La fórmula que define una unidad derivada en función de una ó varias de las fundamentales, se llama *ecuación de las dimensiones* de dicha unidad derivada.

C.—Esta sistematización ofrece desde luego tres ventajas: una, la de que no aparezcan desligadas unidades que deben estar en armonía con las fórmulas de los fenómenos que miden, y tan relacionadas como éstos lo están entre sí; desligamiento y anarquía que hasta ahora ha imperado en todas las partes de la Física y, en general, de las ciencias naturales. Otra, el evitar la introducción de factores inútiles y coeficientes arbitrarios que complican los cálculos y recargan en balde la memoria. Y la tercera, el relacionar de modo fácil y sencillo las unidades de diversos sistemas que, por razones ó conveniencias de cualquier orden, pudieran coexistir más ó menos temporal ó definitivamente.

3-A.—Esclarezcamos con un ejemplo la formación de las unidades derivadas y el establecimiento de las dimensiones de las mismas.

B.—Sea V la velocidad concreta de un móvil que recorre uniformemente la longitud concreta L en el tiempo T ; y llamemos á las respectivas unidades de medida v , l , t . Los valores numéricos serán:

$$\frac{V}{v}, \frac{L}{l}, \frac{T}{t}.$$

Y con arreglo á la definición de velocidad, tendremos:

$$\frac{V}{v} \text{ ó bien } \frac{1}{v} \times V = \frac{\frac{L}{l}}{\frac{T}{t}} = \frac{L \times t}{l \times T} = \frac{t}{l} \times \frac{L}{T} \quad (1)$$

Lo cual demuestra que puede efectuarse un cambio de unidades que no afecte á V , L y T , con tal que la unidad de velocidad resulte variada en razón directa de la unidad de longitud é inversa de la unidad de tiempo.

Igualmente se ve que el valor numérico $\frac{V}{v}$ variará en razón inversa de la unidad de longitud y directa de la unidad de tiempo.

Luego prescindiendo de coeficientes numéricos que, si pueden

afectar al valor de los miembros de la relación, no afectan á la relación misma, se verificará:

$$\text{Velocidad} = \frac{\text{Longitud}}{\text{Tiempo}}$$

y como caso particular:

$$\text{Unidad de velocidad} = \frac{\text{Unidad de longitud}}{\text{Unidad de tiempo}} \quad (2)$$

C.—Así queda establecida la *unidad derivada* para medir velocidades, en función de las unidades *fundamentales* de longitud y tiempo. Y la ecuación (2) es un tipo de *ecuación de dimensiones*.

4.—A.—Obsérvese que para que no resulte coeficiente numérico alguno, ó que valga 1, es suficiente una elección meditada de las unidades.

B.—Supongamos, por ejemplo, adoptado como *unidad de longitud el metro*, y que para *unidad de volumen* hubiéramos elegido caprichosamente un cubo de 125 decímetros cúbicos.

El volúmen de un cubo que tuviera un metro de arista, valdría:

$$\frac{1000}{125} \text{ unidades.}$$

La medida de un cubo de nueve metros de lado, sería:

$$\frac{1000}{125} \times 9^3 \text{ unidades.}$$

Y en general el volúmen de un cubo de n metros de arista, estaría expresado por

$$\frac{1000}{125} \times n^3.$$

Y como, dada la existencia de la unidad lineal metro, sería inevitable la del metro cúbico, vendría arrastrándose constantemente en los cálculos el coeficiente $\frac{1000}{125}$ no sólo incómodo, sino insopportable, desde que, además, pudiera darse la complicación de que coexistieran otras unidades de volumen.

Todo lo cual se evita, y se consigue la sencillez de que no haya coeficiente, eligiendo la unidad cúbica de modo que resulte convenientemente derivada de la lineal; es decir, tomando como unidad el *metro cúbico*. Las dimensiones de éste serán:

$$[\text{Unidad de volúmen}] = [\text{metro}] \times [\text{metro}] \times [\text{metro}] = [\text{metro}]^3$$

Y, en los tres anteriores ejemplos, los valores numéricos de los volúmenes estarían expresados así:

La unidad, 9^3 metros cúbicos, n^3 metros cúbicos.

C.—Sirva esta explicación para evitarnos en lo sucesivo la repetida tarea de hacer observar en cada caso cómo ó por qué las unidades no van afectas de coeficiente.

5.—A.—Es no menos fácil poner de manifiesto la ventaja práctica que proporcionan las ecuaciones de las dimensiones cuando precisa relacionar unidades correspondientes en distintos sistemas.

B.—Supongamos un sistema en que las unidades fundamentales de longitud y tiempo fuesen *el metro* y *el minuto*, y otro en que se considerasen como tales *el decímetro* y *el segundo*; y admitamos la necesidad de saber qué relación hay entre la *unidad de velocidad* de un sistema y la de otro.

La ecuación de las dimensiones de la unidad de velocidad (2), es:

$$[\text{Unidad de velocidad}] = \frac{[\text{Unidad de longitud}]}{[\text{Unidad de tiempo}]}$$

Recordando que el metro tiene *diez decímetros*, y el minuto *sesenta segundos*, podremos establecer:

Primer sistema:

$$[\text{Unidad de velocidad}] = \frac{[\text{unidad de longitud} = 10 \times \text{un decímetro}]}{[\text{unidad de tiempo} = 60 \times \text{un segundo}]}$$

Segundo sistema:

$$[\text{Unidad de velocidad}] = \frac{[\text{unidad de longitud} = \text{un decímetro}]}{[\text{unidad de tiempo} = \text{un segundo}]}$$

De donde se deduce la relación que se busca:

$$[\text{Unidad de velocidad}] = \frac{10}{60} \times [\text{Unidad de velocidad}]$$

O bien:

$$\text{Unidad en el primer sistema} = \frac{1}{6} \text{ unidad en el segundo.}$$

C.—Puede ocurrir que las unidades fundamentales de los dos sistemas sean de distinta naturaleza, lo cual traerá consigo que

las dimensiones de las unidades relativas á una misma magnitud sean diferentes en ambos, en el sentido de que sean de distinta especie.

Esto no implica, aunque lo parezca, contradicción ni dificultad alguna; y de ello nos convencerán las siguientes sencillas comparaciones:

Para expresar la distancia entre dos pueblos se dice con frecuencia é indistintamente que hay *dos horas* ó que hay *ocho kilómetros*, tomando como unidad *un tiempo* ó bien *una longitud*. Y más adelante encontraremos otro ejemplo al relacionar las unidades eléctricas llamadas *electromagnéticas* con las denominadas *electrostáticas*.

Pues bien, en tales casos, para proceder con exactitud, debe entenderse que se quiere decir *no que la unidad electromagnética de cantidad de electricidad*, por ejemplo, *vale ∇* (coeficiente numérico) *unidades electrostáticas*, sino *que la cantidad de electricidad que representa una unidad electromagnética es ∇ veces mayor que la representada por la unidad electrostática*. Análogamente á como se pretende significar en la anterior primera comparación, que *la distancia que corresponde á una hora de marcha es cuatro veces mayor que la distancia llamada kilómetro*.

6.—A.—La elección de las unidades fundamentales es la verdadera clave del mérito del sistema coordinado á que las mismas pueden dar lugar, y el punto objeto de preferente estudio.

B.—He aquí las condiciones experimentales más importantes á que han de satisfacer las unidades fundamentales.

1.º Deben elegirse cantidades susceptibles de una comparación muy exacta con las de su misma especie.

2.ª Esta comparación debe poder ser efectuada en cualquier época. Por consiguiente, toda unidad podrá dar origen á patrones iguales, no susceptibles de alteración en el transcurso del tiempo.

3.º La propia comparación debe ser posible en todos los parajes. Lo cual exige que los patrones no experimenten variación alguna de magnitud si se los traslada de un sitio á otro.

4.º Dicha comparación debe poder ser ejecutada con facilidad y directamente. En lo que va envuelta la existencia de medios prácticos de *copiar* ó *reproducir* los patrones.

C.—Además es conveniente que las unidades fundamentales permitan definir con sencillez, y representar por ecuaciones de dimensiones no complicadas, las unidades derivadas.

SISTEMA TERRESTRE

1.º) **Unidades fundamentales.**

7. — A.—Bajo la influencia del *sistema métrico decimal de pesas y medidas* ha nacido, y existe generalizado, un sistema de unidades de medición, que no sólo cuenta al presente con los dominios de la ciencia (pues son pocas las naciones civilizadas que lo rechazan oficialmente, ya que oficiosamente no han podido menos de darle carta de naturaleza), sino con los inmensamente vastos de la práctica usual cada día más extendida, en razón al carácter internacional que se ha dado á la adopción del sistema métrico, y á los esfuerzos incesantes de los países que lo poseen para que sustituya á todas las unidades, ya vulgares, ya legales, que se emplean en los restantes pueblos del globo.

B.—Tres son las unidades fundamentales del sistema, llamado *terrestre*, á que nos referimos:

Una unidad de longitud: *el metro*.

Una unidad de fuerza: *el kilógramo*.

Una unidad de tiempo: *el segundo sexagesimal*.

8. — A.—*Unidad de longitud.*—Se pretendió que *el metro* fuese la diezmillonésima parte del cuarto del meridiano de París; pero como así definido no tiene valor fijo, por ser imposible medir dicho meridiano, ni otro alguno, con tal exactitud, que repetida la operación (y casi podría decirse lo propio de la repetición de los cálculos de una

misma operación) conduzca á idéntico resultado, se ha convenido en adoptar como *metro* la longitud á 0° C. de una regla proto-patrón que se conserva en París; unidad próximamente igual á la diez millonésima parte del cuarto de meridiano, de la cual se están obteniendo reproducciones-tipos de extraordinario mérito, con destino á los gobiernos de los países que contribuyen á los gastos de sostenimiento de la Comisión Internacional de Pesas y Medidas.

B.—Las necesidades de la práctica han puesto en uso otras unidades múltiples y submúltiplas de la fundamental: el kilómetro, el decímetro, el centímetro, el milímetro, el micrón ó milésima de milímetro etc., que son de todos conocidas.

9.—A.—*Unidad de fuerza.*—Hubo el propósito de que el *kiló-gramo* fuese la fuerza de gravedad con que es atraído hacia la Tierra un decímetro cúbico de agua pura á la temperatura 4° C. de su máxima densidad. Pero en vista de que, comparando por medio de la balanza tipos de kilogramo contruídos de la manera más esmerada en distintos países, jamás han resultado dos iguales, se ha convenido en considerar como unidad de fuerza á la *atracción representada por un patrón de kilogramo que se conserva en París*. Esta proto-unidad es lo más igual que cabe en la realidad de las cosas respecto del kilogramo que podríamos llamar teórico, y de ella se hacen por la Comisión Internacional de Pesas y Medidas reproducciones en platino iridiado para los gobiernos de los países que tienen adoptado el sistema métrico.

Decimos *que se conserva en París*, y es de notar que semejante condición envuelve algo que afecta esencialmente á la definición de la unidad de fuerza; pues variando el valor de la gravedad según los parajes, como lo acreditan los diversos valores de la aceleración *g* del movimiento de caída, precisa convenir cuál es la atracción que ha de obrar sobre el proto-tipo para que resulte que la fuerza con que es atraído hacia la Tierra es la unidad; ó en otros términos, se necesita que dicho patrón esté sometido á la gravedad de un lugar determinado como París (ó, si se quiere, el nivel del mar á los 45° de latitud). Así pues, estableciendo para el kilogramo fundamental la residencia en cuestión, no se trata sólo de que en París esté guardado, sino de que allí sea precisamente donde represente la unidad de fuerza.

Es claro que construyendo en París un *dinamómetro* muy sensible, y cargándolo con el patrón en distintos parajes, sólo en París ó en aquellos sitios en que *g* valga lo que en París, marcará la aguja del aparato un kilogramo.

B.—Iguales títulos que el kilogramo pretende ostentar

para la categoría de unidad fundamental de fuerza el *gramo*, que se pensó fuera la atracción correspondiente á un centímetro cubico de agua pura á 4° (en París) pero que hoy se define así: *gramo-fuerza es la milésima parte de la unidad kilógramo*.

10.—A.—La índole de la cantidad que se trata de me'ir, y el haber elegido una magnitud arbitraria de la fuerza de gravedad como unidad de medida, exigen, en obviación de confusiones, que desde el primer momento aparezcan bien claros y delineados el concepto y la definición de *peso*.

B.—Suele decirse que el peso de un cuerpo en el vacío es la resultante de la acción de la gravedad sobre sus moléculas, y, por lo tanto, variable con los valores de *g*.

El peso de un cuerpo en el centro de la Tierra es nulo.

El peso de un cuerpo en el seno del aire ó del agua, etc., depende de lo que pese el volúmen de fluido desalojado.

De modo que el peso resulta *contingente* respecto del cuerpo; y, para establecer una definición general del mismo, habrá que pensar en alguna propiedad ó fenómeno característico que refleje dicha *contingencia*, tal como la presión que ejercen los cuerpos sobre los sostenes ó apoyos que impiden su caída. Convendremos, pues, en que *el peso de un cuerpo es la presión* (variable con los parajes, etc.), *que ejercerá sobre el apoyo ó sostén que impidan su caída; ó bien la resistencia igual y opuesta á dicha presión que el apoyo ó sostén deben desarrollar*.

C.—El peso del kilógramo-patrón en París, en el vacío, (presión que podemos considerar como *unidad de peso*), y la unidad de fuerza, no son, por consiguiente, cosas distintas, pudiendo más bien, y en rigor, verse en el primero una exteriorización de la segunda.

Y observemos que presentándose las fuerzas como realidades, exteriorizándose, digámoslo así, mediante sus efectos, y habiendo necesidad de acudir á alguno de ellos, como *el producir velocidad*, para dar vida práctica á la unidad de fuerza, resulta evidentemente ventajoso que el *elegido* sea la propiedad de *ejercer presión* sobre el sostén ó apoyo que impidan la caída; ya que siendo el peso un hecho de la naturaleza de la fuerza, pesos y fuerzas podrán ser medidos con las mismas unidades, y ningún inconveniente debe haber en llamar kilógramo tanto á la unidad de fuerza, como á la unidad de peso ó presión que el kilógramo patrón ejerce en París sobre su apoyo, y á la resistencia que este apoyo opone al impedir la caída.

