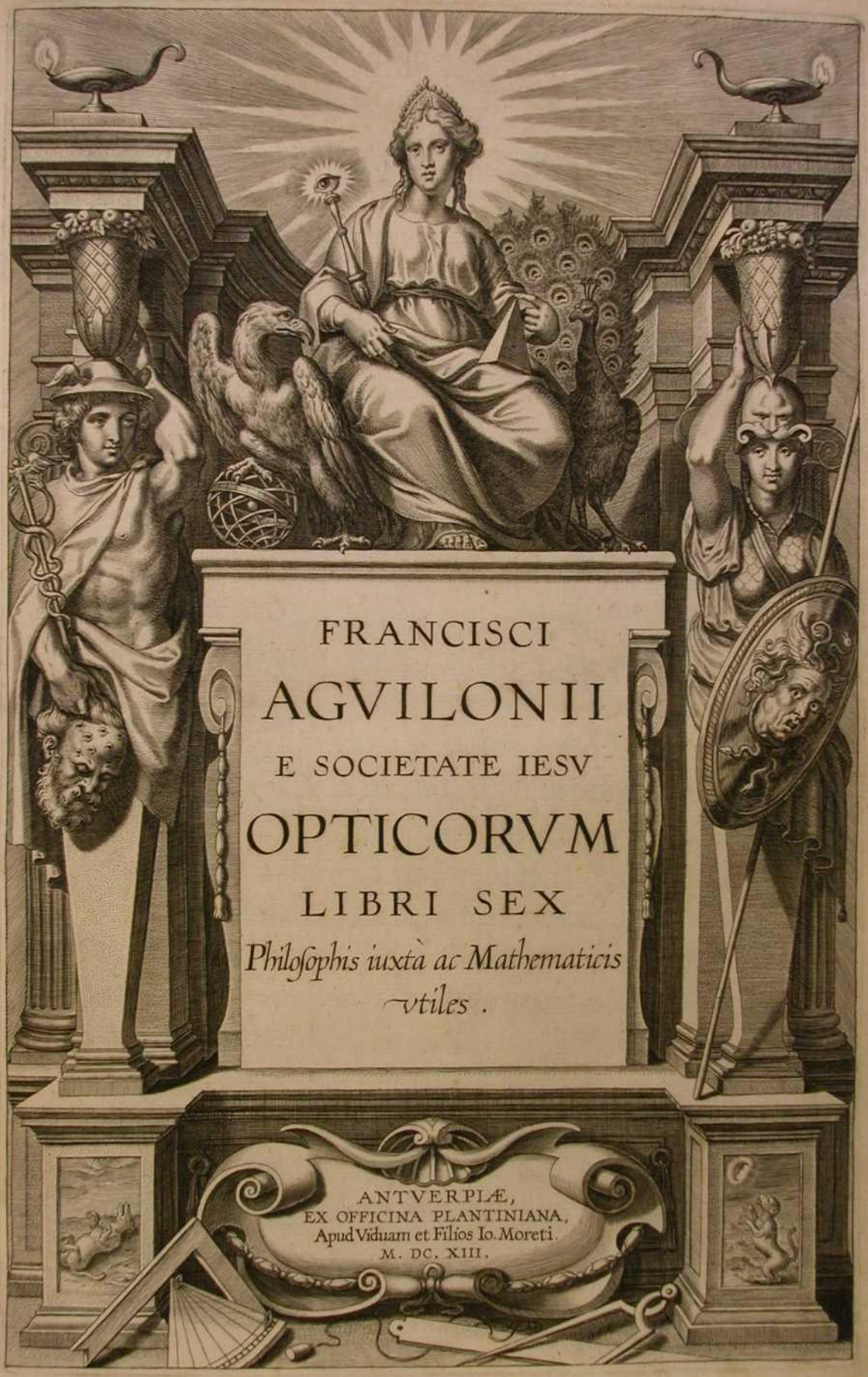
Estante A nº 11
Cajón 54



C. 218. n. 6 90 n 10

OPTICA
AGVILONII.

I 1/3



FRANCISCI AGVILONII E SOCIETATE IESV OPTICORVM LIBRI SEX

Philosophis iuxtà ac Mathematicis vtiles.

ANTVERPIÆ,
EX OFFICINA PLANTINIANA,
Apud Viduam et Filios Io. Moreti.
M. DC. XIII.

Fr. Laurentius Andres et Carvajal. D. Æmiliani filius Sabet ad Deum. M. an. 71. Dec. 58. S.

ILLVSTRISSIMO

D. INIGO DE BORGIA,

REGI CATHOLICO

A CONSILIIS BELLI,

MILITVM HISPANORVM

CHILIARCHÆ,

ARCIS ANTVERPIENSIS

SVMMO PRÆFECTO.

 ACIENDA est nobis, VIR ILLVSTRISSIME, pænè dixerim inuitis, existimationis alea; dum OPTICA hæc sub Illustrissimi Nominis tui splendore oculorum arbitrio committimus, æqua atque iniqua variorum iudicia non iniquo animo præstolaturi. Et latuissent illa sanè cum suo auctore, nisi pertinax amicorũ importunitas, quotidiano pænè conuitio de manibus extorsisset: quorum ego si auctoritatem æquè ac rationes eneruare potuissem, dubio procul obfirmassem animum, priuatáq; delectatione contentus illud Antigenidæ vsurpassem: *Intus cano mihi & Musis*. Nam quod nonnulli commemorabant, vestigium aliquod re-

linquendum esse,quo me poste ritati vixisse testarer,*ne totus morerer,magnaq́; pars mei vitaret Libitinam*;nihil admodum me commouebat, cui sola nominis immortalitas nimis exile præmium tantorum laborum semper est visa. Memineram etiam præclarè illud à Seuerino Boëtio sapientérq; pronuntiatum:

Quòd si putatis longiùs vitam trahi
Mortalis aura nominis;
Cùm sera vobis rapiet hoc etiam dies,
Iam vos secunda mors manet.

Porrò si gloriæ posteritatísque recordationi velificandum est, aliud à Propheta Regio viris religiosis æquor aperitur, vt assidua virtutum solidarum exercitatione numquam interituram nominis immortalitatẽ consectentur : in memoria enim æterna iustum fore, diuino illius vaticinio multò iam antè didicimus. Plus igitur aliquantò eorum rationes habere videbantur momenti,qui neminem sibi vni natum esse contendebant ; ac proinde quæ quis assecutus esset publica luce aliorum iudicio non indigna, non esse publico inuidenda. Fateor lubens,me istiusmodi semper mystas scientiarum auersatum fuisse, qui si quid ingenio nacti fuerint haud ita passim vulgi pedibus obtritum, non secùs habent, atque si Cereris essent mysteria. Sed habebam tamen non pauca quæ his opponerem. Ac primùm quidem tenuitatis meæ conscius non satis incorruptum iudicem esse arbi-

trabar

trabar amicorum in me beneuolentiam. Et occurrebat illud, quis leget hæc? Neque enim ignorabam acria Criticorum ætatis huius ingenia, & Ariſtarchis ſuis hoc ſæculum abundare. nam, ſi preſſo pede Mathematicorum veſtigiis inſtitero, ſtyli barbariem ſeuerioribus obeliſcis iugulabunt: ſin aliquantò liberiùs in Philologiæ campos excurrero, Mathematici ampullas projicere me dictitabunt. Hiſce rationibus hoc agebam apud amicos, vt nihil agerem: plus illorum poterat expoſtulatoria exhortatio, blandiens auctoritas, armata deprecatio, & amica quædam vis: omnes potentes exactores; quibus agentibus perfectum eſt, vt ego qui popularem auram numquam magno æſtimaui, ne maledicentiæ quidem fluctus declinare latendo potuerim: & cùm negotij nihil fuerit ſilendo ſapientem videri, nunc in eam me palæſtram dederim, in qua non rarò, vt cum Comico loquar, exiſtimationis damno deſudaſcitur. Sed me reficit ac recreat Illuſtriſſimi Nominis tui patrocinium; cuius eximio ſplendore frontem huius operis vt inſignirẽ, variis ſum rationibus adductus. In primis ea, cuius me nutibus addixi, hoc à me ſummo ſuo iure SOCIETAS exegit, cui auſpicatiſſimum eſſe nomen BORGIAE nemo ignorat, niſi qui SOCIETATEM ipſam ignorat, quæ FRANCISCVM auum tuum

(Illuſtriſſimum Gandiæ Ducem dicerem, niſi ipſe titulorum abdicatione nobilitari maluiſſet) virum inquam præcipua religione ac pietate pænè alterum ſuum parentem agnoſcit; tantum ſcilicet ſplendoris atque ornamenti ex eius ſeu ſanctimonia ſeu virtutibus accepit. Te verò quid memorem? ordines in Italia, Sabaudia, Gallia, Belgio terra marique duxiſti: & manent etiamnum factorum vbique fortium veſtigia, quæ animum meum ſuapte ſponte inclinatum, multò maioribus incitamentis eodem impulerunt: ac præcipuè Antuerpia noſtra, quæ non modò nobiliſſimæ arci ſuæ te præeſſe gratulatur, verùm etiam ſalutem ac incolumitatem ciuium ſuorum virtuti auſpiciiſque tuis ſecundùm Deum refert acceptam; cùm nuper diu à Batauis meditata, ac propè ad exitum deducta nobiliſſimi emporij certa pernicies, tua prouidentia armiſque decuſſa eſt; & ſtant etiam aggeres hoſtili pingues ſanguine, retroactis nauibus, & qua via venerant, citatiore fuga quàm procurſu redire iuſſis. Deinde ſeria ſeduláque illa Illuſtriſſimæ D. T. opera Mathematicis diſciplinis impenſè nauata, non iniucundum fore hoc munus mihi perſuaſit: præſertim quòd ſi quid ad rem militarem præſidij Matheſis confert, ſiue in caſtrorum metatione, ſiue in aciei inſtructione, ſiue in propugnaculorum, machinarum,

rum, tormentorum collocatione, id omne longè maiori compendio, magíſque perſpicua ratione ex OPTICA deduci poſſit. Macte igitur animo non degener auorum maiorúmque virtuti: hiſce tam felicibus initiis ad ſumma ſternitur via, cùm militari robori eruditio & pietas iungitur. Vóſque ite milites, & à BORGIANO vertice bellicam laudem decerpite. Nulla verior, laus nulla maior quàm coniuncta militi ſuo eruditio & pietas. Ad hæc rationum momenta poſtremò acceſſit ſingularis tuus in SOCIETATEM noſtram affectus, cui tametſi ex æquo me reſpondere poſſe diffido, in parte tamen gratiarum reponendum eſt, non ingratum eſſe conari. Quare offero Illuſtriſſimæ D. T. has curarum mearum ſubſeciuarum primitias, quæ ſanè non exigui muneris inſtar habere poterunt, ſi non pretio ſuo, ſed animo affectúque æſtimentur: & affectus quidem plenus eſt gratiarum ſignificatione; animus verò hoc meum ſymbolum in communem vtilitatem conferendi. Cuius fructus quò ad plures dimanaret, non exiſtimaui mihi crudis illis & inſipidis Mathematicorum demonſtrationibus, quæ ad pauciſſimorum palatum faciunt, ſemper eſſe inſiſtendum: ſed interdum è naturalis Philoſophiæ fontibus ſcatebram hauſi: interdum etiam Conſectariis ipſas demonſtrationes locupletaui, & familiare

quod-

quoddam commercium cum iis rebus inſtitui, quas aliæ ſibi ſcientiæ poſſunt vindicare, ne eoſdem ſemper propolas A & B, nimis, meo quidem iudicio, ieiunos, in forum producerem. Neque tamen idcircò verborum lenocinia, fucóſque, & calamiſtra ſum conſectatus : hanc hederam ſcriptis ſuis appẽdant licet, qui re tota ſunt deſtituti; nobis OPTICE natiuo ſuo cultu caſtiùs videtur nitere. Occurret quidem ſubinde nomen aliquod recentis monetæ, ſed indulgebit hoc facilè quilibet æquus rerum æſtimator mihi non per omnia tritam axibus orbitam ingredienti, ſi nouitate rei exigente ſignatum præſente nota nummum procudo. Et verò non potui non interdum à communibus Philoſophorum placitis declinare. Dicam enim ingenuè quod ſentio : res indigna mihi ſemper eſt viſa, hominem natura ſua ad indagationem veritatis impulſum, ad alienum arbitrium ingenium ſemper torquere; in ea præſertim facultate, in qua rationi plurimum, minimum verò aliorum præiudicio aut præſcriptioni tribuendum eſt. Quod ſi mihi quiſpiam crimini vertendum putabit, tuo, VIR ILLVSTRISSIME, ſuffragio contentus (quem idem mecum ſentire nihil ambigo) fructum me laboris mei non exiguum conſecutum putabo. DEVS te Illuſtriſſimæ familiæ tuæ decus atque ornamentum quàm diutiſſimè ſeruet incolumem. Vale.

LE-

LECTORI S.



VLLA omnino res est, amice Lector, quæ magis intuenti obuia sit, & tamen minùs perspecta, suauior cognitu, & parciùs gustu delibata, denique quæ ad Mathematicas disciplinas plus adferat momẽti, quàm eximia illa ac propè diuina OPTICE, regina omnium quas Mathesis complectitur scientiarum. Cuius enim in re omni, quam agimus, frequentior est vsura, imò necessitas maior, quàm aspectus, quàm oculorum, *qui lucis vsu vitam distinguunt à morte?* Dixerim verissimè tamen, non rudioribus modò ac plebeiis tantùm hominibus, sed acutissimis etiam philosophis OPTICA nihil minùs esse exploratum. Quam rem ego quidem admirari quàm maximè soleo, quando apud me statuo plurima maximaque eius commoda esse ad perfectam omnis reliquæ Matheseos, philosophiæque cognitionem assequendam: quippe quæ sola adinstar perennis scaturiginis sese in duos maximarum scientiarum amnes effundit, vt quos illæ fundos tenuibus ratiunculis aspergunt singulos, hæc libero campo exspatiata, pleno, vt sic dicam, rationum flumine perfundat vniuersos. Nec his limitibus circumscribi se patitur, nec isto

Riparum clausas margine finit aquas;

verùm ruptis aggeribus in secretiorum naturæ indagationem se proripit. In hoc itaque tam vastum, támque periculosum huius scientiæ pelagus, magnorum ingeniorum bolide numquam non tentatum, at numquam exploratum, candoris ac fauentiæ tuæ aura prouectus inuehor. Facile negotium, nisi plurima me deficerent eorum præsidia, qui multùm etiam in iis rebus volutati sunt, quarum cognitio necessaria instituto meo. Quis enim est, qui in hoc scriptionis cursu non dicam Castoris aut Pollucis mihi vicem lucebit; sed viam etiam suapte natura molestam, vano conatu non efficiet difficiliorem

Plin. l. xi. cap. 37.

liorem? Abſit dicto inuidia: non vehementiùs loquor quàm veriùs; neque vt laboris aut ingenij famam maiorem colligam, argumento meo quæſitam appendo difficultatem. Ita res habet, &, quod video, omnes propè quodã veluti impetu, *non quà eundum eſt, ſed quà itur*, vt Seneca loquitur, rapi ſe ſinunt: ſic nimirum abſque rerum perueſtigatione prima dux gregis ceteras oues in præcipitiũ traxit, altera alterius veſtigiis cæco paſſu inſiſtente. Quam imprudentiam lubens pleriſq; ignoſcerem, niſi illorum etiam ſimplicior fides peccaſſet, qui cùm ſummæ eruditionis nomen acceperint, frequentes tamen paralogiſmos pro veris ſinceriſque demonſtrationibus orbi obtruſerunt: Pythagoricos fortaſſis nos eſſe arbitrati, qui ipſorum dictis tamquam oraculis fidem adhiberemus, iiſque velut myſteriis illud identidem acclamaremus, Αὐτὸς ἔφα. Sed deſinant aliquando hanc nobis credendi legem imponere, vt pueri conuitium nobis faciant ſcitiſſimo illo Tulliano: *Primò quidem decipi, incommodum eſt; iterùm, ſtultum; tertiùm, planè turpe.* Incumbam igitur in hoc vnum, vt quæ ſola quorumdam auctoritate hactenus pro veris accepta ſunt, quæque obſcuriùs tradita, perſonis detractis fidem apud omnes recipiant, & integritatem. Cuius quidem prouinciæ, quamuis immenſos labores non ignorem; ſciámque quàm arduum ſit doctorum hominum receptas ſententias falſitatis conuincere, obſcuras in veram ſcientiæ lucem vindicare; facit tamen OPTICES ipſius quædam incredibilis dignitas cum fructu ſummo ac voluptate coniuncta, vt moleſtias omnes difficultatéſque nihil perhorreſcam. Illa ſanè quanta ſit, quàm eximia, quàm aliis rebus omnibus præſtans, natura ipſa oſtendit, cùm oculos, *corporis pretioſiſſimam partem*, vni OPTICÆ tamquam famulos mancupio dedit. Nemo eſt enim qui ignoret, cùm ſcientiarum omnium inuentio humano ingenio tranſcribatur, oculos potiſſimùm in huius gloriæ communionem velut emiſſitios mentis exploratores, & perſpicaces rerum indagatores eſſe adſciſcendos. Hinc cæcis poſtulare & nouum petere Magiſtratum, legi-

Cicero de Inuent.

Plin. l. xi. cap. 37.

Gloſſ. L. Cæcus, π. de Iudicis.

legibus interdictum; quia quem oculorum dignitate casus priuauit, ei non conuenit Magistratus gerere dignitatem. Nec alia de causa vocatum est in controuersiam priuandúsne sacerdotio esset Metellus, vir alioqui sanctissimus, quàm quòd oculos, quamuis religiosissima causa amisisset. Quare nihil iam miror, à nonnullis Roscio histrioni cetera præstantissimo hoc vnum vitio datum fuisse, quòd personatus veniret in scenam, vitámque omnem actioni eriperet oculorum obuelatione. Quid? an illustrius aliquid ad OPTICES probandam dignitatem excogitari potest, quàm illud ipsum acuminis oculorúmque discrimen, quod in cælestibus rebus ac terrenis contemplandis obseruamus? Si enim in cælum vultum erigimus, totum illud quod stellas inter terrámque quantum est spatium intercedit, inoffenso obtutu perlustramus, neque eius hebescit acies etiam remotissimorum siderum immani interuallo. At verò, quàm breui terrarum intercapedine acies obrumpitur, si Horizontem versus oculos intendamus? summum dixero, si quadraginta passuum milia visu complecti quem posse affirmaro. Terram subiectáque humiliùs loca, si profundiùs dehiscant, nec conantes videamus quidem. Nimirum vult Deus eo argumento diuinam prorsus ac cælestem esse OPTICEN demonstrare, longissimeque ab inferiorum rerum contagione familiaritatéque positam. Quamquam quid longè eius è cælo dignitatem arcesso, cùm eam Ægyptij ac Græci nobiscum iuxtà commendarint? Illi sanè præfixo regum sceptris oculo, Deum ipsum veluti hieroglyphico quodā expresserunt: hi nihil Deo se facturos acceptius arbitrati sunt, quàm si ab aspectus perspicuitate nominis illi etymon deriuarent. Non committam vt Græcorum mihi potior quàm Latinorum sit auctoritas. Vmber ille Comœdus aurem vellit, atque è Menæchmis quid nescio insusurrat de religioso per oculos iuramento; *Si voltis*, inquit, *per oculos iurare*. Nec patitur Plinij cura, qui idemtidem suggerit illud: *Morientibus oculos operire, rursusq; in rogo patefacere, Quiritium magno ritu sacrum*;

Seneca l. 4. Controuersia 2.

Cælius l. 14 cap. 17.

Cæl. Rhodig. lib. 15. cap. 4.

Cyrill. l. 9. contra Iulianũ Apostatam.

Plutarch. in Iside & Osiri.

Plaut. in Menæchmis.

Plin. l. xi. cap. 37.

crum; ita more condito, vt neque ab homine ſupremùm eos ſpectari fas ſit, & cælo non oſtendi nefas. Sed quid etiamnum cæcutimus in meridiana luce? Apud omnes omnino homines in moribus poſitum eſt, præſtantiſſimas quaſque res oculi nomine deſignare. An non ratio, quæ potior homini pars eſt, oculus appellatur? An non ſolem principem cæli lucem, mundi oculum nuncupamus? Hoc certè (ſi Macrobio credimus) vult ea Argi fabula, quem Poëtæ oculis plenum comminiſcuntur. *Argus,* inquit, *eſt cælum ſtellarum luce diſtinctum, quibus ineſſe quædam ſpecies videtur oculorum. Cælum autem Argum vocari placuit à candore & velocitate, παρὰ τὸ ἀργὸν & ταχύ, & videtur terram deſuper obſeruare, quam Ægyptij hieroglyphicis litteris cùm ſignare volunt, ponunt bouis figuram. Is ergo ambitus cæli, ſtellarum luminibus ornatus, tunc exiſtimatur enectus à Mercurio, cùm ſol diurno tempore obſeruando, ſidera velut enecat, vi luminis ſui conſpectum eorum auferendo mortalibus.* Hæc licet ingeniosè à Macrobio dicta ſint; id tamen exiſtimo potiùs, Argum illum luminibus nobilem, quorum media pars ſomno indulgebat, ceteris peruigilantibus, ea ratione cælum innumeris ſtellis ceu oculis inſignitum repræſentare, qua pars illarum altera ſupra Horizontem tamquam in ſtatione excubat, altera ſubtus procumbit velut conſopita. Videor pro ſcientiæ noſtræ dignitate dixiſſe ſatis, illiqúe qui eam non videt, audeo exprobrare, quod cuidam Plautinus Pyrgopolynices;

Lib. 1. Saturn. c. 19.

In milite glorioſo, actu 4.

— *Naſo, pol! iam hæc quidem plus videt,*
Quàm oculis. —

Supereſt, vt quæ innumeræ eius exiſtunt commoditates aliquando dicam: quas ita ſigillatim percenſere deliberatum mihi non eſt, vt earum nullam præteream, quæ Mathematicis diſciplinis præſidio eſſe poſſit. Prætermittam enim quæcumque ex ea in rem Architectorum bona emanant. Silebo quæ eius vnius ignoratione in ædificiorum diſtributionibus ex malè coagmentatis partibus monſtra, velut præcocium ingeniorum abortiui fœtus pronaſcuntur, quantæ ſcaporum cum baſibus, quantæ ſuperiorum ordinum cum inferioribus,

quantæ

quantæ proiecturarum & intercolumniorum aſymmetriæ. Nihil dicam de Pictorum erroribus, cùm præfractos toties, abruptoſque, quæ ſenſim cogi debebant, ſpatiorum pingunt anfractus. Nihil de illorum ineptia, qui quas res procul velut à conſpectu ſubmotas effingere conantur, eas aërio quidem colore offundunt, tamen ita magnam partem accuratè effingunt, vt homulorum pilos numeres, & à quercu fagum, platanúmque ex fronde diſcernas. Ridiculè profectò ac ſtolidè. Conſtat enim multò antè rerum imagines ac formas quàm colores aſpectui noſtro deperire. Illas præcipuè vtilitates attingam, quas in rebus maximis iuxtà ac minimis, vnius OPTICES beneficio quotidie experimur. Opinor enim omnino nihil eſſe ſiue in priuatis ſiue publicis negotiis, ſiue domi ſiue foris, ſiue militiæ ſiue in vrbe, quod abſque ſcientiæ huius cognitione rectè atque ordine geri poſſit. Nam quid eſt, vt de domeſticis priùs dicam, quo decenter corporibus ſuis homines veſtimenta inducunt, domeſticam ſupellectilem componunt, mēſas quotidianas honeſtè inſtruunt, niſi quoddam quaſi inſitum naturæ iudicium ab hac arte acceptum? Quid foris in Magnatum congreſſibus decenti nos docet diſtare interuallo? quid in ambulationibus atque itineribus mutuas obuiorum corporum offenſiones, quid lapſus, quid præcipitia declinare, niſi matura cautio oculorum? Militiæ verò, quid caſtrorū metatores? quid exploratores in ſpeculis? quid excubitores in vigiliis? quid in poſcendis teſſeris circitores? quid per diem ſublimè erecti dracones à δρᾶκειν ſeu à videndo dicti, quid Aquilæ, quid vexilla? quid noctu in pharis diſpoſitæ faces, niſi quidam velut oculi diſciplinæ militaris? Quis tela vibrare in hoſtem? quis mœnia pulſare baliſtis? quis vrbium portas catapultis effringere niſi aſpectus adminiculo poſſit, certiſſimoque Optici radij præſidio? E diuerſo etiam, quàm acerbæ clades acceptę neglectu contemptúq; opportuniſſimi inſtituti! Numquid Mithridatico bello, cùm in noctē pugna incidiſſet, *& luna Ponticis à tergo, à facie Romanis ſe præbuiſſet; Pontici* Florus l. 3. cap. 5.

per errorem longiùs cadentes, umbras ſuas quaſi hoſtiũ corpora pe-
Plutarch. in Marcello. *tebant?* Numquid Romana claſſis Archimedéo ſpeculo deflagrauit, ſatagente nequidquam Marcello, quibus artibus incendia amoliretur? Quod quamuis illi peracerbum, militibus funeſtũ planè acciderit; Syracuſas tamen euerſurus fertur eam fleuiſſe priùs, & ante ciuium ſanguinẽ ſuas vrbi lacrymas impendiſſe. Tantum nempe apud hoſtes etiam ſuos valuit vrbis illius memoria, in qua culta fuerat OPTICES nobiliſſima diſciplina. Superuacaneum fuerit, & prorſus inutile, ſi plura de OPTICES vtilitate diſputaro. Rem enim adeò clarã & domi videant Lamiæ, atque ipſe vno oculo Polyphemus. Ad eam igitur partem, quæ & facillima & iucundiſſima eſt, OPTICES nempe voluptatem accedo, quam ego tantam eſſe ſemper mihi habui perſuaſum, vt qui ſcientiæ eius bona expertus non ſit, eum putarim nullum vmquam veræ ſolidæque iucunditatis ſenſum habuiſſe. OPTICEN vnicam eſſe Aſtronomiæ viam, Oryge picto (quo Mathematicum notant) Ægyptij indicarunt. Eſt ea feræ illius natura vt Sothen Ægyptiorum Deam, nos Caniculam appellamus, quadam veluti συμπαθείᾳ exoriri ſentiat. Eam igitur iam ortam ex aduerſo Oryx exultabundus intuetur, & perinde quaſi numine conſpecto (ſic illi interpretantur) venerabundus procũbit, feſtóq; geſtu oſtendit, qua tandem via in Aſtronomiæ cognitionẽ veniatur. Et cynocephalus miro quodam conſenſu ipſa lunæ ſolíſq; coniunctione viſu deficit, quaſi nulla manifeſtiore ratione lunæ defectionem dolere poſſit, quàm aſpectus orbitate, quo ſub nouæ lunæ principium redeunte ipſa fera erecto corpore, manibúſq; in altum ſublatis primum eius exortũ gratulatur. In hac porrò OPTICES ſcientia illud magni momenti mihi ſemper eſt viſum, quòd non ſolùm compendio ad deſtinatam animo metam perducat; ſed etiam adeò perſpicua methodo, vt animus eius luce perfuſus incredibili voluptate paſcatur. Ita enim natura comparatum eſt, vt intellectus noſter ſciendi quàm maximè cupidus, quemadmodum tenebris ſibi offuſis diſcruciatur, ita re-

Aug. l. 1. de ciuitate Dei, cap. 6.

Plutarch. lib. Vtra animantium, &c.

Pierius l. 6. hieroglyph.

bus

bus clarè repræsentatis penitúsque perspectis non sine grata oblectatione conquiescat. Accedit ad hunc voluptatis cumulum, quòd ipsamet huic operi substrata materia abundè suo condimento sapit. Multa enim nouitate prima in lucem proferemus, multa etiam ipso genere singularia, & quæ vel curiosissimi cuiuslibet ingenij sitim explere queant. Desinam aliquando de affecta lite contendere, ne anxiè nimiùm laudes omnes colligendo, quam commendandam scientiam suscepi, in vilitatis suspicionem adducam. Proponam eam igitur qualis est absque fuco, ne id mihi obueniat, quod Veneri accidisse scribit Philostratus, Momo eam quidem fuisse placituram, si sandalias crepitantes non habuisset. OPTICE igitur certissima quædam ratio est ad omnem Matheseos disciplinam breuiter complectendam; fax est obscurioribus eius partibus illustrandis, ceterisque molitionibus sustinendis fundamentum. denique vt in exploranda operum suorum fide faber

Epistola ad vxorem.

—— *oculo rubricam dirigit vno*: *Persius.*

ita accuratus esse Mathematicus nemo potest, qui tamquam oculum, tamquam amussim & obrussam OPTICEN non vsurpat. Stimulaui iam credo desiderium tuum, erudite Lector, splendoris tanti, tantorúmque commodorum vtilitatúmque commemoratione, vt scire aueas, qua via nobilissimæ huius scientiæ tractationem ingressurus sim. Aduerte paulisper animum, oppidò noueris voluntatem meam. Nec sum, mihi crede, is, qui condicam multa, paucorum liberem fidem: repræsentatione soluere consueui; & ne diutiùs te morer, en velut in tabella operis totius instar delineatum.

Continetur omnis OPTICE triplici ferè videndi ratione, quam Franciscus Verinus triplici etiam modo, quo Deum creaturæ cognoscunt, ingeniosè profectò comparauit. Prima directa, quæ est oculi nostri, sic, vt in rem propositam intendit, cum illa cognitione componitur qua beatorum mentes præsentem Deum, facie ad faciem, vt D. loquitur Paulus, contemplantur. Altera repercussa, siue earum rerum perceptio, quarum à

Libro de Philosophiæ præstantia aduersus detractatores, cap. 3.

ſpeculis ad nos imagines reuertuntur, cui non abſimilis eſt illa cognitio, qua Deum per fidem in rebus creatis, veluti quodam ſpeculo aut ænigmate videmus. Tertia denique, quam infractam vocant, ea eſt, qua rerum ſpecies per diſſimilia diaphana tranſmiſſæ, & ab iiſdem quaſi deformatæ ac fractæ in oculos immittuntur. Sic Ethnici diuinitatis notionem aliquam, ſed multis erroribus vitiatam, naturæ ſolius lumine aſſecuti ſunt.

Hos tres vidēdi modos pluribus libris cōplexus ſum

Primus, qui & reliquorum erit veluti fundamentum, & prolegomenôn loco, agit de organi ſiue oculi conſtructione, partibus, & varia qualitate. Atque hæc quidem partem maximam ex propria inueſtigatione ac ſenſu, magnam etiam de principum Anatomicorum ſententia diſſeremus. Cetera de obiecto, vt loquuntur, ac natura aſpectus, è vera atque interiore philoſophia accepta ſunt.

Alter diuerſas iuxtà ac periucundas Optici radij & Horopteris proprietates explanat.

Tertius, qui de communibus obiectis internoſcendis inſcribitur, docet, qua ratione ea quæ pluribus aliis ſenſibus percipiuntur, qualia ſunt Magnitudo, Diſtantia, Figura, Situs, Locus, Continuitas, Diſcretio, Numerus, Motus & Quies, viſu cognoſcantur.

Quartus oculorum illuſiones, quæ in communibus præcipuè obiectis vſu veniunt, exponit.

Quintus naturam declarat effectúſque Luminoſi & Opaci. Huius quinque iſtæ ſunt partes: De luminis profuſione: De luminum cōcurſu & occurſu: De luminis illapſu: De vmbris: De luminis traiectu.

Sextus complectitur triplex Proiectionis genus, Orthographicen, Stereographicen, & Scenographicen, ex quibus compendio præcipuas Mathematicæ partes addiſcere poſſis.

Atque hi OPTICORVM ſunt libri. Quatuor proximi in CATOPTRICORVM tractatione verſantur, alterúmque videndi modum, qui radiorum repercuſſione fit, declarant.

Septi-

Septimus, qui & CATOPTRICORVM primus, ea tradit, quæ ſpeculis vniuerſè conueniunt.

Octauus agit de ſpeculis planis.

Nonus de conuexis.

Decimus de cauis.

Qui ſequuntur DIOPTRICORVM libri, infractionis naturam, ac varios modos quibus ea fit depromunt. Hinc omne conſtruemus Dioptrarum genus, illúdque præcipuè nuper inuentum, quo res immani interuallo diſtantes, atque adeò extra aſpectus vim conſtitutas, velut intra præfinitos naturæ terminos poſitas, ipſiſque propemodum oculis cohærentes videmur intueri. Planè vt Argonautam illum qui ob intuitus perſpicuitatem Lyncei cognomen accepit, orbi reſtitutum eſſe poſſis ſuſpicari.

Poſtremus denique de iis agit, quæ ſublimè eueniunt, ſolaris radij partim repercuſſione, partim infractione. Hìc Irides, Halones, Parelia, aliaque id genus Meteora ex ſcientiæ huius Poriſmatibus explicantur.

Hæc omnia quia conſtringi in tomum vnum non potuerunt, in duos partitus ſum. Et eccum tibi priorem ſex OPTICORVM libris conflatum, qui omnes in ea, quæ per directos radios fit, viſione verſantur. Reliqui alterum tomum conficient, qui ex his principiis deductus ad alia ſubtilioris inueſtigationis arcana maiori cum voluptate deſcendet: ea verò vt ex OPTICORVM cognitione dependent, ita hoc tomo quaſi in radice ac ſemine fuere præmittenda, vt perceptis rerum principiis, procliuior ad earum tractationem via ſterneretur. Illud poſtremò te moneo, non eſſe quod mireris propoſitiones plurimas, quas alij ferè ſingulariis litteris exponere conſueuerunt, à nobis faciliori quadam iucundioríque ratione demonſtratas eſſe. Nonnullis enim adeò moroſum ac tetricum illud videtur ſcriptionis genus, vt faciliùs [a] Lacedæmonum Scytalen, [b] aut Epheſias litteras, aut [c] Tironis notas, quàm characteres illos toties repetitos expedire ſe poſſe arbitrentur. Conſulto igitur conſilio à me mutata res, & vbi occaſio tulit, vel

[a] *Auſonius ep. ad Paulinum.*
[b] *A. Gellius lib. 17. c. 9.*
[c] *Cæl. Rhodeginus.*
[c] *A. Gellius lib. 17. c. 9.*

ab ipsius naturæ intimo recessu, vel ab experientia rationes deprompsi, vt à te gratiam inirem maiorem; alia etiam causa non parua, quòd rei, quam tractandam suscepi, ea conditio sit, vt plerumque connubiali materiæ lege vinciri gaudeat. Non enim facilè Platoni calculum adiecero, qui nisi quod à materia seiunctum esset, Mathematicum censebat nihil: artemque machinalem, & organicum demonstrandi modum aduersus Eudoxum & Architam Matheseos nomine indigna reputabat. Nimis profectò ieiunè: cùm vix appareat, quo pacto quis à turpi otio vindicari possit, si nihil vmquam ad communem vsum ex illa tetrica steriliqué contemplatione producat. Saniùs hac de re Archimedes, qui rerũ cum materia copulationem non modò nihil Mathesi derogare, sed verò exornare eam etiam ac perficere existimauit. Cuius nos auctoritate freti hanc Matheseos partem, quæ vtrumque genus, Philosophicum scilicet & Mathematicum comprehendit, suscepimus excolendam. Quod qui seriò etiam atque etiam expenderit, non quouis loco, vt opinor, exangues illas atque exsuccas Euclidis demonstrationes desiderabit: sed pro rerum diuersitate varios vsurpari explanandi modos maximopere comprobabit. Fruere igitur hisce lucubrationibus meis: quas si laudaris, animos dederis ad CATOPTRICORVM & DIOPTRICORVM libros perficiendos; si reprehenderis, audiam cum Apelle post tabulam, & pergam porrò alterius tomi scriptione meliùs studere palato tuo. Vale.

Plutarch. in Marcello.

ELEN-

ELENCHVS OPERIS.

OPTICORVM LIBER I.

DE

ORGANO, OBIECTO, NATVRAQ. VISVS.

DE ORGANO VISVS PROPOSITIONES.

1. SEPTEM *tunicæ oculum constituunt, humores tres intus complexæ.* 2
2. *Oculi à cerebro originem ducunt.* 6
3. *Oculum septem motibus totidem agitant musculi.* 7
4. *Ceteræ externæ oculi partes tutelæ gratia sunt institutæ.* 8
5. *Visus organum sphæricũ esse conuenit.* 9
6. *Glacialis humor non est exactè sphæricus, neque in oculi medio constitutus.* 10
7. *Oculus totus, & cornea superficies, crystallinusq; humor, centris differunt.* 11
8. *Omnium tum membranarum, tum humorum centra in directum iacent.* 12
9. *Corneæ tunicæ & glacialis humoris supremæ superficies non æquè distant; sed in medio sibi, quàm in ambitu, sunt viciniores.* 12
10. *Recta connectens centra totius oculi & glacialis humoris vtrimque producta, medium pupillæ neruiq; optici pertransit: eademq; omnibus oculi superficiebus normaliter insistit.* 13
11. *Per poros neruorum opticorum sensificus spiritus in oculorum orbes deriuatur, vim illis dignoscendi impertiens.* 13
12. *Neruus opticus communis non est verè vnus, sed duo simul concreti.* 14
13. *Nullum humano oculo insitum esse à natura lumen opinandum est.* 15
14. *Humores oculi coloris omnis sunt expertes.* 18
15. *Oculorum temperamentum humidum est & frigidum.* 18
16. *Crystallinus humor non à vitreo, sed à sanguine alimentum capessit.* 19
17. *Pupillæ ambitus constringitur, & dilatatur, non pro arbitrio, sed cùm necessitas impellit.* 19
18. *In totius oculi seu motu, seu quiete, situs partium stabilis perseuerat.* 20
19. *Oculi ita inter se sociati sunt, vt vno moto alterum pariter moueri sit necesse.* 20
20. *Motum oculorum interna animæ facultas persentiscit.* 21
21. *Differentias motuum, quibus oculi concitantur, internus sensus distinguit.* 22
22. *Nerui optici longitudine sunt pares.* 22
23. *Crystallinus humor non est præcipuum visionis organũ, aduersus Galenum.* 22
24. *Neque neruo optico communi primaria facultas cernendi inest. contrà quàm Alhazen & Vitello.* 23
25. *Neque, vt multi existimarunt, spiritui animali ea vis tribuenda est.* 24
26. *Glaciali humori inest principiũ sensus.* 26
27. *Præcipuum visus organum est ea pars nerui optici quæ Aranea nũcupatur.* 26

DE OBIECTO VISVS.

28. *Lux & color proprium sunt obiectum visus: lux quidem per se primò: color autem, lucis accessione.* 28
29. *Communia obiecta visus sunt, quantitas, figura, locus, situs, distantia, continuitas, discretio, motus & quies.* 29
30. *Diaphanum rectè definitur, quod lumini rerumq; formis impunè est peruiũ.* 31
31. *Lux & color corporis opaci sunt proprietates.* 31
32. *Lumen est actus corporis perspicui.* 33
33. *Malè Empedocles lumen corpus esse dixit.* 33
34. *Sed neque lumen corporea est qualitas, rectè autem intentionalis vocari potest.* 34
35. *Nullũ lumen omnis coloris est expers.* 34
36. *Exquisitum lumen diutiùs spectatum, visus*

visus organum labefactat. 35
37. Color est, quod mouet actu perspicuũ. 36
38. Non rectè Plato colorem, lumen esse pronuntiauit. 37
39. Quinque sunt simplicium colorum species, ac tres compositæ. 38
40. Colores omnes propriis facultatibus pollent, quibus obtutũ variè afficiunt. 41
41. Colores qui apparentes vocantur, à veris subiecto & effectrice causa distinguuntur. 43
42. Lumen colores otiosos suscitat, & ceu propria hypostasis decisos ab obiectis vehit. 46
43. Dantur visibilium rerum species. 48
44. Communia sensibilia proprias species sensiteriis inurunt. 50
45. Species sunt virtuales rerum similitudines, non autem formales. 51
46. Species sunt omnino formæ sensibiles. 51
47. Species sunt formæ homogeniæ. 52
48. Ex omni parte corporis aspectabilis, in omnem partem medij circumfusi species prosiliunt. 53
49. Species medium traÿciunt in instanti. 54
50. Species rectis semper lineis protenduntur. 54
51. Species ordinatè ad visum perueniunt. 55
52. Rerum imagines oculo impressæ, amoto obiecto illicò euanescunt. 55

OBIECTI VISVS CONDITIONES.

53. Imperuium esse oportet, quidquid sub adspectum cadit. 58
54. Visibilia quædam ob paruitatem delitescunt. 59
55. Visibile in sola oppositione videtur. 59
56. Visus suapte natura infinitè extẽditur. 59
57. Vnumquodque obiectum spatio definitur, vltra quod videri non potest. 60
58. Perfecta visio non minorem obiecti distantiam postulat, quàm quæ axibus continetur, cum quibus nerui optici angulos normales efficiunt. 60
59. Inter visum & visile necesse est medium intercedere diaphanum. 62
60. Visibile nisi lumine illustretur non appareret. 64
61. Oculus quàm optimè videt è tenebris. 65

DE NATVRA VISVS.

62. Cernendi facultas ceteris sensibus externis dignitate præstat. 65
63. Non æqua est omnibus cernẽdi potestas. 66
64. Visus non est irradiatio, sed vis organo ingenita. 68
65. Visio non fit sola obiecti præsentia. 69
66. Neque sola compassione fieri intuitus potest. 70
67 Neque emissitiis radiis cernendi facultas obiecto coniungitur. 71
68. Neque per συναλγείαν aspectus efficitur. 73
69. Visio fit per species, rerumq; formas intus susceptas. 74
70. Species ad visionem formaliter, non autem effectiuè concurrunt. 77
71. Visio non sola est passio, sed etiam actio ab interno vitæ principio elicita. 78
72. Perperàm nonnulli visum agentem inducere sunt conati. 79
73. Visus suapte vi nihil exteriùs operatur. 79
74. Visio per simplex mediũ rectis fit lineis. 80
75. Oculorum acies in vnum dumtaxat punctum defigi potest, quod distinctè conspiciatur; cetera autem indistinctè. 81
76. Robustior est visio ab vtroque oculo, dum simul in rem vnam conspirant, quàm ab altero tantùm. 81
77. Visile, quod vno tantùm spectatur oculo, cùm in id occlusi etiam alterius oculi acies tacitè dirigitur, acutiùs videtur, quàm cùm in diuersa contendunt. 84
78. Vnus oculus plura simul obiecta videt. 84
79. Duobus oculis idem obiectum distinctè videtur. 85
80. Fieri nequit, vt plura simul æquè perspicuè videantur. 85
81. Simplex aspectus fit per quemlibet pyramidis opticæ radium; obtutus verò per solum axem. 87
82. Simplex aspectus momẽto fit tẽporis. 87
83. Visio per obtutum in tempore fit. 88
84. Visio ex prænotione fit per collationem rei præsentis cum forma rei præcognitæ. 88
85. Visio ex anticipata notione in tempore fit; minore tamen quàm intuitus. 89
86. Visus rerum formas primo aspectu exactè non comprehendit. 89
87. Absoluta rei comprehensio fit vel diligenti intuitu, vel syllogismo, vel anticipata notione. 89
88. Præter externum visum necessaria est facultas quædam alia, quæ circa omnia sensibilia in communi versetur. 90
89. Rectè facultas iam explicata sensus communis nuncupatur. 91
90. Organum sensus communis est cerebrũ. 92
91. Externus visus sine ope sensus communis perfectam visionem non producit. 93
92. Externus internusq; visus ab obiecti pendent præsentia. 93
93. Externo visu res absens videri vt præsens potest, asseruata in eo per diuinam potentiam specie. 94

94. *Rem abſentem vt abſentem videri, eſſentiæ viſionis penitus aduerſatur.* 95
95. *Subſtantia corporea aſpectu per ſe dignoſci non poteſt, ſed ex accidẽti tantùm.* 95
96. *Eſſentiam rei, ſeu quid res ſit, viſus non cognoſcit, niſi acceptæ priùs notionis præſidio.* 96
97. *Eſſentiæ rerum tempore cognoſcuntur.* 96
98. *Confuſa cognitio naturâ antecedit diſtinctam.* 97
99. *E viſibilibus proprietatibus vnam per ſe ſolam viſus apprehendere non poteſt.* 97
100. *Viſus, poſt ſimplicem rei ſingularis aſpectum, primò omnium eſſentiam lucis & coloris dignoſcit.* 98
101. *Generica obiectorum ratio priùs ac minori tẽpore percipitur quàm ſpecifica.* 98
102. *E proprietatibus quæ ſub aſpectum cadunt, aliæ aliis citiùs percipiuntur.* 100
103. *Ex indiuiduis diuerſarum ſpecierum ſæpiùs inſpectis enaſcitur in animo vniuerſalis notio, qua cuiuſque ſpeciei indiuidua dignoſcuntur, & ab alterius ſpeciei indiuiduis diſcriminantur.* 101
104. *Ex indiuiduis vnius ſpeciei idemtidem recognitis, gignuntur in animo particulares notiones, quibus ſingula ab inuicem diſtinguuntur.* 101
105. *Iterati intuitus formas rerum altiùs animo infigunt.* 102
106. *Tunc mentis oculus acutùm incipit cernere, cùm primùm corporis oculus defloreſcit.* 103

OPTICORVM LIBER II.

DE

RADIO OPTICO ET HOROPTERE.

DEFINITIONES.

1. RADIVS *opticus recta eſt linea, per quam forma rei adſpectabilis ad obtutum porrigitur.* 107
2. *Radius qui per ipſius viſus ac totius oculi centra tranſit, proprio nomine Axis opticus nuncupatur.* 107
3. *Connectens centra viſuum ea dicitur recta linea, quæ ab vnius centro ad centrum alterius ducta concipitur.* 107
4. *Connectens extrema neruorum opticorum ea dicitur recta linea, quæ ad terminos, vnde pendent oculorum orbes, applicatur.* 108
5. *Quæ à neruo communi in connectentem extrema neruorum opticorum normaliter incidit recta linea, Axis communis vocitatur.* 108
6. *Radius verò communis ea eſt recta linea, quæ ab axium opticorum concurſu educta, connectentem centra viſuum bifariàm ſecat.* 108
7. *Pyramis optica eſt figura aſpectabilis formæ per medium diaphanum ad obtutum vſque diffuſa, verticem habens centrũ viſus, baſin verò rẽ ipſam.* 109
8. *Maxima pyramis optica ea omnia amplectitur, quæ oculus vnico aſpectu contueri poteſt.* 109
9. *Axis pyramidis opticæ illa vocatur recta linea, quæ per verticem rectaq́; baſis centrum tranſit.* 110
10. *Horopter recta eſt linea per axium opticorum congreſſionem, ei, quæ centra viſuũ cõnectit, parallelõs incedẽs.* 110
11. *Planum horopteris illud vocetur, quod per horopterem ducitur ad id quod per axes ſecundùm normam conſtitutũ.* 111

HYPOTHESES.

1. *Viſum recta linea efferri.* 111
2. *Id omne, ac ſolum videri, à quo ad oculum radius opticus extendi poteſt.* 112
3. *Rem omnem in illo apparere radio, quo ipſius ſimulachrum ad obtutum porrigitur.* 112

DE RADIO OPTICO.

PROPOSITIONES.

1. *Radij optici ſunt veræ formarum productiones, non autem imaginariæ.* 112
2. *Radij optici ſunt formæ partim inſectiles, partim ſenſibili latitudine præditæ.* 114
3. *Diſtinctarum rerum formæ non prohibitæ, ſingulæ ſingulis radiis in oculos illabuntur.* 115
4. *Poßibile eſt vnius rei formam, directo ſimul atque inflexo infractóve radio, ad centrum viſus peruenire.* 116
5. *Radios omnes opticos in centrum viſus congredi conglobariq́, eſt neceſſe.* 116
6. *Ex vniuerſis opticis radiis ſolus axis in ſuper-*

ſuperficiem viſus rectis incidit angulis; ceteri autem obliquis. 118

7. *Axis opticus recta in centrum viſus penetrat.* 119

8. *Præter axem ceteri omnes radij optici per albugineum humorem ad perpendicularem inflectuntur.* 119

9. *Radij optici axi viciniores angulis maioribus, remotiores minoribus, æquidiſtantes æqualibus per albugineum oculi humorem franguntur.* 124

10. *Secundùm omnes radios opticos fit rerum comprehenſio, certiſſima quidem per axes; per ceteros autem tantò certior, quantò ſunt axi propinquiores.* 125

11. *Axis communis eam, quæ extrema neruorum opticorum connectit, bifariàm ſecat.* 126

12. *Axes optici in vnum ſemper idemq; punctum conſpirant.* 126

13. *Axes opticos cum ea quæ connectit centra viſuum, eaq; quæ extrema neruorum opticorum iungit, in eodem plano neceſſe eſt eſſe.* 127

14. *Et nerui optici, cum ea quæ illorum connectit extrema, in vno ſunt plano.* 128

15. *Si duo axes optici cum axe communi conueniant, erunt in eodem plano cum ea quæ extrema neruorum opticorum connectit, & duabus à neruo communi eidem connectenti contermi-nis.* 128

16. *Radij omnes, qui à propoſita quapiam recta linea ad centrũ viſus porriguntur, in eodem ſunt plano.* 128

17 *Axis communis per ſe immutabilis eſt.* 129

18. *Motis oculis, axes quoque optici pariter loco dimouentur.* 129

19. *Radius comumnis omni oculorum motu, præterquam diuaricationis & contractionis, variat.* 130

20. *Oculi ita diuaricari nequeunt, vt axes firmentur paralleli.* 130

21. *Neque propiùs oculorum axes terminari poſſunt, quàm vbi cum neruis opticis angulos rectos efficiunt.* 131

22. *Axes optici eò adduci non poſſunt, vt ad normam concurrant.* 132

23. *Viſus percipit angulum ſub connectente centra viſuum & axe optico comprehenſum.* 133

24. *Longitudinem vnius axis percipit alter oculus ex magnitudine anguli ſub proprio axe & connectente centra viſuum contenti.* 133

25. *Si radius communis, ei quæ centra viſuum connectit, normalis fuerit, erunt axes optici inter ſe æquales.* 134

26. *Et ſi æquales inter ſe fuerint axes optici, radius communis, ei quæ connectit centra viſuum, normalis erit.* 134

27. *Axes optici ad ſignum aliquod communis axis congredientes ſunt inter ſe æquales; & cum ea, quæ extrema neruorum opticorum connectit ceu baſi iſoſceles efficiunt; cuius angulum concurrentibus axibus comprehenſum, axis communis bifariàm ſecat.* 134

28. *Axe communi cum duobus opticis coëunte, quæ centra viſuum connectit, illi quæ iungit extrema neruorum opticorum eſt parallela.* 135

29. *Axis communis cum duobus opticis conueniens, eam quæ centra viſuum connectit, ad normã & bifariàm ſecat.* 135

30. *Omnes radij ducti ab vtroque oculo ad idem punctum eius lineæ, quæ cum æqualibus axibus rectos angulos facit, ſunt inter ſe æquales.* 136

31. *Et qui ad diuerſa puncta lineæ axibus normalis, æquè tamen ab axium concurſu diſsita procidunt radij, ſunt inter ſe æquales.* 136

32. *Si fuerint axes optici inæquales, radij omnes ducti ad idem punctum eius lineæ, quæ cum axibus angulos rectos facit, inæquales inter ſe erunt.* 137

33. *Si axes optici æquales inter ſe ſint, per illorum verò concurſum recta agatur linea imparibus angulis: dico radios ab vtroque viſu ad quoduis eius lineæ punctum ductos inæquales inter ſe eſſe.* 137

34. *Si radius communis in rectam quamdam lineam connectenti centra viſuum parallelam rectis inciderit angulis, erunt radij omnes, qui ab alternis viſibus ad puncta æquè à radio communi diſtantia procident, inter ſe æquales.* 138

35. *Si radius communis in ſubiectum planum rectis incidat angulis, & in eodem plano per punctum incidentiæ recta quædam linea ducatur, radij ab alternis viſibus ad duo eius puncta pari interuallo à communi radio diſiuncta, æquales inter ſe erunt.* 138

36. *Sint axes optici inter ſe æquales, radiuſq; communis plano cuipiam rectis inſiſtat angulis, dico alternos radios qui ad puncta æquè à radio communi diſiuncta in linea connectenti centra viſuum parallela porriguntur, æquales inter ſe eſſe.* 139

37. *Si vnius oculi axis opticus in ſubiectum planum rectis incidat angulis, erunt omnes radij, ab eo ducti ad puncta in*

plano

plano æquè ab axe diſsita, æquales. 140.
38. *A re vna duobus oculis obiecta duæ formantur pyramides, quarum communis baſis res ipſa eſt quæ ſpectatur; at vertices in oculis ſunt.* 140.
39. *Pyramis optica per ſe immobilis eſt, mouetur autem ex accidenti, tota quidem moto obiecto, at moto oculo, ſolùm ex parte.* 141.
40. *Axis pyramis opticæ mouetur quidem mota pyramide; at ſitum in ea non mutat.* 142.
41. *Axem opticum extra pyramidem ſubinde excurrere nil vetat.* 142.
42. *Viſus percipit magnitudinem anguli, qui ad verticem eſt pyramidis opticæ, ex magnitudine eius portionis araneæ tunicæ, quam rei ſimulachrum inuadit.* 143.
43. *Corpus opacum inter rem viſilem aſpectúmque interiectum, ſi axibus comprehendatur, nullam quidem rei partem obteget; efficiet tamen vt pars aliqua obſcuriùs appareat.* 145.
44. *Iiſdem reſumptis quæ in præcedente propoſitione, ſi interpoſitum corpus axes opticos excedat, pars aliqua viſilis extra conſpectum cadet, alia ab altero oculorum tantùm conſpicietur, quod reliquum eſt, vterque oculus comprehendet.* 145.
45. *Iterùm repoſitis eiſdem, ſi interiectum corpus axes non attingat, pars media & extremæ rei viſibilis ab vtroque viſu; duæ verò hinc inde inter mediam & extremas poſitæ, ab altero oculorum tantùm conſpicientur.* 146.

DE HOROPTERE.

46. *Horopter cum axibus opticis, eaq; quæ centra viſuum connectit, in eodem eſt plano.* 146.
47. *Si radius communis in horopterem rectis incidat angulis, & cum axibus horopter æquales angulos efficiet.* 147.
48. *Si radius communis in horopterem obliquis incidat angulis, erunt & illi, quos horopter cum axibus facit, inæquales.* 147.
49. *Quidquid conſpicitur in eodem cum axibus exiſtens plano, id omne in horopteræ verum vel apparentem locum habet.* 148.
50. *Quæcumque extra axium opticorum regionem excurrunt, ea omnia in horopteris plano cernuntur, eo loci, vbi illud radij producti attingunt.* 149.

OPTICORVM LIBER III.

DE COMMVNIVM OBIECTORVM COGNITIONE.

HYPOTHESIS.

COMMVNIA *obiecta viſus alia ex aliis cognoſci.* 152.

DE DISTANTIÆ COGNITIONE.

PROPOSITIONES.

1. *Diſtantiam vnus oculus per ſe definire non poteſt.* 154.
2. *Diſtantiam ſæpè vnus etiam oculus per vicina corpora quæ intercedunt, ex accidenti cognoſcit.* 155.
3. *Non rectè quidam ex axium coniunctorum angulis diſtantiam per ſe cognoſci affirmarunt.* 155.
4. *Diſtantia per ſe cognoſcitur ex axium opticorum longitudine.* 156.
5. *Minores rerum diſtantiæ ex axium longitudine, maiores per interiecta corpora exactiùs diſcernuntur.* 157.
6. *Sæpè etiam ex nota rei magnitudine diſtantiam viſus per argumentationem colligit.* 158.
7. *Æqualibus magnitudinibus ex inæquali diſtantia conſpectis, maior eſt ratio diſtantiarum quàm angulorum ſub quibus magnitudines illæ conſpiciuntur, ſi maior minori comparetur.* 158.

DE QVANTITATIS COGNITIONE.

8. *Apparentes rerum magnitudines ex quantitate anguli verticalis pyramidis opticæ dignoſcuntur.* 159.

9. *Apparentes rerum magnitudines ita inter se sunt, vt anguli pyramidum opticarum, quibus comprehenduntur.* 160.
10. *Res sensibiles sub angulo sensibili conspiciuntur.* 161.
11. *Veræ magnitudines, ex collatione anguli pyramidis opticæ cum distantia rei, à visu per syllogismum colliguntur.* 162.
12. *Veræ magnitudines inæquales non ita se habent, vt anguli optici quibus conspiciuntur: sed maior est magnitudinum quàm angulorum ratio, si maior minori comparetur.* 162.

CONSECTARIVM I.

Maiorem esse verarum quàm apparentium magnitudinum proportionem, si maior minori comparetur. 163.

CONSECTARIVM II.

Numquam ita apparere magnitudines rerum, vt sunt: sed maiores semper esse quàm appareant. 163.

CONSECTARIVM III.

Non vt distantias, ita esse apparentes rerum magnitudines: sed æquales reipsa magnitudines ex inæquali distantia visas, inæquales apparere: sic vt minor sit ratio apparentium magnitudinum quàm distantiarum. 163.
13. *Magnum & paruum, crassum ac tenue, longum latumq́, visus comparatione percipit, interni sensus adiutus præsidio.* 164.
14. *Æquale & inæquale ex cognitarum magnitudinum proportione internus sensus distinguit.* 164.

DE FIGVRÆ COGNITIONE.

15. *Rectum ac planum aspectus dignoscit ex vniformiter difformi partium à visu distantia.* 165.
16. *Irregularis curuitas ex difformiter difformi partium à visu distantia internoscitur.* 167.
17. *Conuexum cognoscitur ex præcipiti partium extremarum recessu.* 168.
18. *Concauum ex minore partium extremarum elongatione, quàm in rectis accidat lineis, cognoscitur.* 168.
19. *Corporum eminentias & profunditates, si exiguæ sint, ex vmbris præcipuè aspectus dignoscit.* 170.
20. *Asperum & læue ex luminis formarumq́ repulsione cognoscuntur.* 170.
21. *Acutum & obtusum ex eo cognoscuntur, quòd eorum partes à summo fastigio celeri tardoue motu secundùm aspectum prolabantur.* 171.
22. *Figura circularis hac nota dignoscitur, quòd eius peripheria à centro visus paribus vndique distet radiis.* 171.
23. *Rectiliniam figuram laterum rectitudo conspicuam facit.* 172.
24. *Figura polygona ex maiore angulorum, quàm laterum à visu distantia rectè colligitur.* 173.
25. *Figura solida cognoscitur ex laterum dispositione, interdum per se, aliàs syllogismo.* 173.

DE LOCI COGNITIONE.

26. *Locus visu cognoscitur ex rei distantia, respectuq́ partium vniuersi.* 173.
27. *Vno oculo certus definitusq́ rei locus designari non potest.* 174.
28. *In axium opticorum congressu locus exquisitissimè dignoscitur.* 174.
29. *Medius prospectus ex radio communi ad Horizontem librato, eíque quæ centra visuum connectit normali, cognoscitur.* 175.
30. *Positionum differentiæ ex comparatione medij prospectus colliguntur.* 175.

DE SITVS COGNITIONE.

