

NOCIONES GENERALES DE ARITMÉTICA.

TEÓRICO-PRÁCTICA

POR

DON CLEMENTE FERNANDEZ,
INSPECTOR DE PRIMERA ENSEÑANZA DE LA PROVINCIA DE LOGROÑO.

Y

DON JORGE GARCIA DE MEDRANO,

DIRECTOR DE LA

ESCUELA NORMAL SUPERIOR DE CIUDAD-REAL.

OBRA APROBADA

para servir de texto en las escuelas por Real orden
de 6 de Noviembre de 1852.

OCTAVA EDICION,

CORREGIDA Y AUMENTADA CON UNA SENCILLA EXPOSICION
DEL SISTEMA DE PESAS Y MEDIDAS MÉTRICAS.

LOGROÑO:—1872.

Imp. y Lit. de F. Menchaca,
donde se halla de venta.

DE ARITMÉTICA
VOCABULARIO GENERAL

TRATADO

por

JOSE CEBALLOS Y CARRASCO

INSPECTOR DE PRIMARIA EN LA UNIVERSIDAD DE LOS REYES

CON UNO DE LOS AUTORES DE LA OBRA

Es propiedad de los autores, quienes demandarán ante la ley á los que reimpriman ó vendan algun ejemplar de esta obra que no lleve la siguiente rúbrica.

OCTAVA EDICION

CONCORDIA Y APROBADA POR LA SEÑALADA ACADEMIA DE LAS CIENCIAS Y LETRAS DE MADRID

1872-1873

Imp. de E. Mochales

donde se halla de venta

PRÓLOGO.

Agotada la sétima edicion hasta el extremo de no haber quedado ni un solo ejemplar, nos vemos en la precision de dar la octava, notablemente corregida y aumentada. Los muchos y crecidos pedidos que de varios puntos se nos hacen, son la mejor prueba de que en este tratado se expone con bastante claridad y concision quanto se necesita saber en las escuelas de instruccion primaria, tanto respecto de las actuales pesas y medidas, como de sus correspondientes en el sistema métrico; y si esto no fuese suficiente á probar la bondad de la obra, la Real órden de 6 de Noviembre de 1852, por la que el Gobierno de S. M. se sirvió aprobarla para servir de texto en las escuelas, es la mejor garantía de quanto llevamos relacionado. A las circunstancias que concurren en este tratado y que acabamos de

manifestar hay que agregar la no ménos recomendable de su baratura; debiendo ser esta, sin duda alguna, la causa del gran consumo que de él se hace, y esto es tambien una prueba inequívoca de nuestro desinterés, y de que nuestros deseos son únicamente los de proporcionar á la niñez los conocimientos necesarios en esta materia á un precio tan módico, que apenas habrá un niño por pobre que sea, á quien no se haga fácil su adquisicion.

Conste, pues, que todas nuestras aspiraciones no tienen otro objeto que el de complacer al público, y si con las mejoras importantes que hemos hecho en esta edicion, la obra sigue mereciendo su aprecio como hasta aquí; estos deseos, estas aspiraciones quedarán completamente satisfechas.

ARITMÉTICA.

NOCIONES PRELIMINARES.

Qué es Aritmética?

La parte de las Matemáticas que trata de la cantidad expresada por números.

Se puede tener idea del número sin tenerla de la cantidad y de la unidad?

No señor.

Pues dígame V. qué es *cantidad*?

Todo lo que puede recibir aumento ó disminucion y puede expresarse por números, como la extension y el peso de los cuerpos, el tiempo y la moneda etc.

Qué es *unidad*?

Aquello que se elige para que nos sirva de término de comparacion respecto de otras cantidades de su misma especie.

Y *número* qué es?

Lo que resulta de comparar la cantidad con la unidad, ó de ver las veces que aquella contiene á esta.

Póngame V. un ejemplo que me haga distinguir la diferencia que hay entre estas tres palabras, *cantidad*, *número* y *unidad*.

Aquí le tiene V.: si sobre una mesa veo una porcion de dinero, inmediatamente formo idea de la *cantidad*; mas no podré formarla del número hasta que, eligiendo un término de comparacion, tal como el real, el duro, etc. que es lo que se llama *unidad*, vea las veces que dicha unidad está contenida en la cantidad, y las que resulte es lo que llamamos *número*: así es, que si elijo el real, y resulta que la cantidad es igual á 400, este resultado 400 es el *número*, y el real la *unidad*; y si hubiese ele-

gido el duro por unidad estaria contenido 20 veces, y este resultado 20 seria el número.

Pues segun eso, siendo una misma la *cantidad* puede ser distinto el *número*?

Si Señor; pues como se ve en el ejemplo anterior, 400 reales y 20 duros es una misma cantidad y distinto número: tambien siendo uno mismo el número puede ser distinta la cantidad, como sucede en 300 reales y 300 duros, que es distinta la cantidad y uno mismo el número.

Teniendo ya idea del número, dígame V. en qué se divide?

Puede dividirse por razon de la *unidad*, por razon de su *expresion* y por razon de su *calidad*.

En qué se divide el número por razon de la *unidad*?

En *entero*, *quebrado* y *misto*.

Qué es número *entero*?

El que expresa solo unidades enteras, como *tres libros*, *cinco varas*.

Qué es número *quebrado*?

El que expresa parte ó partes de la unidad, como *un tercio*, *tres quintos*.

Qué es número *misto*?

El que expresa unidades y partes de la unidad, como $3\frac{1}{2}$ arrobas $5\frac{3}{8}$ rs.

En qué se divide por razon de su *expresion*?

En *simple* y *compuesto*.

Qué es número *simple*?

El que se expresa con un solo guarismo, como 5 varas, 9 libras.

Qué es número *compuesto*?

El que se expresa con dos ó mas guarismos, como 23 varas, 145 libras.

En qué se divide por razon de su *calidad*?

En *abstracto* y *concreto*.

Qué es número *abstracto*?

El que no determina la especie, como 3; 20.

Qué es número *concreto*?

El que determina la especie, como 3 rs. 20 arbs.

De cuántos modos pueden ser los números *concretos*?

De dos: *homogéneos* y *heterogéneos*.

Qué son números *homogéneos*?

Los que expersan cosas de una misma especie, como 20 rs. y 15 rs.

Qué son números *heterogéneos*?

Los que expresan cosas de diferente especie, como 20 rs. y 15 arbs.

Qué es *numeracion*?

El arte de expresar los números con pocas palabras y escribirlos con un corto número de cifras: es de dos maneras, *hablada* y *escrita*: numeracion *hablada* es el arte de expresar los números de palabra, y numeracion *escrita* es el arte de expresarlos por escrito.

En la numeracion *hablada* cuántas palabras son necesarias para expresar los números?

Todos los números imaginables se pueden expresar con solo trece palabras

Cuáles son éstas palabras?

Las siguientes: *uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez, ciento, mil y millon* (1).

Y en la numeracion *escrita* cuántas cifras son necesarias?

(1) Las palabras ONCE, DOCE, etc. hasta quince inclusive, son irregularidades de nuestra lengua, que equivalen á DIEZ y UNO DIEZ y DOS etc.

Y el cero qué valor tiene?

Por si no tiene valor, y solo sirve para ocupar el lugar de las unidades, decenas, y centenas donde no las hay, y hacer aumentar al guarismo ó guarismos de su izquierda diez veces más su valor: así, por ejemplo, si al 8 añadimos un cero, su guarismo tendrá un valor diez veces mayor, y será (80) *ochenta*; si lo añadimos al 34 sus guarismos tendrán un valor diez veces mayor, y será 340; la razon es, porpue el 4 que ántes expresaba 4 unidades, ahora vale 4 decenas, y el 3 que valia 3 decenas, ahora vale 3 centenas. Los ceros á la izquierda no tienen ningun valor.

Cómo se escriben los números?

De izquierda á derecha principiando por las unidades superiores, que son las primeras que nombramos al hablar.

Cómo se léen cuando están escritos?

Dividiéndolos en periodos de seis en seis guarismos (1) principiando por la derecha, y poniendo en la primera division por la parte superior un 1, en la segunda un 2, en la tercera un 3 etc; y despues cada periodo de seis, en dos de á tres con un punto; ahora principiando á leer por la izquierda se pronuncia *mil* donde haya punto, y *millon*, *billon*, *trillon*, donde haya un 1, un 2, un 3 etc.

Ejemplo ³9.²456.¹712.003.378.201.432. Se lee *nueve trilloncs, cuatrocientos cincuenta y seis mil setecientos doce billones, cinco mil trescientos setenta. y ocho millones, doscientas un mil cuatrocientas treinta y dos unidades*

(1) Los maestros deben procurar que los niños distingan la diferencia que hay entre guarismo y número.

Cuántas operaciones se hacen en la aritmética con los números?

En rigor solo son dos; pero generalmente se cuentan cuatro con los nombres de *sumar*, *restar*, *multiplicar* y *dividir*; ó sea *adicion*, *sustraccion*, *multiplicacion* y *division*.

Qué fin nos proponemos con estas operaciones?

Averiguar un número desconocido por medio de otros, que se nos dan conocidos; los conocidos se llaman *datos*, y el desconocido *resultado* ó *incógnita*. La cuestion se llama *problema*.

OPERACIONES FUNDAMENTALES.

ADICION.

Qué es *sumar*?

Es juntar en un solo número el valor de dos ó mas homogéneos

Cómo se llaman los datos en la operacion de sumar?

Sumandos.

Y el resultado de la operacion de sumar cómo se llama?

Suma ó *agregado*.

Cuál es el signo con que se indica la operacion de sumar?

Una cruz (+) que se lee *mas*.

Con qué signo se indica el resultado de esta y de todas las demás operaciones?

Con dos rayas horizontales (=) que se leen *igual á*; v. g. $3+4=7$, que se lee *tres mas cuatro igual á siete*

Qué es necesario para saber sumar?

La siguiente

TABLA.

1	y	1 son	2	2	y	1 son	3	3	y	1 son	4
1		2	3	2		2	4	3		2	5
1		3	4	2		3	5	3		3	6
1		4	5	2		4	6	3		4	7
1		5	6	2		5	7	3		5	8
1		6	7	2		6	8	3		6	9
1		7	8	2		7	9	3		7	10
1		8	9	2		8	10	3		8	11
1		9	10	2		9	11	3		9	12

4	y	1 son	5	5	y	1 son	6	6	y	1 son	7
4		2	6	5		2	7	6		2	8
4		3	7	5		3	8	6		3	9
4		4	8	5		4	9	6		4	10
4		5	9	5		5	10	6		5	11
4		6	10	5		6	11	6		6	12
4		7	11	5		7	12	6		7	13
4		8	12	5		8	13	6		8	14
4		9	13	5		9	14	6		9	15

7	y	1 son	8	8	y	1 son	9	9	y	1 son	10
7		2	9	8		2	10	9		2	11
7		3	10	8		3	11	9		3	12
7		4	11	8		4	12	9		4	13
7		5	12	8		5	13	9		5	14
7		6	13	8		6	14	9		6	15
7		7	14	8		7	15	9		7	16
7		8	15	8		8	16	9		8	17
7		9	16	8		9	17	9		9	18

Cómo se ejecuta la operación de sumar?

Después de colocados los sumandos unos debajo de otros de modo que se correspondan unidades con unidades, decenas con decenas etc., se tira una raya para separar la suma de los sumandos se principia á sumar por la columna de las unidades, (1) se colocan bajo la raya las unidades que resulten, y las decenas, si las hay, se llevan para unir las á la segunda columna, que es la de las decenas: del mismo modo se procede en las demás columnas.

Para ejecutar esta operación diré: 5 y 9 son 14 y 7 son 21 y 4 son 25; en 25 hay 5 unidades las que coloco debajo de su columna, y 2 decenas que llevo para sumarlas con la columna de las decenas: principio la segunda columna di-

ciendo: 2 que llevo y 4 son 6 y 8 son 14 y 9 son 23 y 1 son 24, en 24 hay 4 decenas que coloco debajo de su columna, y 2 centenas que llevo á la suya, y digo: 2 y 3 son 5 y 8 son 13 y 6 son 19, coloco el 9 debajo de las centenas, y llevo una que coloco á su izquierda.

Qué se entiende por prueba en la Aritmética?

Es una nueva operación que se hace con el fin de ver si otra hecha está bien.

Cómo se hará la prueba de sumar? (2)

(1) La razón de principiar por la derecha es por agregar á las decenas, las que resulten de la columna de las unidades; pues si ninguna de las columnas llegase á componer unidad superior podría principiarse indistintamente.

(2) Aunque generalmente la prueba de sumar suele hacerse restando, nos desviamos de esta práctica, fundados en que los niños no pueden hacerla, puesto que aun no saben restar.

<i>Ejemplo.</i>	345
<i>Sumandos ..</i>	+ 89
	897
	+ 614
<i>Suma.</i>	= 1945
<i>Prueba</i>	1600

Tirando una raya debajo del primer sumando, ejecutando la suma de todos los demás y reuniendo después la suma de estos con el primero, que es el que se cortó, deberá resultar la primera suma, si está bien ejecutada la operación, (véase el ejemplo anterior.)

Cuándo usamos de la operación de sumar?

Cuando queremos saber lo que componen juntas muchas cosas de una misma especie.

SUSTRACCION.

Qué es *restar*?

Es averiguar el exceso que hay entre dos números homogéneos.

Cuántos son y cómo se llaman los datos en la operación de restar?

Son dos; el primero es el mayor ó aquel del que se resta, por cuya razón se llama *minuendo*; y el segundo es el menor ó el que se resta, y se llama *sustraendo*.

Y el resultado de la operación de restar, cómo se llama?

Resta, exceso ó diferencia.

Cuál es el signo de restar?

Una raya horizontal (—) que se lee *menos*; v. g. $7 - 4 = 3$, se lee *siete menos cuatro igual á tres*.

Cómo se ejecuta la operación de restar?

Después de colocado el sustraendo debajo del minuendo de modo que se correspondan las unidades de cada especie, se tira una raya para separar la resta del sustraendo; se principia por la derecha y se vé la diferencia que hay entre las unidades del sustraendo y las del minuendo, la que se colocará debajo de la

raya: del mismo modo se procede con las decenas, centenas etc.

Ejemplo.

Paaa resolver este ejemplo diré: de 2 unidades á 3 va 1 que coloco debajo, paso á las demas cifras de su izquierda y digo: de 4 á 6 van 2, de 5 á 8 van 3 y de 7 á 9 van 2.	<i>Minuendo.</i>	9863
	<i>Sustraendo.</i>	—7542
		—————
	<i>Resta</i>	=2321
		—————
	<i>Prueba</i>	9863
		—————

Cuando alguno de los guarismos del sustraendo es mayor que su correspondiente del minuendo, qué deberá hacerse?

En tal caso se tomará una unidad del guarismo inmediato de su izquierda que equivale á 10 respecto del de su derecha, se suman estas 10 con las que hay en el minuendo, y de esta suma se restan las del sustraendo, teniendo cuidado de llevar 1 y añadirla al guarismo inmediato del sustraendo. (1)

Ejemplo.

Para resolver este ejemplo diré: de 3 á 6 van 3; de 4 á 2 no puede ser, (por ser mayor el guarismo del sustraendo que el del minuendo) tomo 1 del 7 que vale 10 respecto del 2, y digo: 10 y 2 son 12, de 4 á 12 van 8; y llevo 1 y 5 son 6, de 6 á 7 va 1, y de 6 á 8 van 2.	8726
	—6543
	—————
	=2183
	—————

(1) Lo mismo sería rebajársela al minuendo.

Cuál es la prueba de esta operacion?

Se suma el sustraendo con la resta, y si resulta el minuendo estará bien ejecutada la operacion, (véase el ejemplo.)

Cuándo usaremos de la operacion de restar?

Cuando queramos saber la diferencia que hay entre dos números de una misma especie.

Me podrá V. decir las alteraciones que sufre la resta con respecto á sus datos?

Sí Señor: la resta está en *razon directa* del minuendo é *inversa* del sustraendo.

Qué quiere decir estar en *razon directa*?

Que le sucede á la resta lo mismo que al minuendo, esto es, que si aumenta el minuendo, aumenta la resta, y si disminuye el minuendo, disminuye la resta; entendiendo que aumenta ó disminuye esta en tantas unidades como hubiese aumentado ó disminuido aquel.

Qué es estar en *razon inversa*?

Que le sucede á la resta lo contrario que al sustraendo; es decir, que si el sustraendo aumenta, disminuye la resta, y si disminuye el sustraendo, aumenta la resta, tambien en las mismas unidades.

MULTIPLICACION.

Qué es *multiplicar*?

Es tomar un número tantas veces como unidades hay en otro.

Cuántos son y cómo se llaman los datos en la operacion de multiplicar?

Dos: *multiplicando* y *multiplicador*: multiplicando es el que se toma cierto número de veces, y multi-

plicador el que designa las veces que se ha de tomar el multiplicando: ambos juntos se llaman *factores* (1). Y el resultado de la operacion de multiplicar cómo se llama?

Producto.

Cuál es el signo de multiplicar?

Una aspa, ($\times$) que se lee *multiplicado por*; v. g. $4 \times 6 = 24$, que se lee *cuatro multiplicado por seis igual veinticuatro*: igual resultado nos daria diciendo 6×4 ; porque *el orden de factores no altera el producto*.

A qué equivale la multiplicacion?

A una suma abreviada, que se puede usar solo cuando los sumandos sean iguales; como si tenemos que sumar $7 + 7 + 7 + 7$, usamos de la suma abreviada, es decir, multiplicamos 7 por $4 = 28$; pero si tenemos que sumar $7 + 4 + 5$ no podemos hacer uso en este caso de la multiplicacion sino [solo de la suma.

Qué es necesario saber para multiplicar?

Los productos de todos los números digitos entre sí tomados de dos en dos, los cuales están contenidos en la siguiente

MULTIPLICACION

(1) Se llama factor á todo número que [multiplica á otro] ó está multiplicado por otro.

2 veces 1 son 2			3 veces 1 son 3			4 veces 1 son 4		
2	2	4	3	2	6	4	2	8
2	3	6	3	3	9	4	3	12
2	4	8	3	4	12	4	4	16
2	5	10	3	5	15	4	5	20
2	6	12	3	6	18	4	6	24
2	7	14	3	7	21	4	7	28
2	8	16	3	8	24	4	8	32
2	9	18	3	9	27	4	9	36
2	10	20	3	10	30	4	10	40
5 veces 1 son 5			6 veces 1 son 6			7 veces 1 son 7		
5	2	10	6	2	12	7	2	14
5	3	15	6	3	18	7	3	21
5	4	20	6	4	24	7	4	28
5	5	25	6	5	30	7	5	35
5	6	30	6	6	36	7	6	42
5	7	35	6	7	42	7	7	49
5	8	40	6	8	48	7	8	56
5	9	45	6	9	54	7	9	63
5	10	50	6	10	60	7	10	70
8 veces 1 son 8			9 veces 1 son 9			10 veces 1 son 10		
8	2	16	9	2	18	10	10	100
8	3	24	9	3	27	10	100	1000
8	4	32	9	4	36	10	1000	10000
8	5	40	9	5	45	10	10000	100000
8	6	48	9	6	54	10	100000	1000000
8	7	56	9	7	63	10	1000000	10000000
8	8	64	9	8	72	10	10000000	100000000
8	9	72	9	9	81	10	100000000	1000000000
8	10	80	9	10	90	10	1000000000	10000000000

Cómo se ejecuta la operacion de multiplicar?