D.—Desde que la unidad de fuerza queda exteriorizada en *una pesa*, es posible, con auxilio de la *balanza*, prescindir del agua

pura á 4°. C. y realizar el kilogramo con cualquier sustancia. Construida la *primera pesa kilográfica*, cuyo peso es todo lo aproximado que cabe al del decímetro cúbico de agua, las reproducciones resultarán tan exactas como permite la balanza (que es el instrumento de mayor precisión de que la ciencia dispone), sin que importe el paraje de la Tierra en que la operación de obtener las copias tenga lugar.

E.—a.—El kilogramo es, pues, punto de partida para *medir fuerzas* y para *pesar*.

La medida de fuerzas se efectúa por medio de los *dinamómetros*; y si estos aparatos fueran de sensibilidad y precisión suficientes, deberían estar graduados en París y con kilogramos iguales al patrón, ó por comparación con uno construido en estas condiciones.

La medida de pesos se efectúa por medio de la *balanza*, y es una mera comparación entre el peso (presión sobre los platillos) de las pesas y el del cuerpo. Con pesas exactas, y haciendo las correcciones ordinarias, ú operando en el vacío, la medida de pesos es en París medida de la fuerza de gravedad en kilogramos; en los demás parajes no sucede así, porque el kilogramo-patrón no representa en ellos la unidad de fuerza, sino esta unidad afectada del coeficiente

$$\frac{\text{valor de } g}{9,81} (*)$$

(*) El valor de g en París á la altitud de 72 metros, es, según los últimos cálculos,

$$9^m, 8096.$$

El valor de g en Madrid, según los delicados experimentos llevados á cabo por el Instituto Geográfico y Estadístico en el Observatorio Astronómico, es

$$9^m, 800156 \pm 0,000016$$

Llamando respectivamente *unidad* y F á la fuerza de gravedad representada por el patrón del kilogramo en París y en Madrid, tendremos:

$$\frac{\text{unidad}}{9,8096} = \frac{F}{9,800156};$$

de donde

$$F = \text{unidad} \frac{9,800156}{9,8096}.$$

En general, y por lo mismo, la fuerza representada por una *pesa* cualquiera en un paraje distinto de París, estará expresada así:

$$\text{Fuerza en paraje} = \text{fuerza en París} \times \frac{\text{Valor de } g \text{ en paraje}}{9,8096}$$

b.—Como en la práctica se gradúan los dinamómetros prescindiendo de los valores de g , y de la exactitud de los kilogramos usuales, y se pesa con pesas de mérito dudoso y sin tener en cuenta el papel del aire en que todo está sumergido, resultan borradas las distinciones que venimos señalando, y consideradas en todas circunstancias las fuerzas y los pesos como iguales y equivalentes á un cierto número de kilogramos en cada caso.

A esto se debe que los dinamómetros puedan aplicarse, y de hecho se apliquen con frecuencia, para medir pesos.

F.—Cuando hablemos de una fuerza de nueve kilogramos, por ejemplo, queremos, en resumen, significar una fuerza capaz de ejercer sobre un obstáculo una presión igual á la que nueve reproducciones del patrón ejercerían en París sobre un apoyo ó sostén común á las nueve; ó igual al esfuerzo ó la resistencia que sería preciso oponer para impedir la caída de las mismas.

G.—El *gramo*, unidad de peso, es la milésima parte del kilogramo.

La práctica ha introducido además otras unidades de fuerza y peso, como el decígramo, el centígramo, el milígramo, que es escusado definir.

H.—Podría intentarse la construcción del sistema de medidas *terrestre*, de que nos ocupamos, tomando como unidad fundamental la unidad de peso en vez de la unidad de fuerza; pero no debe hacerse así por el carácter *contingente* que hemos reconocido al peso.

I.—*Unidad de tiempo.*—Se sabe que el intervalo entre dos pasos consecutivos del Sol por el meridiano varía según la época del año; que la *media* entre tales intervalos desiguales, ó sea entre todos los días verdaderos, se llama *día medio*; y que esta duración se divide en 24 horas, la hora en 60 minutos, y el minuto en 60 segundos. Por consiguiente el segundo es $\frac{1}{86400}$ de la duración del día medio.

II.—Después de definidas las tres unidades fundamentales del sistema que exponemos, se comprende el calificativo de *terrestre* con que se le distingue.

2.º) Unidades derivadas.

1.—Sin más objeto que dar una idea de la manera de desenvolverse el sistema terrestre, á partir de sus tres unidades fundamentales, consignaremos las principales unidades derivadas geométricas y mecánicas.

a) UNIDADES GEOMÉTRICAS

14.—Unidad de superficie.—Es el metro cuadrado, y la ecuación de sus dimensiones esta:

$$[\text{Unidad de superficie}] = [\text{metro}] \times [\text{metro}] = [\text{metro}]^2 \quad (3)$$

El uso ha introducido otras varias unidades, múltiples y submúltiplas de la anterior, como el milímetro cuadrado, el centímetro cuadrado, el decímetro cuadrado, el área, la hectárea, el kilómetro cuadrado, etc.

15.—Unidad de volumen.—Es el metro cúbico; y la ecuación de sus dimensiones, la siguiente:

$$[\text{Unidad de volumen}] = [\text{metro}] \times [\text{metro}] \times [\text{metro}] = [\text{metro}]^3 \quad (4)$$

En la práctica se emplean algunas otras unidades, como el centímetro cúbico, el decímetro cúbico, etc., cuyas relaciones con la anterior son de todo el mundo conocidas.

b) UNIDADES MECÁNICAS

16.—Unidad de velocidad.—Carece de nombre especial.—Es la de un móvil que recorre uniformemente un metro en un segundo. Sus dimensiones son:

$$[\text{Unidad de velocidad}] = \frac{[\text{metro}]}{[\text{segundo}]} \quad (5)$$

Se emplean además otras unidades como el kilómetro por hora, ó por minuto, ó por segundo, cuyas relaciones con la definida son por extremo simples.

17.—Unidad de aceleración.—No tiene nombre especial. Es la aceleración de un móvil que marchando con movimiento uniformemente acelerado ó retardado, ofrece una variación de velocidad por segundo igual á la unidad de velocidad, ó sea de un metro por segundo. Sus dimensiones son:

$$[\text{Und. de aceleración}] = \frac{[\text{Und. de veloc}]}{[\text{segundo}]} = \frac{\frac{[\text{metro}]}{[\text{segundo}]}}{[\text{segundo}]} = \frac{[\text{metro}]}{[\text{segundo}]^2} \quad (6)$$

La aceleración se representa en general por la letra griega *gamma*,

y la debida á la atracción terrestre por la letra g . Siendo el valor práctico de g en Madrid 9,80 metros, puede, en otros términos, decirse que la aceleración en Madrid vale 9 unidades y 80 centésimas, de aceleración.

En ocasiones se hace uso de otras unidades de aceleración, fácilmente relacionables con la precedente, lo mismo cuando se fundan en distinta unidad de velocidad que de tiempo, ó de ambas magnitudes.

18.—A.—Unidad de masa.—Tampoco se la designa con nombre particular. Es, teóricamente, la masa de un cuerpo que, sometido á la unidad de fuerza, adquiere la unidad de aceleración; y la ecuación de sus dimensiones esta:

$$[\text{Unidad de masa}] = \frac{[\text{kilóg.}]}{[\text{und. de acel.}]} = \frac{[\text{kilóg.}]}{[\text{metro}]} = \frac{[\text{kilóg.}] \times [\text{seg.}]^2}{[\text{metro}]} \quad (7)$$

[segundo]²

B.—Como la única fuerza constante de que resulta cómodo echar mano en la superficie de la Tierra es la gravedad, pero g vale en París 9,8096 unidades de aceleración, precisa establecer una *unidad práctica* de masa, distinta de la definida.

Al efecto, y una vez que la masa del kilogramo-patrón aparece 9,8096 veces menor que la necesaria para que al caer bajo la acción de la unidad de fuerza adquiriera la unidad de aceleración, teniendo en cuenta que los cuerpos, grandes ó pequeños, de esta ó de la otra naturaleza, descienden en cada paraje con idéntica velocidad, bastará tomar como *unidad práctica* de masa la masa de un cuerpo que en París pese 9,8096 kilogramos (*):

$$[\text{Unidad de masa}] = \frac{9,8096 \text{ kilogramos}}{9,8096 \text{ metros}} \quad (8)$$

C.—Constituída en unidad de masa la masa de un cuerpo que en París pese 9,8096 kilogramos, para medir la de otro cualquiera bastará dividir el peso del mismo en kilogramos por el número 9,8096. Así la masa de un kilogramo será:

$$\frac{1}{9,8096} = 0,102$$

(*) Si, como es sabido, las masas y las fuerzas varían en razón directa, la aceleración permanece invariable.

D.—Conviene inculcar que, *en la realidad experimental*, la masa de un cuerpo no es, como generalmente se entiende, la cantidad de materia del mismo, sino tan sólo un *número abstracto*, cociente de dividir una fuerza por una aceleración. *En la hipótesis de la unidad de la materia*, ó sea aceptando que el patrón del kilogramo construído con agua, platino, oro, etc., representa la misma cantidad de la sustancia única, es donde la medida de las masas adquiere sentido como medición de cantidades de materia. Para Lamé el coeficiente numérico masa es *el coeficiente de resistencia de la materia al movimiento* ó, con más propiedad, *al cambio de movimiento*.

19.—*Unidad de trabajo.*—*El kilográmetro.*—Es el trabajo realizado por un kilogramo que se eleva un metro; sus dimensiones son:

$$[\text{Kilográmetro}] = [\text{kilógramo}] \times [\text{metro}] \quad (9)$$

20.—*Unidad de energía ó fuerza viva.*—*El kilográmetro.*—Es la fuerza viva correspondiente á la unidad de masa moviéndose con la unidad de velocidad. Sus dimensiones son:

$$[\text{Kilográmetro}] = \frac{[\text{kilóg.}] \times [\text{seg.}]^2}{[\text{metro}]} \times \left[\frac{[\text{metro}]}{[\text{seg.}]} \right]^2 = [\text{kilog}] \times [\text{metro}] \quad (10)$$

21.—*Unidad de potencia mecánica.*—Es el kilográmetro por segundo, y sus dimensiones estas:

$$[\text{Unidad de potencia mecánica}] = \frac{[\text{kilógramo}] \times [\text{metro}]}{[\text{segundo}]} \quad (11)$$

22.—*Caballo de vapor.*—Es una unidad industrial de potencia mecánica que vale 75 kilográmetros por segundo.

3.º) **Abreviaturas.**

23.—La circunstancia de ser oficial, y aun corriente, en España el sistema métrico decimal, hace innecesario cuanto pudiéramos decir sobre lectura, escritura, formación de múltiplos, etc.; y tan sólo por hallarse menos generalizado el acuerdo de la Comisión Internacional de Pesas y Medidas relativo al uso de símbolos ó abreviaturas para representar las unidades, consignamos á continuación en un estado los más usuales.

**Abreviaturas adoptadas en España, la mayor parte por real orden de
16 de Diciembre de 1880.**

UNIDADES <i>de</i> LONGITUD		UNIDADES <i>de</i> SUPERFICIE		UNIDADES DE VOLUMEN		UNIDADES MECÁNICAS	
				GEOMÉTRICAS	DE CAPACIDAD	DE PESO Ó FUERZA	DE ENERGÍA
Miriámetro μ m		Miriámetro		Metro cúbico. m^3	Hectólitro..... hl	Tonelada..... t	Kilográme-
Kilómetro. km		cuadrado... μm^2		Estereo..... s	Decálitro..... dal	Quintal métri-	tro..... kgm
Metro..... m		Kilómetroj		Decímetro cú-	Litro..... l	co..... q	Grámetro.. gm
Decímetro. dm		cuadrado... km^2		bico..... dm^3	Decilitro dl	Kilógramo..... kg	
Centímetro cm		Hectárea..... ha		Centímetro cú	Centilitro cl	Gramo..... g	
Milímetro. mm		Área..... a		bico.. cm^3	Mililitro..... ml	Decígramo.. . dg	
Micron ó		Metro cuadra		Milímetro cú-	Microlitro..... λ	Centígramo... cg	
sea milési-		do..... m^2		bico..... mm^3		Milígramo mg	
ma de mi-		Decíme. cua-					
límetro... μ		drado..... dm^2					
		Centim. cua-					
		drado..... cm^2					
		Milíme. cua-					
		drado..... mm^2					

III

CRÍTICA.—SISTEMAS ABSOLUTOS

24.—A.—a.—Examinando las unidades fundamentales del sistema terrestre bajo el punto de vista de las condiciones (**6-B**) á que deben satisfacer, encontramos desde luego que la de fuerza no cumple la tercera, á causa de la inconstancia del valor de g , y de la nula precisión de los dinamómetros. Si estos aparatos alcanzaran un grado suficiente de sensibilidad y exactitud, de que carecen, la pesa *kilogramo-patrón* podría ser sustituida por una raya en la escala de cualquiera de ellos (**9-A**), y la cuestión cambiaría de aspecto; pero hoy por hoy, en sacando de París el prototipo desaparece de hecho la unidad de fuerza.

b.—El cambio de esta unidad por la de peso (exteriorización de la misma en forma de presión) no suprime el defecto que señalamos, pues es evidente que el patrón y sus reproducciones ejercerán distinta presión (**10.—E.—a.**) sobre los sostenes, según el valor de g , en los diversos lugares de la Tierra.

c.—La unidad de masa, la de trabajo y energía, la de potencia mecánica y la llamada caballo de vapor, resultan afectadas por el hecho de que la pesa kilogramo-tipo representa en cada paraje una magnitud diferente de fuerza, en términos que, á rigor, hallándose desprovistas de la condición esencial de *invariabilidad*, usurpan, mejor que llevan, el título de unidades científicas.

d.—Debe observarse, finalmente, que ni aun en París se puede considerar asegurada la existencia de la unidad de fuer-

za; pues estando comprobado que el planeta Tierra experimenta de continuo trastornos, externamente en su forma, é interiormente en la distribución de sus materiales, es lo probable que el valor de g cambie en un mismo paraje con transcurso bastante de tiempo.