31. *Situs qui ex aduerso est, ex obtutus perspicacitate cognoscitur.* 178.
32. *Declinationis situs ex affecta portione araneæ tunicæ, & magnitudine anguli radiorum opticorum dignoscitur.* 179.
33. *Directus situs percipitur ex æquali à visu distantia partium æquè ab axe disiunctarum.* 179.
34. *Obliquus situs ex inæquali à visu distantia partium æquè ab axe remotarum deprehenditur.* 180.
35. *Directus atque obliquus situs duobus oculis indubitatè cognoscitur.* 180.
36. *Perpendicularis situs inde cognoscitur, quòd obiectum axisq́ opticus ex æquo suas interiacent partes.* 181.
37. *Situs partium inter sese ex notis positionum differentiis perspicuus euadit.* 182.
38. *Compositi situs ex particularium notitia colliguntur.* 182.
39. *Quæ ad perpendiculum aut ad libram constituta sunt, ea in mutuam cognitionem aspectum inducunt.* 182.

DE

DE CONTINVI AC DISCRETI COGNITIONE.

40. *Continuum ex non interrupta partium coniunctione, ex interrupta verò discretum aspectu colligitur.* 183.
41. *Identitas distinctioq; percipitur ex identitate vel distinctione formarum, quæ in diuersas partes sentientis organi consignantur.* 184.
42. *Vnitas ex continuatione vel identitate, vti numerus ex discretione vel distinctione, dignoscitur.* 184.

DE MOTVS ET QVIETIS COGNITIONE.

43. *Motus plurimùm cognoscitur ex oculi motione.* 186.
44. *Si motus oculi insensibilis est, & rei motus imperceptibilis erit.* 186.
44. *Quiescente oculo, motus deprehenditur ex diuerso corporis situ, distinctis momentis sensibilis temporis deprehenso.* 187.
46. *Motum præterea quiescens oculus ex parte organi successiuè affecta persentiscit.* 187.
47. *Interdum etiam motus per se cognoscitur ex loci ipsius mutatione.* 187.
48. *Motus accessus & recessus iisdē colligitur modis, quibus distantiæ quantitas.* 188.
49. *Ceteræ motuum differentiæ percipiuntur è spatio, per quod res visæ cientur.* 188.
50. *Motus omnis sensibili percipitur tempore.* 189.
51. *Velocitas tarditasq; motus cognoscuntur ex inæqualitate temporis, quo mobile æqualia percurrit spatia; vel ex inæqualitate spatiorum, quæ æqualibus temporibus conficiuntur.* 189.
52. *Motus, si tardus est, ex comparatione vicini corporis quiescentis percipitur.* 190.
53. *Quæ tardè mouentur, non moueri, sed mota esse deprehenduntur.* 190.
54. *Quies percipitur è visibili eumdem locum situmque tempore sensibili obtinente.* 191.

DE MEDIORVM OBIECTORVM COGNITIONE.

55. *Transparentia è rebus post trans corpus interiectum apparentibus syllogismo colligitur.* 192.
56. *Opacitas ex aspectus prohibitione percipitur.* 192.
57. *Vmbra ex vicinia lucis maioris spectatur.* 192.
58. *Tenebræ ex totius luminis absentia cognoscuntur.* 193.
59. *Similitudo ex conuenientia, dissimilitudo ex diuersitate visibilium formarum, virtute sensus communis elicitur.* 193.
60. *Pulchritudo ex omnium visibilium proprietatum symmetria, turpitudo verò ex earumdem asymmetria per discursum comprehenditur.* 193.

OPTICORVM LIBER IV.

DE FALLACIIS ASPECTVS.

LEMMATA.

1. AEQVALIVM similiterq; oppositarum magnitudinum propinquior sub maiore, remotior verò sub minore angulo conspicitur. 196.
2. *Aspectu viciniora euidentiùs cernuntur.* 197.
3. *Cùm quatuor magnitudinum prima fuerit maior quàm tertia, secunda verò minor quàm quarta; maior erit proportio primæ ad secundam, quàm tertiæ ad quartam.* 197.
4. *Propositis quatuor magnitudinibus, si prima ad secundam maiorem rationem habuerit, quàm tertia ad quartam; sit verò prima secundæ æqualis, erit tertia minor quàm quarta: at si tertia & quarta æquales fuerint, erit primæ quàm secunda maior.* 198.
5. *Si duo trianguli latera inæqualia fuerint, basisq; secta bifariàm; quæ à vertice ad basis sectionem applicatur, angulum qui ad verticem in duos inæquales partitur: quorum is maior est, qui minore latere, is verò minor, qui maiore continetur.* 198.
6. *Si duo triangula super æqualibus basibus ad idem punctum constituantur, eius minor erit ad verticem angulus, cuius latera, excepta basi, sunt maiora, & ad basin*

baſin anguli obliquiores. 199.

7. *Triangulorum ſuper eadem baſi, & in iiſdem parallelis conſtitutorum, minimus eſt ad verticem angulus, cuius maximum eſt alterum eorum, quæ præter baſin ſunt, latus.* 199.

8. *Si duo triangula ad eumdem verticem conſtituta inæquales habuerint baſes, quarum maior complectatur minorem; eius maior erit ad verticem angulus, cuius baſis maior fuerit.* 200.

9. *Si duo triangula ad eumdem verticem conſtituta æquales & parallelas ac ſimiliter poſitas habuerint baſes eius maior erit ad verticem angulus, cuius baſis vertici propinquior fuerit.* 200.

10. *Si alteram parallelarum ſecet quæpiam recta linea, hæc producta ſecabit & reliquam: oportet autem ſecantem cum parallelis in eodem plano exiſtere.* 201.

11. *Si inter duas parallelas rectas lineas duæ rectæ lineæ ſe mutuò ſecent, erunt ſegmenta vnius, ſegmentis alterius proportionalia.* 201.

12. *Si in duas rectas lineas parallelas duæ rectæ incidant lineæ quæ ſe mutuò ſecent, erunt parallelarum interceptæ portiones vt ſecantium ſe ſegmenta.* 202.

13. *Si inter duas parallelas rectas lineas duæ rectæ lineæ ſe mutuò ſecent, & per communem ſectionem alia ducatur, quæ parallelarum interceptas portiones diuidat, erunt & harum portionum ſegmenta inter ſe ſimilia* 202.

14. *Duorum triangulorum rectangulorum ſi vnius maximum latus ad alterum reliquorum maiorem rationem habuerit, quàm alterius maximum latus ad alterum reliquorum; maior erit angulus ſub illis lateribus comprehenſus, quæ maiorem rationem habuerint.* 203.

CONVERSIO.

Si maior ſit angulus ABC *quàm* DEF: *aio* BC *ad* BA *quàm* EF *ad* ED *maiorem rationem habere.* 203.

CONSECTARIVM.

Si duo triangula rectangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint vtrumque vtrique, æquilatera & æquiangula erunt ipſa triangula. 203.

15. *Si à puncto ſublimi* A *in ſubiectum planum perpendicularis demittatur, atque à puncto incidentiæ* B *ad aliam quamcumque, puta* CD, *perpendicularis educatur* BD: *dico &* AD *ipſi* CD *perpendicularem eſſe: ſi autem* BDC *angulus acutus ſuerit vel obtuſus; dico &* ADC *acutũ vel obtuſum eſſe.* 204.

16. *Recta quæpiam lineæ ſubiecto plano ad ſignum* B *obliquis inſiſtat angulis, atque ab eius puncto ſublimi* A *perpendicularis demittatur cadens in* C, *ducta* BC: *dico angulum* ABC *minimum eſſe omnium eorum qui continentur linea* AB, *& quacumque per* B *in plano ducta: atque eum qui ipſi propinquior eſt remotiore minorem eſſe: duos autem tantùm æquales ad vtraſque ipſius partes conſtitui.* 205.

17. *Si à quouis puncto circularis diametri recta ad circumferentiam educatur; ea pars diametri, quæ hac maior fuerit, & reliqua diametri parte maior erit; & quæ minor, minor.* 206.

18. *Si à quouis ſigno circularis diametri duæ lineæ inæquales ad circumferentiam educantur, portio diametri maiori vicinior, reliqua parte diametri maior erit.* 206.

19. *Si à verticibus duorum triangulorum, quorum æquales ſint baſes, ad media ſigna baſium æquales quidem rectæ lineæ, ſed diſparibus angulis pertineant, vna videlicet rectis, altera obliquis, ſitq; vtraque maior medietate ſuæ baſis: eius trianguli maior erit ad verticem angulus, in cuius baſin demiſſa à vertice rectis incidit angulis.* 207.

20. *Iiſdem poſitis ſit* AG *minor quàm* GB: *dico angulum* BAC *angulo* EDF *minorem eſſe.* 207.

21. *Non ſit iam* AG *ipſi* BC *perpendicularis; ſit autem* DH *ipſi* EF *quàm* AG *ipſi* BC *obliquior: dico, ſi maior quidem ſit* AGB *quàm* GC, *etiam angulum* BAC *angulo* EDF *maiorem eſſe: ſi verò minor, minorem.* 208.

22. *Circulum* ABC *contingant rectæ lineæ* AK *&* CK *in punctis* A *&* C; *iunctæ* AC, *&* KB *per centrum actæ: dico vt* BK *ad* KD, *ita eſſe* BH *ad* HD. 209.

23. *Et ſi vt* BK *ad* KD, *ita eſt* BH *ad* HD, *aliaq; ex* K *ducta fuerit* KL, *quæ circulum ſecet in* X; *ipſam* AC *in* N: *rurſus quemadmodum* LK *ad* KX, *ita aio eſſe* LN *ad* NX. 209.

CONVERSIO.

In circulo ABCD, *ſi vt* KL *ad* KX, *ita ſit* LN *ad* NX, *agatúrque* KB *per circuli centrum, & ab* N *ad* KB *perpendicularis ducatur* NH: *dico fore quoque vt* BK *ad* KD, *ita* BH *ad* HD. 210.

24. *Sit*

24. *Sit vt recta linea* BK *ad* KD, *ita* BH *ad* HD; *& sit angulus* BFH *æqualis angulo* HFD, *iunctâ* FK: *dico* HFK *rectum angulum esse.* 210.

CONVERSIO.

Esto vt BK *ad* KD, *ita* BH *ad* HD; *sit verò angulus* HFK *rectus, iunctis* BF *&* FD: *dico angulum* BFH *angulo* HFD *æqualem esse.* 211.

CONVERSIO ALIA.

Rursus angulus HFK *rectus esto, angulusq;* BFH *angulo* HED *æqualis: dico vt* BK *ad* KD, *ita esse* BH *ad* HD. 211.

25. *Quæ ab externo signo ad datum circulum ducitur ipsum contingens, maxima est illarum omnium, quæ in conuexam peripheriam cadunt; illarum verò quæ in cauam, omnium minima.* 211.

26. *Quæ ab eodem puncto ad circulum contingentes ducuntur, sunt inter se æquales.* 212.

27. *Si in triangulo* ABC *tres rectæ lineæ constituantur; vna* DE *quæ vtrumque trianguli crus vtcumque secet, altera* FG *quæ ipsam* DE *secet bifariàm in* H, *tertia* AI *quæ à vertice delapsa ipsam* FG *bifariàm diuidat in* I: *dico* FG *in* H, *&* DE *in* K *secundùm eamdem rationem dissecari.* 213.

HYPOTHESES.

1. *Visum subinde & falli & fallere.* 213.
2. *Omnes aspectus fallacias aut deprauato intuitu, aut falsa æstimatione scientiáque, aut vitioso syllogismo inferri.* 216.
3. *In octo circumstantiarum asymmetria omnes errorum causſas constitutas esse.* 217.
4. *Errores visus posse corrigi, tum mente, tum aliis internis externisq; sensibus.* 218.
5. *Maioribus spectata angulis distinctiùs euidentiusq; internosci.* 219.

FALLACIÆ ASPECTVS CIRCA DISTANTIAM.

DEFINITIONES.

1. *Iusta distantia ea est, in qua apparent partes, quæ totius comparatione sensibilem proportionem habent.* 219.
2. *Immoderata distantia illa est, qua partes sensibilem habentes proportionem ad totum delitescunt.* 220.
3. *Quæ maiori visibili mediocris est distantia, ea minori est iusto maior.* 220.

PROPOSITIONES.

1. *Distantiæ minores semper, quàm reipsa sint, conspiciuntur.* 220.
2. *Eorum quæ in directum longo ordine exponuntur æquales intercapedines, quò remotiores eò semper minores apparent.* 222.

CONSECTARIVM.

Superiores ædificiorum ordines resupinari videntur. 221.

3. *In rerum distantiis tum maximè visus hallucinatur, cùm aut visile longiùs distat, aut cùm hoc inter & visum nullũ spectabile corpus intercedit.* 221.

CONSECTARIVM I

Arborum & columnarum anteriorem in partem longo ordine expositarum, quæ longissimè distant, coniunctæ videntur. 221.

CONSECTARIVM II.

Qui procul ab amne distant, res vlteriores à citerioribus non distinguunt. 223.

CONSECTARIVM III.

Planetæ ac stellæ fixæ, quantum à nobis distent, aut quæ plus minúsve, visus non assequitur. 223.

CONSECTARIVM IV.

Cælum terræ cohærere in ambitu Horizontis videtur. 223.

4. *Subinde remotiores, plurimùm tamen propinquiores eæ res existimantur, quarũ intermedium spatium non percipitur.* 224.

CONSECTARIVM I.

Cælum prope Horizontem longiùs à nobis distare videtur, quàm iuxta verticem. 224.

CONSECTARIVM II.

Nubes terræ adhærentes, propè, aululæ, longissimè abesse videntur. 224.

CONSECTARIVM III.

Ignes noctu procul conspecti, viciniores apparent. 225.

5. *Sub tenebras, vt circa crepusculum, quæ propè sunt, remota esse credũtur.* 225.
6. *Per nebulam turres ac montes longiùs quàm sereno cælo distare existimantur.* 226.
7. *Quibus obtusior est oculorum acies, his res quædam propinquæ longiùs abesse videntur.* 226.
8. *Ob temporis breuitatem nequit aspectus veram rei distantiam explorare.* 226.

FALLACIÆ ASPECTVS CIRCA MAGNITVDINEM.

AXIOMATA.

1. *E quibus reipsa positis verus infertur effectus,*

effectus, ex iisdem apparentibus is sequi videtur. 227.
2. *Totum apparet maius sua parte; si quidem excessius, quo totum superat partem, sub sensum cadit.* 227.
3. *Quæ sibi quoad aspectum congruunt, æqualia videntur.* 227.
4. *Quæ vni tertio videntur æqualia, & inter se æqualia videntur.* 228.
5. *Et quorum alterum vni tertio videtur æquale, alterum inæquale, ea inter se inæqualia videntur.* 228.
6. *Et quod vno æqualium maius videtur aut minus, maius quoque videtur aut minus altero æqualium. Et si vnum æqualium maius aut minus videtur magnitudine quapiam, alterum quoque eadem magnitudine maius videtur aut minus.* 228.

PROPOSITIONES.

9. *Eodem conspecta angulo, quorum distantiæ non perpenduntur, æqualia existimantur.* 228.
10. *Maioribus spectata angulis maiora, minora minoribus, æqualibus æqualia videntur.* 229.
11. *Aequalium, similiterq; oppositarum magnitudinum propinquior remotiore maior apparet.* 230.

CONSECTARIVM I.

Res omnes minores semper apparent, quàm sint reipsa. 231.

CONSECTARIVM II.

Res minimæ breui interuallo ab aspectu disiunctæ depereunt. 231.

CONSECTARIVM III.

Terrenus orbis solis comparatione puncti rationem habet. 232.

CONSECTARIVM IV.

Columnæ quò sunt excelsiores, eò minorem admittunt summi scapi contracturam. 232.

12. *Eorum quæ simili dispositione visui exhibentur, & æqualibus spectantur angulis, id quod remotiore apparet loco, maius, minus verò, quod propinquiori, iudicatur.* 233.
13. *Idem seipso maius ac minus videri potest: item quod maius est, apparere potest minore minus; & quod minus est, maiore maius.* 233.

CONSECTARIVM.

Sol altior à terra est quàm luna. 233.

14. *Sub tenebras & per nebulam spectata maiora existimantur.* 234.
15. *Pueris, somniantibus, amentibus omnia magna esse videntur.* 234.
16. *Recta linea perpendiculariter visui obiecta, spectatur vt punctum; directè verò aut obliquè, vt linea.* 235.
17. *Plana superficies perpendiculariter visui proposita, apparet vt linea; directè verò aut obliquè, vt superficies.* 236.
18. *Omne visile minus videtur obliquè spectatum quàm directè.* 237.

CONSECTARIVM.

Directiùs visui opposita, perfectiùs videntur; & quò obliquiùs, eò imperfectiùs. 238.

19. *Oculo ei quod videtur appropinquante, spectatum augeri putatur.* 239.
20. *Et contrà, auctæ magnitudines oculo appropinquare videntur.* 239.
21. *Altioris magnitudinis per verticem humilioris spectatæ eadem semper portio videtur; visu secundùm lineam, quæ ab oculo per verticem humilioris ducitur, transmutato.* 239.
22. *Altioris magnitudinis per verticem humilioris spectatæ, visu secundùm lineam supra verticem humilioris productam accedente quidem maior, recedente verò minor portio conspicitur.* 240.
23. *Altioris magnitudinis per verticem humilioris spectatæ visu secundùm lineam infra verticem humilioris cadentem accedente quidem minor, recedente verò maior portio conspicitur.* 240.
24. *Si radij optici per extremitates duarum parallelarum incedant: dico radiorum longitudines esse magnitudinibus proportionales.* 241.

CONSECTARIVM I.

Propositam altitudinem, quanta sit, radio inuestigare. 242.

CONSECTARIVM II.

In cognitionem ignotæ profunditatis radio ducere. 242.

CONSECTARIVM III.

Ignotam longitudinem radij beneficio explorare. 242.

CONSECTARIVM IV.

Latitudinem oblatam radio demonstrare. 243.

25. *Fieri potest, vt immoto visu, mutatum obiectũ æquale semper appareat.* 243.
26. *Loca inuenire, quibus mutatum visile, oculo consistente immobili, æquale semper appareat.* 247.
27. *Nil vetat, quin & mutato aspectu, visile immotũ æquale semper appareat.* 247.
28. *Loca definire, quibus oculo moto obiectum immotum æquale semper spectetur.* 249.

29. *Loca in recta linea designare, è quibus immota magnitudo à visu moto, quandoque æqualis, aliàs inæqualis conspiciatur.* 249.

30. *Possibile est, æquales magnitudines visu translato æquales nihilominùs apparere.* 251.

31. *Est locus, è quo inæquales magnitudines aspectu æquales videntur, quem demonstrare oporteat.* 253.

32. *Postulantur etiam loca, è quibus inæquales magnitudines in idem compositæ, æquales vtrique inæqualium appareant.* 253.

33. *Locum assignare, ex quo data magnitudo appareat alterius pars aut multiplex in postulata ratione, qua quidem angulum secare vel augere conceditur.* 254.

34. *Loca inuenire è quibus eadem magnitudo appareat suiipsius pars, aut multiplex, in data proportione.* 255.

FALLACIÆ ASPECTVS CIRCA SITVM.

35. *Ob immoderatam distantiam contingit obiecti obliquitatẽ non perpendi.* 256.

CONSECTARIVM.

Quæ à perpendiculo desciscunt, ex interuallo spectata, seu quà aduersum imminent, seu quà in diuersum propendent, recta iudicantur. 256.

36. *Quæ radiis sublimioribus cernuntur, sublimiora; & humiliora, quæ humilioribus videntur: idem verò, de iis quæ in dexteram aut in sinistram vergunt, iudicium esto.* 257.

37. *Rerum in anteriora expositarum remotiores partes, quæ à dextris sunt in sinistram; & quæ sunt à sinistris in dexteram educi videntur.* 257.

38. *Eorum quæ directè oculis obÿciuntur remotiores partes, quæ à dextris dextrouersum magis; quæ verò à sinistris, propiùs in sinistram accedere videntur.* 258.

39. *Planorum sub oculo iacentium remotiores à visu partes in altum efferri videntur.* 258.

CONSECTARIVM I.

Templorum pauimenta ingredientibus fastigiata videntur. 259.

CONSECTARIVM II.

Horizon editiori loco spectatur, quàm sit reuerà. 259.

CONSECTARIVM III.

Maris conuexitas gibbi in morem protuberare videtur. 259.

40. *Planorum verò, quæ supra visum incumbunt, remotiores partes ad ima prolabi videntur.* 260.

CONSECTARIVM I.

Contignationes domorum tanto altiori constituendæ sunt loco, quanto ampliora subtus loca habent. 260.

CONSECTARIVM II.

Porticus, longæq; arborum series ab extremitate inspectæ, stringi in angustum videntur. 260.

41. *Æqualium magnitudinum, quæ sub visu erectæ consistunt, remotiores altiùs euectæ apparent.* 261.

42. *Æqualium item magnitudinum quæ supra visum propendent, remotiores propinquiorũ comparatione depressæ videntur.* 261.

CONSECTARIVM.

Planæ superficies libellâ expensæ, cùm visus altitudinem superant, alueolatæ apparent. 261.

43. *Parallela interualla è distantia spectata, si æqualia sint inæqualia apparent, & maiora semper ea, quæ propiùs oculo adiacent.* 264.

44. *Parallelæ rectæ lineæ, quò longiùs à visu protenduntur, eò semper propiùs cõire videntur.* 264.

45. *Punctum designare in quod parallelæ videntur.* 266.

46. *Possibile est locum visui assignare, vnde non parallelæ rectæ lineæ sic appareãt, quemadmodum veræ parallelæ lineæ spectari solent.* 266

47. *Admirabilius erit oculo in sublimi dato duas lineas subiecto plano inscribere, quarum intercapedo æqualis vbi appareat.* 269.

FALLACIÆ ASPECTVS CIRCA FIGVRAM.

ANGVLVS.

48. *Si in altera linearum angulum continentium punctum quodcumque assumptum fuerit, ab eoq; perpendicularis excitetur ipsius anguli plano: dico è quouis eius perpendicularis lineæ puncto, angulum, si rectus est, rectum videri; si acutus, acutum; & obtusum, si obtusus est.* 272.

49. *Eadem porrò anguli phantasia obueniet, si in altera earum, quæ angulum continent, exteriùs producta perpendicularis constituatur.* 273.

50. *Si autem perpendicularis, in qua oculus, per lineas angulum continentes atque ex vtraque parte productas incedat; rectus quidem angulus semper rectus apparebit; at acutus accessu minui, recessu augeri videbitur: obtusus verò contrà, accessu augeri, recessu minui conspicietur.* 274.

51. *Si recta quædam linea angulum per verticem bifariàm secet; per hanc autem demissa ab oculo perpendicularis transferatur: dico in vertice angulum videri minimum, & quò hinc perpendicularis longiùs dimouetur, eò semper angulum maiorem spectari.* 276.

52. *Si ei, quæ propositum angulum bifariàm secat, perpendicularis ducatur: aio contrarium euenire, hoc est oculo communi vtriusque sectioni insidente angulum maximum videri; hinc verò semper minorem.* 277.

53. *Circum anguli* A B C *verticem* B *circulus describatur, in eúmque incedat perpendicularis, in cuius fastigio est oculus: dico in* F & G, *vbi arcus* A C L N, *angulúsque secantur bifariàm, angulum maximum videri; minimum verò in* H & K, *vbi* H K *ipsi* F G *normalis est; ac deinceps recessu ab* H *vel* K *angulum semper augeri, accessu verò minui.* 278.

54. *Si à vertice spectati anguli per oculi centrum recta infinitè producatur, è quouis eius lineæ signo æqualis ipse angulus conspicitur.* 279.

55. *Motus quo visus à subiecto plano altiùs subleuatur, ei respondet motui, quo in eadem altitudine oculus ad spectati anguli verticem propiùs adducitur: & contrà, oculi depressio proportione respondet abscessui.* 279.

56. *Angulares formæ ex interuallo spectatæ circulares apparent.* 280.

CIRCVLVS.

57. *Si in eodem plano, in quo & oculus, circulus positus fuerit, recta linea ipsius circuli ambitus è longinquo apparebit.* 280.

58. *Oculus in caua circularis perimetri parte constitutus vniuersum ambitum contuetur.* 281.

CONSECTARIVM.

Circularis forma theatro aptissima est. 281.

59. *Visu in conuexa circularis perimetri parte constituto, nulla eius portio spectabilis est.* 282.

60. *Si oculus in eodem quidem plano, in quo & circulus, at extra circuli ambitum constitutus fuerit, pars minor hemicyclo videbitur.* 282.

61. *Loco visui extra circulum assignato, eam circuli portionem quæ videtur, definire.* 283.

62. *Visu existente in linea, quæ circuli centro perpendiculariter insistit, omnes diametri æquales apparent.* 283.

63. *Et si quæ ex centro excitatur, non fuerit ad angulos rectos ipsi plano, æqualis autem fuerit ei quæ ex centro; dimetientes nihilominùs æquales apparent.* 284.

64. *Sed iam* A G, *in cuius fastigio est oculus, neque æqualis sit ei quæ ex centro, neque sit ad angulos rectos ipsius circuli plano; illæ tamen omnes dimetientes æquales apparebunt, cum quibus illa æquales angulos ad centrum facit.* 284.

65. *Si verò quæ ab oculo ad centrum procidens circuli, neque ad angulos fuerit rectos ipsius circuli plano, neque etiam ei, quæ ex centro, fuerit æqualis, neque æquos cum his quæ ex centro comprehenderit angulos, diametri ipsæ inæquales apparebunt.* 285.

66. *Circulus obliquè conspectus vt ellipsis apparet: oportet autem eam quæ à visu in centrum circuli procidit, semidiametro inæqualem esse.* 286.

CONSECTARIVM.

Curruum rotæ quandoque circulares, quandoque contractæ & velut ellipses apparent. 289.

67. *In circulo obliquè spectato punctum designare, quod centrum appareat ellipsis.* 289.

68. *In eodem circuli aspectu, quæ ad* B D *ordinatim applicantur, sunt quidem ipsi* A C *reipsa parallelæ, sed & videntur.* 290.

69. *Et quæ ex* K *ad circuli peripheriam educuntur, non sunt quidem, videntur autem & ipsi* B D *& inter se parallelæ.* 291.

70. *Omnium item quæ intra circuli peripheriam ipsi* B D *ad rectos angulos applicantur, aio maximam videri* A C, *quæ per* H *centrum apparentis ellipseos transit.* 292.

71. *Visui locum designare, vnde datus circulus ellipsis appareat, centrum habens intra*

intra circuli peripheriam datum. 293.

72. Vti circulus obliquè visus ellipsis, ita vicissim ellipsis quodam oculi situ vt circulus apparet. 293.

73. Visui locum reperire, ex quo ellipsis vt circulus appareat. 294.

QVADRATVM.

74. Si visus positus fuerit in linea è centro quadrati normaliter excitata, ipsius quadrati latera æqualia apparebunt, sed & dimetientes æquales. 295.

75. Si oculus positus fuerit in extremitate lineæ obliquè incidentis in centrum spectati quadrati, eaq; semidiametro quadrati æqualis fuerit, æqualis vtraque diametrus videbitur; sin autem vel maior fuerit vel minor, angulosq; fecerit inæquales, & diametri inæquales apparebunt. 297.

76. Et semidiametri illæ æquales apparent, cum quibus eadem FE obliquè in centrum quadrati pertinens æquos angulos facit. 297.

77. Si verò FE inæquales angulos cum semidiametris quadrati effecerit, quandoque æquales illæ, quandoque maior illa cum qua maiorem angulum FE fecerit, aliàs minor hæc eadē conspicietur. 298.

78. Rursus si ea quæ ab oculo in centrum quadrati obliquè incidit, dimidio lateri æqualis fuerit; illæ quoque lineæ æquales apparebunt, quæ per centrum ad opposita latera perpendiculares ducuntur. 298.

79. Quadratum obliquè aspectatū, nec æquilaterum, nec parallelogrammum videtur, nec eius oppositi anguli æquales. 299.

SPHÆRA.

80. Id sphæræ, quod spectatur, radijs contingentibus, definitur. 302.

81. Pars sphæræ visa circulo continetur. 303.

82. E sphæra vno oculo conspecta portio quæ apparet, hemisphærio minor est. 303.

83. Oculo ad sphæram propiùs accedente, portio quæ spectatur fit minor. 304.

84. Admiratione dignum illud videbitur; quòd dum minor est sphæræ portio quæ spectatur, tum ea maior appareat. 304.

LEMMATION.

Si sphæra ad binos intuentis oculos ita sit constituta, vt communis axis in centrum sphæræ procidat; dico radios qui sphærā contingunt, æquales inter se esse, eamq; quæ puncta contactuum iungit, distantiæ oculorū esse parallelam. 305.

85. Si sphæræ diametrus, ei quæ centra visuum connectit, æqualis fuerit; hemisphærium erit, quod ambobus oculis circum communem axem normaliter actis comprehenditur. 306.

86. Si oculorum distantia sphæræ diametro maior fuerit, binis oculis circum communem axem normaliter ductis, pars hemisphærio maior conspicua erit. 307.

87. Si sphæræ diametrus distantia oculorum fuerit maior, ipsiq; oculi vt priùs circumacti, minor medietate portio sub aspectum cadet. 308.

88. Visu in superficie sphæræ existente, vniuersa eius facies caua aspectabilis est: è conuexa autem nil præter punctum apparet. 308.

89. Visu intra aut extra sphæræ superficiem existente, ea portio caua sphæræ videbitur, in quam incidunt ab oculo emissi radij: eritq; pars visa quandoque hemisphærium, interdum hemisphærio maior, subinde minor. 309.

90. Quò externus oculus propiùs ad sphæram accesserit, cò maiorem portionem cauæ superficiei consequetur, quæ & maior apparebit. 310.

91. Oculo cauæ superficiei intra sphæram appropinquāte minor portio conspicitur: sed quæ æqualis semper appareat. 310.

92. Si visus à duabus sphæris inæqualibus æquè distet, maiorem proportionem habebit pars visa minoris quàm maioris ad totum suæ cuiusque sphæræ ambitum. 311.

93. Sphæricæ superficies siue concauæ siue conuexæ è longinquo spectatæ, planæ videntur. 312.

94. Superficies tum concauæ tum conuexæ ex interuallo spectatæ, non rarò conuersæ apparent. 312.

CYLINDRVS.

LEMMATION.

Quæ ab oculo ad cylindri superficiem tangentes educuntur, ex vtraque parte omnes in rectis lineis tactiones faciunt. 313.

95. In cylindro æquales sunt omnium circulorum portiones, quas vnicus aspectus comprehendit. 314.

96. In cylindro vt se habet circuli portio quæ videtur, ad eam quæ latet; sic visa superficies cylindri ad non visam. 315.

97. Pars cylindri visa oppositis parallelis circumscribitur. 315.

98. Cylindricæ superficiei vno oculo extrinsecus

secus aspectata minus medietate appa-
ret. 316.

99. *Si distantia oculorum æqualis fuerit cylindri diametro, semicylindri conuexum videbitur: si maior, maius; si minor, minus.* 316.

100. *Aspectu appropinquante cylindri conuexo, minus quidem est quod apparet, videtur autem maius esse.* 317.

101. *Si visus per lineam axi parallelam incedat, æqualem semper cylindri portionem complectetur.* 318.

102. *Visu cum axe cylindri in rectam lineam incidente, sola conspicua est basis.* 319.

103. *Si radius opticus, qui vel axi parallelus est, vel eamdem cum ipso rectam lineam efficit, intra cylindrum cadat, tota cylindri caua superficies apparet.* 320.

CONVS.

LEMMATION.

Radij, qui ab oculo ad coni superficiem tangentes euocantur, omnes vtrimque in rectis lineis tactiones faciunt. 320.

104. *In cono similes sunt omnium circulorum portiones, quas oculus vnico aspectu contuetur.* 321.

105. *In cono vt se habet vnius circuli portio quæ videtur, ad eam quæ latet; sic visa superficies coni, ad reliquam quæ non apparet.* 322.

106. *Si radius opticus ab externo oculo ad verticem coni destinatus cum axe acutum angulum effecerit, minor pars medietate coni videbitur.* 322.

107. *Si radius opticus axi ad verticem normalis fuerit, medietas superficiei conicæ excepta basi conspicua erit.* 323.

108. *Si radius opticus ad verticem coni pertinens obtusum cum axe angulum fecerit, nec in conum productus inciderit, maior pars medietate coni apparebit.* 324.

109. *Si axis coni sursum productus centrum visus attingat, vniuersa superficies coni excepta basi spectabitur; apparebit autem circulus.* 324.

110. *Si latus coni supernè productum in centrum visus incurrat, tota coni superficies sub aspectum cadet; videbitur autem ellipsis.* 325.

111. *Si radius opticus ad coni verticem ductus in basin inciderit, hæc sola videbitur; apparebit autem nunc circulus, nunc ellipsis.* 326.

112. *Oculo per planum, in quo est basis coni, propiùs accedente, minor conicæ superficiei portio conspicitur; videtur autem maior.* 326.

113. *Oculus per eumdem radium opticum ad verticem coni exporrectum incedens, eamdem semper conicæ superficiei portionem intuetur.* 327.

114. *Quò radius opticus ab externo oculo ad verticem coni destinatus maiorem cum axe angulum fecerit, nisi in conum ipsum inciderit, eò maior erit conicæ superficiei portio, quæ sub aspectum cadet.* 328.

CONSECTARIVM.

Aequali à cono distantia quò sublimiùs oculus attollitur, eò maiorem coni portionem videt; sed ea minor apparet: quò verò humiliùs deprimitur, eo minus est coni, quod spectatur; apparet autem maius. 329.

FALLACIÆ ASPECTVS CIRCA LOCVM.

115. *Res quælibet in ea horopteris parte conspicitur, vbi ipsum radius per rem ductus attingit.* 330.

116. *Vno oculo, res vna vnico spectatur loco.* 331.

117. *Plura vno spectata radio, eodem apparent loco.* 331.

118. *Vnumquodque eorum, quæ in horoptere existunt, vno cernitur loco.* 331.

116. *Res vna extra horopterem constituta, vtroque visu geminis locis distincta apparet.* 332.

120. *Duo signa extra horopterem in axibus opticis constituta, duobus visibus tribus numerantur locis; quorum medius in axium concursum incidit, è duobus effectus vnus.* 332.

121. *Res duæ in eumdem incidentes radium extra horopterem assumptæ, tribus locis conspiciuntur, è quibus alter extremorum ex duobus efficitur vnus.* 333.

122. *Duo signa extra horopterem assumpta, nisi vel ambo in eumdem, vel singuli in concurrentes ad horopterem radios incidãt, quatuor numerãtur locis.* 334.

123. *Si communis radius ei quæ centra visuum connectit normalis fuerit, & in eo statuta res vna duobus appareat locis, phantasiæ æquali spatio ab axium concursu reipsa distabunt, & distare videbuntur.* 334.

124. *At obliquato aspectu, cùm res vna in communi existens radio duobus appareat locis, phantasiæ pari quidem interuallo ab axium concursu distant; at*
minus

pendiculariter transeunte, in hexagonum proÿcitur, cuius alterni anguli rectis coniunguntur, quæ triangulum æquilaterum efficiunt. 557.

65. Octaëdrum per oppositas planorum commissuras spectatum in rhombum proÿcitur, cuius minor diametrus ad maiorem eam rationem habet, quam quadrati latus ad diametrum. 558.

66. Si per oppositos angulos visus incedat, octaëdrum in quadrati formam proÿcitur, quod duabus dimetientibus ceu decussi in quatuor triangula dispescitur. 558.

67. Dodecaëdrum, visu per oppositas sedes directè translapso in Decagonum producitur, sex Pentagonis constans, è quibus id quod medio existit loco, æquianguli & æquilaterum est. 558.

68. Si visus per opposita latera directè incedat, Dodecaëdri proiecta forma Sexagona erit, ex quatuor Pentagonis composita, neque æquilateris, neque æquiangulis. 559.

69. Visu per oppositos angulos Dodecaëdri traiecto, ipsum in Dodecagonum proÿcitur, cuius alterna latera æqualia sunt. 559.

70. Icosaëdrum ex superficie directè spectatũ in Hexagonum proÿcitur decem triangulis distinctum, è quibus id, quod medium locum obtinet, æquilaterum est & æquiangulum. 560.

71. Ex directo oppositorum laterum aspectu Icosaëdrũ in Hexagonum proÿcitur ex octo triangulis compactum, quod neque æquilaterũ est, neque æquiangulũ. 560.

72. Icosaëdrum per oppositos angulos spectatum, in Decagonum proÿcitur, inscriptum habens Pentagonum, in quo quinque triangula similia ad centrum conueniunt, totidemq; extrà procurrunt & ipsa inter se similia. 361.

73. Aedificiÿ frontem ex aduerso spectatam orthographicè in plano describere. 561.

VMBRARVM PROIECTIONES.

74. Si Sol Horarium quempiam circulum ex iis qui horas à Meridiano auspicantur, attigerit, erit proiecta axis vmbra recta linea, in eodem cum circulo existens plano. 563.

75. Sole in Horario quopiam existente ex iis qui ab Horizonte horarum initium ducunt, centri proiecta vmbra punctum est, in eodem cum circulo existens plano. 563.

76. Cùm Sol in diuersis partibus eiusdem Horarÿ successiuè existit, proiectæ à centro vmbræ in rectam lineam plani distenduntur, quæ communis est plani atque Horarÿ intersectio. 564.

CONSECTARIVM.

Scioterica non necesse est in mundi centro collocari. 565.

77. In sciotericis Horolabiis gnomon qui longitudine horam signat, axem mundi; qui sola extremitate, centrum repræsentat. 565.

78. Parallelorum gnomonum proiecta vmbræ sunt inter se parallelæ, nisi ambæ in eamdẽ rectam lineam incidant. 566.

CONSECTARIVM.

Plurima scioterica vni corpori breuissimo tẽpore accuratissimeq; inscribere. 566.

79. In Astronomicis horis si axis mundi planum horologÿ secet, omnes vmbrarum proiecturæ in communi axis & plani sectione, quæ centrum horologÿ nuncupatur, conuenient. 567.

80. Si horologÿ planum axi parallelum fuerit, erunt proiectæ vmbræ inter se parallelæ. 568.

81. Sol per circuli maximi ambitum circumactus, vmbram à centro in rectam plani lineam profundit. 568.

82. Si sol per circulum Aequatori parallelum incedat, sitq; horologÿ planum eidem Aequatori parallelũ, erit centri vmbra ex solis motu in plano descripta circulus, centrum habens in axe mundi. 569.

83. Si Sol per circulum Aequatori parallelum incedat, sitq; horologÿ planum circulo maximo, quo vtramque basin conicarũ superficierũ contingit, parallelum, erit vmbra à centro in planũ proiecta sectio coni, quæ Parabola nuncupatur. 570.

84. Si Sol per circulum Aequatori parallelum incedat, sitq; horologÿ planum circulo maximo qui vtrumque conum secat parallelum, erit proiecta centri vmbra Hyperbole. 570.

85. Si Sol per circulũ Aequatori parallelũ incedat, sitq; horologÿ planum æquidistans circulo maximo, qui neque basibus conorum parallelus sit, neque eas tangat, neque secet, erit proiecta centri vmbra Ellipsis. 571.

DE STEREOGRAPHICE ALTERO PROIECTIONIS GENERE EX OCVLI CONTACTV.

86. Punctum omnifariàm propositum stereographicè in punctum proÿcitur. 575.

87. Linea quæ producta per oculum transit, in punctum proÿcitur. 575.

88. *Linea directè ſpectata in lineam proiicitur, cuius partes primitiuæ lineæ partibus proportione reſpondent.* 575.

89. *Linea obliquè expoſita in lineã proiicitur, cuius partes primitiuæ lineæ partibus non ex æquo reſpondent: ſed quæ à propinquioribus oculo partibus obueniũt, eæ maiori analogia excreſcunt.* 576.

90. *Lineam in planum proiicere, eiuſq; proiecturam ita repræſentando ſecare, vt primitiua linea ſecta proponitur: & contrà, proiecturæ partes ad primitiuam lineã ſtereographicè reuocare.* 577.

91. *Circulus ex perpendiculari aſpectu in rectam proiicitur lineam ex vtraque parte infinitam.* 577.

92. *Circulum ex perpendiculari aſpectu in planũ tranſcribere, eiuſq; proiecturam in partes repræſentando diſtribuere; & eaſdem viciſſim ex proiectura ad primitiuum circulum reuocare.* 578.

93. *Circuli perpẽdiculariter ſpectati æquales partes in inæquales partes rectæ lineæ proiiciuntur, è quibus illæ ſemper maiores ſunt quæ à propinquioribus oculo partibus obueniunt; binæ autem hinc inde à radio, qui per centrum ducitur, pari interuallo diſiunctæ æquales.* 580.

94. *Circulus directè aſpectatus in circulum proiicitur, cuius idem eſt centrum verum & apparens; parteſq; primitiui circuli partibus, quæ iiſdem radiis continentur, proportionales.* 581.

95. *Circulum directè ſpectatũ in planum profundere, eiuſq; proiecturam in partes repræſentando ſecare, & eaſdẽ viciſſim ad primitiuum circulum reuocare.* 582.

96. *Circulus ex obliquo aſpectu in circulum tranſcribitur, cuius centrum non idem eſt verum & apparens.* 582.

97. *Circulum ex obliquo aſpectu in planum tranſcribere.* 583.

98. *Verum obliquæ proiecturæ centrum reperire.* 584.

99. *Obliqui circuli polos in plano ſtereographicè deſignare.* 586.

CONSECTARIVM I.

Obliquæ proiecturæ polus ab vtroq; cẽtro, vero ſcilicet & apparente, diſtat. 586.

CONSECTARIVM II.

Quæ à communibus ſectionibus directæ & obliquæ proiecturæ maximorum circulorum per polos obliquæ proiecturæ producuntur rectæ lineæ, eæ in extremitates diametri obliquæ proiecturæ terminantur. 587.

CONSECTARIVM III.

Si ab externo polo eductæ rectæ lineæ directam proiecturam circuli maximi contingat, ea producta in contactũ obliquæ proiecturæ maximi circuli incidet. 587.

CONSECTARIVM IV.

Eductæ ab externo polo rectæ lineæ, de maximorum circulorum proiecturis ſimiles peripherias reſcindunt. 588.

100. *Circulum maximum ex obliquo aſpectu deſcriptum in partes ſtereographicè diſtribuere.* 588.

101. *Circulum non maximum ex obliquo ſitu proiectum in partes repræſentando diſſecare.* 595.

102. *In obliquis circulorum proiecturis præter eas medietates, quas vera diametrus dirimit, ceteræ omnes ſunt inter ſe inæquales.* 600.

103. *In obliquis maximorum circulorum proiecturis, medietatum incrementa ſunt decrementis proportionalia.* 600.

104. *In obliquis circulorum proiecturis apparentium diametrorũ maxima quidem illa eſt, quæ per verum ſimul centrum incedit; minima verò quæ maximæ eſt perpendicularis: at ceterarum illa maior, quæ centro vero propinquior; ſola autẽ minima bifariàm ſecatur.* 601

105. *Partes obliquæ proiecturæ, quæ æqualibus partibus primitiui circuli reſpondent, continua ſerie inæquales ſunt: & quæ perpendiculari ab oculo in planum demiſſæ propiùs adiacent, remotioribus ſunt minores.* 601.

106. *Si obliqua circuli proiectura in partes repræſentãdo diſtribuatur, erunt eæ quæ in maxima medietate ſunt, partibus primitiui circuli maiores, eæ verò quæ in minima ſunt medietate, minores.* 603

107. *Partes circuli ex obliquo aſpectu proiecti ad primitiuum circulum reducere.* 604.

108. *Data obliqua proiectura, primitiui circuli obliquitatem ſitúmque in ſphæra deſignare.* 605.

109. *Data circuli nõ maximi directa proiectura, locũ eius in ſphæra adinuenire.* 607.

STEREOGRAPHICA SPHÆRÆ DESCRIPTIO

Oculo in communi ſectione Horizontis & Æquatoris conſtituto.

110. *Vtrumque Colurum plano ſtereographicè inſcribere.* 609.

111. *Æquatorem, Tropicoſq; & Polares circulos in planum conycere.* 610.

112. *Eclipticam deſignare, ipſamq; in ſigna & gradus diſtribuere.* 611.

113. *Parallelos circulos Æquatori Tropiciſq; adiungere.* 611.

Decli-

114. *Declinationum ac latitudinum circulos stereographicè repræsentare.* 612.
115. *Horizontem ad datam Poli altitudinem in plano exhibere.* 612.
CONSECTARIVM.
Latitudinem solis ortiuam occiduamq; inuestigare. 613.
116. *Circulos altitudinum describere.* 613.
117. *Crepusculi limitem definire.* 614.
CONSECTARIVM I.
Crepusculi magnitudinem in vtraque sphæra, recta scilicet & obliqua, omni anni tempore dimetiri. 614.
CONSECTARIVM II.
Qua hora crepuscula incipiant ac desinant, ex proiecturis inuestigare. 616.
118. *Verticales circulos in planum profundere.* 617.
CONSECTARIVM.
Proprium stellæ locum in proiecta sphæra demonstrare. 618.
119. *Meridianum ceterosq; Horarios circulos, qui à meridie vel media nocte horas auspicantur, decircinare.* 618.
CONSECTARIVM I.
Hinc quouis in plano Horolabium describere. 618.
CONSECTARIVM II.
Horam ortus & occasus solis indagare, & dici noctisq; quantitatem metiri. 619.
CONSECTARIVM III.
Cognita solis altitudine, locoq; in Zodiaco, horam edicere. 620.
CONSECTARIVM IV.
Ex hora locoq; solis in Zodiaco altitudinem venari. 621.
CONSECTARIVM V.
Perspecta altitudine, horaq;, locum solis in Signifero ostendere. 621.
120. *Horarios illos circulos in planũ proïcere, qui ab Horizonte horarũ seriẽ ducũt.* 621.
121. *Cælestium domorũ terminos ponere.* 623.
122. *Positionum circulos constituere.* 623.
STEREOGRAPHICA
SPHÆRÆ TRANSFVSIO
Oculo in altero Polorum constituto.
123. *Eos qui in sphæra mobili sunt circulos stereographicè explanare, oculo in antarctico Polo constituto.* 624.
124. *Ex eadẽ oculi constitutione horarios circulos stereographicè in planum transcribere.* 628.
STEREOGRAPHICA
SPHÆRÆ EXPLANATIO
Ex vario oculi situ.
125. *Sphæræ mobilis circulos, Horariosq; ex obliquo aspectu in plano designare.* 630.
126. *Oculo in vertice constituto, Horizontem, eiusq; parallelos, & verticales ac cælestium domorum positionumq; circulos in planũ stereographicè consignare.* 633.
127. *Visu in Horizontis & Meridiani communi intersectione collocato, cælestium domorum & positionum circulos stereographicè in planum proïcere.* 634.
128. *Ex obliquo aspectu Horizontẽ, eiusq; parallelos, itẽ verticales, & cælestiũ domorum ac positionũ circulos proïcere.* 635.
129. *Omnes sphæræ circulos in vnum schema conscribere.* 636.
DE SCENOGRAPHICE
TERTIO PROIECTIONIS GENERE
Ex iusto oculi interuallo.
130. *Rectæ omnes lineæ ad punctum tabulæ primarium contendunt.* 643.
131. *Lineæ transuersæ, & perpendiculares, & quæcumque demum rectas ad normam secant, in parallelas tabulæ lineas transumptæ incidunt.* 644.
CONSECTARIVM.
Lineæ omnes libra perpendiculoq; expensæ, eumdem situm proiectæ retinẽt. 645.
132. *Apparẽtium in tabula parallelarum interualla secundùm datum aspectum contrahere.* 646.
CONSECTARIVM.
Vt datæ transuersæ lineæ distantia à vidente, ad eiusdem à tabula distantiam; ita oculi altitudo ad transuersæ sublimitatem in tabula apparentem. 646.
133. *Fieri potest, vt non parallelæ rectæ lineæ in parallelas tabulæ lineas transcribãtur.* 647
134. *Locum oculo designare, vnde non parallelæ datæ rectæ lineæ parallelis tabulæ lineis aspectu respondeant.* 648.
135. *Parallelæ omnes lineæ quæ rectas obliquè secant, tabula exceptæ in vnum aliquod idemq; punctum concurrunt.* 648.
136. *Quæ rectas obliquè secãt parallelæ lineæ in tabulam transcriptæ eo loci concurrunt, vbi radius opticus primitiuus parallelis æquidistãs tabulã inuadit.* 650.
137. *Cùm proiectæ parallelæ lineæ in vnum aliquod punctũ coëunt, punctum concursus & oculus à plano in quo primitiuæ parallelæ existunt, æquè distant.* 651.
138. *Parallelæ omnes lineæ quæ in vno plano ad varias partes ducuntur, si rectas obliquè secent, in vna etiam eademq; linea concursuũ loca nanciscũtur.* 651.
139. *Quæ obliquioribus angulis rectas intersecant parallelæ lineæ, propiùs puncto primario in tabulam transumptæ congrediuntur.* 652.
CONSECTARIVM I.
Dato oculo, punctum in tabula inuenire,
in

in quod propositæ parallelæ secundùm aspectum conueniunt. 652.

CONSECTARIVM II.

Si data recta linea producta tabulam secet, & à loco sectionis ad punctum concurrentium parallelarum recta ducatur; in hac necesse est datam rectam lineam apparere. 653.

140. *Quæcumque in aduersis sunt planis, eadem proportione in tabula describuntur, quam in rebus ipsis habent.* 653.

141. *Obliquæ parallelæ, quæ in plano horizontali existunt, ad puncta horozõtalis lineæ in tabula designatæ contẽdunt.* 655

142. *Quæcumque in directis planis sunt obliquæ parallelæ lineæ, projectæ in tabulam ad primariam perpendicularem porriguntur.* 656.

143. *Parallelæ obliquæ lineæ, quæ è planis in latera inclinatis transcribuntur, ad eam lineam concurrunt, quæ in primario puncto Horizontis proiecturam obliquè secat.* 656.

144. *Lineæ obliquæ parallelæ à planis in anteriorem vel posteriorem partem inclinatis, ad lineam horizontali lineæ parallelam destinantur.* 657.

145. *A planis declinantibus transumptæ in tabulam obliquæ parallelæ ad puncta lineæ, quæ primariæ perpendiculari æquidistet, congrediuntur.* 657.

146. *Si linea quæpiam horizontalem lineam extra punctum primarium obliquè secet, ad eam parallelæ plani inclinantis simul & declinantis conuenient.* 657.

147. *Si perpendicularis primaria extra primarium punctum linea quapiam obliquè secetur, hæc puncta omnia concurrentium in tabula parallelarum plani in vtramque partẽ inclinati excipiet.* 658

148. *Fieri potest vt oculo transmutato eædem æquidistantes lineæ iisdem tabulæ proiecturis secundùm aspectum respondeant.* 658.

149. *Datas quascumque directas lineas in tabulam traducere.* 660.

150 *Transuersas, ac perpendiculares, easq; omnes quæ in directas normaliter incidunt, in tabulam consignare.* 660.

151. *Datam obliquam lineam, quæ tabulæ parallela non sit, scenographicè transcribere.* 662.

152. *Datam rectilineam figuram dato oculo in tabula repræsentare.* 663.

153. *Apparens in tabula signum dato oculo ad primitiuum signum reuocare.* 667.

154. *Si datum sit in tabula punctum apparens, eiusq; in plano prototypum, ex oculi distantia altitudinẽ, & contrà ex distantia ipsius sublimitatem explorare.* 668.

155. *Dato oculo, inscriptaq; tabulæ rectalinea, aliam ei rectam lineam adiungere, quæ angulum cum ea efficiat dato angulo repræsentatione æqualem.* 668.

156. *Datum circulum in obiecta tabula scenographicè repræsentare.* 669.

157. *Data oculi distantia, altitudinẽ ipsius definire, è qua datus in plano circulus in circulũ scenographicè proiiciatur.* 670.

158. *Data oculi altitudine distantiam inuenire, vnde datus in plano circulus circuli instar in tabula appareat.* 671.

159. *Datũ Prisma octogonas habens bases secundùm datã oculi constitutionẽ scenographicè in tabulam transcribere.* 672.

DE VMBRARVM SCENOGRAPHICIS PROIECTVRIS.

160. *Figura plana in subiectum parallelũ planũ similem sibi vmbrã profundit.* 674.

161. *Possibile est à figura non æquilatera in planum non parallelum vmbram proiici æquilateram.* 674.

162. *Circuli vmbra plano obliquo excepta est vel Circulus, vel Ellipsis, vel Parabola, vel Hyperbole.* 675.

163. *Dato lumine, vmbrã pyramidis, cuius basis in subiecto sit plano, inuestigare.* 675

164 *Dato lumine, profusam à cono recto vmbram in subiecto plano definire.* 676.

165. *Dato lumine, recti Prismatis vmbram in subiecto plano inuenire.* 676.

166. *Dato lumine, datoq; cylindro recto, cuius basis in subiecto sit plano, eum plani locum, in quam vmbra cylindri incidit, determinare.* 677.

167. *Dato lumine, vmbrã obliqui coni reperire, cuius basis in subiecto sit plano.* 677.

168. *Lumine dato, profusam ab obliquo cylindro vmbram in subiecto plano designare.* 678.

169. *Dato lumine, corporis in sublimi pendentis vmbram in plano describere.* 679.

170. *Sphæræ vmbram, dato lumine, in planum consignare.* 679.

171. *Dato lumine, datoq; cylindro recto, vmbram à basis ambitu profusam, cauæ cylindri superficiei inscribere.* 680.

172. *Dato lumine, profusam ab hemisphærij ambitu vmbram in caua ipsius superficie adnotare.* 681.

DE SCENIS. 682.

FRAN-

FRANCISCI AGVILONII
E SOCIETATE IESV

OPTICORVM LIBER PRIMVS

DE ORGANO, OBIECTO, NATVRAQ. VISVS.



ARGVMENTVM.

VISVS *contemplatio tametsi ad naturalis philosophi institutum propriè spectet, cuius est de animæ instrumentis, ac facultatibus, functionibusque ex naturæ principiis disputare; tamen quia permulta in hac Optices scientia occurrunt, quorum causa vel ab organo, vel ab obiecto, vel à natura visus peti debet, non alienum à proposita materia fore existimaui, de his primum hunc librum inscribere: medicorum exemplo, qui dum morbos partium enumerare instituunt, priùs partes ipsas corporis describunt, sine quarum prænotione morborum definitiones, principia, causæ atque symptomata solidè cognosci nequeunt. Igitur singula eodem*

quo antè proposita sunt ordine, diuina aspirante gratia prosequemur, sumendo ini- A
tium ab organo: cuius primò quidem partes, deinde singularum vsum functio-
nemque exponemus, ea plurimùm vtentes demonstrandi ratione, quæ vel ab intima
naturæ proprietate, vel ab experientia, vel à sectionis administratione desumitur;
quorum auctoritas, siquis rectè æstimet, in re præsenti præcipuum momentum habet.
Proprietas enim, cuiusque rei naturam per se ostendit. Dissectio verò, tum ea quæ ocu-
lis insunt, manifestat; tum in actionis facultatisque notitiam deducit. Experientia
denique prima rerum magistra scientiam in hominibus efficit, Philosopho teste lib. 1. Me- B
taph. c. 1. imperitia verò, vt rectè Polus, casum. Quare verissimè dixit Plinius
lib. 17. c. 3. optimè experimentis credi. Est enim experientia quiddam scientiæ simile,
ad plurimarum rerum exactam cognitionem apprimè necessaria. Nam vt Aristot. scri-
bit lib. 10. Ethicor. c. 9. qui rempublicam gerunt experientia potiùs quàm mente id faciunt, & medici non ex libris *sed ab experientia* fiunt. *Itaque*
quod & gratius & vtilius fore putauimus, hispidas illas demonstrationum formas,
quæ singulariis fiunt litteris, pluribus in locis consulto prætermisimus, ab ipsius potiùs C
naturæ intimo recessu propriisque principiis, quàm ex alieno penu veritates eliciendas
esse rati, vt vnà cum effectu etiam causa perspecta habeatur.

DE ORGANO VISVS.

PROPOSITIO I. THEOREMA.

Septem tunicæ oculum constituunt, humores D
tres intus complexæ.



OCVLI, pars corporis pretiosissima, tamquam speculatores altissimum locum obtinent; vnde eminus, quæcumque nocitura aut profutura sunt, prospiciunt. Tunicis septenis ac ternis humoribus constant. Musculis porrò exceptis, vti & pericranio, pinguedine, glandulis, palpebris, tarsis, ciliis, ac supercilliis, quas rectè externas oculi partes appellaueris.

Prima tunica (*Adnatam* vocant) maiorem oculi partem contegit, atque ex pericranio originem ducit. Altera *Cornea* E
huic proximè adhæresçit, in anteriore oculi parte conspicua, & vitri more pellucida. Hæc à *Sclerode*, quæ adnatæ subest; vtraque verò à dura meninge proficiscitur, qua etiam durior est, vniuersumque oculum vndique cingit.

Sub cornea tunica primus humor *Aqueus* concluditur, qui & *Albugineus*. Hic quarta tunica *Vuea* subtus coërcetur, sic vt in anteriore parte, vbi in planitiem subsidit, pertusa sit exiguo foramine, quod *Pupilla* nuncupatur, per quod rerum spectra intromittuntur. Nascitur autem hæc tunica à *Choroide*, & vtraque à tenui meninge, corneâ multò subtilior, intus omnino nigra, exteriùs sæpè subuiridis, quandoque glauca, interdum cæsia. Pupillæ, facultas Sphincteris inest; qua dilatari possit atque constringi, non pro F
arbitratu, sed cùm necessitas impellit. In tenebris longè maximè dilatatur, vt rerum visibilium formas vberiùs admittat; coarctatur verò ad intensum lumen, ne eius affluentia lædatur.

Choroidem intus *Retina* tunica maiore parte succingit, à cerebro profecta, eaq; subtilissima. Retina *Araneam* tunicam progignit omnium tenuissimam, quæ Choroidis cauum intersepit, *Crystallinumq; humorem* circumcircà complectitur. Hanc inter & vueam breui spatio albugineus humor continetur, cum illo, quem inter vueam & corneam esse diximus, communis, ita vt distinctis sedibus vnus idemq; humor discretus solo pupillæ hiatu sibi cohæreat.

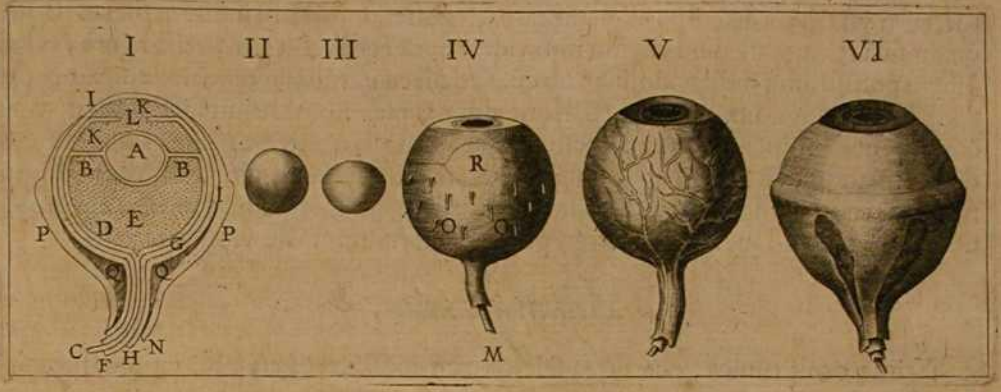
Subtus

A Subtus, quod reliquum eſt ſpatium *vitreo* humore completur, cui cryſtallinus ſeu glacialis humor ſtabilis conſtanſque innatat, non vt quidam voluere ſphærulæ inſtar propria mole conſiſtens; ſed tunica, quam araneam diximus, arctiſſimè coërcitus. Poſitus autem eſt is non in vitrei medio, ſed parte eius priore pupillæ obiectus, membrana illa, quæ velut diaphragma vitreum humorem ab albugineo diſcriminat, complexus.