Si uno de los factores es número compuesto y el otro simple, se toma este por multiplicador y se coloca debajo del compuesto, se tira una raya para separar el producto, se principia por la derecha y se multiplican sucesivamente los guarismos del multiplicando por el multiplicador, agregando al producto siguiente las que se llevan del anterior.

Para multiplicar 486 por	486	<i>Multiplicando.</i>
3 digo: 3 multiplicado por	$\times 3$	<i>Multiplicador.</i>
6 son 18, en 18 hay 8 unidades y 1 decena, pongo el	<u>1458</u>	<i>Producto.</i>

8 debajo del 3 y llevo 1 para unirla al producto de la cifra inmediata; 3 por 8 son 24 y 1 que llevo son 25, pongo el 5 á la izquierda del 8, y llevo 2; 3 por 4 son 12 y 2 que llevo son 14, pongo 4 y llevo 1 que coloco á la izquierda.

Cuando el multiplicando y el multiplicador son números compuestos, cómo se ejecutará la operacion?

Se toma por multiplicador el que tenga ménos guarismos, se coloca debajo del multiplicando y se tira una raya; despues se multiplica todo el multiplicando por las unidades del multiplicador, en seguida se multiplica todo el multiplicando por las decenas del multiplicador, teniendo cuidado de correr el primer guarismo de este producto un lugar hácia la izquierda, esto es, de colocarle debajo de las decenas del producto anterior (1) y así se ejecutará hasta haber

(1) La razon de correr el segundo producto y todos los demas un lugar hácia la izquierda de su anterior es, porque de multiplicar decenas por unidades siempre resultan al ménos decenas; y centenas por unidades siempre centenas &c.

multiplicado todo el multiplicando por cada guarismo del multiplicador: hecho esto se tira una raya debajo de estos productos, que se llaman *parciales*, se suman, y la suma nos dará el *producto total*.

Para multiplicar 2468 por 325 tomo éste por multiplicador, y colocando debajo del multiplicando, tiro una raya y multiplico el 2468 por 5, cuyo producto coloco debajo de la raya; paso á multiplicar todo el multiplicando 2468 por el segundo guarismo del multiplicador que es 2, y coloco su producto debajo del anterior, teniendo cuidado de correrle un lugar hácia la izquierda; multiplico despues todo el multiplicando por el tercer guarismo del multiplicador que es 3, y coloco el producto debajo del anterior y un lugar más hácia la izquierda: del mismo modo continuaria si hubiese más guarismos en el multiplicador; mas como no los hay, tiro una raya debajo, los sumo, y la suma me dará el producto total.

Ejemplo.

$$\begin{array}{r}
 2468 \\
 \times 525 \\
 \hline
 12340 \\
 4936 \\
 7404 \\
 \hline
 =802100
 \end{array}$$

Se puede abreviar la operacion de multiplicar?

Sí Señor: 1.º Cuando uno de los factores es la unidad seguida de ceros: 2.º cuando uno de los factores ó ambos acaban en ceros; y 3.º cuando hay ceros entre los guarismos significativos del multiplicador.

Cuando uno de los factores es la unidad seguida de ceros, cómo se abreviará la multiplicacion?

Poniendo á la derecha del otro factor tantos ceros como haya despues de la unidad.

Si tengo que multiplicar 728 por 100, no hay mas

que poner los dos ceros á continuacion del 728, y tendrá 72800.

Cuando uno de los factores ó ambos acaban en ceros, como se abreviará la multiplicacion?

Multiplicando solo los guarismos significativos, y añadiendo al producto tantos ceros como haya al fin de ambos factores.

Ejemplo.

Para multiplicar 8400 por 34, quedará hecha la operacion con solo multiplicar 84 por 34 y al producto 2856 añadir dos ceros.

$$\begin{array}{r} 8400 \\ \times 34 \\ \hline 336 \\ 252 \\ \hline = 285600 \end{array}$$

Otro.

Para multiplicar 78400 por 320, se multiplica solo 784 por 32, y al producto 25088 se añaden tres ceros que son los que hay en ambos factores.

$$\begin{array}{r} 78400 \\ \times 320 \\ \hline 1568 \\ 2552 \\ \hline = 25088000 \end{array}$$

Cómo se abreviará la operacion cuando hay ceros entre los guarismos significativos del multiplicador?

En este caso se multiplica el multiplicando por las cifras significativas que tenga el multiplicador á la derécha de los ceros, y en llegando á estos se pasa á multiplicar por las demas cifras significativas que haya á la izquierda de los ceros, cuidando de correr el primer producto á la izquierda tantos lugares y uno mas, cuantos ceros haya entre los guarismos significativos del multiplicador.

Ejemplo.

Si tengo que multiplicar 26346 por 2004, multiplico todo el multiplicando por 4, y sin hacer caso de los ceros (1) paso á multiplicarlo por 2, y coloco este producto tres lugares mas á la izquierda por ser dos los ceros.

$$\begin{array}{r}
 26346 \\
 \times 2004 \\
 \hline
 105384 \\
 52692 \\
 \hline
 =52797384
 \end{array}$$

Cuándo usaremos de la multiplicacion?

En dos casos principalmente: 1.º cuando sabido el valor de una cosa, queramos averiguar el de muchas; y 2.º cuando tengamos que reducir unidades superiores á inferiores.

Cuando se sabe el valor de una cosa, cómo se averigua el de muchas?

Se multiplica el valor de una por el número de ellas.

Si se quiere averiguar lo que valen 68 fanegas de trigo á 34 reales, multiplicaré el número de fanegas que es 68 por el valor de una que es 34; y veo que valen 2312 reales.

Cómo se reducen las unidades superiores á inferiores?

Se multiplican las superiores que se nos dan por tantas como la mayor tiene de la menor.

Si quiero saber las libras que tienen 45 arbs. multiplicaré el 45 por 25, que son las libras que tiene una arb. y saco que las 45 arbs. tienen 1125 libras. (2)

(1) La razon de no multiplicar por los ceros es, porque aun quando así se hiciese nos daría el mismo resultado.

(2) No decimos nada de la prueba de multiplicar, porque la de fuera los nueve es inutil en muchos casos; y la del dividir que explicaremos despues, no pueden aun entenderla los niños.

DIVISION.

¿Qué es *dividir*?

Es averiguar las veces que un número contiene á otro.

— Cuántos son y cómo se llaman los datos en la operación de dividir?

Dos; *dividendo* y *divisor*: el 1.º es el que se divide, por cuya razón se llama dividendo; y el 2.º es aquel por el que se divide, por lo que se llama divisor.

Y el resultado cómo se llama?

Cociente.

Cuál es el signo de dividir?

Dos puntos (:) que se leen *dividido por*; v. g. $18 : 6 = 3$; que se lee *diez y ocho dividido por seis igual á tres*.

A qué equivale la division?

A una resta abreviada: así es que dividir 18 por 6 equivale á buscar las veces que el 6 se puede restar del 18: v. g. $18 - 6 = 12 - 6 = 6 - 6 = 0$; donde vemos que se puede restar tres veces, que es lo mismo que resulta de dividir 18 por 6.

¿Qué es necesario tener presente para dividir?

1.º Que al principiar la division se han de tomar en el dividendo tantos guarismos como tenga el divisor y uno mas si no cabe: 2.º que no se puede poner de una vez en el cociente mas que 9: 3.º que siempre que se tome un guarismo en el dividendo, se ha de poner otro en el cociente; y 4.º que todo número dividido por la unidad, dá el mismo número por cociente.

Cómo se ejecuta la operación de dividir?

Si el dividendo es número compuesto y el divisor

simple, se coloca este á la derecha, se tira una raya entre los dos, y otra debajo del divisor para separar el cociente: se ve las veces que el divisor está contenido en el primero ó dos primeros guarismos de la izquierda del dividendo, y se pone la cifra que exprese el número de veces debajo de la raya como primer guarismo del cociente; despues se multiplica este cociente por el divisor, y el producto se resta del dividendo parcial; en seguida se toma el guarismo siguiente del dividendo, y se vé las veces que en este guarismo junto con la resta está contenido el divisor, poniendo por cociente lo que resulte: se multiplica este cociente por el divisor, y el producto se resta del dividendo; y así se continuará hasta que no haya mas guarismos en el dividendo, cuidando de señalar con un punto los guarismos que se van tomando.

Para dividir 624 por 5, tomo el 6 y digo: 6 entre 5 á 1 que pongo como primer guarismo del cociente, ahora multiplico 1 por 5 es 5, y resto de 5 á 6 va 1: tomo el 2 y digo 12 entre 5 á 2, 2 por 5 son 10 á 12 van 2: tomo el 4, 4 por 5 son 20 á 24 van 4: coloco esta última resta á la derecha del cociente con una raya y el divisor debajo; y resulta por cociente $124\frac{4}{5}$.

Ejemplo,

$$\begin{array}{r} 6.2.4. \quad 5 \\ \hline 124\frac{4}{5} \end{array}$$

Quando el dividendo y divisor son números compuestos, cómo se ejecuta la operacion?

Se colocan los dos terminos como en el caso anterior: se toman de la izquierda del dividendo tantos guarismos como haya en el divisor ó uno mas, si este no cabe en ellos: se ve las veces que el primer gua-

rismo del divisor está contenido en el primero ó dos primeros del dividendo, y se pone por cociente lo que resulte: se multiplica este por todo el divisor, y el producto se resta del dividendo parcial: se toma el guarismo siguiente del dividendo, que unido con la resta ha de servir de nuevo dividendo; se ve las veces que en el primero ó dos primeros guarismos de este está contenido el divisor; y el cociente que resulte se pone á la derecha del anterior. Del mismo modo se continúa hasta que no haya mas guarismos que tomar.

Para dividir 86.432 por 85, tomo los dos primeros guarismos del dividendo, y digo: 8 entre 8 à 1 que coloco por primer guarismo del cociente; se multiplica este cociente por todo el divisor, y su producto 85 se resta del dividendo: tomo el 4 que unido á

Ejemplo.

$$\begin{array}{r} 86.4.3.2. \quad | 85 \\ 01\ 5\ 8\ 2 \quad 1016^{12}/_{85} \\ 0\ 0\ 7 \end{array}$$

la resta, tengo por nuevo dividendo parcial 14; ahora sigo diciendo 1 entre 8 no cabe, pongo cero en el cociente y tomo el 3, con lo que tengo por dividendo 143, y asidigo 14 entre 8 à 1; multiplico este 1 por el divisor, y su producto 85 se resta del dividendo parcial 143: y por último tomo el 2, que añadido á la resta 58, tengo por dividendo 582: ahora 58 entre 8 à 6; (1) multiplico 6 por 85, y el producto 510 lo resto del 582: como no hay mas guarismos en el dividendo, pongo el 72 que es lo que sobra á la derecha del cociente, debajo una raya y debajo de ésta el divisor.

(1) Omitimos el hablar de los tanteos, porque su teoría creemos no es tan útil para niños como la esplicacion práctica del maestro.

Cómo se conocerá cuando se pone de mas ó de ménos en el cociente?

Se conocerá que se ha puesto de mas cuando el producto que resulte de multiplicar el cociente por el divisor sea mayor que el dividendo parcial; y se conocerá que se ha puesto de menos cuando la resta que queda sea igual ó mayor que el divisor.

Se puede abreviar la operacion de dividir?

Sí señor: 1.º Cuando el divisor acaba en ceros; y 2.º cuando ambos términos acaban en ceros.

Cómo se abreviará la division en el primer caso?

Se separan los ceros del divisor, é igual número de guarismos de la derecha del dividendo, y se ejecuta la division sin contar con ellos; pero se tiene cuidado de añadir al residuo los guarismos separados en el dividendo, y de poner debajo todo el divisor.

Para dividir 6943 por 400, se ejecuta la division como si solo hubiese que dividir 69 por 4, y añadiendo al 1 los dos guarismos separados, tendríamos por residuo 443 que se coloca á la derecha del cociente con una raya y todo el divisor debajo.

Ejemplo.

$$\begin{array}{r} 6.9.43 \quad | \quad 400 \\ 24 \quad | \quad 17^{43}/_{400} \\ 0 \end{array}$$

Cómo se abreviará la division en el segundo caso?

Se borran en ambos términos tantos ceros como haya en el que ménos, y se ejecuta la division con los demas guarismos que quedan.

Para dividir 8400 por 300, se hace la operacion como si solo hubiese que dividir 84 por 3, y en el 28 tendremos el verdadero cociente.

Ejemplo.

$$\begin{array}{r} 8.4.(00 \quad | \quad 3(00 \\ 20 \quad | \quad 28 \\ 0 \end{array}$$

¿Cuándo usaremos de la división?

En dos casos principalmente: 1.º cuando sabido el valor de muchas cosas queramos averiguar el de una; y 2.º cuando tengamos que reducir unidades inferiores á superiores.

Cuando se sabe el valor de muchas cosas, cómo se averigua el de una?

Se divide el valor de las cosas que se nos dan por el número de ellas.

Si 6 arbs. han costado 42 reales, y quiero saber á como sale la arroba, dividiré el valor de las arbs. que es 42 por el número de ellas que es 6, y veo que sale á 7 reales cada una.

¿Cómo se reducen las unidades inferiores á superiores?

Se dividen las inferiores que se nos dan por tantas como la mayor tiene de la menor.

Si quiero reducir 2468 mrs. á reales, divido 2468 por 34 que son los mrs. que tiene un real, y veo que hacen 72 reales y 22 mrs.

Tabla de las pesas, medidas y monedas antiguas. (1)

MEDIDAS DE LONGITUD		DE CAPACIDAD PARA ARIOS.	
La legua tiene...	20 000 piés. 66 6 2/3 varas.	El cahiz.....	12 fanegas.
El estadal.....	4 varas.	La fanega.....	12 celemines.
La vara. (2).....	3 piés.	El celemin.....	4 cuartillos.
El pié.....	12 pulgadas.		
La pulgada.....	12 líneas.		

(1) Se pone aquí esta tabla para que los niños puedan ejercitarse en reducir unidades superiores á inferiores y al contrario.

(2) La vara se conserva en el archivo de Burgos, la media fanega en Avila, la cántara en Toledo, la libra en el Consejo de Castilla.

DE CAPACIDAD PARA LIQUIDOS.

El moyo.....	16 cántaras.
La cántara.....	8 azumbres.
La azumbre....	4 cuartillos.
El cuartillo....	4 copas.

PARA ACEITE.

La arroba.....	25 libras.
La libra.....	4 panillas ó cuarterones.

PESAS.

La tonelada.....	20 quintales.
El quintal.....	4 arrobas.
La arroba.....	25 libras.
La libra.....	16 onzas.
La onza.....	16 adarmes.
El adarme.....	3 tomines.
El tomin.....	12 granos.

DE SUPERFICIE.

La vara cuadr.	9 pies cuadr.
El pié cuadrado	144 pulgadas cuadradas.

AGRARIAS.

La fanega superficial. (1)...	876 estadales cuadrados.
	9216 vrs. cuads.
	82944 pies cuadrados.
El estadal cuadrado.....	36 varas cuadradas.
	324 pies cuadrados.

La fanega se divide en.....	12 celemines.
El celemin.....	4 cuartillos.

CUBICAS O DE VOLUMEN.

La vara cúbica.	27 pies cúbicos.
El pié cúbico.	1728 pulgadas cúbicas.

DE TIEMPO.

El siglo.....	100 años.
El ño.....	12 meses ó 365 días. (2)
El mes (3).....	30 días.
El día.....	24 horas.
La hora.....	60 minutos.
El minuto.....	60 segundos &c.

MONEDAS IMAGINARIAS.

El doblon.....	4 pesos.
El peso.....	15 reales.
El ducado.....	11 reales.

MONEDAS EFECTIVAS DE ORO.

La onza de oro.	320 reales.
La media onza.	160 rs.
El centen.....	100 rs.

El doblon u ochentín.....	80 rs.
---------------------------	--------

El escudo de oro.....	40 rs.
-----------------------	--------

El escudito.....	20 rs.
------------------	--------

El id. de aumento.....	21 y 1/4 rs.
------------------------	--------------

(1) La fanega superficial tiene de lado 24 estadales ó 96 varas ó 288 pies. El estadal cuadrado tiene 6 varas de lado, ó 48 pies.

(2) El año bisiesto 366 días.

(3) Abril, Junio, Setiembre y Noviembre tienen 30 días, Febrero 28, y el año bisiesto 29; los demás tienen 31.

MONEDAS DE PLATA.

El duro (5 pets.) 20 reales.

El escudo (medio duro)..... } 10 rs.

La peseta..... 4 rs.

La media 2 rs.

El real..... 34 mars.

La peseta colonial..... } 5 rs.

La media id... 2 1/2 id.

El realito id..... 1 1/4 id.

MISCELANEA.

La resma de } 20 Manos.
papel..... }

La mano..... 5 cuadernillos.

El cuadernillo.. 5 pliegos.

La gruesa son: 12 docenas.

La docena..... 12 cosas.

Qué alteraciones sufre el cociente con respecto á á sus datos?

Como la division es una resta abreviada, el cociente sufre las mismas alteraciones que esta, aunque con alguna diferencia.

Sírvase V. decirme, que alteraciones son esas?

Si el dividendo aumenta por via de multiplicacion, aumenta el cociente del mismo modo; y si disminuye el dividendo por via de division, sucede lo mismo al cociente: en el divisor al contrario; si él aumenta, disminuye el cociente; y si él disminuye, aumenta el cociente; pero si el dividendo y divisor se multiplican ó dividen por un mismo número permanece uno mismo el cociente; de todo esto resulta, que el cociente está en razon directa del dividendo é inversa del divisor.

Cuáles son las pruebas de multiplicar y dividir?

La prueba de multiplicar es dividir el producto por uno de los factores, y si sale por cociente el otro factor, estará bien hecha la operacion. La prueba de dividir es multiplicar el cociente por el divisor, y añadiendo la resta, si la hay, ha de resultar el dividendo, si está bien ejecutada.

QUEBRADOS ORDINARIOS

Y SUS PROPIEDADES.

Que son *quebrados*?

Aquellos números que expresan parte ó partes de la unidad.

Cómo se formará idea de los quebrados?

Considerando una unidad dividida en un número cualquiera de partes iguales, de las que tomamos alguna ó algunas; v. g. si consideramos una vara dividida en tres partes y de estas tomamos solo dos, tenemos un quebrado de vara, que equivale á dos tercios. $\frac{2}{3}$.

Con cuántos números se expresa un quebrado?

Con dos: el uno se llama *numerador*; porque numera ó cuenta las partes que se toman de la unidad; y el otro *denominador*, por que da nombre á las partes, y expresa en cuantas está dividida la unidad: los dos juntos se llaman *términos del quebrado*.

Cómo se escriben los quebrados?

Poniendo el *numerador* encima de una raya, y debajo de ella el *denominador*; v. g. *tres quintos* se escribe $\frac{3}{5}$; *dos sétimos* se escribe $\frac{2}{7}$.

Cómo se léen los quebrados?

Se lee primero el *numerador* con los numerales absolutos cardinales, *uno, dos, tres*, etc.; y despues el *denominador* con los partitivos si no llega á diez, y con los cardinales si llega ó pasa de diez, añadiendo en este caso la terminacion *avos*; v. g. $\frac{1}{2}$ se lee *un medio*; $\frac{5}{6}$ *cinco sextos*; $\frac{7}{12}$ *siete dozavos* etc.

En qué se dividen los quebrados?

En *propios* é *impropios*.