B. — Sobre la unidad de longitud nada tenemos que advertir, una vez dejado de considerar el metro como la diezmillonésima parte del cuadrante del meridiano de París (10 000 000 de metros es la longitud del cuarto de meridiano terrestre con un error medio de unos 2 000 metros), y aceptada como patrón internacional la regla construída por la Comisión de Pesas y Medidas (que es lo más igual posible al metro de los Archivos, matriz del sistema métrico); en una palabra, desde el momento en que el metro es una unidad de longitud arbitraria (aunque próxima á la diezmillonésima del cuarto del meridiano), cuya invariabilidad se funda en su reproducción exacta, y cuya conservación se fia, no á la Tierra, sino al gran número de copias que del mismo haya, y á la inmensa cifra de las mediciones que con él se hagan en todo el planeta.

Algunas tentativas para persistir en la idea de encomendar la invariable conservación de la unidad de longitud á la naturaleza, sustituyendo el metro por la longitud de una onda luminosa, ó por otras longitudes, no han prosperado.

C. — A la unidad de tiempo, el segundo, puede hacérsele algún reproche; pues dependiendo á la vez de la duración exacta de una revolución de la Tierra alrededor de su eje, y del tiempo empleado por la misma en recorrer su órbita alrededor del Sol, medido entre dos pasos sucesivos por el equinoccio de primavera, es decir, dependiendo del día sidéreo y del año trópico, tal unidad no descansa ciertamente en bases inmutables.

La índole de los fenómenos astronómicos, la exactitud con que se hacen las observaciones, y la precisión alcanzada en la construcción de péndulos y cronómetros, influyen, sin embargo, para que no se discutan generalmente las condiciones de la unidad de tiempo; y para que ésta se halle aceptada como buena en términos de que han sido, casi sin examen, desechadas todas las demás (la duración de una vibración etérea etc.) que se han propuesto.

25 — A. — Desde luego se comprende que el sistema terrestre, á pesar del mérito de sus unidades de longitud y tiempo, no puede ser á propósito para usos científicos de verdadera exactitud. Gauss fué el primero que tropezó con esta dificultad cuando quiso instituir un sistema general de observaciones de la fuerza magnética, y se vió contrariado por el hecho de no ser comparables las efectuadas en parajes en que g tenía distinto valor. Y á Gauss se debe la idea de los

sistemas absolutos, como á los electricistas la propagación eficaz de los mismos.

B.—En estos sistemas se conservan unidades fundamentales de longitud y tiempo, y se sustituye la de fuerza por la de *masa mecánica*, lo cual demuestra la impropiedad con que se les aplica el calificativo de absolutos.

La ventaja de la unidad de masa consiste en que dado un cuerpo y varias fuerzas constantes que sucesivamente actúen sobre él, como las aceleraciones son proporcionales á las fuerzas, la masa resulta en todo caso *constante*:

$$m = \frac{f}{\gamma}$$

siquiera con el carácter de número abstracto mejor que con significación definida alguna, según dejamos observado (**18.-D.**) De modo que el kilógramo-prototipo representará la misma masa cayendo en París ó en Madrid, en el Ecuador ó en los Polos, en la Tierra, en la Luna ó en el Sol; y disfrutará por este hecho una apreciableísima y excepcional universalidad como unidad de masa.

C.—La unidad de fuerza es, en los sistemas absolutos, unidad derivada,

$$f = m \times \gamma.$$

igual al producto de la masa por la aceleración.

D.—La elección de las tres unidades fundamentales debe obedecer á consideraciones y conveniencias no sólo intrínsecas sino también del sistema coordinado á que hayan de dar lugar. Así es que habiéndose empleado sistemas absolutos cuyas bases han sido el milímetro, la masa del milígramo, y el segundo,—el centímetro, la masa del gramo, y el segundo,—el centímetro, la masa del gramo y el minuto,—el metro, la masa de la tonelada, y el segundo,—el metro, la masa del gramo y el segundo, procedería observar, si de elegir se tratara, que con la adopción del centímetro y la masa del gramo resulta la densidad del agua igual á la unidad, en conformidad con el uso establecido.

26.—A.—¿Pueden deslindarse bien las ventajas y los inconvenientes, la trascendencia de las perfecciones y de los defectos, del sistema terrestre y de un sistema absoluto?

Desde luego calificaríamos á ambos de igualmente admisibles si no fuera tan difícil determinar experimentalmente valores de g , y tan necesario hacerlo así y no por medio del cálculo; pero como el número de parajes en que dicha constante se conoce es reducidísimo, é infini-

to el de aquellas donde la industria, el comercio ó la ciencia necesitan unidades, resulta por extremo limitada la posibilidad de hacer en cada caso la corrección indispensable y que se adivina leyendo la nota de la página 13.

B.—a.—De manera que lo que principalmente debe examinarse es cuál de ambos sistemas reúne circunstancias más adecuadas para las mediciones.

b.—Como en la práctica no se tienen en cuenta de ordinario (**10-E-b.**) las diferencias de valor de g , el sistema terrestre lleva consigo facilidades que le han hecho arraigar en el uso común, y le dan hoy la consistencia de cosa establecida; los pesos en el aire pasan por medidas de fuerzas; el cálculo del trabajo en los movimientos de objetos por máquinas, en las caídas de agua, etc. se reduce á multiplicar kilogramos por alturas; y todo esto no trae errores de consideración la mayor parte de las veces, y es sumamente cómodo y sencillo.

c.—Los sistemas absolutos tienen por norma la exactitud: en ellos no existe tolerancia de errores grandes ni pequeños; hay la ventaja de que las masas están representadas por los mismos números que expresan los pesos; y aunque, efecto de ser derivada la unidad de fuerzas, para hallar un trabajo debe multiplicarse el espacio por la aceleración y por la masa, con lo cual surge la dificultad de los valores de g , cabe el recurso de sustituirlo numéricamente por la fuerza viva, producto de la masa y el cuadrado de la velocidad.

d.—En suma, en el actual estado de la cuestión, los esfuerzos internacionales en pro del sistema métrico, de un lado, y de otro los de los electricistas á favor del sistema absoluto que enseña estudiaremos, parece que llevan las cosas á que el sistema terrestre (que no se preocupa de errores porque prescinde de los consiguientes á la variabilidad de g) sea el vulgar ó de las aplicaciones generales; y el absoluto aceptado (que tampoco se preocupa de errores, porque con él no se dan) imponga sus ventajas en la esfera científica.

IV

SISTEMA ABSOLUTO DE C. G. S.

27.—De los varios sistemas propuestos como absolutos ha prevalecido, por acuerdo del Congreso internacional de electricistas celebrado en París en 1881, el de la Asociación Británica, llamado del *centímetro-gramo-segundo*, ó, por abreviatura, del C. G. S.

Una sola de sus unidades fundamentales, el *gramo-masa*, es absoluta, y constituye por lo tanto la característica del sistema.

1.º **Unidades fundamentales.**

28.—A.—Las unidades fundamentales del sistema C. G. S., son tres:

Una unidad de longitud: *el centímetro*.

Una unidad de masa: *el gramo-masa*.

Una unidad de tiempo: *el segundo*.

B.—El centímetro es la centésima parte del metro-prototipo que se conserva en París, medido á 0.º C. Se le representa por el símbolo L.

C.—El gramo-masa, mejor que la masa mecánica de un centímetro cúbico de agua pura á 4º C., debe decirse que es la de la milésima parte del kilogramo-patrón que se conserva en París. Se representa esta unidad por la letra M.

D.—El segundo de tiempo es $\frac{1}{86400}$ de la duración del día medio. Se le representa por el símbolo T.

E.—Debe censurarse que estando en uso la palabra *gramo* como unidad de fuerza ó de peso, se haya designado con ella la unidad de masa, pudiendo haberse acordado otra que alejara todo motivo de confusión.

2.º) Unidades derivadas.

29.—Veamos como se desarrolla el sistema en grupos de unidades derivadas.

a) UNIDADES GEOMÉTRICAS

30.—*Unidad de superficie.*—El *centímetro cuadrado*.—Sus dimensiones son:

$$L \times L = L^2 \quad (12)$$

31.—*Unidad de volumen.*—El *centímetro cúbico*.—Sus dimensiones son:

$$L \times L \times L = L^3 \quad (13)$$

32.—En la práctica se emplean además otras unidades múltiples y submúltiplas de las anteriores, como el kilómetro, el metro, el decímetro y el milímetro cuadrados y cúbicos, que no hay necesidad de definir.

b) UNIDADES MECÁNICAS.

33.—*Unidad de velocidad.*—Es la velocidad de un cuerpo que recorre con movimiento uniforme un centímetro por segundo. Sus dimensiones son:

$$\frac{L}{T} \quad (14)$$

Se usan además otras unidades, como metros por segundo ó por minuto, kilómetros por hora, etc., cuyas relaciones con la *cegesimal* son bien conocidas.

34.—*Unidad de aceleración.*—Es la aceleración de un móvil que recorre su trayectoria ofreciendo por segundo una variación constante de velocidad igual á la unidad de esta magnitud, ó sea igual á un centímetro. Como en las unidades anteriores, las dimensiones resultan de la misma definición.

$$\frac{\text{Unidad de velocidad}}{T} = \frac{\frac{L}{T}}{T} = \frac{L}{T^2} \quad (15)$$

Siendo el valor de la aceleración de la gravedad en Madrid 9.80 metros, ó bien 980 cm., quiere decir que g vale en el Observatorio astronómico 980 unidades C. G. S. de aceleración.

85.—Unidad de fuerza.—Se llama *dina*. Es la fuerza que actuando (en teoría) sobre un centímetro cúbico de agua pura á 4° C., ó bien (dentro de las creaciones de la Comisión Internacional de Pesas y Medidas) sobre la milésima parte del kilogramo-patón que se conserva en París, produce un movimiento cuya aceleración constante es la unidad. Sus dimensiones, según la expresión

$$m = \frac{f}{\gamma}, \text{ ó bien } f = m \gamma,$$

son:

$$M \times \frac{L}{T^2} = \frac{ML}{T^2} \quad (16)$$

Como las aceleraciones son proporcionales á las fuerzas, y el centímetro cúbico de agua pura á 4° C. adquiere en París, es decir, sometido á la fuerza llamada *gramo-fuerza* ó *gramo-peso*, una aceleración de 980,96 centímetros, mientras que bajo la acción de una *dina* sólo puede adquirir la de un centímetro, resulta que la relación aproximada entre ambas unidades es la de 981 á 1.

El kilogramo vale en Madrid 980,015 6 dinas.

El milígramo puede considerarse en cualquier paraje de la Tierra como prácticamente igual á la dina; en efecto, la relación entre ambas unidades es en Madrid $\frac{1000}{980} = 1,02$; en el Ecuador $\frac{1000}{978} = 1,02$; y en el Polo $\frac{1000}{983} = 1,02$.

86.—Unidad de trabajo y de energía.—Se llama *erg*. Y es el trabajo correspondiente á una dina que recorre un centímetro; ó la fuerza viva representada por el gramo-masa moviéndose con la unidad de velocidad. Sus dimensiones se obtienen de la expresión

$$f = \frac{1}{2} m v^2$$

$$\frac{ML}{T^2} \times L = \frac{ML^2}{T^2}, \text{ ó bien } M \times \left| \frac{L}{T} \right|^2 = \frac{ML^2}{T^2} \quad (17).$$

Las unidades del sistema terrestre grámetro y kilográmetro tienen

en Madrid, respectivamente, 98 001 y 98 001 560 ergs; y en París 98 095 y 98 096 000.

37.—Unidad de potencia mecánica.—Es la relación del trabajo al tiempo, correspondiente al erg por segundo. Sus dimensiones son:

$$\frac{ML^2}{T^2} = \frac{ML^2}{T^3} \quad (18)$$

El caballo de vapor (75 kilográmetros por segundo) valdrá en Madrid 98 001 560×75=7350 117 000 ergs; y en París 98 096 000×75=7 357 200 000 ergs.

C) UNIDADES MAGNETICAS

38.—Unidad de polo.—Es un polo que rechaza á otro igual colocado á un centímetro de distancia con la fuerza de una dina.

De la expresión

$$f = \frac{m m}{d^2}, \text{ ó bien } f = \frac{m^2}{d^2}, \text{ ó bien } m = d \sqrt{f};$$

se deducen las dimensiones de la cantidad de masa magnética llamada unidad de polo:

$$L \times \sqrt{\frac{ML}{T^2}} = \frac{M^{1/2} L^{3/2}}{T} \quad (19)$$

39.—Unidad de campo magnético.—La intensidad de un campo magnético en cualquiera de sus puntos se mide por la fuerza que ejerce sobre la unidad de polo situada en el mismo punto; y en cada caso está representada por el cociente entre el valor de dicha fuerza en dinas y la unidad de polo. Cuando la fuerza es una dina se dice que la intensidad del campo en el punto en cuestión es *la unidad*; y las dimensiones de ésta se establecen así:

$$\text{Unid. de int. de campo mag.} = \frac{\frac{ML}{T^2}}{\frac{M^{1/2} L^{3/2}}{T}} = \frac{M^{1/2}}{L^{1/2} T} \quad (20)$$

40.—Unidad de flujo de fuerza.—Es el flujo que un campo magnético unidad produce en la unidad de superficie (centím. cuadrado).

Como el flujo que atraviesa una superficie normal á las líneas de fuerza depende de la intensidad (supuesta uniforme) del campo, y de la extensión de la superficie, estando en cada caso representado por el producto de estas dos cantidades, las dimensiones de la unidad serán:

$$\frac{M^{1/2}}{L^{1/2} T} \times L^2 = \frac{M^{1/2} L^{3/2}}{T} \quad (21)$$

Esta misma unidad sirve para medir la inducción magnética y la fuerza magnetizante.

d) UNIDADES ELECTRO-MAGNÉTICAS (*)

41.—Unidad de corriente.—Ó unidad de *intensidad* de corriente. Es la corriente que marchando por un conductor de un centímetro de longitud arrollado en arco de circunferencia de 1 centímetro de radio ejerce la acción de una dina sobre un polo magnético unidad situado en el centro.

Para establecer las dimensiones basta recordar la fórmula d. Ampere,

$$f = \frac{i m l}{d^2}, \text{ ó bien } i = \frac{f d^2}{m l};$$

y sustituir en ella en vez de f la dina, en lugar de d y l el centímetro, y por m la unidad de polo:

$$\text{Unidad C. G. S. de corriente} = \frac{\frac{M L}{T^2} \times L^2}{\frac{M^{1/2} L^{3/2}}{T} \times L} = \frac{M^{1/2} L^{1/2}}{T} \quad (22)$$

Esta unidad resulta un poco grande en la práctica ordinaria, y por ello se ha adoptado otra llamada *ampere*, que es $\frac{1}{10}$ de la misma.