Eſt porrò glacialis humor non perfectè ſphæricus, ſed parte anteriore aliquantò compreſſior ad inſtar lentis. Alitur per venas à cerebro cum aranea tunica deriuatas.

Hæc quæ de oculorum ſtructura breuiter dicta ſunt, vt illuſtriora euadant, hac tabella explicatiùs ſpectanda proponimus. In qua ea quæ primo loco ponitur figura,

B



C

ſectionem oculi exhibet, quæ per pupillæ, glacialiſq; humoris, ac nerui optici centra tranſit, vniuerſaſq; oculi partes vno aſpectu repræſentat. A quidem glacialem humorem, B araneam membranam, quam retinæ ſobolem eſſe diximus, glaciali humori obductam, C neruum opticum, D retinam tunicam, ex neruo optico progenitam, E vitreum humorem, F tenuis meningis portionem, G choroidem tunicam, quam tenuis cerebri membrana, ſeu pia mater gignit, H duræ meningis portionem, vnde

D I ſclerodes & cornea tunicæ originem habent, K humorem aqueum, L pupillam, qua vuea pertunditur, P muſculos oculum mouentes, Q pinguedinem, qua muſculorum caua opplentur.

Secunda figura glacialis humoris formam continet, qua is ab anteriori oculi parte conſpicitur, detractis tunicis, quibus obtegitur.

Tertia figura, eumdem cryſtallinum humorem à latere viſendum proponit.

Quarta externam choroidis tunicæ ſuperficiem demonſtrat, vt ex latere cernitur; è cuius ima parte nerui optici portiuncula eminet littera M ſignata, N pupilla eſt, O venarum arteriarumque præſegmina, à dura oculi tunica in vueam pertinentium, R cryſtallini humoris ſedes eſt.

E Quinta figura corneæ tunicæ lateralem faciem exprimit, venis arteriiſq; perfuſam.

Sexta totius oculi formam à latere conſpicuam præbet, cum adnata tunica, ac muſculis oculum cientibus, quos interiecta pinguedo fulcit, vti ſuprà eſt commemoratum.

Hactenus ſuccinctam habes enumerationem partium, è quibus totius oculi fabrica conſurgit: nunc ſingulæ paulò accuratiùs ſunt enucleandæ. Nulla enim ſuperuacanea, nullaque ad perfectam viſionem non neceſſaria cenſeri debet.

F

Tunicarum numerus.

ATque in primis de numero tunicarum non vna eſt omnium ſententia. Nam alij ſeptem, quidam ſex, nonnulli quinque, alij quatuor, ſunt qui tres, & qui duas ponant. Septem hæ numerantur, adnata, cornea, vuea, aranea, ſclerodes, choroides, retina. Qui pauciores cenſent, ex his alij alias prætermittunt. Sed re ſalua atque integra ſolis certant nominibus. Nam aliqui adnatam inter externas oculi partes connumerant, & ſex dumtaxat reliquas proprie oculo tribui volunt. Rurſus cornea & ſclerodes vt verè vna eſt continuataque ſubſtantia, ita vno tantùm corneæ nomine à multis nuncupatur: ſic & vuea cum choroide, & aranea cum retina continuatione ſubſtantiæ vnitatem obtinent; tamen quia officiis, figura, ac ſitu diſcrepant, vt & cornea à ſclerode, vſus loquendi,

atque intelligentiæ ratio diuersam in iis nomenclaturam postulat, ne sub vno nomine A vna pro altera accipiatur.

Neque verò eæ solùm partes, quæcumque sibi quantitate cohærent, vno nomine designantur: sed eæ omnes, quas vel ob peculiarem in corpore situm, vel ob insignem figuram, vel ob proprium munus functionemq; sæpè vsuvenit nominare; ne sub vno nomine, nunc vna nunc alia pars intelligatur, totaq; doctrinæ ratio pessum eat. Et sanè si quantitatis vnitas vnum nomen obtineat, nec aranea, nec retina, nec neruus opticus, sed cerebrum solùm nominari oporteret: siquidem hæc omnia vna quantitas copulat. Rursus neque ragoides, neque choroides, sed pia tantùm mater: imò verò nec caput, nec venter, nec manus, nec pes; sed omnia vnico corporis humani nomine appellaren- B tur, cùm vna sit totius corporis quantitas, quæ partes omnes sibi inuicem sociat. Quod quàm sit à ratione alienum, nemo non videt. Sunt ergo vel à situ, vel à figura, vel ab officiis potissimùm indita nomina: ob quas etiam causas consentaneum iudicamus partes illas distinctis nominibus appellari, ne dum sæpiùs nominantur, identitas nominis confusionem inducat. Quare septem numero tunicas, quæ tribus humoribus coërcendis opitulantur, vti situ, figurâ, atque officiis, ita propriis nominibus distinctas admittimus, quas modò singulas lubet accuratiùs discutere, ne quidquam, quod ad rem propositam faciat, quódque iure desiderari possit, prætermissum esse videatur.

Adnata tunica. C

EXtima oculi tunica, quæ supra sclerotícam consistit, & aspectui cum cornea sese offert, à pericranio porrigitur, totumq; exteriùs oculum ad corneam vsque inuestit; quo loco in eam inseritur, atque ei in orbem adnectitur. Hæc alligat firmatque oculum, tum ossibus, tum palpebris, tum ceteris tunicis, vt & in sua cauitate contineatur, & liberè moueri possit. Exteriùs, quà spectabilis est, insignem habet albedinem, quæ ad corneæ ambitum terminatur: posteriori verò parte musculis, glandulis, pinguedineque obuoluitur, vt oculi benigno humore irrigati motui promptiores reddantur. Variis nominibus appellatur, Adnata, Alba, Adhærens, Coniunctiua, ὑπερφυκὼς, quæ vna vox multis Latinis respondet. D

Cornea & Sclerotica.

KEρατοειδὴς, id est cornea, seu cornicularis, aut corniformis tunica, eam dumtaxat significat, quæ ab alba circumscribitur, dura, lenta, densa, diaphana, tenuis, perpolita, ac tensa, cornu laternarum attenuato persimilis.

Dura est, vt incursantibus corpusculis obsistat.
Lenta, ne leui ictu in partes dissiliat.
Densa, ne per eam humor aqueus exsudet.
Diaphana, vt lumini rerumq; formis peruia sit. E
Tenuis, ne exigua eius opacitas luminis partem excludat.
Perpolita ac tersa, ne asperitas transparentiam impediat.
Tensa, ne corrugata asperitatem induat, sicq; eminentiis pariter & cauitatibus exasperata diaphani naturam deperdat.

Hæc eadem adnatæ in circuitu modicè incumbit, forma in primis circulari, tum in medio oculi nonnihil protuberans. Vnde ea maxima consequitur vtilitas, quòd plurimi vndique radij ad pupillam perueniant, ac latiùs visus pateat.

Corneæ ea continuatur tunica, quæ reliquum oculum inuestit, à dura cerebri membrana profecta. Ab insigni duritie, quam ei confert pia mater, appositè Σκληροειδὴς & F Σκληρωτικὴ nuncupatur. Hæc etsi à nonnullis candida dicatur, quòd nonnihil candoris habeat, nec ita, vti cornea, transparens sit; tamen longè diuersa est, ab illa Alba, quæ corneæ continuari videtur. Nam alba à periostio, & à tendinibus musculorum oculos mouentium enascitur, cui ista succumbit, subijciturque dura siue sclerotica nuncupata, quæ corneæ continuatur, atque cum ea vniuersum oculum cingit.

Vsus eius præcipuus isque maximus est, totum oculum, omnesque intus humores, atque imbecilliores tunicas stipare, ne fluxæ, figuram situmve mutent. Insuper propagines venarum arteriarumque suscipit, quas posteà choroidi communicat, vt illarum ope in omnes partes alimentum distribuatur.

A

Vuea & Choroides.

Ραγοειδὴς quasi vuea dicitur ea tunica, quæ acino vuæ detracto pedunculo per similis est: cuius hiatus, qui pupilla nuncupatur, in hominibus quidem semper exactè rotundus est; in plurimis verò animantibus, vt felibus & equis, oblongus, & velut incisio quędam à summo deorsum inflicta, quamuis piscibus nonnullis eius longitudo in latera protendatur. A choroide vuea proficiscitur, atque inter corneam & crystalloidem sita albugineum humorem intersecat, sic vt neque corneam neque crystalloidem attingat. Χοροειδὴς, siue implexa tunica, reliquam partem indicat, quam vuea à tenui meninge
B communem accepit. Vtraque plurimas venarum immissiones suscipit: diceres eas velut in alimenti emporium missas esse. In vtraque etiam maximè conspicua est impensa nigredo, præsertim ex interna facie, quà crystallinum respicit. Estque in primis hic color ad splendorem colligendum vtilis, & vt lux debilis in crystalloide magis conspicua sit; nam lux in obscuro loco magis apparet. Galenus lib. 10. de part. vsu, colorem hunc medicamentosum oculo esse ait; vbi scilicet à vehementi luce praue affectus, ad fuscum hunc spectandum clausis palpebris se conuertit, recreatur, reficitur, atque à molesto occursu egregiè releuatur. Et Cælius Rhodiginus antiquarum lectionum l. 3. c. 28. perituram omnino fuisse rationem videndi arbitratur, ni artificis sapientia post id quod mirè pellucet, nigricans quidpiam appinxisset.

C Quemadmodum vuea cum choroide intus, quà crystallinum spectat, nigra est, ita exterius, quà corneam respicit, diuersicolor apparet. Nam modò atrum, modò fuluum, modò glaucum, modò cæsium, modò alium colorem refert. Vnde is locus, qui spatio illo comprehenditur, quod inter pupillam & album oculi interiacet, *Iris* appellatur. Est enim, inquit Galen. lib. 10. de vsu part. *adeò Iridi similis, vt ne si velis quidem hunc locum aliter quàm Iridem appellare queas*. Hanc colorum diuersitatem, etsi Aristotelis l. 1. histor. animal. c. 10. hominis propriam esse affirmet; tamen in ceteris quoque animantibus eam reperire est. Nam equi nonnulli & canes cæsios oculos habent, quibus tamen plurimum sunt nigri. Non est autem in his ea, quæ in hominibus spectatur, varietas. Infantibus, mirum est oculi Iridem pupulamque ea magnitudine
D adesse, qua adultis, quod & plerisque animantibus vsu venire comperimus. An eam ob causam quòd visus eis ab initio perfectus sit, ideoque & organum absolutum esse oporteat? Sanè licet reliqua pars oculi iusta portione minor sit, hæc tamen quæ potissimùm visioni conducit iustam magnitudinem est adepta. vnde eam videmus totum pænè palpebrarum hiatum occupare. Sunt etiam puerorum oculi statim à partu cæsiusculi; pòst verò mutantur in eam naturam, quæ futura est: cuius rei causa est humiditas & partium teneritudo; quamobrem & cæsaries ipsis primò subalbida, posteà flauescit, ac temporis decursu in atrum transit.

Aranea & Retina.

E Aranea à retina producitur, totumque crystallinum humorem in circuitu inuestit: non verò, vt Galenus, anteriorem tantùm eius partem. Leuissima, tenuissima, densissimaque est, atque egregiè pellucida, telæ aranearum simillima. Vnde ἀραχνοειδὴς nuncupatur. Hæc ita arcte crystallino adhæret, vt rectè eam crystallini superficiem vocaueris, Ruffo auctore: qui eam, ex quorumdam sententia, nec tunicam quidem, sed membranosam quamdam congelationem esse dixit. Tunica tamen est reuerà crystallinique operimentum atque amiculum, quod vndequaque ad vueam vsque expanditur, ac velut interseptum aqueum humorem à vitreo disterminat.

Non differt ab hac, quam nonnulli Ciliarem vocant. Nam hæc ipsa quasdam pro-
F ductiones suscipit ciliorum pilis similes, ita disposítas, vt omnes in vnum velut centrum dirigantur.

Posterior eius pars, quæ vitreum humorem complectitur, Retina dicitur, non quòd in retis modum contexta sit, cùm sit densa ac solida, sed quòd hemisphæricæ peripheriæ figuram referat, quale est quoddam retis genus, quod ex ligneo circulo, cui circùm circà assuitur, dependet, perticaq; affixum, piscibus captandis in aquam mittitur.

Crystallinus humor.

A Transparentia cum quadam albedine, κρυσταλλοειδὴς; à condensatione verò, glacialis nuncupatur. Nam suapte mole consistit, aquam cõgelari cœptam repręsentans. Hæc præstantissima esse videtur oculi pars, & cuius gratia factæ sunt ceteræ, ita vt sin-

gulæ earum aliquam seorsum functionem eius causa nactæ sint, vel vt contineant, vel vt A
foueant, vel vt nutriant, vel vt tueantur, vel vt vires roburque submministrent; vt ex iis, quæ de singulis diximus, liquidò constat.

Crystallini substantia ceteris densior est crassiorque, ac minùs diaphana, præsertim in parte posteriore. Ea sanè de causa, vt lux in ipso commoriatur, ne longiùs progressa, vitreumq; præteruecta, ad retinam redeat, ab eaque ad crystallinum resiliens noua affectione visum perturbet.

Aqueus ac vitreus humor.

CRystallinum humorē aqueus vitreusq; velut molle stratum vtrimque sustinet. Ille B
impensè diaphanus, atque albumini oui simillimus, vnde & albugineus dicitur; hic verò crassior minusque diaphanus, ceu vitrum fusum, vnde nomen ὑαλοειδὴς accepit.

Per albugineum rerum formæ cum lumine infractæ ad pupillæ cauum perueniunt, indeq; ad centrum crystalloidis porriguntur. Vitreum autem post crystalloidem natura collocauit, vt si quid luminis crystallinum prætergressum fuerit in eo hebetetur, ne, vt iam antè dictum est, ab opaco coloratoq; retinæ corpore fœdatum ad crystallinum reflectatur. Ad quod crystallini quoque postica conuexitas, & vitrei amplitudo non mediocriter conducit. Illa enim luminis radios propiùs finiri cogit: hæc verò transmissos absorbet. Cùm ergo eam luminis repercussionem visioni penitus repugnantem natura prospiceret, ita humores forma, magnitudine, diaphanieq; proportione temperauit, vt C
lumen oculum subiens in vitreo humore omnino depereat, ne vltrà, quàm fas est, progredi concedatur.

PROPOSITIO II. THEOREMA.

Oculi à cerebro originem ducunt.

AB anteriore cerebri parte bini hinc inde nerui procedunt, duplici membrana contecti: Optici dicuntur, quòd eam dignoscendi facultatem de- D
ferant, cuius gratia oculi sunt instituti. Hos nonnulli circa medium frontis locum in vnum neruum opticum coire arbitrati sunt, & in progressu iterùm in duos discedere mutato priore situ, sic vt sese decussatim intersecent, & dexter modò sinister sit, & sinister dexter. Sed non ita se res habet: nam ita dumtaxat coniunguntur, vt sese mutuò contingant, latiores tamen in contactu effecti; vnde rursus discedentes, dexter dextrum, sinister sinistrum oculum adit.

In hunc ergo modum, nerui optici à cerebro, velut à communi principio sentiendi facultatem trahentes, in diuersas partes distracti, recta in caua ossium, quibus oculi continentur, traijciuntur; vbi expansi, atque ampliorem molem ab insertis humoribus adepti, varias tunicas constituunt, porriguntque: sic vt oculos neruorū opticorum apo- E
physes rectè possis appellare. Atque in primis intima pars, per quam sentiendi vis spirituq; prosiliunt, à cerebri substantia profecta in retinam atque araneam tunicam desinit: proxima verò interiorque membrana, quam suggerit pia mater, in choroidem & vueam commutatur: extima autem à dura meninge deriuata, tandē finitur in corneam.

Itaque externis dumtaxat oculi partibus exceptis, internæ omnes, quæ ex proprio munere huic functioni deseruiunt, à cerebro eiusque membranis proficiscuntur; quod præter dissectionis experimentum, etiam ratio ipsa luculenter confirmat. Cùm enim cerebrum sit rationis sedes; ratio autem sensus adminiculo indigeat, ex philosophi sententia; fit vt cerebro vim quoque sentiendi inesse existimemus. At cùm neque obiecta F
ad cerebrum, multoq; minùs cerebrum ad obiecta moueri possit, natura sapientissimè neruorum propagines instituit, sentiendi vi præditas, quibus velut brachiis animus externa sensibilia, quæ ad exteriora organa foris appellunt, apprehenderet, atque acceptam ab eis notionem intrò assumeret, inq; cerebrum consignaret.

Duos porrò ad hanc functionem oculos natura cōcessit, triplici potissimùm de causa. Prima, vt vno defuncto superstes alter tam necessario munere perfungatur. Secunda, vt visio à duobus perspicacior eliciatur. Tertia, vt rerum distantias coniuncti percipiant, quas vnus solus non dignoscit. Accedit faciei ornatus, quem etiam naturæ architectum in tam eximia fabrica prospexisse credendum est.

PRO-

A

PROPOSITIO III. THEOREMA.

Oculum ſeptem motibus totidem agitant muſculi.

QVI oculum mouent, ſeptem omnino muſculi numerantur; quatuor recti, qui ſurſum, deorſum, dextrorſum, ſiniſtrorſum mouent; duo obliquè poſiti illum circumagunt; ſeptimus opticus obtutum defigit. Omnes ab exiguo, ſed carnoſo principio originem trahunt, plurima obducti pin-
B guedine, glanduliſque ſuffulti. Muſculi recti admodum lati ſunt, & velut quædam oculi inuolucra, ſuntq; iidem circa oculum latiores, verſus principium verò exiliores; vt ſimul omnes ſuo principio iuncti pyramidem turbinatamque figuram referre videantur. Muſculus item ſuperior inferiore maior eſt, quia validiore motu opus eſt ad attollendum, quàm ad deprimendum, cùm grauia quæque, niſi contineantur, ſponte decidant.

Eam actionem, qua obtutus defigitur, nonnulli à rectis muſculis ſimul omnibus agentibus fieri volunt, vt alio muſculo opus non ſit, qui oculum defixum teneat. ita circularem motionem, ab iiſdem muſculis viciſſim laxatis ac tenſis, quidam perfici aſſerunt. At cùm præter quatuor rectos, tres inſuper alij reperiantur, quibus iam dictæ
C actiones conueniant, neceſſum eſt has illis functiones tribuere, ne in ſuperfluis abundaſſe naturam temerè affirmemus. Præterea hos muſculos, dum aliorum actionem iuuant, vel ſuſcipiunt, vtiliſſimos eſſe concedendum eſt; vt à continuo labore feſſi, alterna requie perfruantur.

Antrorſum retrorſumque moueri oculus nequit: ſed eius defectum ſupplet motus animalis progreſſiuus. Cum enim momento temporis obiecta ad viſum perueniant, non eſt cur viſus ad obiecta ferri debeat; quare motus antrorſum inutilis viſui cenſeri debet: ſi verò obiecta aliqua longiùs diſſita ſint; quàm vt ad viſum peruenire poſſint, ſatius eſt vt eò corpus progrediatur, cùm oculos tanto ſpatio extra corpus efferri ſit impoſſibile. eſtq; omnino æquitati conſonum, vt quemadmodum oculus in multis cor-
D pori, ita viciſſim corpus in paucis oculo inſeruiat.

Quamobrem oculos in anteriore capitis parte rectè à natura conſtitutos fuiſſe ait Simon Portius lib. de coloribus oculorum cap. 2. eam ob cauſam, quòd motus progreſſiuus animalis in anteriorem partem fiat: *Eò enim*, inquit, *oculi ſpectare debuerunt, quò motus agitur.* & Sapiens monet Prouerb. 4. *Oculi tui recta videant, & palpebræ tuæ præcedant greſſus tuos.* Quam ob cauſam hominum oculi minimo quoque diſtant interuallo proportione magnitudinis, & ceterorum animalium reſpectu. Quæ verò in poſteriorem partem deflectunt, limis oculis cernuntur; quorum defectus à motu capitis ac totius corporis, qui in gyrum fit, ſuppletur.

Sunt animantia nonnulla, quibus emiſſitios oculos natura conceſſit, quos ad arbi-
E trium exerunt, & ad obiecta exporrectos tenent: impendente verò mali periculo, in quaſdam cauitates eos, velut in domos, recipiunt, vbi ab iniuriis tuti conquieſcunt. Sic & limacibus oculos in extremitate cornuum datos aliqui arbitrantur, non ſine probabili coniectura: habent enim in ſummitate productiones quaſdam in ſphæræ modum diductas, atque in eis velut quaſdam oculorum efformationes: aut certè illis à natura cæcis cornua pro baculis ſunt. vnde Plinius lib. 11. natural. hiſt. cap. 37. ita ſcribit: *Cochleis oculorum vicem cornicula bina prætentatu implent?* Nam & in ſingulis manuum digitis depicti oculi cæcitatis ſunt hieroglyphicum, teſte Pierio lib. 33. propterea quòd cæci tentabundi manibus oculorum vice vtantur. Sed motus ille cum breui ſpa-
F tio definiatur, eam tantummodò ob cauſam inſtitutus videtur, quòd hiſce animalibus adeò breuis ſit obtutus, vt nihil videant, niſi quòd oculos pæne contingat.

Exemptitios porrò oculos ſi quis deſideret, ad lunarem regionem proficiſcatur, vbi ſe vidiſſe homines Lucianus commentatur, qui cùm velint exemptos oculos apud ſe ſeruent, donec illis ad viſum egeant, eoſq; cum repoſuerint, videant. Imò & locupletes eſſe quoſdam, qui plures habeant, occultos quidem & reconditos. *Lib. 1. verarum hiſtoriarum.*

Caio principi rigentes oculos fuiſſe ſcribit Plinius loco proximè citato: cuius cauſa fuiſſe videtur in muſculorum concretione, vel in præpedita motrice facultate; vel certè dicendum naturam illi piſcium fuiſſe, quibus plurimum immoti ſunt oculi: quemadmodum Tiberio Cæſari natura fuit cattorum, qui nocte vident.

A

PROPOSITIO IV. THEOREMA.

Cetera externa oculi partes tutelæ gratia sunt institutæ.

EXTERNAE oculi partes duorum sunt generum: vnum musculos comprehendit, &, quæ illos fulcit, pinguedinem, ac glandulas, quæ omnes cum adnata tunica à pericranio proueniunt, & motui oculorum, vti iam dictum est, deseruiunt. Alterum continet frontem, malas, genas, palpebras, tarsos, cilia, & supercilia, quas modò dicimus ad oculi tutamen institutas esse. Nullum enim alterius sensus organum tot externis iniuriis expositum est, B neque ita facilè nocumentum accipit, vti oculus. Quare præter tot tunicas, eaſq; validas ac præduras, quibus cernendi interna facultas velut loricata, externis iniuriis obsistit; alia etiam esse debuere munimenta, quæ oculum ipsum tuerentur.

Quæ oculis continuò occurſant mala hæc sunt, vehemens lumen, fumus, puluiſculi, ictus, & si quid aliud tandem extrinsecus illapsum noxam adferre potest: quibus omnibus occurrit in primis hinc frontis cliuosa protuberatio, malarum inde decens tumor, quibus velut duobus vtrimque propugnaculis oculos natura communiuit, & duplici genarum obtentu tamquam valuis geminis concluſit. Accedit ad hæc salubre palpebrarum tegumen. quo etiam arcetur externus ipse aër, qui oculorum humorem perpetuò exsugit, nisi crebrò palpebrarum motu identidem humectentur. C

Superiore palpebra oculi obteguntur pro arbitrio (nam inferior, præterquam in nonnullis auibus, immobilis est) ne quid obiter incidat, nitidiſſimaque lumina oblimet. Inferior item imbricis in morem lacrymosum humorem excipit, & per angulos emittit. Palpebrarum extrema cilia dicuntur, dura cartilagine ceu toro firmata (tarsos vocant) quibus pili valide inserti sunt aduersus leuiorum incursum. Supercilia pili quoque sunt supra oculum constituti. qui velut *geminæ sepes* (inquit D. Ambr. lib. 6. hexameron cap. 9.) *oculis munimenta prætendunt, prætexunt gratiam: vt & venustas decoris arrideat, & diligentia protectionis assistat. Si quid enim de capite sordium decidat, aut arenæ puluis, aut ros nebulæ, aut humescentis verticis sudor, excipitur supercilio, ne teneras offensa acie visiones mollium perturbet oculorum.* His igitur ac tot muniti præsidiis oculorum orbes, ab omni externa iniuria tuti naturæ beneficio effecti sunt. D

Verùm cùm tot mala oculis continuò impendeant, diceret fortasse aliquis satius esse eum perpetuò tectum esse, quemadmodum in somnis. At cùm hoc nil aliud sit, quàm perpetuas illi tenebras offundere, omnemque eius vsum de medio tollere, prouidentissima natura mirabili quodam modo vtrique prospexit, vt scilicet perfectus videndi actus cum custodia habeatur, & neque à videndo, neque à protegendo oculus reuocetur. Id quod per celeritatem & crebritatem motus palpebrarum factum est. Nam quòd continuo tempore natura non potuit, id celeritate & crebritate compensauit: vt quamuis vicissim nunc pateat, nunc occludatur oculus; numquam tamen perennis visio, quantum postulat necessitas, intermittatur. Quamobrem tenuissimæ illæ effectæ sunt, ne E moles celeritati officiat.

Quemadmodum ad comminationem nictare est naturale, quòd palpebrarum motum aduersus incursantia mala natura concesserit, ita quibus id moris est, vt nictare non cessent, hi pauidiores iudicantur, Plinio auctore l. 11. nat. hist. c. 37. Vbi & hoc adiungit: In Caij Principis ludo xx. gladiatorum paria fuisse, atque in iis duos omnino, qui contra cõminationem aliquam non conniuerent, & ob id inuictos. Tantæ hoc difficultatis est homini, tantum verò potuit aspectus constantia vsu atque animo corroborata.

In somnis clauduntur lumina, tum quia nulla eo tempore occurrit videndi necessitas, tum quia arbitrium deest aperiendi claudendiq; cùm lubet. Sunt tamen, vti lepores, ita & F homines λαγόφθαλμοι qui apertis oculis dormiunt (quod Corybantiam Græci nominant) nil tamẽ tunc vident, quòd facultas sit consopita. Ex vitio id etiam accidit, cùm superior palpebra non satis deprimitur, ac tum præcipuè, cùm & inferior Ectropia laborat.

Pisces palpebris destituti, quia eo loco naturaliter degunt, vbi perpetuo humore illorum oculi proluuntur, & vbi nec fumus, nec puluis, nec vehemẽs lumen, nec, quod præcipuum censeri debet, exsiccans aër, nec aliud quidquam occurſat mali. Quare eis aqua pro palpebris est aduersus externas iniurias circumfusa. Crustacea etiam testaceaq; non claudunt lumina, nec palpebras habent; hæc proinde oculos nacta sunt præduros, qui nec atteri, nec transfodi facilè possint, vt sunt cancri, aliaque animalia quamplurima.

PRO-

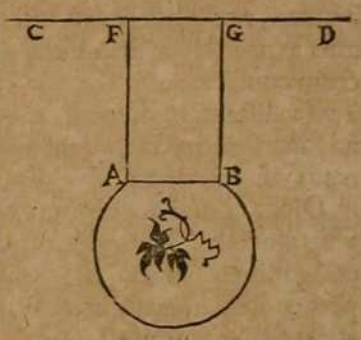
A

PROPOSITIO V. THEOREMA.

Visus organum sphæricum esse conuenit.

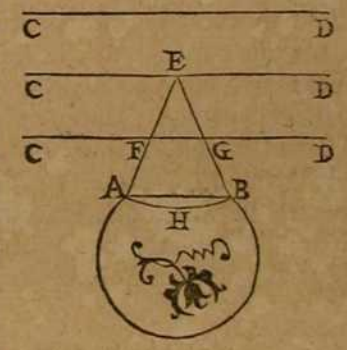
SCRIPTORES quidam Optices ex necessariis concludere se arbitrantur, oculi figuram non aliam quàm sphæricam esse oportere, quia si alia esset, capiendis rerum magnitudinibus minùs foret idoneus. Id quod in hunc modum ex geometricę principiis demõstrare nituntur: Si superficies visus plana esset, non maius obiectum cõprehenderet, quàm esset magna
B ipsa oculi superficies per quam rerũ formæ intromittuntur. nam breuissimis lineis visionem fieri necesse est, vt, quoad fieri potest, obiecta ad oculum propiùs accedant. At omnium, quæ à puncto quopiam ad planam superficiem ducuntur, linearum breuissima est perpendicularis, per 21. lib. 1. Vitell. Igitur nullum maius obiectum videri poterit, quàm quod intra perpendiculares à circumferentia superficiei visus ductas comprehenditur.

Vt si plana visus superficies sit AB, & res visibilis CD, ita constituta, vt superficiei visus sit parallela: ex punctis verò A & B, quæ in circumferentia visus existunt, perpendiculares excitentur AF, BG, quæ æquales inter se erunt per 25. primi Vitell. Palàm igitur est,
C non maiorem partem obiecti CD conspici, quàm sit FG: sed FG, & AB, cùm æquales & parallelas connectant, nempe AF, & BG, erunt per 33. primi Euclid. & ipsæ inter se æquales. Non igitur comprehendet visus ex obiecto CD maiorem partem, quàm FG sibi æqualem, quod probandum erat.

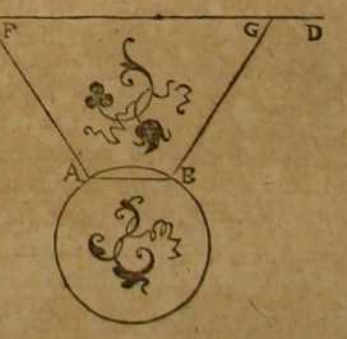


Simili demonstrandi forma probari poterit organum visus multò minùs concauum esse posse. Nam eo dato visus breuissimo spatio terminaretur. Vnde fieret, vt vel nullam obiecti partem attingeret, vel punctum dumtaxat, aut partem aliquam sua omnino superficie minorem conspiceret.

D Vt si visus superficies sit AHB, res visibilis CD, ex A verò, & B perpendiculares superficiei visus euocentur AE, & BE; has concurrere necesse est in idem aliquod punctum, quod sit centrum arcus per A & B descripti. Nam si A & B connectantur per rectam AB, erit rectilineus angulus BAE minor recto, cùm mixtus ex recta & curua linea HAE rectus sit, & quouis rectilineo intra ipsum contento maior per 16. lib. 3. Euclid. Similiter & angulus ABE rectilineus minor est recto, eamdem ob causam. Ergo per 11. communem notio-
E nem Euclid. rectæ AE & BE concurrent. Hoc punctum concurrentium linearum, si in obiecti superficiem incidat, hoc solùm visus comprehendet; si verò citra obiectum consistat, nullam eius partem oculus conspiciet, cùm totum obiectum virtutis sphæram excedat. Si denique radiorum concursus vltra obiectum procurrat, eam dumtaxat eius partem visus complectetur, quam radij intercipient, puta FG. hæc verò superficie visus minor est.

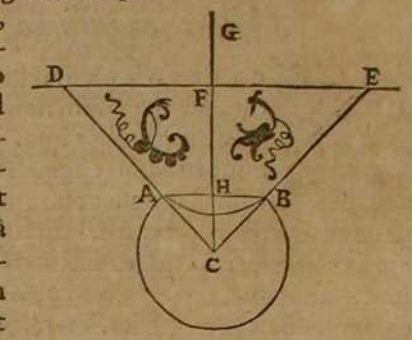


Cùm igitur neque plana, nequeconcaua esse queat visus superficies, reliquum est, vt conuexam, seu sphæricam eam esse dicamus. Sic enim
F maiora se oculus conspiciet, vt adiuncta figura manifestè ostendit. Nam si AB ponatur superficies visus conuexa, atque ab eius extremitatibus perpendiculares ducantur AF & BG; eæ ab obiecto CD, intercipient portionem FG, vtique maiorem, quàm sit AB visus superficies.



Hæ quibusdam necessariæ videntur demonstrationes. Sunt autem insignes paralogismi, falso nitẽtes principio. Quod enim initio assumptum fuit, visionem breuissimis lineis fieri oportere, vt eo propiùs obiecta ad oculos accedant,

dant, futile omnino est. Nam tum per longissimas, tum per breuissimas lineas visio ce- A
lebratur; etsi non æquè clarè & manifestè per longiores, ac per breuiores.



Sit enim in primis superficies visus plana AB, centrum autem visus C, in quod radij optici terminantur, resque visibilis DE: quid obstat, quo minùs D & E perspicuè videantur, cùm ex eis ad centrum visus radij visuales pertineant? Dices obstare radiorum longitudinem; quòd scilicet longiùs distent D & E à visus superficie, quàm distet punctum F terminans perpendicularem HF à superficie visus excitatam: visiones autem fieri lineis breuissimis debere. Respondeo distantiam minimè obstare. Producatur enim HF in G, vt sit HG multò quàm AD, vel BE longior. Quæro B
an punctum G sub aspectum cadat, nec ne? Inficiari absurdum est, cùm sit in perpendiculari, nec sphæram actiuitatis opticæ excedat: admittere autem absurdius, cùm longiùs à superficie visus distet, quàm D aut E, quæ hanc solam ob causam extra conspectum consistere affirmantur. Haud igitur visioni obest radiorum longitudo, aut rerum à visu distantia, dummodò intra actiuitatis ambitum contineantur, liceatque ab illis, ad superficiem visus, qualiscumque tandem illa sit, rectam lineam ducere, quæ ad cen- C
trum visus pertingat.

Dices obesse angulorum obliquitatem, quos radij DC & EC cum AB superficie visus efficiunt. Dicendum eam obliquitatem, hoc quidem efficere vt minùs distinctè ac manifestè puncta D & E videantur, quàm punctum F, aut punctum G, quæ in perpendiculari existunt, & oculi robustissimam aciem terminant: at vt omnino aspectum fugiant, nihil est, quod persuadeat, cùm ex eis ad centrum visus per planam licet eius superficiem radij possint peruenire.

Sit deinde caua ipsius visus superficies, ceteraq; omnia eodem modo reposita quo suprà, rursus ostendentur puncta D & E organum visus afficere posse, ac proinde ab eo conspici, quòd ab eis ad centrum visus, per cauam etiam superficiem radij optici access- D
sum habeant. Hoc tamen fateri oportet numquam tam latè posse patere aspectum, si plana aut concaua sit eius superficies, quàm si conuexa. Ideoque beneficum naturæ auctorem hanc ei potiùs figuram tribuisse.

Reliquam verò, eamque maximam oculi partem, globosam etiam fieri rationi consentaneum fuit. Primò, quia ea figura omnium isoperimetratum longè capacissima est. Secundò, quia continendis humidis corporibus aptissima. Sic enim videmus molles vtres humore distentos omni ex parte sphæricam figuram affectare. Tertiò, cùm ea figura nullum habeat prominentem angulum, minimè omnium læsioni obnoxia est. Quartò, denique quia motui, qui in loco fit, omnium maximè est accommodata.

E

PROPOSITIO VI. THEOREMA.

Glacialis humor non est exactè sphæricus, neque in oculi medio constitutus.

AD formam porrò quod attinet situmque glacialis humoris, numquam satis mirari potui, qui factum sit, vt in parte tam principali, tanta opinionum discrepantia inter tam expertos iuxtà ac doctos viros existeret. Ga- F
lenus enim, eorum qui in humani corporis cura versati fuere facilè princeps, figuram ex vtraque parte compressiorem, ac situm in medio oculi ponit. Hunc per omnia secutus est Andreas Vesalius, multique alij: plures verò, qui alterum tantum admiserunt, aut situm medium cum figura sphærica, aut figuram vtrimque pressam cum situ in anteriora proiecto. quibus studio prætermissis,

Nobis cum doctissimo Ioanne Farnelio, accuratissimoq; Hieronymo Fabricio, placet forma anterior compressa lentis in morem, posterior verò magis sphærica, ac situs pupillæ obiectus. Adstipulantur Alhazen & Vitello clarissimi Optici. Hic enim lib. 3. prop. 4. ille verò lib. 1. numero 4. disertè asserunt, anteriorem glacialis superficiem non-

nihil

A nihil compreſſam eſſe, maioriſq; ſphæræ portionem eſſe, quàm ſit pars poſterior. Rurſus ex propoſit. 7. & 11. lib. 3. Vitellonis: & ex 10. & 11. numero lib. 1. Alhazenis facile colligitur, glacialem humorem nõ in medio oculi, ſed ad anteriorem partem ſitum eſſe.

Accedit omnium ferè peritiorum anatomicorum experientia: ac rem ita ſe habere nullo negotio deprehendet, cuicumque lubebit ſectione periculum facere.

Cur autem non ſit effectus abſolutè ſphæricus (eſto, ea figura naturæ ſit amiciſſima) rationem hanc dat Galenus lib. 10. de vſu part. quia alioquin, *in violento ac vehementi motu, aut plaga, quæ oculo nonnumquam accidunt, in periculum fuiſſet adductus, ne ex vitreo humore exturbaretur.* Fuit etiam conuenientiſſimum, vt non in oculi totius me-

B dio collocaretur, ſed potiùs in anteriori parte, vt pupillæ obiectus, eâ tamquam feneſtellâ rerum imagines latiùs vndique patentiuſque exciperet.

PROPOSITIO VII. THEOREMA.

Oculus totus, & cornea ſuperficies, cryſtallinuſq; humor, centris differunt.

C VITTELLO Optices lib. 3. prop. 7. atque Alhazen lib. 1. numero 12. demonſtrare ſe arbitrantur idem eſſe dictarum ſuperficierum centrum. Ratiocinatio ipſorum in ſummam collecta hæc eſt: Si centris differrent (per 75. prop. lib. 1. Vitell.) vna dumtaxat recta linea duci poſſet à re viſa normaliter in vtramque, corneæ ſcilicet tunicæ & cryſtallini humoris ſuperficiem incidens, per quam ſolum punctum rei viſæ diſtinctè comprehenderetur: ceteræ verò obiecti partes, perturbatè, atque à propriis ſedibus diſtractæ, ſine ordine ſituque ac tumultuariè in oculum incurrerent, quòd videlicet ab illis ad ſuperficiem corneæ orthogonaliter ductæ rectæ lineæ non etiam in ſuperficiem glacialis humoris perpendiculariter incidant. Id verò cùm manifeſtæ experientiæ aduerſetur, fateri neceſſum eſt, corneæ tunicæ, ſeu oculi totius, & glacialis humoris idem centrum eſſe.

D At Corneæ in primis non idem eſſe centrum ac totius oculi, adeò patens eſt, vt nemo inficiari poſſit. Quis enim alterius oculum intuens non manifeſtè videt corneam ſupra adnatam protuberare, & minoris omnino ſphæræ portionem repræſentare, quàm ſit totius oculi? Quare centrum eius à centro oculi totius diuerſum, & anterius eſſe oportet.

Deinde ſi anteriorem ſuperficiem cryſtallini corneæ ſuperficiei parallelam eſſe conuenit ex Vitellonis & Alhazeni ſententia, idemq; centrum habere; neceſſariò ſequitur huius quoque centrum aliud eſſe à centro totius oculi, ipſoque anterius.

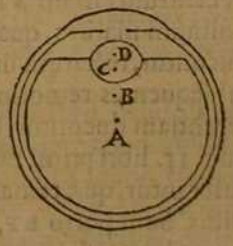
Rurſus cùm ex anatomica ſerie conſtet hanc glacialis ſuperficiem admodum parum depreſſam eſſe, nec multùm à ſphærica figura diſcrepare, conſequens eſt, vt eius centrum, neque cum centro oculi, neque cum corneæ centro conueniat: ſed vtroque ma-

E gis ad anteriorem partem accedat.

Demum cùm poſterior glacialis ſuperficies ſphærica ſit, erit centrum eius adhuc pupillæ vicinius quàm centrum anterioris partis. Eſt enim poſterior glacialis facies minoris ſphæræ portio, quàm anterior. Eius itaque centrum propius pupillæ adiacet.

Quæ omnia in adiuncto ſchemate diſtinctiùs exhibentur, vbi quatuor in oculo centra annotantur. A totius oculi, B extantis corneæ, C anterioris ſuperficiei humoris cryſtallini, D poſterioris, quod idem viſus ipſius centrum eſſe dicimus. Quæ veritas nulla potiore demonſtratione aſtrui poteſt, quàm anato-

F mica oſtenſione, qua ſingularum tunicarum figuræ ac flexus diſſimiles apertiſſimè oſtenduntur.



Ad argumentum porrò Vitellonis & Alhazeni, quo demonſtrare ſe arbitrantur corneæ tunicæ & glacialis humoris (de anteriore ſuperficie loquuntur) idem centrum eſſe, reſpondetur; admiſſa infractione per albugineum humorem, non ſequi, rerum imagines permixtas atque confuſas ad oculum peruenire. Infractio enim non obſtat, quo minùs rerum formæ ad centrum viſus ordinatè dirigantur; ſiue ea ad perpendicularem fiat, vt quidam, ſiue, vt alij, à perpendiculari: de qua re nos poſteà latiùs lib. 2. cùm de radiis opticis ex inſtituto agemus. Radij enim qui à ſuperficie corneæ ad centrum viſus fracti penetrant, dum anteriorem

faciem

faciem glacialis humoris pertranſeunt, eumdem ſeruant ordinem ac ſitum, quem in re- A
ipſa, vnde profectę ſunt, habebant. Deinde idem Vitello lib. 3. prop. 21. & Alhazen lib. 2.
num. 2. aiunt formas rerum in centrum glacialis humoris non coire: ſed priùs quàm
eò perueniant, à medio infringi, & rectà poſteà ad cauitatem nerui optici proficiſci, vbi
ſpiritus animalis eas ordinatè excipit, & prima notione perſentiſcit. Si hæc infractio non
obſtat, quo minùs viſibilium rerum ſpecies ordinatè percipiantur, vt oſtendit Vitello
lib. 3. prop. 22. cur quæſo ea infractio, quæ fit per albugineum humorem, radiorum
diſpoſitionem, atque ordinatum ſpecierum appulſum obturbabit, cum æquè, imò lon-
gè perfectiùs, radij, qui in centrum cryſtallini congregantur, ordinentur in ſuperficie
anteriore glacialis humoris, quàm in cauitate nerui optici? quæ vix manifeſta eſt, vt ſu- B
prà diximus, adeoq; exigua, vt ſagaciſſimi quique, niſi in magnis animalibus, eam
dignoſcere non potuerint.

PROPOSITIO VIII. THEOREMA.

Omnium tum membranarum, tum humorum centra in directum iacent.

CVM experientia doceat vnum ſemper aliquod punctum rei viſibilis, in C
quod acies dirigitur, manifeſtiſſimè videri; cetera autem ab hoc diſſita,
quò remotiora, eò obſcuriùs, æqualiter verò diſtantia æquè obſcurè ap-
parere: fateri omnino neceſſum eſt, lineam illam, per quam acies in
obiecta dirigitur (axis nuncupatur) robuſtiſſimè in omnes oculi ſuperfi-
cies incurrere; quod fieri nequit, niſi per omnium centra tranſeat. Sic enim fit, primò vt
æqualiter ab hac diſtantes radij æquales ſemper inter ſe ſint: deinde vt æquali obliqui-
tate ſuperficiem corneæ ac glacialis humoris interſecent: denique, quod hinc conſe-
quens eſt, vt paribus angulis per oculi denſitatem frangantur.

PROPOSITIO IX. THEOREMA. D

Cornea tunica & glacialis humoris ſuprema ſuperficies non æquè diſtant; ſed in medio ſibi, quàm in ambitu, ſunt viciniores.

SEPTIMA propoſitione oſtenſum fuit, corneę tunicę & glacialis humoris
extimas ſuperficies centris differre, eſſeq; centrum glacialis humoris ante-
rius. Sit igitur externa viſus ſuperficies A B C, eiuſq;
centrum D. Rurſus ſit anterior ſuperficies humo-
ris cryſtallini E F G, eiuſque centrum H. Ex H
rectæ quotcumque lineæ ducantur H B, H I, & H C, omnes E
quidem ad corneæ ſuperficiem pertinentes, ſed ita, vt vna illa-
rum puta H B per D centrum producta tranſeat. Cùm H non
ſit centrum circuli A B C; erit per 7. tertij Euclid. H B breuiſſima
omnium illarum, quæ ex puncto H ad circumferentiam A B C
ducuntur, rectarum linearum, & quæ illi vicinior H I ipſâ H C, &
ſubſequentes remotioribus ſemper minores: at quæ ex centro H ad glacialis circum-
ferentiam ducuntur, ſunt inter ſe æquales, vtpote eiuſdem circuli ſemidiametri per de-
finit. 15. libri primi Euclidis. Hæ ergo portiones, ſi ab inæqualibus iam oſtenſis lineis F
auferantur, quæ remanebunt, inæquales erunt per quintam communem notionem Eu-
clidis. Sunt porrò B F, I K, & C L, breuiſſimæ lineæ, quæ à punctis B, I, C, ad circulum
E F G duci poſſunt, per 8. tertij Euclid. quòd omnes in centrum H conueniant. Lon-
giùs igitur diſtat punctum I à circulo glacialis humoris quàm punctum B, & C pun-
ctum longiùs quàm punctum I. Quare glacialis humoris & corneæ tunicæ ſupremæ
ſuperficies non æquè diſtant, ſed in medio ſibi, quàm in ambitu, ſunt viciniores; quod
propoſitum fuit demonſtrare.



Quanta porrò vtilitas ex hac inæqualitate tunicarum viſui accidat non eſt huius loci
proprium explicare: id verò poſtulat libri ſecundi propoſitio 8. & 9. qua, Deo promo-

uente

A uente conatus noſtros, diffuſè oſtendemus radios omnes obliquè in extimam viſus ſuperficiem A B C procidentes à linea B D, quæ per vtriuſque tunicæ centrum incedit, infringi, priuſquam in centrum viſus illabantur; atque eam potiſſimùm ob cauſam aſpectum noſtrum quàm latiſſimè ſeſe expandere, licet per anguſtum pupillæ hiatum formæ rerum porrigantur: quod in præſenti monuiſſe ſufficiat, cùm oculi ſolùm partes deſcribere propoſitum habeamus.

PROPOSITIO X. THEOREMA.

B *Recta connectens centra totius oculi & glacialis humoris vtrimque producta, medium pupillæ neruíque optici pertranſit: eademq; omnibus oculi ſuperficiebus normaliter inſiſtit.*

CVM pupilla ſit velut patens oſtium quo rerum ſpectra oculum ſubeunt, neceſſe omnino eſt, eam ad glacialem humorem ita ſe habere, vt centris reſpondeant. Sic enim axis opticus dum per medium pupillæ tranſit, æqualem aditum ſpeciebus relinquit, nec patitur oculum à directo aſpectu aciem deflectere. Quibus autem hoc vitij eſt, vt recta quæ per centra
C cryſtallini ac totius oculi ducitur, non etiam per pupillæ centrum tranſeat, hos ſtrabones nuncupamus; qui omnia quidem vt nos vident, ſed diſtorto atque ab alterius ſocietate diſtracto illo oculo cui vitium ineſt.

Rurſus cùm centro glacialis principium ſenſus ſit attributum, vt infrà oſtendemus, imò ex plurimorum ſententia etiam primaria cernendi facultas illi inſit, neceſſe eſt, vt illi cauitas nerui optici, qua ſpiritus animalis erumpit, directò opponatur. Tantò enim maiore impetu ea oculi pars, cuius gratia factæ ſunt ceteræ atteſtante Galeno, ſenſifico ſpiritu affluibitur, quantò directiùs ſpiritus in eam impinget. Igitur non ſola tunicarum atque humorum, verùm etiam pupillæ neruiq; optici centra in vnam rectam lineam conſtituta ſunt.

D Hinc fit, vt eadem linea quæ axis nuncupatur, omnibus oculi ſuperficiebus orthogonaliter inſiſtat. Quæ namque recta linea per centrum ad circuli peripheriam ducitur, ea circuli diametrus eſt circulum ſecans bifariàm, per 17. definitionem lib. 1. Euclid. At ſemicirculi anguli æquales ſunt inter ſe vtpote recti, per 16. & 31. tertij Euclid. igitur axis per omnium ſphærarum centra tranſiens, omnium etiam ſuperficiebus orthogonaliter inſiſtit; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XI. THEOREMA.

Per poros neruorum opticorum ſenſificus ſpiritus in oculorum
E *orbes deriuatur, vim illis dignoſcendi impertiens.*

NERVOS *opticos vtrimque manifeſtè perforatos eſſe*, inquit Galenus lib. 7. de Hippocr. & Plat. decretis, *& quà è ſuperiore origine emanant, & quà oculis committuntur, in magnorum animalium diſſectionibus videre licet: quamquam foramen, quod eſt in inferiore parte, vbi oculos attingunt, pleriq; diſſectionis artifices perſpectum habent; quod verò in ſuprema origine latet, omnibus ferè ignotum eſt.*

Per hos meatus, quos poros Galenus vocat, ſpiritum animalem deferri, haud aliter
F quàm per arterias ſpiritus vitalis, aut ſanguis per venas decurrit, conſtans eſt omnium ſententia. Quæ hinc etiam comprobatur, quòd nulla alia pars corporis acutiori ſenſu prædita ſit, quàm neruus, nec vllibi magis ſenſus vigeat in corpore, quàm vbi ſpiritus animales ſunt vberiores. quod & ſubſequentes effectus confirmant. Neruis enim punctura cæſis acerbiſſima ſequuntur ſymptomata, primò torpor in membro affecto, deinde peracutus dolor, acris inflammatio, grandis tumor, febris continua, ac cerebri conſenſu ſæpè delirium, conuulſioneſque, ac tandem, niſi ſalubri medicamine occurratur, citus interitus.

Lucidum eſſe animalem hunc ſpiritum, tum ipſe Galenus, tum alij plures atteſtantur, quorum ſententiæ nos quoque libenter ſubſcribimus. Atque hinc prouenire exiſti-

mamus illam luminis phantaſiam, quæ compreſſo circa angulum oculo perſpicuè ap- A
paret. Hinc etiam illud, quod refert Galen. lib. 7. de Hippocratis & Plat. Decretis, his verbis: *Noui & ego quemdam, qui cùm eodem hoc malo*, agit de neruorum opticorum obſtructione, ſpirituumque prohibitione, *affectus eſſet, narrabat nobis, ſe priùs, quàm in eam calamitatem incidiſſet, in ſomnis, patefactis repentè palpebris magnam ante oculos lucem ſolitum videre, (quod ſcilicet & mihi & aliis multis euenit) atque ita videndi ſenſum ſibi obſcuratum ſimili modo penitus interiiſſe*. Accidit & nobis aliquando in ſomnis hunc ſpiritum præter conſuetum morem vehementiùs accendi, ſic vt impetu quodam eruptura flamma, ac ſimul vita etiam ipſa videretur, ni ſoluto ſomno vigilatia ſuccurriſſet, quemadmodum in Ephialte vſuvenit. Arterię mirum in modum oppletæ B
erant, ac pulſu validiſſimo concitatæ, reſpiratio creberrima & pæne ſuppreſſa, ſibilus in auribus acutiſſimus, denique, quod in ædium incendiis fieri videmus, tota corporis reſpublica perturbata. Quod autem maximè ad rem præſentem facit, perſpicua lux oculis offuſa videbatur, quæ etiam expergefacto aliquantiſper inhærebat, quoad ſubſidente ſenſim tempeſtate ipſa pariter extinguebatur. Erat porrò illa eiuſmodi, qua nihil eorum, quæ foris eſſent, diſcerni poſſet, ſed nebulæ inſtar lucidæ externa omnia obtegebat. Vnde colligas eam in oculis tantùm delituiſſe, non aliunde conceptam, quàm à ſpiritu quo caput vniuerſum ipſique oculi diſtenti erant.

Eſt enim fulgoris illius cauſa effectrix flamma, quam ſpiritus à prima origine cõcepit. hunc namque perpetuo igne flagrare cum peritiſſimis medicis arbitramur. Nulla enim C
alia aptior cauſa reddi poteſt, qua perennetur in nobis viuificus ille ac ſalutaris calor, quo omnia quęcumque viuunt ſeruantur, alimenta ſumunt, conficiunt, iiſq; nutriuntur, augeſcunt, ſentiunt, ac mouentur. Siquidem oportet hunc vitæ calorem præſtantioris cuiuſdam eſſe originis, quàm ſit ille elementi naturam redolens, qui ex temperamenti
Lib. 4. c. 1. mixtione conſurgit. Quare, vt rectè Farnelius adnotauit, eximia quadam mentis agitatione videtur Ariſtoteles lib. de reſpiratione mortem definiens vitali huic calori non frigus tamquam contrarium oppoſuiſſe, ſed extinctionem, quæ eius eſt priuatio.

Atqui cùm nequeat ſimplex calor in qualitatis genere conſtitutus ſine vehiculo in omnes corporis partes permeare, fuit neceſſarium hunc corpore fluxo, ſubſtantia tenuiſſimo, pernicitate veloci contineri, ac omnino tali, quod ætheris modo incenſum D
ſemper arderet, vt ſimul eſſet caloris & vehiculum & pabulum. Et quemadmodum fumus in flamma caloris igniſque pabulum, vehiculum & ſedes eſt; ita hic ſpiritus calorem natiuum vehit, tuetur, ac fouet.

Cùm verò corpus omne quod inflammari poteſt, olei cuiuſdam ſit particeps, vt multis oſtenditur argumentis, neceſſarium eſt hunc quoque ſpiritum caloris capacem à pingui quadam ſubſtantia reſolui. Spiritus namque quem in nobis eſſe conſtat, tenuis atque æthereæ ſubſtantiæ, calore natiuo perfuſus, ei proportione reſpondet quæ flamma nuncupatur; hunc autem alit ſuſtinetque pinguis quædam oleoq; perquam ſimilis humor, non adeps ille, quo plurimæ corporis partes reſperguntur, ſed alius in ſubſtantiam penitus conſertus, omnem effugiens oculorum aciem, ſpiritus atque innati E
caloris fundamentum, quem humidum primogenium appellant, vulgò humidum radicale. Huius pabulum atque vicarius eſt humor alimentarius, reſarciens quidquid à primogenio in ſpiritum reſoluitur. Vterque adeò eſt neceſſarius, vt licet vitam etiamnum agente animali, aqueus ſeu alimentarius humor abſorbeatur ſiccetur que; hic tamen numquam funditus, ſed neq; maiori ex parte deperdi poſſit. Nam cùm in id diſcrimen res venit, calor, ſpirituſque, ac totum viuens marceſcit, vitamq; naturæ reddit.

PROPOSITIO XII. THEOREMA. F

Neruus opticus communis non eſt verè vnus, ſed duo ſimul concreti.

OMNES neruorum coniugationes, quæ ſeptem numerantur, ad duas reuocantur origines: quarum vna cerebrum eſt, vnde ſenſifici omnes; altera eſt cerebellum, ac ſpinalis medulla, vnde motores propagantur. Senſifici quidem motoribus & ampliores & molliores ſunt, eam puto ob cauſam, quòd ampla mollities ſenſioni fit aptior, vti in motoribus tenuitas agilitati confert, durities violentiæ motricis facultatis obſiſtit. Inter ſenſificos primi ſunt optici,

A optici, per quos animalis ſpiritus, vt iam proximè dictum eſt, defertur, cernendi vim efficaciamque oculis impertiens. Hi cùm primùm à cerebro hinc inde proſiliunt, verſus mediam frontis regionem iter capeſſunt; vbi ex Galeni quidem ſententia ita coniunguntur, vt verè in vnum coaleſcant, vnuſque fiat vtrique communis porus.

Coniunctionem hanc neceſſariam fuiſſe probat Galenus lib. de oculis part. 2. cap. 4. his rationibus. Prima, vt ſi vnus lędatur, alter ſubuenire poſſit: quæ tamen ratio non conuincit, cùm etiamſi nerui optici penitus diſiuncti ſint, vt nerui aliorum ſenſuum, vno oculo euerſo, alterius facultas nihilominùs integra perſeueret. Secunda, vt vno oculo clauſo totus ſpiritus in alterum transfundatur, quo duplicata aliquando virtute acutior
B fiat viſio. Experientia enim demonſtrare nititur, vno oculo clariùs euidentiuſque nos cernere, quàm vtroque. At hæc ratio non ſubſiſtit, cùm ei manifeſta experientia repugnet, vt infrà propoſitione 76. oſtendemus. Tertia, quam ex neceſſariis vocat, quia aliàs eadem res gemina appareret, quod ex Galeni ſententia ita proculdubiò accideret, ni viſibilium rerum ſimulacra in communi ſpirituum conceptaculo ſimul conuenirent. Sed hæc ratio in aliis ſenſibus fallax reperitur. Etſi enim auditorij nerui in vnum minimè coëant, non tamen vnius ictus geminus ſonus auditur. quod ipſum & in odorandi ratione locum habet. De gemino porrò aſpectu, quo pacto is fiat, latiùs lib. 4. in falliciis quæ circa locum & numerum obueniunt, exponemus. Eiuſdem generis eſt & hæc ratio, quòd omnis ſenſus ab vno principio ac fundamento procedere
C debeat. Sat enim ſi à cerebro, aut ab anima communi principio, ſenſum omnem emanare dicamus. Nec valet hæc ratio, vt mutua coniunctione roborentur, & vt Galenus loquitur, ne, ſi ab inuicem diſiungantur, propter itineris longinquitatem facilè rumpantur. Nam id quidem non impoſſibile eſt: ſed tamen non eſt via tam longa, vt, niſi coëant, rumpi debeant.

Igitur noſtra quidem ſententia nerui optici ſeſe mutuò dumtaxat contingunt, latiores in contactu effecti: non verò ſic, vt pori inter ſe communicent, quemadmodum Galenus ſcribit. Quæ theſis ex inciſione probatur, quam Hieronymus Fabricius in oculorum ſectione expertiſſimus ſe diligenter obſeruaſſe lib. de viſu, voce, & auditu profitetur. Et ipſe Andreas Veſalius lib. 4. anatom. c. 4. quemdam ſe Patauij diſſecuiſſe
D aſſerit, cuius nerui optici à cerebro ad oculos perpetuò diſiuncti erant: qui tamen cùm in viuis eſſet, ſingularia omnia, ac more ceterorum ſimplicia videre ſolitus erat.

Neque verò, vt Vitello lib. 3. prop. 4. decuſſatim ſeſe interſecant, ita vt ab eo contactu diſcedentes dexter ſiniſtrum, & ſiniſter dextrum oculum petat: ſed mox à communi congreſſu diſcapedinati dexter neruus oculum dextrum, ſiniſter ſiniſtrum adit, vt ex ipſa quoque anatome manifeſtè deprehenditur. Quare non vnus neruus, ſed duo reuerà ſunt; ſimul tamen concreti, vt mutuo ſeſe contactu foueant roborentque. Qua in re nobis ipſe conſentit Galenus lib. 10. de part. vſu, ita ſcribens: *Non enim eos commutauit*, loquitur de neruis opticis, *illum quidem qui ex dextris emergit ad oculum ſiniſtrum; eum verò, qui ex ſiniſtris oritur, ad dextrum ducens: ſed horum neruorum figu-*
E *ra* X *Græcæ litteræ eſt ſimillima. Quos ſi quis negligentiùs diſſecuerit, alternare fortè eos putauerit, & ſeſe mutuò conſcendere: at non eſt ita. Cùm enim ſibiipſi mutuò intra cranion occurrerint, meatuſq; ſuos vnierint: protinus denuò ſeparantur, apertè indicantes, ſe ob aliud nihil conueniſſe, niſi vt meatus ſuos coniungerent.*

PROPOSITIO XIII. THEOREMA.