Que son quebrados *propios*?

Aquellos cuyo numerador es menor que su denominador; esto es cuando tomamos menos partes que las que tiene la unidad; v. g. $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$.

Que son quebrados *impropios*?

Aquellos cuyo numerador es igual ó mayor que su denominador; esto es: cuando tomamos tantas ó mas partes como tiene la unidad; v. g. $\frac{3}{3}$, $\frac{5}{4}$; *que contienen enteros*.

Luego la unidad se puede expresar en forma de quebrado?

Sí Señor; siempre que se tomen todas las partes en que se considera dividida, es decir cuando el numerador es igual al denominador; v. g.

$$1 = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4} = \frac{5}{5} = \frac{12}{12} = \frac{27}{27} \text{ etc.}$$

Y los enteros se pueden poner en forma de quebrado?

Sí señor; poniéndoles por denominador la unidad; v. g. $9 = \frac{9}{1}$.

Cómo se pueden considerar los quebrados?

Como una division indicada, en la que el numerador es el verdadero dividendo, y el denominador su divisor; de modo que un quebrado es el cociente de dividir el numerador por el denominador; v. g. *si hay que dividir 3 cosas entre 4 personas, el cociente ó lo que corresponde á cada persona es $\frac{3}{4}$* .

Qué alteraciones sufre el quebrado con respecto á sus términos?

Siendo el quebrado una division indicada, en la que el numerador es el dividendo y el denominador el divisor, se deduce de lo que digimos en la division, que el quebrado está en razon directa del numerador & inversa del denominador.

Qué se infiere de esto?

1.º Que de quebrados que tienen un mismo denominador es mayor el que tiene mayor numerador; v. g. de $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{3}$ es mayor el $\frac{3}{3}$; porque siendo uno mismo el denominador, la unidad está dividida en igual número de partes, y por lo tanto estas serán iguales; y siendo iguales será mayor aquel en que mas partes tomemos.

2.º que de quebrados que tienen un mismo numerador es mayor el que tiene menor denominador; v. g. de $\frac{2}{3}$ y $\frac{2}{4}$ es mayor el $\frac{2}{3}$; porque siendo uno mismo el numerador tomamos igual número de partes; y siendo el denominador menor, mayores sean las partes.

Y cuando se multiplica ó divide uno de los términos de un quebrado, qué alteraciones sufre?

Podemos establecer por regla general que, permaneciendo intacto uno de los términos del quebrado.

Si se multiplica	} el numerador	} se multiplica	} el
Si se divide			
Si se multiplica	} el denominador	} se divide	} el
Si se divide			
			quebrado

Qué se infiere de esto?

1.º que un quebrado se multiplica de dos modos; ó multiplicando su numerador ó dividiendo su denominador; 2.º que se divide de otros dos; ó dividiendo su numerador ó multiplicando su denominador; 3.º que si sus dos términos se multiplican ó dividen por un mismo número, no altera nada el valor del quebrado; y 4.º que quitando á un quebrado el denominador, queda multiplicado por el mismo denominador; así para multiplicar $\frac{3}{4}$ por 4, no hay mas que quitar el denominador y quedan 3 enteros.

En qué se funda la reduccion de quebrados á un comun denominador?

En que un quebrado no altera de valor cuando sus dos términos se multiplican por un mismo número.

Y cómo se reducen los quebrados á un comun denominador?

Para hallar los numeradores de los nuevos quebrados se multiplica el numerador de cada uno por el producto de los denominadores de los demas; y para hallar el nuevo denominador que ha de servir para todos, se multiplican los denominadores entre sí

Ejemplos.

$\frac{1}{2},$	$\frac{2}{5},$	$\frac{3}{4}$		$\frac{5}{5},$	$\frac{8}{8},$	$\frac{4}{4},$	$\frac{7}{8}$
12	16	18		376	800	240	840
24	24	24		960	960	960	960

Para reducir á un comun denominador los quebrados $\frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \frac{3}{4}$ multiplicaré el 1.º numerador del $\frac{1}{2}$ por 12 producto de los otros denominadores, y tengo en 12 el nuevo numerador de $\frac{1}{2}$; despues multiplicaré el 2.º numerador del $\frac{2}{5}$ por 8 producto de los denominadores de los otros, y tendré en 16 el nuevo numerador del $\frac{2}{5}$; luego multiplicaré el 3.º numerador del $\frac{3}{4}$ por 6 producto de los denominadores de los otros y tendré en 18 el numerador del $\frac{3}{4}$; y por último multiplicaré todos los denominadores entre sí y tendré en el producto 24 el denominador que ha de servir para todos.

Qué es simplificar quebrados?

Buscar otros de igual valor; pero que sus términos sean mas pequeños.

En que se funda la simplificacion de quebrados?

En que un quebrado no altera de valor, cuando sus dos términos se dividen por un mismo número.

Cómo se simplifican los quebrados?

Dividiendo sus dos términos por 2 todas las veces que se pueda, luego por 3, por 5 etc.

Cómo se conoce si un quebrado es divisible por 2, por 3 ó por 5?

1.º Cuando sus dos términos acaban en cero ó guarismo par, es divisible por 2; 2.º cuando las sumas de los valores absolutos de los guarismos del numerador y denominador sumados separadamente dan 3 ó un múltiplo de 3, es divisible por 3; 3.º cuando sus dos términos acaban en cero ó en 5, ó el uno en cero y el otro en 5, se puede dividir por 5, y 4.º cuando los dos acaban en cero ó ceros se puede dividir por 10, 100, 1000 etc.

Para simplificar el quebrado $\frac{42}{78}$ como ambos términos acaban en guarismo par los divido por 2 diciendo: la mitad de 4 es 2 y la mitad de 2 es 1; y en el denominador, la mitad de 7 es 3 y sobra 1, la mitad de 18 es 9, y tengo $\frac{42}{78} = \frac{21}{39}$: ahora no es divisible por 2; pero lo es por 3 y digo: la tercera parte de 21 es 7 y la de 39 es 13, y tengo $\frac{42}{78} = \frac{21}{39} = \frac{7}{13}$ que ya no se puede simplificar mas; en cuyo caso el quebrado se llama irreducible.

OPERACIONES DE LOS QUEBRADOS.

Qué operaciones se hacen con los quebrados?

Las mismas que con los enteros: esto es, se suman, restan, multiplican y dividen.

Cómo se suman los quebrados?

Cuando todos tienen un mismo denominador, no hay mas que hacer que sumar los numeradores y poner á esta suma por denominador el denominador comun; y si resulta quebrado impropio, se sacan los enteros que contenga, dividiendo el numerador por el denominador.

Para sumar $\frac{3}{5} + \frac{1}{5} + \frac{4}{5}$, sumo los numeradores $3 + 1 + 4 = 8$, y tengo $\frac{8}{5}$ que como es quebrado impropio saco los enteros como queda dicho, y será $\frac{8}{5} = 1 \frac{3}{5}$.

¶ Cuando todos los quebrados no tienen un mismo denominador, cómo se suman?

Se reducen primero á un comun denominador, y despues se ejecuta la suma, como en el caso anterior.

Para sumar $\frac{2}{5} + \frac{1}{2} + \frac{3}{5}$ los reduzco primero á un comun denominador y se convierten en $\frac{20}{50} + \frac{15}{50} + \frac{18}{50}$; sumo los numeradores $20 + 15 + 18 = 53$, y tengo $\frac{53}{50}$, y sacando los enteros será $\frac{53}{50} = 1 \frac{3}{50}$.

$$\begin{array}{r} \frac{2}{5} = \frac{20}{50} \\ \frac{1}{2} = \frac{15}{50} \\ \frac{3}{5} = \frac{18}{50} \\ \hline \frac{53}{50} \end{array}$$

Porqué se reducen los quebrados á un comun denominador para sumarlos?

Porque cuando no le tienen son heterogéneos, y los sumandos siempre deben ser homogéneos.

Cuántos casos ocurren en la suma de quebrados?

Tres: sumar quebrados con quebrados, que ya queda explicado; un quebrado con un entero, y números mistos con números mistos.

Cómo se suma un entero con un quebrado?

Para sumar un entero con un quebrado, ó lo que es lo mismo, para reducir un entero á la especie del quebrado que le acompaña, se multiplica el entero por el denominador del quebrado, se añade el nu-

merador, y se pone por denominador el denominador del quebrado.

Para reducir $3 \text{ y } \frac{1}{8}$ á la especie de su quebrado, multiplico 3 por 8, al producto 24 añado el numerador 5, y á la suma 29 pongo por denominador el del quebrado que es 8, y será $3 \frac{1}{8} = \frac{29}{8}$.

Cómo se suman los números mistos con los números mistos?

Se suman los quebrados como queda dicho, y los enteros que resulten de la suma de los quebrados se añaden á los enteros.

Para sumar este ejemplo coloco los sumandos como se ve, reduzco á un comun denominador los quebrados, sumo los nuevos numeradores $112 + 120 + 70 + 140$, divido la suma 442 por 280 denominador comun, y resulta $1 \text{ y } \frac{162}{280}$ que simplificado $= 1 \frac{81}{140}$; agrego esta suma á la de los enteros y será la total $134 + \frac{81}{140}$.

Ejemplo.

$$\begin{array}{r}
 (1 \\
 + 28 \frac{1}{8} \dots 112 \\
 32 \frac{5}{7} \dots 120 \\
 47 \frac{1}{4} \dots 70 \\
 29 \frac{1}{2} \dots 140 \\
 \hline
 442 \\
 280 \overline{) 442} 280 \\
 \hline
 134 \frac{81}{140} \quad 16 \frac{1}{140}
 \end{array}$$

Cuando hay solo medios y cuartillos habrá necesidad de reducirlos á un comun denominador?

No señor; se considera cada $\frac{1}{2}$ como $\frac{2}{4}$ y con esto quedan reducidos; se suman los numeradores y la suma se parte por el denominador 4.

Para sumar $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{1}{4}$ diré $\frac{1}{2}$ que vale el $\frac{2}{4}$ + $\frac{3}{4}$ son $\frac{5}{4}$ + $\frac{1}{4}$ son $\frac{6}{4} = 1 \frac{2}{4} = 1 \frac{1}{2}$.

Cómo se restan los quebrados?

Si tienen un mismo denominador no hay mas que hacer que restar los numeradores, y poner á la resta el denominador comun, y se simplifica si se puede; *v. g. para restar $\frac{1}{4}$ de $\frac{3}{4}$ resto los numeradores de 1 á 3 van 2, y la resta será $\frac{2}{4}$ simplificado = $\frac{1}{2}$.*

Cuando los quebrados no tienen un mismo denominador cómo se restan?

Se reducen primero á un comun denominador (1) y despues se ejecuta la resta como en el caso anterior.

Para restar $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}$ los reduzco á un comun denominador, coloco el sustraendo debajo del minuendo como se vé y se convierte en $\frac{12}{15}$ $\frac{10}{15}$, resto los numeradores $12-10$, y tengo la resta $\frac{2}{15}$.

$$\begin{array}{r} 4 \quad 12 \\ 5 \quad 10 \\ 2 \quad 10 \\ 3 \quad 10 \\ \hline 2 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 15 \\ 15 \\ 15 \\ 15 \end{array} \right.$$

Cuando son medios y cuartillos se considera el $\frac{1}{2}$ como $\frac{2}{4}$ lo mismo que se dijo en la suma.

Cuántos casos ocurren en la resta de quebrados?

Tres: restar un quebrado de otro, que ya queda explicado; un quebrado de un entero, y un número misto de otro misto.

Cómo se resta un quebrado de un entero?

Se toma del entero una unidad, la cual reducida á quebrado, tendrá tantas partes como expresa el denominador; y con esto tendremos ya dos quebrados que tienen igual denominador: despues se restan como en el caso anterior; y se pone en la resta el entero con una unidad ménos.

(1) Se reduce á un comun denominador por la misma razon que dijimos en la suma.

ahora como se tomó una unidad del minuendo se la añadido al sustraendo 18 y nos resulta por resta total 17 $\frac{24}{35}$.

Cómo se multiplican los quebrados?

Se multiplica numerador por numerador y denominador por denominador, y el producto se simplifica si se puede.

Para multiplicar $\frac{2}{5}$ por $\frac{3}{5}$ diré 2 por 3, son 6, numerador del producto y 3 por 5 son 15, denominador del producto, y tendré $\frac{2}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{6}{15}$ que simplificado $= \frac{2}{5}$.

Cuántos casos pueden ocurrir en la multiplicacion de quebrados?

Todos se pueden reducir á tres, á saber; multiplicar un quebrado por otro, que ya queda explicado; un entero por un quebrado ó al contrario, y un número misto por otro número misto.

Cómo se multiplica un entero por un quebrado ó al contrario?

Se pone al entero la unidad por denominador y queda reducido á multiplicar un quebrado por otro.

Para multiplicar 7 por $\frac{2}{5}$ pondré $7 \times \frac{2}{5} = \frac{14}{5} = 4 \frac{4}{5}$.

Cómo se multiplica un número misto por otro número misto?

Se reducen los enteros á la especie de sus quebrados, como queda dicho en la suma de un entero con un quebrado, y queda reducido á multiplicar un quebrado por otro.

Ejemplo: Si una arroba vale $3 \frac{2}{5}$ duros, cuánto valdrán 13 $\frac{2}{5}$ arrobas?

$13 \frac{2}{5} \times 3 \frac{2}{5} = \frac{67}{5} \times \frac{17}{5} = \frac{1139}{25} = 48 \frac{19}{25}$.
Para averiguar cuánto valen 13 y $\frac{2}{5}$ arbs. á $3 \frac{2}{5}$

duros cada una (1) reduzco los enteros á la especie de sus quebrados y tengo $67\frac{1}{5} \times 29\frac{5}{8}$; ahora multiplico numerador por numerador y denominador por denominador; esto es, 67 por 29 y 5 por 8 y será el producto $1945\frac{5}{40}$ que sacando los enteros hallo que las 13 $\frac{5}{8}$ arrobas valen $48\frac{25}{40}$ duros.

Cuando los quebrados son sencillos, como medios y cuartillos, se puede abreviar esta operacion?

Sí señor: sea el ejemplo averiguar cuanto valen $7\frac{3}{4}$ varas á $4\frac{1}{2}$ pesetas, multiplico los enteros 7 por 4 = 28; ahora saco del multiplicando 7 la mitad que indica el quebrado del multiplicador, que es $3\frac{1}{2}$; despues saco del multiplicador 4 los $\frac{3}{4}$ sacando la mitad 2, y la mitad de este que es 1; finalmente multiplico los quebrados entre sí que dán $\frac{3}{8}$, sumo todas estas partes y la suma $34\frac{1}{8}$ será el producto total.

Ejemplo

$$\begin{array}{r}
 7\frac{3}{4} \\
 \times 4\frac{1}{2} \\
 \hline
 28 \\
 \frac{1}{2} \text{ de } 7 \dots\dots\dots 3\frac{1}{2} \\
 \frac{3}{4} \text{ de } 4 \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \dots 2 \\ \frac{1}{4} \dots 1 \end{array} \right.
 \end{array}$$

Producto de los quebrados. $\frac{3}{8}$

Producto Total $34\frac{1}{8}$

Cómo se dividen los quebrados?

Se multiplican en cruz, esto es el numerador del dividendo por el denominador del divisor y este será

(1) A pesar de haber enseñado en las operaciones de los enteros los usos de la multiplicacion y division couvendra repetir cuando lleguen á los quebrados; que si se dá el valor de una cosa y se trata de averiguar el de muchas la operacion es de multiplicar, y cuando se nos dá el de muchas y queremos saber el de una será la operacion de dividir.

el numerador del cociente; despues el denominador del dividendo por el numerador del divisor, y este será el denominador del cociente.

Para dividir $\frac{2}{7}$ por $\frac{4}{5}$ diré 2 por 5 son 10 numerador del cociente y 7 por 4 son 28, denominador del cociente y será $\frac{2}{7} : \frac{4}{5} = \frac{10}{28} = \frac{5}{14}$.

Cuántos casos pueden ocurrir en la division de quebrados?

Todos se pueden reducir á tres: dividir un quebrado por otro quebrado, que ya queda explicado; un entero por un quebrado ó al contrario, y un número misto por otro misto

Cómo se divide un entero por un quebrado, ó al contrario?

Se pone al entero la unidad por denominador y queda reducido á dividir un quebrado por otro.

Para dividir 7 por $\frac{2}{3}$ pondré $7/1 : \frac{2}{3} = \frac{21}{2}$ y sacando los enteros $= 10 \frac{1}{2}$: si tuviese que dividir $\frac{2}{3}$ por 7 pondría $\frac{2}{3} : \frac{7}{1} = \frac{2}{21}$.

Qué debe tenerse presente en la division de quebrados?

Se debe cuidar de poner primero el dividendo, que se conoce en que es de la misma especie que lo que se busca en el cociente. (1)

Cómo se divide un número misto por otro misto?

Se reducen los enteros á la especie de sus quebrados, y queda reducido á dividir un quebrado por otro.

Ejemplo. Si con 48 $\frac{23}{40}$ duros se compran 13 $\frac{2}{5}$ arbs.; cuánto costará una arroba?

(1) Hacemos esta advertencia porque tenemos observado que es muy esencial para los niños, y que de no hacérsela invierten con facilidad el orden, y por esto incurren en varios errores.

$$48^{25/40} : 13^{2/5} = 1943^{15/40} : 67^{1/5} = 9713^{15/40} : 2680 = 3^{1675/2680} \\ = 3^{5/8}$$

Sabiendo que $13^{2/5}$ arbs. han costado $48^{25/40}$ duros (1) si quiero averiguar á cómo vale la arb., reduzco los enteros á la especie de sus quebrados y tendré $67^{1/5}$ y $1943^{15/40}$; coloco primero el dividendo y tendré $1943^{15/40} : 67^{1/5}$, ahora multiplico en cruz, esto es 1943 por 5 y 40 por 67 y será $9713^{15/40}$ que sacando los enteros hallo que sale la arb. á $3^{1675/2680}$ duros y simplificado el quebrado $= 3^{5/8}$. (2)

Qué es valuar quebrados?

Es averiguar el valor en unidades de especie inferior á aquella á que se refiere.

Cómo se valúa un quebrado?

Se multiplica el numerador por el número de partes inferiores que tiene la unidad á que se refiere, y esto se parte por el denominador.

Para valuar $2/5$ dearb. como esta tiene 25 libras, será

$$2 \times 25$$

— = 10 libras: si de la division queda otro que-

5

brado se vuelve á valuar en la especie inmediata inferior: v. g. $5/8$ de duro, como este tiene 20 reales,

$$5 \times 20$$

— = 12 reales + $4/8$ de real; y como el

8

(1) Ponemos este ejemplo que servirá de prueba del que pusimos en la multiplicación; lo que advertimos para que no se estrañe que pongamos el quebrado $25/40$.

(2) Hemos simplificado este quebrado, valiendonos del máximo comun divisor, cuya teoría así como la del múltiplo menor y otras hubiéramos explicado, pero las omitimos por creer que son demasiado complicadas para niños.

real tiene 34 mrs. se valúa este en mrs. y será $\frac{4 \times 34}{8}$

= 17 mrs.; de modo que el quebrado $\frac{2}{3}$ de duro vale 12 rs. y 17 mrs. (1)

Cuántos casos ocurren en la valuación de quebrados?

Tres; 1.º cuando el quebrado se refiere á la unidad, como en el ejemplo anterior; 2.º cuando se refiere á muchas unidades, y 3.º cuando se refiere á otro quebrado.