42.—Unidad de cantidad.—La cantidad de electricidad transportada por una corriente de intensidad i en el tiempo t , se representa, según la ley de Faraday, por la expresión

$$\text{cantidad de electricidad} = i \times t.$$

(1) Véanse las notas III y IV.

Y estaremos en el caso de la unidad C. G. S. cuando i y t sean unidades. Unidad de cantidad será, pues, la cantidad de electricidad que pase por un conductor en un segundo cuando la intensidad de la corriente valga uno. Si esta última condición no se verifica, claro es que la unidad de cantidad tardará en pasar un tiempo que dependerá del valor de la intensidad.

Sus dimensiones son:

$$\frac{M^{1/2} L^{1/2}}{T} \times T = M^{1/2} L^{1/2} \quad (23)$$

La práctica hace uso de la unidad *coulomb*, que es $1/10$ de la cegesimal, y representa la cantidad que atraviesa un circuito cuando la corriente vale un amper.

En términos generales entre las nociones de intensidad y cantidad solo hay de por medio, como lo expresa la fórmula (23), el elemento *tiempo*. ¿Pasan en un segundo uno, dos, diez, cuarenta coulombs? Pues se dice que la intensidad de la corriente es de uno, dos, diez, cuarenta amperes. ¿Tarda un coulomb en pasar diez segundos, una hora, un día? Pues la intensidad de la corriente es de $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{1360}$, $\frac{1}{86400}$ de amper.

Aplicado el coulomb á la descomposición del agua, deja libre 0,01041 mg. de hidrógeno, y al atravesar una disolución de nitrato de plata ó de sulfato de cobre, precipita 1,1248 mg. y 0,34 mg. de los respectivos metales. Datos que representan medios prácticos de medir cantidades de electricidad en coulombs.

En lenguaje industrial se llama *amper-hora* á la cantidad de electricidad que circula en una hora cuando la intensidad es un amper.

$$\text{Un amper-hora} = 3600 \text{ coulombs}, \quad (24)$$

48.—Unidad de resistencia.—Según la ley de Joule,

$$W = i^2 r t;$$

y en el caso de un segundo,

$$r = \frac{W}{i^2}$$

Cuando W sea igual á la unidad C. G. S. de calor ó erg., é i á la de intensidad, r quedará definida como unidad de resistencia. Luego esta será la resistencia de un conductor por donde pasa una co-

riente de intensidad unidad, dejando en el mismo 0,000 000 024 calorías gramo-grado por segundo. (*) Y las dimensiones,

$$\text{Unidad C. G. S. de resistencia} = \frac{\frac{ML^2}{T^2}}{\left[\frac{M^{1/2} L^{1/2}}{T} \right]^2} = \frac{L}{T} \quad (25)$$

Expresión que nos indica que la resistencia es una magnitud de la naturaleza de una velocidad. Como en la práctica resulta esta unidad muy pequeña, se ha adoptado otra, mil millones de veces mayor, llamada *ohm*; que es la resistencia á 0° C. de una columna de mercurio de 106 cm. de longitud y un milímetro cuadrado de sección.

44.—*Unidad de fuerza electromotriz.*—Y también *unidad de diferencia de potencial*: se define por la ley de Ohm:

$$I = \frac{E}{R} \quad \text{ó bien} \quad E = IR; \quad (26)$$

y es la fuerza electromotriz, ó el potencial, que origina ó mantiene una corriente cuya intensidad es la unidad, en un conductor cuya resistencia es la unidad.

Sustituyendo valores en la ecuación (26) tendremos las dimensiones:

$$\text{Unidad de f. e. m.} = \frac{M^{1/2} L^{1/2}}{T} \times \frac{L}{T} = \frac{M^{1/2} L^{3/2}}{T^2} \quad (27)$$

Prácticamente resulta muy pequeña esta unidad, por lo cual se ha adoptado otra, 100.000 000 de veces mayor, llamada *volt*.

La f. e. m. de un elemento de Daniell es 1 volt, 079, y por ello el *Daniell* se toma muchas veces como valor práctico del volt.

45.—Observése que las tres unidades prácticas *ampere*, *ohm* y *volt*, satisfacen, como no puede menos, á la ley de Ohm:

$$\text{Ampere} \left[\frac{1}{10} \text{ de la unidad c. g. s.} \right] = \frac{\text{volt} [100\,000\,000 \text{ unidades c. g. s.}]}{\text{ohm} [1000\,000\,000 \text{ unidades c. g. s.}]}$$

(*) El erg equivale en Madrid á $\frac{1}{41\,552\,661\,440} = 0,000\,000\,000\,024$ de caloría ordinaria

46.—Unidad de capacidad.—Análogamente al hecho de que la cantidad de gas que cabe en una vasija depende del volumen de ésta, y de la presión del fluido, sucede que la cantidad de electricidad que tiene un conductor depende no solamente de la forma y dimensiones del mismo, sino también de su potencial, ó del potencial del manantial que le carga. En una palabra,

Cantidad de electricidad = $E \times$ capacidad;

ó bien

$$\text{Capacidad} = \frac{\text{Cantidad de electricidad}}{E}$$

Será, pues, capacidad unidad la de un conductor que, bajo la unidad de potencial, toma la unidad de cantidad; y sus dimensiones se deducen de la anterior ecuación:

$$\frac{M^{1/2} L^{1/2} T^2}{M^{1/2} L^{3/2} T^2} = \frac{1}{L} \quad (28)$$

Esta unidad cegesimal resulta muy grande en el uso corriente. Y la unidad práctica, por definición y antecedentes, debe ser la de un conductor que contiene un coulomb cuando se le carga al potencial de un volt, y se la llama *farad*.

$$\text{Farad} = \frac{\text{Coulomb} = \frac{1}{10} \text{ uni. c. g. s.}}{\text{Volt} = 100\,000\,000 \text{ uni. c. g. s.}} = \frac{1}{1\,000\,000\,000} \text{ de uni. c. g. s. de cap.}$$

Pero como, aun valiendo el farad una milmillonésima parte de la unidad cegesimal es desproporcionado con las capacidades que se miden de ordinario, la verdadera unidad práctica es el *microfarad*, igual á $\frac{1}{1\,000\,000}$ de farad, ó $\frac{1}{1\,000\,000\,000\,000}$ de la unidad C. G. S.

Un farad representa próximamente 1 400 veces la capacidad del planeta Tierra.

Los patrones de capacidad generalmente empleados son condensadores cuya capacidad varía entre $\frac{1}{3}$ y 10 microfarads. Un condensador de un microfarad construido con papel de estaño contiene unas 300 hojas metálicas separadas por otras de mica, encerradas en una caja cilíndrica de 8 cm. de altura y 16 cm. de diámetro.

Algunas cajas de condensadores-patrones se componen de frac-

ciones de microforad que se pueden agrupar á voluntad por medio de clavijas metálicas para hacer variar la capacidad y facilitar las mediciones.

47.— *Unidad de trabajo eléctrico, ó de energía eléctrica.*—Recordemos la ley de Joule: (*)

$$W=i^2 r t; \text{ ó bien } \left[\text{como } i=\frac{e}{r} \right] W=\frac{e^2}{r} t; \text{ ó bien } \left[\text{como } r=\frac{e}{i} \right] W=e i t$$

ó bien, teniendo en cuenta la ley de Faraday, $q=it$.

$$W=q \cdot e. \quad (29)$$

La energía eléctrica es, pues, una forma especial de la energía susceptible de transformarse en *energía química* (electrólisis), ó en *energía mecánica* (trabajo), ó en *energía térmica* (calor).

Esta cantidad W de trabajo mecánico, calor, ó energía química, en el caso de ser igual (29) al producto de la unidad de cantidad de electricidad por la unidad de fuerza electromotriz es lo que se llama unidad de energía ó de trabajo eléctrico. Sus dimensiones serán:

$$M^{1/2} L^{1/2} \times \frac{M^{1/2} L^{3/2}}{T^2} = \frac{M L^2}{T^2} = \text{un erg.} \quad (30)$$

Como el erg es unidad tan pequeña, se ha creado una unidad práctica llamada *Joule*, igual al producto de la unidad práctica de cantidad (coulomb) por la unidad práctica de potencial ó f e m (volt); es decir, igual á diez millones de ergs.

$$\text{Joule} = \frac{M^{1/2} L^{1/2}}{10} \times 100\,000\,000 \frac{M^{1/2} L^{3/2}}{T^2} = 10\,000\,000 \frac{M L^2}{T^2}$$

La comparación entre el Joule, ó *volt-coulomb*, y el kilogrametro en Madrid, arroja el siguiente resultado:

$$\frac{\text{Joule}}{\text{Kilogrametro}} = \frac{10\,000\,000 \text{ de ergs}}{98\,001\,560 \text{ de ergs.}} = \frac{1}{9.8} \text{ próximamente:}$$

es decir, que el Joule puede considerarse en la práctica como un décimo de kilogrametro.

(*) Véase la nota VI.

48.—Unidad de potencia eléctrica.—La unidad anterior es independiente del tiempo: cuando la energía ó trabajo eléctricos se refieren al segundo, resulta la noción de potencia eléctrica.

Por con-iguiente unidad de potencia será la potencia de un Joule por segundo; ó sea la potencia debida á un ampere cuando la diferencia de potencial es un volt. Se la llama *volt-ampere*, y más generalmente *watt*.

Un kilográmetro por segundo es igual á 9.8 watts.

Y un caballo de vapor (75 kgm. por segundo) valdrá:

$$75 \times 9.8 = 735 \text{ watts, próximamente.}$$

3.º) **Múltiplos, divisores, escritura y lectura.**

49.—La desproporción entre las magnitudes y las unidades puede acarrear la existencia de valores numéricos muy grandes y muy pequeños; y para remediar este inconveniente se han establecido múltiplos y divisores, por mecanismo idéntico al empleado en el sistema métrico. Así pues, las prefijas *deca*, *hecto*, *kilo*, *miria* y *mega* antepuestas á los nombres de las unidades que lo tienen, dan origen á otras 10, 100, 1000, 10000 y 1000 000 de veces mayores, y las *deci*, *centi*, *mili* y *micro*, las producen 10, 100, 1000 y 1000 000 de veces menores.

Una *megadina*, una *kilodina*, un *miliampere*, etc, son, por lo tanto, unidades iguales respectivamente á un millón de dinas, á una milésima parte de ampere, etc.

Cuando la voz que designa la unidad empieza por vocal las prefijas se modifican generalmente, aunque sin regla segura para ello. A estas exigencias de la eufonía obedece el que se diga *megohm*, *megajerg*, *kilerg*, etc.

50.—A.—La escritura de los múltiplos que terminan en ceros se simplifica presentándolos bajo la forma de productos, uno de cuyos factores son las cifras significativas, y el otro una potencia de 10 cuyo exponente indique el número de ceros. Según esto, la longitud del cuadrante del meridiano en metros se escribirá:

$$10\ 000\ 000 \quad \text{ó bien} \quad 10^7;$$

y en centímetros

$$1\ 000\ 000\ 000 \quad \text{ó bien} \quad 10^9.$$

Y el valor del kilográmetro en Madrid, 98 001 550 (unos 98 megalergs) podrá escribirse:

$$98 \times 10^6 \text{ aproximadamente.}$$

B.—La escritura de los submúltiplos que terminan en mu-

chos ceros se abrevia por el mismo procedimiento, solo que el exponente del 10 va precedido, como debe ser, del signo menos.

Así, el farad, y 84 microfarads, se escribirán:

Un farad = 10^{-2} unid. C. G. S. de capacidad.

84 microfarads = 84×10^{-12} unid. C. G. S. de capacidad.

Y la cantidad

$$\frac{1}{10\ 000\ 000} \text{ de gramo,}$$

de este modo: 10^{-7} g.

Como al ampere y el coulomb, serán:

10^{-1} unid. C. G. S. de corriente.

10^{-1} unid. C. G. S. de cantidad.

C.—Al formular las dimensiones de las unidades se ha hecho también práctica, conforme hemos observado, sustituir los radicales por exponentes fraccionarios.

51.—A.—La lectura, y sirva de regla, de los anteriores ejemplos de múltiplos, se verifica así: *un metro-siete; un centímetro-nueve; noventa y ocho ergs-seis.*

B.—La de los precedentes submúltiplos, y sirva también de regla, se verifica de este modo: *un noveno de unidad de capacidad; ochenta y cuatro décimos quintos de igual unidad; un séptimo-gramo.*

C.—Cuando una unidad no tiene nombre, se la llama *unidad C. G. S.*, ó *unidad cegesimal*, de la magnitud á que se refiera.



V

UNIDADES VARIAS

52.—A.—Bien quisiéramos poder seguir consignando grupos de unidades derivadas cegesimales aplicables á la medición de la multitud de magnitudes que han surgido, y de continuo brotan, por los campos de la Física y de las ciencias naturales todas; pero lo cierto es que solo los fenómenos eléctricos disfrutan hasta el presente, con sanción oficial y práctica, las ventajas de la sistematización.

B.—La indiscutible utilidad y el éxito asombroso del acuerdo de 1881, que dió vida al sistema C. G. S., deben servir de estímulo y razón para que los físicos, con la autoridad que les da su reunión en Congresos, extiendan cuanto antes tan beneficiosa obra. Y, entre tanto, así los profesores como los autores pueden ir laborando en la tarea de franquear los actuales límites de aplicación del sistema en las mil oportunidades y formas que para ello, y á cada paso, se les ofrecen.

C.—Por nuestra parte, en las presentes páginas, como lecciones que son preliminares de otras de *Física cuantitativa y Aplicaciones de la Física*, no podemos menos de consignar las unidades principales de que hemos de hacer uso, tomando las cosas en el estado anárquico en que se hallan, es decir, aceptando la mezcla existente de unidades sin conexión alguna, con otras del sistema terrestre, y con acomodaciones del C. G. S. Pero no perderemos ocasión de trabajar por la propagación del sistema absoluto; y, desde luego, en la nota VII damos la lista de una porción de unidades cegesimales al objeto de contribuir á su conocimiento y adopción.