F

Nullum humano oculo inſitum eſſe à natura lumen opinandum eſt.

OMNIVM pænè veterum conſenſus eſt, ſimilibus cognoſci ſimilia, ex illo Empedoclis verſu;

Terrea pars terras, pars vndea conſpicit vndas,
Aethera dium æther, vis ignea percipit ignes.

Vnde & de innato oculorum lumine celebris eſt Platonis in Timæo ſententia, cui ſubſcribit Galenus lib. de oculis part. 2. cap. 1. & lib. 7. de decret. Hippoc. & Platon. vbi ait, quòd *ſicut auditus organum aërium eſt, & olfactus organum vaporoſum,*

& gustus humidum, & tactus corporeum, ita visus organum lucidum esse debeat. Quod & A
Empedocles, inquit, *significare volebat his versibus:*

Conspicimus terram tellure, liquore liquorem,
Aëre naturam aëriam, igni cernimus ignem.

Necessarium esse ad visionem hoc lumen ex D. Basilio cognosci potest lib. de vera virginitate, vbi huius luminis vsum his verbis docet: *Iactis*, inquit, *luminum radiis, veluti quibusdam corporeis manibus, quæcumque voluerit eminus tangit: & quæ corporeis manibus attingere in potestate non habet, ea oculorum iactibus passiuè complectitur.* Deinde feles non alio modo cernunt, quàm luce quadam ex ipsorum oculis ad res aspectabiles diffusa, & rursus earum rerum simulacris affecta ad oculos redeunte. Tiberium quoque B
Cæsarem emissitio oculorum lumine noctu videre solitum narrat Suetonius, & Plinius lib. 11. nat. histor. cap. 37. *Ferunt*, inquit, *Tiberio Cæsari, nec alij genitorum mortalium, fuisse naturam, vt expergefactus noctu paulisper, haud alio modo, quàm luce clara contueretur omnia, paulatim tenebris sese obducentibus.* Huic similes apud Plinium habes lib. 7. cap. 2. in Albania olim prognatos glauca oculorum acie, qui noctu plusquam interdiu cernant, auctore Isogono. Et auctor cursus Academiæ Conimbricensis Societatis IESV in lib. 2. de anima c. 7. quæst. 9. narrat ciuem quemdam Brigantinæ vrbis sua ætate noctu adeò clarè accurateque videre solitum, vt minutissima quæque distingueret. Idipsum Cælius Rhodiginus lib. 15. Antiquarum lectionum sibi quandoque accidisse sub Numinis attestatione sanctè asseuerat. C

Præterea compresso iuxta angulos oculo lux quædam emicare videtur, circularis peripheriæ imaginem referens, quam profectò intra oculum esse necesse est, cùm clausis æquè atque patentibus palpebris appareat.

Rursus quæ pupillæ proximè admouentur non apparent; idque propterea accidit, quia radius luminosus prohibetur, quo minùs extra sese effundat. Denique sicuti cor mundi sol lumen ex se, & per lumen cælestes vires in hæc inferiora effundit; ita in nobis cor perenni suo motu spiritum agitans vnà cum illo quasdam luminum scintillas ceteris membris oculisque vel maximè impertit. ad surrectas siquidem partes spiritus insita leuitate contendit. Igitur oculis lumen quoddam familiare inest, quod inde ad exteriora longè lateque dimanat. D

Hæc quia veri similitudinem præ se ferunt, diligentiori studio perueſtigandum nobis est, num quod lumen oculis insitum sit? Id enim si habeatur, continuò sequitur vt emittatur, quando hæc luminis est natura, vt omnia diaphana corpora permeet, emissumq; externo lumini permisceatur.

Contineri quidem eiusmodi lumen in iis animantibus quæ noctu vident, perspicuum est: ea autem sunt, quæ noctu alimoniam venantur. Hominibus eam lucem non inesse argumento est, quòd in obscuro loco quantumuis prope oculum res aliqua sit fita, nullo tamen modo cernatur: deinde quòd in densissimis tenebris nullum lumen in oculis hominum appareat, cùm tamen minimæ scintillæ procul videantur. Illorum igitur oculis lux inest, quibus noctu vtilior est visio, vt felibus, noctuis, aliisque nonnullis ani- E
mantibus: hominibus verò quibus nox quieti, dies negotiationi concessus est, frustrà insitum esset à natura lumen, cuius noctu nullus vsus existeret.

Itaque ad oppositæ sententiæ argumenta sic respondebitur. Veteres in primis, qui cum Empedocle volunt omnia similibus cognosci, Deum facere ignorantissimum, vt Themistius lib. 1. de anima c. 30. ingeniose annotauit. Deo siquidem nil esse potest simile.

Deinde quemadmodum auditus organum aërium est, vt sonus per externum aërem ad internum perueniat, itaque in ceteris: sic visus instrumentum diaphanum esse oportet, vt lux rerum coloribus affecta per continuum transparens corpus ad glacialem vsque humorem pertingat. Nec verò recte Plato lucidum oculum ex eo esse concluſit, F
quòd externa lux per internam, hoc est simile per simile cognosci debeat. Ita enim colore quoque imbutum dicere debuisset, vt scilicet externus color interni coloris ope dignoscatur. Quod sanè longè à ratione dissitum fuisset. Nam tot colores oculo inesse debuissent, quot illorum distinctæ species sub aspectum cadunt, vt nempe *simile per simile in affectionis commutationem societatemq; transire posset.*

Ratio Platonis ex necessariis quidem constare videtur; in hypothesi tamen error detegitur. nam præcipuum oculi obiectum non tam color est, quàm lumen colore affectum, vt inferius dicturi sumus. Vt color à visu dignoscatur, omnino necessum est visus organum lucidum esse: siquidem quod colore afficitur lumen est; at non rectè inde

conclu-

A concluditur ab insito lumine oculum illustrari, sed ab eodem qui colores velut externo lumine oculos subeunte. Vt autem à visu percipiatur, sufficit organum diaphanum, cùm id sit proprium luminis subiectum, per quod ab externo diaphano in centrum visus commeat.

Ad secundum, negandum omnino est visionem fieri ab interni luminis cum externo commistione. Nam si qua oculis lux inest, ea perexigua est, & quæ facilè ab externo solis fulgore vincatur. Qualis etiam in nonnullis rebus apparet, vt fungis, sepia, ligno putri, & piscium squamis cincindelisque, quas propter nitorem terrestres stellulas liceat appellare: quibus omnibus id commune est, quòd illorum splendor humori potiùs succoque,
B quàm solidæ substantiæ insertus sit. Quod in dactylis notauit Plinius lib. 9. cap. 61. de his ita scribens: *Concharum è genere dactyli sunt, ab humanorum vnguium similitudine appellati. His natura in tenebris fulgore clarere quanto magis humorem habeant, lucere in ore mandentium, lucere in manibus, atque etiam in solo ac veste decidentibus guttis: vt proculdubiò pateat succi illam naturam esse, quam miremur in corpore.* Huc quoque illud accedit, quòd ea omnia absumpto humore siccataque lucere desinant.

Neque feles, & quæ noctiuaga vocantur animalia, interdiu quidquam præsidij ab interno lumine accipiunt, vt res obiectas cernant, cùm hoc illarum lumen adeò exiguum sit, vt ab externo penitus opprimatur; sat verò illis est externum lumen, quod visibiles rerum species longè perfectiùs, quàm insitum, defert: noctu verò, absente solis splendo-
C re, ab interno iuuantur, quantum eis natura concedit. Quòd autem quibusdam hominibus insitum fuisse quemdam fulgorem historiæ referant, mirandum quidem, sed minimè diffitendum est. Fieri enim potest, vt hominum oculi ad oculos beluarum quadam ex parte accedant, qui visum ipsum cum illis communem habent.

Ad tertium. Lux illa nequaquam ex eo prouenit, quòd oculi sint polita & læuia corpora, vt cum multis philosophis censet auctor cursus Conimbricensis lib. 2. de anima cap. 7. q. 5. art. 3. qui eamdem etiam ob causam piscium capita in tenebris fulgere autumat. Sanè tersa læuigataque corpora numquam per se splendent in tenebris; sed externo tantùm præsente lumine, cuius fulgor à terso corpore repercussus ad oculos transfundi potest. Neque vt Alexand. Aphrodisæus lib. probl. 1. q. 60. ex eadem id causa
D fit, qua ex attritis quassatisq; silicibus ignis quidam excitatur, solis in tenebris conspicuus. Nam hic ignis in solis præduris corporibus contingit, ex quorum collisione particulæ decidunt, quæ ex vehementi attritu eousq; incalescunt vt accendantur. Neque per se insita est ea lux oculorum orbibus, vt piscium squamis, lignoq; putri, ceterisq; rebus, quę suapte natura in tenebris lucent; sed ab animali spiritu prouenit, quem prop. 11. lucidum esse à flamma, quam ab origine concepit, ostendimus. Compresso etenim oculo spiritus lacessitus vberiùs erumpit, totamq; intus acinalem tunicam illustrat, & qua parte fulgor ad centrum visus per aragnoidem remittitur, ea quidem perspicuè videtur. Est autem ea pars solus pupillæ internus ambitus circuli figuram referens. Nam in primis à pupillæ hiatu nulla fieri potest repercussio: quæ verò fit ab interiori parte acinalis tunicę,
E præter solum ambitum, ea ad visum non pertingit. Consequens igitur est, vt à solo pupillæ interno ambitu luminis reuerberatio ad centrum visus contingat, ipsiusq; luminis phantasia circularis perimetri speciem exhibeat, cuius medium spatium lumine vacans pupillæ hiatum repræsentat.

Est porrò hoc lumen tenuissimum, vti & spiritus cui insidet; ac proinde soli illi, cuius oculo inest, conspicuum.

Neque visionis gratia institutum esse hoc lumen videtur, cùm non sit oculo proprium, sed illis omnibus partibus commune, quibus animalis aut vitalis spiritus inest, quem innati caloris vehiculum & pabulum esse, atque à prima sui origine perenni flam-
F ma succensum prop. 11. ostendimus.

Illud quoque rationabiliter asserere audeo, in iis animantibus, quæ nocte vident, eam tantùm partem splendidam ac luminosam esse, quæ iris appellatur: non verò, vt Galenus, crystallinum humorem. Si enim crystallinus lumen habeat, ipsum extra oculum prosiliet, idemq; reflexum denuò ad crystallinum redibit, quare idem ab eodem patietur. At si iris dumtaxat lumen habeat, illo velut prætenta facula res externæ perfundentur, indeq; ad crystallinum cum rerum coloribus ac formis resultabit.

Præterea cum videndi facultas ex Galeni sententia crystalloidi præcipuè insit, si eidem insit lumen, omnia luminosa videbit. Rursus lumen à crystallino emissum, aut iam fortius redibit, quàm sit lumen ipsum oculo insitum, sicq; hoc obruetur, ac frustrà

erit; aut debilius, & ita ab innato lumine vincetur, & sic nihil vmquam oculus perspi- A
ciet. Experientia demum probat iridem solam splendescere. Nam intuentibus cattorum oculos latum apparet lumen, nigra in medio macula insignitum, quæ pupilla est crystallino obiecta; hæc autem sola coruscaret, si ab intimis oculi recessibus lumen prosiliret. Non igitur crystallinus humor, sed sola iris in his animalibus splendet. Ad quartum argumentum dicendum, aliam omnino causam esse, ob quam proximè oculis admota minùs exactè cernantur, quòd scilicet nullum sit interiectum spatium per quod species traduci queant, vt infrà docebimus propositione 59.

Ad vltimum denique respondendum, hoc argumento nil aliud probari, quàm lumen illud oculis inesse, quod à spiritibus natura accensis proficiscitur. At ostensum iam est B
hoc lumen intra oculum penitus occultari, nec ad videndi rationem quidquam per se conducere.

PROPOSITIO XIV. THEOREMA.

Humores oculi coloris omnis sunt expertes.

QVEMADMODVM superiore propositione ostensum est nullam crystallino humori lucem insitam esse posse, quòd ita omnia lucida apparerent: ita dicimus humores oculi, præsertim glaciali obiectos, nullo colore tin- C
ctos esse posse: sic enim omnia colore eodem respersa viderentur. Id in ictericis animaduertere licet, quibus omnia flaua apparent, propter bilis flauedinem, qua illorum oculi perfunduntur. Rursus dum per vitra infecta prospicimus, eorum colore tincta omnia videntur: lumen siquidem dum rerum formas per vitrum defert, eius colore fœdatur, & ad oculos prouectum, eorum humores tunicasq; inficit; ex quo tandem fit, vt eadem affectio rebus ipsis, quæ cernuntur, adspersa esse videatur. Vt igitur natiuo colore res obiectæ cernantur, oportet oculorum humores tunicasque coloris omnis expertes esse, quod erat propositum.

D

PROPOSITIO XV. THEOREMA.

Oculorum temperamentum humidum est & frigidum.

PLATO igneum oculum dixit, tum ob motus velocitatem, qua omnem in partem se vertit, tum propter lumen, quod ipsi ingenitum à natura existimabat. Aqueus porrò factus est, ac proinde frigidus, ne calore, qui magnam suscipit incrementi ac decrementi varietatem, nimiùm subinde exarescat. Quamobrem pleræq; eius partes exangues effectæ sunt multoq; humore distentę, eius potissimùm vtilitatis gratia, vt diaphanus esset. At cur non E
aërius? Quia aër facilè dissipatur, nec susceptas rerum formas ita retinet vt aqua. Deinde vt per aqueum humorem, cuius minùs perlucida est natura quàm aëris, infractio radiorum ad crystalloidem fieret, de qua secundo libro diffusiùs agemus. Itaque pluribus iisq; diuersis humoribus constare oculus debuit. Aqueo in primis, qui ouorum albumini similis est, ac mira perspicuitate tenuitateque præditus: deinde crystallino aquam referente, quæ mediocriter sit in glaciem concreta: demum vitreo, qui liquato vitro simillimus est. Sic enim dum vario modo humores oculi crassescunt, varias radiorum infractiones præstant. Per albugineum lux primùm ab aëre fracta ingreditur, in crystallino firmatur & vnitur, in vitreo tandem languescit, penitusq; emoritur. F

Scire hîc fortè non nemo volet, quo pacto oculi adeò volubiles sint, cùm eorum temperamentum sit frigidum. Id enim Plato in argumentum adduxit, quo igneæ naturæ oculos esse probauit; & certè videmus homines, in quibus abundat calor sanguisq; viuidus, citatiores habere membrorum agitationes. Respondeo duplicem eius motus causam esse: alteram spirituum, quibus afflantur copiam; alteram musculos prægrandes ac vegetos, qui eis ad motionem obseruiunt.

PRO-

A

PROPOSITIO XVI. THEOREMA.

Cryſtallinus humor non à vitreo, ſed à ſanguine alimentum capeſſit.

SVNT qui cryſtalloidem à vitreo alimentum ſumere arbitrantur; Albugineum autem nil aliud eſſe, quàm aqueum excrementum ab ea nutritione ſecretum, poſtquam nempe glacialis ſolidiorem ſibi portionẽ aſſumpſit, quod proinde in partem oppoſitam, hoc eſt in remotiorem à cerebro, vnde alimentum prouenit, amandatur. Hanc ſententiam dilucidè exponit Galenus lib. 10. de part. vſu, his verbis: *Comparatumq́, ei* (cryſtallino) *à natura fuit alimentum accommodatum, humor vitreus, qui quanto craſſior eſt ſanguine, atque albus magis, tanto à cryſtallino humore humiditate atque albedine relinquitur.* Et paulò pòſt: *Ex quo intelligi poteſt vtrumque per diadoſin, id eſt tranſumptionem nutriri: cryſtallinum quidem à vitreo; vitreum autem à corpore ipſum ambiente, hoc eſt à retina.*

B

Verùm probabilius credo, cryſtallinum à ſanguine nutriri per venas retinæ in aragnoidem deriuato, qui inibi ex craſſo & atro in aqueam pellucidamq́ue ſubſtantiam commutatur. Quod mirum non videbitur, ſi, vt res habet, dicamus ſanguinem per venas non tamquam per canales deferri, ſed à facultatibus partium trahi & prolectari. Sic enim, qui mora ſepiamq́ue eſitant, candidum chylum gignunt. Dici quoque poteſt, nigredinem eſſe excrementum craſſioris ſanguinis, à quo pura pellucidaq́; ſubſtantia alendo cryſtallino ſit ſeparata: excrementum inquam familiare, & ad opportuniorem vſum à natura deſtinatum.

C

PROPOSITIO XVII. THEOREMA.

D

Pupillæ ambitus conſtringitur, & dilatatur, non pro arbitrio, ſed cùm neceſſitas impellit.

VEHEMENS lux offendit oculos, tenuis verò non ſatis cernendi facultatem excitat, atque ita duobus extremis viſus nihil aut parum dignoſcere valet. Quocircà natura ſolers modum adinuenit, quo pupillę conſtrictione, vehementioris luminis parum, dilatatione verò, debilioris plurimum oculus admitteret; vt modica lux vehemens videri ſine offenſa, ac multa debilis oculum mouere poſſit. Ergo pupillam ad vehementiores quidem luces aſtringi, ad debiliores verò ampliari natura voluit. Sic enim neque valẽtiores offendere poſſunt, cùm earum affluentia ſit minor; neque debiliores non mouere, cùm maior copia intus ſuſcipiatur. Itaque pro lucis vehementis ac debilis viciſſitudine, modò in vnam, modò in alteram conſtitutionem pupilla velociſſimè commutatur, vt admirationem ſpectantibus moueat. Sicque ſatis vtrique neceſſitati factum eſſe naturæ beneficio experimur.

E

Alioquin ſi pupillæ conſtrictio, quam oculi ſuapte vi præſtare poſſunt, non ſufficiat arcendo lumini, palpebras repentè claudimus, ad naturale remedium properantes; aut certè conniuentibus oculis, aut etiam per digitorum rimas illud contuemur, vt ſic tandem fractum debilitatumque ſine noxa ſuſcipiatur. Quamobrem inter Myopes Nero perpetuò oculis conniuebat. nam vt Plinius refert, Nat. hiſt. lib. 11. cap. 37. niſi cùm conniuerent, ad propè admota hebetes oculos habebat. Contrà aquilis adeò firmus eſt obtutus, vt ſolem fixis oculis contueantur.

F

In hominum pupillis magna ſpectatur varietas. Quibuſdam enim ea in obſcuro loco iridis amplitudinem pæne exæquat: aliis perexigua eſt; nec omnino maior, quàm aliis in exquiſita luce. Quod ſanè non ex pupillę ipſius conſtitutione obuenire arbitror; ſed ex araneæ ſenſibilitate. Quibus enim delicatius eſt hoc membrum, ij perpetuò pupillam aſtringunt: ſiquidem in his ſenſus acutior eſt. Quibus autem organum eſt durius, ac ſenſus obtuſior, hi nimirum pupillam liberiùs diducunt: quare & firmiori acie conſtantiuſque & accuratiùs vident, vtpote minùs externi luminis moleſtia laceſſiti. Hanc porrò genuinam eſſe eius inæqualitatis cauſam, illud experimentum confirmat,

quòd quibus plurimùm & quasi ex habitu latior est pupilla, ij exquisitum fulgorem facilius admittant: sic vt nonnulli eorum directos solis radios intrò aliquantisper sine noxa excipiant, quos ne quidem à candido corpore repercussos alij absque insigni dolore sustinere possunt. A

Altero etiam oculorum contecto, alterius pupilla dilatatur. Cùm enim omnino dimidia lux ex altero occluso euanescat, proculdubiò exigua alteri ad videndum supereſt nisi dilatetur. Vnde in suffusis, si altero oculo obducto, affecta alterius pupilla diducatur, certissimum indicium id est saluam adhuc inspiciendi facultatem esse; si autem non mutetur, penitus interiisse eam certò constat.

Porrò cùm hæc constrictio ac dilatatio non subsit mouentis arbitrio, neutiquam existimandum est, eam à sphincte re seu annulari musculo concitari; sed cordis agitationi similem esse, quæ à parte fit musculi vim facultatemq; obtinente. Non verò, vt Galeno placet, fit pupillæ dilatatio ab vberiore spiritu vueam distendente. Si enim ita esset, in magna dilatatione dolor, nullus autem sensus in constrictione perciperetur. At, vt experientia docet, constrictio pupillæ dolorem infert, dilatatio verò anodyna est. B

Quibus ex vitio pupilla præter morem dilatatur, nec adstringendi vis adest, cùm volunt (id malum μυδρίασιν Græci nominant) his propter assiduum luminis influxum obtutus fit breuior, cunctaque minora, quàm sint, apparent. vnde eis visus quandoque in totum adimitur. Causa verò diductionis est humor circa pupillæ ambitum coacer-uatus, qui vires dissoluit. Causa verò mutati aspectus est aquei humoris diminutio. Hic enim dum sensim externo calore exfugitur, tenuiorem relinquit eam oculi partem, quæ crystallino directè obijcitur, ac myoptræ similiorem: quòd specilli genus est in medio quàm in ambitu tenuius, resque minores spectandas offerens. Quare ij qui hoc vitio laborant, specillis opus habent, quæ res adaugent: cuiusmodi illa sunt, quæ à crassitudine, qua in medio extuberant, ὀμφαλόπτρας rectè dici possunt. C

PROPOSITIO XVIII. THEOREMA.

In totius oculi seu motu, seu quiete, situs partium stabilis perseuerat. D

OCVLI tunicæ quamplurimis venarum arteriarumq; fibris asperſæ sunt, quarum ope tam firmo nexu sibi mutuò colligantur, vt ab inuicem salua incolumitate diuelli nequeant. Vnde necessariò sequitur, vt, vnâ motâ, ceteræ omnes consequantur. Humores quoque quoniam tunicis arctissimè impacti sunt, situs illorum firmus constansque permanet. Musculi ergo, qui externæ tunicæ sunt adnati, dum oculum mouent, totum simul ducunt; soluſq; opticus, vnde oculus dependet, neruus mollis ac flexibilis, prope eam ossis partem, qua in cauum traijcitur, circumagitur. E

Necessaria autem ad perfectam functionem fuit hæc partium constantia: siquidem in firmitate axis optici, qui omnia tunicarum atque humorum centra pertransit, exquisitæ visionis ratio essentiaque consistit. vt pluribus hactenus propositionibus ostensum est.

PROPOSITIO XIX. THEOREMA.

Oculi ita inter se sociati sunt, vt vno moto alterum pariter moueri sit necesse. F

ESTSI liberum sit oculos mouere, aut continere, pro arbitrio; tamen necessitate quadam simul in eamdem partem moueri compelluntur. Seorsum enim alterum in dextrum aut sinistrum latus, aut deorsum vnum, sursúmve alterum, aut quauis alia ratione distrahere in diuersas partes oculos numquam possumus: at simul attollendi demittendive, aut simul in vnum aliquem situm conuertendi facultas datur; quod sanè multis explicauit Aristoteles in Problematis sectione 31. q. 7. Remque ita se habere per se notissimum est,

ac

A at propriam eius cauſam proferre non ita facile. Nam vario modo fit, vt membrorum motus ſe mutuò comitentur. Aut enim quòd muſculi ſeſe contingentes diuturna quiete quodammodò coaleſcant. ita in multis plicato auriculari digito proximus etiam ſuapte ſponte ſequitur, neque priùs ſingulos per ſe inflectere licebit, quàm aſſiduo conatu ea muſculorum concretio diſſoluta fuerit. Interdum quædam intercedit ſympathia, qua alterum membrum alterius motum ſtudet imitari. Sic vna manu circumacta, altera in eumdem curſum ita prona fertur, vt facilè contrario motu circumagi non poſſit, niſi longo vſu ac tempore conſueſcat. Quæ cauſa eſt, vt in iis qui rudes ad muſicorum organorum exercitium accedunt, motum vnius manus ſtatim excipiat altera,
B pariterque moueatur.

Simili quadam ratione conuerſiones oculorum ſibi reſpondent. Nam vno moto alter neceſſariò mouetur, ita quidem, vt amborum axes vel vnà contrahantur, vel vnà diſtrahantur, vel ſimul ad vnam quamcumq; partem deflectant. Cuius rei cauſa in muſculorũ concretionemnequaquam referri poteſt, cùm vtriq; oculo proprij ſint muſculi, longè ab alterius oculi muſculis diſiuncti. Quare vel in eam, quam diximus, ſympathiam, vel in neruorum opticorum coitionem cauſa conijcienda eſt. Nerui enim optici à cerebro, vnde primùm profecti, circa medium frontis locum congrediuntur, priuſquam in caua oſſium diſtrahantur. Ab hoc congreſſu animalis ſpiritus, qui vim motricem muſculis impertit, ex æquo diſtribuitur, ita vt non modò æquali affluentia
C vtrumque perfundat, verùm etiam eadem facultate ſimiliq; operatione animet. Vnde poſteà ille, quem in oculorum motu cernimus, conſenſus exoritur.

Huius ſocietatis ea præcipua eſt vtilitas, quòd directâ in vnum idemque punctum amborum luminum acie, idem obiectum in vtrumque oculum, vno tempore, ſimili radiorum inflexione ſubingrediatur, quo vnus fiat diſtinctus ſenſus, atque exacta dignotio; quam cauſam adfert Ariſtot. lib. problem. ſect. 31. q. 7. quamobrem oculos pariter moueri ſit neceſſe. Si enim in diuerſas partes oculi axes dirigerentur, ſequeretur vel eamdem rem geminam apparere, vel diuerſa obiecta æquè diſtinctè ac manifeſtè ſimul videri, quòd mortali oculo eſt denegatum. Neque enim equidem exiſtimo aues quæ plurimum non iungunt axes, vno oculo cælum, altero terram diſtinctè contueri,
D ſed alterius ſemper oculi vim alternis vicibus vel omnino vel ex parte feriari.

Furioſis ſubinde oculi in oppoſitas partes, nempe dexter in dextrum, ſiniſter in ſiniſtrum latus conuelluntur. vti cogitabundis grauique curæ intentis oculi interdum nares verſus contrahuntur. Quoties verò ſimili conuulſione globi oculorum ita diſtrahuntur, vt illorum axes producti non concurrant, impoſſibile eſt rem aliquam diſtinctè videri. Quare ita ſunt à natura oculi comparati vt in eas tantùm partes inflecti poſſint, quibus axes ſimul in vnum aliquem locum concurrunt: omnem verò illum motum reſpuant, quo axes nimiùm diuaricantur, ſiue quòd dexter dextrum, ſiniſter verò ſiniſtrum latus petat; ſiue quòd vnus ſurſum, deorſum alter contendat, axibus enim adeò à ſe mutuò diuulſis nil cerni exactè poteſt.

E

PROPOSITIO XX. THEOREMA.

Motum oculorum interna animæ facultas perſentiſcit.

F CVM enim ab animæ vi motus oculorum imperetur, & ad imperantis arbitrium, non autem neceſſaria naturæ lege à motrice facultate muſculis inſita concitetur, neceſſe eſt aliquam eius notionem ad internum ſenſum peruenire. Niſi enim motum anima ſentiat, quî fieri poterit, vt aliquando ab imperio conquieſcat? cùm penitus ignoret, an id quod imperatum eſt, ſit executioni mandatum. Deinde ipſa motrix facultas exercitationis otiique diſcrimen percipit, at non alia ratione, quàm motus & quietis perceptione. Ergo cùm oculos agitat, motum; cùm feriatur, quietem agnoſcit. Hæc enim ſi non ſentiat, non poterit motum excitatum continere, neque cùm opus fuerit à motione ceſſare. Ergo motum oculorum interna, animæ facultas perſentiſcit, quod propoſitum fuit oſtendere.

PRO-

A

PROPOSITIO XXI. THEOREMA.

Differentias motuum, quibus oculi concitantur, internus ſenſus diſtinguit.

AD perfectam oculorum motionem, præter eam facultatem quæ imperat, eamq; quæ mouet, opus omnino eſſe moderatrice perſpicuum eſt. Hæc ſitne ab imperante & motrice diuerſa, modò non lubet pluribus B diſcutere: ſatis autem eſſe exiſtimamus verbo indicaſſe, placere nobis, vt vna ſit quæ imperet tum motum tum eius moderationem, alia verò quæ vtrumque exequatur.

Portrò fieri non poteſt, vt facultas animæ oculorum agitationem moderetur, niſi differentias motuum, quibus oculi cientur, cognoſcat. Quomodo enim poterit oculos in partem imperatam inflectere, obtutum in rem vnam defigere, lentum motum accelerare, præcipitem cohibere, niſi has differentias perſentiat? Id igitur quandoquidem fieri nequeat, fateri omnino neceſſe eſt, internum ſenſum differentias motuum, quibus hi ſubijciuntur, perſpectas habere.

C

PROPOSITIO XXII. THEOREMA.

Nerui optici longitudine ſunt pares.

HANC nonnulli rationem aſtruunt, vt probent neruos opticos pares longitudine eſſe debere, ne ſcilicet res ſingulæ geminatæ appareant. Quæ ſanè ratio minùs nobis probatur. Nam quemadmodum ſi axes optici in rem aliquam ad latus ſitam defigantur; tametſi tum impares ſint longitudine, non tamen confeſtim ſequitur rem illam geminam apparere. Itaque neque ſi nerui optici inæquales ſint, rerum obiectarum phantaſiæ duplicatæ D conſpicientur. Par enim vtrorumque ratio hac in parte eſſe videtur, ſicque ſe habere nerui optici, vt axes, niſi quòd per axes rerum formæ ab vno puncto ad diſtantes oculos diſtrahantur, per neruos verò, notiones rerum à diuerſis oculis rurſus in vnum principium conueniant.

Igitur pares longitudine neruos opticos natura eſt machinata, ſicut & pares craſſitie, vt ſenſificus ſpiritus ex æquo in vtrumque oculum diſtribueretur. At enim quamuis nulla peculiaris ac neceſſaria eſſet huius æqualitatis vtilitas, duo ſaltem comperta & conteſtata ſunt, vnde neruorum æqualitas probari facile poteſt, hos ſcilicet neruos in medio frontis loco congreſſionem facere, & oculos in capite parem vndique à medio ſitum obtinere, ſic vt non tantùm à medio naſi, aut oris, aut menti, ſed etiam à medio E cerebri, ac proinde & à frontis medio pari interuallo diſiungantur. Ex quo neceſſariò conſequitur, neruos opticos triangulum Iſoſceles conſtituere: cuius quidem baſis ſit ea linea, quæ neruorum extremitates, qua in ſphærulæ modum dilatantur, connectit; reliqua verò latera ſint nerui ipſi, qui Æquicrurium abſoluunt clauduntque.

PROPOSITIO XXIII. THEOREMA.

Cryſtallinus humor non eſt præcipuum viſionis organum. aduerſus Galenum.

F

HVMORI cryſtallino videndi facultatem ineſſe Galenus tribus de cauſis affirmat. Prima, *quia cryſtalloides in oculo ea pars eſt, cui ſimilem in toto corpore reperire non eſt*, quare viſionis præcipuam partem ſibi vendicat. At hæc ratio ſufficiens non eſt. Nam neque vitreo, neque albugineo ſimilis in corpore pars reperitur, quibus tamen facultatem videndi eam ob cauſam nemo conceſſerit.

Secunda ratio Galeni hæc eſt, quia cryſtallinus ſolus inter partes oculi perſpicuus eſt,

A est, vnde fit vt à coloribus facilè alteretur. At vitreus & albugineus non minùs perspicui sunt quàm glacialis. Non igitur hac ratione prerogatiuam aliquâ glacialis obtinet.

Tertia, quia solus crystallinus inter reliquas oculi partes est luminosus. Verùm iam luculenter ostensum est propos. 13. nullum humano oculo lumen à natura insitum esse. Si quispiam contendat Galenum intellexisse oculum aliunde illuminari, ille in primis à Galeni placito recedet, nam ipse Platonis sententiæ de ingenito lumine subscribit. Deinde quid obsecro peculiare adferet, quo glaciali faueat? cùm & ceteri humores, præsertim aqueus, ab externo lumine collustrentur.

Vitello lib. 3. prop. 4. & 18. & Alhazen lib. 1. num. 16. humorem crystallinum
B præcipuum esse visionis instrumentum disertis verbis affirmant. Atque Alhazen duobus id argumentis probat. Primum est, quia destructis anterioribus humoribus non statim perit visus, vt destructo glaciali. Secundum, quia suffusione glaciali obiecta impeditur visus, qui mox redit suffusione ablata.

Verùm hæc argumenta nihil aliud probant, quàm quòd sine ope crystallini visio perfici nequeat: quod sanè mirum non est, non modò enim organo destructo, sed etiam ceteris præsidiis denegatis visio tollitur. Quare non crystallino tantùm, verùm etiam albugineo funditus euerso visus extinguitur: quòd hæc omnia de numero eorum sint, quibus velut adminiculis anima externas res apprehendit. Vnde nullo modo sequitur crystallinum potiùs esse visus instrumentum, quàm sit albugineus vel vitreus, aut quæ-
C piam tunicarum. Suffusio etiam, quòd pupillæ obiecta tenebras oculo offundat, nullo modo crystallinum præ ceteris oculi partibus commendat; sed solùm argumento est, primarium visus instrumentum intra vueam delitescere.

Nunc ergo, quòd crystallinus non sit primarium visus organum, hoc modo demonstratur. Anima, cui propria est videndi facultas, corpore vtitur quamdiu in hac mortali vita degit. Igitur omnes partes oculi ceu instrumenta quædam animæ ministrant, atque ad visionem opis aliquid conferunt. Instrumenti verò ea est natura atque conditio, vt vim ab agente accipiat. Quare inter oculi partes, ea potioris instrumenti rationem obtinet, cui anima maiorem vim efficaciamque impertit, hoc est cui vberiorem spirituum animalium affluentiam communicat; eiusmodi autem est vel neruus opti-
D cus, vel spiritus ipse animalis, vel retina, aut aragnoides, aut aliud quidpiam proximè à cerebro profectum; non verò humorum aliquis, quòd ij omnes ex plurimorum philosophorum sententia probabilique ratione sensus omnis vitæque sint expertes. Non igitur crystalloides primarium est visionis instrumentum, quod Galenus putauit.

PROPOSITIO XXIV. THEOREMA.

Neque neruo optico communi primaria facultas cernendi inest. contrà quàm Alhazen & Vitello.

E ALHAZEN lib. 1. num. 25. & Vitello lib. 3. propos. 20. visionem tum primùm compleri aiunt, cùm forma visibilis humore crystallino recepta ad neruum opticum communem peruenerit, hoc potissimùm argumento, quòd nulla alia ratione fieri possit, vt à duobus oculis vnius obiecti vna fiat dignotio. Quod in hunc modum ex illorum auctorum sententia explicatur. Cùm duobus oculis vna eademque res conspiciatur, nec fieri possit, vt *Alhazen l. 2. n. 24. & Vitello l. 3. propos. 21. & 22.* vna vniusque numeri forma ad duos visus perueniat; vti duos oculos, ita geminas for-
F mas admittere necessum est; quarum vna ad vnum, altera ad alterum oculum proficiscatur. Si igitur visio compleretur, priusquam hæ formæ ad communem neruum pertingant, duplex fieret dignotio ac duplex sensus: quare non vna, sed duæ res viderentur. Non igitur ita se res habet; sed quàm primùm visibiles formæ cum lumine ad superficiem visus appellunt, irrefractæ versus centrum visus (quod idem & crystallini est) directò contendunt; ita tamen, vt priusquam eò perueniant, propter dissimilem crystalloidis & vitrei transparentiam ac densitatem, à medio ceu centro visus deflectant, & rectà cauicates neruorum opticorum petant, per quas, eumdem semper situm partium atque ordinem seruantes, quem res ipsæ habent, progrediuntur; ac tandem in communi neruo ceu fida statione conquiescunt. Vbi insuper ita sibi mutuò incumbunt, vt exactè congruant, atque in vnam formam coalescant. Sicque fit, inquit Vitello propos. 20. *vt propter communis nerui vnitatem, ambobus visibus, vnam & eamdem rem accidat videri.*

Non

Non pauca ſunt quæ huic doctrinæ obijci poſſunt: ac primò quidem illud, quòd A nerui optici ex multorum opinione pertuſi non ſint; aut ſi verè caui ſint, adeò exiguus ſit meatus, vt multorum obtutum fugerit.

Secundò, quòd iidem nerui non verè in vnum communem neruum concreſcant, ſed tantùm ſeſe contingant, vt prop. 12. oſtendimus. Vbi etiam retulimus, Andream Veſalium Patauij quemdam diſſecuiſſe, cuius nerui optici à cerebro ad oculos perpetuò diſiuncti erant. Hic ergo vel nihil omnino vel omnia gemina conſpicere ex Alhazeni & Vitellonis ſententia debuiſſet; at probè cuncta ſimpliciaq; ceterorum more ante videre ſolitus erat.

Tertiò, ea eſt viſibilium formarum conſtans natura, vt rectis ſemper lineis ferantur, B quam proprietatem cum lumine, quo vehuntur, communem habent. Neque vlla vmquam vi ab ea rectitudine dimoueri ſe ſinunt, niſi ob cauſam alterius diaphani, vel à perpendiculari, vel ad perpendicularem deflectere cogantur. Fieri ergo omnino non poteſt, vt rerum formæ, vbi ad neruos opticos peruenerint, longiùs progrediantur. Siquidem nerui optici cum opticis axibus numquam in directum iacent. Vnde neceſſarium foret, viſibiles formas, quàm primùm per axes delatæ cauitates neruorum opticorum ſubeunt, mox à cœpto itinere abduci, atque per obliquos ſinus tandem ſeſe in communem neruum inſinuare.

Quartò, nerui optici non minùs ſenſu prædíti ſunt, quàm ea illorum pars, qua in vnum neruum coëunt. Ergo ſtatim ac formæ rerum ad neruos opticos pertigerint, fiet C perfectus ſenſus, etiamſi necdum ſint ad communem neruum delatæ.

Quintò, ſi formæ viſibiles per neruos opticos ad communem neruum proficiſci valent, quid obſtat quo minùs hinc vlteriùs ad cerebrum vſque per eaſdem neruorum cauitates peruadant? Quod ſi fieri concedatur (vti neceſſarium eſt) iam duplex inconueniens ſubſequetur. Vnum eſt, quòd iterùm ex vna forma duæ fient, atque adeò duplex ſenſus, cùm hæ neruorum portiones non minùs ſentiant, quàm neruus communis, imò eò exquiſitiùs quò propiùs ad cerebrum accedunt: alterum, quòd dextra forma fiet ſiniſtra & contrà, atque ita inuerſo ſitu res ſpectandas exhibebunt. Quapropter iidem qui ſuprà Alhazen & Vitello, hic lib. 3. prop. 21. ille lib. 2. num. 2. nullo pacto admittunt radios viſibilium rerum ſeſe in oculi centro interſecare, nempe ne producti D inuerſum ſitum adquirant, ſicque rei pars dextra ſiniſtra, & ſuperior inferior, contraq; appareat. Quam præcipuè ob cauſam radios illos priùs quàm in centrum oculi conueniant, reſilire à perpendiculari comminiſcuntur, vt eumdem ſemper ſitum obſeruantes, proprio ordine res obiectas communi neruo repræſentent.

Ex his liquidò conſtare videtur, neruum communem non eſſe propriè ac præcipuè viſionis inſtrumentum, vt ſentiunt Vitello & Alhazen. Quo verò pacto contingat, à duobus oculis rem vnam ſingularem & non geminam videri, dicemus prop. 79.

PROPOSITIO XXV. THEOREMA. E

Neque, vt multi exiſtimarunt, ſpiritui animali ea vis tribuenda eſt.

NON pauci, præſertim ex recentioribus philoſophis, primariam cernendi vim ſpiritui animali tribuerunt. Inter quos reperiuntur Hieronymus Fabricius lib. de viſu, voce, & auditu, aliiq; complures.

Magna eſt, fateor, in humano corpore ſpirituum vis atque poteſtas. iis namque facultates omnes excitantur & gubernantur: quæ tres F omnino cum ſint, naturalis, vitalis, & animalis, tota ſpecie diſcluſæ; totidem ſpiritus, qui illarum ſint adiutores, pari interuallo diſiungere oportet. Hos ſanè eæ partes, quæ in corpore principatum obtinent, iecur, cor, ac cerebrum ſubminiſtrant: quæ non tantùm ſpiritu præpotente valent, vt ſeipſas dumtaxat gubernent; ſed etiam alios de ſe ſpiritus fundunt, & tamquam iugi de fonte in ceteras corporis partes propriis ductibus deriuant. Igitur præter ſpiritus illos, qui in vnaquaque parte corporis ſtabiles ac fixi ſunt, tres alij numerantur fluentes ac mobiles, propriis ductibus in eas partes, quibus neceſſarij ſunt, illabentes. Vnus naturalis è iecinore per venas ad extrema vſque corporis diffuſus: alter vitalis, quem cor aſſiduè per arterias impellit: tertius animalis, qui ex vitali in

cerebri

A cerebri ventriculis genitus, hinc per neruos prolapsus, non omnes corporis partes, vt naturalis & vitalis; sed eas dumtaxat irrigat, quæ sensus motusq; sunt compotes.

Cùm igitur animalis spiritus mobilis sit fluxusque, fieri nequit, vt illi præcipuè insit cernendi facultas, quæ firma est & constans. Deinde vt altrix, auctrix, & quibus corpus spirat facultates non insunt sanguini, aut vitali spiritui, ceu propriæ materiæ; sed firmæ solidæque substantiæ, cui spiritus robur efficaciamque confert: ita potentia intuendi solidiori alicui parti insidet, quam spiritus animalis roborat atque confirmat. Rursus vis intuitiua ei tantummodò parti inest, quam anima viuificat. Nam virtus omnis primò insita est animæ, deinde illi corporis membro, quod tamquam idoneum
B instrumentum animæ subseruit. Nequit autem pars vlla, nisi anima informetur, instrumenti rationem habere: siquidem sensus organo tamquam brachio, non autem vt fuste res externas attingit. Igitur soli membro anima informato vis aspiciendi inesse potest: at animalis spiritus viuat, necne, anceps est inter philosophos disceptatio: qui vero propiùs accedunt, negant. ergo ille non est primarium visionis instrumentum.

Hoc tamen animali spiritui tribuendum videtur, quod solis radio. vti enim sol æstiuo tempore rebus omnibus, quas brumæ algor torpentes ac velut emortuas reddidit, vitam quodammodò restituit, nouamque agendi vim confert, ob id solùm, quòd suo calore eas aptiores ad agendum efficiat: ita animalis spiritus viuifico ac salutari calore partes omnes, quibus assistit, fouet, atque insitas rebus facultates excitat, efficaC cesque ac promptas reddit.

Itaque cùm ab animali spiritu non minima actionis pars dependeat, fit, vt eius affectio in ipsam quoque actionem pertranseat. Vnde si motu is concitetur, res quoque obiectæ agitari videntur: quod in vertigine euidenter apparet, iisq; qui se plusculum inuitarunt. His enim larga vini copia volubiles fumos in cerebrum transmittit, qui priùs, quàm temporis spatium concoctionem exhibeat, per cerebrum voluuntur, atque visoriis spiritibus confusi permixtique in oculos prolabuntur, quos & vertigine tantisper tentant, & omnia gemina apparere faciunt, quòd axes firmari minimè patiantur. Vnde est illud Iuuenalis lib. 2. Satyra 6.

Cùm bibitur concha, cùm iam vertigine tectum
Ambulat, & geminis exsurgit mensa lucernis.

D Hinc illis difficile certò pedem figere, & vocalia instrumenta ad arbitrium mouere, & digitorum congressionem facere. Sic & phreneticis, si sanguis in caput conscenderit, omnia cruore respersa cernuntur. Deliri præterea, è quorum cerebro desiliunt spiritus nebulis obducti ac minùs puri, varias patiuntur phantasias, quibus illorum aspectus miris modis illuditur.

Demum illi etiam, qui nulla perturbatione laborant, quasdam interdum præter naturam affectiones sentiunt, vt ille apud Horat. Epistola 2. lib. 2.

—— haud ignobilis Argis
Qui se credebat miros audire Tragœdos,
E *In vacuo lætus sessor plausorq; theatro.*
Cetera qui vitæ seruaret munia recto
More, ——
Hic vbi cognatorum opibus, curisq; refectus,
Expulit elleboro morbum, bilemq; meraco,
Et redit ad se: Pol me occidistis amici,
Non seruastis, ait, cui sic extorta voluptas,
Et demptus per vim mentis gratissimus error.

Sic & ij qui diu circumaguntur cadunt, propter spirituum motionem, quæ visum per-
F turbat, & facultatem animalem à propria functione auocat. Sic ob spirituum inopiam quidam parum, aut nihil vident. Alij ob volubilitatē obtutum defigere diu nequeunt. Alij propter crassitiem hebetem patiuntur aciem. Qui aquam bibere consueuerunt, vt notat Aphrodisæus lib. 2. Problem. q. 55. acutiùs vident. Quibus autem lucidus est & constans spiritus, eaq; affluentia quæ ad perfectam functionem est necessaria, his visus est perspicax, & firma oculorum acies. Contrà verò *vti pinguis venter*, inquit D. Basilius, *non quia ita naturaliter affectus est, sed in quem pinguedo per gulæ intemperantiam affatim fluxit, perturbans & impinguans animam, non gignit sensum tenuem: ita & qui per imbecillitatem nimiam fuerit exilis & gracilis, in emortuo corpore tenuem quoque iam genitum prorsus extinguit.* *Libro de vera Virginitate.*

A

PROPOSITIO XXVI. THEOREMA.

Glaciali humori ineſt principium ſenſus.

DVOBVS præcipuè organis viſio perficitur : alterum eſt quod formas rerum ſuſcipit, vt centrum viſus, & vertex pyramidis opticæ; alterum quod harum imaginum ope res ipſas dignoſcit. Quæ in hunc modum clariùs exponentur. A quolibet obiecti puncto infiniti radij vndique proſiliunt. ex quo fit vt cuiuſque illorum forma ad omnes partes ſuperficiei viſus B perueniat, nec non in quoduis punctum ſuperficiei viſus omnium punctorum obiecti ſpecies concurrant. Quare ſi eo ordine ac ſitu res obiectæ perſpicerentur, quo ipſarum imagines ad ſuperficiem viſus appellunt, omnia perturbata atque confuſa conſpicerentur, nec vna ab alia diſcerni poſſet. Nam quodlibet punctum ſuperficiei viſus à quolibet obiecti puncto afficitur. Quocirca per pyramidem omnia videri neceſſe eſt, ita vt illarum rerum dumtaxat notiones accipiantur, quarum formæ in vnum aliquod oculi punctum, quod centrum viſus, ſeu vertex pyramidis opticæ nuncupatur, conueniant. Id in cryſtalloidis medio ſitum eſſe dicimus. Sic enim fiet, vt quandoquidem vnius puncti viſibilis innumeri ſint radij, per vnum dumtaxat ex illis omnibus, qui ad ſuperficiem viſus pertinent, conſpiciatur, per illum nempe qui ad centrum viſus perueniat; C per ceteros autem non item.

Hac ergo ratione dicimus cryſtalloidi principium ſenſus ineſſe, non quòd verè dignoſcat; ſed quòd recipiat tantùm, & ceu vertex opticæ pyramidis omnium rerum imagines terminet, dignoſcentiq́ue facultati præſcribat, per quas ex infinitis quæ ad ſuperficiem viſus vnà appellunt, vnaquæque res comprehendi debeat.

Cumq; ſit ad viſionem apprimè neceſſaria hæc cryſtalloidis functio, atque præ ceteris nobiliſſima, eius conſideratione exiſtimo Vitellonem lib. 3. prop. 4. & Alhazenum lib. 1. num. 16. liberiùs pronuntiaſſe eam oculi partem primarium eſſe viſionis inſtrumentum. Siquidem non ſolùm diſertè docent auctores illi in neruo communi vt in principali ſede viſionem celebrari, vt ſuprà retulimus propoſ. 24. verùm etiam Vitello D lib. 3. propoſ. 22. & Alhazen. lib. 2. num. 3. apertè aſſerunt cryſtalloidi principium tantùm ſenſus ineſſe. Hoc tamen diuerſum à nobis ſentiunt, quòd dicant radios à perpendiculari priùs infringi, quàm in centrum viſus conueniant; vt ita ad neruum communem, præcipuam viſionis officinam, peruenire poſſint. Quam ſententiam quia ſuprà reiecimus, reliquum eſt, vt verè ſentientem oculi partem, hoc eſt primarium viſus organum, ex propria ſententia exponamus.

PROPOSITIO XXVII. THEOREMA.

Præcipuum viſus organum eſt ea pars nerui optici E *quæ Aranea nuncupatur.*

CVM viſio quædam ſit paſſio, illud maximè quod patitur erit præcipuum viſus inſtrumentum. Hoc autem eſt neruus opticus. Ita enim in ceteris corporis partibus ſenſum omnem à neruis prouenire manifeſtè deprehendimus. Nam & olfactus à graui odore, & auditus à vehementi ſono, & ab acri ſapore guſtatus, & ab impenſo calore aut frigore quæuis pars corporis, propter ſentientem neruorum vim & facultatem læditur ac labefactatur. F Quod igitur patitur, idem & ſentit; vnumquodque quidem ſecundùm ſuæ naturæ atque ingenitæ diſpoſitionis modum. Vnde vnius ſenſus paſſióve, tactus, alterius guſtatus, alterius olfactio, aurium auditio, oculorum viſio nuncupatur. Eidem igitur dignoſcendi & patiendi facultas ineſt. Nec aliam ob cauſam neruus opticus patitur, quàm propter dignoſcentem, quæ ipſi ineſt, facultatem.

Rurſus quod patitur, ſuſceptione nociuæ qualitatis moleſtatur. Quare neceſſum eſt videndi facultatem non ad totum neruum opticum, ſed ad aliquam dumtaxat eius partem, quæ extima ſit, primò pertinere. Eamdem profectò ob cauſam, ob quam tactus potiſſimùm in digitorum extremitatibus viget, vt videlicet inde inſtantis mali

prænotio

A prænotio ad internum ſenſum deriuetur, priuſquam ceterę corporis partes in diſcrimen adducantur. Ita ergo aranea præcipuè tunica, quæ nerui optici apophyſis eſt, cernendi ſenſu pollere debuit. Deinde cùm ſola corpora diaphana lumen rerumq; formas ſuſcipiant; oportet eam nerui optici partem quæ ſentit eiuſmodi eſſe, vt ad eam rerum imagines ordinatè perueniant, hoc eſt eumdem partium ſitum obſeruantes, quem res ipſæ habent. Demum cùm cryſtalloides colligendis in vnum velut centrum radiis opticis præcipuè deſeruiat, neceſſe eſt ſentientem nerui optici partem magnam inſuper cum eo ſocietatem habere. Eiuſmodi autem eſt aranea tunica, quæ à retina primùm, inde à
B neruo optico, denique ab ipſa cerebri ſubſtantia producitur. Eademque impensè diaphana eſt, atque glacialem humorem arctiſſimè complectitur.

Quare araneam tunicam primarium viſionis organum eſſe pronuntiamus. Siquidem quà diaphana, rerum formas, quæ cum lumine oculum ſubeunt, primò ſuſcipit; non quidem vt cryſtalloides, in cuius medium omnes conueniunt, ſed vt pars ſentiens, cùm ſit de cerebri ſubſtantia propagata. Deinde cùm eadem tunica cryſtalloidi obuoluatur, fit, vt rerum figuræ araneam priùs ordinatè pertranſeant, quàm in medium glacialis concurrant. Quapropter res ipſas diſtinctè atque ordinatè dignoſcit, non verò permixtas atque confuſas. Præterea cùm cryſtalloidi ita arctè adnata ſit, teſte Ruffo, vt ſalua incolumitate ſeparari nequeat, fit, vt humor ipſe cryſtallinus ſpiſſamentum potiùs quoddam araneæ eſſe videatur, lumini rerumque figuris in vnum colligendis ac-
C commodatũ, quàm quidpiam ab ea diſtinctum. Vnde mirabilis ille conſenſus prognaſcitur araneam inter & cryſtalloidem, vt earum rerum dumtaxat notionem aranea accipiat, quarum radij in medium cryſtalloidis conueniunt. Igitur ſola aranea verè lucis affectiones & ſuſcipit vt diaphana, & quatenus à neruo optico cerebrique ſubſtantia proficiſcitur etiam ſentit; qui ſenſus per retinam neruumq; opticum delatus, tandem pertingit ad cerebrum.

Supereſt modò perpendendum, quomodo ex lucis & araneæ contactu actio, hoc eſt viſio, conſequatur. Id ſanè non alia ratione fit, quàm quòd lumen araneam natura diaphanam perfundat, cuius receptione patitur. At eiuſmodi paſſio non ſtatim viſio eſt: nam & cryſtallinus & albugineus ſola luminis ſuſceptione patiuntur, etiam dum quis
D apertis oculis dormit. Præter hæc ergo aranea ex cerebro dignoſcentem vim obtinet, qua (niſi ſomno ſopita conquieſcat) ſuſcepti luminis notionem efformat, quam mox per retinam atque neruum opticum, ad cerebrum, vbi ſenſus communis viget, tranſmittit. Eſt autem hæc non puri luminis notio, ſed rerum formis, hoc eſt colore, figura, quantitate, ſitu, ac ceteris proprietatibus quæ ſub aſpectum cadunt, affecti. Sic igitur poſtquam lux rerum viſibilium proprietatibus affecta oculum ſubiit, neruo optico, qua parte is in araneam deſinit, congreditur; ſicque ſentientis ſubſtantiæ contactu inſitaq; animæ vi ac facultate dignotio ſeu viſio tandem efficitur. A cauitatibus porrò neruorum opticorum, quas poros Galenus vocat, ſpiritus animales continuò efflantur, qui hanc facultatem excitent ac roborent.

E

His perſpicuè explicatam exiſtimo partem oculi principem, cuius gratia inſtitutæ ſunt ceteræ, ac totius etiam oculi fabrica. Quocirca ad ea quæ oculis obijciuntur, quæq; ſub aſpectum cadunt, gradum facimus. Horum enim cognitio, non minùs quàm organi ipſius compoſitio, ad naturam affectioneſque viſus enucleatè explicandas eſt neceſſaria. Accedunt ea quoque ſine quorum præſidio viſio perfici non poteſt, quas alij obiecti viſilis conditiones, alij conferentia nominant.

F

A

DE OBIECTO VISVS.

PROPOSITIO XXVIII. THEOREMA.

Lux & color proprium ſunt obiectum viſus : lux quidem per ſe primò : color autem, lucis acceſſione.

B

VISIBILE bipartitò diuiditur. Vnum enim per ſe aſpectum mouet, alterum ex accidente. Id quod per ſe, aliud proprium, aliud commune. Proprium quidem illud, quod nullo alio ſenſu percipitur: commune verò, quod aliis quoque ſenſibus ſui notionem impertit, vt ſunt magnitudo, figura, locus, ſitus, numerus, & reliqua, de quibus mox ſequenti propoſitione agemus. Rurſus proprium viſibile aliud primò & per ſe viſum mouet, vt lux; aliud per ſe quidem, ſed lucis tantùm acceſſione, vt color. Ex accidente videri dicuntur corporeæ ſubſtantiæ; quæ niſi aſpectabili qualitate obſignentur, nullo per ſe modo ſub viſum cadunt: vt ſi album Cleonis ſit filius, album quidem per ſe, at Cleonis filius per accidens videbitur. C Rectè quidem. nam ſenſus ipſe ab huiuſmodi ſenſilibus nihil omnino patitur quà talia ſunt, ſed tantùm quà ſpectabili qualitate obteguntur. Quæ Nemeſius (lib. de natura hominis) nos intelligentia potiùs quàm ſenſu percipere caloris exemplo declarat: *Primo quidem aſpectu ſolùm colorem & figuram ignis accipimus; at tactu accedente & calidum eſſe cognoſcimus, quod à tactu accipiens memoria conſeruat. Poſt igitur, cùm ignem ſpectabimus, nil aliud cernemus quàm figuram & colorem ignis: at intelligentia, cum his rebus quas videt, caliditatem quoque per memoriam concipit.* Et paulò pòſt: *Cùm ergo pomum cereum verum eſſe pomum arbitramur, non viſus vtique ſed intelligentia fallitur.*

Communia igitur viſibilia, inter propria, & ea quæ ex accidente dicuntur, medium locum obtinent. nam cum propriis id commune habent, quòd verè ſenſum immu- D tent; quòd verò nullam ſpeciem à propriorum viſibilium forma reipſa diſtinctam ſenſiterio inurant, hoc ad ea, quæ per accidens viſibilia ſunt, propiùs accedunt. Hæc enim ſuopte ingenio penitus viſum latent. Cerni autem ex accidente dicuntur, quia iis, quæ per ſe ſenſum feriunt, naturali neceſſitudine cohærent. Inter propria igitur, & ea quæ ex accidenti videntur, communia ſpectabilia verſantur; non tamen in illo exacto medio, quod ab extremis pari interuallo diſtat. nam cum propriis, quàm cum iis quæ ex accidenti, maiorem cognationem habent. Hæc enim verè non videntur, neque vllam ſui ſimilitudinem in organum inferunt: ſed corporeis accidentibus obuoluta penitus deliteſcunt. Cùm verò externa accidentia percipimus, latentem quoque ſubſtantiam videre dicimur, improprio loquendi modo: quemadmodum ciuitatem E nos videre exiſtimamus, cùm ſummas turrium cuſpides è longinquo cernimus.

Hic meritò quæret aliquis, quo pacto vnius ſenſus plura obiecta eſſe queant; nempe lux & color, atque inſuper ea quæ communia ſenſibilia nuncupantur. hæc enim etſi non vni ſenſui aſtricta ſint, tamen non ex accidente, ſed per ſe, ingenitaq; proprietate videndi potentiam ad munus ſuum obeundum excitant. Reſpondemus, hęc quæ enumerata ſunt, ad materiam viſiuæ potentiæ obiectam per ſe attinere. quæ tametſi multiplex eſſe poſſit; ratio tamen, quam formalem vocant, & ob quam cuncta ſpectabilia ſunt, ſemper eſt vna. Hanc nonnulli viſibilitatem nominari volunt: at rectius viſibilitatis principium eſſe dixeris. fluit enim viſibilitas à quopiam innominato, quod lumi- F ni, colori, ceteriſq; quæ ſub aſpectum cadunt commune eſt. Hoc ergo innominatum, eſt ratio formalis, ob quam ea omnia quibus ineſt, à viſu dignoſci queant. cetera verò omnia, vt ſunt opacitas, colluſtratio, magnitudo, oppoſitio, diſtantia, medium diaphanum, & ſi quæ alia, eiuſmodi ſunt, ſine quorum ope atque prędidio viſio actu non celebratur. Colorata enim in tenebris conſtituta, ſuapte quidem natura viſibilia habentur, quandoquidem etiam tum colores ſeruent, quorũ naturam viſibilitas comitatur; tamen actu videri non poſſunt, niſi illuſtrentur: ita nec lumine prædita ſub aſpectum venire, niſi quoad natura poſtulat compacta addenſataq; ſint. Quapropter aër lumine actu colluſtratus, eſt quidem per ſe viſibilis, tametſi à nobis non conſpiciatur, ob defectum

neceſſa-

A necessariæ densitatis. Eademque est in ceteris demonstratio, quam in opportuniorem locum remittimus.