Cómo se valúa un quebrado cuando se refiere á muchas unidades?

Se multiplica el numerador por el número de unidades á que se refiere y este producto se parte por el denominador y el cociente serán unidades de la misma especie que las dadas; y si queda resta se valúa como en el caso anterior.

Para valuar $\frac{2}{3}$ de 13 duros multiplico el 2 por 13 y tendré 26, que partido por el denominador 3 será 8 duros + $\frac{2}{3}$ de duro, el que valuado en reales segun el

primer caso será $\frac{2 \times 20}{3} = 13 \text{ rs.} + \frac{2}{3} \text{ de real, que}$

valuado en mrs. será $\frac{1 \times 34}{3} = 11 \text{ mrs.}$

Cómo se valúa un quebrado que se refiere á otro quebrado?

Se multiplican los numeradores entre sí, y despues

(2) Si queda residuo y no llega á la mitad del divisor, se desprecia; si llega se añade uno.

los denominadores, con lo que quedan los quebrados reducidos á uno solo, el que se valúa por las reglas dadas.

Para valuar $\frac{1}{2}$ de $\frac{3}{4}$ de $\frac{5}{8}$ de arb., diré $1 \times 2 \times 3 = 6$; y $2 \times 3 \times 4 = 24$ y tengo $\frac{6}{24}$ de arb. que siguiendo las reglas del primer caso, será $\frac{6 \times 25}{24} = 6$

libras + $\frac{6}{24}$ de libra, que valuado en onzas será $\frac{6 \times 16}{24} = 4$; y tenemos que $\frac{1}{2}$ de $\frac{3}{4}$ de $\frac{5}{8}$ de arb., vale 6 libras y 4 onzas.

QUEBRADOS DECIMALES.

Qué son decimales?

Aquellos quebrados que tienen por denominador la unidad seguida de uno, dos, ó más ceros.

Cómo se formará idea de los quebrados decimales?

Considerando la unidad dividida en diez partes iguales, á las que se llaman *décimas*; cada *décima* en otras diez partes iguales que se llaman *centésimas*, y así sucesivamente; de modo que cada vez van siendo diez veces menores.

En qué se diferencian los quebrados comunes de los quebrados decimales?

- 1.º En que el denominador en los decimales siempre es 10, 100 etc, esto es, la unidad seguida de ceros, y en los comunes puede ser cualquiera número:
- 2.º en los decimales no es necesario escribir el denominador; por que se sabe que es la unidad seguida

Para qué sirve la coma en los decimales?

Para separar los enteros de los decimales.

Qué alteraciones sufre un quebrado decimal cuando la coma muda de lugar.

Si la coma se corre un lugar á la derecha se hace diez veces mayor, si dos, ciento etc.; pero si la coma se corre un lugar á la izquierda se hace diez veces menor, si dos, ciento etc.

En 47,25 si ponemos la coma á la derecha del 2 en esta forma 472,5 este número será diez veces mayor; porque el 2 que ántes expresaba décimas, ahora expresa unidades, y las 5 centésimas, ahora son 5 décimas: en 472,5 si ponemos la coma á la izquierda del 2 en esta forma 4,725 será ahora diez veces menor; porque el 2 que expresaba unidades, ahora expresa décimas y las 5 décimas pasan á ser centésimas.

Qué alteraciones sufre un quebrado decimal cuando se le añaden ceros á la derecha ó á la izquierda?

Si los ceros se añaden á la derecha no altera el decimal, porque en este caso equivale á multiplicar el numerador y el denominador del quebrado decimal por un mismo número, pero si los ceros se ponen entre la coma y el primer guarismo decimal, se hace este tantas veces menor como expresa la unidad seguida de tantos ceros como se añadan: v. g. $0,5 = 0,50$; pues $\frac{5}{10} = \frac{50}{100}$; luego es inútil escribir ceros á la derecha de los decimales: pero 0,05 es diez veces menor que 0,5.

Los decimales se pueden expresar como quebrados comunes?

Si señor; escribiendo el denominador que omitimos v. g. 0,5 se podría expresar así $\frac{5}{10}$. 0,05 $\frac{5}{100}$

Cómo se reducen los quebrados comunes á decimales?

Dividiendo el numerador por el denominador; mas cuando el quebrado es propio, no cabe este en aquel, y así se pone cero al cociente, y despues del cero la coma; se añade un cero al dividendo y se ejecuta la division hasta sacar cociente exacto ó el número de cifras decimales que se quiera, de manera que para cada guarismo decimal se ha de añadir un cero al dividendo.

Para reducir á decimal el quebrado $\frac{2}{5}$, como 2 entre 5 no cabe, pongo al cociente cero y coma, añadido al 2 un cero, y efectuada la division tengo por cociente 0,4 que es $\frac{2}{5}$.

$$\begin{array}{r} 20 \mid 5 \\ 00 \quad 0,4 \end{array}$$

Reducido á decimal el quebrado $\frac{3}{7}$, como se ve, resulta 0,4285 etc.: si quisiera sacar mas guarismos decimales continuaria añadiendo ceros al residuo, y dividiendo.

$$\begin{array}{r} 30 \mid 7 \\ 020 \quad 0,4285 \text{ etc.} \\ 060 \\ 040 \\ 05 \end{array}$$

Puesto que unas veces resulta cociente exacto y otras no, hay alguna regla para conocerlo?

Si señor: cuando el denominador no tiene mas factores simples que el 2 ó el 5 dará cociente exacto; mas si el quebrado es irreducible y su denominador tiene algun factor simple diferente de 2 ó 5, no dará cociente exacto.

Así los quebrados $\frac{1}{8}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{11}{20}$ darán cociente exacto y no lo darán $\frac{1}{6}$, $\frac{7}{15}$, $\frac{11}{15}$.

OPERACIONES DE LOS DECIMALES.

Qué operaciones se hacen con los quebrados decimales?

Las mismas que con los enteros.

Cómo se suman los decimales?

Después de colocados los sumandos de modo que se correspondan las décimas con las décimas, las centésimas con las centésimas etc, es decir que formen columna las comas de los sumandos, se tira una raya debajo y se suman como los enteros, poniendo en la suma otra coma que se corresponda con las de los sumandos.

Ejemplo.

Para sumar este ejemplo colocados los sumandos como se ve y ejecutada la operación como si fuesen enteros, pongo en la suma una coma que se corresponda con la de los sumandos y será 131,4308. (1)

82,445
24,75
18,0358
6,3
131,4308

131,4308

Como se restan los decimales?

Después de colocados el sustraendo debajo del minuendo de modo que se correspondan las décimas con las décimas etc., y formen columna las comas, se tira una raya debajo y se restan como enteros, poniendo

(1) Aunque las operaciones de los decimales se practican como las de los enteros, en rigor se fundan en las de los quebrados comunes; pues su sencillez consiste precisamente en llevar tácito el denominador, en prescindir de los ceros á la derecha por no alterar el decimal y en la facilidad de multiplicar ó dividir, por la unidad seguida de ceros.

do en la resta otra coma que se corresponda con las anteriores.

Ejemplo.

Para restar 24,135 de 47,386 los coloco como se ve y ejecutada la resta pongo una coma que se corresponda con las anteriores y será la resta 23, 251.

$$\begin{array}{r} \text{---} \\ 47,386 \\ -24,135 \\ \hline 23,251 \end{array}$$

Cuando el minuendo y sustraendo tienen mas guarismos decimales el uno que el otro, cómo se ejecuta la resta?

En este caso se añaden ceros al que tenga ménos guarismos decimales hasta que queden iguales, y luego se ejecuta la resta como en el caso anterior: v. g.

Ejemplo.

Para restar 84, 5 de 96, 75, añadido un cero al sustraendo, como se ve, y restando como en el caso anterior, será la resta 12,25.

$$\begin{array}{r} \text{---} \\ 96,75 \\ -84,50 \\ \hline 12,25 \end{array}$$

Para restar 84, 75 de 96, 5 añadido un cero al minuendo, como se ve, y será la resta 11,75

$$\begin{array}{r} 96,50 \\ -84,75 \\ \hline 11,75 \end{array}$$

Cómo se multiplican los decimales?

Se ejecuta la multiplicacion como en los enteros sin hacer caso de las comas, y despues se separan de la derecha del producto tantos guarismos como cifras decimales haya en el multiplicando y multiplicador juntos, y si no hubiere las suficientes, se aña-

den á la izquierda tantos ceros como cifras falten.

Ejemplo

Para averiguar cuanto valen 13,4 arrobos á 3,625 duros cada uno, ejecuto la multiplicacion como enteros sin hacer caso de las comas, y de la derecha del producto separo cuatro guarismos por ser estos los que hay en ambos factores juntos, y será el producto 48,575 duros.

3,625
13,4
—
14500
10875
3625
—
48,5750

Se puede abreviar en algun caso la multiplicacion de los decimales?

Sí señor: cuando hay que multiplicar por la unidad seguida de ceros, se corre la coma á la derecha tantos lugares como ceros haya despues de la unidad: v. g. $75,24 \times 10 = 752,4$.

Para multiplicar por 100 se correría dos lugares, por 1000, tres etc.

Cómo se dividen los decimales?

Se hace que el dividendo y divisor tengan un mismo número de guarismos decimales, para lo cual se añaden ceros al que tenga ménos y luego se dividen como enteros. Si de la division queda resta se reduce á decimal el quebrado que resulte.

Ejemplo.

Sabiendo que 13,4 arbs. han costado 48,575 duros, si se quiere averiguar á cómo sale la arb., como el dividendo tiene tres notas decimales y el divisor solo una, añado dos ceros al divisor, ejecuto la division sin hacer caso de la coma y resulta el

48,575	13,400
—	—
08 3750	3,625
0 33500	
067000	
00000	

cociente 3 duros y un quebrado comun $\frac{3375}{13400}$ que

reducido á decimal segun lo dicho, me dá 0,625; y diré que sale la arb. á 3,625 duros. (1)

Se puéde abreviar en algun caso la division de los decimales?

Si señor: quando hay que dividir por la unidad seguida de ceros, se corre la coma á la izquierda tantos lugares como ceros haya despues de la unidad; v. g. $752,4 : 10 = 75,24$; para dividir por 100 se correria dos lugares, por 1000, tres etc

Cómo se valúan los decimales?

Se multiplica el quebrado decimal por las partes que tiene el entero á que se refiere, cortando de la derecha del producto tantos guarismos como tenga el decimal.

Si la division no sale exacta se vuelve á valuar en la especie inmediata inferior el quebrado que resulte.

Para valuar 0,625 de duro, como este tiene 20 rs., ejecuto la operacion como se vé, y salen 12 rs. y 5 décimas de real, que valuadas en mrs. dá 17 mrs.: y diré que 0,625 de duro vale 12 rs. y 17 mrs.

Ejemplo.

$$\begin{array}{r} 0,625 \\ \times 20 \\ \hline 12,500 \text{ rs.} \\ \times 34 \\ \hline 17,0 \text{ mrs.} \end{array}$$

(1) Quando se añaden ceros al divisor, como en este ejemplo, puede reducirse más facilmente á decimal el quebrado comun que queda, quitando para cada division un cero del divisor, mientras haya, en vez de añadirse al dividendo. Sirva el mismo

Ejemplo.

Resolucion. En vez de añadir un cero al numerador 8375 tacho uno de la derecha del divisor, y queda este en 13,40: al residuo 335 no se le añade cero, y si se tacha el de la derecha del divisor; al residuo 67 hay que añadirle un cero para sacar otro guarismo decimal porque el divisor no tiene más á su derecha.

$$\begin{array}{r} 48,575 \\ 08,375 \\ 0,335 \\ 0670 \\ 000 \end{array} \left| \begin{array}{r} 13,400 \\ 3,625 \end{array} \right.$$

SISTEMA MÉTRICO DECIMAL.

Qué es sistema métrico?

La coleccion ordenada de pesas y medidas, cuya base fundamental es el *metro*, el cual ha servido como de modelo para formar todas las demas. Por eso se llama *métrico*.

Qué ventajas ofrece este sistema?

Dos muy principales: 1.^a la *sencillez del lenguaje*; pues por la combinacion de muy pocas palabras pueden expresarse todas las medidas; y ademas las palabras indican las relaciones de magnitud entre si; y 2.^a la *facilidad de las operaciones*; porque las medidas aumentan y disminuyen de diez en diez. Por eso se llama tambien *decimal*.

Cuáles son las unidades principales del sistema métrico? (1)

El metro lineal para las medidas de longitud.

El metro cuadrado y el área para las de superficie.

El métro cúbico para las de volúmen.

El litro para las de capacidad.

El gramo para las de peso.

Hay otras medidas ademas de estas?

Hay otras mayores que se llaman *múltiplos* y otras menores llamadas *submúltiplos* ó *divisores*.

Cómo se forman los múltiplos?

Anteponiendo al nombre de cada unidad las palabras griegas:

deca, hecto, kilo, miria,

que significan:

diez, ciento, mil, diez mil.

(1) La unjdad principal es tambien la usual, escepto en las de peso.

Cómo se forman los divisores?

Anteponiendo las palabras latinas:

deci, centi, mili.

que significan:

décima, centésima, milésima. (1)

Cómo se escriben abreviadamente los nombres de las medidas métricas?

Con la inicial mayúscula los múltiplos, y con la minúscula los divisores, antepuestas á la minúscula que expresa la unidad principal; así miriámetro se escribe, Mm., kilogramo, Kg., decilitro, dl., centímetro, cm. etc. etc. Si son cuadradas se pone un 2 después de la inicial de metro á la derecha en la parte superior; si son cúbicas un 3 en la misma forma: vg. metro cuadrado, m.²; decímetro cúbico, dm³.

MEDIDAS DE LONGITUD, DE CAPACIDAD Y DE PESO.

Cuál hemos dicho que es la unidad principal de las medidas de longitud?

El *metro*, que es igual á la *diezmillonésima* parte de la distancia del polo Norte al Ecuador contada sobre el meridiano de París.

Cuáles son los múltiplos y divisores del metro?

MÚL- TIPOS.	Miriámetro, ^{signa} á 10,000 metros	ó	10 kilómetros.
	kilómetro. . . » 1,000 metros		10 hectómetros.
	Hectómetro . . » 100 metros		10 decámetros.
	Decámetro . . » 10 metros		10 metros.
	Metro, ^{unidad} » 1 metro		10 decímetros.
DIVI- SORES.	Decímetro. . . » 1 décima de metro		10 centímetros.
	Centímetro . . » 1 centésima de metro		10 milímetros.
	Milímetro . . » 1 milésima de metro		

(1) Algunas unidades no tienen todos los múltiplos y divisores.

Qué unidades de estas tienen mas uso, y á cuál de las antiguas reemplazan?

El *metro* para pequeñas longitudes, como una pieza de tela etc., reemplaza á la vara, y equivale á 1 vara 7 pulgadas y 0,805 líneas.

El *Kilómetro* para medidas itinerarias y geográficas, como la distancia de Logroño á Zaragoza, á Madrid, etc.; reemplaza á la legua, y equivale á 1196 varas. (1)

Cuál es la unidad de las medidas de capacidad?

El *litro*, que es igual al volúmen de un decímetro cúbico, ó sea de un cubo cuyo lado ó arista sea un decímetro (2)

Cuáles son sus múltiplos ó divisores?

MULTI- PLOS.	{	<i>Kilólitro</i> , igual á 1 000 litros ó 10 hectólitros.		
	{	<i>Hectólitro</i>	»	100 litros 10 decálitros.
	{	<i>Decálitro</i>	»	10 litros 10 litros.
		<i>Litro</i> , unidad,		1 litro 10 decilitros.
DIVI- SORES	{	<i>Decílitro</i> 1 décima de litro.		
	{	<i>Centílitro</i> 1 centésima de litro		

El *Kilólitro* se llama tambien *tonelada de arqueo*.

Qué medidas de estas tienen mas uso, y á cual de las antiguas reemplazan?

El *Hectólitro* para los granos, que reemplaza á la

(1) El *Miriámetro* la unidad mayor para medidas itinerarias y geográficas de grandes extensiones, como una provincia ó un Estado; equivale á 1 legua y 16,000 pies.—Legua de 20.000 pies ó de $6.666 \frac{2}{3}$ varas

(2) Un litro se construiria formando un cajoncito con cinco tablas ó cartones cuadrados cuyo lado sea un decímetro.

fanega, y equivale á 1 fanega, 9 celemines y 2,486 cuartillos.

El *litro* y el *decálitro* para el vino etc., que reemplazan al cuartillo, á la azumbre y á la cántara ó arroba. Un litro equivale á un cuartillo y 3,934 copas, (cerca de media azumbre.)

Cuál es la unidad de peso?

La unidad usual es el *kilógramo*, que es igual al peso en el vacío de un *decímetro cúbico* ó sea un litro de agua destilada á la temperatura de cuatro grados del termómetro centígrado.

La unidad principal es el *gramo*, igual al peso de un *centímetro cúbico* de agua en las mismas condiciones.

Cuáles son sus múltiplos y divisores?

Tonelada de peso,	igual á	1.000	kilógramos.
Quintal métrico	»	100	kilógramos.
Kilógramo, <i>unidad usual</i>		1.000	gramos.
Hectógramo	»	100	gramos.
Decágramo	»	10	gramos.
Gramo, <i>unidad principal</i>		1	gramo.
Decígramo	»	1	décima de gramo.
Centígramo	»	1	centésima de gramo
Milígramo	»	1	milésima de gramo.

Qué medidas de peso tienen mas uso y á cuál de la antiguas reemplazan?

El *Kilógramo* que reemplaza á la libra y equivale á 2 libras, 2 onzas y 12,408 adarmes (1)

(1) El *gramo* y sus divisores son pesos muy pequeños, de poco uso; tienen aplicacion para la moneda, en la farmacia, en los experimentos de química, y en todo aquello en que se requiere mucha

Qué debe advertirse acerca del valor relativo de cada unidad de longitud, de capacidad y de peso?

Que las unidades de estas medidas se suceden en graduacion decimal, es decir, que una es 10 veces mayor que la inmediata inferior, y 10 veces menor que la inmediata superior.

MEDIDAS DE SUPERFICIE Ó CUADRADAS.

Cuáles son las unidades de las medidas de superficie ó cuadradas?

El *metro cuadrado* y el *área*.

Qué es el metro cuadrado?

Es un cuadrado que tiene de lado un metro lineal. Sirve para medir las *superficies propiamente dichas*, ó que contienen un corto número de unidades ó de partes de la unidad, como la extension de una sala, de un cuadro etc.: para este uso solo tiene los divisores, á saber:

DIVISORES.	<i>Metro cuadrado</i>	unidad,	tiene 100 decímetros cuadrados.
	<i>Decímetro cuadrado</i>	tiene	100 centímetros cuadrados.
	<i>Centímetro cuadrado</i>	»	100 milímetros cuadrados.
	<i>Milímetro cuadrado</i>	»	1 millonésima de metro cuadrado.

precision: el gramo equivale á 20 granos (poco mas de medio adarme).

El quintal métrico y tonelada de peso son unidades superiores que reemplazan al quintal y tonelada antiguos: equivalen: 46 quintales métricos á 100 de los antiguos y 92 toneladas métricas á 100 de las antiguas.

A cuál de las antiguas medidas reemplazan?

El *metro cuadrado* reemplaza á la vara cuadrada y al pie idem, y equivale á 1 vara y 3,88 pies cuadrados: ó sea 12,88 pies cuadrados.

Qué es el *área*?