53.—Unidades de presión.—A.—Es de empleo muy general la *atmósfera*, presión ejercida sobre cualquier superficie por una columna de mercurio, á 0.° C., de 76 cm. de altura, ó por su equivalente de otro líquido. Tratándose del agua á 4.°, dicha altura es 10,33 m.

Como el valor de esta unidad depende del de g , se debe añadir—á los 45° de latitud—queriéndola dejar del todo definida.

Aunque pudiera reducirse la atmósfera á peso, partiendo de que la referida columna equivale por centímetro cuadrado á 1,033 296 kilogramos, la costumbre es atenerse á la altura, y dividir la unidad en medios, tercios, etc., ó en centímetros y milímetros, ó en millonésimas partes, como ha hecho Crookes para medir los vacíos extremados.

B.—El *kilogramo por cm²* no necesita definición: equivale, prácticamente, al peso de una columna de agua de 10 m. de altura, y un cm² de base; y, como se ve, es unidad tan próxima á la anterior que en muchas aplicaciones no hay error grave confundiéndolas.

C.—La *dina por cm²* es la unidad C. G. S. de presión. Sus dimensiones están dadas por la relación

$$\frac{ML}{T^2} \cdot \frac{1}{L^2} = MT^{-2} L^{-1} \quad (31)$$

Como resulta con frecuencia pequeña, se usa también la *megadina por cm²*, unidad suficientemente aproximada á la atmósfera para que en algunos casos puedan ambas considerarse equivalentes.

54.—Unidades de temperatura.—A.—La unidad generalmente adoptada es el grado centígrado, ó grado Celsius (C. en abreviatura). Una costumbre censurable hace, sin embargo, que los constructores de termómetros marquen en éstos á la vez que la escala centígrada la de Reaumur.

B.—En Inglaterra y en los Estados Unidos está en uso principalmente la escala de Fahrenheit, cuyo grado 32° corresponde al 0° de las dos anteriores, ó sea á la temperatura del hielo fundente, y el 212° al agua pura hirviendo bajo la presión de 760 mm.

C.—En Rusia es algo empleada la escala de Delisle, que lleva el 0.° en el punto de ebullición del agua, y el 150.° en el de fusión del hielo.

D.—Para convertir á grados centígrados, C., una temperatura dada en cualquiera de las otras escalas, basta tener en cuenta las siguientes relaciones:

$$C = \frac{5}{4}R = \frac{5}{9}[F-32] = \frac{2}{3}[150-D] \quad (32)$$

E. — En algunos casos las temperaturas se indican en la escala llamada absoluta, cuyo 0.° se supone á 273 grados centígrados por debajo del 0.° de la escala de Celsio. Con la cual la transformación de una temperatura centígrada en absoluta está reducida á sumarla con el número 273.

55. — *Unidades de calor.* — **A.** — Hasta ahora, y aun hoy, la unidad más usada es la *caloria* grande, ó *caloria kilógramo-grado*, cantidad de calor necesaria para elevar un grado la temperatura de un kilógramo de agua líquida. Resulta unidad mal definida por la inconstancia del calor específico del agua, siquiera de ordinario se acepte que la variación térmica se refiere á uno de los grados comprendidos entre 0.° y 4.° C.

B. — La pequeña caloria, ó *caloria gramo-grado*, es una unidad mil veces menor que la precedente. Su definición se sobrentiende.

C. — La unidad cegesimal de calor es el *erg*, también unidad de trabajo, como sabemos. Ante su pequeñez se recomienda para las necesidades de la práctica el *megáerg*.

D. — Las relaciones entre estas unidades arrancan del equivalente mecánico del calor, que para nosotros es 424 kgm. por caloria grande. Según esto, en Madrid tendremos:

Caloria kg-gra. = 98 001 560 ergs $\times 424 = 41\,552\,661\,440$ ergs,
ó bien unos 41 552 megalergs.

Caloria gramo-grado = 41 552 661 ergs = 41,5 megalergs.

Y también:

$$\text{Erg} = \frac{1}{41\,552\,661\,440} = 0,000\,000\,000\,024 \text{ de caloria grande,}$$

ó sean 0,000 000 024 de pequeña caloria.

$$\text{Megalerg} = \frac{1}{41\,552} = 0,000\,024 \text{ de caloria grande}$$

ó sean 0,024 de pequeña caloria.

56. — *Unidades fotométricas.* — **A.** — Existe un verdadero vacío en cuanto á buenas unidades para medir la intensidad de las radiaciones luminosas; mas, por compensación, es corriente en la práctica una colección de unidades fotométricas de escaso ó discutible mérito.

B. — El *cárcel* (mechero Cárcel) es una lámpara ó quinqué que consume por hora 42 gramos de aceite de colza purificado, con una llama de 23,5 mm. de diámetro y 10 mm. de altura de mecha. El

tubo ó chimenea de cristal tiene 290 mm. de alto por 47 mm. de diámetro, y el codo á 7 mm. sobre la mecha (Dumas y Regnault).

C.—La *bugia esteárica*, ó bugia francesa de la Estrella, no es unidad definida con rigor, si bien se admite que corresponde á un consumo medio de 8 gr. por hora. Schwendeer asegura haber observado variaciones hasta de un 50 por 100 quemando ejemplares de este patrón.

D.—El *candle*, ó bugia inglesa de espermaceti (blanco de ballena), tiene un diámetro de $\frac{1}{8}$ de pulgada, y consume 120 granos por hora, medidas inglesas. Las variaciones de esta unidad llegan á veces al 30 por 100.

E.—La *bugia de parafina*, unidad alemana, tiene 20 mm. de diámetro, y debe arder con llama de 50 mm. de altura.

F.—En 3 de Mayo de 1884, acordó la Conferencia Internacional, á propuesta de Violle:

1.º *Unidad de luz blanca* será la total luz emitida por un centímetro cuadrado de platino en el momento de su solidificación.

2.º *Unidad de cada luz simple ó monocromática*, será la cantidad de luz de la misma especie emitida normalmente por un centímetro cuadrado de platino á la temperatura de solidificación.

Estas unidades reúnen superioridad teórica evidente sobre las demás; pero es de temer que la práctica no las encuentre aceptables.

G.—El siguiente cuadro facilitará comparaciones y reducciones de unas á otras unidades.

UNIDADES	PATRÓN de Violle	CARCEL	BUGIA de estearina	CANDLE	BUGIA de parafina
Patrón de Violle..	1	2,080	13,520	15,392	15,808
Carcel.....	0,481	1	6,500	7,400	7,600
Bugia de estearina	0,074	0,154	1	1,139	1,169
Candle.....	0,065	0,135	0,879	1	1,027
Bugia de parafina.	0,063	0,132	0,855	0,974	1

NOTA I

Alfabeto griego.

A fin de disponer de mayor número de signos en las lecciones de *Física cuantitativa, Aplicaciones de la Física, y Ejercicios y Problemas*, incluimos á continuación el alfabeto griego:

Signo.	Nombres.	Valor.
A α	alfa	a
B β	beta	b
Γ γ	gamma	g
Δ δ	delta	d
E ϵ	epsilon	e breve
Z ζ	zeta	ds
H η	eta	e larga
Θ θ	theta	z
I ι	iota	i
K κ	cappa	c k
Λ λ	lambda	l
M μ	mu	m
N ν	nu	n
Ξ ξ	xi	x suave
O $\omicron$	omicron	o breve
Π π	pi	p
P ρ	rho	r
Σ ς σ	sigma	s
T τ	tau	t
Υ υ	upsilon	u
Φ φ	fi	f
X χ	ji	j
Ψ ψ	psi	ps
Ω ω	omega	o larga

NOTA II

El patrón de masa.

A.—a.—Después de solucionar multitud de cuestiones matemáticas, físicas, mecánicas y químicas, la Comisión Internacional de Pesas y Medidas, ha realizado el patrón de la unidad de longitud en los siguientes términos: el material de la regla métrica es una aleación de noventa partes de platino y diez de iridio, homogénea de composición, y de densidad uniforme: la barra tiene su sección transversal de figura de X, ofreciendo al descubierto en la canal el plano de las fibras neutras; y el metro está señalado por medio de dos trazos acompañados de otros dos, á medio milímetro de distancia, todos ellos abiertos en superficie especular.

Para la comparación de metros se emplean procedimientos ópticos, habiéndose abandonado la idea del patrón definido por la distancia entre sus extremos, á causa del desgaste que pudieran originar los contactos del comparador con los mismos.

La aleación ha sido fundida y recocida, estirada y cepillada cuanto se ha creído necesario para darle una constitución molecular estable; y se ha estudiado con el mayor esmero la elasticidad y la dilatación de la barra, hasta llegar á establecer la siguiente *ecuación del metro prototipo internacional*:

$$M = 1^m + 8, \mu 651 t + 0, \mu 001 t^2$$

La nueva regla, comparada con la antigua de platino, matriz del sistema métrico, que se conserva en los Archivos de la capital de Francia, tiene seis cienmilésimas de milímetro menos de longitud.

b.—Los dos patrones del metro enviados á España por la Comisión Internacional de Pesas y Medidas, han sido construidos

exactamente como el prototipo, y proceden del mismo lingote. Las ecuaciones que los definen con relación á $\mathcal{M}$ son:

Metro-tipo núm. 17 = $1^m + 0$, μ 9+8, μ 653 $t + 0$, μ 001 t^2

Metro-tipo núm. 24 = $1^m + 1$, μ 8+8, μ 670 $t + 0$, μ 001 t^2

B —El patrón de la unidad de tiempo se ha realizado de una manera ingeniosa: creando un mecanismo (el cronómetro) merced al cual cierto cuerpo (la manecilla ó aguja) efectúa un movimiento uniforme (el recorrido de la esfera ó limbo) cuya duración es igual á la del día medio. La división de la trayectoria en partes iguales permite apreciar horas, minutos y *segundos*.

Esto, á rigor, más bien que patrón es un *transporte* de la unidad; pero como el día medio resulta prácticamente inmanejable, su papel ó importancia consisten en prestarse, por medio de observaciones astronómicas, á la reproducción indefinida y fiel, como intervalo; y á la comparación y corrección de los relojes; los cuales, por ello y por su precisión, aparecen en las manos del hombre con la categoría de patrones efectivos.

Ordinariamente los cronómetros no marcan veinticuatro horas; y con frecuencia no se encomienda al sentido de la vista la apreciación de la unidad de tiempo, y menos la de sus fracciones; pero el estudio de los péndulos, cronógrafos, etc., corresponde á otro sitio.

Procede observar que si bien estos instrumentos reproducen ó copian *el segundo*, la duración del mismo queda definida mediante una longitud; es decir, se viene á la medición del tiempo por la consideración del espacio en una velocidad; lo cual, si el tiempo fuera cosa distinta de una relación, resultaría falta ó incorrección respecto de la regla que exige que la unidad, y por lo tanto la unidad realizada en el patrón, y la magnitud correspondiente, sean de idéntica naturaleza.

C. —La construcción de los patrones de longitud y tiempo, no ha requerido mas que cierto adelanto de las ciencias y de las artes mecánicas, para producir de manera acabada y primorosa tales aparatos de medición.

Pero tratándose del patrón de masa, ¿hay de por medio alguna dificultad de carácter esencial? ¿Existe con unánime asentimiento, una noción precisa de masa? ¿O nos hallamos en período de elaboración de un concepto dogmático para dicha magnitud? El patrón que realiza la unidad de masa, ¿irradia, así en la esfera científica como en la vulgar, esa luz brillante, tranquila y perpétua de las verdades sancionadas? En una palabra: ¿podemos lanzarnos á describir el

patrón de masa sin detenido y previo análisis de importantes consideraciones?

D.— Por de pronto, la palabra masa tiene tres definiciones más ó menos distintas: la *física*, la *mecánica* y la *astronómica*.

1.^a— *Masa física*.— Es la cantidad de materia que contiene un cuerpo. Definición que, según se ve, trae al campo científico el significado que vulgar, y casi instintivamente, se liga ó atribuye á la voz masa; pero no hace resplandecer en ésta el carácter de elemento de relaciones matemáticas, ni señala camino ó medio de comparar sus distintas magnitudes (de expresarlas en números) refiriéndolas á una unidad común.

Mas como la medición de masas surge para el físico como una necesidad ineludible de sus problemas, ha tenido que inventar modo de efectuarla; es decir, de valorar el número de veces que la cantidad de materia de un cuerpo contiene á la de otro. Y á falta de solución científica, ha aportado de nuevo á la cuestión nociones vulgares.

Para sostener con la mano dos litros de agua, creemos necesitar un esfuerzo doble que para impedir la caída de un solo litro: trasladando á la balanza los dos litros y el un litro, puede asignarse á las pesas el papel del esfuerzo muscular; y el hecho de que en un caso se emplee doble esfuerzo, ó se necesiten dobles pesas que en el otro para conseguir el equilibrio, es considerado como consecuencia y reflejo de que dos litros de agua deben poseer doble cantidad de materia que uno, comparándolos á igual temperatura y presión.

Ó en otros términos: el físico ha decidido medir la *masa-cantidad de materia* pesando. Y ha adoptado la unidad de peso como unidad de masa. Habiendo renunciado desde el primer momento á lo idea, que naturalmente ocurre, de medir las masas por volúmenes ante las variaciones de densidad que experimentan los cuerpos con los cambios de temperatura y presión.

Pero ¿y cuándo se trate de sustancias químicamente distintas, sean ó no de la misma densidad? ¿Qué relación existe entre pesos iguales de azufre y plata, por ejemplo? Numéricamente la relación es 1; pero esto nada significa. Y físicamente se pretende que dicha relación expresa la igualdad de cantidades de materia; lo cual hasta carece de sentido, si se admite, como es lo más corriente, que los cuerpos simples azufre y plata son materias distintas; precisando, para que suceda lo contrario, suponer que el kilogramo internacional de platino iridiado se halla, como todos los cuerpos, constituido por una *sustancia única*; es decir, admitir la hipótesis

de la unidad de la materia.—Y esto, bien por razones de hecho, bien por consideraciones de método, repugna hoy, aún, á muchos hombres de ciencia; y hasta para aquellos que, como nosotros, creen igualmente hipotética la unidad y la variedad de la materia, lleva consigo el defecto de que el patrón carece de la necesaria marca que le acredite, aparte de toda conjetura y discusión, como de igual naturaleza que todas las magnitudes que está destinado á medir.