Dices, vt video, colores qui spectantur in iride, & qui in triangulari vitro apparent, & quos solares radij per infecta vitra in oppositum parietem transmittunt, omnem denique colorum varietatem, quam pauonum plumæ non sine voluptate ostentant, à solo visu hauriri, qui tamen neque luces neque colores verè ac proprie dici possunt. Igitur non sola lux soluséque color sub proprio obiecto visus continentur. Respondendum colores illos quos apparentes vocant, aut luces veras esse, aut veros colores, aut quidpiam ex his mixtum. Quod enim nihil verum est, nihil est omnino; quod
B autem nihil est, nequit reali immutatione sensum, qui ex se est indeterminatus, ad agendum stimulare. Vtrùm autem, lux ne an color verè sint colores illi apparentes, infrà suo loco dicemus, propos. 41. Nunc ad propositam obiectionem diluendam satis erit dicere, colores illos qui in iride, & qui in triangulari vitro conspiciuntur, veras esse luces; illos verò qui in pauonum plumis visuntur, veros esse colores; qui denique per tincta vitra luminis ope transuehuntur, medium quid esse ex lumine ac colore mistum.

Rursus nobis obijcies D. Augustinum qui libro vltimo de ciuitate Dei, cap. 29. de beatorum statu ita differit: *Vis*, inquit, *præcellentior oculorum erit illorum, non vt acutiùs videant, quàm quædam perhibentur videre serpentes vel aquilæ; quantalibet enim acrimonia cernendi ea animalia vigeant, nihil aliud possunt videre quàm corpora; sed vt*
C *videant etiam incorporalia.* Quibus verbis aperte indicat D. Doctor visum beatorum proprio cernendi actu percepturum etiam spiritualia, quæ extra metas obiecti visus posita esse videntur. Ex eodem capite soluitur hic nodus: beatos ex refulgentia diuinæ claritatis in corporibus apparente, Dei præsentiam singulari intellectus perspicuitate cognituros. Quæstionem enim mouet D. August. his verbis: *Dico igitur quòd visuri sint Deum* (beati) *in ipso corpore: sed vtrùm per corpus, non parua quæstio est. Durum est dicere, quòd Sancti talia corpora tum habebunt, vt non possint oculos claudere atque aperire, cùm velint: durius autem, quòd ibi Deum, quisquis oculos clauserit, non videbit.* Ac tandem sic concludit: *Sancti in corpore videbunt Deum spiritu, quemadmodum* (4. Reg. 5.) *Helizæus puerum suum Giezi absens corpore vidit accipientem munera, quæ dedit ei Naa-*
D *man Syrus, quem propheta à lepræ deformitate mundauerat.*

PROPOSITIO XXIX. THEOREMA.

Communia obiecta visus sunt: quantitas, figura, locus, situs, distantia, continuitas, discretio, motus, & quies.

ARISTOTELES lib. 2. de anima cap. 6. tex. 64. quinque sensibilia communia enumerat, nempe motum, quietem, numerum, figuram, &
E magnitudinem.

Quæ pauciora probent, hæc argumenta adferri possunt. Motus in primis natura inconstans perpetuo fluxu labitur, nec vsquam consistit. Igitur comprehendi nequit sine præteritarum partium memoria, & futurarum prospectione, quas posteà mens cum præsenti momento componat. Hæc autem sublimioris sunt facultatis, & non externorum sensuum, qui circa præsentia tantùm negotiantur. Secundò, quies nihil est, cùm sit motus priuatio; nullo igitur sensu percipitur. Tertiò, humanus visus non differt essentiâ à visu beluarum; sed brutæ animantes nequaquam numerant, cùm id soli homini competat. Igitur numerus non comprehenditur sensu, sed solo intellectu, quo homines à beluis distinguntur. Quartò demum, figura à
F magnitudine reipsa non differt, nec alio sensu quàm magnitudo dignoscitur. Igitur figura non est peculiare obiectum commune distinctum à magnitudine. Quare hæc sola relinquitur ex obiectis communibus ab Aristotele commemoratis.

Plura, quàm quinque superiùs ab Aristotele recensita, hæc argumenta inducunt. Primum, idem Aristoteles capite citato textu 63. ait sensum circa proprium sensile non posse errare, at contingere non rarò, vt circa vbi seu locum rei, visus hallucinetur. Igitur vbi seu locus est inter obiecta communia adnumerandum. Secundum, lib. 4. Physicorum c. 11. textu 98. ait Aristoteles tempus sensibus percipi. ergo æquè ac motus, cuius mensura est, inter communia sensibilia censeri debet. Tertium, accedunt distantia, situs, continuitas, discretio, asperitas, læuitas, æqualitas, inæqualitas, & cetera, quæ

nonnulli ſcriptores Optices ſuperioribus annectunt, quòd tum viſu tum aliis nonnullis A
ſenſibus per ſe, non verò ex accidenti percipiantur. Hæc igitur omnia in eamdem tri-
bum cum Ariſtotelicis obiectis communibus iure referri debent.

Pro Ariſtotele dici poteſt, eum non omnia communia ſenſibilia ſigillatim enume-
rare voluiſſe, ſed quinque tantùm ſumma capita, ad quæ cetera reuocari poſſint. Quare
iis qui motum tollunt, reſpondendum, motum perfectè ab intellectu cognoſci, imper-
fectè verò & quodammodò materialiter ab externo ſenſu, citra vllam partium inter ſe
collationem. Neque aliud exiſtimo voluiſſe Galenum de dignoſcendis pulſibus, vbi
ſtatuit motum ratione non ſenſu dignoſci. agit enim de motu arteriæ, ex cuius diffe-
rentiis ſymptomata affectioneſque cordis deprehenduntur. Quis enim neget arteriæ B
motu tactum cieri, cùm medicus manum admouerit? quin imò motus & quietis vi-
ciſſitudinem ſenſus percipit; at vtriuſque diſcrimina, varietates, ac mutationes, à qui-
bus pulſus velox, creber, conſtans, durus, validus, tenuis, ſerratus, formicans, capriſans,
vermicularis, vndoſus, vocitantur, ſummam animi attentionem, longamq; experien-
tiam requirunt; vt ipſemet Galenus lib. 1. de dignoſcendis pulſibus ingenuè fateatur,
ad abſolutiſſimam pulſuum cognitionem totam humanam vitam requiri.

Iis qui quietem tollunt, reſpõdetur, quietem non ita ſenſu percipi, quaſi ipſa peculiari
actione ſenſum moueat atque immutet; ſed negatiuè, more aliarum negationum ac pri-
uationũ, nempe quatenus res eodem ſemper loco conſtans firmaq; ſubſiſtere cernitur.

Iis qui numerum reijciunt, idem reſpondendum quod de motu diximus. Nam ſo- C
lius mentis opus eſt numerare, & per vnitatum incrementa ac decrementa numeros
augere atque minuere. Senſus autem externus confuſam multitudinem percipit, hoc
eſt plura velut diſcreta, non quatenus vnum quidpiam indiſtinctum faciunt.

Nunc quid de numero communium ſenſibilium opinandum ſit, ita accipe. Neque
pauciora quàm Ariſtoteles poſuit, neque omnia quę à perſpectiuis ingeruntur, ſtatuenda
eſſe exiſtimamus: ſed hæc nouem. *Quantitatem*, ſub qua magnum paruum, craſſum
tenue, longum latum, æquale & inæquale, & cetera eiuſmodi continentur. *Figuram*,
ſub qua rectum curuum, aſperum læue, obtuſum acutum, conuexum concauum.
Locum ſeu *vbi*, ſub quo ſupernum infernum, dextrum ſiniſtrum, anterius poſterius.
Situm, ſub quo ſeſſio, ſtatio, ordo, diſpoſitio. *Diſtantiam*, ſub qua longinquum, pro- D
pinquum, altum, profundum. *Continuitatem*, ſub qua vnitas. *Diſcretionem*, ſub qua
numerus, multitudo, paucitas. *Motum*, ſub quo tempus. ac demum *Quietem*.

Ad primum igitur argumentum illorum qui plura aſtruere conantur quàm quinque;
admittimus vbi ſeu locum, inter ſenſibilia communia.

Ad ſecundum, dicendum tempus quidem ſenſu dignoſci; ſed quia (vt Ariſtotelis
verbis vtar) *ſimul motus ac temporis ſenſum habemus*, idcircò tempus ſub motu compre-
hẽdimus, vt magnum & paruum ſub quantitate. Qui enim rei quantitatem cognoſcit,
ſimul magnitudinis & paruitatis notionem accipit: at quantitatis notitiam, non ne-
ceſſariò diſtantiæ, aut ſitus, aut continuationis ſenſus comitatur; ſed ſi attentiùs immo-
reris, confeſtim ſubſequetur. Eſtque hæc non improbabilis ratio, vt ea ſenſibilia com- E
munia diſtinguantur, quorum plerumque diſtinctæ ſunt notiones: ea verò, quorum
cognitio ſimul fere accipitur, in vnum caput redigantur.

Ad tertium iam manifeſta eſt ratio cur aſperitas læuitas, æqualitas inæqualitas di-
ſtincta ſenſilium capita non conſtituant, quòd videlicet ſimul cum quantitate cog-
noſcantur. Item ad quartum patet, cur figura diſtinctum viſile ſit à quantitate.

Porrò non leuis error illorum eſt, qui ſimilitudinem & diſſimilitudinem in ordinem
ceterorum ſenſibilium communium redigunt, cùm non parum inter hæc & illa inter-
ſit. Nam eiuſdem rei quantitas, figura, ac ſitus, viſu tactuque percipiuntur: at ſimili-
tudo quæ in coloribus reperitur, ſolo viſu; & quæ in ſonis, ſolo auditu; & quæ in odo- F
ribus, ſolo odoratu: ſicq; in ceteris, quæcumque vna in re exiſtit ſimilitudo, vnico dum-
taxat ſenſu dignoſcitur; nulla autem eſt, quę pluribus. Itaque ſimilitudo ac diſſimilitudo
media ſunt ſenſilia inter propria & communia. nam cum propriis conueniunt, quòd
in ſingulis rebus vniuſcuiuſq; ſimilitudo aut diſſimilitudo vni tantùm ſenſui congruat;
conueniunt verò cum communibus, quòd in genere ſimilitudo ac diſſimilitudo pluri-
bus ſenſibus dignoſcatur.

Maior verò illorum eſt error, qui tranſparentiam, opacitatem, (quam Alhazenus
corporeitatem vocat) obſcuritatem, & vmbram ad hanc claſſem referunt. Hæc enim
quo alio ſenſu percipiuntur, quàm viſu?

Maximus

A Maximus autem error illorum est qui pulchritudinem & deformitatem huc sistere non verentur. Nam pulchritudo in harmonica mediatione consistit, quam vix ratio ipsa humana dignoscit; turpitudo verò, in occulta quadam lineamentorum qualitatumque asymmetria. Ex quo fit, vt quod vnus pulchrum, id alter turpe esse iudicet; quamuis vterque omnium partium conformationem, qualitatumque attemperationem, ac physiognomiam vniuersam externo visu accuratissimè intueatur. Vnde non sensu, sed iudicio ac crisi laborare ij dicuntur, qui hac in re præter communem peritiorum opinionem pronuntiant.

B *Hæc de obiecto visus vniuersè dicta sint: nunc vt de eodem in particulari nonnulla explicemus, ratio visus exposcit. Si verò ita compertum est, vt color sine lumine visilis esse non possit, nihil agimus, nisi priùs quàm ad colores explicandos accedamus, de natura luminis commentemur. Nobis autem propositum hoc loco non est, de luminis propagatione, concursu occursuque agere: sed de iis tantùm quæ ad ipsius naturam definitionemque propriè spectant; hæc enim ad rationem visus necessaria esse omnium testimonio comprobantur. De ceteris verò luminis proprietatibus quintus Opticorum liber inscribetur. Porrò ante omnia explicanda est natura diaphani, sine quo nec lu-*
C *minis nec colorum formæ ad aspectum nostrum porriguntur.*

PROPOSITIO XXX. THEOREMA.

Diaphanum rectè definitur, quod lumini rerumq; formis impunè est peruium.

PERSPICVVM vno modo accipitur pro corpore luminoso, quod nempe luminis est particeps: alio modo dicitur idem, quod Diapha-
D num. Hoc, perspicuum indefinitum seu interminatum vocari solet, quòd nimirum aspectus in illius extremitate non subsistat, sed vlteriùs videndo commeet, ac totum peruadat. Rectè enim Diaphanum definitur, *quod lumini peruium est.* Illud verò vocatur perspicuum terminatum, sub quo comprehendi etiam potest omne corpus colore infectum, vt sit idem perspicuum atque conspicuum.

Magna est perspicui siue diaphani varietas, ex ea latitudine quæ secundùm magis & minùs æstimatur, proueniens. Nam omnium maximè diaphanum est cælum, secundo loco supernus ignis, si tamen aliquis sit supra aëris regionem constitutus; hinc aër, demum aqua, eodemque ordine quæ ex horum permixtione constant, vt crystallus, vitrum, ac gemmæ quamplurimæ. Eius ordinis ratio est, quoniam ab terrena crassitie &
E opacitate longissimè abest natura cælestis, tum ignis, inde aër, ac deinceps cetera.

Quemadmodum lumini, ita quoque coloribus rerumq; aspectabilium formis peruium est diaphanum, quo fit vt visioni accommodatissimè obseruiat. Rerum namque imagines cum lumine per corpus diaphanum ad oculos transmissæ id efficiunt, vt res etiam ipsæ per interiectum licet densissimum corpus transpareant. Quod neutiquam accideret, si densitas corporum rerum simulachris obsisteret.

PROPOSITIO XXXI. THEOREMA.

F

Lux & color corporis opaci sunt proprietates.

ARISTOTELES libro de sensu ac sensili cap. 3. ait lumen quidem in indefinito esse, colorem verò in definito. Vnde non pauci philosophi in eam sententiam prolapsi sunt, lucem quidem corpori inesse diaphano, colorem verò opaco. At huic sententiæ in primis aduersantur cincindelæ, & putres quercus, & pisces, igniſque ipse, & quæcumque demum in sublunaribus suapte vi splendent. Hæc enim omnia si vel extinguantur, vel maiore lumine absorbeantur, corpus opacum exhibent. Deinde cùm diaphanum illud iam esse constet, quòd lumen coloresque transmittit, perspicuum est, fieri non posse, vt in eo

quidpiam lucis vel coloris ſubſiſtat. Igitur in ſolo opaco hæc ſedem firmare poſſunt. A
Cuius rei hoc quoque indicium eſt, quòd lumen ipſum per medium diaphanum effuſum, quamuis inter cetera viſibilia ſit maximè conſpicuum, tamen eo minùs cernatur, quo medium purius, atque ab omni opacitatis contagione liberius exiſtit. Præterea ſi per ſingula diſcurrere velimus, comperiemus omne corpus, quod vel proprio nitet fulgore, vel quod colore aliquo infectum eſt, opacum eſſe; nullumque corpus opacum extare, quod non vel luce, vel colore conſpicuum ſit. Ita vt lucidum & coloratum cum opaco reciprocentur.

Cùm verò Ariſtoteles aſſerit, lumen quidem in indefinito eſſe, colorem verò in definito, ex decurſu ſermonis manifeſtè conſtat, per indefinitum, corporis profunditatem; B
per definitum verò, extimam eius ſuperficiem intelligi debere. Agens enim de iis, quæ actu videntur, ait eorum, quæ ſuapte natura fulgent, nitorem in profunditate conſpicuum eſſe; colorem verò in extima dumtaxat corporis ſuperficie.

Aduertendum autem in ſublunaribus nullum corpus exiſtere perfectè diaphanum, ſed vnumquodque opaco permixtum eſſe, aliud quidem magis, aliud verò minùs. Quà opaca ſunt, lumen coloreſq; admittunt, & eorum ope ſub aſpectum cadunt; quà verò diaphana, his omnibus peruia ſunt. Rurſus quæ eiuſmodi ſunt, vt nec lumen, nec rerum imagines tranſmittant, ea abſolutè opaca nuncupamus, vt ſunt ligna, terræ, ac plurimi lapides. Quæ verò tum lumen, tum ſpectra rerum accuratè traijciunt, ea diaphana cenſemus, vt ſunt aër, aqua, cryſtallus, vitrum, & gemmæ non paucæ; quæ demum C
lumen quidem, ſed non perfectas rerum formas reddunt, media dicimus, &, ſi placet, nebuloſa poſſunt appellari, cuiuſmodi ſunt cornu in laminas extenuatum, charta oleo perlita, & inter gemmas chalcedonius, agates, pluresque aliæ.

Eorum quæ abſolutè diaphana appellamus, nil ita exquiſitè perſpicuum reperitur, vt omnino opacitate careat. Quinimò non pauca etiam manifeſtum colorem ingenitum habent, vt carbunculus, ſmaragdus, ſapphyrus, hyacinthus, aliæque gemmæ; quarum proinde color non in ſumma tantùm ſuperficie, ſed etiam in profunditate conſpicitur. Nam cùm in his rebus tinctura pertenuis ſit, in profundiore quidem corpore copioſior apparet, & color ſaturatior; in minùs profundo verò dilutior ac proinde minùs conſpicuus. Sic aquæ tinctæ in amplo vaſe colorem robuſtum, in anguſto languidum exhi- D
bent. Eademque cauſa eſt cur aër, non eumdem cominùs, quem eminus colorem referat, quòd eius color in magna tantùm profunditate conſpiciatur. Sic mare cùm illud intuemur, —— *admittit in altum*

Claud. de raptu Proſerp. lib. 2.

Cernentes oculos, & latè peruius humor
Ducit inoffenſos liquido ſub gurgite viſus,
Imaq; perſpicui prodit ſecreta profundi.

Nullus igitur color in ſuperficie horum corporum apparere poteſt, quæ per ſe indiuidua eſt. Accedit quòd nullus color appareat niſi lumine à colorato ad viſum repercuſſo: at lumen ab horum corporum extremitate remitti non poteſt, niſi velut à ſpeculo, igitur nec vllus in ea color poteſt apparere. In profunditate autem conſpicuus eſt color, E
quia lumen, à parte opaca quantulacumq; ea eſt, colorem refert ad ſenſum. Eodemque modo lumen in horum corporum profunditate ſpectatur, eoque magis quo corpus aut profundius aut opacius fuerit. Perfectè autem atque omni ex parte diaphanum dicimus videri non poſſe, quòd nec lumen, nec colorem vllum retinere poſſit. Confirmat autem hanc noſtram ſententiam, quòd marina aqua, cui inſitus eſt quidam fulgor, tum primùm ſplendeat cùm fuerit validè agitata: non ſanè eam ob cauſam, quòd motus calorem, hic verò ignem lucemq; producat, vt quidam voluere: nam motus in ſiccis quidem ac duris corporibus calorem excitat, in humidis verò mollibuſq; frigiditatem. Hinc aër impulſu frigeſcit, & aqua æſtiuo tempore non ita incaleſcit agitata, vt dum F
quieſcit. Non igitur quòd motu caleſiat, idcircò marina aqua in tenebris nitet, ſed quòd agitatione in ſpumam acta deponat naturam diaphani, in qua inſitus fulgor ſpectari non poterat. Sunt igitur lux & color opaci corporis proprietates, quod fuerat propoſitum.

Verùm ſitne opacitas peculiaris qualitas, qua corpora, quibus inſidet, lumini rerumque formis, ceu vi quadam obſiſtant; an verò omne corpus ſuapte natura perſpicuum ſit atque pellucens, fiat autem opacum lucis aut coloris velut infectione, non leuis quæſtio eſt. In qua tametſi vtrumque rectè dici poſſe videam; id tamen vero ſimilius mihi videtur: omne corpus ſuopte ingenio diaphanum eſſe, quod Ariſtoteles lib. de

ſenſu

A ſenſu & ſenſili cap. 3. his verbis confirmat: *Quod autem perſpicuum nuncupamus, id non aëri, aut aquæ, aut vlli elementorum proprium eſt: ſed eſt facultas quædam & natura communis, quæ ſeparabilis quidem non eſt; ſed in illis eſt atque in ceteris corporibus, aliis plus, aliis minùs.* Igitur corpus omne per ſe diaphanum eſt; viſibiles autem qualitates per ſe opacæ, quæ proinde ea quibus inſunt corpora opaca efficiunt: quod ſanè non abs re ita natura comparatum eſt, vt in hiſce qualitatibus viſus terminaretur, qui ſi permearet, nullam illarum aſpiceret: nunc verò, quæ propter tranſlucidam naturam viſum per ſe fugiunt, his qualitatibus ſiſtuntur, & ſpectabilia fiunt: ſublato autem colore innataq; luce, ab iis quibus hæc à natura inſunt, diaphana omnia relinquentur.

B

PROPOSITIO XXXII. THEOREMA.

Lumen eſt actus corporis perſpicui.

ARISTOTELES lib. 2. de anima cap. 7. textu 69. lumen ait eſſe velut colorem corporis perſpicui ſeu lucidi. Nam ſicut colorata colore, ita lucida fulgore cõſpicua fiunt. Ex quo fit, vt, eodem philoſopho definitore, *lumen ſit actus corporis perſpicui, quà perſpicuum eſt*, hoc eſt, actus quo formaliter corpus aliquod perſpicuum ſeu lucidum efficitur.

C Definiri etiam hoc modo lumen poteſt: *Lumen eſt quod per ſe abſque alterius præſidio ſui eſt diffuſiuum.* Hæc enim præcipua eſſe videtur luminis proprietas, vt etiam in tenebris radiet, ſeu potiùs fugatis tenebris per ſe primò colluceat. Quam proprietatem nos lib. 5. Deo fauente, definitione prima diffuſiùs exponemus: vbi oſtendemus id lumini proprium eſſe, vt miſſis vndique ſui ſimilibus radiis, ſeſe ampliſſimum in orbem propria facultate effundat.

PROPOSITIO XXXIII. THEOREMA.

Malè Empedocles lumen corpus eſſe dixit.

D

ARISTOTELES lib. 2. de anima c. 7. tex. 70. refellit eorum ſententiam, qui lumen corpus eſſe exiſtimabant. Primùm, quia in eodem medio plura ſæpè lumina conueniunt. ſi igitur corpora eſſent, ea ſeſe penetrarent: quod idem accideret cùm lumen ſolis per cælos denſiſſimos aut per vitrum tranſlucet. atqui fieri nequit, vt plura corpora ſe mutuò intimè peruadant, atque eodem coërcita loco ſocietatem ineant. Ergo, lumen non eſt corpus. Secundò, tenebræ ſunt priuatio actus ex præſentia corporis lucidi in perſpicuo nati. Igitur lumen eſt forma quædam accidentaria, & non corpus. Tertiò, omne corpus loco moueri eſt natum, at loci mutatio tempus exigit, quo mobile ex vno loco in alium

E commeet. Lumen igitur non eſt corpus, cùm illud videamus ocyſſimè, & velut momento temporis, longiſſima ſpatia emetiri. *Neque rectè dixit Empedocles, & ſi quis itidem cenſuit, lumen ferri atque extendi, noſq; id ipſum latere. Hoc enim & rationis metas excedit, & eſt præter ea quæ apparent. In paruo namque ſpatio motus fortaſſe lateret, propter velocitatem; ſed ab ortu ſolis vſque ad occaſum, tanti corporis motum latere magna profectò eſt poſtulatio.* Hæc Ariſtoteles loco ſuperiùs citato.

Præterea ſi lumen corpus eſſet, tardiùs ferretur per durum medium quàm per molle: at quo momento temporis penetrat molle diaphanum, eodem tranſuerberat vel duriſſimum, cuiuſmodi ſunt cæleſtia corpora, & cryſtallus, & vitrum. Incorporeum igitur

F eſt lumen, cui duritia corporis non obſiſtit.

Neminem autem conturbet, quòd dicamus lucem moueri ac ferri, item accedere & recedere, contrahi ac dilatari: tametſi enim corpus ſit quod mouetur, & in tempore quodlibet moueatur; lux verò incorporea ſit, & ſimul tota; non propterea damnandus eſt hic loquendi modus, cùm potiorem non habeamus, quo lucis naturam manifeſtemus, cùm dicendum potiùs eſſet, ſimul atque præſente diaphano lucidum corpus exponitur, mox illic lumen exiſtere, illicque agere.

PRO-

A

PROPOSITIO XXXIV. THEOREMA.

Sed neque lumen corporea eſt qualitas. rectè autem intentionalis vocari poteſt.

LVMEN duplicem habet exiſtendi modum, vnum naturalem, intentionalem alterum. Naturalis eſt, quo in corpore, cui congenitum eſt, exiſtit; vt in aſtris: in quibus ſubiecti extenſione diſtenditur, nec ab vlla externa cauſa pendens, per ſe firmum ac conſtans permanet. Hæc lux propriè nuncupatur, de qua noſter modò ſermo non eſt. Alter modus exiſtendi luminis intentionalis eſt, quo extra proprium ſubiectum, inſtar ſpiritualis ſubſtantiæ totum exiſtit ſimul, vt in aëre, alióve corpore impunè peruio, in quo ſeſe plura lumina penetrant, & momento temporis immenſa ſpatia tranſcurrunt, more ſpirituum. Adeò vt in his quoque ſymptomatis, quæ ceteroquin corporum propria ſunt, quamdam ſpiritualis eſſentiæ ſimilitudinem ementita eſſe natura videatur, quæ à corporea mole ſoluta liberiùs euagetur. B

Et ſanè ſi lumen corporeum eſſet, proprio cuipiam ſubiecto eſſet congenitum, in quo proinde reſtaret ad tempus abſente corpore lucido: deinde propriam elementi qualitatem in ſubiecto requireret: at neque momento quidem temporis in ſubiecto perſeuerat ſublato corpore luminoſo; neque præuiam aliquam in ſubiecto diſpoſitionem requirit, vt adſit; ſed *puritatem cæli, animæq; perſimilem,* (vt Marſilius Ficinus loquitur in librum primum Enneadis ſecundæ Plotini) *hoc eſt perſpicuitatem, totumq; ſubitò prorſus illuminat, & ſine offenſione totum implet, pluraq; ſtatim abſque reſiſtentia in vnum coëunt, nec ſordibus inquinatur. Idemq; abſque colliſione, condenſatione, rarefactione, mora tam facilè per ſpatium ſe fundit ampliſimum, quàm refundit ſe protinus in anguſtum.* C

PROPOSITIO XXXV. THEOREMA.

Nullum lumen omnis coloris eſt expers. D

EST enim lux corporis opaci proprietas, vt prop. 31. diximus: vbi etiam oſtenſum eſt corpus omne opacum colore aliquo tale effectum eſſe. Igitur color lumini permiſcetur, ceu quædam eius affectio, vnde quamplurimæ luminum differentiæ exoriuntur. Niſi enim vnumquodque lumen colore aliquo affectum ſit, nihil ſupereſt, quo vnum ab altero diſtingui poſſit, cùm lumen qualitas ſit, quam præter nihil in rebus ipſis aſpectabile ſit. Neceſſum igitur eſt, quod propoſitum erat demonſtrare, natiuum colorem corporis cum lumine in vnam ſpeciem vnumq; aſpectum coaleſcere, ex qua quidem concretione & contemperatione pro colorum varietate multiplex luminis differẽtia procreatur. Hinc enim lux ſolis aurea eſt, lunæ argentea, mercurij rubicunda, flammæ ſulphureæ cærulea, æruginis accenſæ viridis. Nec obſtat, quod lib. de coloribus cap. 1. Ariſtoteles inquit: *Lux ignis color eſt, nullus enim alius præter hunc ignis color inuenitur, & ob id ſolus hic viſibilis exiſtit, cùm cetera viſibilia euadant huius beneficio, nulliq; alteri poſſimus ignis aſpectum ferre acceptum, niſi luci.* Hæc enim rectè ab Ariſtotele dicuntur, cùm nec color ignis ſine lumine, nec lumen niſi colore affectum videri poſſit. E

Marſilius Ficinus in librum primum Enneadis 2. Plotini omnem colorum varietatem, quam in diuerſis luminibus cernimus, in materiæ raritatem & denſitatem reponit. Sic enim ait: *Scimus ignis lumen, quo purius eſt, eo eſſe nitidius. contrà verò rubet in materia craſſa, pallet in media, ſed in tenuiſſima nitet.* Et paulò inferiùs: *Quod autem diuerſis in ſtellis aliter aliterq; lux fulgeat, non alia quidem & alia miſtione contingit, ſicut in coloribus noſtris accidere ſolet; ſed propriis quibuſdam raritatis, denſitatis, diſtantiæq; gradibus. Sic & croci color congregatus quidem rubet, diffuſus verò pallet, diffuſiſſimus denique nitet. Mitto quantum in his è longinquo, & per media diuerſa nos fallat aſpectus. Sed præter lumina cæleſtibus adde virtutes quoque diuerſas, ex quibus & colores ibi varij, & actiones inde proueniant: non quales ab elementis, ſed proprietate quadam occultiore, ſcilicet ſpeciali fermè, quali ferrum trahitur à magnete. Nam quæ apud nos ſic agunt, agere dicuntur virtute cæleſti.* F

Equidem

A Equidem existimo Marsilium id potissimùm expendisse, quòd cælesti substantiæ nullus color possit esse congenitus, propterea quòd omnis color ex mixtilium temperamento originem ducat. Causam igitur diuersorum luminum in mixtis perquirendam ratus, reperit in igne aliquam luminis varietatem ex maiore vel minore materiæ deductione. Quapropter hanc cælestibus quoque astris accommodauit. quæ proinde dixit eâdem causâ variè fulgere, qua croci color congregatus quidem rubet, diffusus verò pallet, diffusissimus denique nitet.

Verùm materiæ raritas ac densitas hoc solummodò præstare possunt, vt color dilutior sit aut saturatior; non verò vt speciem immutet. Quare numquam fiet vt croci color cæruleus euadat, quantumuis materia diducatur aut constipetur. Vnde igitur
B quarumdam rerum flammæ aureæ, aliarum rubicundæ, aliarum purpureæ, aliarum cæruleæ, aliarum virides? sanè ex proprio colore materiæ inflammabilis, qui lumini permistus vnà fulget nitetque.

At cælestia corpora, queis propter naturæ simplicitatem nullus color ineſſe potest, quonam pacto variè coruscant? Respondeo fulgentibus astris proprios colores ineſſe, non quidem ex mixtilium concretione oriundos, sed puriores ac lumini familiares. Omne enim quod opacum est, colorem aliquem habere oportet; nec magis repugnat corporum cælestium simplicitati color, quàm opacitas. Ex horum igitur colorum contagione fit, vt astrorum lumina vario colore infecta appareant.

C

PROPOSITIO XXXVI. THEOREMA.

Exquisitum lumen diutiùs spectatum, visus organum labefactat.

D NEMINEM esse arbitror, cui perspectum non sit oculos ab exquisito splendore offendi, atque interdum etiam penitus occæcari. Id enim manifesta docet experientia: quam in primis testatam facit Galenus lib. 10. de vsu partium, asserens multos per eclipsin solis visu destitutos fuisse, dum eam explicatis oculis fixiùs intueri conati sunt. Deinde quotidianum est intensioris lucis aspectu ita retundi atque hebetari oculorum aciem, si diutiùs immorentur, vt aliquanto pòst tempore nihil discernant, donec quiete ac temporis mora in pristinum statum restituantur. Præterea qui ad accensas fornaces opus faciunt, quales sunt qui ferrum cudunt, aut vitra conflant, aut metalla secernunt, aliúdve quid præstant simile, plurimùm visu hebetantur propter continuum ignei fulgoris aspectum, qui pòst aliquot annorum spatium organum quoque ipsum insitamque organo facultatem pessumdat.

Ex his atque sexcentis aliis tametsi constet ab excellenti actione vires patientis hebe-
E tari atque dissolui; non tamen satis apertum esse videtur, qua id peculiari vi ac causa fieri contingat. Non placet in primis ea ratio, quòd vehementioris luminis appulsu pupilla supra vires constringatur, vnde dolor cõsequatur, ac tandem etiam vires fatiscant. Nam, vt propos. 17. ostendimus, idcircò pupilla astringitur, vt ingruenti lumini, quod organo perniciem machinatur, obsistat. Quare dolor, quem gignit pupillæ coarctatio, grauioris mali arcendi causa suscipitur; non secùs ac manus propriâ contemptâ læsione lapidi incidenti promptè opponitur, ne caput, pars corporis nobilior, nocumentum accipiat. Multò verò minùs existimo hanc ob causam intensum lumen exactam organi harmoniam pessumdare, quòd facta in centrum visus radiorum collectione per infra-
F ctionem, quæ accidit in humore aqueo, calor quidam excitetur, qui spiritus animales dissipet, & crystalloidis substantiam exsugat. Nam licet infractionem radiorum versus centrum crystalloidis fieri suprà propos. 9. & 26. demonstrauimus; ea tamen refractio à perpendiculari est, vt ex propos. 9. constat, & lib. 2. diffusiùs ostendemus; ac proinde illi, quæ calorem accendere nata est, prorsus contraria.

Geminam autem rationem huius effectus hanc adfert Aristoteles lib. 2. de anima, cap. 12. textu 123. quòd sensibilis exuperatio superet vires. Ex quo fit, vt ratio instrumenti dissoluatur, non secùs atque concentus nimia fidium intensione. Apta enim organi compositio, quam propria functio postulat, non solùm in figura idonea; sed etiam in exquisita quadam primarum secundarumq; qualitatum symmetria ac moderatione,

quam

quam instrumenti rationem appellat philosophus, consistit: hanc verò cùm excellens A
sensibile penitus, aut ex parte labefactat, fit vt facultas ipsa organo insidens pariter vitietur. Quod Themistius in lib. 2. de anima cap. 42. suæ paraphrasis pulchrè edisserit his verbis: *Constat*, inquit, *exuperantiam sensibilis perniciem afferre sensorio. Nam si vis maior ingruat, quàm vt sustineri à sensu possit, necessarium est eius partis interitum sequi; quia temperamentum & ratio soluitur desuitúrque. Nihil enim aliud temperamentum est, quàm mensurata quædam & modificata medietas. Omne verò moderatum ab immoderato dissoluitur; vt modulatio in fidibus atque cantu, si chordæ voceſq; aut validiùs obgraueſcant, aut impensiùs euibrissent, quàm intensionis & concentus ratio postulat, protinus dissidere incipit, mox & conspiratio tota confunditur.* Hæc ille. B

Fortè hîc quispiam naturæ auctorem prauæ institutionis redarguet, quòd à propriis obiectis organa sauciari permiserit, in quæ sensus ipsi natiua propensione feruntur. Absonum enim omnino videtur, vt quidquam naturali impetu perniciem sibi adsciscat, cùm potiùs naturæ legibus consentaneum sit, vt omnia propriam incolumitatem ament, ac persequantur. Verùm iniqua est ista expostulatio, cùm in eiusmodi obiecta, à quibus organum prauè afficitur, sensus nulla ratione propendeant, sed potiùs velut interitum refugiant: nec sensibilia ipsa per se organum lædunt; sed tantùm ex accidenti, cùm nimirum ad exuperantiam deflectunt, ceu vinum immodicè sumptum.

PROPOSITIO XXXVII. THEOREMA. C

Color est, quod mouet actu perspicuum.

HANC coloris definitionem tradit Aristoteles lib. 2. de anima cap. 7. textu 73. quæ eam habet explicationem: Color mouet medium diaphanum, quod iam actu lumine illustratur. Distinguitur ergo color à lumine, quòd lumen dum medium diaphanum mouet, facit ipsum perspicuum seu luminosum; at color supponit medium actu illuminatum, vt illud moueat. Aduerte autem non supponi medium prius tempore collustratum, quàm à colore moueatur: sed vno eodemque tempore quo inficitur colore, etiam lumine col- D
lustratur, illo inquam lumine, quod à corpore colore conspicuo ad visum remittitur, secumque coloris imaginem ac formam defert. Nam formas rerum aspectabilium luminis ope ad visum transportari infrà planè demonstrabitur.

Huic definitioni nihil officit altera ex eodem philosopho lib. de sensu & sensili cap. 3. petita, quæ sic habet: Color est terminus perspicui in corpore definito, seu terminato. Hæc enim de colore, quà spectabilis est, intelligitur; non autem absolutè, quemadmodum Pythagoras colorem esse extimam corporis superficiem censuit, hanc ob causam, quòd color sectilem naturam habeat; non tamen sit corpus, aut linea: superficiem ergo esse concluſit, non quamuis, sed extimam, quæ se palàm in conspectum dat. Veriùs itaque Aristoteles ea dumtaxat ratione colorem ad superficiem corporis E
retulit, quà spectabilis est. Solus namque visibilis color in termino corporis inhabitat. Quare etsi color intimè totam corporis substantiam peruadat, eò quòd ex primarum qualitatum permixtione consurgat; tamen is solùm est proximè aptus videri, qui extimam illius superficiem occupat.

Si quis obijciat multarum gemmarum colores etiam in profunditate conspicuos esse: itemque in succinis inclusas muscas, & culices, ac formicas, aliaque eiusmodi, subinde spectari, quæ, dum recens ac fluida etiamnum materia esset, lentore capta temporis decursu pariter siccata constrictaq; fuere, ac velut perpetuæ sepulturæ mandata. Dicito id fieri, quòd corpora illa non penitus opaca sint, sed parte aliqua diaphana, quamobrem F
etiam ex profunditate illorum colores emergunt & spectabiles fiunt.

Ex his sanè perspicuè constat, colorem cum lumine magnam cognationem habere. Vti namque lumen, ita & color similem sui sobolem progignit, ac per transparens medium circumcircà latè diffundit. Quæ vis nulli alteri ineſſe comperitur. Si quæ enim effectum aliquem ex se fundunt, ea ferè aut sursum, aut deorsum, aut in vnam tantummodò rectam lineam vim facultatemque exerunt. Differt verò color à lumine, quòd lumen per seſe, at color non nisi luminis adminiculo per suæ virtutis sphæram deportetur, vt infrà dicemus propos. 42.

PRO-

A

PROPOSITIO XXXVIII. THEOREMA.

Non rectè Plato colorem, lumen esse pronuntiauit.

TRIPARTITA est eorum sententia, qui colorem nil aliud quàm lumen esse existimarunt. Plato in Timæo, colorem genus quoddam luminis absolutè pronuntiauit, cùm eum his verbis descripsit: *Est autem color veluti flammula quædam, fulgorq; è singulis corporibus emicans, partes habens visui ad sentiendum accommodatas.* Deinde Auempace apud Auerroëm lib. 2. de anima comm. 67. asserit absente externo lumine nullum superesse colorem in corporibus, sed luminis tantùm appulsu colores suscitari. quò etiam spectare videtur illud Poëtæ lib. 6. Æneid.

B

——— *Rebus nox abstulit atra colorem.*

Tertia est sententia Magni Alberti, lib. de sensu ac sensili tractatu 2. cap. 1. qui à ceteris hoc discrepat, quòd sublato lumine putet in corporibus superstitem manere qualitatem quamdam, ex primis qualitatibus oriundam, quæ coloris veluti materia sit, eius verò forma actusque lux.

Colorem nil aliud esse quàm lumen, his argumentis probari potest. Primò, quia
C colores qui in nubibus conspiciuntur, præsertim circa solis ortum atque occubitum, non aliam habere causam videntur, quàm diuersam solis irradiationem; vnde nunc albæ, nunc obscuræ, nunc rubentes ac velut sanguineæ apparent. Mare item ob eamdem causam nunc purpurascit, nunc canescit, & eminus album, propiùs ex obscuro viridem colorem repræsentat. Videmus etiam columbarum ceruices, & pauonum caudas, diuerso lucis aspectu colores mirum in modum variare. Ex quibus omnibus hoc necessariò educi videtur, nil differre colores à lumine; sed vnam eamdemque rem esse, quæ diuerso aspectu omnem hanc varietatem producat.

Secundò, ex omnibus coloribus nullus ita officit visui sicuti albus: hunc enim si diutiùs oculi aspexerint, fatiscunt; nec sanè aliam ob causam, quàm quia candor multum
D habet de lumine, quo potissimùm censent philosophi organum visus dissipari. Igitur & ceteri pro rata portione, alij plus, alij minùs, de natura luminis acceperunt.

Tertiò, absente lumine vniuersa corpora delitescunt, nec vllum eorum suapte vi speciem aliquam exerit, qua cerni possit. Ergo nullus color in rebus ante appulsum luminis conspicuus existit: sed tantùm, vt Albertus Magnus volebat, prima quædam coloris materies, quæ ex luminis consortio in diuersis corporibus omnem hanc, quæ nunc extat, colorum varietatem exhibet. Quare verus perfectusque color nil differt à luce; quæ eius perfectio, actus, ac forma, iure optimo dici potest & debet.

Colores quidem illos quibus sensus illuditur, apparentes vocant, à lumine non differre perspicuum certumq; habeo; cùm à solo lumine secundùm diuersum modum
E inflexo infractóve consurgant, & velut penduli in medio diaphano oberrantes: non verò, vti sinceri illi qui in corpore solido & opaco cernuntur, firmi stabilesque consistant.

Veros tamen colores diuersam à luce naturam habere, his rationibus demonstratur. Prima, si veri colores aliud nihil essent quàm lumen, eadem in illis accideret phænomenon diuersitas, quæ in apparentibus cerni consueuit; siquidem vnius conceduntur esse naturæ: at hi maximè versatiles sunt, cùm ad omnem pænè aspectus diuersitatem perspicuè mutentur; illi autem firmi ac stabiles, cùm non à luce, sed à primarum qualitatum societate atque complexu gignantur. non sunt igitur colores de natura lucis.

F Deinde, quis dicere audeat, nigrorem, qui ab albedine tota natura distat, lumen esse, cùm nil lumini aduersetur. Dicere autem nigrorem tenebras esse, longè absurdius est, & à communi philosophantium sensu quàm maximè dissitum. Ergo nec nigror nec candor lumina dici possunt. Quod verò Aristoteles lib. de sensu & sensili c. 3. ita scribit: *Quemadmodum in aëre modò lumen, modò tenebræ insunt, ita in ipsis corporibus albor & nigror innasci assolent:* id solùm per similitudinem dictum est. Rursus lux vnius dumtaxat speciei est: at colores, cyaneus, luteus, puniceus, ceterique specie differunt. Igitur hi aliud sunt quàm lux. Demum color mouet diaphanum actu illustratum. igitur non est idem quod lux. aliàs enim idem ab eodem moueretur, quod inter absurda numerari solet.

Nunc illa argumenta diluamus, quæ colorem à luce minimè distinguendum esse suadebant. Ad primum, dicendum colores illos qui in nubibus densatisque vaporibus, & qui in mari atque auium plumis sole radiante visuntur, veros colores esse, vt infrà demonstrabitur: ac proinde eos aliam causam habere, quàm solis aspectum vel irradiationem. Et vt de genere illorum essent, qui apparentes vocantur, nil tamen aliud concluderet argumentum, quàm quòd hi solùm à lumine minimè distinguantur. A

Ad secundum, fatendum è veris coloribus albedinem similitudine quadam, at non proprietate naturæ, ad lucem proximè accedere; vnde neutiquam sequitur, eamdem colorum ac lucis naturam esse, cùm ea similitudo ad speciem constituendam nihil omnino conducat. Qua autem ratione candor visum hebetet, organumq; labefactet, infrà dicemus, propos. 40. vbi de colorum sympathia & antipathia, quam erga visum habent, sermo instituetur. B

Ad tertium, non mirum est absente lumine colores obliteſcere, & veluti oculis eripi, cùm tunc illorum imagines de medio tollantur. sicque intelligendum illud Poëtæ, quòd nox colorem ab oculis, non ex rebus ipsis sustulerit. Non enim concedimus absceſſu lucis colores funditus interire, aut ex se visibiles non esse, tametsi, nisi lucis consortio, actu non videantur. Quæ proinde externa quidem ipsorum forma dici potest, quatenus sui perfusione illos actu aspectabiles facit: non verò interna, quasi ex ipsa colores, ceu ex proprio atque essentiali actu componantur, cùm lux & color species sint in suo quæque genere perfectæ atque completæ, quæ proinde in naturam vnam coire minimè possunt. C

Si quis ex Alberti sententia dixerit, colorem ex luce, & qualitate illa quæ ex primis nascitur, non tamquam ex actu & potentia, sed velut ex mixtilibus componi; non secùs atque ex luteo & ceruleo fit viridis, itemque ex rubro cyaneoque purpureus: id profectò de colore, quà spectabilis est, concesſero, absolutè autem non item. Nam qualitas illa ex primis oriunda, quam Albertus coloris materiam facit, verè ac propriè color est, per se quidem spectabilis remota potentia, actu verò solùm lucis appulsu.

Et sanè dicere tum solùm colores existere cùm luce perfunduntur, absente verò lumine deperire, perinde est ac si quis dicat, orientia quidem astra succendi, occidentia verò extingui; quod Epicurei opinabantur; aut quod Democritus, tum solùm colores esse, cùm illos quis videt, ac sublato aspectu interire. Hæc verò commenta quid aliud sunt, quàm dicere (si modò sit quispiam qui affirmet) quos videas, homines esse; quos videre desinas, mori: aut eumdem colorem, dum ab vno videtur, alterum verò latet, eodem simul tempore generari & corrumpi. D

PROPOSITIO XXXIX. THEOREMA.

Quinque sunt simplicium colorum species, ac tres compositæ.

Hic præmonendus est Lector, ne in æquiuoco versetur oratio, nos hoc loco non agere de coloribus concretis, quales sunt, minium, purpurissum, lacca, cinnabaris, indicum, ochra, auripigmentum, ceruſſa, ac ceteris quos pictores tabulis inducunt, sed de iis quæ his insunt visibilibus qualitatibus. E

Rursus per simplices colores non intelligi à nobis illos qui elementorum sunt proprij, nec per compositos, illos qui ex primarum qualitatum concursu gignuntur. Quo pacto Aristoteles eos vsurpat libello de coloribus cap. 1. est enim ea colorum consideratio pars scientiæ naturalis. Quare ad physicum spectat primas colorum causas reddere, quo inquam pacto ex primarum qualitatum congressione vniuersa colorum numerositas in rebus singulis oriatur. Exempli gratia, cur fumus lignorum ater sit, stibij albus, argenti viui sulphure mixti ruber: cur coralla per se rubra igne albescant, ceruſſa alba è contrario vstulata rubescat: qua ex causa gallarum & chalcanthi diluta per se seorsum clara atque perspicua, si confundantur, momentanea conuersione impensissimam nigredinem contrahant: simili modo cur violarum infusum, iniecta guttula olei ex fæce vini, confestim ex puniceo in viridem colorem mutetur: præterea cupri tinctura insigni viriditate conspicua, cur iniecto sale ammoniaco, euadat cyanea: rara omnino spectacula. Demum quis non iure miretur in hominum capillis insignem varietatem colorum, præsertim cum nigerrimi niueam canitiem induunt: ac in eodem etiam animali, F

A mali, veluti tauro nigerrimo candidiſſimas maculas. Quid? dicéſne contrarias temperamenti rationes partibus ineſſe, ex quibus contrarij colores proueniunt? Difficilis omnino eſt perſuaſio. His adde, quod ſummum naturæ miraculum videri debet, multiformem, ac propemodum infinitam colorum varietatem, quam in floribus, idem herbæ viror, eademque tellus vbere fœtu progignit; qui omnes cum tempore ac tempeſtiuitate, pro ingenio ſuæ naturæ, hi quidem ocyùs, illi tardiùs colorem permutant. Arduum ſanè eſt hoc negotium, & in quo plura eſſe exiſtimo, quæ ſub occultioribus cauſis latent, quàm quæ ſciuntur; pluraque quæ dubitationem, quàm quæ cognitionem pariant. Quamobrem ſapientiſſimè Plato in Timæo de elementorum permiſtione, ex qua varij colores obueniunt, ita ſcribit: *Quo autem menſuræ modo ſingula ſingulis*
B *miſceantur, etiam ſi quis nouerit, narrare prudentis non eſt; præſertim cùm neque neceſſariam, neque veriſimilem de his rationem adferre vllo modo poſſit.* Ea ſanè eſt mentis noſtræ imbecillitas, vt philoſopho teſte 2. Metaphyſ. c. 1. *quemadmodum veſpertilionum oculi ſe habent ad lumen diei, ita intellectus animæ noſtræ ad ea quæ omnium ſunt manifeſtiſſima.*

Hoc igitur doctiores agant philoſophi; nos ea, quæ noſtri inſtituti ſunt propria, repetamus. Agimus, inquam, hoc loco de coloribus qui nunc in rerum natura extant: inter quos ſimplices illos vocamus, ex quorum permixtione ceteri manifeſtè gignuntur; compoſitos verò, qui ex ſimplicibus.

Præterea hoc prænotandum eſt, colores tribus modis componi; ſcilicet reipſa, quoad intentionem, & quoad aſpectum. Primus compoſitionis modus fit in materia,
C ſecundus in medio peruio, tertius in oculo.

Realis compoſitio colorum tunc accidit, cùm materiæ coloribus affectæ inter ſe permiſcentur: tunc enim ex ipſis quoque coloribus pariter commixtis vnus fit ex omnibus cinnus, quem reipſa compoſitum dicimus. Vt ſi auripigmento indicum interatur, color compoſiti viridis erit, nempe ex flauo cæruleoque mixtus.

Intentionalis compoſitio eſt, cùm in medio diaphano intentionales colores congrediuntur, vt ſi picturæ flauæ indicum, quod quadamtenus perſpicuum eſt, tenui litura inducatur, neuter quidem color reipſa commiſcetur; tamen alter per alterum tranſparet: vnde fit, vt in medio peruio flaui coloris intentio, quæ indicum penetrauit, cærulei coloris intentioni permixta colorem viridem repræſentet, compoſitum quidem ſe-
D cundùm intentiones, non autem reipſa. Idem euenit cùm crocus, aut curcumæ radix cæruleo panno affricatur: nam qui antè cæruleus erat, nunc viridis apparet, ſic quoque cæruleum lumine candelæ perfuſum ſubuiride cernitur: flauedo enim luminis, mixta intentione cærulei, viridis ſpeciem refert. Hinc etiam pictores, cùm ſub aquis repræſentare aliquid volunt, aut velut per caliginem tranſparens, aqueum vel nebuloſum colorem rei priùs depictæ inducunt.

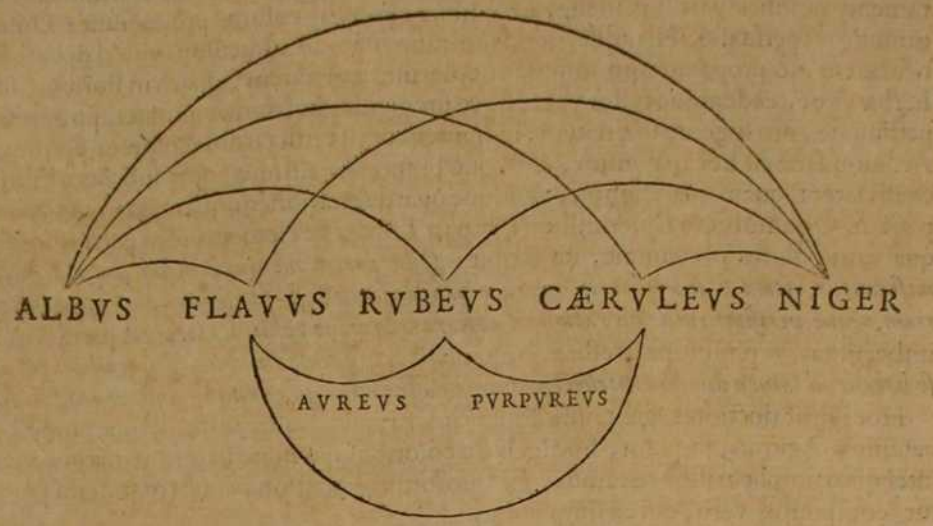
Tertia compoſitio, notionalis dici poteſt; veluti cùm pannus maculis diuerſorũ colorum reſperſus eſt, ita exiguis vt viſum fugiant. Tum enim etſi ſingulorũ intentiones diſtinctę per mediũ deferantur, tamen in oculo quoad ſenſum cõueniunt, ita vt ex omni-
E bus mixtus quidam color reſultet, à ſingulis per ſe communi oculorũ notione receptus.

His præcognitis, doctrinæ ordo poſtulat, vt tandem aliquando, quot ſint colorum ſpecies ac differentiæ vltimæ, exponamus.

Duo in primis ſunt extremi colores, candor & nigror, maximo ab inuicem interuallo diſiuncti: ex quibus candor præſtantior eſt, quia luci ſimilior; nigror verò deterior, quia vicinior tenebris. Hæ namque ſpeciem nigri præ ſe ferunt, vt & vmbræ, & opaca corpora ſi luce priuentur, & color ille qui in terſo læuigatoque corpore apparet eò loci vnde nulla fit luminis reuerberatio, quem ζοφερὸν & ὀρφνιὸν propriè nuncupari voluit Ariſtoteles libro de coloribus. Ea denique omnia à quibus parum aut nihil luminis ad
F viſum reflectitur, vt aquæ leuiter criſpatæ, ac denſæ nubes: quæ omnia, propter lucis abſentiam, nigrorem quemdam referre videntur. Quamobrem Ariſtoteles lib. de ſenſu ſenſilique cap. 3. colorem hunc priuationi comparauit; non quòd verè ſit candoris abſentia, ſed quòd tenebris perſimilis ſit. Quæcumque verò in rara materia plurimum lucis obtinent, ea candida ſeſe aſpectui offerunt, vt ſunt galaxia, nebulæ, vapores, ac raræ nubes. Ex hac candoris luciſque cognatione conſequitur ea proprietas, quam ex Ariſtotele paſſim ſchola philoſophantium celebrat; nempe albedinem, tametſi non æquè ac lumen, præ ceteris tamen coloribus viſum diſſipare.

Medij autem colores tres dumtaxat numerantur, flauus, rubeus, & cæruleus, qui cum albedine atque nigredine quinarium numerum ſimplicium colorum implent.

A



B

Porrò ex tribus mediis ter combinatis totidem naſcuntur compoſiti. Nempe *Aureus* ex flauo & rubeo, *Purpureus* ex rubeo ac cæruleo, demum ex flauo cyaneoque *Viridis*; ex trium verò ſimplicium mediorum permixtione ingratus quidam color enaſcitur, liuidus luriduſque, & velut cadaueroſus. Sic vt præter iam dictas tres compoſitionum ſpecies (quas flammeas vocat Ariſtoteles libro de coloribus, Plinius autem floridas libro 35. cap. 6.) nulla alia dari poſſit aſpectu iucunda ac venuſta: ſunt enim ceteræ omnes ſordidæ, atque, vt Plinius loquitur, auſteræ. His enim idem accidit quod conſonantiis. Vnde Philoſophus diuino quodam mentis acumine colorum ſymmetrias ita deſcribit libro de ſenſu ac ſenſili, cap. 3. *Colores*, inquit, *miſceri videntur, quemadmodum ſoni: ita enim qui eximium quoddam proportionis genus ſeruant, hi conſonantiarum more omnium ſuauiſſimi ſunt, ceu purpureus & puniceus. Atque eiuſmodi paucos oportet eſſe eâdem, qua concentus pauci ſunt, cauſa.* Hæc Ariſtoteles.

C

D

Extremi colores cum mediis omnibus tam ſimplicibus quàm compoſitis amicam ſocietatem ineunt. Videntur tamen ſpeciem illorum, quibus permiſcentur, minimè immutare; ſed tantùm illos intendere ac remittere. Albus enim cùm ſit omnium intenſiſſimus, ceteros, quibus adiungitur, attollit. niger verò infimus ac tenebris proximus alios ſuapte natura offuſcat, & obſcuros atroſq; reddit; ſeruata tamen ſingulorum ſpecie atque eſſentia. Vnde fortè putabit nonnemo candorem atque nigredinem veros colores non eſſe, ſed tantùm quoſdam colorum gradus, quibus ſinguli ſecundùm magis ac minùs euariant. Hinc enim illa multiplex colorum diuerſitas, quæ in vnaquaque ſpecie reperitur: ſub flauo quidem luteus, citrius, ruffus, muſtelinus, ferrugineus, pullus, roanus, tanatus, regius, leonatus. Sub rubeo, roſeus, rubidus, rubicundus, rutilus, ſanguineus, giluus, ſpadix, igneus, flammeus. Sub cæruleo, cæſius ſeu glaucus, plumbeus, venetus. quæ omnes differentiæ potiùs ex quadam intenſione & remiſſione, quàm ex ſpecifica ratione ſeu naturæ principiis originem ducunt.

E

Et quemadmodum ſimplices, ita compoſiti colores ſuas habent accidentarias differentias. Nam aureo competunt arantius, croceus, fuluus. Ad viridem ſpectant æruginеus, herbaceus, praſinus, cymatilis ſeu marinus, à κῦμα dictus, id eſt vnda, illumque colorem ſignificat, qui in aqua marina cernitur ex cæruleo tendens in viridem. Purpureus comites habet roſaceum, balaſium, amethyſtinum, puniceum, violaceum: inter quos primo loco cenſeri debet is, qui proprius eſt conchylij, ad mouendum aſpectum viuaciſſimus, deinde qui ex cocco baphica ſeu grano tinctorio prouenit, tum qui ex coccinilla fit (vermiculi genus eſt, nuper ex India aſportari cœptum:) denique ceteri quos enumerauimus. Hæ compoſitorũ colorum differentiæ non tantùm ex albi nigriq; varia aſperſione, verùm etiam ex inæquali mixtilium proportione obueniunt. Herbaceus enim viror plus habet flaui coloris, quàm æruginеus; & puniceus plus cyanei, quàm amethyſtinus; & plus rubedinis croceus, quàm fuluus: itaque in ceteris. Nomina verò plurimum à rebus, in quibus primò inuenti fuerunt, aut in quibus excellunt, acceperunt.

F

Quæ

A Quæ de variâ colorum permixtione hactenus propoſita ſunt, ita omnino ſe habent, vti diximus: at ſolæ illæ ſimplicium colorum ſpecies intelligendæ ſunt, quas ſola mens noſtra à materia ſecretas aſſequitur; non verò illæ, quas rebus inſertas videmus. quod initio quoque huius propoſitionis obiter monuimus. Nam, vt exemplis vtar. rubei inſtar ſunt lacca factitia, cinnabaris, & ceruſſa vſtulata, quam hoc tempore minium plumbi vocant. Quæ verò his inſunt qualitates, non omnes æquè ad ſimplicem ruborem pertinent. Lacca ſiquidem nonnihil habet admixtum cærulei, quo purpureum imitatur: ceruſſa verò vſta flaui habet pluſculum, quo in aureum tendit: cinnabaris autem medio loco conſtituta ad exquiſitam rubedinem proximè accedere videtur,
B quare & laccæ, & ceruſſæ vſtæ concinnè admiſcetur. Plurimùm verò intereſt an lacca, an ceruſſa vſta in aurei purpureive compoſitionem adſumatur. Sandaraca namque ceruſſæ toſtæ indita aureum iucundum gignit, non item verò commiſta laccæ, quòd hæc cærulei portionem habeat, quæ iuncta natiuo rubori, flauæque ſandaracæ, trium ſimplicium miſcellam producit auſteram ac inuenuſtam. Rurſus laccæ rubedo, quæ cærulei quadamtenus eſt particeps, adiuncto quidem indico in viuidum purpureum commutatur; ſandaracæ verò intrita, ob trium ſimplicium congreſſionem, liueſcit, & prorſus auſtera euadit. His ſimilia exempla, numero propemodum infinita, adferri poſſent ad oſtendendas colorum permutationes, quæ ex ſimplicium commiſtione oriuntur. At nulli hæc ita accuratè vt pictores norunt; quibus proinde hoc caput diffuſiùs explican-
C dum relinquimus.

PROPOSITIO XL. THEOREMA.

Colores omnes propriis facultatibus pollent, quibus obtutum variè afficiunt.