La unidad de las medidas de superficie llamadas agrarias, (1) que es un cuadrado que tiene de lado 10 metros lineales, y por lo tanto 100 metros cuadrados de superficie: no es otra cosa que un decámetro cuadrado.

Cuál es el múltiplo y divisor del *área*?

Múltiplo; *Hectárea*, tiene 100 áreas.

Unidad; *Área*. » 1 área ó 100 centiáreas.

Divisor; *Centiárea* » 1 centésima de área.

A cuál de las antiguas medidas reemplaza?

La *Hectárea* reemplaza á las fanegas superficiales, estadales y celemines; equivale á 1 fanega, 317 estadales y 15,232 varas cuadradas; ó sea á 1 fanega y 5087,232 varas cuadradas. (2)

Qué debe advertirse acerca de la relacion de las unidades cuadradas entre si?

Que las unidades cuadradas se suceden en gradacion centesimal; es decir, que una es 100 veces mayor que la inmediata inferior, y 100 veces menor que la inmediata superior, como se ve en la siguiente

(1) Se llaman agrarias de *ager* (campo). porque sirven especialmente para medir los campos, viñas etc.

(2) Fanega de marco real, que es un cuadrado de 96 varas de lado, ó sea 9216 varas cuadradas.

GRADACION DE TODAS LAS MEDIDAS

DE SUPERFICIE.

<i>Miriámetro</i>	cuadrado igual	100 kilómetros cuadrados
<i>Kilómetro</i>	id.	100 hectómetros cuadr.
<i>Hectómetro</i>	id. (hectárea)	100 decámetros cuadr.
<i>Decámetro</i>	id. (área)	100 metros cuadr.
<i>Metro</i>	id. (centiárea)	100 decímetros cuadr.
<i>Decímetro</i>	id.	100 centímetros cuadr.
<i>Milímetro</i>	id.	1 millonésima de metro cuadrado.

MEDIDAS CÚBICAS Ó DE VOLÚMEN.

Cuál es la unidad principal de las medidas de volúmen?

El *metro cúbico*, que es un cubo (1) cuyo lado ó arista es un metro: tiene los mismos divisores que el metro lineal en esta forma: (2)

DIVISORES.	{	Metro cúbico, unidad, igual á	1.000 decims. cúb.
	{	Decímetro idem	1.000 centims. cúb.
	{	Centímetro id.	1 millonésima de metro cúbico.

A cuál de las antiguas reemplaza el metro cúbico?

El *metro cúbico* reemplaza á la *vara* y al *pie cúbicos*; y equivale á 1 vara cúbica, 19 pies cúbicos y

(1) Cubo es un espacio cerrado por seis cuadrados iguales. Un dado es un cubo.

(2) También tiene los múltiplos; pero de poco uso.

2,72 pulgadas cúbicas; ó sea á 46,226 pies cúbicos.

Qué debe advertirse acerca de la relacion que tienen las unidades cúbicas entre sí?

Que las unidades cúbicas se suceden en gradacion *milesimal*, es decir, que cada unidad es 1000 veces mayor que la inmediata inferior y 1000 veces menor que la inmediata superior. (1)

MONEDAS.

Cuál es la unidad de monedas segun el decreto de 18 de Octubre de 1868?

La *peseta*, que se divide en 100 céntimos.

Qué monedas deben acuñarse segun el mismo decreto?

De oro. De 100 pesetas, de 50, de 20, de 10 y de 5.

De plata. De 5 pesetas, de 2 y de 1 peseta: además otras de 50 céntimos y de 20 céntimos de peseta.

De bronce. De 10, de 5, de 2 y de 1 céntimos de peseta.

APLICACION DE LOS DECIMALES AL SISTEMA MÉTRICO.

Cómo se escriben los números métricos?

Los números métricos suelen enunciarse como complejos dando á cada cifra la denominacion que le corresponde, v. g. 7 hectólitros, 6 decálitros, 8 litros y 5 centilitros; pero se escriben como decimales para acilitar las operaciones.

(1) Para expresar cada una de las medidas cúbicas se necesitan tres cifras.

Cómo se escribe un número complejo métrico en forma de decimal incomplejo?

Poniendo á la izquierda de la coma como cantidad entera, los múltiplos y la unidad; y á la derecha como decimales sus divisores; cuidando de escribir al fin la denominacion de la unidad que tiene la coma. Si no hay enteros se pone *cero* y *coma*, que ocupen su lugar. *Ejemplos*

1.º El complejo 7 hectólitros, 6 decálitros, 8 litros y 5 centílitros se escribe: 768,05 litros. Otros anteponen la palabra; de este modo: litros 768,05.

2.º 6 decímetros, 4 centímetros y 5 milímetros, se escribe: 0,645 metros.

3.º 27 pesetas y 8 céntimos se escribe: 27,08 pesetas.

Las medidas cuadradas ó cúbicas se escriben lo mismo, pero cuidando de que cada orden de las cuadradas tenga dos cifras, y tres de las cúbicas. *Ejemplos.*

1.º 36 hectáreas, 24 áreas y 5 centiáreas se escribe: 3624,05 áreas.

2.º 45 m.², 5 dc.² y 34 cm.² se escribe: 45,0534 metros cuadrados.

3.º 138 m.³, 63 dm.³ y 305 cm.³ se escribe: 138,063305 metros cúbicos.

Cómo se léen los números métricos?

Se lee primero la parte entera con la denominacion correspondiente á la unidad, y despues la decimal con la denominacion de su última cifra. Tambien se léen dando á cada cifra su denominacion. Para leer las medidas cuadradas, téngase presente que cada una tiene dos cifras; y las cúbicas tres. *Ejemplos.*

1.º 768,05 litros se lee: 768 litros y 5 centílitros;

ó de este modo: 7 Hl., 6 Dl., 8 l. y 5 cl.; ó de este: 76 Dl., 8 l. y 5 cl.

2.° 0,645 metros se lee: 645 mm., ó 6 dm., 4 cm. y 5 mm.

3.° 27,08 pesetas se lee: 27 pesetas y 8 céntimos.

4.° 3624,05 áreas se lee: 3624 áreas y 5 centiáreas; ó 36 hectáreas, 24 áreas y 5 centiáreas.

5.° 45,0534 m.² se lee: 45 m.² y 534 cm.² ó 45 m.², 5 dm.² y 34 cm.²

6.° 138,063305 m.³ se lee: 138 m.³ y 63.305 cm.³, ó 138 m.³, 63 dm.³ y 305 cm.³

Cómo se trasforman los números métricos de una denominacion á otra?

Trasformar un número métrico de una denominacion á otra equivale á reducir unidades superiores á inferiores, ó al contrario. Para reducir unidades superiores á inferiores basta correr la coma uno, dos ó mas lugares á la derecha.

Para reducir inferiores á superiores se corre la coma á la izquierda.

Ejemplos: 1.° Cuántos gramos hacen 83,6405 Kg. ? (1)

Como un kilóg. tiene 1.000 gramos multiplico el número dado por 1000 corriendo la coma tres lugares á la derecha y tendré 83,6405 Kg. $\times 1000 = 83640,5$ gramos.

2.° Cuántos hectólitros hacen 7508,5 litros?

Como un hectólitro tiene 100 litros divido por 100 corriendo la coma dos lugares á la izquierda y resulta que $7508,5 /_{100}$ litros = 75,085 hectólitros.

(1) Conviene recordar á los discípulos que para reducir unidades superiores á inferiores se multiplica, y para reducir inferiores á superiores se divide.

3.º *Cuántos decímetros cuadrados hacen 30,07347 Hectáreas?*

Como una hectárea tiene 1'000.000 decímetros cuadrados hay que multiplicar corriendo la coma seis lugares á la derecha, y como solo hay cinco cifras, se añade un cero, y el resultado será 30,07347 Ha. $\times$ 1.000.000 = 30073470 decímetros cuadrados.

4.º *Cuántos metros cúbicos hacen 24008462 centímetros cúbicos.*

Como un metro cúbico tiene 1.000 000 centímetros cúbicos se divide cortando con la coma, las seis cifras de la derecha y tendré que $\frac{24008462}{1.000.000}$ centímetros cúbicos = 24,008462 metros cúbicos.

OPERACIONES DE LOS NUMEROS MÉTRICOS.

Cómo se suman los números métricos?

Se reducen primero á una misma especie (1) y se suman despues como los decimales.

Ejemplo. Un cosechero vende tres partidas de aguardiente: la 1.ª de 14 Hl. 84 l. y 12 cl; la 2.ª de 7 Hl y 6 Dl, y la 3.ª de 3 Dl. 6 l. y 8 dl., se desea saber cuánto aguardiente ha vendido en las tres partidas.

1.ª	14 Hl., 84 l. y 12 cl. es igual á	1484,12	litros.
2.ª	7 Hl., y 6 Dl. . . »	760	litros.
3.ª	3 Dl., 6 l. y 8 dl. »	36,8	litros.
<i>Suma....</i>		<u>2280,92 litros.</u>	

(1) Si se pide especie determinada se reducen á ella; y lo mismo debe practicarse en la resta.

Reducidos los tres sumandos á la especie de litros y sumados como se vé resulta que ha vendido 2280 litros y 92 centilitros.

Cómo se restan los números métricos?

Se reducen minuendo y sustraendo á una misma especie y se restan despues como decimales. Ejemplo

Cuánto trigo le queda á un labrador que recolectó. 437 Hl. y 5 Dl., de lo cual ha vendido 241 Dl. y 8 l?

437 Hl. y 5 Dl.. . . . = 437,5 Hectólitros.

241 Dl. y 8 l.. . . . = 24,18 Hectólitros.

413,32 Hectólitros.

Reducidos á hectólitros minuendo y sustraendo se restan como se vé y el resto será 413 hectólitros y 32 litros.

Cómo se multiplican los números métricos?

Como los decimales, teniendo cuidado de poner la coma del multiplicando en la unidad en que se pide el producto, y la del multiplicador en la unidad cuyo precio se nos dá.

Ejemplo. *Cuántos reales valen 46 metros y 9 decímetros de tela á razon de 7 escudos, 6 reales y 9 céntimos el decámetro?*

Como en la cuestion se pide el producto en reales pongo la coma en el 6 del multiplicando que son los reales; y como además se dá el precio del decámetro la pongo en el 4 del multiplicador, que marca los decámetros; y escritos los factores como se vé, queda reducido á multiplicar decimales, y el importe pedido será 356,6745 reales.

76,05

4,69

68445

45630

30420

356,6745

Cómo se dividen los números métricos?

Pueden ocurrir dos casos: 1.º que el dividendo y divisor sean de una misma naturaleza; 2.º que el dividendo y divisor sean de diferente naturaleza.

Cómo se dividen dos números métricos de la misma naturaleza?

Se reducen dividendo y divisor à una misma especie y despues se dividen como decimales

Ejemplo. *Si un kilogramo vale 28 pesetas y 75 céntimos ácuántos kilogramos podré comprar con 688 pesetas y 85 céntimos?*

Reducidos el dividendo y	688,85.	<u>28,75</u>
divisor à una misma especie, lo cual se consigue poniendo en ambos la coma en las pesetas, se dividen los	113 85	23,96
decimales 688,85 por 28,75; y el cociente indica que se pueden comprar 23 kilogramos y 96 decágramos.	027 600	
	01 7250	
	0 0000	

Cómo se dividen los números métricos de diferente naturaleza?

Se reduce el divisor à la especie de unidad cuyo valor se nos pide y se dividen despues como decimales.

Ejemplo. *Si 4 kilóg., 6 hectóg., 8 decág. y 5 gramos han costado 443,075 escudos, á como sale el hectógramo?*

Reducido el divisor à hectóg.	443,075	<u>46,850</u>
cuyo valor se pide, se dividen como decimales; y siendo el dividendo escudos, el cociente será	023425	9,5
9 escudos y 5 décimas, valor del hectógramo. Si se pidiera el valor del kilogramo, el divisor sería 4,685; y el cociente 95 escudos.	00000	

MEDIDAS DE LOGROÑO QUE SE DIFERENCIAN DE LAS DE CASTILLA. (1)

Un litro de líquidos	{ 1,995 cuar-tillos.	{ Un cuartillo de li- quidos	{ 0,501 lits.
Un hectólitro. . . .	6,234 cánts.	Una céntara.	16, 04 litros.
Un litro de grano. .	0,218 celms.	Un celemin de grano	4,578 litros
Un hectólitro. . . .	1,82 fanegas	Una fanega.	54, 94 litros.
Una área.	{ 0,05245 fns.	{ Una fanega superfi- cial de 2722 varas cuadradas	{ 19,019626 áreas
Una hectárea. . . .	5,243 fans...	Un celemin id.. . .	1,587 áreas.

REDUCCION

de las pesas y medidas métricas á sus equivalentes del sistema antiguo, y al contrario.

Cómo se reducen los números métricos á sus equivalentes del sistema antiguo, y al contrario?

Para reducir un número expresado en uno de los dos sistemas á su equivalente en el otro se multiplica el número dado por la equivalencia de su unidad en el segundo sistema. (Para saber las equivalencias véase la tabla anterior.)

Si son unidades superiores ó inferiores se reducen á la especie en que está dada la equivalencia, y después se multiplican por ella.

Si son números denominados ó complejos antiguos, se reducen á una especie inferior, ó á quebrado de la especie cuya equivalencia se conozca.

(1) La vara de Logroño tiene 0,837 metros. Un litro muy cerca de media azumbre. Una área 142 varas cuadradas, 6,67 pies cuadrados.

Ejemplos. Reducir 35 metros á varas.

$$35 \times 1,196 = 41,86 \text{ varas.}$$

Multiplico el número 35 por la equivalencia de un metro en varas, es decir por 1,196; y el producto 41,86 serán las varas equivalentes á los 35 metros.

Inversamente para *reducir 35 varas á metros*, multiplico el número 35 varas por la equivalencia de una vara en metros, es decir por 0,8359; y el producto 29,2565 serán los metros equivalentes á 35 varas.

$$35 \times 0,8359 = 29,2565 \text{ metros.}$$

Otros ejemplos:

1.º *Reducir á kilógramos 9 quintales antiguos.*

$$(9 \times 4 = 36) \quad 36 \times 11,502 = 414,072 \text{ kilógramos.}$$

Como es superior á la @, cuya equivalencia tenemos en la tabla, se reducen los 9 quintales á @. y las 36 @ se multiplican por su equivalencia 11,502 kilógramos: y el producto será 414,072 kilógramos. (1)

2.º *Reducir 6 onzas á gramos.*

$$\frac{3}{8} \times 0,46 = 0,1725 \text{ gramos.}$$

Como es unidad inferior á la libra cuya equivalencia tenemos, las reduzco al quebrado $\frac{6}{16}$; simplificado $\frac{3}{8}$ de libra y este lo multiplico por su equivalencia 0,46 kilógramos: el producto será 0,1725 kilógramos, ó 172,5 gramos.

3.º *Reducir á litros 5 azumbres y 3 cuartillos de vino.*

$$23 \times 0,504 = 11,592 \text{ litros}$$

El número complejo 5 azumbres y 3 cuartillos lo reduzco á la especie inferior 23 cuartillos y multiplicados por su equivalencia 0,504 litros, el resultado será 11,592 litros.

(1) También pudiera hacerse consultando la tabla que ponemos al final, donde se halla la equivalencia del quintal.

4.º Reducir á litros 6 celemines y 3 cuartillos de grano.

$$^{27}/_4 \times 4,625 = 31,218 \text{ litros.}$$

Reduzco este número al quebrado impropio $^{27}/_4$ de celemin, lo multiplico por su equivalencia 4,625 litros y el producto será 31,218 litros.

5.º Cuántas leguas hacen 200 kilómetros?

$$200 \times 0,1794 = 35,88 \text{ leguas.}$$

Luego serán 35,88 leguas; cerca de 36.

6.º A cuántas fanegas equivalen 45 hectólitos y 8 litros de grano?

$$45,08 \times 1,8 = 81,189 \text{ fanegas.}$$

Luego equivalen á 81,189 fanegas; ó 81 fanegas 2 celemines y 1 cuartillo.

7.º Cinco arbs. y 9 libras, ¿cuántos kilogramos son?

$$(5 \times 25 + 9 = 134 \text{ libras.}) \quad 134 \times 0,46 = 61,64 \text{ kilóg.}$$

Luego el numero pedido será 61,64 kilóg.

8.º Treinta kilogramos, cuántas libras son?

$$30 \times 2,173 = 65,19 \text{ libras;}$$

Luego equivalen á 65,19 libras; ó 65 libras y 3 onzas.

9.º A cuántas cántaras equivalen 700 litros de vino? (700 litros = 7 Hl.) $7 \times 6,198 \text{ cánts.} = 43,386 \text{ cánts.}$ ó 43 cánts. y 3 azumbres.

De otro modo: $700 \text{ l.} \times 1,984 \text{ cuartillos.} = 1388,8 \text{ cuartillos} = 43 \text{ cántaras y 3 azumbres:}$ por ambos métodos nos dá el mismo resultado.

10. A cuántas varas cuadradas, equivalen 20 metros cuadrados?

$$20 \times 1,431 = 28,62 \text{ varas cuadradas,}$$

Equivalen pues á 28,62 varas cuadradas, ó á 28 varas y cerca de 6 pies cuadrados.

11. *A cuántas hectáreas equivalen 120 fanegas de marco real?*

$$120 \times 64,395 = 7727,40 \text{ áreas,}$$

Luego equivalen á 77 hectáreas, 27 áreas y 40 centiáreas.

12. *Ocho varas cúbicas, cuántos metros cúbicos hacen?*

$$8 \times 0,584 = 4,672, \text{ metros cúbicos,}$$

Luego hacen 4 metros cúbicos y 672 decím. cúbicos.

Qué relacion tienen entre si en el sistema métrico las capacidades con los volúmenes y los pesos?

La siguiente:

CAPACIDADES.	VOLÚMENES.	PESOS.
Un kilólitro	igual á 1 metro cúbico y á	1 tonelada
Un litro	» 1 decím. cúbico	1 kilógm.
Un mililitro	» 1 centím. cúbico	1 gramo.

Que ventajas ofrece esta relacion?

La de que conocido uno de los datos por ejemplo el volúmen, pueden averiguarse el peso y la capacidad, y al contrario; y esto sin necesidad de ejecutar operacion alguna, por decirlo asi; pues basta saber la relacion.

Ejemplo. Cuál es el peso del agua (1) contenida en una vasija cuyas dimensiones interiores medidas nos dan un volúmen de 6240 decímetros cúbicos?

Como un decímetro cúbico pesa un kilógramo, es evidente que los 6240 decím. cúbicos pesarán 6240 kilóg. Se ve tambien que la capacidad es de 6240 litros.

Otro. Cuál es el volúmen cúbico del agua contenida

(1) En la práctica comun no se consideran las cortas diferencias del peso del agua, ya por la temperatura, ya por el mayor ó menor grado de pureza.

en una vasija que deducida la tara pesa 256 kilogramos?

Sí el kilogramo es el peso de un decim. cúbico, á los 256 kilogramos corresponde un volumen de 256 decímetros cúbicos.

La capacidad será 256 litros.

Otro. Una vasija cuya capacidad es de 87 litros y 548 mililitros, qué volumen tendrá, y cuál será el peso del agua contenida?

El volumen será 87 decim. cúbicos y 548 centim. cúbicos: el peso del agua será 87 kilóg. y 548 gramos.

DE LOS DENOMINADOS.

Qué son números denominados ó complejos?