De modo, en resumen, que la noción de masa física supone más ó menos implícitamente:

α).—Que todos los cuerpos están formados por una sola materia.

β).—Que la materia al *corporizarse* se diversifica en especies (formas químicas), y se condensa más ó menos (formas físicas ó estados de los cuerpos).

γ).—Que la densidad es función de la naturaleza química y del grado de condensación.

δ).—Que en el hecho experimental del peso se refleja la unidad de la materia, por lo cual el patrón de la unidad de peso puede ser patrón de la unidad de cantidad de materia.

Y quien repugne admitir todo esto, entienda que sin ello el sentido físico de masa, ya de suyo poco científico, resulta completamente vacío; y que de rechazar tales hipótesis se verá en seguida en frente de dos cuestiones: una experimental, la de tener tantos patrones de masa como sustancias químicas; y otra trascendente, la de formular una relación entre los patrones; cualquiera de las dos es suficiente para calificar á la noción de masa física como inadecuada é inadmisibles para el establecimiento de unidad y de patrón.

2.º—*Masa mecánica*. — Se define en conformidad con la expresión.

$$m = \frac{f}{\gamma}$$

Diremos, pues, que dos cuerpos tienen igual masa cuando sometidos á fuerzas constantes iguales adquieren en el mismo tiempo igual velocidad: $\frac{1}{8.6}$ de dm³ de cobre fundido, y 1 dm³ de agua pura, que satisfacen á semejante condición, representan por consiguiente dos masas iguales.

El concepto de masa así establecido resulta extraño á la consi-

deración inaccesible de cantidad de materia; y el número que en cada caso indica el valor de la masa, tiene todas las apariencias de un verdadero coeficiente.

No es preciso, sin embargo, fijar mucho la atención para descubrir que el hecho experimental de donde arranca el concepto que examinamos, ofrece una interpretación concreta, ó significado que permite al mecánico, viendo en el coeficiente masa un reflejo del modo cómo los cuerpos ceden á las fuerzas que los solicitan, proclamar la superioridad y ventaja con que sustituye á la conjetura poco científica de que el dm^3 de cobre tiene 8,6 veces más cantidad de materia que el de agua, la observación de que ambos volúmenes poseen distinta *capacidad para el movimiento* (*); ó, lo que es igual, aunque inverso, tienen *distinto coeficiente de resistencia al movimiento* (Lamé).

¿Pero el *coeficiente de resistencia al movimiento*, valorado por la velocidad, adolecerá de los mismos defectos que la *cantidad de materia*, medida por el peso?

El hecho de la divisibilidad de los cuerpos supone la necesidad de referir el coeficiente de resistencia á un elemento (átomo, mónica, centro de fuerza, etc., ó centímetro ó decímetro cúbicos de agua, platino, etc.); y es evidente que los dos, tres, cuatro, mil... elementos que formen un cuerpo, darán origen á un coeficiente-suma igual á dos, tres, cuatro, mil... veces el coeficiente elemental.

Ó en otros términos: las masas mecánicas correspondientes á trozos de un mismo cuerpo simple podrán medirse con relacion á la de uno de ellos.

Pero ¿qué significado tendrá la comparación de las masas de cuerpos de diferente naturaleza química? Entre los coeficientes masa, iguales, de $\frac{1}{6,8}$ de dm^3 de cobre fundido y 1 dm^3 de agua existe para el matemático la relación 1; pero ¿qué interpretación debe darse á esto? Los cuerpos todos del universo, ¿están constituidos por últimos elementos iguales y, por lo tanto, dotados de igual coeficiente de resistencia al movimiento? ¿Posee cada especie qui-

*.) El fenómeno, así interpretado, resulta del orden de las *capacidades caloríficas*, consistentes, como es sabido, en que pesos iguales (aquí se trata de volúmenes iguales) de distintos cuerpos necesitan cantidades diferentes de calor para experimentar en su temperatura el cambio de un grado.

mica un coeficiente elemental propio y característico? ¿La unidad de medida, común á todas las masas, está justificada sin más que el hecho de la velocidad, externo ó de forma? ¿Ó media, en esencia, el abismo de lo desconocido entre las dos partes de este fenómeno « $\frac{1}{8,6}$ de cm^3 de cobre y 1 cm^3 de agua sometidos á una dina, adquieren la aceleración de 1 cm »? ¿Abismo tan insondable como el que puede separar las dos de este otro: « $\frac{1}{8,6}$ de cm^3 de cobre y 1 cm^3 de agua pesan un gramo »—?

El mecánico se encuentra, pues, frente á una cuestión de la misma dificultad que la que se presenta al físico. Aprecia éste pesos en igualdad de valores de la gravedad y de la fuerza centrífuga terrestre; y surge la falta de significación para su concepto de masa al comparar pesos de cuerpos de distinta especie. Mide aquél velocidades en igualdad de fuerza y tiempo, y surge igualmente la falta de significación para su concepto de masa al comparar velocidades de cuerpos de diferente naturaleza química.

El mecánico se ve, en una palabra, arrastrado hacia la unidad de la materia, ó hacia la unidad del coeficiente elemental de resistencia al movimiento de las varias materias, ó hacia otras hipótesis, que son todas del mismo orden y carácter transcendente.

Después de todo, el peso (presión) es un fenómeno mecánico realizado por cuerpos que se nos revelan merced á la coexistencia de la masa y la fuerza; la velocidad es otro hecho mecánico que, igualmente, solo los cuerpos ofrecen; pesos y velocidades son, pues, dos fenómenos de la misma naturaleza; y es lógico que ninguno de los dos profundice en la cuestión más que el otro.

Cierto que el mecánico no se preocupa de estas disquisiciones ni le suponen dificultad alguna, en atención á que para el planteamiento de sus problemas sólo importa que el coeficiente de resistencia al movimiento tenga uno ú otro valor numérico.

A la manera que el físico podía prescindir de pensar en cantidades de materia, y aceptar las mediciones de masa, fundadas en el peso, como coeficientes sin significación concreta.

Pero ni uno ni otro pueden proceder ligeramente en esto por tratarse de establecer la unidad de medida; pues si ambos toman el coeficiente-masa como un número abstracto, resuelven prácticamente la dificultad; pero dejan á un lado la importante, por el momento, cuestión de la igualdad de naturaleza entre la unidad y la magnitud que se trata de medir. Lo cual sólo puede hacerse con motivo bastante, que hasta ahora todavía, en lo dicho, no hemos encontrado

Exclarecido este punto hasta donde cabe, y viniendo á la práctica de la medición de masas mecánicas, diremos para concluir, que si se toma como unidad la milésima parte de la del kilogramo patrón de París, es evidente que la masa de un cuerpo será 2, 3, 40, 90... cuando el cuerpo puede ser descompuesto en 2, 3, 40, 90... partes, cada una de las cuales adquiere la misma velocidad que la milésima del kg. en igualdad de fuerza y tiempo. Pero como esta división del cuerpo no es factible, se prefiere valorar la fuerza capaz de hacerle adquirir la aceleración-unidad que la dina imprime á la unidad de masa, ó sea realizar la medida de las masas por medio de la de fuerzas.

3.º—*Masa astronómica.* — La Mecánica celeste estudia los movimientos de cuerpos— los astros— que ni pueden ser pesados ni sometidos á fuerzas. Y como necesita medir tales masas innacesibles, se ha hecho preciso, con justificación plena, idear una tercera definición de masa, fundándose en la atracción universal ó gravitación. De la fórmula

$$\frac{F}{F'} = \frac{m}{m'} \times \frac{d'^2}{d^2},$$

y teniendo en cuenta que las fuerzas atractivas F y F' pueden representarse por las aceleraciones que comunican á un mismo cuerpo, se obtiene fácilmente la siguiente definición: *unidad de masa es, en Astronomía la masa de un cuerpo que atrae á otro cualquiera situado á la unidad de distancia comunicándole la unidad de aceleración.*

Se prescinde de la naturaleza química de los cuerpos, en conformidad con las leyes de Newton; más sobre el particular pueden hacerse razonamientos análogos á los que dejamos consignados anteriormente, hablando de las acepciones mecánica y física de la voz masa.

E.—No es posible pensar en el patrón de masa sin examinar antes si los tres conceptos son reductibles á uno, como parece debe suceder, ya que en el fondo de las tres nociones se agita realmente una misma cosa: el sujeto de los fenómenos naturales, ó sea el sujeto del movimiento.

Desde luego la masa astronómica puede valorarse en gramos-masa, es decir, unificarse con la masa mecánica.

Sea, en efecto, m la unidad de masa adoptada en Astronomía. Colocada á la distancia l de una masa μ le comunica una aceleración l . En la superficie del globo μ adquiere la aceleración g , bajo la atracción de la Tierra, cuya masa M se supone concen-

trada en el centro y obrando á la distancia R . Y según las leyes de Newton, y representando por l y g las dos fuerzas de atracción, podemos establecer:

$$\frac{l}{g} = \frac{m}{M} \times \frac{R^2}{l^2};$$

de donde, teniendo en cuenta que $M=VD$, y suponiendo esférica á la Tierra,

$$m = \frac{4}{3} \pi \frac{RD}{g}.$$

O substituyendo valores ($R=637\ 100\ 000$ cm; $D=5.56$; $g=981$),

$$m=15\ 000\ 000 \text{ de gramos masa};$$

es decir la masa de un cuerpo que pese próximamente quince toneladas métricas.

De modo que si lográsemos fundir de igual manera en una las nociones de masa mecánica y masa física, podríamos considerarnos en posesión de un concepto de masa suficientemente definido para proceder á la adopción de patrón.

Veamos hasta qué punto es realizable tal empresa.

F.—Cantidad de materia, resistencia al movimiento, peso, hé aquí los términos entre los cuales nos proponemos descubrir, si la hubiere, alguna relación.

1.º El problema, por desgracia, traspasa los límites del conocimiento positivo, y no puede ser resuelto con rigor científico; pero cabe esclarecerlo mediante una exploración ó análisis de los fenómenos cósmicos más elementales, practicada por veredas próximas y afluentes á cauces de hechos ciertos, y encaminada hacia la tierra firme de la observación y el experimento de donde siempre irradia luz sobre los problemas de la naturaleza.

Imaginemos al efecto, en cuanto sea posible semejante concepción, *una materia primordial no definida*, prescindiendo de que la consideremos *única*, ó el tipo de *varias*; y sorprendámosla en el instante crítico en que, por causa ignota, se inicia en ella un proceso de *determinación en el espacio* que la saca de su modo de ser caótico ó desprovisto de toda característica asequible á la inteligencia humana.

Hay para el pensador cierto placer en vislumbrar, con visión in-

terior, y acaso sin confesar ni aun dar jamás forma á semejantes atisbos, la materia en estado de infinita sutileza, resolviéndose, allá en el principio de las cosas, en manifestaciones corpóreas, á la manera que el invisible vapor de agua que satura la atmósfera se resuelve á la vista, y por causa conocida, en nubes, lluvias, nieves y granizo.

De esta especie de cristalización del caos en espacio surge, entre confusión y vaguedad de perfiles, la materia con forma. Pues aunque el primer producto de la determinación de la sustancia no definida sean centros al modo de puntos matemáticos sin extensión, bastan ellos como elementos para sustituir los cuerpos dotados de volumen. Y así, ya con los atavíos de lo finito el sujeto de los fenómenos cósmicos, cabe imaginarlo, en cada momento del proceso, desprovisto de todo nuevo atributo que no sea el geométrico, y distinguirlo en la magnitud *masa* si nos fijamos en un grado de la determinación (condensación), ó por la *densidad*, cuando comparamos los diferentes grados que se vayan produciendo.

Mas aparte de lo inmediato y fácil de considerar la *corporización* de la materia bajo este aspecto, es evidente que el hecho, en conjunto, ofrece mayor complejidad; pues la materia no puede determinarse en el espacio por más de un instante sin que necesariamente no resulte á la vez *determinándose en el tiempo*; y tal simultaneidad, que presenta, aunque también confuso y mal delineado, el fenómeno del *movimiento*, y caracteriza la totalidad del hecho, es lo que da campo á la posibilidad de *crear por abstracción* la masa (determinación bajo el punto de vista del espacio), y la *velocidad* (relación de las determinaciones en el espacio y en el tiempo). Mereciendo notarse que no es posible abstraer ninguna magnitud que corresponda á la determinación en el tiempo. Quién sabe si por que, acaso, el origen del tiempo es el hecho primordial que examinamos.

En una palabra, lo cósmico no es la materia, sino el movimiento; estando desprovistas de realidad física la materia no determinada en *masa-moviéndose*, la masa sin movimiento, y la velocidad que directa ó indirectamente no encarne en la masa.

Después del primer instante, ó instante crítico, de la corporización, y sin perjuicio de que el proceso iniciado continúe, cabe imaginar *un segundo orden de análogas determinaciones*, á base de la *masa-moviéndose* como sujeto. La compatibilidad entre ambos procesos es evidente; el mecanismo icéntico; y tal complicación, que puede repetirse tres, cuatro y cuantas veces queramos, no representa otra cosa que un paso más, igual en esencia al anterior, y á los que le sigan, en esa inmensa historia cuyas últimas frases son

hoy, al parecer, los elementos simples y compuestos en lo químico, los cuerpos sólidos en lo físico, y las moles sidéreas en lo astronómico.

El movimiento de la masa-moviéndose permite, sin embargo, diferenciaciones de importancia. Puede ir acompañado de cambio de densidad, y en tal caso, resulta el fenómeno comparable á su antecesor—la resolución de la materia en masa-moviéndose,—en que hemos distinguido, aunque de un modo elemental, confuso é indiferenciado, los aspectos masa y velocidad. Ó, por el contrario, ofrecer como característica la constancia de la densidad; y entonces se perfeccionan, separan y adquieren cuerpo, el movimiento y sus factores; y aparecen, como nuevos elementos bien delineados de la vida cósmica, *las rotaciones, las vibraciones y las traslaciones*.

Tomando origen en uno ú otro caso dos importantes magnitudes: *la fuerza viva* ($\frac{1}{2} m v^2$), y *la cantidad de movimiento* ($m v$).