OMNIVM experientia compertum eſt, extremos duos colores album atque atrum non mediocriter aſpectui officere. Nam candor in primis mirum in modum viſum diſgregat, offendit, ac ſauciat: quod luculenter
D teſtatum faciunt illuſtria illa exempla, quæ refert Galenus lib. 10. de vſu part. militum in primis Xenophontis, qui per multam niuem iter facientes, non leuem iacturam oculorum acceperunt: deinde illorum, qui à Dionyſio Siciliæ Tyranno ex obſcuriſſimo carcere in ſplendidiſſimam domum calce illitam & læuigatam adducti, ſubitò occæcati fuerunt, minimè ferentes repentinum luminis atque exquiſiti candoris occurſum.

Habet autem candor hanc facultatem cum lumine communem, tum propter naturæ ſimilitudinem, tum propterea, quòd quantumuis excellens ſit, numquam tamen vllum ſenſui nocumentum ſit allaturus, niſi inſigniter illuſtretur. Ac tunc organum, cui cernendi facultas inhæret, duarum ſimul ingruentium qualitatum exceſſu, luminis ſci-
E licet atque candoris, euerti contingit.

Eſt porrò viſus diſgregatio, confuſio quædam ac diſſipatio functioni cernendi obueniens, quòd lux vel impenſus candor internas oculi partes occupet, quo minùs enucleatè ac diſtinctè res obiectas aſpiciat. Oportet enim, vt propoſ. 13. & 14. docuimus, cauum oculi quod choroide & vuea continetur, omni tum lumine, tum colore liberum eſſe, vt ſenſus vigeat, & ritè proprio munere defungatur. Nam ſi lumine vel colore pars illa oculi præter naturæ modum ſit affecta, omnia confuſa quadam luce, vel tenui colore reſperſa conſpiciuntur: quod ſanè accidit inſignis obiecti appulſu. Si autem interna illa oculi colluſtratio etiam vires patientis organi excedat, non modò videndi actum
F diſſipari continget; verùm etiam inſtrumentum ipſum diſſolui, ac vniuerſam facultatem euerti, animum denique ipſum nimia luce lucis vſura priuari.

Nigredo etſi viſum per ſe colligat; tamen vt rectè annotauit Albert. Magnus lib. 2. de anima tract. 4. cap. 9. etiam ſuo modo aſpectui officit. quatenus longiore eius intuitu ſpiritus ſeſe in intima abdunt, ac nimia frigiditate partes oculi coguntur & conſtipantur. Hanc ob cauſam quoſdam vidimus obſcuro carcere paucorum annorum tantam hebetudinem oculorum contraxiſſe, vt vix quidquam perſpicerent.

Rubedo peculiari actione oculos accendit propter igneæ naturæ ſimilitudinem, quamobrem eius aſpectus ac frequens vſus, iis qui ophthalmia laborant, noxius eſſe comprobatur. Quòd verò hic color leonibus terrori ſit, multis experimentis conſtat.

vnde leones conſpecto gallo gallinaceo, præſertim albo, fugere ſcribit Lucretius lib. 4. A de Natura:

Nimirum, quia ſunt gallorum in corpore quædam
Semina, quæ cùm ſunt oculis immiſſa leonum
Pupillas interfodiunt, acremq; dolorem
Præbent, vt nequeant contrà durare leones.

Hæc ſemina ait Pierius lib. 1. Hieroglyphicorum eſſe occultam ſpeciem diuinitatis; nos dicimus rutilantem eſſe criſtæ rubedinem, in corpore albo maximè conſpicuam, quæ occulta quadam proprietate & velut igneo quodam mucrone leonum oculos perſtringit. Cui haud penitus abſimile eſt illud, quòd qui lippos, aut phlegmone laborantes aliorum oculos attentiùs inſpiciunt, eodem morbo corripiantur, contagione tetroq; vapore admiſſo, qui ex affectis oculis exhalat, & occulto quodam impetu contuentium oculos inuadit. B

Flauus ac cæruleus color ſuapte vi aſpectum attemperant, quod Galenus in primis teſtatur lib. 10. de vſu partium, exemplo illorum qui in albis coriis depingunt, à quibus viſus offendi ſolet. Hi enim, inquit, colores fuſcos & cæruleos iuxtà ponunt, in quos dum ſubinde oculos conuertunt, recreantur, & à labore ac fatigatione releuantur; quod non aliunde, quàm ex arcana quadam facultate prouenire exiſtimandum eſt.

In compoſitis verò hoc præcipuè admiratione dignum videtur, quòd iis, ex quibus conflantur, ſuauiores exiſtant. Illis porrò exceptis, qui ex trium ſimplicium permixtione C conflantur. hi namque, vti ſuperiore propoſitione diximus, imperfecti ſunt atque auſteri, nec eam habent venuſtatem, quam ij qui è duobus tantùm conſtant, vt aureus, purpureus ac viridis, quos dico ſimplicibus gratiores eſſe; hanc forte ob cauſam, quia inter ſimplices ex quibus fiunt, medij cõſiſtunt. Nam ſimplices, exempli gratia, flauus & rubeus, extremi quodammodò ſunt; flauus quidem æquo pallidior, at rubeus quàm par eſt obſcurior; inter quos mediocritatem obtinet aureus flauo obſcurior, atque intenſior rubeo, ac proinde vtroque, flauo nempe rubeoque, iucundior. Sic rubeum inter ac cæruleum medius conſiſtit purpureus, iiſdem, quibus conſtituitur, ſuauior. Demum qui ex flauo cæruleoque componitur, viridis, omnium tum ſimplicium tum mixtorum longè gratiſſimus eſt, quòd excluſo pernicioſo rubore è duobus tantùm conſurgat, quo- D rum neuter viſui aduerſatur. Hic planè ad voluptatem datus videtur, vt illo ſeſe homines oblectent, atque oculos paſcant; quamobrem herbæ ac plantæ, quas præcipuè oblectamenti cauſa naturæ auctor inſtituit, iucundiſſimo virore perfuſæ conſpiciuntur. Et verò quemadmodum inter compoſitos viridis, ita inter ſimplices cyaneus præſtat. Vnde & cælum cæruleum eſt, vt ad ſui aſpectum & contemplationem homines alliciat.

Quæret non immeritò aliquis quo pacto albedo viſum diſſipet, nigredo colligat, rubedo inflammet, ceteri oblectent, cùm hæc non niſi per ſpecies præſtare poſſint, quæ ex ſe nullam realem actionem edunt, propterea quòd imperfectam tantùm ac diminutam eſſentiam habeant, quam nulli realem, ſed alij intentionalem, alij notionalem E vocant, vtpote quæ inter realium ac rationis entium naturam media ſit. Reſpondendum, colorum ſpecies, vt infrà planè demonſtrabitur, ſenſibiles qualitates eſſe, atque agendi vi præditas, minore tamen, quàm qualitates ipſæ à quibus deciduntur. Quis enim neget lumen à ſole ſparſum per aëra, itemque calorem ab igne effuſum excalfaciendi vim habere? Eſt autem lumen imago & ſpecies ſolis, ſicut calor forma vicaria ignis. Nil igitur obſtat quo minùs obiecta per ſpecies, tamquam per proprias ac naturales virtutes, organa ſenſuum realiter immutent, atque interdum etiam peſſumdent. Deinde id etiam facit occulta quædam erga nonnullos colores aſpectus ſympathia, erga alios antipathia, qua hos quidem velut perniciem auerſatur, illos verò tamquam fami- F liare ac vtile quoddam bonum amplectitur.

Ergo albedo viſum diſſipat, tum quia eius aſpectu pupillæ ambitus arctiſſimè ſtringitur, ſic vt nequeant rerum ſpecies in propriam viſionis officinam liberè commeare; tum quia exquiſita albedo, dum oculi cauitatem implet, ceu lumen quoddam, aliarum rerum formas minùs per ſe efficaces ita offuſcat, vt illas velut obuolutas obrutaſq; ab aſpectu ſurripiat. At nigredo contraria quadam ratione viſum colligit firmatque. Nam eius aſpectu oculus quodammodò obtenebreſcit. Quocircà tamquam in opaco conſtitutus, liberiùs cetera contuetur.

PRO-

A

PROPOSITIO XLI. THEOREMA.

Colores, qui apparentes vocantur, à veris ſubiecto & effectrice cauſa diſtinguuntur.

B PERMVLTI ſunt colores, qui à variis in numerum illorum cenſentur quos philoſophi phantaſticos ſeu apparentes vocant; recténe an ſecùs, hoc loco inueſtigandum eſt. Id verò haud erit difficile, ſi ad certa capita omnes reuocentur.

Primo loco occurrunt illi, qui ſub auroram ſoliſque occaſum in nubibus apparent, quas interdum rutilas, interdum flauas, interdum cinereas, interdum obſcuras ac velut opacas, alias alio colore imbutas videre licet. Hos porrò colores veros eſſe perſpicuum eſt, cùm proprio corpori inſint, nempe exhalationi quæ permixta vapori vnà cum lumine tranſparet. Illa enim ſi pinguis ſit & caumatica, rubicundæ quidem nubes ſi copia adſit; ſin minùs, ſubflauæ cernuntur. at, ſi exhalatio terrea ſit, ſubcinericiæ nubes videntur: pallidæ quidem, ſi rara conſtent materia; ſi copioſa, obſcuræ. His enim idem per omnia accidit, quod aquarum infectionibus. Si aqua modico
C croco tingatur, color flauus quidem ſed pallidior erit; ſi verò tinctura vberior ſit, color quoque ſaturatior euadet, atque ad rubedinem verget. Rurſus ſi terra aquæ inſpergatur, eaque modica, cinericius color, at pallidus naſcetur; ſi multa, iam in obſcurum color mutabitur. Sunt igitur hi, qui trans nubes apparent, veri colores, atque exhalationibus congeniti; non autem de genere illorum qui apparentes vocantur. Vt enim per aquam infectio, ita natiuus exhalationis color in nubibus per medium vaporem ſole aduerſo tranſlucet.

Deinde qui in auium plumis per ſolis irradiationem ſpectantur, à multis de genere apparentium eſſe creduntur, eam maximè ob cauſam, quòd ad omnem pænè aſpectus diuerſitatem in aliam ſpeciem commutentur; ac tum maximè, cùm inſignis lux affulD get, conſpicui ſint. Sed hi quoque veri colores ſunt, auium plumis connaturales. Cùm autem mutato aſpectu, ipſi quoque variant; id ex eo euenit, quòd plumarum villi non vno vndique colore reſperſi ſint, ſed vna parte vnum, alia alium exhibeant: quod ars naturę æmula, ſagaciores quoſdam homines qui hoc naturę opus curioſiùs ſunt perſcrutati, docuit imitari. Nam hac tempeſtate multæ extant ſericæ texturæ ex diuerſorum colorum ſtaminibus tramiſque intertextis ita compoſitæ, vt vno oculi ſitu quæ vnius coloris ſunt filamenta appareant, ac viciſſim viſu tranſlato, ea in conſpectũ prodeant, quæ priùs latebant; vnde eadem conſequitur colorum varietas ex oculi permutatione, quam natura columbarum & pauonum plumis inſeuit. Quòd verò hi exquiſito lumine ſpectabiliores fiant, id ea cauſa fit, quòd minutæ illæ plumarum ſuperficies, quibus ſinE guli colores inſident, exactè planæ ſint, à quibus proinde ad ſpectantium oculos repercuſſum lumen colores deuehit; quamobrem deſerta ſtatione pariter viuidi coloris aſpectus euaneſcit, nouaque admiſſa luminis repulſione nouus itidem color repræſentatur, qui anteà aliarum partium occurſu fuerat adumbratus.

Præterea qui per vitrum tinctum ſolaris radij præſidio tranſmittuntur, atque in oppoſito pariete conſpicui cernuntur, nullam veritatem habere videntur, cùm nullum appareat idoneum agens, quod tam ſubitò illos poſſit ad effectum perducere. Nam vitrum nullum colorem ex ſe proferre poteſt, lumen verò, aut lumen tantùm, aut apparentes colores producit, quos à lumine ipſo reipſa non diſtingui ſuperiùs prop. 38. doF cuimus. Igitur cùm nulla in promptu cauſa ſit, cuius efficaciæ adſcribi poſſint, inter phantaſticos hi ſaltem colores numerandi ſunt. Atque eiuſdem ſortis eſſe videntur illi, qui ab infecto panno cum lumine in vicinum parietem reflectuntur; cùm hoc ſolùm diſtent à prioribus, quòd hi inflexione, illi traiectu luminis gigni videantur. Sed nec hi nec illi ad apparentium claſſem detrudendi ſunt. Etſi enim materialem eſſendi modum non habeant, habent tamen intentionalem, qui medius eſt inter eum quo veri ac materiales colores propriis ſubiectis fixi inhærent, eumque quo apparentes in aëre diaphano velut penduli oberrant, nullius ſolidioris corporis nixi præſidio.

Rurſus mare ſole incidente quandoque canum, quandoque cæruleum, quandoque ſubuiride, quandoque purpureum ſpectatur, qui colores veri eſſe non poſſunt, cùm

nullus eorum marinæ aquæ propriè insit. Igitur ex apparentium genere sint, necesse est. A
At veros illos esse omnino existimandum est, ac partim proprios, partim ex illis qui in
medio congredientes vnà confusi permixtique sub aspectum cadunt. Nam subuiridis
color non planè herbaceus sed cæruleus virore permixtus, aquæ proprius est & natura-
lis, qui proinde à κῦμα, id est vnda, cymatilis nuncupatur, Latine marinus seu vndosus.
Hic mare pacatum cominus adspectantibus sese offert, ex ea parte qua nulla sit luminis
repercussio ad oculos, etsi in lacubus quàm in mari saturatior sit: eminus verò ex auersa
solis parte cæruleum magis conspicitur propter aërem interiectum. Est enim aër na-
tura subcæruleus, vt mare subuiride. Non dico aërem, pythagoricum illud inane, aut
puram illam atque sinceram essentiam ex materia primogenia ac propria forma cōstan- B
tem, vti nec aquam purum elementum; (nam tale in rerum natura extare haud existi-
mo) sed quàm minimè mixtum, quemadmodum ab origine ex chao indigestaq; mole
vtrumque diuino imperio secretum legimus. Hoc, inquam, pacto dico aquatum con-
geriem, quam naturæ auctor à cælestibus aquis diuisit, & inter extantem aridam fluitare
iussit, subuiridem esse: aërem verò hunc nostrum, quem haurimus, subcæruleum. Cui
nostræ sententiæ ipse in primis subscribit Aristot. lib. de coloribus. Nam de aëre primò
c. 3. ita disserit: *Aër quidem per se inspectus nullum videtur colorem habere. Nam propter*
raritatem à fulgore peruincitur, ab eo diuisus ac secretus. Est enim fulgor densior ac per
aërem perspicuus, qui in profundo prospectus ex proximo videtur cyaneo, raritatis gra-
tia. Qua enim parte lux deficit, eadem aër caligine defunctus, coloris cyanei repræsen- C
tatur. De aqua deinde cap. 4. sic habet: *Omnes aquæ vetustescentes à principio sanè*
virides sunt: quare ait, *hunc primum in omnibus ex terra nascentibus colorem constare.*
Fortè autem rectiùs dixerimus puriorem aquæ portionem cæruleam esse, eaq; de causa
aërem talem videri, quòd tenuioribus aquæ vaporibus confertus sit: terram verò suapte
natura luteum colorem affectare, qualis est argillæ, qualisque sese altiùs sub terra fo-
dientibus vbique ferè locorum purior ostendit. Hinc enim crassiores aquæ ex flaui cæ-
ruleique congressione viresc unt, cùm scilicet partes non fortuitò, sed naturali quadam
societate vniuntur. Hinc etiam herbæ initiò quidem virides, pòst verò cùm maturita-
tem prætergrediuntur, humore absumpto rursus terræ instar flaueſcunt. Hinc denique
vitrum, quod aliud nil est quàm aqua terreæ portiunculæ admixtione densata, hoc eo- D
dem colore infectum prodit. Quamobrem ὑάλινος à Poëta hic color dicitur 4. Geor-
gicorum: —— *Milesia vellera Nymphæ*
Carpebant hyali saturo fucata colore.
Et Horat. lib. 1. Carminum Oda 17. vitream canit Circen. Prætereà ab aëris colore
arbores, & rupes, & quæcumque demum remotiora sunt, cærulea videntur: cælum
verò tanto impensiùs, quanto maiore à nobis interuallo distat, vnde hunc colorem à
cælo nomen accepisse testatur Antonius Thylesius libello quem de coloribus inscripsit,
qui cæruleum pro cæluleo dictum putat. Hinc pictores, qui naturæ vestigia proximè
sequuntur, cùm ea quæ longè dissita sunt repræsentare moliuntur, non solùm mi-
nora omnia, vt illos opticus radius edocet, sed etiam cærulea pingunt. Perspicua igitur E
iam causa habetur, ob quam mare quandoque cæruleum, quandoque viride appareat.
Canescit verò cùm spumantes vndæ è longinquo cernuntur: tunc enim cùm nil præter
extantes vndarum cristas conspicuum sit, continuus quidam candor visui occurrit. Est
enim spuma omnis candida, vt & nix, propter aërem aquæ insertum. Cùm demum
ex aduerso solis radio eminus mare prospicitur, purpurascit. Tum enim cæruleo rubedo
miscetur, quæ ab exhalatione aëri permixta cum sole transluc et. quare occiduo potissi-
mùm hic color in mari conspicitur, cùm plurima exhalatio diurno calore in sublime
euecta nubes occupauit.

De chamelæonte scripsere probati auctores (inter quos Plinius lib. 8. naturalis histo- F
riæ cap. 33. & Aristoteles lib. 2. hist. animal. cap. 11.) hunc mutare colorem subinde
inflatum & oculis, & cauda, & toto corpore, quod Ouid. cecinit his versibus:
Id quoque quod ventis animal nutritur & aura,
Protinus assimilat tetigit quoscumque colores.
reddit namque semper quemcumque proximè attingit, præter rubrum & candidum.
Quam subitam colorum productionem putaret nonnullus phantasticam seu apparen-
tem esse, quòd nihil in illis firmum ac stabile reperiatur. Sed veros esse genuina ipso-
rum causa demonstrat. Ita enim generantur quemadmodum in hominibus metu per-
culsis pallor, & in pudibundis rubor. Cùm enim sanguis in interiora recipitur, fit pallor;

rubor

A rubor verò cùm exteriora petit. Ita nimirum ex animi affectione, quæ in chamæleonte multiplex ac frequens est, concitatur humor, vnde necesse est extimam corporis partem colore mutari. Quod autem homini in sola facie vsu venire solet, id chamæleonti toto in corpore. Cur verò non rubeat, causa est sanguinis inopia: modico enim præditus est, eoque circa cor firmiùs persistente. Sed neque candicat, quòd nullum in corpore humorem habeat, cui is color natiuus sit. Ceterùm vt homo sanguinem rubicundum, & flauam bilem; ita chamæleon varios humores continet propriis distinctos coloribus, ex quorum vario concursu & occursu multiformes colores secundùm varias animi affectiones exoriuntur: qui licet repentè sub aspectum prodeant, ocyusque occi-
B dant; veros tamen esse dubitandum non est, cùm propriis singuli humoribus congeniti sint.

Supersunt colores illi, quos triangulare vitrum in modum prismatis efformatum, maximè viuaces exhibet; deinde quos in Iride, tum quos in Halone, atque Parelijs, similibusque luminis infractionibus cernimus. Hos omnino phantasticos seu apparentes esse oportet, cùm nulli proprio subiecto insint. neque enim vitro, aut nubi, aut aëri connaturales sunt: sed penduli in medio diaphano oberrant, ceu extemporaneæ quædam, vti verè sunt, lucis affectiones, ex certa quadam radiorum infractione prognatæ.

Porrò quot numero sint huiusmodi colorum species, & quo ordine ac situ appareant, & qua ratione exoriantur, dicemus in dioptricis, cùm de Iride fiet sermo. Nunc
C id ostendisse sufficiat, hos colores ex illis esse, quos phantasticos vocant seu apparentes.

Pro cuius veritatis planiore intelligentia triplex colorum genus distinguendum est. Primum illorum, qui veri ac reales vocantur, quos rectiùs materiales aut corporeos appellabimus, quandoquidem qui secundo genere continentur etiam veri atque reales sunt. Corporeos igitur colores illos dicimus, qui vel ex primarum qualitatum congressione gignuntur, vel quos formæ singulæ speciales propriæ naturæ indices ex se producunt: qui proinde formis, à quibus proueniunt, ita adhærent, vt nulla vi è corporum substantia eradi possint, nisi formæ ipsæ vnà depereant. Eiusmodi sunt in creta albedo, in minio rubedo. Quare nil aliud est laterem lauare, quàm oleum operamque perdere, cùm priùs atteratur, quàm natiuum colorem deponat. Secundum genus illos com-
D plectitur colores, quos intentionales seu notionales appellant. Quemadmodum enim à corpore lucido per se lumen emanat, ac trans medium diaphanum fertur; item vt à calore igni insidente, calor alius vndequaque propagatur; ita à coloribus corporeis, quos proximè exposuimus, colores alij velut exuuiæ decidunt, ac luminis ope feruntur, quocumque luminis radij penetrant. Sunt verò hi colores longè tenuioris essentiæ, quàm corporei illi à quibus proueniunt; vt & lumen, quod per medium diaphanum oberrat, subtilius primæuo illo, quod in corpore lucido firmum fixumque natura constituit. Neque diutiùs in perspicuo corpore perseuerant, quàm lumen adsit, cuius præsidio labilis illorum natura fulciatur. Hæc propria est ipsorum nota, qua à corporeis seu materialibus dignoscuntur. Vocantur autem intentionales seu notionales, quòd sint velut
E imagines rebus visu dignoscendis idoneę, de quibus in sequentibus copiosior erit tractatio. Ad tertium genus spectant colores phantastici seu apparentes, ita vocati, quòd præter lumen nullam aliam veritatem habeant; quo potissimùm defectu à superioribus duobus colorum generibus discriminantur: conueniunt autem cum mediis, quòd in solo corpore perspicuo versentur, nec vmquam à lumine secreti subsistere aut cerni possint.

His ita prælibatis, facile erit ostendere colores iridis ac similes, quos censuimus hac tertia classe contineri. Duo enim in his spectantur, nempe quòd soli insint corpori diaphano, & quòd à nullo alio corpore simili colore imbuto proueniant. Nulli autem
F alteri corpori quàm diaphano colores iridis inesse ex eo probatur, quòd nihil aliud sint, quàm lumen; hoc autem corpori opaco inesse non potest, nisi illi cui congenitum est. ergo colores iridis in solo corpore perspicuo versantur. Rursus quòd colores isti non sint propagines alterius corporis simili qualitate affecti, per se patet, cùm nullum tale præstò sit, à quo iridis colores proficiscantur; & vt tale corpus aliquod adesset, illud profectò priùs sub aspectum caderet, quàm colores ab ipso decisi: at nullum comparet. igitur colores iridis, & qui similem habent productionem, vt halonum & pareliorum, & qui per vitrum triquetra figura cælatum visuntur; quales etiam polyedres exhibent adamantes; omnes de genere apparentium censeri debent. Quam verò habeant hi colores sui ortus causam, arduum sanè explicatu est, cùm nil appareat, cui ea vis efficaciaque

adscri-

adſcribi poſſit. Igitur in re tam ſublimi & ardua, ne à vero longiùs quàm deceat aberremus, cum D. Auguſtino epiſt. 3. ad Volufianum, diuinam potiùs admiremur ſapientiam; *demuſq; Deum aliquid poſſe, quod nos fatcamur inueſtigare non poſſe: atque in talibus rebus tota ratio facti ſit potentia facientis.* A

PROPOSITIO XLII. THEOREMA.

Lumen colores otioſos ſuſcitat, & ceu propria hypoſtaſis deciſos ab obiectis vehit. B

DIXIMVS ſæpè, & ſæpè dicemus, eam eſſe naturam luminis, vt quemcumque colorem attigerit, mox illo tingatur; ac iam non purum, ſed affectum per medium diaphanum propagetur. Id verò hoc loco paulò accuratiùs explicandum, argumentiſque firmandum eſt. Lux igitur, quæ primò ineſt corpori lucido, eiuſdem colore imbuitur, vt propoſ. 35. eſt demonſtratum: quæ verò à corpore lucido emanat, etſi longè debilior ſit, tenuioriſque eſſentiæ, ipſum tamen colorem, quem à fonte accepit, perpetuò retinet; niſi quòd hic quoque attenuetur, & pari gradu, vti lumen, paulatim langueſcat, eò ſemper magis, quò longiùs ab origine recedit: & ſanè niſi ita colore lumen affici dicamus, nulla exiſtet C probabilis ratio, qua lumen à lumine diſcrepare oſtendamus, cùm tamen certò conſtet, vnum albidum, aliud flauum, aliud rubicundum, aut alio colore affectum eſſe. Vti igitur per lumen, quod à corpore lucido deciditur, ipſum corpus lucidum; ita per colorem luminis, color proprius corporis lucidi, velut per propriam imaginem conſpicitur. Qua in re id notandum videtur, colorem corporis admodum coruſcantis minùs ſpectabilem eſſe, quàm cuius lux minor eſt. Nam fulgor oculos perſtringens, colorem obruit, quo minus viſum feriat.

Non modò à propria materia, vnde profluit, lumen colores mutuatur; ſed etiam ab illis ipſis corporibus, in quæ impingit. A quocumque enim repulſum fuerit, eius colore fœdatur. Sic vt deciſus color per medium diaphanum cum lumine deportetur, eo- D demque peruadat, quò ipſum lumen:

Lucret. lib. 4.

Et volgò faciunt id lutea, ruſſaq; vela
Et ferruginea, cùm magnis intenta theatris
Per malos volgata, trabeſq; trementia fluitant.
Namque ibi conſeſſum caueai ſubter & omnem
Scenai ſpeciem patrum, matrumq;, deorumq;
Inficiunt, coguntq; ſuo fluitare colore.

Suntque hæ colorum exuuiæ multo tenuioris eſſentiæ, quàm colores ipſi; nec minùs differunt à veris, quàm lumen directum à reflexo, hoc eſt primum à ſecundo. His autem minimè aduerſatur Ariſtoteles libro de ſenſu ac ſenſili cap. 3. ita ſcribens: *Porrò dicere,* E *perinde vt antiqui, colores eſſe defluuia, & tali de cauſa videri, abſurdum eſt: nam ipſis neceſſum eſt attactu ſentiri omnia ſtatuant.* mox enim ita concludit: *Quare præſtat dicamus ſenſum fieri, quòd à ſenſibili medium moueatur, quàm attactu aut defluxibus.* Quibus verbis ſignificat haudquaquam colores ipſos corporeos ab obiectis decidi, ſed medium tantummodò ab ipſis ſimili affectione alterari, non aliter quàm à corpore lucido medium illuſtratur, & ab ignis calore vicinus aër incaleſcit. Sic enim à colore, qui in rebus exiſtit, mouetur actu perſpicuum, hoc eſt primò quidem ipſum lumen, deinde luminis beneficio aër, qua tandem alteratione ad oculos delata facultas videndi ad propriam functionem obeundam excitatur. F

Huius rei luculentiſſimum experimentum lubet adſcribere, ex quo etiam ſpectator non mediocrem hauriet voluptatem. Conclaue ita occluſum ſit, vt nullum omnino lumen admittat, præter orbiculare foramen, quò feneſtra pertuſa ſit. Huic aptetur vitrum circulare in medio paulò craſſius quàm in ambitu, quales ſunt vulgares dioptræ, quæ ad res augendas conficiuntur; qualia item vitra illa, quibus ignis excitari ſolet radiorum ſolarium tranſmiſſione. His ita comparatis, charta candida intus vitro obijciatur, ea diſtantia qua radij ſolares nati ſunt in vnum locum coire. Hìc enim quæcumque foris ſunt, propriis velut coloribus depicta in charta conſpicientur, non ſine magna aſpectus illecebra, atque animi oblectatione, nihilq; à reipſa imago diſcrepabit, niſi ſola

magni-

A magnitudine ac ſitu. Hic enim ex neceſſitate inuerſus erit; illa verò eo ſemper minor, quo res à vitro fuerit remotior.

Ita plebem imperitam circumuenire ſolent vani quidam præſtigiatores, qui vt ſe Necromantiæ peritos oſtendant, cuius vix nomen ſciunt, iactant ſe poſſe dæmonum ſpectra ab inferis euocare, & adſpectantium oculis ſiſtere. Introducunt illi curioſos rerum occultiorum in obſcurum conclaue, quò nullum omnino lumen adſpirat, niſi tantillum, quantulum exilis vitri orbis immittit. Ibi ſilentio ſeuerè indicto, ſimulatiſque myſteriis rerum ac verborum, atque adeò expectatione ipſa, dæmonem mox affuturum denuntiant. Intereà clanculùm de eorum ſodalibus vnus dæmonis perſonam induit,
B qua is vulgò pingi ſolet, vultu horrido ac monſtroſo, cornibus è fronte ſurgentibus, lupina pelle & cauda, manicis calceiſq; vngulatis; tum is foris meditabundus eo obambulat loco, ex quo ſuus & color & figura per vitreum orbem in conclaue transfundi poteſt. Rebus ita callidè comparatis ſilentium ſeueriùs imperatur, quaſi proditurus quiſpiam ſit è machina Deus. Hîc pallere alij, alij ſudare metu rei euenturæ. Profertur chartacea tabula, opponiturque radio luminis in conclaue immiſſi. Prodit in ea dæmonis ſimulachrum obumbulantis ſpecie, cernunt timidi, intuentur, comtemplantur. Ita rudes illi homines, vt vmbram videant hiſtrionis, operam perdunt & pecuniam; nihilo profectò infantibus doctiores

—— qui credunt ſigna omnia ahena *Lucil. Satyr. lib. 20.*
C *Viuere & eſſe homines.*

Porrò colores, qui hîc apparent, non alij profectò ſunt, quàm illi ipſi quos ſuprà à veris reſecari, atque vnà cum lumine per medium diaphanum deferri diximus. Hi enim vitri ipſius denſitate infracti, tamquam per anguſtum foramen in obiectam chartam dilabuntur, in qua proinde conſpicui apparent, qui aliàs in medio peruio nullo modo perſpici poterant propter eſſentiæ tenuitatem. Sunt enim hi colores tantùm intentionales, non verò corporei, eiuſdem omnino naturæ cum illis, qui à coloratis rebus cum lumine in vicinos parietes remittuntur; tametſi in his ob vicinitatem vis maior deprehendatur, ac tanta etiam, vt in aëre illuſtrato ſubinde cernantur, alioquin longè efficaciùs in tenebris.

D Petet aliquis, cur colores, qui in rebus exiſtunt, ſui ſimiles non profundant ſine luminis præſidio? Cauſa eſt, quòd lumen ſit velut colorum forma, ſine qua ſub obſcura poteſtate illi deliteſcunt; ea verò accedente, ad actum aſpectumque educuntur.

Rurſus petes, cur non niſi in tenebris hæ colorum imagines perſpiciantur? Reſpondeo, quia lumen, quo velut hypoſtaſi ſuſtentantur, vti eſt pertenue, ita à maiore lumine facile deuincitur, quo ſuperato, ipſæ colorum intẽtiones pariter obliteſcunt. Non enim ea vis ineſt coloribus quæ ſolari aſtro. Hoc etenim luminis affatim ex ſe fundit, ita vt etiam ſecundum ac tertium, & quartum ad eiendum aſpectum noſtrum efficax ſit: at colores adeò ſunt imbecilles, vt prima intentio, hoc eſt ea quæ proximè à primo colore præciditur, minimo lumine obruatur, nec aliud lumen maius patiatur, quàm illud
E quod repulſum à corporibus eam ad aſpectum noſtrum traducit.

Eaſdem rerum imagines, quas ſuprà per dioptram tranſmiſſas ſpectauimus, per ſolum etiam foramen exiguum contueri licet; non tamen æquè perſpicuè, atque per vitrum. Illic enim præter ſimplicem radiorum traiectum, accedit etiam infractio qua ſpecies verſus medium colliguntur, ac proinde viuaciores illuſtrioreſque euadunt; fit hinc etiam, vt per dioptram non niſi certo vno loco conſtituta charta formas diſtinctas admittat, illo nempe, quo ignem accendere vitrum eſt natum. At per ſolum foramen charta, quocumque loco conſtiterit, ſpecies recipit; interdum re ipſa minores, cùm videlicet charta foramini propinquior eſt, quàm res vera; aliàs maiores, quod per
F 4. propoſ. lib. 6. Eucl. cuiuis facile erit demonſtrare. vti illud etiam, cur ſitus neceſſariò commutetur. Radij enim qui colorum formas vehunt, primùm ab re ipſa profecti mox ſeſe iuxta foramen interſecant, ac inde præteruecti ſitum priorem permutant. Igitur vbi chartam attingunt, ibi res ſitu inuerſo exhibent, quod libro 5. accuratiùs erit demonſtrandum, cùm de luminis traiectu erit ſermo. In præſenti verò ſat nobis eſt, hanc apparentiam certiſſimo experimento comprobaſſe. Nam ſpecies magis aſtruere nitimur, quàm hæc arcana penitiùs inueſtigare.

PRO-

A

PROPOSITIO XLIII. THEOREMA.

Dantur visibilium rerum species.

EX iis quæ iam proximè ostensa sunt, constat species quasdam rerum aspectabilium existere, per quas veri colores, eorumq; magnitudo, figura, locus, situs, distantia, ceteræq; visibiles proprietates repræsentantur, tamquam per naturales accuratasque imagines; quarum proinde ope visionem celebrari inferiùs demonstrabimus. Nunc vtile fuerit argu- B
menta quædam in medium afferre, quæ totam specierum rationem in discrimen adducant, vt ex illorum solutione specierum natura atque vsus clariùs eluceſcat.

Primum est ex Durando desumptum, qui in 2. dist. 3. q. 6. specierum vsum de medio tollit, hoc potissimùm argumento: Si species dentur, cùm sint rationes cognoscendi, oportet eas à sensu cognosci. Nam quod incognitum est, in alterius cognitionem ducere non potest; at liquidò cõstat, præter rem oculis obiectam, nullam præterea speciem à nobis videri. Igitur inane est specierum commentum. Cuius argumenti vis hac similitudine augetur: quemadmodum Cæsarem ex imagine cognoscere non possumus, nisi imaginem ipsam priùs cognoscamus; ita nisi species ipsas priùs cernamus, fieri nequit, vt per illas quidquam cognoscatur. Respondebitur, instrumentaria signa, cuiusmodi C
est expressa Cæsaris effigies, ptiùs accepta esse debere, quàm per ea res ipsæ cognoscantur: at species formales non item. Hæ namque naturales sunt, & ad aliarum rerum notitiam comparatæ; illas autem ars ex rerum prænotione elaborauit. Et quemadmodum sonus in remoto loco excitatus cognoscitur per sonum qui ad aures appellit, cùm tamen non hic præcipuè, sed is potiùs qui remotus est, audiatur: aut sicut icterici, quorum oculos flaua bilis occupauit, non eam quæ in oculis est flauedinem cernunt, sed ea res ceteras aspersas esse arbitrantur: ita species, quas lumen à rebus depromptas ad oculos vehit, propriè ac præcipuè non videntur; per illas tamen colores qui in rebus sunt, ceu per naturales formas dignoscuntur. Porrò an & quonam pacto species sentiantur, propos. sequenti explicabimus. D

Secundum: Species quæruntur præcipuè ob similitudinem, quam cum obiectis eas habere necessum est: sed inter obiecta ac species nulla similitudo intercedit, cùm essentia differant, totaque natura pugnent. Igitur inutilis est specierum positio. Minor ex eo probatur, quòd species non ita cõstantes sint, vti res ipsæ; nam præsente lumine gignuntur, eodemq; sublato occidunt; res autem stabiles semper perseuerant. Respondendum, species ab obiectis natura quidem longissimè distare: at repræsentando maximam cum illis similitudinem cognationemque habere: quo pacto Cæsaris imago, etsi ab ipso toto genere dissideat, eum tamen expressa similitudine repræsentat.

Tertium: Candoris atque nigroris species contrarias esse oportet, quia contrariæ causæ contrarios gignunt effectus. Atenim ex alia parte contrariæ esse non possunt: siquidem E
in eodem oculo simul conueniunt. Species igitur si dentur, contrariæ erunt & non contrariæ; quod cùm pugnet, fictitiæ prorsus existimandæ sunt. Respondemus haudquaquam necessum esse, vt contrariæ causæ, si æquiuocæ sint, contrarios effectus edant. etsi id vniuocis causis proprium esse concedamus. Nam calor & frigus pariter exsiccant, & album nigrumque dissimilitudinis relationes producunt, quæ non modò non sunt contrariæ, sed etiam sunt inter se similes.

Quartum: Species neque diuiduæ sunt, neque diuisionis expertes. Igitur nihil omnino sunt. Quòd non sint diuiduæ, probatur ex eo quòd pyramis optica in quouis puncto medij terminetur, vbi & tota res conspicitur. ergo in omni puncto medij sunt perfectæ F
species, & nequaquam secundùm medij distensionem expansæ. Deinde si quantitatis mole affectæ essent, & ad materiæ ingenium accommodatæ, nec temporis momento, nec fine præuia dispositione producerentur. Siquidem ex materiæ gremio eas educi necesse esset, quam priùs successiua transmutatione alterari oporteret. Quod cùm nullo modo admittendum videatur, consequens est, vt species prorsus indiuiduæ sint. Altera verò antecedentis pars, quòd diuisibiles sint, hinc probatur, quòd subiecto extenso inhæreant. Respondetur, species secundùm naturam diuiduas esse, vtpote per medium perspicuum diffusas: at repræsentandi vi, diuisionis expertes. vocantur autem à D. Augustino lib. 12. super Genes. ad litteram c. 16. spiritales eo modo, quo ab Aristot. lib. 2.

de

A de anima c. 11. textu 121. vocantur formæ ſine materia, qua proprietate prorſus cum lumine conueniunt. Eſt enim lumen, vt ſæpè à nobis dictum eſt, ſpecies corporis luminoſi, ſicut intẽtionalis color eſt ſpecies coloris corporei: differunt verò & à natura caloris, qui non ſine igneo vapore per aërem defertur; & ab odore, qui exhalatione quadam ſubnixus expirat, quorum proinde motiones tempore perficiuntur: ſpecierum autem productiones, lationeſq; momentaneæ ſunt. Quod non obſtat, quo minùs ſine vllo præcedente apparatu, è materiæ ſinu excitentur, diuiduæq; ſint, cum extenſo ſubiecto formaliter inſint, ad cuius naturam ſeſe accommodant. Quod de radioſa pyramide allatum fuit, id ſolùm probat repræſentandi vi ſpecies indiuiſibiles eſſe. Quod ita eſt accipiendum, vt ſpecies, quæ ab obiecto ad viſum porriguntur, figuram pyramidis habere
B intelligantur, cuius quidem baſis ſit res ipſa oculo obiecta, vertex autem puncto indiuiſibili terminetur. Hoc ergo punctum cùm in centro viſus exiſtat, atque cum oculo circumferatur, ſic vt immota baſi ad omnem oculi motionem tota pyramis vertexq; mutentur, quocumque autem loco pyramis terminetur, ſemper viſio conſequatur, hinc fit vt repræſentandi vim cuiuis puncto ſpecierum ineſſe dicamus, ac proinde ſpecies ipſas repræſentando indiuiduas.

Quintum: Species nobiliores ſunt obiectis, quippe mediæ inter materialia & ſpiritualia accidentia; craſſioris quidem naturæ quàm hæc, ſed defæcatioris quàm illa. Deinde ſunt inſtrumenta vitalium facultatum & functionum, quæ accidentibus non viuentium excellentiora ſunt. Non igitur ſpecies ab obiectis gigni poſſunt, alioquin effectus
C propriam cauſam dignitate ſuperaret: ſed neque aliam in rerum natura cauſam habent; vnde tandem ſequitur ſpecies omnino fictitias eſſe. Negandum ſpecies dignioris naturæ eſſe, quàm ſint obiecta. Re enim vera perfectius quiddam eſt color, quàm eius imago; & lux, quàm lumen. Neque mediæ inter materialia & ſpiritualia accidentia ſpecies dicuntur, quaſi medium dignitatis locum obtineant, cùm potiùs diminutam & imperfectam eſſentiam habeant: ſed quod paululùm è materia emergant. Neque magna dignitas eſt vitalium functionum inſtrumenta eſſe, præſertim cùm ad eas non concurrãt, niſi tamquam formæ vicariæ obiectorum, quorum vicem munuſq; ſubeunt.

Sextum: Haud veriſimile videtur tot rerum ſpectra, quæ vno intuitu complectimur, ſimul oculis illabi poſſe, tantamq; affluentium idolorum copiam pupillæ anguſtias
D poſſe ſubire, quin illa ſibi mutuò officiant, ſeque perturbent atque impediant, præſertim cùm nullius imperio excitæ in ordinem cogantur ac ſuſtineantur, ne in turbatam congeriem miſceantur. Reſpondetur nihil omnino obſtare, quo minùs omnium ſimul occurſantiũ rerum imagines pariter atque ordine quodam oculo illabantur. Non enim multitudo obeſſe poteſt, cùm neque contrarietate pugnent, neque vt corpora propria ſe mole extrudant. Sed nec obeſt pupillæ anguſtia quæ oppidò parua eſt, quia per pyramidem in oculum confluunt, cuius vertex in centro viſus terminatur. Neque facultatis imbecillitas cauſari debet, cùm potentiam nullo modo degrauent. Nec verenda confuſio eſt ac perturbatio. vbicumque enim exiſtunt, naturæ ſuæ diſtinctionem
E & ſignificandi vim retinent. Sunt verò eiuſmodi formæ perpetuò in diaphano actu illuſtrato, quia naturaliter ac ſponte ab obiectis porriguntur: nec temere huc atque illuc oberrant, ſed lumen ſequuntur, cuius adminiculo ſuſtinentur. Quòd verò vnico ictu tantam formarum multitudinem oculus accipiat, genuina hæc cauſa eſt, quòd iis plenum ſit totum medium actu illuſtratum. Quocumque igitur loco oculus conſtiterit, ea omnia ſimul cõplectitur, à quibus ad ipſum ſpecies rectis lineis pertinere poſſunt.

Septimum: Vel eiuſmodi ſimulachra à rebus proſiliunt dumtaxat, cùm quiſpiam adeſt, qui illas videat; vel vltrò, etiam cùm nullus aſpicit. Si primum dicatur, cuius tunc imperio euocantur illæ, & confeſtim accurrunt? ſi ſecundum, perenni igitur fluxu ab
F obiectis emanant, non ſine magno illorum diſpendio: quo nomine Ariſtoteles libro de ſenſu ac ſenſili cap. 3. Democriticos reprehendit, quòd ſpecies defluuia colorum eſſe dicerent, eaque de cauſa videri. Dicendum formas viſibiles perpetuò à corporibus emitti, non tamquam Democriticorum defluxus, qui veros corporeoſq; colores in minima ſeu atomos reſolui putabant, atque attenuatos per medium diaphanum nullo ordine paſſim oberrare:

Aut quaſi membranas ſummo de corpore rerum
Dereptas volitare vltroq; citroq; per auras,
Robora ceu fumum mittunt igneſq; vaporem,
Et vituli cùm membranas de corpore ſummo

Lucretius lib. 4. de Natura.

Nascentes mittunt; & item cùm lubrica serpens A
Exuit in spinis vestem.

Ita enim vniuersa corpora breui dissoluta abiuissent in aëra. Sed velut lumen à corpore lucido perenni fluxu emanat, sine vlla corporis lucidi imminutione; sic à coloratis corporibus, alterius essentiæ colores produci, quos haurit visus citra materiam. Sicut enim cera sine auro aut ære symbolum excipit, ita oculus colorem sine creta aut minio.

Octauum: In speculis facies spectatorem suum aduersa respicit, quæ tamen, si rectà ab ipso proficisceretur, posteram sui partem deberet ostendere. Non igitur à rebus vlla eiusmodi spectra emitti existimandum est, quibus tam manifesta experientia aduersatur. Nihil hoc argumentum conuincit. Non enim sunt species, vt laruæ seu fictæ quæpiam B personæ, quæ aliud obuersa, auersa aliud facie repræsentant: sed sunt repræsentando indiuisibiles, sic vt singulæ earum particulæ rem totam exhibere sint natæ, etsi non semper actu exhibeant, quòd præterea oppositio requiratur. Rectis siquidem lineis ab obiectis protenduntur, ad eum ferè modum quo in radice filicis neruos diuersorum colorum secundùm longitudinem extensos videmus, qui, radice in transuersum secta, geminam vtrimque aquilam ostendunt, mutato tantum modò dextri ac sinistri situ: ita namque facies hominis, qui alterum respicit, pars dextra læua apparet. Quia verò à speculis eodem modo simulachra redeunt, quo profecta fuerunt, fit vt repercussa ita res exhibeant, quemadmodum ab eis prodierunt, mutata dumtaxat positionis differentia quæ in dextra sinistraq; consistit. Sed de hac re fusiùs in commentatione de speculis. C

His ita explicatis, species dari à natura concedendum est, quibus obsignatæ potentiæ rerum notiones effingant. Harum porrò vsus patebit, cùm de visionis modo infrà agemus.

PROPOSITIO XLIV. THEOREMA.

Communia sensilia proprias species sensiteriis inurunt.

Hoc iam constat ex iis quæ hactenus proposita sunt, sensilia communia per se, hoc est propria vi atque insita proprietate sensum mouere qua potissimùm nota, ab iis quæ per accidens sensibilia vocantur, distinguuntur. D Igitur propria imagine sensiterio inusta sensum excitant. Si enim alienâ, iam non per se, sed ex accidenti sensibilia forent, quod antè ostensum est. A propriis verò sensilibus distinguuntur, quòd hæc vnico dumtaxat sensu, illa pluribus dignoscantur. Deinde res dum mouetur, vel aliquid amplius transmittit ad sensum, quàm dum quiescebat, vel non: si illud concesseris, erit quod volumus, propriam speciem à motu prouenire: si verò negaueris, sequetur nos rei motum non percipere, & an res moueatur an non, penitus ignorare.

Præterea aliter Trapezium, aliter Rhombus sensui sese offert. Si enim eodem modo, nulla supereſt ratio, qua hic Rhombum illic Trapezium visus aspiciat. Igitur præter coloris formam quæ ab vtroque eadem proficiscitur, necessum est propriis, iisq; diuer- E sis typis visus organum obsignari, quibus hic Rhombus, illic Trapezium conspiciatur.

Fateor speciem communium sensibilium à specie sensibilis proprij reipsa non distingui. Nam quemadmodum figura (si exemplo vti licet) ab albo non distinguitur reipsa, quasi per se consistere queat; sed tantùm velut modus, quo album exteriùs afficitur: ita figuræ imago, quam propriam dicimus, nihil reipsa diuersum est à forma albi, sed huius tantùm modus ipsam exteriùs definiens atque determinans. Tamen vti figura non est ipsum album, sed eius modus: ita species figuræ non est ipsius albi species & imago, sed eius quidam modus. sic vt species albi propria sit albo, soli visui congruens, at modus quo species albi exteriùs definitur propria sit imago figuræ, quæ aliis etiam sensibus F dignosci potest. Hoc ergo pacto dicimus obiecta communia, quæ velut appendices sunt propriorum, proprias species sensibus imprimere, quòd ab illis necessum sit aliquid manare in sensus, quo & proprij sensibilis species quodammodò attemperetur, & commune sensibile vere ac per se dignoscatur.

Scot. in 4. d. 11. q. 3. D. Thom. p. 1. q. 78. a. 3. Ex his perfacile est, inter Scotum affirmantem, & D. Thomam negantem sensibilia communia proprias imagines producere, fœdus constituere. Ille enim astruit veras illorum sensilium formas, non autem vel fictas vel nullas: at D. Thomas negat à speciebus propriorum sensibilium reipsa distinctas; quorum vtrumque rationi ac veritati consonum est.

PRO-

A

PROPOSITIO XLV. THEOREMA.

Species ſunt virtuales rerum ſimilitudines, non autem formales.

FORMALIS ſimilitudo vocatur imago in qua rei forma, ac figura, propriaque lineamenta expreſſa continentur. Qualis eſt Cæſaris effigies, ſiue picta, ſiue ſculpta, ſiue cælata, ſiue plana, ſiue bullæ aut ſtatuæ in modum conficta; ſiue ea magna ſit ſiue parua, dummodò lineamenta
B veritati proportione reſpondeant. Huius generis non eſſe viſibiles ſpecies demonſtratur. Nam cùm neceſſe ſit eiuſmodi ſpecies magnitudine aliqua præditas eſſe, non modò vt illarum eſſentia integra ſit, verùm etiam vt rem totam repræſentent, ſequitur per eas viſionem fieri non poſſe. Siquidem, vt propoſ. 26. oſtenſum eſt, eiùs quod videtur ſpecies debet in centrum glacialis humoris peruenire: at magnitudo aliqua centro viſus, quod ſolum punctum eſt, exæquari non poteſt: igitur per ſpecies formales, quarum repræſentandi vis in magnitudine poſita eſt, nequit viſio celebrari. Quare ſpecies viſibiles non ſunt formales, ſeu expreſſæ rerum ſimilitudines.

Erunt ergo virtuales, hoc eſt eius naturæ qualitates, vt non in illis, ſed per illas obiecta cernantur. Ita quidam philoſophi rem obſcuram haud ſanè impropriè paucis verbis
C elucidarunt. Nam in formali atque expreſſa imagine res ita apparet, vt imago primò ac per ſe viſui ſpectanda exhibeatur, res verò interno tantùm ſenſu ex apparente ſimilitudine colligatur: at per virtualem ſimilitudinem, res ipſa vti primarium obiectum oculis ſiſtitur, ita vt imago, licet in oculo ſit, facultatemque moueat, tamen ignoretur, niſi ratio intelligentiaque accedat, quæ obiectum non per ſe, ſed vicaria aliqua ſui ſimilitudine videri argumento perſuadeat.

PROPOSITIO XLVI. THEOREMA.

Species ſunt omnino formæ ſenſibiles.

D

QVI ſpecies ſenſu percipi negant, id primò experientia comprobare nituntur; nuſquam enim illas videmus, & præter corpora luce coloribuſque affecta nil vſpiam apparet: igitur quæ nuſquam cernuntur ſpecies, omnino ſenſum fugiunt.

Rationem quoque addunt. Quoniam ſi ſenſibiles eſſent, viſioni officerent potiùs, quàm conducerent. Idcircò enim flaua bilis, quę oculi humorem occupauit, omnia ſuo colore perfundit, quia ipſa per ſe primò ad ſui adſpectum ſenſum allicit: deinde per eius diaphanum, ceu per tinctum vitrum cetera flauedine reſperſa apparent. Sic & qui ſuffuſione laborant, nihil præter ipſam vident. Ita ergo ſi ſpecies oculo inſi-
E dentes, per ſe ſenſibiles ſunt, viſus ab ipſis præſidij nihil, impedimenti autem plurimum accipiet.

Rurſus quemadmodum habitus qualitates quædam ſunt vſu comparatæ, quas quidem facultas non percipit, iis tamen ad obeunda munia velut opportunis inſtrumentis vtitur: ſic & ſpecies ad videndi actum apprimè neceſſariæ ſunt, etſi ipſas facultas non perſentiat. Hinc colligas ſpecies non per ſe, at per ipſas cetera ſpectari.

Verùm ſpecies ſenſibiles eſſe, ac viſu quidem tum occultè percipi, tum etiam manifeſtè internoſci, & ratio & experientia conuincunt. Cùm enim viſio, ac vniuersè omnis ſenſio quædam ſit paſſio, quis neget (illos interrogo, qui ſpecierum vſum admittunt)
F ab obiecto remotè, proximè autem à ſpecie ſenſum pati? hanc igitur facultas ſentit, etſi nondum perfectè dignoſcat. Deinde ſpecies coloris verus eſt color, non ſecùs ac lumen à corpore lucente emiſſum verè eſt lumen, deque lucis natura prognatum, etſi defæcationis eſſentiæ, quàm ſit vel lux vel color materiæ congenitus. Quid ni igitur intentionalis hic color, æquè ac lumen, ſub aſpectum venire poterit?

Præterea hanc maximè ob rem ſpecies repræſentandi vim habent, quòd veri colores ſint: hi enim dum ἀφαιρουσιν, cui principem cernendi vim ineſſe diximus, afficiunt, quidquid eis exteriùs reſpondet intra pyramidis opticæ latera comprehenſum, id omne ſimili colore perfuſum videtur, ac talis etiam figuræ, qualem ſimulachrum in aranea obtinet; magnitudine verò maiore vel minore, pro amplitudine anguli in quem vertex

pyramidis opticæ terminatur. Igitur quod tinctum vitrum, hoc idem præstat sensorio A
inusta species, quæ proinde iuxtà ac vitrum proximè, obiectum autem per ipsam remotè
sed primariè sentitur. Idemque confirmat philosophi auctoritas lib. 2. de anima cap. 11.
textu 121. vbi sensum id esse ait, *quod sensibiles sine materia formas suscipere potest,*
perinde atque annuli signum sine ferro vel auro suscipit cera.

Nunc, quo pacto etiam manifestè species dignoscantur adinstar obiectorum primariorum, certissima docent experimenta. In primis nemo, vt arbitror, inficias ibit lumen
à corpore lucido profectum, atque in res quaslibet opacas receptum videri, nisi oculos
occæcatos habeat. Hinc enim lucis vsura priuatos dicimus non eos tantùm, qui solem
ipsum aut lucernæ flammam non dignoscunt: sed illos etiam, qui lucis intentionem B
rebus omnibus affusam non perspiciunt. Et quis obsecro aërem lumine collustratum
à tenebricoso & obscuro non discernit? Habet enim aër nonnihil de substantia opaci,
quo luminis portiunculam retinet, quam proinde in aëre manifestè contuemur. Est
verò, vt iam sæpè diximus, intentionale lumen vera species atque imago corporis lucidi.
vnde non semel Plato in Timæo lumen appellat solis imaginem. ergo negari omnino
non potest, species, quas natura ad visum comparauit, formas esse sensibiles. Eademq;
proprietas inest coloribus, quorum intentiones, etsi propter imbecillitatem non ita
conspicuæ sint, quemadmodum lumen; tamen secluso impensiori lumine, manifestè
videntur, vt propositione 42. luculenter ostendimus: vbi insigni spectaculo species per
dioptram transmissæ in charta conspicuæ à nobis exhibitæ sunt. Cuius etiam generis C
esse diximus illam colorum phantasiam, quæ repercussione ab infectis corporibus, in
vicinos parietes transmissa conspicuè apparet.

Sed an etiam illa imago quæ in speculo cernitur, species sit, an res ipsa? Alij aiunt,
alij negant. Speciem esse his argumentis probari videtur. Primò, quia id quod in speculi profunditate oberrat, non tam verum aliquod corpus, quàm phantasticum atque
imaginabile esse potest. Vnde illud ab Apostolo Iacobo in epistola vsurpatum cap. 1.
Si quis auditor est verbi, & non factor, hic comparabitur viro consideranti vultum natiuitatis suæ in speculo: considerauit enim se, & abiit, & statim oblitus est qualis fuerit. Deinde
res vera minimè ibi est, vbi idolum apparet. Est igitur hoc aliud à reipsa; at nihil aliud
esse potest quàm species. Ergo quod in speculo cernitur species est, non autem res vera. D

Contrà, non speciem, sed rem ipsam in speculo videri, argumento est, quòd phantasia in profunditate speculi immersa appareat: si autem species esset, ea in speculi superficie, vbi terminatur, necessariò videretur. Non est ergo species, sed res ipsa, quam in
speculo cernimus. At quomodo res intra speculum videtur, cùm ibi non sit? Respondeo in omni specierum inflexione rem alio loco, quàm reuerà sit, apparere. Rursus cur
adeò, debilis figura ostenditur? Respondeo, quia repercussione languescit. Vnde secunda inflexio obscurior est prima, & tertia quàm secunda, atque eodem ordine ceteræ.
Sed de his ista sufficiant, cùm fusiùs in Catoptricis sint pertractanda: quod & Deo
dante facturi sumus, si vita sit comes.

Quæ de imaginibus in speculo apparentibus diximus, de illa quoque phantasia, E
quam in alterius pupilla cernimus, sunt intelligenda; est enim illa velut à conuexo speculo repercussum intuentis simulachrum: cornea siquidem tunica propter lęuorem formas rerum obiectarũ remittit, at rebus ipsis minores, propter sphęricam conuexitatem.

PROPOSITIO XLVII. THEOREMA.

Species sunt formæ homogeniæ.

QVI asserunt diuersa lumina in eodem medio concurrentia, in vnum lu- F
men coire intensius quàm sint singula, non autem se mutuò distincta
penetrare; ij hoc idem de colorum speciebus sentiunt, eos nempe in eodem medio diaphano in vnam speciem vniri, non quidem essentiæ vnitate, cùm formæ diuersorum colorum essentiâ differant; sed partim
quantitatis continuatione, partim intensionis augmento, adeò vt ex omnibus simul
colligatis, vna species heterogenia confletur: quam quidem ita ab obiectis omnibus pariter agentibus prouenire asserunt, vt non pars vna ab vno, alia ab alio, sed tota à singulis, singulorumque partibus obueniat; ad eum modum quo boues coniugati singuli
totum aratrum vti concausæ trahunt.

Verisi-

A Verisimilius autem nobis videtur notionalia lumina se mutuò distincta penetrare, cùm iam sint suo modo à materiæ crassitie libera atque seiuncta. Non aliter quàm corpora beatorum sublata mole ac densitate, qua se mutuò extrudunt quæuis corpora, nullo obsistente, peruadent. Idem igitur de colorum formis sentiendum est, ac præsertim de illis, quæ essentia distinguuntur. Vt enim nemo dixerit, calorem, & sonum, & lumen, cùm in eodem medio concurrunt, in vnam heterogeniam qualitatem coire; ita nec diuersorum colorum species inter se, aut cum notionali lumine, dum in eodem medio conueniunt, vniri, atque vnam speciem efficere existimandæ sunt.

Hoc tamen lubens concessero, vnius continuati coloris speciem continuam esse.
B Non enim minùs possibile est species, quàm colores ipsos quantitatis beneficio continuari. Si ergo colores, quamuis essentia diuersi, quantitate copulantur; cur non etiam illorum species?

At quamuis omnium rerum aspectabilium species in vnam conflarentur, quemadmodum alij contendunt; necdum tamen ea species heterogenia esset. Non etenim heterogenium illud vocatur, quod ex diuersis natura mixtilibus constat; sic enim præter simplicia elementa, corporaque cælestia, quidquid reliquum est, dici heterogenium posset, & deberet; sed illud, quod ex integris partibus diuersarum naturarum coagmentatur, vt homo, belua, arbor: homogenium autem illud dicitur, cuius partes vnius sunt naturæ atque essentiæ, vt sunt metalla, lapides: hæc enim quamuis simplicibus
C constent natura diuersis, ea tamen ita sunt diuisa, atque permixta, vt nullam sit partem assignare, quæ non ex omnibus mixtilibus constet. Eodem prorsus modo, secundùm aliorum sententiam, species intentionalis ex omnium colorum speciebus conflatur, ita permixtis, vt omni in parte omnium colorum species reperiantur. Cùm enim quiuis color in omnem partem medij sui speciem mittat, necesse est, vt vicissim in quamuis medij partem omnium colorum species concurrant; atque ita omnium colorum species per totum medium diaphanum, quod sphęra actiuitatis continetur, confusæ erunt, nullamque eius partem disignare licebit, quæ non sit pariter mixta vt ceteræ. Erit igitur hæc mixta species perfectissima partium similitudine homogenia, quod propositum erat demonstrare.
D

PROPOSITIO XLVIII. THEOREMA.

Ex omni parte corporis aspectabilis, in omnem partem medij circumfusi species prosiliunt.