Los que constan de unidades de diferentes especies, unas mayores que otras, pero que todas se refieren á una unidad principal y superior; como 3 duros, 12 rs. y 17 mrs. que se refieren al duro como unidad principal.

Los números denominados se pueden expresar de otro modo que sea equivalente?

Sí, señor: en forma de incomplejos, reduciéndolos á su menor especie: v. g. 3 duros, 12 rs. y 17 mrs. se pueden expresar por 9465 mrs. que equivalen á los tres números propuestos.

Para reducirlos se multiplica el 3 por 20 que son los rs. que tiene un duro, y serán 60 rs. á cuyo producto se añaden los 12 y serán 72 rs. que multiplicados por 34 mrs. que tiene un real, y añadiendo al producto los 17 que hay, resultan 2465 mrs.

Cómo se suman los denominados?

Después de colocados los sumandos unos debajo de otros de modo que se correspondan las unidades de

cada especie, se tira una raya debajo y se principia á sumar por las unidades inferiores: si en la suma de estas hay alguna unidad de la superior inmediata, se sumará con estas, y las sobrantes se colocan debajo de las de su especie; y si no sobra nada se pone cero: del mismo modo se continúa hasta sumar las unidades de especie superior.

Ejemplo.

(2	(1				
27	varas.	2	pies	5	pulgadas.
+	12	»	1	»	3
	7	»	2	»	8
=	48	»	0	»	4
					»

Para sumar este ejemplo, despues de colocados los sumandos como se vé, se principia por las unidades inferiores, que son las pulgadas, y las 16 que resultan, reducidas á pies hecen un pié, que se coloca con los pies, y las 4 pulgadas que sobran, debajo de las pulgadas; se pasa á sumar los pies, y como la suma 6 hace 2 varas exactas, se colocan con las varas, y se pone cero debajo de los pies; finalmente se suman las varas, que son 48, y la suma total será 48 varas, 0 pies y 4 pulgadas.

Cómo se restan los denominados?

Se coloca el sustraendo debajo del minuendo de modo que se correspondan las unidades de cada especie, se tira una raya, y se principia á restar por las unidades inferiores.

Ejemplo.

	36	arrobas,	14	libras,	8	onzas.
—	24	»	10	»	5	»
=	12	»	4	»	3	»

Para restar 24 arrobas, 10 libras y 5 onzas de 36 arrobas, 14 libras y 8 onzas se colocan como se vé; y principiando por las unidades inferiores, que son las onzas, se vá restando cada especie de su correspondiente, y resulta por resta total 12 arrobas, 4 libras y 3 onzas.

Cuando alguna de las unidades del sustraendo es mayor que su correspondiente en el minuendo, cómo se ejecuta la resta?

Se toma una unidad de la especie inmediata superior del minuendo, la cual se reduce á la especie inferior, se suma con las inferiores que haya, y de esta suma se restan las del sustraendo, cuidando de rebajar una unidad á aquella especie superior del minuendo de donde se tomó, ó añadirla al sustraendo.

Ejemplo.

$$\begin{array}{r}
 22 \text{ pesos, } 7 \text{ rs., } 18 \text{ mrs.} \\
 - 14 \quad \text{»} \quad 8 \quad \text{»} \quad 16 \quad \text{»} \\
 \hline
 = 7 \quad \text{»} \quad 14 \quad \text{»} \quad 2 \quad \text{»}
 \end{array}$$

Para restar este ejemplo, se principia por los mrs. diciendo: de 16 á 18 van 2; se pasa á los rs. de 8 á 7 no puede ser, por ser mayor el sustraendo que el minuendo, se toma un peso que tiene 15 rs. y sumados con los 7 que hay hacen 22 rs.; ahora se dice: de 8 á 22 van 14, y se lleva una, que se añade á los 14 pesos: finalmente de 15 á 22 van 7, y será la resta 7 pesos, 14 rs. y 2 mrs.

Cuando por ser mayor alguna de las unidades del sustraendo pasamos á tomar una unidad superior del

minuendo, y ocurre que no la hay en la inmediata; qué se hará en este caso?

Se pasa á tomarla de la superior donde las haya, la cual se reduce á las inferiores inmediatas, se dejan en ellas todas menos una, esta se reduce á las unidades inferiores, se suman con las que hay, y de esta sumase restan sus correspondientes, teniendo cuidado de rebajar una unidad á aquella especie superior del minuendo de donde se tomó, ó añadirla al sustraendo.

Ejemplo.

$$\begin{array}{r}
 \text{18 duros, 0 rs., 10 mrs.} \\
 - \text{14 " 16 " 30 " } \\
 \hline
 = \text{3 " 3 " 14 " }
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 (19 \quad (34 + 10 = 44.) \\
 \hline
 \end{array}$$

Para reatar este ejemplo, se dirá: de 30 á 10 no puede ser, se pasa á tomar un real y como no los hay, se vá á los duros, se toma uno que tiene 20 rs., se dejan 19 en la columna de los rs. y el otro que queda, se descompone en mrs., se suman los 34 que tiene con los 10 que hay, y de la suma 44 se restan los 30 del sustraendo, se restan despues los 16 rs. de los 19, y por último se pasa á los duros cuidando de añadir uno á los 14 del sustraendo ó de rebajárselo al minuendo 18; y será la resta 3 duros, 3 rs. y 14 mrs.

Cómo se multiplican los denominados?

Reduciéndolos primero á quebrados, para lo cual se reducen multiplicando y multiplicador á su menor especie, y lo que resulte en cada uno será el numerador del quebrado, y por denominador se pone el nú-

mero que exprese las veces que la unidad de especie inferior respectiva está contenida en su superior; después se multiplican como quebrados, esto es: numerador por numerador y denominador por denominador.

Ejemplo: *Cuánto costarán 13 arrobas y 10 libras valiendo la arroba á 3 duros, 12 rs. y 17 mrs.?*

$$\begin{array}{r}
 \text{(A)} \quad 13 \text{ arrobas.} \\
 \times 25 \text{ libras.} \\
 \hline
 65 \\
 26 \\
 + 10 \text{ libras.} \\
 \hline
 = 335 \text{ libras.}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{(B)} \quad 3 \text{ duros.} \\
 \times 20 \text{ rs.} \\
 \hline
 60 \\
 + 12 \text{ rs.} \\
 \hline
 = 72 \text{ rs.} \\
 \times 34 \text{ mrs.} \\
 \hline
 288 \\
 216 \\
 + 17 \text{ mrs.} \\
 \hline
 = 2465 \text{ mrs.}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 2465 \quad 335 \quad 825775 \quad 9775 \\
 \text{---} \times \text{---} = \text{---} = 48 \text{ --- ds.} = 48 \text{ ds. 11 rs. y} \\
 680 \quad 25 \quad 17000 \quad 17000 \quad 17 \text{ mrs.}
 \end{array}$$

Para resolver este ejemplo, se reducen las 13 arrobas y 10 libras á libras, como se vé en (A), y á las 335 que resultan se pone por denominador 25 que son las libras que tiene la arroba, con lo que se tiene el quebrado $\frac{335}{25}$; se reducen también los 3 duros, 12 rs. y 17 mrs. á mrs., como se vé en (B) y á los 2465 que resultan se pone por denominador 680, que son los mrs. que tiene

un duro, con lo que se tiene el quebrado $\frac{2405}{680}$ que multiplicado por $\frac{55}{25}$ dá de producto $\frac{823775}{17000}$, y sacando los enteros será 48 $\frac{9775}{17000}$ ó 48 duros, 11 rs. y 17 mrs.

Cuando uno de los factores es denominado y el otro no, cómo se pondrá en forma de quebrado?

Se reduce el denominado á quebrado, y al que no lo es se le pone por denominador la unidad.

Ejemplo. Si una cántara vale 6 rs. y 13 mrs., cuánto valdrán 7 cántaras?

$$\begin{array}{r}
 \text{(A)} \quad 6 \text{ rs.} \\
 \times 34 \text{ mrs.} \quad 7 \quad 217 \quad 1519 \quad 23 \\
 \hline
 204 \quad 1 \quad 34 \quad 34 \quad 34 \\
 + 13 \text{ mrs.} \\
 \hline
 217 \text{ mrs.} + \\
 \hline
 \end{array}
 = 44 \text{ rs. y } 23 \text{ mrs.}$$

Para averiguar cuánto valen 7 cántaras á 6 rs. y 13 mrs. la cántara, se reduce el denominado 6 rs. y 13 mrs. á mrs., como se vé en (A), y á los 217 se le pone por denominador 34, despues al 7 se le pone la unidad, y se tendrá $\frac{7}{1} \times \frac{217}{34}$, que ejecutadas las operaciones como en el caso anterior se vé que las 7 cántaras á 6 rs. y 13 mrs. valen 44 rs. y 23 mrs.

Qué hay que tener presente en la multiplicacion de denominados?

Que se necesita saber cuál es el multiplicando y cuál el multiplicador.

Cómo se sabrá cual es el multiplicando y el multiplicador?

El multiplicando es el de la misma especie que lo que se busca en el producto, que generalmente es el dinero, y el otro es el multiplicador: *v. g. si se quiere averiguar cuánto valen 7 cántaras á 6 rs. y 13 mrs. como lo que se busca son los rs. que valen las 7 cántaras, los 6 rs. y 13 mrs: será el multiplicando y las 7 cántaras el multiplicador.*

Háy que advertir alguna otra cosa en la multiplicacion de denominados?

Que se puede dar el precio á cualquiera de las especies del multiplicador: *v. g. si hubiese en el multiplicador arrobas, libras y onzas, se puede dar el precio de la arroba, se puede dar el de la libra y el de la onza; y en los tres casos el denominador debe ser diferente.*

Pues qué se hará en cada uno de estos tres casos y los demás que ocurran?

Poner por denominador en el multiplicador el número que exprese las veces que la unidad de especie inferior está contenida en la superior *cuyo precio se nos dá*; así si hay arrobas, libras y onzas y se dá el precio de la arroba, se pone por denominador 400, que son las onzas que tiene la arroba; si se dá el precio de la libra, se pone por denominador 16, que son las onzas que tiene la libra, y finalmente si se dá el de la onza se pone por denominador la unidad.

Cómo se dividen los denominados?

Reduciéndolos á quebrados, y despues se dividen como tales, es decir: multiplicándolos en cruz. *Ejemplo: Si 15 arrobas y 10 libras han costado 48 duros, 11 reales y 17 marrvedís, se pregunta á cómo vale la arroba.*

(A)

$$\begin{array}{r}
 13 \text{ arrobas.} \\
 \times 25 \text{ libras.} \\
 \hline
 65 \\
 26 \\
 + 10 \text{ libras.} \\
 \hline
 = 335 \text{ libras.}
 \end{array}$$

(B)

$$\begin{array}{r}
 48 \text{ duros.} \\
 \times 20 \text{ rs.} \\
 \hline
 960 \\
 + 11 \text{ rs.} \\
 \hline
 = 971 \text{ rs.} \\
 \times 34 \text{ mrs.} \\
 \hline
 3884 \\
 2915 \\
 + 17 \text{ mrs.} \\
 \hline
 = 33031 \text{ mrs.}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 33031 \quad 335 \quad 825775 \quad 142375 \\
 \text{---} : \text{---} = \text{---} = 3 \text{ --- duros} = 3 \text{ duros,} \\
 680 \quad 25 \quad 227800 \quad 227800 \\
 12 \text{ rs. y } 17 \text{ mrs.}
 \end{array}$$

Para resolver este ejemplo se reducen las 13 arrobas y 10 libras á libras, como se vé en (A), y á las 335 que resultan se pone por denominador 25 que son las libras que tiene la arroba, se reducen tambien los 48 duros, 11 rs. y 17 mrs. á mrs., como se vé en (B) y á los 33031 que resultan se pone por denominador 680 que son los mrs que tiene un duro, con lo que se ha conseguido reducirlos á estos quebrados $\frac{335}{25}$ y $\frac{33031}{680}$; se coloca primero el dividendo y se tendrá $\frac{33031}{680} : \frac{335}{25}$; ahora se multiplican en cruz, esto es: 33031 por 25 y 680 por 335 y se tendrá $\frac{825775}{227800}$, que sacando los enteros será 3 $\frac{142375}{227800}$ duros, ó 3 duros, 12 rs. y 17 mrs.

Cuando uno de los términos de la division es deno-

minado y el otro no, cómo se pondrá en forma de quebrado?

Se reduce el denominado á quebrado y al que no lo es se le pone por denominador la unidad.

Ejemplo. Si 7 cántaras han costado 44 rs. y 23 mrs., cuánto costará una cántara?

(A)

$$\begin{array}{r}
 44 \text{ reales} \\
 \times 34 \text{ mrs.} \\
 \hline
 176 \quad 1519 \quad 7 \quad 1519 \quad 91 \\
 132 \quad \text{---} : \text{---} = \text{---} = 6 \text{ y } \text{---} \text{rs.} \\
 + 23 \text{ mrs.} \quad 34 \quad 1 \quad 238 \quad 238 \\
 \hline
 = 1519 \text{ mrs.} \\
 \hline
 \end{array}$$

Sabiendo que siete cántaras han costado 44 rs. y 23 mrs., si se quiere averiguar á como sale la cántara, se reduce el denominado 44 rs. y 23 mrs. á mrs., como se ve en (A) y á los 1519 se pone por denominador 34, despues al 7 se le pone la unidad y será $\frac{1519}{34} : \frac{7}{1}$, y ejecutadas las operaciones como en el caso anterior, se ve que vale la cántara á 6 y $\frac{91}{238}$ rs., á 6 rs. y 13 maravedis.

Qué hay que tener presente en la division de denominados?

Que se ha de poner por denominador en el divisor el número que exprese las veces que la unidad de especie inferior esté contenida en la superior, cuyo precio se nos pida; así si hay arrobas, libras y onzas, se nos puede preguntar á cómo sale la arroba, á cómo

la libra, y á cómo la onza; si se nos pide el de la arroba se pone por denominador 400; que son las onzas que tiene la arroba; si se nos pide el de la libra, se pone 16; y si el de la onza, se pone la unidad.

Se pueden poner los denominados en forma de números mistos?

Sí Señor, y también en forma de decimales.

Cómo se ponen los denominados en forma de números mistos?

Se deja la especie superior como está y las inferiores se reducen á la inferior de todas, el resultado de esta reduccion será el numerador del quebrado, al que se pondrá por denominador el número que exprese las veces que la unidad de especie inferior esté contenida en su superior.

Para poner en forma de número misto el denominado 3 duros, 12 rs. y 17 mrs., se deja el 3 como está, y se reducen los 12 rs. y 17 mrs. á mrs., los 425 que resultan será el numerador del quebrado, y su denominador 680 que son los mrs. que tiene un duro, y quedará reducido al número misto $3 \frac{425}{680}$ duros, y simplificado el quebrado $3 \frac{5}{8}$ duros, que es lo mismo que 3 duros 12 rs., y 17 mrs. Reducido á número misto el denominado 13 arrobas y 10 libras será $13 \frac{10}{25}$ arrobas; simplificado $13 \frac{2}{5}$ arrobas, que es lo mismo que 13 arrobas y 10 libras.

Cómo se reducen los denominados á decimales?

Después de reducidos á números mistos, como se acaba de decir, el quebrado que resulte se reduce á decimal por las reglas dadas en los decimales: v. g. reducido á número misto el denominado 3 duros, 12 rs. y 17 mrs. ha resultado igual á $3 \frac{5}{8}$ duros, ahora reducido el $\frac{5}{8}$ á decimal será 3,625 duros; Reducido

igualmente el denominado 13 arrobas y 10 libras á número misto dió $13 \frac{2}{5}$ arrobas, y reducido el $\frac{2}{5}$ á decimal será 13,4 arrobas. (1)

RAZONES Y PROPORCIONES.

Qué es razon de dos números?

El cociente de dichos números. Así la razon de 9 á 3 es 3, la de 3 á 9 es $\frac{3}{9}$.

Cómo se escribe una razon?

Poniendo dos puntos (:) entre los dos números, que se leen **es á**. Así pues, la razon de 9 á 3, se escribe 9 : 3, y se lee 9 es á 3.

Cómo se llaman los términos de la razon?

El primero ó el que hace de dividendo toma el nombre de **antecedente**, el segundo ó el divisor el de **consecuente**, y al resultado ó cociente se le dá el nombre de **razon**. Por consiguiente en la razon 9 : 3, el 9 es el antecedente, el 3 el consecuente, y el cociente 3 la razon.

Qué alteraciones sufre una razon cuando se multiplica ó divide alguno de sus términos?

Siendo la razon un cociente ó un quebrado sufrirá esta las mismas alteraciones que su antecedente y las contrarias que su consecuente; pero cuando los dos

(1) En confirmacion de esto pueden verse los ejemplos de la multiplicacion de números mistos, decimales y denominados: en los números mistos se ha puesto $13 \frac{2}{5}$ arrobas á $3 \frac{5}{8}$ duros; en los decimales 13,4 arrobas á 3,625 duros, en los denominados 13 arrobas y 10 libras á 3 duros, 12 rs. y 17 mrs. que todo es un mismo ejemplo: lo mismo hemos hecho en la division, y ademas para que sirva de prueba hemos puesto los resultados de la multiplicacion en todos los ejemplos de la division.

términos se multipliquen ó dividan por un mismo número, no alterará la razón.

Qué es proporción?

La igualdad de dos razones: ó lo pue es lo mismo, la reunion de cuatro números tales, que la razón de los dos primeros sea igual á la de los dos segundos.

Cómo se escribe una proporción?

Poniendo cuatro puntos entre las dos razones. Asi $2 : 6 :: 8 : 24$, y se lee dos es á seis, como ocho es á veinticuatro. El 2 y el 8 son los *antecedentes* de las dos razones, y el 6 y el 24 los *consecuentes*; el 2 y el 24 se llaman *extremos* y el 6 y el 8 medios.

De cuántos modos pueden ser las proporciones?

De dos, discretas y continuas; discretas se llaman cuando los medios son diferentes: v. g. $2 : 6 :: 8 : 24$; y continuas cuando los medios son iguales v. g. $2 : 6 :: 6 : 18$. Esta se escribe abreviadamente así: $\div 2 : 6 : 18$.

Cuál es la propiedad más esencial de una proporción?

Que en la discreta el producto de los extremos es igual al de los medios; y en la continua el producto de los extremos es igual al cuadrado del término medio. En la proporción discreta $2 : 6 :: 8 : 24$ tenemos que $2 \times 24 = 48$ y $6 \times 8 = 48$.

En la continua $2 : 6 :: 6 : 18$ vemos que $2 \times 18 = 36$ y $6^2 = 36$.

Qué utilidad nos resulta de esta propiedad?

La de averiguar un término desconocido en una proporción.

Cómo se ejecutará esto?

Si el término desconocido es un extremo de la proporción, se multiplican los medios y su producto se

divide por el extremo conocido. Y si el desconocido fuese un medio, se hallará multiplicando los extremos y dividiendo el producto por el medio conocido.

$$8 \times 12$$

$$\text{Ejemplo } 1.^{\circ} 6 : 8 :: 12 : \infty \quad \infty = \frac{8 \times 12}{6} = 16$$

$$6$$

$$6 \times 16$$

$$\text{Ejemplo } 2.^{\circ} 6 : 8 :: \infty : 16 \quad \infty = \frac{6 \times 16}{8} = 12$$

$$8$$

REGLA DE TRES.

Qué es regla de tres ó de proporcion?