Pero hablar de masas en movimiento, es hablar, después del primer instante, de masas movidas. Y parece natural investigar si al modo como nace la masa, subsiste también algo, hijo de las determinaciones en el espacio y en el tiempo, es decir, queda algo del movimiento que pasó. Y efectivamente, un juicioso análisis de los fenómenos naturales, ha logrado reconocer, con fina penetración, la existencia de *la energía de la masa que se mueve* (dinámica), y *la energía de la masa movida* (de posición ó potencial), y averiguar que ambas son una misma cosa que se conserva y cambia de una á otra forma, en equivalencia perfecta. Resultando, en suma, que el proceso de corporización de la materia no origina tampoco la masa-moviéndose, sino *la masa vivificada*, digámoslo así, merced al movimiento presente y pasado, ó, en otros términos, *la energía*.

La conservación de la energía á espensas de la transformación de la dinámica en potencial ó viceversa, y de los cambios de forma del movimiento, incita á otra nueva abstracción de gran relieve, *la fuerza* (*), considerada, por contraposición con la masa, como causa del movimiento.

Todo lo cual, si, en el momento crítico de la corporización de la materia, aparece nebuloso é insuficientemente distinto, en el proceso de segundo orden resulta, según hemos apuntado, diferenciado con absoluta claridad, ya en movimientos de igual masa y des-

(*) Hirn ha defendido con verdadero empeño la existencia independiente de la fuerza, y aun de varias clases de fuerza; pero su autoridad, con ser tanta, resulta algo aislada en esto de concebir las fuerzas vagando, separadas de la masa, por el espacio. Ya en otra ocasión nos hemos opuesto á semejante doctrina.

iguales velocidades, ó de desiguales masas ó igual velocidad, ya en los cambios de forma de la energía y del movimiento; hasta el extremo de que las abstracciones masa y fuerza parecen, no solo justificadas, sino impuestas por ley de necesidad á la flaqueza del intelecto humano como único medio de contemplar, ya que no conocer, desde puntos de vista contrapuestos, una realidad cuya esencia nos escapa.

La mecánica utiliza la abstracción fuerza como ente activo, por lo que así simplifica el planteamiento y la resolución de sus problemas; pero á la vez reconstituye dicha noción en sus verdaderos términos naturales, mediante las dos expresiones

$$Fe = \frac{1}{2} m v^2; \quad Ft = m v,$$

en las cuales basta hacer e y t iguales á uno, para que se conviertan en definición de fuerza desde los puntos de vista del espacio y del tiempo respectivamente.

En resumen, podemos establecer:

α)—Que la materia es inaccesible á la razón y al estudio experimental.

β)—Que existe la energía, ó sea la masa poseyendo un modo de actividad dependiente de sus movimientos presentes y pasados; pero la masa y la fuerza son meras abstracciones.

γ)—Que medir masas y fuerzas será medir bajo dos aspectos lo que consideramos como única realidad natural.

Desde cuyas alturas, á las preguntas ¿qué es cantidad de materia? ¿qué es resistencia de la materia al movimiento? podemos sin vacilación contestar: dos nociones incomprensidas y, probablemente, incomprensibles.

La primera desaparece para la ciencia positiva, al abandonar ésta la materia como eterno misterio. El ente mecánico elemental *masa moviéndose y movida*, se encuentra á tan inmensa distancia de los cuerpos, aun cuando los constituye, que no hay, ni habrá jamás, procedimiento ni medio de estudiarlo. Y el peso no es, como se comprende, escalpelo bastante fino para disechar en tales honduras.

Faltan, pues, base experimental y motivo suficiente para sostener la noción de cantidad de materia; y debe borrársela de los cánones científicos.

Se patentiza la abstruso de apreciar la masa por y como la resistencia de la materia al movimiento, con solo observar que es función de la fuerza (una abstracción) y de la velocidad (una relación).

Mas como, al fin y al cabo, existen de por medio una base experimental y un modo de determinación en ella fundado, el concepto mecánico de la masa, aunque inasequible, puede conservarse, no desvirtuándole su carácter empírico.

A pesar de todo, es á la vez evidente que pretender elevarse desde la realidad cuerpo (masa animada de varios movimientos y que ha verificado otros) á las nociones, puramente racionales si se quiere, de cantidad de materia y de resistencia al movimiento, resulta aspiración grande que conduce á que ambas se fundan en el sujeto común—la materia—en cuyo seno no se conciben dislocadas una de otra, y acaso sean la misma cosa, ó al menos la relación necesaria que entre ellas no puede menos de existir sea la proporcionalidad directa.

La unificación teórica de los conceptos de masa en Física y Mecánica no repugna, pues, y aun cabe considerarla existiendo en cuanto es posible, fuera de los límites de la experiencia. Y el camino de la unificación en el terreno de los hechos queda abierto desde que, conservándose la noción mecánica en lo que tiene de experimental, y orillada la de cantidad de materia, falta solo tender un puente ó hallar un nexo entre el peso y el cociente $\frac{F}{V}$.

2.º Este resultado de la exploración que, batiendo un ala en el éter del idealismo y otra en la atmósfera de lo experimental, acabamos de hacer, da importancia decisiva y adquiere valor y consistencia, merced al siguiente fenómeno.

Supongamos, en París, un cuerpo equivalente á

9,8096 veces

la pesa del kilogramo-patrón, cayendo con la aceleración

9,8096 metros:

se tiene la masa mecánica 1 (**1S-B**). Dos veces 9,8096 kg. caen con igual aceleración, 9,8096 m., y la masa mecánica es 2. Y en general

$$m = \frac{n \times 9,8096 = F \text{ kg.}}{9,8096 \text{ m}}; \quad m' = \frac{n' \times 9,8096 = F' \text{ kg.}}{9,8096 \text{ m}};$$

de donde

$$\frac{m}{m'} = \frac{F}{F'}$$

lo cual, teniendo en cuenta que en París los pesos en el vacío son medidas de la fuerza de gravedad en kilogramos, y que dos cuerpos que, colocados sobre la balanza, se equilibran en París, se equilibran igualmente en todas partes, significa que *las masas mecánicas y los pesos en el vacío son proporcionales*.

Por consiguiente, las masas pueden representarse por los mismos números que expresan los pesos, según en otro lugar (26-B-c) hemos observado. Y la unificación de los conceptos físico y mecánico de la magnitud de que nos ocupamos queda en el hecho perfectamente establecida.

H.-a.—La identidad que late en el fondo de las tres nociones resulta tan al descubierto, que si adoptásemos como unidad la masa de un cuerpo que pesara unas quince toneladas métricas (15 000 000 de gramos) se satisfarían á la vez las definiciones del astrónomo, del físico y del mecánico, con el solo pequeño inconveniente práctico de que los valores numéricos de los pesos de la mayoría de los cuerpos que se manejan en la superficie de la Tierra serían fracciones.

De modo que podemos proceder á elegir unidad y á realizarla en un patrón.

b.—Como no es posible medir una masa que á la vez no sea fuerza, ni una fuerza que á la vez no sea masa, lo lógico es adoptar un patrón común que represente las unidades de ambas magnitudes, y lo natural aceptar para este doble objeto el kilogramo de la Comisión Internacional de Pesas y Medidas, construido de manera tan acabada como el metro, con platino iridiado al diez por 100, y en forma de cilindro recto cuya altura es igual al diámetro de sus bases; prototipo definido por su volumen y por su masa (peso) en los siguientes términos:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Masa} = 1 \text{ kg.} \\ \text{Volumen} = 46 \text{ ml, } 4005 \end{array} \right\}$$

c.—A España han tocado en suerte, por cuanto contribuye á los gastos de sostenimiento de la Oficina Internacional de Pesas y Medidas, dos kilogramos tipos, contruidos exactamente como el prototipo, y definidos con respecto á éste, del siguiente modo:

$$\text{Kilógramo tipo núm } 3 \left\{ \begin{array}{l} \text{Masa} = 1 \text{ kg.} + 0\text{mg,}021 \\ \text{Volumen} = 46 \text{ ml, } 426 \end{array} \right.$$

Kilogramme tipo núm. 24 $\left\{ \begin{array}{l} \text{Masa} = 1 \text{ kg.} - 0,00191 \\ \text{Volumen} = 16 \text{ ml. } 410 \end{array} \right.$

d.— Como corolario de la independencia entre el kilogramo y el metro hay que distinguir en lo sucesivo, porque no son iguales, el *litro* y el *decímetro cúbico*; relacionando el primero con el kilogramo, ó sea viendo en él el volumen del patrón, supuesto éste no de platino iridiado sino de agua pura á 4.° C. El gramo-masa no corresponderá, pues, al cm^3 de agua destilada, sino al *mililitro*, y no será 1 mm^3 el volumen del miligramo, sino un *microlitro*.

Desde las cátedras, y en nombre de la exactitud y del adelanto realizado, deben propagarse estas innovaciones, internacionalmente oficiales á partir del actual curso de 1889 á 1890 en que se ha verificado, por decirlo así, la promulgación del metro y del kilogramo definitivos.

I.—a.— Es tarea fácil señalar las diferencias de procedimiento correspondientes al empleo del kilogramo como patrón de fuerza, ó como patrón de masa.

b.— En París, operando en el vacío ó haciendo la oportuna corrección, la pesa kilográfica internacional es la unidad de fuerza del sistema terrestre. Y fuera de París, tanto ella como sus múltiplos y divisores pueden también usarse en igual concepto. Haciendo una corrección **(10-E)** á base del valor de g en el paraje. Si queremos medir, por ejemplo, la magnitud de la fuerza de gravedad que representa en Madrid un cuerpo susceptible de ser equilibrado en la balanza por $3,8028$, efectuaremos primero, del modo que enseña la Física, el cálculo necesario para obtener el peso en el vacío, y después multiplicaremos el número hallado por $\frac{9,80156}{9,8196}$. Lo cual podría llamarse *pesar á masa constante y fuerza variable*.

c.— Para emplear el kilogramo prototipo como patrón de masa, bastará que los pesos y el cuerpo se hallen sometidos á fuerzas iguales; y puesto que desde luego lo están en los platillos de la balanza, por lo que hace á la gravedad y á la centrífuga terrestre, será suficiente efectuar la reducción al vacío, en el caso general, ya que si unas y otro tienen el mismo peso específico ni aun esta corrección se necesita.

A operar así podría llamársele *pesar á fuerza constante y masa variable*.

d.— No siendo el kilogramo, sino la dina, unidad de fuerza en el sistema absoluto del C. G. S., el empleo del primero como

patrón de fuerza, solo requiere, aparte de la reducción de las pesadas al vacío, conocer en cada paraje su valor en dinas, igual, numéricamente, al de g en centímetros.

J.—Dos observaciones para terminar:

1.^a Desde el apartado **F** de la presente nota venimos discutiendo sobre la base de una *materia*, sea la única, ó el tipo de las varias. Pero á la altura á que hemos llegado, esta última disyuntiva desaparece por si misma; pues patentizada la unidad que late en el fondo de las tres nociones de masa, demostrado queda que ninguna de ellas define bien la magnitud de que nos ocupamos; la cual, hoy por hoy, y acaso para siempre, no puede, por lo visto, ser otra cosa que un coeficiente ó constante característica de cada cuerpo, cuya significación transcendente nos está vedada hasta el extremo de que el mero propósito de investigarla resulta penado con la pérdida de la posibilidad de establecer la unidad, ó constituye á ésta en prisionera de hipótesis sin valor: viniendo la determinación por medio del peso, realizada en virtud de un fenómeno (presente **NOTA-F** 2.^o), que la observación ha revelado, y que sin ella no hubiera sido conocido, á constituir tanto un procedimiento como un aspecto experimental que avalora el concepto definitivo de masa, haciéndole adquirir el carácter positivo exigido á todo elemento científico.

2.^a Aparece con claridad que el kilogramo es, más genuinamente que nada, patrón de masa; pero no se pierda de vista que el peso no es la masa, sino una magnitud proporcional que la mide, á la manera que el tiempo y la fuerza pueden, análogamente, ser valorados en espacio. Lo cual, y el carácter de coeficiente numérico abstracto que atribuimos como concepto definitivo á la masa de cada cuerpo, suprimen la dificultad que al plantear los términos del presente estudio nos creaba el principio de que la magnitud unidad y las magnitudes á medir deben ser de la misma naturaleza.



NOTA III

Unidades electrostáticas.

El grupo de unidades eléctricas puede establecerse partiendo de nociones de cantidad de electricidad y de corriente que arranquen de un fenómeno electrostático. Y así se ha hecho, por más que al prevalecer en la práctica las unidades electromagnéticas, el interés de las electrostáticas ha quedado reducido á la categoría de puramente científico.

Unidad de cantidad.—Es la cantidad de electricidad que, colocada á la distancia de un centímetro de otra igual y del mismo nombre, la rechaza con la fuerza de una dina.

La ecuación de sus dimensiones se deduce de la ley de Coulomb

$$f = \frac{qq'}{d^2}, \quad \text{y} \quad f = \frac{q^2}{d^2}; \quad \text{de donde } q = d\sqrt{f},$$

sustituyendo valores:

$$L \times \sqrt{\frac{ML}{T^2}} = M^{1/2} L^{3/2} T^{-1} \quad (33)$$

Unidad de corriente.—Es la corriente que en la unidad de tiempo transporta la unidad de cantidad de electricidad. Sus dimensiones son

$$\frac{M^{1/2} L^{3/2}}{T} = M^{1/2} L^{3/2} T^{-2} \quad (34)$$

Unidad de diferencia de potencial.—Es la que existe entre dos puntos cuando el pasar de uno á otro la unidad de cantidad de electricidad representa el trabajo de un erg.

Para establecer sus dimensiones observemos que la diferencia de potencial resulta medida proporcionalmente al trabajo, y en razón inversa de la cantidad de electricidad:

$$\frac{\frac{M L^2}{T^2}}{\frac{M^{1/2} L^{3/2}}{T}} = M^{1/2} L^{1/2} T^{-1} \quad (35)$$

Unidad de resistencia.—Es la resistencia de un conductor por el cual tarda un segundo en pasar la unidad de cantidad de electricidad cuando se mantiene entre los extremos una diferencia de potencial igual á la unidad.