QVEMADMODVM à quauis parte corporis luminosi, ad omnem partem medij perspicui radij lucidi protenduntur, modò nullum corpus opacum rectæ luminis profluentiæ obuium occurrat: ita à quouis puncto corporis colorati, color decisus vehitur luminis ope ad quodlibet punctum me-
E dij diaphani, modò nullum item corpus interpositum viam obsepiat.

Agentia enim naturalia necessitate quadam naturæ in proprias actiones feruntur, nec sublatis impedimentis possunt non agere, in omne illud spatium quod eis natura concessit, (sphæram dicunt actiuitatis.) Igitur vnaquæque pars corporis colorati aget, & quidem in omnem partem medij circumfusi, quousque tandem positis à natura finibus terminetur.

Et sanè nisi in omnem partem medij quæcumque pars rei visibilis sui imaginem destinaret, sed vel omnes obiecti partes in aliquam medij, vel aliquæ partes obiecti in omnem partem medij; consequens esset, vt non ex quauis medij parte omnes obiecti par-
F tes perciperentur: sed vel ex aliqua tantùm parte medij, vel aliquæ tantùm obiecti partes ad visum pertinerent, quod manifesta euertit experientia. Igitur ex omni rei visibilis parte, in omnem partem medij actio deriuatur.

Hinc fit, vt corpora tam lucida, quàm colore infecta, quo maiora sunt, eo longiùs actionem protendant. Namque cùm secundùm omnes suas partes, in quoduis punctum medij actionem intendant, quanto plures illæ atque ampliores vnà conspirant, tanto qualitas in singulis partibus excitata maiorem vim obtinet, vt longiùs progrediatur.

Sed & illud hinc consequitur, quòd grandiora corpora è remotiori loco conspici valeant quàm minora; siue ea à lumine, siue à colore aspectabilia sint, quòd illarum actio longiùs excurrat.

A

PROPOSITIO XLIX. THEOREMA.

Species medium traijciunt in instanti.

SÆPE iam dictum à nobis est, magnam esse specierum ac luminis cognationem: ex qua permultæ affectiones vtrique communes obueniunt, inter quas hæc quoque meritò connumerari debet, quòd species æquè ac lumen quantauis spatia, temporis momento emetiantur. Idque ex eo demonstrari potest, quòd species nusquam sine lumine subsistant; lumen B autem, vt per se notissimum est, instanti temporis vniuersam actiuitatis sphæram peruadit: igitur & species. Hoc argumento vsus est Lucret. lib. 4. naturalis hist.

Et quasi multa breui spatio submittere debet
Lumina sol, vt perpetuò sint omnia plena:
Sic à rebus item simili ratione necesse est
Temporis in puncto rerum simulacra ferantur.

Deinde eadem qua lumen causa, & ipsæ species instantanea motione totum spatium implent: quia nempe ipsis nil est contrarium, quod illarum productionem remoretur.

Rursus præter lumen nihil adeò ad spiritualium accidentium naturam accedit, quàm notionalis color, seu visibilis species. Oportet ergo huius emanationem, quæ simpli- C cissima est, momentaneam esse; ac nulla mora per amplissima spatia diffundi. Vnde D. August. lib. 12. super Genes. ad litteram cap. 16. eam ob causam species sensuum spirituales vocat, quòd medium traijciant in instanti.

Idem demum experientia confirmat: etenim proposito obiecto, mox visio subsequitur; nec perinde vt in auditu, qui latione soni fit, sic inter obiecti propositionem actumq; cernendi temporis aliquid intercedere deprehenditur, quantauis intercapedine obiectum visusque dissideant. Igitur species iuxta lumen instantaneos processus habent.

PROPOSITIO L. THEOREMA.

D

Species rectis semper lineis protenduntur.

VTI superior, ita hæc quoque proprietas in lumine atque coloribus communem causam habet. cùm etenim nec lumen nec species qualitates firmæ sint, nec de illarum genere quæ semel productæ suapte vi consistunt; sed sint potiùs perennes quædam actiones à luminosis coloratisq; corporibus effusæ; necesse est eas à continuo causæ influxu ita pendere, vt eo obsepto, vel sublata de medio causa, ipsæ confestim intereant. At omnis actio secundùm naturæ leges breuissimis semper lineis intentatur, vt eò sit efficacior quò breuior. nam longiùs effusa languescit. Igitur rectis lineis, quæ breuissimæ sunt, & lumen & co- E lorum species porriguntur, nisi rectæ illorum influentiæ corpus aliquod opacum interponatur, quod actionem intercipiat.

Simile quiddam, at longè admirabilius videre est in Herculeo lapide, cuius actio vnica dumtaxat recta linea perreptat penetratque, cuius extrema polorum vim obtinent, vt illis haud ignotum est, qui eius naturam inuestigarunt. Eodemque modo ignis propria actione sursum contendit, terra verò deorsum. At color iuxtà ac lux impetum suæ actionis vndequaque diffundunt, rectis tamen, vti dictum est, lineis.

Propositione 48. dictum est, in quauis parte medij omnium circùm iacentium rerum formas atque imagines permixtas contineri. vnde oritur non leuis dubitatio, quonam F pacto confusa illa atque indigesta specierum miscella, res omnes distinctè queat repræsentare? Cuius solutionem facile est ex hac proposit. elicere. Tametsi namque per vniuersum medium species omnes vagentur, vis tamen earum quæ in visum agunt secundùm rectas tantùm lineas ab obiecto ad centrum visus extensas, diffusa est, vt iam iam ostendimus. Ex quo fit, vt quidquid sub aspectum cadit, ordinatè priùs ἀραγνοειδὴν pertranseat, quàm eius actio in centrum visus definiatur, vt mox proposit. sequente perspicuè demonstrabimus.

Hinc etiam corroboratur illa nostra sententia, quam propos. 47. explicauimus; species nempe diuersorũ obiectorum in eamdem partem medij ita conuenire, vt tamen in

vnam

A vnam ſpeciem minimè coaleſcant. Etſi enim propter exactam mixtionem non liceat ſingulas ſpecierum entitates reipſa diſtinguere; poſſunt tamen mente diſiungi, quòd vnaquæque propriam actionem habeat. Nam ſolæ illæ ex omnibus facultatem immutant, quarum actio per rectas productiones in centrum viſus terminatur. Sicut & lumina quamuis in eadem parte medij plurima conueniant, diſtingui nihilominùs ea dicimus, quòd ab eodem opaco corpore diuerſas vmbras proijciant, vt fuſiùs l. 5. explicabimus.

Hinc facile eſt cauſam elicere, cur res à tergo ſitæ non videantur. nequeunt enim inde ad viſus ſuperficiem rectæ lineæ duci, propter corporis interiecti denſitatem.

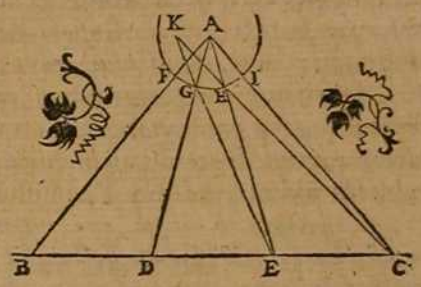
PROPOSITIO LI. THEOREMA.

B

Species ordinatè ad viſum perueniunt.

CVM iam oſtenſum ſit viſibilium rerum actiones rectis lineis efferri, perſpicuè ſequi videtur, ex omnibus ſpeciebus, quæ circumquaque ſparguntur, ſolas illas viſum ſtimulare, quæ ab obiectis ad centrum cryſtalloidis attingunt. Ex quo vlteriùs fit, vt quamuis in eodem medio exiſtat omnium ſpecierum confuſio; illæ tamen quæ potentiam excitant, minimè permiſceantur: ſed ſeruata diſtinctione, quam res ipſæ habent, ſenſim contrahantur, quouſque tandem in centrum viſus ſimul omnes illabantur.

C Quod ex adiuncta figura clariùs eluceſcet. Eſto in ea cryſtalloidis centrũ A, obiectum verò B C, cuius pars B D flauo, pars D E rubro, pars E C cæruleo colore conſpicua ſit. Dico punctum B, etſi infiniti radij ab eo exeant, vnico tantùm, qui nempe in A pertingit, videri, quòd aliorum radiorum actio viſum minimè feriat. Idemque de ceteris punctis D, E, & C, iudicium eſto. Rurſus dico partem B D ſolis radiis B A, D A, ceteriſque in A pertinentibus conſpici: iis verò, qui ab ea-



D dem parte B D infiniti omnem in partem producuntur, non item; eamdem ob cauſam, quam modò diximus, quòd videlicet hi nullam actionem in viſum intendant, quod & in ceteris partibus D E, E C, facile erit demonſtrare. Prætereà cùm F I araneæ tunicæ portio omnes lineas B A, D A, E A, & C A interſecet, palàm eſt ſpecies partium B D, D E, E C, ita in ſuperficie araneæ ordinari, vt ſingulæ partes tunicæ ſingulis obiecti partibus reſpondeant.

Et quamuis in eamdem partem araneæ, verbi gratia, G H, præter D E, aliarum quoque partium obiecti ſpecies concurrant, ac pariter confundantur; hinc tamen nulla perturbatio in oculi functione obuenire poteſt, quòd per ſpecies, quæ in centrum cry-

E ſtalloidis non diriguntur, vt ſunt E K & C K, videndi facultas neutiquam immutetur.

PROPOSITIO LII. THEOREMA.

Rerum imagines oculo impreſſæ, amoto obiecto illicò euaneſcunt.

F SPECIES quæ in viſum conſignantur, non ita ab obiectorum præſentia pẽdere, vt iis amotis illicò extinguantur, cenſuerunt nonnulli interpretes Ariſtotelis in librum de ſenſu & ſenſili, & in librum de inſomniis. Aiunt enim ſublato ſenſibili relinqui adhuc ſenſationes quaſdam perbreues elicitas ex ſpeciebus nondum extinctis. Quæ ſententia probari poteſt, primò, quia ſpecies acuuntur & hebetantur ratione ſubiectæ materiæ. Habent enim quoſdam incrementi & decrementi gradus ſecundùm eam latitudinem, quæ ex intenſione & remiſſione deſumitur, quibus ſucceſſiuè augeri ac minui poſſunt. Ex quo fit, vt viſibili ſubitò ablato, etiamnum ſecundùm aliquam huius latitudinis partem in organo perſeuerent. Poterit igitur viſus ad continuandam functionem his tantiſper vti, dum ſenſim deficiant, ac tandem etiam penitus euaneſcant. Aſſumptio probatur, quia obiectum quò propinquius eſt (non tamen quàm par eſt) eò efficaciorem ſpeciem iacit.

Hinc enim viciniora magis dearticulantur, distinctiusque secundùm omnes partes cernuntur, quia nimirum species quæ cum lumine in oculum importantur robustiores sunt: remotiora videntur obscuriùs, quòd tanto imbecilliores species euadant, quanto longiùs ab origine discedunt. Igitur species visibiles eam latitudinem admittunt, quæ secundùm intensionem & remissionem vocatur. A

Secundò, color, odor, sapor, ceteræq; sensibiles qualitates, prohibita effectrice causa in propriis subiectis perseuerant. Poterunt ergo & species, quarum par ratio est, aliquanto saltem temporis spatio in potentiis perdurare, sublatis obiectis à quibus producuntur.

Tertiò, sæpè quæ in vigilia præcepta fuerunt, postmodum in somniis ita clarè repræsentantur, vt nemo dubitare iure possit, quin ea externis sensibus præsentia sint: at res ipsæ verè absunt. Igitur sola specie in sensorio asseruata coràm assistunt. B

Quartò, certiora accedunt experimenta à vigilantibus deprompta. In primis D. Augustinus libro 11. de Trinitate cap. 2. ita scribit: *Cùm diusculè attenderimus quæcumque luminaria & inde oculos clauserimus, quasi versantur in conspectu quidam lucidi colores variè sese commutantes, & minùs minusq; fulgentes, donec omnino desistant: quos intelligendum est reliquias esse formæ illius, quæ facta erat in sensu, dum corpus lucidum videretur.* Idemque confirmat communis hominum sensus. Igitur ablato luminoso remanet illius species in sensu. Audi etiam, si placet, philosophum de eadem re ita scribentem lib. 5. de generat. animalium cap. 1. *Qui conspectum à colore validiore, aut de sole in opacum transtulerint, non cernunt. Motio enim quæ iam vehemens inest, impedit eam quæ extrinsecus accidit.* Et lib. de insomniis cap. 2. *Sensibilia*, inquit, *ipsa in nobis per singula sensoria sensionem efficiunt: & affectio, quam ea inuehunt, non modò in sensoriis inest, cùm sensus agunt, sed etiam cùm ab opere discessere.* Et mox: *Si sensum de sole in opacum conuertamus, comitatur eum affectio: euenit enim vt nihil cernat, propterea quòd commotio, quæ à lumine profecta est, oculos adhuc possideat. Item si quid album aut viride diutiùs aspexerimus, ad quodcumque aspectum nostrum deferamus, concolor illi videtur.* Eadem Themistius lib. de insomniis pulchrè describit his verbis: *Si quis aspectum ab aliquo, quod intentissimè obtutus sit, conuerterit, comitabitur nihilominùs eum forma rei quam spectauerit, quasi affectis possessisq; priore pulsu oculis. Prohinc qui de sole in opacum se conferunt, confutatis præ nimio splendore luminibus non cernunt. Item si quid præcandidum aut viride diutiùs aspexeris, quidquid oculis inciderit, videbitur concolor. Sed & si oculos contra solem, aut aliquid quod fulgeat, tendas, deinde conniueas, primùm aliquis color videbitur, qualis albedo, aut viriditas est, tum is se in puniceum conuertet, proximè in purpureum, atque ita deinceps in alios, postremò in atrum, à quo euanescit, exolescitq;. Eodem modo quæ motu cito mouentur, obtutus nostros confringunt, vt si in profluentem rapidum direxeris, facit porrò æstuatio & vertigo, vt quæ stant, moueri videantur.* Illustrius verò illud est, quod in insertis cancellatisque fenestris ex transennarum aspectu percipimus. Has enim si aliquamdiu firmiùs intuiti fuerimus, etiam figura distinctioque solidi & vacui oculis clausis inhærebit, ratione tamen contraria. Nam vacua per quæ lumen translapsum aspeximus, obscura apparebunt; solida autem, luminosa. Ex his ergo omnibus concludi posse videtur, ea quæ in sensuum organa inuehuntur moram quamdam in illis trahere, non modò cùm in actu sunt, verùm etiam cùm sublatis exteriùs rebus ab opera discessere. C D E

Contraria tamen opinio, quæ asserit sensuum externorum species non nisi præsentibus sensibilibus etiam breuissimo tempore conseruari, & communior, & verisimilior videtur: potestq; ex eo demonstrari, quòd species non tam sint qualitates firmæ, quàm perennes quædam actiones, atque obiectorum conatus, quibus continuò potentias ad agendum existimulant: quamobrem earum productiones non simpliciter fiunt, sicut aliarum qualitatum, quæ proinde ibi consistunt, vbi eas effectrix causa ponit; sed rectis semper lineis, ac temporis momento protenduntur. At sublato obiecto, intercidit actio; igitur & species ipsæ, quæ nil aliud sunt quàm protractæ perennatæque actionis affectiones, amoto obiecto illicò euanescunt. Deinde *species*, inquit D. August. loco citato, *sunt velut in aqua impressum vestigium, quod tamdiu est, donec ipsum corpus, quod imprimitur, inest; quo ablato, nullum erit.* Et sanè si perdurarent aliquantisper amotis obiectis, id semper aut maiori parte, & alicuius vtilitatis gratia eueniret; non accidit autem neque semper, neque pro maiori parte: si quando verò simile quidpiam experimur, vt superiora argumenta ostendunt, id nullo emolumento, sed potiùs magno organi dispendio fit, atque aliam ob causam, quàm nunc tempestiuum est explicare. F

Ad

A Ad argumenta contraria. Et ad primum neganda est consecutio: iam enim proximè ostendimus eam esse specierum naturam ac conditionem, vt quantumlibet intensæ fuerint, sine perenni effectricis causæ influxu, ne momento quidem temporis possint subsistere.

Ad secundum eadem est responsio. Hoc enim inter species & firmas qualitates interest, quòd hæ firmum existendi modum accipiant; illæ verò à continua emanatione ac causæ præsentia dependeant.

Ad tertium respondeo, eam affectionẽ non inde prouenire, quòd, vt Auerroës comminiscitur, cõtingat nos in somniis verè sentire sensibilia per sensus externos, licet absen-
B tia sint; qui tractatu de somno & vigilia, id ait accidere redeuntibus ab internis sensibus ad externos absentium rerum imaginibus. Sicut enim, inquit, sensibilia externa mouent sensus externos, & hi sensum communem, is imaginatiuam: sic inter somniandum, conuerso ordine imaginatio mouet sensum communem, hic sensus externos. Non inquam ita se res habet. nam species quę ab obiectis in sensus externos proueniunt, altiùs non prouehuntur, cùm ab his sensus communis alias species altioris ordinis efformet, quas mox imaginatiuæ impertit. Prouenit ergo id ex eo tantùm, quòd sæpè tam efficaciter internus sensus sibi quædam effingat, vt ea se externo sensu percipere arbitretur. Nam teste D. Augustino suprà cap. 4. *tanta sæpè est similitudo externæ speciei cum ea quæ intus ex memoria exprimitur, vt nec ipsa ratio discernere possit vtrúmne foris corpus*
C *ipsum videatur, an intus tale quid cogitetur.* Hoc autem non tantùm in somnis, iisque præcipuè quos ephialtes inuadit, sed etiam in vigilia interdum contingit, vt cogitatione occupata voluntas sese auertat à sensibus, sicque formet animi aciem variis imaginibus sensibilium rerum, vt ipsa sensibilia coràm adsistere existimentur. Fiunt porrò istæ impressiones imaginum, & cùm appetendo in talia voluntas intenditur, & cùm deuitandi causa rapitur animus in ea contuenda, quæ fugiat; idque siue sopitis sensibus, vt sunt dormientium, siue ab interiore compage turbatis, sicut sunt furentium. Quibus ipse quoque philosophus adstipulatur libro de insomniis cap. 2. asserens *facilè decipi circa sensus homines in aliqua affectione positos, vt meticulosum in metu, amatorem in amore, adeò vt ex tenui similitudine alter hostes se videre putet, alter quem amat. Et quò quis*
D *vtique arctiùs ipso affectu possidetur, eò leuiori similitudine talia sese illi offerunt. Eodem modo & qui ira, & qui demum quacumque alia cupiditate rapiuntur, facilè circumscribi solent, ac tanto quidem procliuiùs, quanto magis libidine ipsa ducuntur. Vnde etiam fit vt febrientes interdum animalia quædam in parietinis videre videantur exigua similitudine permoti, quam lineamenta quædam congesta prætendunt.* Hæc ille.

Pro quarti argumenti solutione, sciendum est obiecta duobus modis in externos sensus agere: vno intentionaliter, cùm scilicet propriam imaginem in organum obsignant; altero realiter, cùm violenta motione organum concitant. Prior illa actio obiecto sublato pariter occidit: hæc verò etiam causa cessante aliquamdiu perseuerat. Quod lationis atque alterationis exemplis idem philosophus superiùs citatus explanat his verbis:
E *Etenim quæ lationem subeunt, eo quod propulit non amplius tangente, cientur. Consimiliter & hoc quoque in alteratione fieri putandum est. Illud enim quod calentis rei opera incaluit, quod sibi vicinum est calefacit, penetratq; successio hæc ad id vsque quod primùm calefieri potest. Quare & ei cui sentiendi facultas commissa est, hoc idem accidere necesse est, cùm sensum, qui in actu constitutus sit, alterationem esse quamdam constet.* Vnde eadem ex causa hæc mox idem subnectit philosophus: *Qui obtutum ab hisce quæ mouentur, vt ab amnibus ocyssimè labentibus, aliò transferunt, iis quæ stant, moueri videntur, & ab ingentibus sonis surdastri redduntur, & ab odoribus vehementibus ægerrimè olfaciunt:* ita inquam ab impenso lumine affectio quædam in sensiterio relinquitur, vehementi motu conci-
F tata, qua interdum sensus etiam ipse funditus euertitur. Vnde fit, vt cancellorum vacua, per quæ lumen in oculum receptum fuit, eo occluso obscura appareant; quòd nempe eas organi partes quæ vacuis respondebant, lumen hebetauerit. Praua siquidem affectio, tenebrarum speciem refert: vti incolumitas aliarum partium, quæ solidis obiectæ fuerant, speciem præ se fert luminis, ob spirituum animalium affluxum, quos propositione 11. lucidos esse diximus.

OBIE-

OBIECTI VISVS CONDITIONES.

A

IN *ceteris naturæ actionibus, præter effectricem causam quæ agit, obiectamque materiam quæ patitur, nonnullæ conditiones postulantur, quibus ambæ ad propria munia ritè obeunda disponuntur. Ignis namque, exempli gratia, præter eam, quam ex essentiæ principiis obtinuit agendi potentiam, requirit insuper calorem quemdam instrumentarium, quo appositam materiam alteret, ac præterea nisi magnitudine aliqua ac densitate præditus sit, nihil omnino* B *efficere poterit: materia verò nisi sit pinguis, atque igni vtcumque vicina, nullam actionem formamque suscipiet. Ita oculus, atque res aspectabilis, ad visionem præstandam proprium exigunt apparatum. Ac de oculi quidem proprietatibus huc vsque dictum est satis: nunc de iis, quibus obiectum instructum esse oportet, pauca dicenda restant. Sex porrò dumtaxat eiusmodi conditiones numerantur; videlicet, opacitas, magnitudo, oppositio, distantia, medium, atque illustratio: quas rectè* Conditiones *nuncupamus, quòd sine eis res aspectabiles sub obtutum venire omnino nequeunt. Plo-* C *tinus Enneadis 4. lib. 5.* Conferentia *nominat, quòd ad visionem plurimum conferant ac conducant.*

PROPOSITIO LIII. THEOREMA.

Imperuium esse oportet quidquid sub aspectum cadit.

PERMVLTA sunt quæ huic propositioni aduersari videntur. In primis gemmæ non paucæ, etiam quæ inter perspicuas censentur, vt carbunculus, smaragdus, sapphyrus, hiacynthus; vitrum item, crystallus, aqua, D atque alia eiusdem generis plurima videntur, quæ tamen peruia sunt. Deinde aër ipse impensè diaphanus, sub aqua conspicuus est: quo pacto etiam corpus, quamuis summè pellucidum, cerni posset. Nullo igitur iure hæc proprietas in obiecto visus exigitur: quod quantumuis transparens, nihilo tamen minus videri atque internosci potest.

Verùm opacum esse oportere omne quod videtur, ex natura tum obiecti tum visus ipsius demonstrari potest. Nam ea in primis extra controuersiam est obiecti conditio, vt vel lumine vel colore affectum esse debeat: at lumen & color solius corporis opaci sunt proprietates, vt propositione 31. ostendimus. Igitur omne quod videtur, opacum sit necesse est. Deinde hæc quoque visus natura est, vt in eo quod cernit terminari de- E beat; sed in diaphano obtutus terminari non potest, cùm eiusmodi corpus & lumini & speciebus impunè sit peruium. Igitur in solo opaco oculorum acies figi terminarique potest, quod proinde solum videri est aptum. Accedit & ab incommodo desumpta argumentatio. Si enim perspicua corpora æquè atque opaca cerni possent, omnis pænè visio confusa ac perturbata foret. Nam vno corpore post aliud diaphanum existente (quod sanè frequentissimum est) æquè quod posterius, ac quod prius est, videretur; cùm posterioris dignotio ab anteriore diaphano non intercipiatur. Vtrumque ergo eamdem oculi partem eodem simul tempore, atque ex æquo afficiet; sicque confusa erit vtriusque imago, atque indistincta cognitio. F

Huic grauissimo incommodo sapientissimus naturæ architectus hoc modo prouidit, vt perspicua corpora visibiles qualitates transmitterent, opaca verò easdem sisterent, ac velut sufflaminatas transitu prohiberent. Ita enim per illa velut per idonea media lucem opaca recipiunt, quam per eadem propriis iam coloribus affectam ad oculos refundunt. Ex quo visionem aptè celebrari contingit.

Hinc illud fit, vt nec lux nec color in diaphano corpore recepta appareant, nisi fortè portiunculam aliquam opacitatis admixtam habeat, quæ lumen ac species colorum sistat, atque aciem oculorum firmet. Quam ob causam propositione 31. diximus, gemmas quæ diaphanæ habentur, vti & vitrum, & crystallum, aliaque eiusmodi ita videri,

vt

A vt etiam profunditatem illorum visus attingat. Si autem aspectabile corpus minùs opacum fuerit, quàm medium, tunc velut per quamdam priuationem illud conspicietur, vt sub aqua aër natura simplicior. Atque ita explicandę sunt obiectiones initio positę.

PROPOSITIO LIV. THEOREMA.

Visibilia quædam ob paruitatem delitescunt.

B PRÆTEREA obiectum vt iusta magnitudine diductum atque expansum sit, ad veram perfectamque visionem exigitur. nam certa experientia discimus, res quasdam ob paruitatem conspectum omnino effugere. Cuius rei primatem causam non tam obiecti, quam visiuæ facultatis natura in se continet. Cùm enim visio per pyramidem fiat (vt non semel est demonstratum) cuius vertex centrum sit visus, basis verò res ipsa, necessarium est, vt ex anguli verticalis amplitudine rerum magnitudines dignoscantur. sic vt maiores illæ appareant, quarum anguli qui ad verticem maiores sunt; minores verò illæ videantur, quarum ad verticem anguli sunt minores. Quare si tandem eousque attenuentur angulorum spatia, vt sub sensum non cadant, & res ipsæ visibiles, quæ his angulis ceu bases subtenduntur, omnino obliteſcent.

C Datur ergo in iis quæ videntur, quidam paruitatis status, infra quem discerni ampliùs res nequeant; at vagus incertusque, quandoquidem non minor distantiæ quàm magnitudinis habenda sit ratio. Vnde quod iusta dimensione præditum est, vt è propinquo exactè videatur, è longinquo spectatum vim omnem obtutus effugiet; nihilque tanta mole distentum animo concipi poterit, quod non acutissimam oculorum aciem excedat, si infinito propemodum interuallo obsistat.

PROPOSITIO LV. THEOREMA.

Visibile in sola oppositione videtur.

D OPPOSITVM id esse definitur, à quo ad superficiem visus rectà duci potest, quæ inde ad centrum glacialis humoris infringatur. Quare quæcumque visui opposita sunt, ea omnia intra maximam pyramidem opticam continentur: cetera verò quæ extra hanc vagantur, nec visui opponuntur, nec in oculum actionem aliquam inferre possunt.

Ratio porrò huius oppositionis ex eo ducitur, quòd rerum aspectabilium formæ rectis semper lineis protendantur, vt propos. 50. est demonstratum. Inde enim hoc velut consectarium infertur, nihil omnino conspici, nisi quod visui oppositum sit, hoc est eò loci constitutum, vnde sui similitudinem rectà in centrum glacialis humoris euibrare possit, quæ dignoscendi facultatem ad sui obtutum excitet atque alliciat. Quæ etiam E causa est, cur ea quæ à tergo sunt, non cernantur; non enim visui opposita, ibique locata sunt vnde illorum actionem visus excipiat.

PROPOSITIO LVI. THEOREMA.

Visus suapte natura infinitè extenditur.

SI emissione visio fieret, quemadmodum Stoici volebant, & qui de Platonis secta fuerunt, profectò non modò spatio aliquo, sed etiam breuissimo definiretur. At cùm ex Peripateticorum doctrina, partim susceptione, partim interna atque immanente actione visio perficiatur, eaque sententia F vero simillima sit, vt pòst, cùm de natura visus agemus, perspicuum fiet; consequens est, vt visionem infinitè extendi suapte vi posse, nullòque ex se termino definiri statuamus. Siquidem non minùs aptum promtumque est visus organum ad suscipiendum formas rerum è longinquo promissas, quàm è propinquo: nec cùm specie visibili obsignatum fuerit sensiterium, disquirit animus, priusquàm in actionem erumpat, an res, vnde illæ proueniunt, vicina sit, an longè dissita. Hæc enim abs re esse videntur, cùm ad actionem facultas sufficiat, obiectique per vicariam speciem præsentia. Igitur visus potentia ex sese in infinitum protenditur, nec vllis distantiæ finibus coërcetur: quod probasse oportuit.

PRO-

A

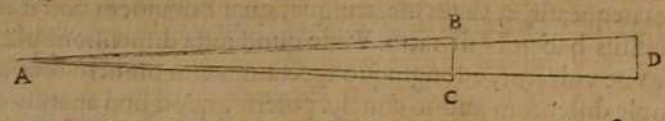
PROPOSITIO LVII. THEOREMA.

Vnumquodque obiectum ſpatio definitur, vltra quod videri non poteſt.

TAMETSI aſpectus, vt proximè oſtenſum eſt, nullo coërcitus termino in immenſum protendi ſuapte natura poſſit; nequit tamen obiectum ad quamcumque diſtantiam ſui imaginem ex ſe effundere: ſed iiſdem ex cauſis actio eius definitur, quas velut obiecti conditiones paulò antè recen- B ſuimus.

Atque in primis nebuloſus aër obiecti diſtantiam celeriùs terminat. Perſpicuum eſt enim non æquè per nebuloſum aërem, ac per ſudum, res è longinquo ſpectari. Deinde obiectum qualitate minùs conſpicua affectum, aut infirmiore lumine colluſtratum, ſegniùs agit, ac proinde minùs longè actionem diffundit. Quare è remotiori loco videtur, quod vel propria luce fulget, vel aliena colluſtratur, quàm quod ſubobſcurum eſt, aut offuſum tenebris. Rurſus è remotiori interuallo aſpicitur color rutilus, quàm fuſcus. Igitur non tantùm medij impedimenta, verumetiam ipſæ primæ viſibiles qualitates, quarum beneficio res omnes ſub viſum cadunt, definitam actionem habent, quamobrem res ipſæ non ex quauis diſtantia cerni poſſunt. C

Prætereà ex ipſa quoque magnitudine argumentum ſumi poteſt; quæ eò ſemper minor apparet, quò res longiùs abeſt, quoad tandem ob paruitatem oculorum aciem penitus fugiat. Eſto namque BAC minimus angulus, ſub quo obiectum BC videri poteſt: dimoueaturque BC in D. Dico illud iam videri non poſſe. Si enim videretur, ſub minori vtique angulo comprehenderetur, quàm in priori ſtatu: at cùm poſitus ſit angulus BAC minimus, ſub quo BC ſpectari poſſit; erit angulus, quo D videtur, minor minimo, quod abſurdum eſt: ergo omnino inſenſibilis eſt, quod probare nitimur: ac proinde D obiectum in D conſtitutum cerni ex loco A nequit. Omne igitur obiectum ſpatio definitur, vltra quod videri non poteſt, quod erat demonſtrandum.



PROPOSITIO LVIII. THEOREMA.

Perfecta viſio non minorem obiecti diſtantiam poſtulat, quàm quæ axibus continetur, cum quibus nerui optici angulos normales efficiunt.

E

NONNVLLI ea quæ viſui ſuperpoſita, aut omnino propinqua ſunt, videri quodammodò hiſce argumentis perſuadere nituntur. Primò, humor corneam inter & cryſtalloidem congeſtus cernitur. Nam quibus ille partem dumtaxat pupillæ occupauit, iis videtur macula quædam, ceu muſca continuò ob oculos verſari; quæ phantaſia nil aliud eſt, quàm humoris obiecti contuitio. Secundò, non aliam ob cauſam ictericis omnia flaua oſtenduntur, niſi quia inſperſam oculis bilem primò percipiunt, quæ deinde affectio ad externa pertranſit, & cuncta ſimili illuuie coinquinat. Tertiò, lumen quod oculo compreſſo excitatur, intra oculum exiſtit: videri autem illud nemo, qui viſum habeat, inficias ibit. Nil F igitur propinquitas cernendi facultati officit, nec quidquam obſtat, quin res etiam ſuperpoſita viſui conſpiciatur.

Pro huius proprietatis planiori intelligentia, notandum in primis eſt diſtinctè id ſolùm internoſci, in quod axes optici vnà concurrunt: reliqua verò omnia obſcurè atque confuſè, & velut ἀδιατύπωτα, aut, vt Sophoclis verbo vtar, ἀμόρφωτα.

Deinde triplex eorum quæ in oculo ſunt propinquitatis locus diſtinguendus eſt. Primus in ipſo eſt glaciali humore, quem interdum glaucoma inuadit, immedicabile malum, hoc eſt natiui coloris in alienum mutatio: quibus id vitij adeſt, ij per fumum, aut nebulam, ſe videre arbitrantur. Secundus eſt in humore aqueo, vbi ſuffuſio inter vueam tunicam,

A tunicam & humorem cryſtallinum enaſci ſolet, id eſt, humoris præter naturam concretio, à cerebro per neruum opticum prolapſa. Tertius in cornea eſt tunica. Hanc caligo, nubecula, atque hallucinatio committit. Eſt porrò caligo, tenebroſa viſio ex denſiore facta cornea tunica. Rarum hoc vitium ex morbo; ex ſenectute frequens, qua membranæ & vngues craſſeſcunt. Nubecula, tenuis eſt humor corneæ inhærens, quo quis per medium non omnino diaphanum ſe videre putat. Hallucinatio eſt, qua omnia foris tincta videntur, ex alieno colore tunicæ corneæ offuſo, vt in ictero citrina, in phlegmone rubra.

In his omnibus affectionibus, ſi impactus humor perfectè opacus ſit totamque pu-
B pillam obtegat, planè cernendi functionem impedit; etſi facultatem ipſam, quæ in anima reſidet, non tollat. Hoc probat omnium philoſophantium conſenſus, ac medicorum experientia. Ratio etiam ipſa demonſtrat: nam humor qui in oculo deliteſcit, nullo lumine colluſtratus, perſpici non poteſt; vt argumentatur Ariſtot. lib. 2. de anima cap. 7. text. 73. ſed neque res ceteras videri patitur, cùm viſibilibus formis, quæ ab externis rebus in oculum deſtinantur, viam occludat. Idem enim præſtat quod palpebræ clauſæ, aut velum oculis obductum, per quæ, cùm opaca ſint, nullus ſpeciebus tranſitus conceditur. At ſi partem dumtaxat pupillæ occupat humor ille opacus, rerum quoque obiectarum partem offuſcabit, quaſi macula illis inducta, quæ ſuffuſionis obtineat figuram. Quod neutiquam ex eo prouenire credendum eſt, quaſi ipſa ſuffuſio cer-
C natur, ſed quòd cernendi actum ex parte præpediat. Pars namque obiecti, quam contegit, dum per humoris opacitatem non percipitur, oſtenſionem quamdam facit maculæ rebus inuſtæ, quæ interdum muſcæ oberranti, aliàs telæ aranearum ſimilis eſt; non quòd verè illa phantaſia ſit alicuius rei conſpectio, ſed quòd potiùs ſit viſionis priuatio, quæ obſcuritatis ſpeciem præ ſe fert.

Si autem perſpicuus eſt humor qui oculum vitiat, vt bilis in ictericis, in ophthalmicis ſanguis, is neque cernendi facultatem imminuit, neque actionem impedit; res tamen externas proprio colore infectas exhibet, colore nempe qui in oculo eſt, ſpeciei vim obtinente. Vti enim ſpecies haud per ſe diſtinctè in oculo dignoſcitur, per ipſam tamen, quidquid ei opponitur ita exhibetur, vt eiuſdem colore, figura, magnitudine,
D ceteriſque aſpectabilibus proprietatibus affectum cernatur: ita ſi color aliquis oculum inuaſit, qui perſpicuus ſit, aut tinctum vitrum oculo proximum teneatur, colores ipſi propinqui, ſiue qui in oculo inſidet, ſiue qui in vitro eſt, diſtinctè non percipiuntur; at rebus externis affuſi putantur. Cuius quidem hanc rationem eſſe exiſtimo, quòd tum propter vicinitatem, tum propter tranſparentiam nihil ſit in coloribus illis quod viſum terminet. Quare eò vſque affectio, quam oculo inferunt, peruadit, dum corpus aliquod opacum in iuſta diſtantia occurrat, in quod impingant, quodque illos pariter ac viſum definiat, ſiſtatque: tale enim eſſe oportere omne quod videtur, propoſ. 53. oſtendimus. Vnde colligas infirmam eſſe rationem illam, qua nonnulli probare nituntur inter viſum ac rem viſibilem ſpatium aliquod intercedere debere; quòd viſio per ſpecies fiat, ſpecies
E autem ſine medio ab obiectis non reſoluantur. Non ſubſiſtit inquam hæc ratio, quia ſpecies ſunt diſtantium rerum vicariæ formæ, tum minimè opportunæ, cùm obiecta oculo præſentia ſunt.

Denique ſi inſertus oculo humor mediam naturam obtinet, quæ neque opaca omnino ſit, neque exactè diaphana, nebuloſam viſionem efficit, qua quis velut per caliginem res obiectas ſe conſpicari exiſtimat.

Præter triplicem hunc propinquitatis gradum, quem in oculo deſignauimus, quartum quoque extra oculum conſiderare licet. Continetur porrò is ſpatio illo quod ab oculo ad id vſque punctum, vbi neruis opticis axes ad rectos angulos inſiſtunt, exporri-
F gitur. Quo loco viſionem quidem fieri contingit, ſed indiſtinctam tantò magis, quantò res oculo vicinior fuerit. Cùm enim ex ipſius organi ſtructura conſtet propinquius oculorum aciem terminari non poſſe, quàm vbi coniuncti axes neruis opticis normales exiſtunt, erit hoc punctum terminus minimæ diſtantiæ, in qua viſio diſtincta perfici poteſt, reliquo ergo ſpatio ad oculum vſque viſionem omnem confuſam turbidamque eſſe oportet, quòd in eo nullus axium concurſus obueniat.

Ex his facile eſt colligere propoſitæ proprietatis demonſtrationem. Namque proximum illum, quem iam diximus, axium concurſum extra oculum fieri neceſſe eſt, vti neruorum opticorum fabrica demonſtrat. Igitur diſtincta accurataque inſpectio, non niſi ex certa ac iuſta diſtantia elici poteſt: cuius quidem breuiſſimum ſpatium puncto

illo terminatur, in quo concurſantes axes cum opticis neruis angulos rectos efficiunt. A Quò verò deinceps res obiectæ oculo viciniores exiſtunt, eò grandiores apparent; proximæ autem adeò augeſcunt, vt tenebras oculo ſua mole offundant, ac velut indigeſtum chaos repræſentent.

Faceſſat nunc quorumdam opinio, qui huius rei cauſam in ſpecies viſibiles conijciendam volunt, quarum natura odoribus ſit quodammodò ſimilis. Vt enim, inquiunt, Moſchi odor è proximo grauis eſt propter admixtam craſſam fæculentamque ſubſtantiam, quæ iniucundum odorem reddit; è longinquo verò depoſita parte craſſiore purior effectus nares ſuauiùs ferit: ita ſpecies è proximo oculorum aciem retundunt; interuallo autem proportione quadam attenuatæ res diſtinctiùs ſpectandas exhibent. B

Hæc cùm ita ſint, obiectis initio argumentis nullo negotio fiet ſatis. Dicendum enim omnem opacitatem cryſtalloidi impactam diſcernendi functionem abolere; tollitur enim hoc vitio facultas radios in centrum colligendi, quam propoſit. 26. viſui apprimè neceſſariam eſſe diximus. Quæcumq; verò araneæ tunicæ intra oculum obijciuntur, ea nequaquam videntur, non ſolùm ob propinquitatem, verùm etiam quòd nullo lumine illuſtrentur, ſine quo nihil in rebus aſpectabile eſſe poteſt. Si verò lumine perfunderentur, hoc ipſum ita oculos oppleret, vt res obiecta dignoſci non poſſet: ſed nil præter confuſum quoddam lumen extra oculos indefinito loco conſpiceretur, vt oculo compreſſo accidit: quod tertium argumentum proponebat. De hac re conſule propoſit. 13. vbi diximus fulgorem illum ab interna parte vueæ tunicæ ad araneam humoremque C cryſtallinum remitti, atque ita videri: apparere autem orbicularem circuli in modum, quòd à ſolo ambitu pupillæ repellatur. quà enim patet pupilla, hinc nihil remitti poteſt. Videtur quoque extra oculum obuerſari, propterea quòd nequeat oculus certam ei diſtantiam propriumque locum aſſignare. quod idem ſuffuſionibus euenire, plurimorum hominum experimenta teſtantur.

PROPOSITIO LIX. THEOREMA.

Inter viſum & viſile neceſſe eſt medium intercedere diaphanum. D

PERSPICVA eſt huius propoſitionis demonſtratio ex ſuperiore. Cùm enim ſpatio aliquo diſtare ab inuicem debeant viſus, reſque aſpectabilis; ſi inane fiat hoc interuallum, non modò non exactiſſimè, (quod Democritus credebat, quem eo nomine reprehendit Ariſtoteles lib. 2. de anima cap. 7. textu 74.) ſed nequidquam nos viſuros conſtat, cùm nulla actio ab obiecto ad oculos per vacuum traduci queat. Deinde, *ſi nullus eſſet vſus intermedij corporis* (inquit Themiſtius lib. 2. de anima cap. 25.) *per quod colores veherentur ad ſenſum, ſumma ratio eſſet, quamobrem, quantò propiùs accederent imminerentq; oculis,* E *tantò clariùs & exquiſitiùs cernerentur.* Oportet ergo plenum hoc interſtitium conſtituere, non quidem opaco aliquo ac denſo corpore, quod lumini rerumq; ſpectris impervium ſit: igitur diaphano, per quod vnà cum lumine emiſſitiæ rerum imagines, in omnem circùm partem diſtribuantur, tandemque ad aſpectum vſque, quocumque in loco ille conſtiterit, pertinere poſſint. Præterea viſus ſpirituali naturæ proximus eſt, obiectum verò quod videtur, nimis materiam reſipit. Igitur duo hæc per ſe haudquaquam coire poſſunt, vt notionem aliquam perficiant: ſed medio quodam opus eſt veluti ſpirituali, quod inuicem iſta conciliet. Hoc profectò eſt diaphanum, inter craſſam ac ſpiritualem naturam medio loco conſtitutum. F

In iis qui aquileges nuncupantur, reperiri quoſdam aiunt, qui profitentur ſe aquas ſub terra latētes contueri. Id verò ita ſe habere, ac reipſa fieri, non ignobiles noſtræ ætatis philoſophi arbitrantur, non tam rationibus quàm experientia in eam ſententiam adducti. Fuiſſe enim, atque etiamnum extare narrantur, qui variis in locis oculari inſpectione vberes aquarum prouentus inuenerunt. neque operam dæmonum huic negotio interueniſſe credunt, quòd illorum hominum probitas publici iudicij auctoritate pro vtroque tribunali fuerit explorata & comprobata.

Deinde lynces naturali oculorum acie poſt trans parietes videre perhibentur, cur non id poterunt homines aliqui extraordinaria cernendi facultate præditi? An id lon-

giùs

A giùs fidei metas excedit, quàm res in tenebris perſpicere? quod potuit Tiberius Cæſar, ſicut & brutæ illæ animantes quæ noctu alimoniam venantur, vt feles, noctuæ, veſpertiliones, &c. Argonautam ſcribit Plinius lib. 2. cap. 17. non ſolùm terra interpoſita videre ſolitum: ſed etiam exeuntem à Carthagine claſſem Punicam, numerumque nauium ex ſpecula Libycana manifeſtiſſimè notaſſe: vnde illud Martialis,

Scit quota de Libyco littore puppis eat.

nec non primam lunam in ſigno arietis eodem die conſpexiſſe; quamobrem Lyncei cognomen obtinuit. His longe etiam admirabiliora leguntur apud naturalium rerum ſcriptores: quæ modò non lubet enarrare, ne longiùs à propoſito recedamus.

B Prætereà terra poroſa eſt. per hos igitur meatus poterit lumen aliquouſque terræ craſſitiem penetrare, indeque latentium ſubtus aquarum viſibiles formas per eoſdem poros reuehere, verùm ita attenuatas, vt communi cernendi facultati minimè congruant, ſed ei, qua præditi ſunt aquileges. Vnde aquam exploraturi meridianam lucem quærunt, & inſignem ſolis ſplendorem, quo nimirum è profundo ſpecies hauriant & ad aſpectum euocent.

Hæc ferè ſunt ex quibus præcipuum huius ſententiæ momentum pendet. qui verò contrariè ſentiunt, experimenta illa aiunt eſſe vel veneficia vel mendacia. Cùm enim vſitatis ſignis, quæ referunt Plinius lib. 31. cap. 3. & Vitruuius lib. 8. cap. 1. aquarum loca tacitè explorauerint, ea deſignantes, aquas ſe videre ementiuntur. Neque par ratio

C in iis eſt qui noctu vident: hi enim non vident in tenebris, ſed emiſſitio oculorum lumine res, quas vident, illuſtrant, quarum tum ſpecies cum lumine ad oculum reuehuntur. Æquè verò abſonum eſt dicere, ſine lumine viſionem fieri, eamdemque opacum corpus penetrare, cùm vtrumque naturæ viſionis aduerſetur: nec enim ſine lumine, nec trans corpus opacum ſpecies deferuntur.

Quod verò de poris terræ adducebatur, non ſapit philoſophum. Quomodo enim ſpecies, quæ ſuapte vi rectis lineis proficiſcuntur, per ſinuoſos terræ anfractus traduci poſſunt? Faceſſat iſta philoſophandi ratio. Ac noſtra quidem ſententia eiuſdem generis habeatur aquarum inuentio per inſpectionem, cuius eſt metallorum ſub terra latentium inquiſitio per virgulam furcatam: de qua ſcribit Georgius Agricola lib. 2. de re

D metallica, multas ac magnas contentiones inter metallicos exiſtere, cùm alij aſſerant in venis inueniendis ſibi maximo vſui fuiſſe, alij negent. Nonnulli furcam reſecant colurnam, quam præ ceteris idoneam cenſent, præſertim ſi corylus ſupra venam aliquam creuerit. Alij pro varietate metalli diuerſis virgulis ad venas inquirendas vtuntur. etenim coryli virgulas adhibent ad argenti venas; fraxini ad æris; piceaſtri ad plumbi maximè candidi; ferream ad auri. Vſus porrò earum ſic ſe habet: Cornua virgulæ pugnis apprehendunt, ita vt digiti compreſſi cælum ſpectent, vtque virgula erigatur ea parte qua cornua coëunt: tum huc atque illuc paſſim per loca montoſa vagantur; ſimul atque verò ſupra venam pedem poſuerint, aiunt ſtatim virgulam occulto quodam impulſu verſari, motuque venam prodere: at vbi pedem retulerint, & ab ea receſſerint,

E rurſum virgulam immobilem permanere. Cuius rei fides ſit penes illos, qui eius aliquando periculum fecerunt.

Id tantùm noſtræ rationi adiungere placet: Si acies oculi noſtri corpora opaca penetraret, oporteret illa peruia eſſe rerum ſimulacris; quapropter non iam opaca, ſed tranſparentia eſſent, quod in primis hypotheſi repugnat. Deinde eo dato, duorum alterum conſequens foret, aut quòd nihil omnino in rerum naturâ occultum eſſet, aut quòd nihil penitus cerneretur. Vtrum abſurdius ſit, tecum ipſe lector expende. Occultum fore nihil, hinc probatur; quia nullum corpus, nec vlla aduerſa qualitas rerum formis obſiſteret, quò minùs liberè ad oculos peruenirent. Si autem quæ in rerum natura ſunt

F fœda atque abominanda cunctis paterent, perpetuo horrore hominum animi percellerentur, ſiquidem nullo loco poſſent à turpiſſimarum rerum aſpectu eſſe liberi. Illis enim idem eueniret quod Marſil. Ficinus oratione 6. cap. 18. futurum monet, ſuum alloquens Socratem, his verbis: *Si oculos tibi lynceos natura dediſſet mi Socrates, & aſpectu quælibet occurrentia penetrares, formoſiſſimum illud extrinſecus Alcibiadis tui corpus turpiſſimum tibi videretur.* Recte igitur ſapientiſſimus vniuerſitatis architectus, qui tum propter vitæ honeſtatem, tum propter humanæ ſocietatis vſum plurima latentia eſſe voluit, corporum opacitatem induxit, qua tamquam velo, quæ latere oportebat, occulerentur.

Verùm probabilius equidem exiſtimo, ſublata à corporibus opacitate, aut indita

oculis noſtris tanta perſpicacitate vt opaca corpora viſu penetrarent, nihil omnino in A rebus diſtinctum fore, quia omnium rerum imagines ſimul permixtæ atque confuſæ in oculos tumultuariè irruerent. Nam plurium rerum formæ per eumdem radium incederent, atque ad ſuperficiem viſus productæ ſibi mutuò ita incumberent, vt vna præ alia dignoſci non poſſet; quod oſtenſum eſt ſuprà propoſit. 53. & apertiùs infrà lib. 2. cùm de radio optico agemus.

PROPOSITIO LX. THEOREMA.

Viſibile niſi lumine illuſtretur non apparet. B

EIVS rei duæ ſunt primates cauſæ. Prima eſt, quòd lumen velut colorum hypoſtaſis deciſas ab obiectis ſpecies ſuſtineat, atque ad oculum vehat: vt propoſit. 42. eſt demonſtratum. Altera eſt, quòd eædem colorum formæ dignòſcendi facultatem ſuapte vi excitare non poſſint, niſi cum lumine permiſceantur, vnamque cum eo velut mixtam qualitatem efficiant. Quamobrem propoſit. 38. lucem colorum eſſe formam diximus; non internam, ſed externam; non eſſentiæ, ſed integritatis partem, quatenus ſui perfuſione illos actu ſpectabiles facit, quandoquidem niſi lucis conſortio actu non videantur. Et D. Thomas lib. contra gentes primo, cap. 76. ait colorem eſſe obiectum materiale viſus, lumen C verò formale. vnde, inquit, eadem viſione intuemur colorem & lucem, qua color fit actu viſibilis.

Etſi nemo adeò lucis vſura orbatus ſit, vt putet lucem ad cernendi actionem minimè neceſſariam eſſe; non deſunt tamen, inter quos Auerroës, qui putent illam non obiecti cauſa, ſed tantummodò ratione medij poſtulari. Quæ ſententia primò probari poteſt, ex eo quòd color proprium habeatur obiectum viſus, vtpote per ſe viſibilis, non autem aliena vi, cùm, teſte Ariſtotele lib. 2. de anima cap. 7. textu 66. *in ſe cauſam habeat, vt viſibilis ſit.* Secundò ſonus, odor, ſapor, ceteraque aliorum ſenſuum obiecta nullius alterius ope proprias ſpecies ad organa tranſmittunt; ergo & color, qui longiùs, ac proinde maiore efficacitate ſuam ſpeciem diffundit. D

Verùm reſpondere his argumentis perfacile eſt. Primò, colorem habere quidem in ſe cauſam cur videatur, non tamen ſine lumine actu videri. Secundò, peculiare id concedi debuiſſe coloribus, qui nobiliſſimam facultatem per ſpatia longiſſima moturi erant, vt ad ſpecies emittendas promouendaſque lumen requirerent, huic ſanè negotio aptiſſimum, cùm longiſſimè protendatur, maximamque, vt propoſ. 38. diximus, cum coloribus cognationem ſocietatemque habeat.

Igitur obiecti gratia lumen exigitur, vt illius ſpecies excipiat promoueatque. Sed an etiam medij ergò ſit neceſſarium lumen, maior eſt controuerſia. Negat Auicenna libro 6. nat. part. 3. cap. 1. ſolius obiecti cauſa lumen requiri ex eo probans, quòd obiectum ex obſcuro loco, ſi ipſum affuſum ſit lumine, procul videatur, imò eò clariùs quò E medium interiectum obſcurius eſt: contrà verò ſi obiectum in obſcuro ſit, non cernatur, eſto oculus in loco illuſtrato conſiſtat. Deinde felium oculi, nitedulæ, & robuſti caudices vetuſtate putres interlucent in tenebris, medio autem illuſtrato obliteſcunt. Lumen ergo ex parte tantùm obiecti eſt neceſſarium, cùm in medio officiat potiùs quàm proſit. Dicet fortè quiſpiam, ab his rebus ſemper aliquid luminis per medium diffundi. At contrà non videtur fieri poſſe, vt ad oculum vſque longiſſimè diſſitum, hoc tam exiguum lumen pertingat. Igitur non illud quod per medium oberrat lumen, ſed quod propter obiectum verſatur, ad viſionem conducit. Præterea cùm medium diaphanum ſit, lumen, ſi quod in eo eſt, non apparet. Fruſtrà ergo exigitur medij cauſa F cùm nihil viſui conferat.

Affirmant alij non tantùm ratione obiecti, ſed etiam ratione medij lumen neceſſarium eſſe, vt viſio perficiatur. Quorum ſententiæ philoſophi inprimis auctoritas ſuffragatur lib. 2. de anima cap. 7. textu 73. Deinde ratio quoque in promptu eſt. Cùm enim agentia non in quoduis indiſcriminatim agant, ſed oporteat inter id quod agit, & id quod patitur, proportionem quamdam & reciprocam aptitudinem dari; vti quantitas prima præcipuaque diſpoſitio eſt, quam agentia naturalia in patiente exigunt, & cuius defectu nulla phyſica alteratio procedit: ita diſpoſitio, quam color in medio diaphano requirit, lux eſt, ſine qua non poteſt in eo ſpeciem gignere, neque ad oculum eam

deſtinare,

A deſtinare, cùm nihil in medio ſit, quod eam fulciat. Eam namque rationem habet lumen ad ſpecies viſibiles, quam quantitas ad corporeas qualitates. Quemadmodum enim grauitas, leuitas, calor, frigus, ſapor, color, ceteræque qualitates, quas vniuſcuiuſq; corporis natura ex ſe profert, primò inſunt quantitati, ac huius beneficio materiæ: ita colorum ſpecies ſuapte natura primùm inſunt lumini, ceu proximo ſubiecto ac baſi, deinde luminis ope per medium diaphanum deferuntur. Ex quo fit vt eædem fermè ſint ſpecierum ac luminis proprietates. Nam & medium perſpicuum exigunt, & inſtanti illud traijciunt, ac rectis lineis, longiuſque prouectæ ſenſim langueſcunt, &c.

Ad argumentum Auicennæ conſtabit ſolutio ex propoſ. ſequente, qua cauſam dabi-
B mus ob quam res impenſiùs illuſtratæ optimè videantur è tenebris.

Ad ſecundum eiuſdem ſententiæ aptè reſpondebatur; ad reſponſionis verò confutationem dicendum erit, quantumuis minimi luminis ampliſſimam eſſe ſphæram, quam actiuitatis vocant. Etſi enim lumen, quod res illæ ex ſe fundunt, in toto medio palàm à nobis non dignoſcatur propter eius diaphaniam; negandum tamen non eſt, luminis intentionem vniuerſum medium ad oculum vſque complere, cùm per illam velut per propriam ſpeciem atque imaginem ipſum corpus lucidum ſentiatur.

Ad tertium dicendum, non poſtulari in medio lumen vt cernatur, ſed vt ſpeciem obiecti vehat. Et certè ſi obiectum ad primam ſpeciei productionem lumen exigit, quod eam excipiat, multò magis medium id requirit ad eam vlteriùs extendendam.

C

PROPOSITIO LXI. THEOREMA.

Oculus quàm optimè videt è tenebris.

NEVTIQVAM exiſtimandum eſt, lumen, quod ſpecies in medio exposcunt, illud eſſe quod immediatè à corpore luminoſo procedit; ſed hoc quod à corpore non perpolito ad viſum repercutitur. Illud enim quia obiecti colore minimè tingitur, nihil omnino viſioni conducit; quin etiam triplici de cauſa plurimum officere ſolet: primò ſi excellens ſit, ſecundò
D ſi magnam portionem medij occupat: tertiò ſi oculo ſit vicinum. Nam quò excellentius eſt, eò magis ſua affluentia lumen, quod colorum formis affectum ad oculum repercutitur, offuſcat. quod idem præſtat, cùm magnam partem medij implet; ac multò magis, quando oculo eſt vicinum: tunc etenim & cum ſpeciebus concurrit, quas longinquâ profectio debiliores effecit; & viſum ita offundit, vt liberè nequeat cernendi actum exercere. Quamobrem oculus maiori lumine colluſtratus, minùs videt.

Quò verò medium obſcurius eſt, atque à primo immediatoque lumine liberius, eò clarius lumen cum rerum formis repercuſſum eluceſcit, viuaciuſque obiectum oculis repræſentat. Cui rei multa ſuffragantur experimenta, quæ fidem faciant. Hac enim ex cauſa fit, vt è profundiſſimis puteis ſtellæ interdiu conſpiciantur, teſte Galeno lib. 10. de
E vſu part. & vt lucernam geſtantes accuratiùs res obuias diſtinguant, qui manum lumini opponunt, ne in oculos illabatur: & vt ij, quibus oculi profundiores, acutiùs videant.

DE NATVRA VISVS.

PROPOSITIO LXII. THEOREMA.

Cernendi facultas ceteris ſenſibus externis dignitate præſtat.

F VISVM omnium ſenſuum externorum præſtantiſſimum eſſe, demonſtrant, in primis organum, quod nobiliſſimum eſt; deinde obiectum, quod præcipuas qualitates comprehendit, lucem & colores; tum cognitionis modus, qui tenuioribus & à materiæ fæce liberioribus vtitur imaginibus, nullamq; realem immutationem ab obiecto ſuſcipit, ſed tantummodò notionalem: nec enim, verbi gratia, conſpecta albedine oculus exalbeſcit. Prætereà actio cernendi velociſſima eſt, quippe momentanea, & è longiore tractu res attingit. Demum plurimas rerum differentias complectitur, omnem ſcilicet colorum varietatē, corporum magnitudinem, figuram, numerum, proportionem, ſitum, motum, & quietem; mundum

denique vniuersum, ac cælos ipsos oculus contuetur. Vnde maiores nostri statuam Ioui A
posuere tribus insignem oculis, quibus triplicem eius prouidentiam significabant, qua
cælestia, maritima terrestriaque, & inferna curare putabatur. Eius mentio est apud
Pausaniam in Corinthiacis.

Vt verò ad capessendas disciplinas auditus, ita visus ad inueniendas aptissimus est.
Quare in Timæo Plato visui philosophiam acceptam refert. Siquidem homines ex iis
quæ oculis viderunt capti admiratione, cœperunt philosophari, causasque rerum inue-
stigare. Et Philo Iudæus lib. de specialibus legibus, *Defluxit*, inquit, *philosophia è cælo*
in hominum animos, sed oculis sequestris deducta est in hospitium. Nam hi primi con-
spexerunt vias quæ à cælo ad nos tendunt regias. B

Eodem Philone auctore libro de mundi opificio, *quod mens in animo est, id oculus*
in corpore. Nam profectò in oculis animus inhabitat. Vnde eos cùm osculamur, ani-
mum ipsum videmur attingere. Neque vlla ex parte, quàm ex oculis, luculentiora ani-
mi indicia habentur. Ex multiformi enim contuitu cernuntur truces, torui, flagrantes,
limi, transuersi, graues, submissi, blandi. Ardent, intenduntur, conniuent, arridենt,
derident, pauent, irascuntur, comminantur, promittunt. Sic in aliis, modestia, clemen-
tia, mansuetudo, hilaritas, misericordia, amor; in aliis contrà, fastus, arrogantia, versu-
tia, mœstitia, odium, & indignatio, sese oculis produnt. Quin etiam lacrymas his na-
tura mentis indices dedit (inquit Quintilianus lib. 11. cap. 3. de pronuntiatione) quæ
aut erumpunt dolore, aut lætitia manant. Ad ingenium quoque indicandum oculi C
magnam vim habent. Hinc enim, qui oculos paruos, aut valdè nigros habent, è signo
timidi & pusillanimes iudicantur: qui ad flauum declinantes, boni animi: qui concaua-
uos, malefici: qui eminentes, fatui: qui igneos, iracundi: qui glaucos, crudeles. Vnde
D. Augustus natura mitissimus cui oculi glauci, diligentiùs eos inspectari indignè
ferebat, vt refert Plin. lib. 11. cap. 37. Plura de hac re vide apud Aristot. lib. 1. de hist.
animal. cap. 9. & 10.