La que enseña á buscar un número que tenga con otro dado la misma razon que la que tienen otros dos números tambien dados.

En qué se divide la regla de tres?

En simple y compuesta. Simple es aquella que solo tiene tres términos y compuesta la que tiene más.

Cómo se llaman los datos que entran en una regla de tres simple?

Los dos conocidos de una misma especie, **datos**; y los otros dos, tambien de una misma especie, el uno conocido y el otro incógnito, **resultados**; v. g Si tres hombres ganan 24 reales, 5 hombres cuántos ganarán; 3 hombres y 5 hombres son los datos, y 24 reales y ∞ reales los resultados.

Tambien se hace otra clasificacion, llamando á los 3 hombres y 24 reales términos del supuesto, y á los 5 hombres y ∞ reales términos de la pregunta. Igualmente se clasifican en causa y efecto: por manera que tres hombres se llaman causa del supuesto,

y 24 reales su efecto, 5 hombres causa de la pregunta, y ∞ reales efecto de la pregunta.

En qué se divide la regla de tres simple?

En directa é inversa.

Cuándo será directa?

Cuando á los datos corresponden ó son proporcionales los resultados. Ejemplo. Si 20 fanegas de trigo han costado 640 rs. ¿cuánto costarán 40 fanegas del mismo trigo?

Puesto que 20 fanegas cuestan 640 rs., 40 fanegas costarán doble; luego las fanegas, que son los datos, son proporcionales á sus valores, que son los resultados; y por consiguiente, la cnestion será directa.

Cuándo será inversa?

Cuando á los datos no corresponden ó no son proporcionales los resultados?

Ejemplo. Con 8 varas de paño de 5 cuartas de ancho se hace una capa, qué varas de á 7 cuartas de ancho se necesitarán para hacer la misma capa?

Siendo mayor la anchura del paño, ménos varas se necesitarán: es decir, que á mayor anchura menos longitud: luego la regla es inversa.

Cómo se formarán las proporciones, siendo directas?

De este modo: dato del supuesto es á su homogéneo de la pregunta, como el resultado del supuesto es á su homogéneo de la pregunta. Despues se hallará la incógnita como se dijo en las proporciones.

Y siendo inversa?

De este modo: Dato del supuesto es á su homogéneo de la pregunta, como el resultado de esta es á su homogéneo del supuesto.

EJEMPLOS.

1.° Una fuente arroja en 10 horas 2840 cántaras de agua ¿cuántas arroja en 24 horas?

En doble tiempo arrojará doble cantidad; luego los tiempos son proporcionales á las cantidades, y la proporcion será:

$$10 : 24 :: 2840 : \infty$$

Supuesto que la incógnita es un extremo, se hallará multiplicando los medios y dividiendo por el otro extremo y tendremos.

$$\frac{24 \times 2840}{10} = \frac{\infty}{1} = 6816 \text{ cántaras.}$$

2.° 20 hombres hacen una obra en 36 dias; 14 hombres en cuántos dias la fabricarán?

Ménos hombres necesitarán más dias; luego los hombres están en razon inversa de los dias y la proporcion será:

$$20 : 14 :: \infty : 36$$

Hallando la incógnita tendremos

$$\frac{20 \times 36}{14} = \frac{\infty}{1} = 51 \frac{3}{7} \text{ dias.}$$

3.° 28 operarios han tejido 280 varas de lienzo; para tejer 160 varas del mismo género qué operarios se necesitan?

A ménos varas se necesitan ménos operarios; luego la regla es directa, y la proporeion.

$$28 : \infty :: 280 : 160$$

Hallando la incógnita tendrémós:

$$28 \times 160$$

$$X = \frac{28 \times 160}{280} (1) = 16 \text{ operarios.}$$

$$280$$

4.º Una plaza sitiada tiene víveres para 16 dias; ¿cuál deberá ser la racion de cada persona para sostenerse 24 dias?

A mayor número de dias menor será la racion diaria, luego la regla es inversa. Si llamamos 1 á la racion ordinaria, la proporeion será:

$$16 : 24 :: \infty : 1$$

Hallando la incógnita y simplificando el quebrado tendremos

$$\infty = \frac{16}{24} = \frac{2}{3} \text{ de racion}$$

(1) Para hallar la incógnita, se ve que X es igual á un quebrado; y como este se puede simplificar, segun se dijo al hablar de los quebrados, hemos hallado dicha incógnita valiéndonos de este procedimiento, diciendo: (0 del numerador y 0 del denominador se destruyen, y se tachan con una raya:) 28 del numerador y 28 del denominador son divisibles por sí mismos, se destruyen; luego la incógnita es 16.

Esta simplificacion es de la mayor utilidad en las reglas compuestas, como veremos despues: porque muchas veces es tanta la simplificacion, que se halla el verdadero resultado sin tener que multiplicar, como ya se ha visto en el ejemplo propuesto.

Cómo se resuelve una regla de tres compuesta?

Se reduce á una regla de tres simple multiplicando los términos principales por la causa ó causas que los acompañen.

Ejemplo. Si 36 hombres en 8 días, trabajando 10 horas al día hacen 120 varas de paño, 45 hombres en 16 días, trabajando 6 horas al día ¿cuántas varas de paño harán?

Para reducir esta operacion á simple se multiplican los 36 hombres por 8 días, y este producto por 10 horas, cuyo total será 2880: se ejecuta lo mismo con los 45 hombres, 16 días y 6 horas, que darán de producto 4320, y supuesto que la cuestion es directa la proporcion será:

$$2880 : 4320 :: 120 : \infty$$

Hallando la incógnita como en los ejemplos anteriores, tendremos

$$\begin{array}{r} 180 \quad 1 \\ 540 \quad 3 \\ 1080 \quad 6 \\ 2160 \\ 4320 \times 120 \\ \hline \infty = \frac{2880}{144} = 180 \text{ vs.} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2880 \\ 144 \\ 72 \\ 24 \\ 12 \\ 6 \\ 3 \\ 1 \end{array}$$

Se simplifica de este modo: 0 del 120 y 0 de 2880 se destruyen: la mitad de 12 son 6 y la de 288 es 144; la

mitad de 6 es 3 y la de 144 es 72; la tercera parte de 3 es 1 y la de 72 es 24. Ahora se pasa á dividir el 24 con el 4320: diciendo la mitad de 24 es 12 y la de 4320 es 2160: la mitad de 12 es 6 y la de 2160 es 1080; la mitad de 6 es 3 y la de 1080 es 540; la tercera parte de 3 es 1 y la de 540 es 180 que es el número de varas.

Se puede dar algun método general para resolver las reglas de tres sin necesidad de dividir las en simples y compuestas, directas é inversas?

Si señor, para lo cual solo se necesita saber lo que es causa y lo que es efecto.

Pues cómo se resuelve una regla de tres, sea de la clase que quiera?

Se multiplican la causa ó causas del supuesto por el efecto de la pregunta, y la causa ó causas de la pregunta por el efecto del supuesto. Despues se divide el producto compuesto de más número de términos por el producto compuesto de ménos.

Conviene hacer alguna colocacion de los términos para mayor claridad?

Si señor, se colocan primero la causa ó causas del supuesto y á continuacion su efecto, y debajo de esos se colocan sus homogéneos que haya en la pregunta. Se tiran dos líneas que se corten: la una desde las causas del supuesto irá al efecto de la pregunta, y la otra desde las causas de ésta al efecto de aquel; cada una de estas líneas señalará los términos de que se ha de componer cada producto.

Ejemplo 1.º Si 30 hombres en $7 \frac{1}{2}$ dias, trabajando 8 horas al dia fabrican 180; varas de paño 10 hombres, trabajando $6 \frac{1}{2}$ horas, qué dias necesitarán para fabricar 240 varas del mismo paño?

Poniendo primero los términos del supuesto, y de-

bajo los correspondientes de la pregunta, como se ha dicho, la colocacion será.

Hombres	Días.	Horas.	Varas.
30	$7\frac{1}{2}$	8	180
10	∞	$6\frac{1}{4}$	240

Las líneas tiradas nos dicen, que se ha de multiplicar 30 por $7\frac{1}{2}$, por 8 y por 240, cuyo total se ha de dividir por el producto de 10 multiplicado por $6\frac{1}{4}$ y por 180. Luego

$$\infty = \frac{30 \times 7\frac{1}{2} \times 8 \times 240}{10 \times 6\frac{1}{4} \times 180}$$

Y haciendo desaparecer los quebrados (1), tendremos.

$$\infty = \frac{30 \times 15 \times 8 \times 240 \times 4}{10 \times 2 \times 25 \times 180}$$

(1) Para hacer desaparecer los quebrados, hemos hecho el siguiente procedimiento. El $7\frac{1}{2}$ y $6\frac{1}{4}$ se han reducido á quebrado impropio, dando el 1.^o $\frac{15}{2}$ y el 2.^o $\frac{25}{4}$ quitando á estos los denominadores,

Este quebrado se puede simplificar de este modo. Los ceros del 240 del numerador y del 180 del denominador, se tachan; pues equivale á dividir ambos términos por 10; por la misma razon se tachan el del 30 y el 10. El 2 y el 4 son divisibles por 2 y se tacha aquel, poniendo un 2 sobre el 4: este 2 y el 18 son divisibles por lo que se tacha el 2 y debajo del 18 se pone un 9; este y el 24 son divisibles por 3, poniendo un 8 sobre el 24 y un 3 debajo del 9; este 3 con el que quedó del 30 se tachan. El 15 y el 25 son divisibles por 5, poniendo un 3 sobre el 15 y un 5 debajo del 25. No pudiendo simplificarse mas, la operacion queda reducida á

$$X = \frac{3 \times 8 \times 8}{5} = 38 \frac{2}{5} \text{ dias.}$$

Ejemplo 2.º Si 4 hombres en 8 dias, trabajando 6 horas al dia han trasladado á un punto 1600 far-

el factor 15 se ha multiplicado por 2; pues ya dijimos que si á un quebrado se quita el denominador queda multiplicado por el mismo denominador; y por consiguiente el producto de todos los factores que componen el numerador de X se ha hecho dos veces mayor. Luego para que no altere el quebrado es necesario multiplicar tambien el denominador por 2, lo que se consigue poniéndole como fac-

tor el 2 que se quitó al $\frac{15}{2}$ del numerador. Por la misma razon el 4

quese quita al $\frac{25}{4}$ se pondrá como factor del numerador y de este modo el numerador y denominador, quedan multiplicados por un mismo número.

Esta operacion que á primera vista parece complicada la entienden luego los niños con solo advertirles que, cuando alguno de los términos contiene quebrado, los denominadores de estos se cambian de lugar, poniendo abajo el que está arriba y vice-versa.

dos; para conducir 120 fardos, 12 hombres en 10 días ¿qué horas deberán trabajar? (1)

COLOCACION.

Hombres.	Días.	Horas.	Fardos.
4	8	6	1600
12	10	X	120

Y por lo mismo

$$\begin{array}{r}
 1 \quad 1 \quad 3 \quad 1 \\
 4 \times 8 \times 6 \times 120 \\
 \times = \frac{\quad}{12 \times 10 \times 1600} = \frac{3}{1} \text{ de hora.} \\
 1 \quad 5 \quad 20 \\
 5
 \end{array}$$

REGLA DE INTERES.

Qué es regla de interés?

La que enseña á averiguar la ganancia que produce una cantidad impuesta á réditos.

De cuántos modos puede ser la regla de interés?

De dos: simple y con tiempo. Simple se llama cuando el tiempo (*vaya ó nó expreso*) es un año, y con tiempo cuando éste es diferente de un año.

Cuántos casos pueden ocurrir en la regla de interés simple?

(1) Ponemos éste ejemplo para llamar más la atención sobre lo que dijimos en la última parte de la regla general: es decir, que se ha de dividir el producto compuesto de más número de términos por el producto compuesto de ménos, aunque aquel sea menor que este.

Tres: averiguar el interés, el capital ó el tanto por 100.

Cómo se resolverán estas cuestiones?

Por medio de la proporción **100 : Capital :: tanto : interés**; y hallando despues la incógnita como se dijo en las proporciones.

Ejemplo 1.º Que interés producirán 4800 rs. al 5 $\frac{1}{2}$, por 100?

100 : 4800 :: 5 $\frac{1}{2}$: ∞
Hallando la incógnita será;

$$\infty = \frac{4800 \times 11}{100 \times 2} = 264 \text{ rs.}$$

2.º Cuál es el capital que en un año produce 264 rs. de interés al 5 $\frac{1}{2}$, por 100?

$$100 : \infty :: 5 \frac{1}{2} : 264 \infty \frac{100 \times 264 \times 2}{11} = 4800 \text{ rs.}$$

3.º Si el capital 4800 rs. produce en un año 264 rs. de interés ¿a cómo estará impuesto?

$$100 : 4800 :: \infty : 264 \infty = \frac{100 \times 264}{4800} = 5 \frac{1}{2}$$

Cuántos casos pueden ocurrir en la regla de interés con tiempo?

Cuatro: averiguar el capital, el interés, el tiempo ó el tanto por ciento.

Cómo se resolverán estas cuestiones?

Por medio de la proporción **36000 : capital**
 $\times$ **tiempo :: tanto : interés**, y hallando despues la incógnita. (1)

Ejemplo 1.º Que interés producirán en 180 dias 20000 rs. al 6 por 100.

$$\begin{array}{r} 36000 : 20000 \times 180 :: 6 : \infty \\ \quad \quad \quad 30 \quad 1 \\ \infty = \frac{20000 \times 180 \times 6}{36000} = 600 \text{ reales.} \\ \quad \quad \quad 6 \\ \quad \quad \quad 1 \end{array}$$

2.º Cuál será el capital que en 180 dias produce 600 rs. de interés al 6 por 100?

$$\begin{array}{r} 36000 : \infty \times 180 : 6 : 600 \\ \quad \quad \quad 200 \quad 100 \\ \infty = \frac{36000 \times 600}{180 \times 6} = 20000 \text{ rs.} \\ \quad \quad \quad 1 \quad 1 \end{array}$$

3.º En cuánto tiempo el capital 20000 rs. producirá 600 de interés al 6 por 100.

(1) Cualquiera que sea la especie del tiempo que se dé, se ha de reducir á la denominacion de dias, contando cada mes de 30 dias dias, y por consiguiente el año de 360 segun se acostumbra en el comercio.

$$36000 : 20000 \times \times :: 6 : 600$$

$$\times = \frac{36000 \times 600}{20000 \times 6} = 180 \text{ dias.}$$

4.° Si el capital 20000 rs. produce en 180 dias 600 rs. de interés ¿a como estará hecha la imposicion?

$$36000 : 20000 \times 180 :: \times : 600$$

$$\times = \frac{36000 \times 600}{20000 \times 180} = 6 \text{ por } 100.$$

REGLAS DE COMPAÑIA.

Qué es regla de *Compañia*?

La que enseña á determinar la ganancia ó la pérdida de varios socios en proporcion al capital que cada uno impuso.

De cuántos modos es la regla de *Compañia*?

De dos, *simple* y *con tiempo*: *simple* se dice quando todos los capitales permanecieron un mismo tiempo en el fondo; y *con tiempo* quando los capitales estuvieron en el fondo unos más tiempo que otros.

Cómo se resuelve la regla de *compañia simple*?

Se suman los capitales que pusieron todos los socios y se forma una proporcion para cada uno, poniendo por primer término la suma de los capitales, por segundo la ganancia ó pérdida, y por tercero el capital que puso cada uno de los socios.

Ejemplo. Tres hicieron compañía y ganaron 7000 duros: el primero puso 3000, el segundo 2000 y el tercero 4000: se pregunta ¿qué ganancia corresponde a cada uno de los socios?

Capitales

1.º 3000	1.º 9000 : 7000 :: 3000 : 2333 $\frac{1}{3}$	(1
2.º 2000	2.º 9000 : 7000 :: 2000 : 1555 $\frac{5}{9}$	
3.º 4000	3.º 9000 : 7000 :: 4000 : 3111 $\frac{1}{3}$	
<u>Suma 9000</u>	<u>Ganancia total. . . 7000</u>	

Donde se vé que el primero ganó 2333 $\frac{1}{3}$ duros el segundo 1555 $\frac{5}{9}$ duros, y el tercero 3111 $\frac{1}{3}$ duros. Como la suma de las ganancias parciales componen 7000 que es la total, es prueba de que la operacion está bien ejecutada.

Cómo se resuelve la regla de Compañía con tiempo?

Se multiplica el capital de cada socio por el tiempo que lo tuvo en la compañía y queda reducida a una regla de compañía simple.

Ejemplo. Dos hicieron compañía y perdieron 60 doblones, el primero puso 40 doblones por 3 años y el segundo 30 por 5 años ¿cuánto perdió cada uno?

Dobls. años.

1.º 40 $\times$ 3 = 120	1.º 270 : 60 :: 120 : 26 $\frac{180}{270}$	(1
2.º 30 $\times$ 5 = 150	2.º 270 : 60 :: 150 : 33 $\frac{90}{270}$	
<u>270</u>	<u>Pérdida total .</u>	<u>60</u>

donde se vé que el primero perdió 26 $\frac{180}{270}$ doblo-

nes, y el segundo $33 \frac{90}{270}$ y como la suma de las pérdidas parciales componen 60 que es la total, es prueba de que la operacion está bien hecha. Si el tiempo fuese diferente se hace la reduccion de modo que en todos sea de una misma especie; y lo mismo se ejecuta con los capitales cuando no son homogéneos.

Ejemplo. Dos hicieron compañía y ganaron 40 duros: el primero puso 40 por dos años y tres meses y el segundo 130 por siete meses; ¿qué ganancia corresponde á cada uno?

	Ds.	M.	
1.º	40	$\times 27$	= 1080
2.º	130	$\times 7$	= 910
			<u>1990</u>
1.º	1990	: 40	:: 1080 : 21 $\frac{181}{199}$
2.º	1990	: 40	:: 910 : 18 $\frac{58}{199}$

Ganancia total. 40

Otro ejemplo. Dos hicieron compañía y ganaron 30 duros: el primero puso 20 duros y el segundo 175 reales ¿qué ganancia corresponde á cada uno?

	Rs.	
1.º	400	1.º 575 : 30 :: 400 : 20 $\frac{800}{575}$
2.º	175	2.º 375 : 30 :: 175 : 9 $\frac{75}{375}$
	<u>575 rs.</u>	<u>30</u>

REGLA DE ALIGACION.

Qué es regla de aligacion?

Aquella por medio de la cual se pueden resolver los tres problemas siguientes:

1.º Conociendo las cantidades de diferente especie y sus valores respectivos, hallar el precio medio de dichas cantidades despues de mezcladas.

2.º Sabido el precio medio y los precios de las diferentes especies, averiguar la razon en que deben mezclarse dichas especies.

3.º Resuelto ya el caso anterior y dada una cantidad determinada de mezcla, averiguar lo que debemos tomar de cada una de las especies.

Para resolver el primer caso se multiplican las especies por sus valores respectivos, se suman los productos y la suma de ellos se divide por la de las especies.

Ejemplo. Habiendo mezclado 40 fanegas de trigo de á 36 reales fanega, con 60 de á 52 y con 80 de á 42; vamos á averiguar cual será el precio medio á que deberá venderse cada fanega de la mezcla.