Como la resistencia resulta directamente proporcional al tiempo y á la diferencia de potencial y en razón inversa de la cantidad de electricidad, las dimensiones de la unidad serán:

$$\frac{T \times \frac{M^{1/2} L^{1/2}}{T}}{\frac{M^{1/2} L^{3/2}}{T}} = T L^{-1} \quad (36)$$

Unidad de capacidad.—En general la capacidad de un conductor es el cociente de dividir la cantidad de electricidad de que está cargado por el potencial que esta carga le produce; por consiguiente, capacidad unidad será la de un conductor en que la unidad de cantidad de electricidad eleve el potencial una unidad. La ecuación de sus dimensiones se establece así:

$$\text{Unidad de capacidad} = \frac{\frac{M^{1/2} L^{3/2}}{T}}{\frac{M^{1/2} L^{1/2}}{T}} = L \quad (37)$$

Una esfera de un centímetro de radio tiene, pues, una capacidad igual á la unidad C. G. S. electrostática.

NOTA IV

Unidades electrodinámicas

Podiera igualmente crearse el grupo de unidades derivadas eléctricas partiendo de fenómenos electrodinámicos, tales como las atracciones y repulsiones de los conductores movibles paralelos por donde circulan corrientes.

Aunque, por razones que no son del caso, tampoco ha prosperado esta idea, veamos, por vía de ejemplo, cómo se define la unidad electrodinámica de corriente, y cuáles son sus dimensiones.

Unidad de intensidad de corriente.—La ley de Ampere relativa á las acciones de unas corrientes sobre otras.

$$f = \frac{ii'l}{d}, \text{ ó bien } ii' = f \frac{d}{l} \quad (38)$$

permite establecer la definición siguiente: unidad electrodinámica de intensidad es la intensidad de una corriente que, circulando por un conductor móvil de un centimetro de longitud, es atraída ó repelida con la fuerza de una dina por otra corriente igual que marcha por un conductor paralelo indefinido, estando ambos conductores á la distancia de un centimetro.

Para hallar las dimensiones basta hacer en la expresión (38)

$$i = i' = \text{unidad}; \quad f = \text{dina}; \quad l = d = \text{centimetro};$$

y tendremos:

$$\text{Unidad electrodinámica de corriente} = M^{1/2} L^{1/2} T^{-1} \quad (39)$$

Estas dimensiones son las mismas que las de la correspondiente unidad electromagnética; y, realmente, las magnitudes absolutas de ambas no difieren sino en el coeficiente numérico $\sqrt{2}$, según se demuestra en Física.

$$\text{Unidad electromagnética} = \text{unidad electrodinámica} \times \sqrt{2}$$

NOTA V

El coeficiente ν .

A.—Entre las dimensiones de las diferentes unidades existen relaciones que unas veces tienen significación física evidente y otras no. Por ejemplo, la relación entre la unidad de volumen y la de área.

$$\frac{L^3}{L^2} = L$$

tiene significado claro. Pero la relación entre las unidades de fuerza y velocidad

$$\frac{\frac{ML}{T^2}}{\frac{L}{T}} = \frac{M}{T}$$

carece de interpretación fácil.

B.—Hé aquí las relaciones entre las dimensiones de las unidades electrostáticas (Es) y electromagnéticas (Em).

UNIDADES DE	DIM. UNID. Es.	DIM. UNID. Em.	RELACIONES.
Cantidad	$M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-1}$	$M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}}$	$\frac{Es}{Em} = \frac{L}{T} = \nu$
Corriente	$M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-2}$	$M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-1}$	$\frac{Es}{Em} = \frac{L}{T} = \nu$
Capacidad	L	$T^2 L^{-1}$	$\frac{Es}{Em} = \frac{L^2}{T^2} = \nu^2$
Fuerza e. m. y potencial	$M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-1}$	$M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{5}{2}} T^{-2}$	$\frac{Em}{Es} = \frac{L}{T} = \nu$
Resistencia	$T L^{-1}$	$L T^{-1}$	$\frac{Em}{Es} = \frac{L^2}{T^2} = \nu^2$

C.—Discurramos sobre la significación que el coeficiente ∇ puede tener.

Para averiguar la relación que existe entre dos *unidades* (unidades, no dimensiones) correspondientes, deben igualarse las expresiones de una misma cantidad en los dos sistemas que se comparan.

Supongamos un sistema en que las unidades fundamentales en vez de ser

$$\left. \begin{array}{l} 1 \text{ centimetro..} \\ 1 \text{ gramo-masa} \\ 1 \text{ segundo....} \end{array} \right\} \text{ sean } \begin{array}{l} L \text{ centímetros.} \\ M \text{ gramo-masa.} \\ T \text{ segundos.} \end{array}$$

Valores tales que las unidades electrostáticas y electromagnéticas, resulten iguales. (*)

La unidad electrostática de cantidad en este sistema hipotético valdría

$$\frac{M^{1/2} L^{3/2}}{T} \text{ unidades electrostáticas C. G. S. de cantidad;}$$

y la unidad electromagnética será igual á

$$M^{1/2} L^{1/2} \text{ unidades electromagnéticas C. G. S. de cantidad.}$$

Pero como ambas unidades representan la misma cantidad de electricidad, tendremos

$$\frac{M^{1/2} L^{3/2}}{T} \text{ unidades Es. C. G. S.} = M^{1/2} L^{1/2} \text{ unidades Em. C. G. S.}$$

ó bien

$$\frac{L}{T} \text{ unidades Es. C. G. S.} = \text{unidad Em. C. G. S.}$$

ó bien

$$\frac{L}{T} = \frac{\text{unidad Em. C. G. S.}}{\text{unidad Es. C. G. S.}}$$

Luego la relación que hay entre las unidades Em. y Es. en el sistema C. G. S. es

$$\frac{L}{T};$$

unidad de velocidad en el sistema hipotético, ó sea, ya con inde-

(*) Agregando, como lo hace Everett, estas dos condiciones: —que la densidad del agua sea uno, y que M produzca á la distancia L la unidad de aceleración—, resultan $L=118\,000$ cuadrantes terrestres; T igual á una hora y cinco y medio minutos, y $M=2,66 \times 10^{14}$ veces la masa de la Tierra.

pencia de este sistema auxiliar, una *velocidad definida como cantidad concreta*, es decir, un cierto número de centímetros por segundo.

Comparando tal resultado con el cuadro anterior, se observa que la relación entre las unidades Em. y Es. de cantidad es igual á la que hay entre las dimensiones de las mismas unidades Es. y Em. ó sea inversa de la que hallaríamos entre las dimensiones Em. y Es.

Lo propio se encuentra comparando las unidades de corriente.

Así que, en definitiva, tendremos:

1	unidad C. G. S. Em. de cantidad	=	v	unidades C. G. S. Es.
1	» » » corriente	=	v	» » »
1	» » » capacidad	=	v ²	» » »
v	unidades » » potencial	=	1	unidad » »
v ²	» » » resistencia	=	1	» » »

D.—Consideraciones matemáticas han conducido á Maxwell á admitir que v es la velocidad de propagación de una perturbación electromagnética al través del espacio. Esta velocidad no puede ser medida directamente porque se carece de aparatos sensibles que acusen la perturbación motivada por cualquier cambio de potencial que produzcamos, aun á distancias tan pequeñas como cien ó doscientos metros; y menos todavía se puede apreciar experimentalmente el tiempo que la perturbación tarda en franquear tales distancias. Pero la comparación de las unidades por varios procedimientos ofrece exactitud bastante grande, y el resultado de la medición de v , así indirectamente realizada por los físicos, arroja cifras que difieren poco de

$$2,98 \times 10^{10} \text{ centímetros,}$$

que es la encontrada por Ayrton y Perry, y la más generalmente admitida.

E.—La velocidad de la luz, según Foucault, es

$$2,98 \times 10^{10} \text{ centímetros;}$$

y según Cornu

$$3,004 \times 10^{10} \text{ centímetros.}$$

F.—Para ambas constantes (coeficiente v , y propagación de las radiaciones), suele adoptarse el número

$$3 \times 10^{10}, \text{ ó sean } 300\,000 \text{ kilómetros.}$$

NOTA VI

El trabajo eléctrico

A la unidad Joule, que hemos obtenido partiendo de fundamentos electromagnéticos, se llega lo mismo mediante consideraciones electrostáticas, según, por otra parte, es natural que suceda.

Veamos, en primer lugar, cómo puede considerarse al coulomb electrostáticamente:

$$1 \text{ coulomb} = \frac{1}{10} \text{ unidad Em. de cantidad.}$$

$$1 \text{ unidad Em. de cantidad} = 3 \times 10^{10} \text{ unidades Es.}$$

$$1 \text{ coulomb} = 3 \times 10^9 \text{ unidades Es.}$$

Es decir, que el coulomb puede ser considerado como *unidad electrostática* de cantidad (*) 3×10^9 veces mayor que la unidad Es. C. G. S.

Ensayemos igualmente establecer una interpretación electrostática del volt.

$$1 \text{ volt} = 10^9 \text{ unidades Em. de potencial ó de f. e. m.}$$

$$3 \times 10^{10} \text{ unidades Em. de potencial} = 1 \text{ unidad Es.}$$

$$1 \text{ volt} = \frac{1}{3 \times 10^2} \text{ de unidad Es.}$$

Es decir, que el volt puede ser considerado como *unidad electrostática* de f. e. m. ó de potencial, igual á $\frac{1}{3 \times 10^2}$ de la unidad Es. C. G. S. (*)

De otro lado, y á fin de esclarecer más la nueva significación, podía tomarse como unidad electrostática de potencial, el *potencial de un conductor tal que fuera preciso el trabajo de un erg para trasladar al mismo desde el infinito un coulomb*. Solo que esta unidad, por razón del valor electrostático del coulomb, sería 3×10^9 veces menor que la unidad Es. C. G. S. de potencial; ó lo que es lo mismo, el

(*) Esta manera de decir es breve, pero no exacta. Véase la pág. 10 (5-c).

trabajo de trasladar un coulomb desde el infinito á un conductor que estuviera al potencial unidad Es. representaría 3×10^9 ergs.

De modo que como el volt es

$$\frac{1}{3 \times 10^9} \text{ de la unidad electrostática,}$$

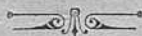
la traslación de un coulomb desde el infinito á un conductor que tuviera el potencial volt supondría un trabajo de

$$\frac{1}{3 \times 10^9} \text{ de } 3 \times 10^9 \text{ ergs} = 10^7 (10\,000\,000) \text{ ergs.}$$

Ó en otros términos, la unidad electrostática volt, de diferencia de potencial, existe entre dos conductores, cuando es preciso realizar un trabajo de 10 000 000 de ergs. para trasladar un coulomb desde el que tiene potencial más bajo al que lo tiene mayor.

Y como el trabajo en cada caso aumentará evidentemente en proporción de los coulombs que se transporten, y de los volts que haya de diferencia de potencial; y en el conductor queda almacenado como energía capaz de restituirse íntegramente en efectos mecánicos, caloríficos, etc., surge una magnitud, el *trabajo eléctrico*, valorada por el producto de dos factores, cuya unidad práctica natural de medida será el

$$\text{Joule} = 3 \times 10^9 (\text{coulomb Es}) \times \frac{1}{3 \times 10^9} (\text{volt Es}) = 10^7 \text{ ergs.}$$



NOTA VII

Ejercicios de unidades C. G. S.

Con objeto de familiarizar á los alumnos en el establecimiento de unidades C. G. S. consignamos á continuación los nombres y las dimensiones de algunas poco ó nada usuales aun, pero que pueden utilizarse para ejercicio de definiciones y de formación de ecuaciones.

Unidad de densidad. $= ML^{-3}$.

» momento de un par $= ML^2 T^{-2}$.

Radian $= LL^1 (*)$.

Unidad de velocidad angular $= T^{-1}$

» aceleración angular $= T^{-2}$.

» momento de inercia $= ML^2$

» cantidad de movimiento angular $= ML^2 T^{-1}$

» atracción en el centro $= LT^{-2}$

» potencia de un centro $= L^5 T^{-2}$

» curvatura de una línea $= L^{-1}$

» curvatura específica (de una superficie) $= L^{-2}$

Unidad Em. de fuerza eléctrica $= M^{1/2} L^{1/2} T^{-2}$

» potencial de una hoja magnética $= M^{1/2} L^{1/2} T^{-1}$

» fuerza magnética $= M^{1/2} L^{-1/2} T^{-1}$

» potencial magnético $= M^{1/2} L^{1/2} T^{-1}$

» momento magnético $= M^{1/2} L^{5/2} T^{-1}$

» intensidad de imantación $= M^{1/2} L^{-1/2} T^{-1}$

» constante de Verdet $= TM^{-1/2} L^{-1/2}$

» coeficiente de inducción $= L$

(*) Radian es la unidad de ángulo ó de arco, y se define así: el ángulo cuyo arco es igual en longitud al radio: tratándose del sistema C. G. S., arco y radio deben tener por longitud un centímetro.

INDICE

	Páginas.
I.—Unidades y sistemas de unidades.....	5
II.—Sistema terrestre.	
UNIDADES FUNDAMENTALES.....	10
UNIDADES DERIVADAS	14
Unidades geométricas, pág. 15.—Unidades mecánicas, pág. 15.	
ABREVIATURAS.....	17
III.—Crítica-Sistemas absolutos.....	19
IV.—Sistema absoluto del C. G. S.	
UNIDADES FUNDAMENTALES	23
UNIDADES DERIVADAS.....	24
Unidades geométricas, pág. 24.—Unidades mecánicas, pági-	
na 24 —Unidades magnéticas, pág. 26 — Unidades elec-	
tromagnéticas, pág. 27.	
MÚLTIPLOS, DIVISORES, ESCRITURA Y LECTURA.....	32
V.—Unidades varias.....	34
NOTA I.—Alfabeto griego	38
NOTA II.—El patrón de masa.....	39
NOTA III.—Unidades electrostáticas	54
NOTA IV.—Unidades electrodinámicas.	56
NOTA V.—El coeficiente ∇	57
NOTA VI.—El trabajo eléctrico.....	60
NOTA VII.—Ejercicios de unidades C. G. S	62

ADVERTENCIA.—A la bondad é ilustración del lector queda el subsanar la s
erratas é incorrecciones que aparecen en las páginas del presente opúsculo .

Precio, 2 pts.

Los señores suscriptores al TRATADO ELEMENTAL DE FÍSICA, tienen derecho á recibir *gratis* el presente opúsculo, dirigiéndose á la librería de D. Cecilio Gasca, plaza de La Seo, 2, en Zaragoza.

~~~~~

PUNTOS DE  
VENTA

MADRID: FÉ. Carrera de San Ja-  
cinto, 14. — plaza de Santa Ana, 9. — Gut-