Resolucion.

$$\begin{array}{r}
 40 \times 36 = 1440 \\
 60 \times 52 = 3120 \\
 80 \times 42 = 3360 \\
 \hline
 180 \qquad 792(0 \mid 18(0 \\
 \qquad \qquad 070 \qquad 44 \\
 \qquad \qquad 0
 \end{array}$$

Se multiplican las 40 fanegas por su precio respectivo 36 y resultan 1440, despues 60 por 52 y resulta

3120 y últimamente 80 por 42 y da por producto 3360, se suman estos tres productos $1440 + 3120 + 3360$, y la suma de ellos 7920 se divide por $40 + 60 + 80$, esto es por 180, suma de las especies, y el cociente 44 que resulta, es el precio medio de cada fanega de la mezcla.

Para resolver el segundo caso siendo solamente dos los precios, se ve la diferencia que hay entre el precio mayor y el precio medio, la que se pondrá al menor, despues se averigua la diferencia que hay entre el menor y el precio medio, y ésta se pondrá al mayor v. g.

Teniendo aceite de 60 rs. arb. y de 45 rs., vamos á averiguar en qué razon se tomará cada uno de estos precios para vender la arb. de mezcla á 53 rs.

Ejemplo.

Precio mayor	60—8
Medio 53	
Menor	45—7

Resolucion. La diferencia entre el precio mayor 60 y el precio medio 53 es 7 que se pone al menor 45, despues la diferencia entre el precio menor 45 y el medio 53 es 8 que se pone al mayor 60, cuyos números 8 y 7 nos dicen la relacion de la mezcla.

Cuando sean tres ó más los precios, se ve la diferencia que hay entre el precio medio y cualquiera de los mayores, la que se pondrá á uno de los menores; despues se averigua la diferencia que hay entre este menor y el precio medio, la que se pondrá al mayor con quien se haya comparado, y así se continuará hasta que se hayan comparado todos los precios mayores y menores con el precio medio; debiendo observarse que cuando haya más mayores que menores, ó

al contrario, se cuidará siempre de poner la diferencia de los precios mayores á los menores y la de los menores á los mayores: v. g.

Si tenemos vino de 12 rs. cántara, de 8 rs. y de 4, y queremos averiguar en que razon lo debemos mezclar para vender la cántara de mezcla á 7 rs., haremos la comparacion del modo siguiente:

Ejemplo.

$$\begin{array}{r} 12-3 \dots\dots\dots 3 \\ 8-3 \dots\dots\dots 3 \\ 4-5+1 = 6 \end{array}$$

Resolucion Se compara la diferencia que hay entre el mayor 12 y el precio medio 7 y la diferencia 5 que resulta se pone al menor 4, despues se ve la diferencia que hay entre el 4 precio menor y el precio medio 7 y las tres que resultan se ponen al 12; luego se compara el 8 con el 7 y la diferencia 1 se añade tambien al 4; en seguida la diferencia del 4 al 7 que es 3 se pone tambien al 8, y se ve que se mezclaría en razon de 3 del de á 12, de 3 del de á 8 y de 6 del de á 4.

Para resolver el tercer caso, despues de hecha la comparacion, como se ha indicado en el segundo, se formarán proporciones del modo siguiente: la suma de las mezclas es á lo que se tomó de cada uno de los precios, como la cantidad determinada de mezcla es á lo que resulte, y haciendo tantas proporciones como precios tengamos, los cuartos términos de ellas designarán lo que se há de mezclar de cada uno de los precios, y por consiguiente la suma de los cuartos términos nos darán la cantidad determinada de mezcla: v. g.

Tenemos trigo de 20 rs., de 30, de 40 y de 50, y vamos á averiguar cuánto se mezclará de cada uno de estos precios para vender la cantidad determinada de 100 fanegas á 34 rs.

<i>Ejemplo.</i>			
34	20.....	16	40 : 16 :: 100 : 40
	30.....	6	40 : 6 :: 100 : 15
	40... ..	4	40 : 4 :: 100 : 10
	50... ..	14	40 : 14 :: 100 : 35
		40	100

Resolucion. Hechas las comparaciones como en los casos anteriores, se han formado cuatro proporciones del modo siguiente: 1.ª Si para 40 de mezcla se toman 16 del precio de á 20, para 100 cantidad determinada de mezcla se tomarán 40: 2.ª Si para 40 de mezcla se toman 6 del precio de á 30, para 100 cantidad determinada de mezcla se tomarán 15: 3.ª Si para 40 se toman 4, para 100 se tomarán 10 4.ª Si para 40 se toman 14, para 100 se tomarán 35 y sumados los cuartos términos de las proporciones $15+40+10+35$ han resultado las 100 cantidad determinada de la mezcla.

FALSA POSICION

Qué es regla de *falsa posicion*?

La que enseña á descubrir un número verdadero por medio de otro supuesto que se finge ó supone.

De cuántas maneras es la regla de falsa posicion?

De dos, *simple* y *doble*; simple es aquella en que solo se supone un número y doble la que necesita de dos suposiciones.

Cómo se resuelve la regla de falsa posición simple?

Tomando un número cualquiera y practicando con él todas las condiciones que manifieste la cuestión como si fuese el verdadero, despues se forma una proporción de éste modo: el resultado del número supuesto es al resultado conocido, como el número supuesto es al desconocido que se busca.

Ejemplo. Cuál será el número que añadiéndole su mitad, tercera y cuarta parte suma 125. Si se supone que el número sea 12 cuya mitad es 6, su tercera 4, y su cuarta es 3; se dirá $12+6+4+3=25$ resultado del número supuesto, y se formará esta proporción.

$$25 : 125 :: 12 : x; \quad \frac{125 \times 12}{25} = 60$$

esto es 25 resultado del número supuesto es á 125 resultado conocido como 12 el número supuesto, es á 60, número desconocido que se busca, al cual sumándole su mitad 30, su tercera 20 y su cuarta 15, resultan 125 que dice la cuestión.

Cómo se resuelve la regla de falsa posición doble?

Tomando dos números y ejecutando con cada uno por separado las condiciones de la pregunta como en la simple; despues se compara el resultado de cada uno de estos números con el de la pregunta, y las diferencias á que se dá el nombre de *errores*, se ponen en frente de su número supuesto respectivo con el signo + si el resultado del supuesto es mayor que el de la pregunta, y con el signo — si es menor. En seguida se multiplica el primer número supuesto por el error del segundo y el segundo número supuesto por el error del primero. Finalmente si los errores tie-

nen un mismo signo se dividirá la diferencia de estos productos por la diferencia de los errores, y el cociente será la respuesta.

Si los errores tienen diferente signo, se dividirá la suma de los productos por la suma de los errores, y el cociente será la respuesta.

Ejemplo. Preguntando Juan á Pedro cuánto dinero tenia, respondió: si tú me das un duro tendré tanto dinero como tú; entónce le dijo Juan, pues si tú me das un duro tendré doble que tú; cuánto dinero tenia cada uno? Suponiendo que Pedro tiene 7 duros Juan tendrá 9; porque prestando un duro á Pedro habian de quedar iguales; y en efecto prestándosele, Pedro tendrá $7+1=8$, y Juan $9-1=8$: pasando á la segunda condicion, esto es; si Pedro dá un duro á Juan, á Pedro le quedan 6, y Juan tendrá 10: pero como para cumplir con la condicion habia de tener Juan doble dinero que Pedro; teniendo este 6, Juan debia tener 12, y como sólo reúne 10, hay un error de 2 por defecto: Suponiendo ahora que Pedro tiene 11, Juan tendrá 13 y ejecutando las condiciones como se vé en (A) resulta un error

Primer supuesto.

Primera condicion.

$$P. \quad 7+1=8$$

$$J. \quad 9-1=8$$

Segunda condicion.

$$P. \quad 7-1=6$$

$$J. \quad 9+1=10$$

(A) *Segundo supuesto.*

Primera condicion.

$$P. \quad 11+1=12$$

$$J. \quad 13-1=12$$

Segunda condicion.

$$P. \quad 11-1=10$$

$$J. \quad 13+1=14$$

Supuestos	Errores.
1.º . . . 7.	. . . -2
2.º . . . 11.	. . . -6
(B) $7 \times 6 = 42$	
$11 \times 2 = 22$	
$20 : 4 = 5$	

de 6 que será tambien por defecto. *Comprobacion.*

Primera condicion.

Hecho esto se multiplica el primer supuesto por el error del segundo, y el segundo

Segunda condicion.

supuesto por el error del primero, se divide la diferencia de los productos por la de los errores, como se vé en (B) y resulta que Pedro tenía 5 duros y Juan 7 duros.

ELEVACION AL CUADRADO Y EXTRACCION DE LA RAIZ CUADRADA.

Qué es cuadrado?

El producto que resulta de multiplicar una cantidad por si misma. Asi es que el cuadrado de 1 es 1, porque $1 \times 1 = 1$; el de 2 es 4; porque $2 \times 2 = 4$; el de 3 es 9; porque $3 \times 3 = 9$; el de 4 es 16, el de 5 es 25, el de 10 es 100. Tambien se le dá el nombre de 2.^a potencia.

Cómo se indica cuando hay que elevar una cantidad al cuadrado ó 2.^a potencia?

Poniendo á la derecha del número que quiere elevarse y en su parte superior un 2. en esta forma: 8^2 , que indica que hemos de elevar el 8 al cuadrado, esto

es, que lo hemos de multiplicar por si mismo de este modo: $8^2=8\times 8=64$. El $9^2=9\times 9=81$; el $12^2=12\times 12=144$; el $100^2=100\times 100=10.000$.

Qué es raíz cuadrada de un número?

Es otro número que multiplicado por si mismo nos dé por producto el número propuesto.

Así es que la raíz cuadrada de 4 es 2 porque si multiplicamos 2 por 2=4: la de 9 es 3, la de 16 es 4, la de 25 es 5, la de 36 es 6, la de 100 es 10, la de 10000 es 100 etc.; de donde se infiere que la extraccion de la raíz cuadrada es la operacion contraria de la elevacion al cuadro.

Que se hace para hallar la raíz cuadrada de un número cualquiera?

Se divide el número que se nos dé en periodos de à 2 guarismos, principiando por la derecha, y puede suceder que en el último periodo haya un solo guarismo: se tiran despues à la derecha las rayas como si fuesemos à ejecutar una operacion de dividir, luego se vé cual es la raíz del periodo de la izquierda, la que se coloca en las rayas de dividir como si fuese el divisor, se cuadra esta raíz y el cuadrado se resta del periodo de la izquierda; se agrega despues à esta resta el periodo siguiente y se separa con una coma el guarismo de la derecha; lo que queda à la izquierda, que será la resta mas un guarismo del 2.º periodo, se divide por el duplo de la raíz hallada, que deberá colocarse debajo del separado anteriormente por medio de la coma; el cociente que resulte de esta division se pone en la raíz à la derecha del guarismo anterior y tambien à la derecha de lo que nos ha servido de divisor; se multiplica éste junto con el cociente por el mismo cociente, y el producto se res-

ta de lo que haya encima, es decir de la resta anterior junto con el período que se le agregó; si quedase resta y más períodos que bajar, se hace lo mismo que hemos indicado para el período anterior, teniendo siempre cuidado de dividir por el duplo de la raíz hallada, que en éste caso sería ya por el duplo de dos guarismos. Y de éste modo se continúa hasta que no quede ningún período que bajar; y si al concluir la operación no quedase resta, es prueba de que la raíz es exacta, y si sobra alguna cantidad, esto nos indicará que la raíz no es exacta; en cuyo caso para aproximarla por decimales se añadirán á la resta dos ceros, lo que se considerará como un nuevo período; se separa por consiguiente uno, se divide lo que queda á la izquierda por el duplo de toda la raíz hallada, el cociente que resulte se pondrá en la raíz después de una coma; y así se continua todo lo que se quiera, añadiendo dos ceros por cada guarismo decimal que se quiera sacar: v. g. si nos proponemos extraer la raíz cuadrada de 2304 lo haremos del modo siguiente.

Resolucion. Después de dividir el número en dos períodos se ve que la raíz del período de la izquierda 23 es 4, que se pone en las rayas de dividir; se cuadra, el cuadrado 16 que resulta se resta del 23, á la resta 7 se le agrega el período siguiente, y después de separar con una coma el 4, se divide el 70 que queda á la izquierda por 8, duplo de la raíz hallada, el cociente 8 que resulta se coloca en la raíz á la derecha del 4 y

Ejemplo.

$$\begin{array}{r|l}
 23,04 & 48 \\
 16 & \\
 \hline
 70,4 & \\
 88 & \\
 \hline
 704 & \\
 \hline
 000 &
 \end{array}$$

Resolucion. La raíz del 11 es 3, que cuadrada resulta 9; á la resta 2 se baja el 64, el 26 de la izquierda se divide por 6, el cociente 4 se coloca en la raíz y á la derecha del 6, se multiplica el 64 por 4 y el producto 256 se resta de 264: á la resta 8 como no hay mas períodos que bajar se añaden dos ceros, se separa el de la derecha con una coma y tambien se pone otra á la derecha del 34: se divide el 80 por 68, el cociente 1 se pone en la raíz á la derecha de la coma y tambien á la del 68, se multiplica el 681 por 1, cuyo producto se resta de 800, á la resta 119 se añaden dos ceros y continuando del mismo modo que en los casos anteriores tendremos que la raíz aproximada de 1164 es 34,117.

Ejemplo.

$$\begin{array}{r}
 11,64 \quad | 34,117 \\
 \underline{9} \\
 26,4 \\
 \underline{64} \\
 4 \\
 \underline{256} \\
 80,0 \\
 \underline{681} \\
 1 \\
 \underline{681} \\
 1 \\
 \underline{1190,0} \\
 6821 \\
 \underline{1} \\
 6821 \\
 \underline{50790,0} \\
 68227 \\
 \underline{7} \\
 477589 \\
 \underline{30311}
 \end{array}$$

TABLA

DE LAS EQUIVALENCIAS RECÍPROCAS ENTRE LAS PESAS Y MEDIDAS MÉTRICAS,
Y LAS DEL ANTIGUO SISTEMA DE CASTILLA.

MEDIDAS DE LONGITUD.

Miriámetro...	1,79446 leguas.		
Kilómetro....	0,17945 leguas.		
Hectómetro...	119,6508 varas.	Legua ..	5,572703 kilómetros.
Decámetro...	11,96308 varas.	Estadal..	3,543623 metros.
METRO.....	3,58892 piés.	VARA....	0,855905 metros.
decímetro..	4,30671 pulgadas	pié.....	2,786352 decímetros.
centímetro..	0,43067 pulgadas	pulgada.	2,3220 centímetros.

MEDIDAS DE CAPACIDAD.

Kilólitro.....	61,9848 cántaras.	Cabiz	6,66012 hectólitros.
Hectólitro....	1,80177 fanegas.	FANEGA ..	0,55501 hectólitros.
Decálitro....	0,79599 arrobas.	celemín .	4,62308 litros.
LITRO	liquidos. 1,98531 cuartillos.	CÁNTARA.	16,133 litros.
	áridos... 0,21621 celemines.	azumbre	2,017 litros.
	aceite... 1,98997 libras.	cuartillo	0,504 litros.
decilitro....	0,7934 copas.	Arroba ..	12,56506 litros.
centilitro.....	0,0796 panillas.	LIBRA.....	0,50252 litros.

PESAS.

Tonelada.....	21,73474 quintales.	Tonelada.	9,20186 qq. métricos.
Quintal mét.	2,17347 quintales.	Quintal ..	46,0093 kilogramos.
Kilógramo...	2,17347 libras.	Arroba ...	11,50232 kilogramos.
Hectógramo.	3,47756 onzas.	LIBRA.....	0,46009 kilogramos.
decágramo .	5,56409 adarmes.	onza.....	28,756 gramos.
gramo.....	20,05074 granos.	adarme...	1,797 gramos.

MEDIDAS DE SUPERFICIE Y AGRARIAS.

METRO CUADR.	1,43115 varas cuadr.	VARA CUADR.	0,69874 met. cadr.
decim. cuadr	0,12880 piés cuadr.	pié cuadrado	7,7637 dec. cuadr.
Hecto-área...	1,53290 fanegas....	FANEGA....	64,39562 áreas.
AREA	143,11533 varas cuadr.	aranzada	44,71918 áreas.
		celemín	5,56630 áreas.

MEDIDAS CUBICAS Ó DE VOLUMEN.

METRO CÚB....	1,71210 varas cúb....	VARA CÚB.	0,58408 metros cúbos.
decímt. cúb.	0,04623 piés cúbicos	pié cúb....	21,6323 decím. cúb.
centím. cúb.	0,07988 pulgs. cúb.	pulg. cúb.	12,519 centím. cúb.

PESAS Y MEDIDAS DE NAVARRA. (I)

Un metro tiene. . . 1,274 varas | Una vara. 0,783 mtros.

Un litro de líquidos. } 0,085 cántros. | Una pinta. . . . 0,735 litros.
 } 1,86 pintas. | Un cántaro. . . 11,77 litros.

Un litro de grano . 0,5696 almds. | Un almud. 1,758 litros.
 Un hectólitro. . . . 3,56 robos. | Un robo. 28,13 litros .

Un litro de aceite . 2,44 libras. | Una libra de aceite . 0,41 litros.

Un kilógramo. . . . 2,668 libras. | Una libra. 0,372 kilógs.
 | Una arroba. 13,39 kilógs.

Una área 0,1115 robads. | Una robada superfi-
 Una hectàrea. . . 11,13 robadas.. | cial de 1458 varas } 8,984560 árs.
 | cuadradas.

- (1) Un metro equivale á 1 vara, 9 pulgadas y 10,318 líneas.
 Un litro de líquidos 1 pinta, y 1,438 cuartillos.
 Un litro de grano 0,569 almudes.
 Un hectólitro 6 robos y 9 almudes.
 Un litro de aceite 2 libras y 1,756 cuarterones.
 Un kilógramo 2 libras, 8 onzas y 2,064 ochavas.
 Una área 162 varas cuadradas y 2,506 piés cuadrados.

MEDIDAS CERCAS O DE VOLÚMEN

El metro cúbico . . . 1,7316 litros
 El litro . . . 0,001 metros cúbicos
 El decalitro . . . 10,000 litros
 El hectolitro . . . 100,000 litros
 El kilolitro . . . 1,000 litros

PESAS Y MEDIDAS DE CAPACIDAD (I)

El metro cúbico . . . 1,7316 litros
 El litro . . . 0,001 metros cúbicos

El litro de agua . . . 1,000 kilogramos
 El litro de aceite . . . 0,920 kilogramos
 El litro de vino . . . 0,960 kilogramos

El litro de trigo . . . 0,800 kilogramos
 El litro de cebada . . . 0,750 kilogramos
 El litro de avena . . . 0,700 kilogramos

El litro de leche . . . 1,030 kilogramos
 El litro de mantequilla . . . 0,910 kilogramos

El kilogramo . . . 1,000 litros
 El litro . . . 0,001 kilogramos

El litro de agua . . . 1,000 kilogramos
 El litro de aceite . . . 0,920 kilogramos
 El litro de vino . . . 0,960 kilogramos

(II) El metro cúbico es 1 vez 2 pulgadas y 10,316 líneas.
 El litro de agua es 1 vez 1,7316 líneas.
 El litro de vino es 1 vez 1,7316 líneas.

El litro de trigo es 1 vez 1,7316 líneas.
 El litro de cebada es 1 vez 1,7316 líneas.
 El litro de avena es 1 vez 1,7316 líneas.

El litro de leche es 1 vez 1,7316 líneas.
 El litro de mantequilla es 1 vez 1,7316 líneas.
 El litro de queso es 1 vez 1,7316 líneas.