Inest præterea oculis quoddam libertatis vestigium, ceteris externis sensibus denega-
tum. Nam palpebrarum vsu, cùm volumus videmus; cùm nolumus, obseratis fori-
bus omnem prospectum arcemus. Rursus manuum obiectu, ea tantùm quæ lubet, cer-
nimus, ceteris obductis atque ab aspectu diremptis. Quæ omnia mirum in modum D
hunc sensum commendant.

Actionum omnium duces sunt oculi, artiumque magistri, ac soli lucis vsura vitam
distinguunt à morte. Vnde apud Pierium lib. 33. homo indice oculum demonstrans,
præstantiæ est hieroglyphicum, quòd oculo nil sit in vita præstantius cariusque. Rectè
igitur (vt Galenus scribit libro de cognoscendis curandisque animi morbis) seruus ille,
cui Adrianus Cæsar furore percitus oculum eruerat, sciscitanti posteà quid repeteret
amissi luminis talione, non aliud, respondit, quàm oculum de capite auulsum, cui nil
par esse, nil etiam secundum, quod in vicem reponeres, Imperator, sum arbitratus.
Digna sanè vox quam liberi oris homo pronuntiasset. Et Macrobius lib. 7. Saturna-
lium, scommata quibus corporis vitia tanguntur tantò ait leuioris esse doloris, quantò E
defectus ipsi minoris sunt infortunij: at oculorum orbitatem numquam sine excitatio-
ne commotionis obijci posse affirmat. Sed illud multò maximè oculorum commendat
Cicero 1. de legibus, & Stobæus serm. 42. dignitatem, quod Zaleucus Locrensium seueriſſimus iudex prudenti sanè facinore de-
signauit. Hic filium adulterij compertum, ne vtroque oculo (quod lege cautum erat)
multaret, sibi alterum euelli iussit, vt patris simul clementiam, & iudicis præstaret inte-
gritatem. Qua obsecro gratia, nisi ne filio oculorum vsum voluptatemque totam au-
ferret? ratus eius etiam vnam solummodò partem vel maximè esse necessariam.

PROPOSITIO LXIII. THEOREMA. F

Non æqua est omnibus cernendi potestas.

QVI humanum aspectum omnium præstantissimum esse contendunt, ij
sententiam suam ita exponunt, vt neque de visus essentia, quam omni-
bus communem agnoscunt; neque de accidentibus, hoc est quadam per-
spicacitate vel acrimonia cernendi, quibus

Nos aper auditu, lynx visu, simia gustu,
Vultur odoratu, præcedit, aranea tactu;

sed de proprio visionis modo intelligi debeat. Verùm quem modum hi philosophi
animo

A animo concipiant, nec ipſi explicant, nec equidem intelligo. Si de viſus eſſentia agatur, eam ipſimet hominibus cum brutis animantibus communem eſſe, neque ſpecie aut genere diſtare hominum viſum & beluarum fatentur. Quæcumque igitur aſpectuum diſcrimina reperiuntur, ea vel ab organo, vel à ſpiritibus animalibus, vel à facultate ipſa prouenire neceſſe eſt. Quare illis acutior viſus ineſt, quibus vel organum clarius eſt, vel ſpiritus animalis vegetior aut vberior, vel ipſa cernendi vis acrior: contrà illis viſus obtuſior, quibus vel organum obſcurius, vel ſpiritus animalis parcior craſſiórve, vel facultas ſegnior eſt. Et quidem ex organi ſpirituumque diuerſitate inæqualem viſionem prouenire perſpicuum videtur: ſed ex ipſa etiam facultate ac vi id ipſum euenire, iiſdem ar-
B gumentis concludi poteſt, quibus non pauci graues philoſophi potentiam intellectualem non omnibus parem eſſe probant, non modò ex ea diuerſitate quam accidentia inducunt, ſed etiam ex ea quam facultati ineſſe oſtendunt. Sunt enim potentiæ omnes de genere illorum, quæ ſecundùm magis & minùs euariant.

Porrò quòd aquilæ fixis oculis ſolem contueantur, id non ex eo prouenit, quòd perſpicaciùs videant: ſed potiùs ex quadam duritie, ob quam à vehementiore lumine organum minùs diſſipatur. Vnde in his ſæpè ſegnior eſt viſus propter ſenſorij ignobilitatem, vt in cattis, ac gallinis, aliiſque quamplurimis, quibus frequens eſt obtutum in ſolem defigere. Et ſane in ipſis hominibus magnum cernitur huius generis diſcrimen, è quibus alij aliis exquiſitum fulgorem leuiùs ferunt. Inter quos inſignes fuere philoſophi
C (ſi Plinio credere libeat lib. 7. cap. 2.) quos Gymnoſophiſtas nuncuparunt, in ea Indiæ parte quæ Æthiopiæ adiacet. hi à primo ſolis exortu ad occaſum vſque perſtabant, alternis pedibus feruidæ arenæ inſiſtentes, ac ſolem toto die immotis oculis contuentes, in quo & mira quædam ſe videre arbitrabantur.

De talpis, quos oculis captos vulgus prædicat, varij variè ſcripſere: quorum ſententiis nobis ſubſcribere omnino non licet. Nam alij videre illos aiunt, alij negant. & Plinius lib. 30. cap. 3. perpetua cæcitate damnatos, defoſſos, ſepultiſque ſimiles eſſe tradit. Oculorum item compoſitionem illos habere multi abſolutè negant, aſſerunt alij: inter hos Ariſtoteles lib. 4. de hiſt. animal. cap. 8. illorum oculos ita deſcribit: *Non enim oculos in aperto habent: cute tamen detracta, quæ craſſiuſcula obtenta ſedem luminum*
D *opacat, oculi intus laceſſiti imperfectiq; viſuntur; ſed ita, vt partes eaſdem habeant omnes, quibus oculi integri conſtant. Habent enim nigricantem illum orbiculum, & quod intra eum continetur, quam pupillam vocant, atque etiam portionis albidæ ambitionem: ſed non tam liquidò, quàm oculi conſpecti & eminentes.*

Quare minùs ſibi conſtare videntur qui oculorum effigiem talpis concedunt, at viſum derogant. ita enim in illis viſus ineſt, vti organum. Rectiùs verò Ariſtoteles poſtquam variis in locis negaſſet talpas exactè perfectéque diſcernere, perfectum quoque organum iiſdem ineſſe lib. 1. de hiſt. animal. cap. 9. his verbis pernegauit: *Habent profectò oculos, tum cetera animalium genera omnia, præterquam teſta intecta, & ſi quid*
E *imperfectum aliud eſt; tum ea quæ animal generant, omnia, præter talpam, quem modo quodam habere dixerim, cùm tamen habere omnino negem: quippe cùm omnino quidem nec videat, nec perſpicuos habeat oculos. Verùm ſi quis prætentam membranam detrahit, locus oculorum apparet, & pars nigra eorumdem: ſitus denique & deſcriptio eadem, quam legitimam conſpicui oculi obtinent.*

Ex quibus confici poſſe videtur, talpis viſum aliquem ineſſe. Neque enim fieri poteſt, vt fruſtrà ſub cute oculos natura ſit fabricata. Per eam ergo cutem operantur quidem, verùm obſcurè admodum, & tamquam per nebulam. Sicque conciliari poſſunt diſcrepantes philoſophorum ſententiæ, quæ de talparum cæcitate celebrantur. Vti namque perfectum atque articulatum viſum nemo talpis conceſſerit, propterea quòd organum
F habeant, denſiore cuticula obtectum: ita ſpectata latentis oculi fabrica, nefas erit omnem eis ſenſum viſus denegare.

Nos in tantis opinionum ambagibus veritatis cupidine incitati, non ſemel talparum oculos curioſiùs ſumus perſcrutati; cumque id ſemel atque iterùm irrito conatu aggreſſi fuiſſemus, obſiſtente pilorum denſitate quæ lanuginis in modum oculis aggeſta erat, ſubiit in mentem talpam aquis immergere: quod cùm feciſſemus, vidimus non longè ſupra rictum hinc inde pilos madore coactos in orbem abſcedere, ac velut radios aut ciliorum ritu circulum facere; in cuius vmbilico cutis tenuiſſimo foramine pertuſa cernebatur, eique ſubiectus nitidiſſimus orbiculus perexiguus, prædurus, atque impenſa nigredine præditus, quales eſſe ſolent canc rorum extantes oculi. Rem ſanè adeò mani-

festam qui viderit, eum puto in posterum de talparũ aspectu numquam posse dubitare. A

Perfectum igitur visum talpæ habent, nostra quidem sententia, cuiusmodi & oculos. Sapientissimè autem illos à rerum opifice paruos, reconditos, præduros, pilosos fabricatos esse arbitramur, vt hisce præsidiis communiti perpetuam terræ impressionem tutius perferrent; & tenebris assueti, cùm in lucem subinde prodeunt, minus læderentur.

Balenam quoque plurimùm occlusos oculos habere ferunt, siue à natura, siue superciliorum mole ac pondere pressis palpebris, siue quòd visus ei obtusior sit ac minus vsui: cui proinde arcta cum musculo societas intercedit: pisciculi id genus est quem illa sequitur prænatantem, ne in scopulos & vada incauta ruat. qua de re hos versus cecinit Claudianus lib. 2. in Eutropium: B

Sic ruit in rupes amisso pisce sodali
Bellua: sulcandas cui præuius edocet vndas,
Immensumq; pecus paruæ moderamine caudæ
Temperat, & tanto coniungit fœdera monstro.

PROPOSITIO LXIV. THEOREMA.

Visus non est irradiatio; sed vis organo ingenita.

GALENVS libro 7. de decretis Hippocratis & Platonis, aliique è veteribus complures medici opinati sunt externos sensus non esse virtutes facultatesque organis ingenitas; sed quamdam irradiationem, hoc est defluxum, qui à cerebro in organa dilabitur, quoties quis videt, quoties audit. Et quemadmodum à solis splendore in ambientem aërem, quædam qualitas in totum eius corpus, solis substantia immota permanente, diffunditur; ita quamdam sine substantia vim in sensiteria influere dixerunt: feriari autem hunc influxum in somnis, eoque subsistente omnem actionem tolli. C

Probatur hic influxus ex eo primùm, quòd fieri possit, vt non desit in oculo spirituum animalium copia, vt in somnis, nec tamen quidquam perspiciat; igitur quidpiam aliud est, ob cuius defectum torpet visus: id verò irradiationem appellarunt, seu influxum, qui cùm ad sensoria deuehitur, omnes functiones, tamquam immediatum earum principium exequitur. In oculis namque cernẽdi actum edit, in auribus audiendi, atq. ita in ceteris organis ceteras functiones. Deinde non secùs atque vna virtus plures musici instrumenti chordas quatit, & vnus spiritus plures fistulas animat, ex quibus vnus concentus, gratáque harmonia consurgit: præterea vti eadem solis influentia hic hordeum, illic triticum progignit, pro vario materiæ apparatu: ita vna virtus à cerebro communi sentiendi principio delapsa, pro varia organorum dispositione, diuersas functiones elicit, vt præter hanc, nulla alia vi membro insita opus esse videatur. Vnde Galen. loco citato, proprietatem hanc omnibus sensificis facultatibus, quæ à cerebro oriuntur, communem esse ait, vt per neruos ad propria vsque instrumenta deferantur. D

Nunc ea proponamus, quibus hoc medicorum placitum infirmetur, visusque potentia organo insita esse demonstretur. Primò, si quemadmodum lux à sole, ita sentiendi facultas à cerebro proficiscereturr, consequens sanè esset, vt alia in priore, alia in posteriore capitis parte, alia denique in ipso organo sensitiuæ potentiæ portio existeret. vti enim lumen aliud semper atque aliud in succedentibus sibi mutuò partibus medij diaphani gignit: ita prima cernendi facultas quam cerebro tribuunt, secundam, hæc tertiam, atque ita deinceps antecedens semper proximè subsequentem ad organum vsque produceret, quæ omnes inter se quadam continuatione coalescerent: atque adeò multæ vnius speciei sentientes facultates numerarentur; aut si partes dumtaxat dici velis, iam non integra facultas organo ineesset, quod non minus à ratione alienum censeri debet. E F

Secundò, si ad modum radiantis splendoris vis sentiens à cerebro erumperet, profectò longiùs ab origine prouecta sensim languescceret. Ita enim assolent eiusmodi qualitates, quæ ab vno principio propagãtur, vniformi difformitate imminui, quoad sphæra actiuitatis ad nihilum terminentur, ac penitus euanescant. Ex quo fieret, vt in partibus à cerebro remotioribus minùs sensus vigeret. At contrà se res habet. Nam ex medicorum doctrina, & quotidiana experientia constat, tactum in extremis manuum digitis quàm in reliqua parte brachij exquisitiorem esse. Non igitur vis sentiens ad modum irradiationis à cerebro deriuatur.

Tertiò,

A Tertiò, ſenſus ſunt animæ vires ac facultates, non verò corporis; ab ipſa igitur manant: cùm verò eis anima vti nequeat ſine inſtrumentorum ope, his ſtatim à primo ortu inſederunt, atque etiamnum fixæ ſtabileſque hærent. Non igitur luminis inſtar continua viciſſitudine euibrantur, atque identidem extinguuntur ſolo fomite in cerebro aſſeruato.

Quartò, irradiatio rectis neceſſariò lineis fieri debet; ea eſt enim radiorum natura; fieri autem nequit, vt rectis lineis radij ſenſuum porrigantur, niſi per media oſſa, perque carnem, & muſculos, & quodcumque aliud interiacet corpus opacum pertranſeant: quod luminis quidem conditioni repugnat; ergo & ſenſuum, qui lumini ſimiles eſſe in B propagationis modo perhibentur.

Quintò, luminis promotio in omnem medij circumfuſi partem extenditur. Fruſtrà autem viſorius, exempli gratia, influxus aliò, quàm ad oculos deriuaretur. Ergo commentitia eſt eiuſmodi ſenſuum irradiatio; quæ ſi daretur, maxima ſui parte ſuperuacanea foret.

Equidem exiſtimo veteres illos philoſophos in ea conſtitutione influxus partim à vero aberraſſe quidem, partim autem rectè ſenſiſſe. Nam præter ea quæ oculo inſunt, aliud quidpiam ad exactam viſionem neceſſarium eſſe rectè iudicarunt. Organicus enim ſiue externus viſus vniuerſalem dumtaxat obiecti rationem percipit, nempe colorem quà viſibilis eſt, lumen item quà viſibile: nihil verò diſtinguit aut comparat. Hæc C igitur alterius cuiuſdam facultatis ſunt, quam nos ſenſum communem, illi irradiationem dixerunt, incognitæ rei nomen minùs proprium accommodantes, ſicut Epheſij aram ignoto Deo.

Atque hinc facile eſt ipſorum argumenta diſſoluere. Omnia enim vel ſpiritum animalem ad viſionem neceſſarium eſſe probant, vel ſenſum communem aſtruunt, de quo nos inferiùs ſuo loco. Quòd verò in ſomnis oculus nihil videat, quamuis apertus & ſpiritibus animalibus affluens, id ex eo euenit, quòd anima tum temporis quieſcat: non verò conuincit irradiationem perenni influxu à cerebro ſubminiſtrari debere ad videndi actionem, quæ ceſſet intercepto irradiationis commeatu.

D

PROPOSITIO LXV. THEOREMA.

Viſio non fit ſola obiecti præſentia.

SOLA obiecti præſentia facultatem cernendi excitari opinati ſunt inter Peripateticos philoſophos Durandus in 2. diſtinct. 3. q. 6. Ochamus in 2. q. 17. & 18. Gabriel q. 2. Gregorius in 1. diſt. 3. q. 1. & in 2. diſt. 7. q. 3. Thomas Garbius in ſua ſumma lib. 1. tract. 5. q. 63. & alij plurimi, quos longum foret recenſere. Hi, vt ſenſus in obiecta ſua ferantur, ſat eſſe putant, ſi hæc intra iuſti interualli terminos conſtituta ſint: duabus verò præcipuè ratio- E nibus in eam ſententiam adducti ſunt. Prima, quòd neque emiſſione, neque introſuſceptione viſio fieri poſſit. multa enim aduerſus vtramque theſin obiectant, quibus ſe illam funditus euertere arbitrantur. Secunda, quòd ea ſit viſus conditio, vt præſente obiecto, ſuopte nutu in actum prorumpat, nec quidquam requirat aliud præter ſeipſum, cùm natura ſua ſit virtus, quæ rerum præſentium notiones ex ſe format, & ad internos ſenſus traducit.

At non ſola obiecti præſentia viſionem fieri ita demonſtratur. Vel enim obiectum ad viſionis actum concurrit effectiuè, vel non. Si effectiuè dixeris, cùm illud ſæpè à dignoſcente facultate longiùs abſit, nihilque primò in rem diſſitam agere poſſit, quin priùs F egerit in medium; aut actio in diſtans concedenda erit, aut in medio aliquid ab obiecto profectum admittere oportebit, quo tandem eius actio ad facultatem pertineat: atque ita non ſola obiecti præſentia viſionem efficiet, ſed ea actio, quæ per medium ad potentiam vſque ſucceſſiuè deriuatur. Si non effectiuè, ſed extrinſecè, & quaſi formaliter concurrere dixeris, actum ſcilicet potentiæ terminando, ſequetur aſpectum neque tenebris, neque quantauis ſpatij intercapedine impeditum iri. Ideò enim res in tenebris non videntur, quia lumine indigent, quo ſpecies colorum ſubnixæ ad obtutum deferantur. Item quia ſpecies per longa interualla debilitatæ langueſcunt, ac tandem etiam diſpereunt, hinc fit, vt non ex quauis diſtantia res aſpectabiles ſint. Præterea ſi nil efficiendo obiecta aſpectum definiant ac terminent, cur quæſo ad viſus functionem potiùs

quàm

quàm ad actionem intellectricis aut imaginatiuæ facultatis oppositio postulatur? Cur etiam rectis solùm lineis visio emicat? Cur non plura simul æquè enucleatè cernuntur? Cur visus non infinitè extenditur? Cur opaci corporis interpositione prohibetur, cùm siue illud interstit, siue absit, nihilo minùs obiectum sit præsens? A

Sanè his obiectionibus nihil habent quod reponant, præter id solùm, EA EST VISVS NATVRA. Aiunt enim non sensum à sensilibus moueri; sed sensilia id agere, vt sine iis sentiri non possit. Sensum inquam araneis esse persimilem volunt, quæ muscas, culices, & asilos in pedicas telarum incidentes irretitasque aggrediuntur. Id verò non bestiolarum, inquiunt, facit infelix accessus, quamquam sine accessu illo non grassantur aranei; sed vis insita, & cibi cupiditas. Equidem fateor in omni causarum inuestigatione ad vnam tandem, quæ ipsa natura est, veniendum esse. Vt si quispiam quæritet, cur sol humentem terræ glebam obdurauit? aptè respondebitur, quia humorem absumpsit. Iterùm si causam postulet, qua sol humorem exsugat? rectè dabitur calor. Rursus si interroget, sol vnde excalfaciendi vim habeat? Alius dicet, quia igneus est; alius, quia lucidus. At hæc tandem vnde? Ex solis NATVRA. Ita tum maximè cuiuis dubitanti factum satis existimatur, cùm proxima semper causa ad primam vsque ordine assignatur: non item verò cùm mediis prætermissis ad primam velut ad sacram anchoram recurritur. Nihil enim adeò reconditum in rebus latet, cuius genuinam causam, hoc est NATVRAM, indoctissimus quisque reddere non possit. Itaque sic se habet omnis causarum series, in quarum vltima etsi cesset disputatio, non tamen semper quiescit animus, propterea quòd naturæ rerum nobis sint ignotissimæ, vtpote à sensibus quàm maximè remotæ. Quare num quæ alia visionis causa vicinior reperiri possit, perquiramus. B C

PROPOSITIO LXVI. THEOREMA.

Neque sola compassione fieri intuitus potest.

AMPLIVS quiddam præter solam obiecti præsentiam reperisse videtur Plotinus lib. 5. Enneadis 4. cùm visionem compassione seu consensu fieri arbitratur. Namque actionem aliquam agnoscit, non illam quidem manifestam, qualis est ignis in obiectam materiam: sed aliam quamdam, quæ ex occultiore prorumpat instinctu, ad quam nullam quidem postulat qualitatis traductionem per medium; exigit tamen corporum continuationem, ad eum modum, quo patiente digito pedis compatiuntur inguina, & hæc quidem potiùs quàm genua, quamuis remotiora sint. similiter ad passionem cerebri ventriculus patitur, atque viciſſim: sunt enim hæc præcipuè inter se conformia. Ita ergo quòd sensus etiam longè dissitis sensilibus annuant medio non patiente, *efficit*, inquit, *vna mundi inter hæc continuata natura*. sicut continuitas longissimi intentique nerui facit, vt vibrata parte vel infima, statim vibretur & summa. Hinc quoque contingit, vt sæpè rerum series cælitus imminentes, priusquam eueniant, præsentiamus, & amicum vel consanguineum è longinqua regione reuertentem nescij præueniamus, aut vita abeuntem mœstitia ac lacrymis prosequamur, sympathia quadam, occultioreque sensu. Quo etiam modo in testudinibus, si vna vibratur chorda, & altera quæ in eodem tensa sit tono, vibrissat, contremitque, & consonat. Sic oscitante vno & alter oscitat. Demum toto fermè illo 5. libro Enneadis quartæ hoc vnicum molitur Plotinus, vt probet tantam esse compatiendi conformitatem inter visum atque visile, vt satis circa se moueant, ac moueantur, etiamsi nulla passio contingat in medio. D E

Hæc Plotini ratiocinatio verum intuitus modum ex parte attingit. Nam præter obiecti præsentiam, quam omnes, qui de visu scripsere, necessariam ad id muneris esse iudicarunt, vim etiam aliquam obiecti deposcit, qua ad sensum delata, ipse insita propensione consentiat. Ita sanè quæ sympathia mouentur, non fortuitò, sed impetu quodam, licet nobis occulto, concitantur. Quæ enim ex se indifferentia sunt, nisi ad arbitrium vrgere seipsa possint, alio incitamento opus habent, quo impellantur & ad agendum excitentur. Hæc porrò vis cùm nos latet, recepto vsu dicere solemus compassione talia in actionem prorumpere. Quam ergo Plotinus occultam esse ait vim efficaciamque sensuum motricem, hanc nos vlterius ex naturæ principiis inuestigemus. F

PRO-

A

PROPOSITIO LXVII. THEOREMA.

Neque emißitiis radiis cernendi facultas obiecto coniungitur.

CEREBRO præcipuam cernendi vim ineſſe, à nobis quidem ſuperiùs eſt demonſtratum propoſ. 27. At cùm illi ſenſibilia præſtò non ſint, ſed ab eo diſſita ſeparataque, quaſdam ex ſe propagines porrigit, neruos, tamquam adminiſtros, & rerum appellentium ſolertiſſimos exploratores. Hi, B ex actione & munere cernendi quo potiſſimùm funguntur, Græcis ὀπτικοὶ dicuntur. Et quamuis hoc inter tactum reliquoſque ſenſus diſcrimen Ariſtoteles ponat, quòd ille nullo fiat medio interiecto, ſed re ſenſibili proximè ſenſui admota, tamen ſine contactu, ſaltem virtutis, etiam reliquæ ſenſiones non fiunt. Quare neceſſe eſt, vt vnum ad alterum, neruus ſcilicet ad ſenſile, vel contrà ſenſile ad neruum, vel ad aliquam vſque partem vtrumque moueatur. Vnde inter celebratiſſimos philoſophos tres præcipuæ natæ ſunt de viſionis modo ſententiæ.

Verùm cùm ipſe etiam neruus opticus ab omni re aſpectabili ſeiunctus ſit, imò etiam iuſta inter hæc diſtantia ad perfectam dignotionem exigatur; hinc ſaniores philoſophi, non ſine medio peruio viſionem fieri poſſe, ratum ſanctumque habuerunt: ſed an à C neruo ad viſibile aliquid prodeat, an verò contrà à viſibili ad neruum quidpiam mittatur, hîc omnis ambiguitas & concertatio. Neruis duo inſunt, ſpiritus & ſentiendi facultas: Plato etiam tertium adiungit, ſcilicet lumen.

Stoici ſpiritum ad rem videndam efferri dixerunt. an eam ob cauſam, quòd cernendi efficaciam illi ineſſe exiſtimarent? ſanè aduerſus hanc hypotheſin diſputatum eſt ſuprà propoſ. 25. Nunc verò etiam hoc fieri non poſſe, vt ſpiritus ad obiecta effundatur, efficaciſſimis rationibus oſtendamus. Primò quidem, quia viſio in tempore fieri deberet, cùm ſpiritus, qui corpora ſunt, momento temporis deferri ad res obiectas nequeant; eſt autem viſio momentanea, imò velocior propemodum oculus quàm animus. Igitur à ſpirituum emiſſione viſio nequaquam dependet. Secundò, obiecta D oculis cryſtallo non prohibetur obtutus: at quonam pacto quæſo tam denſum corpus ſine dimenſionum confuſione ſpiritus corporeus penetrare poteſt? Tertiò, impoſſibile omnino eſt tantam ſpirituum affluentiam promere, vt omne id, quod vno intuitu conſpicimus, impleatur: præſertim ſi obiectum longiſſimè diſtet, aut ex edito quidquid circumfuſum eſt ad vſque horizonta oculus contempletur. tum enim omne interiectum ſpatium iis impleri oporteret: quod fieri nequit, cùm non poſſit anguſtum cerebrum maiorem ſpirituum prouentum ſuppeditare, quàm ipſum capere valeat.

Denique quid hoc aliud eſſet quàm commentitia Stoicorum gutta, quæ toti mari, mox vt illud attigit, commiſcetur? Quomodo etiam, dum continuata actione in eamdem rem oculos intendimus, euntes reduceſque ſpiritus perenni occurſu mutuas fun- E ctiones non impediunt? Quis item credat ſubtiliſſima corpora, & quæ aërem ipſum tenuitate ſuperant, maximis ventorum procellis à recto tramite non diſturbari? obſerato præſertim oculo, cùm ſcilicet animæ vis qua ſuſtinebantur, intus cohibetur. Rurſus noctu præcluſis oculorum foribus, vbi gentium ſpiritus illi demorantur? ſi dicas occluſo oculo illos deperire; (nec enim obſiſtente palpebrarum denſitate in oculum relabi poſſunt.) dic quò ſaltem ipſorũ materia, quæ corruptioni obnoxia non eſt, ſeſe recipiat? Dicere eam ad oculum reuerti, cùm is denuò apertus fuerit, fictitium eſt; vt & illud, quouis oculi ictu vniuerſam ſpirituum molem quæ aërem antè occupauit ſubitò euaneſcere, nouoque commeatu totam mundi amplitudinem ex anguſtiſſimo oculi penu F rurſum impleri. Hæ namque tam veloces, tamque immanes lationes, & tam ſubitæ ortus interituſq; viciſſitudines corporum craſſitiei repugnare videntur: faceſſant igitur hæc commenta.

Alij de Stoicorum ſecta, propterea quòd hæc minùs conſentanea iudicarentur, non ſpiritum aut corpus aliquod, ſed ipſam dignoſcentem vim ac facultatem ad res obiectas transferri pronuntiarunt. non aliter quàm magnes incorpoream quamdam vim ex ſe fundit, qua ferrum rapit.

Pro huius ſententiæ confutatione, notandum duplicem rebus ineſſe poteſtatem; vnam principalem, alteram inſtrumentariam. Ignis, verbi gratia, ſuapte natura excalfacere eſt natus, eaque poteſtas primaria eſt, quæ eum natura ignis reciprocatur, eique

ſemper

ſemper inhæret, vt individua proprietas: verùm actu calfacere non poteſt, niſi calore, A
ceu inſtrumentaria virtute præditus ſit. Hæc enim qualitas foras exeritur, tamquam ad-
miniſtra ad illum effectum producendum, in quem natura ignis prona ſemper inclinat.
Sic magnes inſatiabilem habet ferri appetentiam, illudque ad ſe alliciendi poteſtatem,
quam tamen non niſi emiſſa quadam inſtrumentaria virtute exequitur. At iis rebus
quarum actio immanens eſt, præter eam quæ ex naturæ principiis manat agendi apti-
tudinem, nulla alia inſtrumentaria vis neceſſaria eſt ad actum eliciendum, cùm eum
intra ſe ſuapte vi edat: neque vmquam virtus illa primaria, aut naturam deſerere, aut
alteri communicari poteſt, cùm proprium illud dicatur, quod omni, ſoli, ac ſemper
conuenit. Igitur principalis cernendi facultas, naturæ illorum quæ videre ſunt nata, in- B
tegra ſemper, inſeparabiliſque inhæret; nec extra id, cui maximè propria eſt, effundi po-
teſt. Alioquin enim viſio extra oculum fieret; quippe facultas extra oculum egreſſa
inibi ageret, propriamque functionem ederet: quod planè à ratione abhorret, cùm
hanc maximè ob cauſam oculus videre perhibeatur, quòd ei inſit poteſtas videndi, in
eoque operetur.

Quare Plato eiuſque ſequaces, nec ſpiritum, nec facultatem, ſed lumen ex oculis
emicare decreuerunt. Sic enim Plato, illius ignis, qui non vrit, ſed illuminando ſuauiter
diem inuehit mundo, participes oculorum orbes effectos, diis primò acceptum refert:
deinde hunc ignem, ſeu lucem quæ in oculis continetur, foras extra oculos ad res obie-
ctas dimanare, atque cum diurno lumine coniungi cenſuit, reſultareque ex illa coniun- C
ctione & concurſu paſſionem, quæ ad animam protinus euolet, & ipſam intus moueat.
Verba eius in Timæo rem planiorem facient, quæ proinde ſic accipe: *Itaque cùm diur-
num lumen applicat ſe viſus radio, tunc ea duo inter ſe ſimilia concurrentia atque com-
mixta, quò oculorum acies diriguntur, ibi in vnius iam domeſtici corporis cohærent ſpeciem;
vbicumq; videlicet tam intimi, quàm externi luminis ſit concurſus. Totum igitur hoc pro-
pter ſimilitudinem, paſſionem eamdem ſortitum, cùm quid aliud tangit, vel ipſum ab alio
tangitur, motum huiuſmodi ad corpus omne, perq; id ad animam vſque diffundens, ſenſum
efficit qui viſus vocatur. At poſtquam in noctem diſceſſerit cognatus ignis, viſionis radius
euaneſcit. Nam in aërem ſibi diſſimilem erumpens permutatur, atque extinguitur, cùm
nullam habeat cum proximo aëre, vtpote ignis ſplendore carente, naturæ communionem.* D

Eamdem ſententiam ſecutus eſt Galenus, tum plurimis aliis in locis, tum præcipuè
lib. 7. de Hippocratis & Platonis decretis, vbi diſertis verbis, cùm oſtendiſſet obiectum
non partem aliquam ſui, aut facultatem, aut ſimulachrum, aliámve qualitatem emit-
tere, qua propriam ſui dignotionem nobis oſtendat; neque ſpiritum, aut vim aliquam
intuitiuam ab oculis ad obiecta tranſcribi; ſuam de viſionis modo ſententiam ita expo-
nit: *Reſtat igitur, vt aër circumfuſus tale inſtrumentum nobis ſit, quo tempore vide-
mus, quale eſt ſemper neruus in corpore. Siquidem eodem pacto aër nos ambiens à ſpiri-
tus viſiui occurſu, quo à ſolis fulgore, affici videtur. Nam & ille ſupremo aëris termino
contacto ſtatim vim ſuam fulgidam in totum diſpergit, & noſtra per viſorios neruos acies
progreſſa ſpiritali ſubſtantia prædita, cùm in aërem incidit, primo appulſu in eum alteratio-* E
*nem inducit; quæ longè lateq; in continuum ſcilicet nos ambiens corpus ſparſa, repentè in
totum diffunditur.*

Probat hanc ſententiam idem Galenus loco proximè citato in hunc modum: Cor-
pus quòd videtur duorum alterum, vel ex ſe ipſo ad nos aliquid mittit, aut vim aliquam
ſenſitiuam à nobis ad ſe vſque prouenire expectat. Vtrum verius ſit, ita iudicabimus.
Per pupillæ exiguum foramen inſpicimus. Quòd ſi à corporibus extrinſecus obiectis
quidpiam accederet; veluti ſimulachrum, rerum magnitudinem nullo modo percipe-
remus, verbi cauſa, vaſti alicuius montis; tam magnum ſiquidem ſpectrum, quantus
ipſe mons eſt, in oculos noſtros ingredi oporteret, quod penitus eſt abſurdum; vt omit- F
tam interim, quòd vel in vno eodemque temporis momento, etiamſi innumerabiles
eſſent, qui viderent, ad ſingulos eædem imagines deferrentur. Si contrà ſpiritus intui-
tiuus ex oculis exiret, nulla ratione poſſet tanta diffuſione dilatari, vt omnes viſui expo-
ſitas res circumfuſus complecteretur. Conſequens igitur eſt, vt lumen ex oculis efferri
credatur.

Deinde non aliam ob cauſam videtur natura oculis igneum lumen accendiſſe, quàm
vt illius emiſſione, & cum externo lumine commiſtione viſio perficiatur.

Mathematici denique, qui opticam profitentur, quorum præcipua videtur eſſe
debere in hac re auctoritas, lineas ab oculo ad res aſpectabiles ducunt, quos radios

vocant,

A vocant, quorum auxilio, ea quæ circa visum contingunt, explicant atque demonstrant. His igitur visio efficitur. At qui hos radios sincerè exponunt, neutiquam illos imaginabiles faciunt, vt imprudentes quidam existimarunt: sed aiunt nil aliud illos esse, quàm lumen rectis lineis quaquauersum extensum. Igitur, quod caput est, visio luminis emissione perficitur.

Quamquam Plato, & quotquot eius sententiæ subscripsere, liberè pronuntient, internæ lucis euibratione visionem fieri; non tamen satis enucleatè rationem modumq; explicant, quo lux illa rebus aspersa suo eas contactu visibiles efficiat. Sat scio non deesse qui asserant, eam lucem, posteaquam res externas attigit, refundi ad oculum proprieta-
B tibus rerum visibilium iam affectam; vbi verò in pupilla confederit, visionem consequi. At quid hoc aliud est, quàm susceptione visionem fieri? Si enim lux emissitia externarum rerum proprietates secum reportat, non iam lux ipsa, vtpote oculo familiaris, sed aduectæ proprietates inertem naturâ visum excitabunt: & vnaquæque quidem earum, quæ in oculum iam receptæ sunt, similem foris oberrantem repræsentabit. nisi mauis dicere visum partim emissione, partim admissione fieri. Quod etiam Galenus superiùs insinuat, cùm ait cernendi potentiam proprium obiectum medio aëre, non quasi baculo, sed quasi conformi sibi attingere: conformem autem visui aërem fieri asserit affluente à cerebro lucido spiritu. Hic enim in aërem incurrens, *eum velut quadam percussione*, vt Galeni verbis vtar, sibi similem reddit. & eodē loco clariùs rem exponit his ver-
C bis: *Ipse siquidem neruus cerebri pars cùm sit, sicut arboris virga aut ramus, efficit vt membrum in quo inseritur, vi eius in totum recepta, habile ad omnia, quæ ipsum attigerint, sentienda reddatur. Simile etiam quid in ambiente nos aëre euenit. Vbi enim illustratus à sole fuerit, tale continuò visus instrumentum efficitur, qualis est is, qui à cerebro proficiscitur spiritus. Priùs verò quàm lucem receperit, ex alteratione videlicet, quæ ex emissione ictuq; spirituum causatur, consentiens cognatumq; instrumentum non euadit. Desinant igitur dicere Stoici, per circumfusum aërem quasi per baculum visionem nostram fieri. Renitentia enim corpora eo modo cognoscuntur; at oculorum sensus non soliditatem, aut duritiem, aut mollitiem, sed colorem, sed magnitudinem, sed situm corporis percipit, quorum nihil baculo dignosci potest.*

D Hæc sanè explicatio Platonis sententiam nonnihil iam vero similiorem reddit. Nisi enim hoc sit, dicere necesse est, lumen, quod nec per se videt, nec visui quidquam ab externis rebus acceptum confert, foris otiari, aut cum diurno lumine in aëre tantisper colludere, dum ingruentibus tenebris in domum se recipiat, somno conciliando opportunum.

Aduersus emissitios Platonis radios hoc maximè pugnare videtur, quòd nullum oculo lumen insitum esse propos. 13. à nobis sit demonstratum, quod quidem ad visionem vtile esse possit. Porrò animalis spiritus, quem ipsi etiam fulgidum esse diximus, nullo pacto valet ad tam immensum spatium, quantum hinc ad cælos vsque expanditur, lumen suum euibrare. Est enim illud adeò tenue, vt ne ex propinquo quidem, ac
E densissimis tenebris circumseptum animaduerti à quoquam possit, præterquam ab ipso, cui inest, oculo, ex quo iuxta angulos compresso, circulari forma emicat.

PROPOSITIO LXVIII. THEOREMA.

Neque per συναγκείαν aspectus efficitur.

F NONNVLLI, vt Alhazenus lib. 1. numero 24. aliique media incedentes via, per συναγκείαν seu coagentiam visionem fieri voluerunt, asserentes ad aliquod spatium ab oculo aliquid, & vicissim aliquid ab obiecto ad oculum commeare, quæ sibi occurrant, & se mutuis qualitatibus alterent, hancq; communem affectionem ad internum organum efferri, ceu ad primariam visionis officinam, omniumque rerum aspectabilium emporium. Quam sententiam eo maximè nomine complexi sunt, quòd eam Galeni esse existimarint.

Verùm hi mentē Galeni non sunt assecuti. Etsi enim ille spiritū à cerebro ad vniuersum oculum deriuari, eiusq; vim in vicinum vsque aërem efferri millies dixerit; hoc tamen etiam diserte asserit, fulgorē quidem, qui à spiritu manat, longè lateq; per omnem circumfusum aërem diffundi, etsi ipse spiritus septa oculi minimè prætergrediatur.

G Neque

Neque verò hi opinati sunt quod ratio suadebat, sed quod ipsis collibitum fuit. Nam A
si ad cælos vsque lumen oculorum, aut cæli imago ad oculum pertingere valeat; iam
non est, cur vtrimque aliquid excurrere fingatur, cùm satis esse videatur, vt vel lumen
ad obiectum, vel obiectum per vicariam speciem ad oculum perueniat. Si dicas nec
oculi splendorem, nec speciem obiecti, ad tantum spatium posse attingere; terminum
vtriusque definiri postulo. Et si quidem obiectum remotius sit, quàm vt cum fulgore
emicante ex oculis occurrere possit; tum illud nullo modo aspectabile erit, quantauis
mole distentum sit: quod nemo prudens concesserit. Si verò intra mutuos terminos
conscribantur, rursus quod priùs eueniet, vt nulla potior sit causa, ob quam vtrumque,
scilicet & lumen ad obiectum efferri, & obiectum ad oculum aduentare debeat, cùm B
alterum sufficiat, quando se visus obiectumque mutua virtute contingunt. Commen-
titia est igitur prorsus hæc assertio, quæ mutuum occursum visus atque obiecti astruit.

PROPOSITIO LXIX. THEOREMA.

Visio fit per species, rerumq; formas intus susceptas.

INTER eos, qui visionem susceptione alicuius rei ab obiecto immissæ
fieri maluerunt, duæ fuere discrepantes sectæ. Vna Epicureorum, qui ab
obiectis corporeum aliquid, quod obtutum ciendi vi polleat, resolui & ad C
oculos vsque efferri censuerunt: ad eum modum, quo ab odoriferis re-
bus spiritus quidam exhalat, odorem deferens, odoratumque pulsans.
Hi sanè in eam sententiam adducti sunt, quòd physico attactu actionem omnem fieri
existimarent.

Verùm hæc sententia iisdem difficultatibus obnoxia est, quibus ea quæ spiritum ab
oculis effundi statuebat. neque enim à cælis ad nos vsque tam immensum corpus con-
cedendum videtur: neque salua incolumitate possunt visibilia corpora, tanto tempore,
tantam vaporum copiam expromere. Idcircò enim odorifera omnia, quamuis non lon-
gè odorem spirent, citò tamen corrugantur, quia nonnihil semper de illorum substantia
decedit. Ita si visibilium corporum materia indesinenter exhalaret, iamdudum emar- D
cuissent, ac penitus exhausta fuissent. Quid verò de iis, quæ corruptioni obnoxia non
sunt? An & cælos ipsos defluere, ac sensim in hæc inferiora delabi asserere non dubita-
bunt? Difficilis sanè est ista postulatio. Præterea visio temporis momento absoluitur, fiet
autem in tempore, si Epicureorum defluuia admittamus. Igitur cùm id visionis naturæ
aduersetur, neutiquam putandum est corporeum aliquid ab obiectis effluere, quod illo-
rum notionem sensui repræsentet.

Altera Peripateticorum est, qui non corporeum simulachrum, sed qualitatem quam-
dam cum externo lumine per circumfusum aërem à rebus ad intuitum vsque nostrum
prouenire tradunt. Quæ etsi diuini Platonis decreto aduersetur; liceat tamen nobis in
præsenti ab ipsius sententia recedere, atque Aristotelis placitum vti rationi magis con- E
sentaneum, ita verius pronuntiare. Hic enim lib. 2. de anima cap. 12. textu 121. & 124.
docet sensum esse id, quod sensibiles absque materia formas suscipere potest. Et eodem
libro cap. 7. textu 74. aduersus Democritum, qui putabat, si medium spatium vacuum
fiat, formicam, etiamsi in cælo sit, exactè perfecteq; videri posse, sic arguit: Visio non fit
sine passione: at ab obiecto tam remoto visus pati nequit: ergo à medio patitur. quare,
inquit, si vacuum sit medium spatium, non modò non exactè, sed nequidquam omnino
videbitur. His consentanea scribit tum multis aliis in locis, tum lib. 3. de anima cap. 1.
2. & 3. rursus lib. de sensu ac sensili cap. 2.

Aërem eius esse naturæ, vt in colores quodammodò mutetur, eosdemque non tan- F
tùm ab obiectis ad oculos, sed etiam ab vno ad aliud corpus traducat, plurima fidem
faciunt. Nam charta candida luci obiecta obscurum locum vicinum suo candore illu-
strat: & ea quæ colore aliquo infecta sunt, cùm lumini opponuntur, vicina loca suo co-
lore imbuunt. Cuius generis sunt etiam illa, quæ Galenus refert lib. 7. de Hippocr. &
Plat. decretis: *Videre*, inquit, *est dum aër maximè purus est nitidusq;, si sub arbore aliqua
recubuerit quispiam, arboris colore eum totum perfundi. Quin etiam sæpenumerò accidit,
vt aër clarus, vbi parietis colorem alicuius attigerit, eum subitò recipiat, atque in alte-
rum corpus etiam transferatur. Quod præcipuè fit si color vel cæruleus sit, vel flauus,
aliquóve alio modo floridus extiterit.* Neque ea aëris immutatio aliter fit, quàm tactu &

conta-

A contagione quadam; luminis tamen ope, & aëris perſpicuitate concurrente. Si enim tenebricoſus ille ſit, nullos colores recipiet; ſi autem turbidus, receptos non tranſmittet. Vnde idem Galenus: *Sicut à ſolari ſplendore ſolo ipſo attactu totus aër repentè aſſimilatur, eodem pacto à colore ſtatim immutationem accipit.*

Sic igitur natura prouida, vt colores in aëre conſignati impreſſiq; ad viſum perferrentur, medium diaphanum fecit, & qualitatem quamdam adinuenit, quæ quodcunque corpus attigerit, ab ipſo protinus alteretur; hæc lux eſt, quæ ſi colorem tetigerit, coloratur; ſi magnitudinem, hanc ipſam ſuſcipit; ſi numerum, ſi figuram, hæc itidem refert. Cùm ergo neque materiam neque qualitatem à materia auellat, non aliud
B quàm rerum imagines aſſumit, quam ſiue formam, ſiue ſimulachrum, ſiue idolum, ſiue ſpeciem aut ſpectrum appelles, nihil intereſt, ſi modò id ſolum, quod rem repræſentat, intelligas.

Porrò ſpecies eiuſmodi ab obiectis emitti, atque per vniuerſum aërem circumquaque luminis beneficio deportari propoſ. 42. dilucidè eſt demonſtratum. Nunc propoſitum ſit oſtendere eaſdem oculis inuectas cernendi facultatem ad propriam actionem excitare, ſicq; tandem viſionem conſequi, omniumque rerum, quibus aut color aut lumen ineſt, dignotionem.

Primò, facultas cernendi eſt ex ſe indeterminata non modò ad agendum & non agendum; verùm etiam ad hoc vel illud particulare ſenſibile percipiendum. Ergo ab
C alio aliquo determinari in hanc vel in illam partem debet. Hoc verò ſolùm obiectum per ſe præſtare non valet, vt ſuperiùs oſtenſum eſt, & ipſe etiam Ariſtoteles lib. 2. de anima cap. 5. textu 52. exemplo docet: *Quemadmodum enim combuſtibile non igneſcit ſponte ſua, ſed opera ac vi alterius, quod poſſit vrere. Vreret enim ſeipſum, quod fieri nequit, cùm tantùm ſit poteſtate, non actu.* Igitur aliud quidpiam ad id requiritur ab obiecto profectum, eiuſque vicarium quod proinde ſimilitudinem aliquam cum ipſo habeat. Quare iam obiecti ſpecies formaque, quam aſtruimus, habetur, per quam potentia cernendi adactu euocatur.

Secundò, non eſt alia ratio cur in tenebris res non appareant, quàm quia lumen deeſt, cuius præſidio rerum ſpecies ad viſum efferri debent. Neque cur certa requiratur obiecti
D diſtantia, quàm quia ſpecies longiore tractu prouectæ langueſcunt. Neque cur aliqui inſpicillis clariùs videant, niſi quia ſpecies per illorum denſitatem infractæ, pro viſus conditione vel colliguntur, vel diſſipantur. Igitur ſpecierum ope viſio efficitur.

Tertiò, oculus ſeipſum videt in ſpeculo, aliàs non. Quid ita? quia ab obiecto ad ſpeculum proficiſcitur eius imago, quæ inde ad oculum repercuſſa ipſum ad ſuiipſius dignotionem excitat.

Quarto, in interno ſenſu ſpecies dantur, quarum ope cognoſcimus res quas antè præcepimus, modò autem abſunt: & ſpecierum refricatione in memoriam redeunt etiam ea, quorum formæ iam obliteratæ eſſe videbantur. vnde Ariſtoteles lib. de memoria cap. 1. cùm quæſiiſſet qua ratione contingat nos rei abſentis recordari, reſpondet
E id fieri ob ſimulachra rerum in interno ſenſu aſſeruata. Ergo & in externo ſenſu ſpecies admittendæ erunt, tanto quidem magis ad viſum, quàm ad reliquos ſenſus neceſſariæ, quanto ille à ſuo obiecto longiùs diſtat.

Quintò, hoc differunt apprehenſiuæ potentiæ ab appetentibus, quòd hæ in obiecta ferantur, illæ verò obiecta ad ſe alliciant. Cùm verò neque obiecta ipſa, neque corporeum quiddam ab ipſis deciſum ad viſum perueniat, reſtat, vt vicariæ quædam qualitates, quas ſpecies nominamus, eorum munere fungantur, propriaque obiecta oculis ſiſtant ac repreſentent.

Sextò, D. Auguſt. lib. 11. de Trinit. cap. 2. ex eo hanc ſententiam probat, quod quæ-
F dam nonnumquam gemina conſpiciantur: *Niſi*, inquit, *fieret in ſenſu noſtro quædam imago ſimillima rei eius, quam cernimus, non ſecundùm oculorum numerum rei ſpecies geminaretur, cùm quidam cernendi modus adhibitus fuerit qui poſſit concurſum ſeparare radiorum.*

His itaque dilucidè, vt opinor, ſatis oſtenſum eſt, quo pacto viſilia in machinamenta ſenſuum, ſeu partes ſenſorias incurrant, & tamquam irritamenta quædam eos ad comprehenſionem ſui prouocent aduocentque animum.

Aduerſus autem hoc Peripateticorum dogma duo obiectare identidem ſolet Galenus: nempe non poſſe ex illorum principiis elici idoneam cauſam, ob quam rerum magnitudines oculus diſcernat, cùm fieri nequeat, vt vel res ipſæ, vel earum imagines

tanta mole distentæ pupillæ angustiam subeant. Alterum est, non posse satis intelligi quonam pacto tam innumerabilis aspectantium multitudo eamdem rem simul contueatur, cùm non possit res vna formam suam tam multis simul oculis impertiri. A

Obiectiones istæ facillimam habent explicationem ex iis quæ de specierum origine & propagatione superiùs sunt demonstrata. Etenim species à coloratis rebus sponte emanant, vt à lucentibus splendor, quod ipse Galenus agnoscit, cuius verba iam paulò antè sunt recitata. Deinde vt lux à fulgido corpore emissa in medium diaphanum, ita coloris species in medium lucidum, ceu proprium subiectum excipitur. Vnde philosophus colorem id esse definit, quod mouet actu perspicuum, & sanè opacus locus nullis colorum imaginibus afficitur, vt ipse Galenus iisdem verbis superius recitatis profitetur. Rursus vt lumen, ita colorum species per omnem circumcirca diffusum aërem propagantur: sed hoc quoque eadem Galeni verba significant. Quid tandem? His colorum formis visum cieri Galenus negat: sed neque ab emisso ex fulgenti corpore splendore potentiam visus excitari concedit. Quo igitur? Interno lumine, quod dum externo miscetur, *simile per simile in affectionum commutationem societatemq; peruenit.* At ex ea luminum confusione nullam visionem sequi iam præcedente propos. est ostensum, quòd videlicet lumina non obtineant eam sentiendi facultatem, quam neruis inesse & ratione & experimentis constat. B

Nos igitur, qui Aristotele duce visionem fieri dicimus obiectarum rerum imaginibus in organum destinatis, ostẽdamus oportet, quonam pacto ipsas etiam magnitudines nos visu capere contingat. Profectò si visibiles species essent expressæ imagines, quales sibi Galenum proposuisse equidem existimo, nulla ratione fieri posset, vt magnitudinem alicuius rei dignoscceremus, nisi eius, cuius imagò tanta, quanta esset res ipsa, oculum subintraret. Nunc verò cùm eas virtute repræsentandi indiuiduas esse propos. 45. ostenderimus, poterit quæcumque speciei pars, rem totam ac tantam quanta est visui repræsentare. Nec hoc solùm, sed eadem imagine cõtinget eamdem rem è propinquo maiorem, è longinquo verò minorem apparere: cuius discriminis germanam causam numquam daturum fuisse Galenum ex Platonis sententia certò mihi persuadeo. Si enim idcircò ex Galeni placitis rei magnitudo percipitur, quia attingitur ab oculi lumine, per quod dignotio primùm ad oculum, & inde per neruum opticum ad cerebrum perreptat; reuerà cùm opticum lumen semper obiectum contingat, dum videt, numquam non veram eius magnitudinem, quanta in se est, perspiciet. Nos verò hanc dabimus causam, quòd species turbinatim à rebus ad oculum pertingant, coni verticem in crystalloidis centro constituentes. Cùm igitur ob vicinitatem angulus qui ad verticem est augetur, etiam res ipsa maior apparet; at minor, cùm propter distantiam idem angulus coarctatur. qua de re planiùs, cùm de deceptionibus visus libro 4. sermo erit. C D

Nunc alteram Galeni obiectionem diluamus, quæ ex eodem falso principio originem ducit: putat enim ille, vt iam dictum est, species esse quasdam expressas imagines, quarum singulæ ab vnaquaque re producantur ea magnitudine, quam res ipsæ habent. Eiusmodi vtique species ad plures simul aspicientes destinari non possunt, vt rectè Galenus. At non ita se res habet. Ab vnaquaque verò eiusdem obiecti parte, in omnem partem medij species diriguntur; sic vt nulla circumfusi medij pars existat, in quam non alicuius coni optici vertex terminetur. vnde haud dubiè sequitur, ad quotcumque intuentes vnius rei speciem pertinere, si nullum corpus opacum eius profluentiæ obsistat. E

Supereſt alius priscorum scrupulus, qui emissione radiorum visionem fieri persuasit: nempe quòd perspicuè intelligere non possent, quomodo si species, quæ proximè visum mouent, in oculo sint, fieri possit, vt rem proprio in loco constitutam exhibeant; non verò potiùs omnia oculo inesse videantur. Respondeo visibilem speciem, non tantùm rem ipsam, sed etiam rei distantiam exhibere, sicut & magnitudinẽ & figuram, & situm, ac denique omnes quæ sub aspectum cadere possunt affectiones. Eam sanè ob causam, quòd non tantùm color, sed & ceteræ omnes aspectabiles proprietates propriam speciem organo inferant, per quam dignoscantur, vt propoſit. 44. est demonstratum. Deinde hoc peculiare est iis rebus quæ oculo insunt, vt non in oculo, sed foris esse videantur: quod in suffusis, iisque quorum oculi infectione quapiam laborant, manifestè experimur. Hi namque concretionem humoris oculo impactam non tamquam in oculo vident: sed eâ, quidquid primò occurrit, respersum arbitrantur. Eo siquidem loci vnumquodque perspicitur, vbi iugati axes congrediuntur, quemadmodum suprà non semel diximus, & libro 2. ex instituto docebimus, cùm de horoptere sermo erit. F

Idem

A Idem verò & ſpeciebus accidit, vt nimirum in oculum transfuſæ facultatem quidem ipſi inſitam ad ſuam ipſarum dignotionem incitent; hæc tamen ipſas non tamquam idola quædam intus latentia, ſed vt res veras foris exiſtentes contemplatur, tales per omnia, quales ipſæ ſunt ſpecies, colore, magnitudine, figura, loco, ſitu, ac ceteris proprietatibus, quas viſus ſuapte natura perſequitur.

PROPOSITIO LXX. THEOREMA.

Species ad viſionem formaliter, non autem effectiuè concurrunt.

B SPECIES ad videndi actum formaliter concurrere ex eo conuincitur, quòd dum potentia in actum prorumpit, ipſæ obiecti vice perfungantur. Eſt enim duplex obiecti munus, vnum inſtar propoſiti ſcopi functionem potentiæ terminare ac ſiſtere, ne longiùs progrediatur; alterum propriæ eſſentiæ differentiam actioni quodammodò impertiri. Vtrumque verò ſpecies viſibiles præſtant: etenim potentiam, quæ ſuapte natura ad agendum & non agendum indifferens eſt, ſola ſui præſentia ad eliciendum actum inducunt; non vtique efficiẽdo aliquid, ſed ſolùm obiecti abſentiam, vicemq; ſupplendo. Deinde ipſam actionem, cuius nulla adhuc eſt propria differentia, ſic determinant, vt illi propriam eſſen-
C tiam, ſpecificamque, vt vocant, rationem tribuant. Quæ cauſandi ratio formalis obiectiua in ſcholis nuncupatur.

Non autem effectiuè ſpecies cum ſentiente facultate concurrunt, quia actio vitalis à ſolo vitæ principio effectiuè proficiſcitur. ſpecies igitur, quæ extrinſecùs obueniunt, nullam actionis partem viſioni inferre poſſunt. Deinde partiales cauſæ effectrices ita ſunt comparatæ, vt vna ſine altera partem aliquam ſuæ virtuti proportionatam efficere queat: at ſpecies ſolæ nullam viſionis partem ex ſe proferre poſſunt. ergo non effectiuè concurrunt.

Non defuere tamen, qui vim effectricem ſpeciebus attribuerint, quorum rationes hoc loco proponere atque diſſoluere opportunum fuerit.

D Prima ratio: Per ſpeciem conſtituitur viſus in actu primo ad agendum, ſicuti ignis per calorem ad calefaciendum. ergo vt calor cum igne, ita ſpecies cum viſu effectiuè concurrit. Reſpondetur hoc diſcriminis eſſe inter calorem & ſpeciem, quòd calor ſit virtus quædam igni ad agendum data, ſicut ipſe viſus facultas quædam eſt animæ ad intuendum conceſſa: at ſpecies ſolùm determinat potentiam, vti vicaria obiecti, in quod videndi actio intenditur.

Secunda: Ea forma agentis effectiuè concurrit, cui aſſimilatur effectus; vt forma equina ad equi productionem, leonina ad generationem leonis, itaque in ceteris: ſed formæ rei viſibilis aſſimilatur notio, ſeu ſpecies ſenſus interni, quæ viſione producitur. ergo ſpecies rei viſibilis effectiuè ad viſionem concurrit. Reſpondendum non omnem
E formam habere rationem effectricis cauſæ, ſed illam tantummodò, cui effectus ſimilis ſecundùm ſubſtantiam euadit: ſpecies verò viſibilis, internæ notioni ſola repræſentatione ſimilis exiſtit. igitur non vt efficiens cauſa, ſed vt vicaria tantùm obiecti forma viſionem producit.

Tertia: Habitus vnà cum potentiis, quibus inſunt, efficiendo coagunt. ergo & ſpecies, quarum eſt par ratio. Reſponde longè diſparem eſſe ſpecierum & habituum conſiderationem: habitus enim ſunt ſupplementa potentiarum, quæ promptè agere per ſe non valent: at ſpecies obueniunt perfectæ facultati ad inſtar obiecti præſentis; quare maiorem cum obiecto, quàm cum habitibus, cognationem habent.

F Quarta: Nulla ſubſtantia creata poteſt per ſe ſola operari, cùm id proprium ſit diuinæ eſſentiæ ab omni materialium accidentium inquinatione ſecretæ. ergo ſpecies pariter cum anima effectiuè ad videndi actum concurrunt. Neganda eſt huius argumenti illatio. Etſi enim efficientia ſpeciebus derogetur, non tamen his ſubmotis adeò vacua ac naturæ bonis ſpoliata relinquitur animæ ſubſtantia, vt per ſe ſola operari debeat, ſiquidem ſpeciebus ablatis ipſa adhuc accidentariis facultatibus (quibus efficientis cauſæ ratio propria eſt) abundè inſtructa relinquitur.

Coronidis loco hoc addam, non magis ſpeciem quàm obiectum effectiuè ad viſionem concurrere. Nam cùm ſpecies in eum tantummodò finem ab obiecto producatur, vt eius munere in organo perfungatur, profectò ſpecieiactio ipſi obiecto vti primario

visus scopo tribuenda est. At nefas est dicere obiectum effectiuè videndi actum elicere, A
ergo nec species eo causandi genere concurrit: sed extrinsecè tantùm obiecti loco visionem, quæ ad aliquid est, terminando.

PROPOSITIO LXXI. THEOREMA.

Visio non sola est passio, sed etiam actio ab interno vitæ principio elicita.

PHILOSOPHVS multis passim locis asserit visum potentiam esse passiuam: vnde nonnulli occasionem nacti, dicere sunt ausi visionem non in B
actione aliqua, sed in sola speciei susceptione consistere, sic vt nil omnino sit aliud videre, quàm obiecti similitudinem admittere. Quod nec aliunde efficaciùs probare possunt, quàm ex eo quòd simul atque species obiecti in oculum recepta est, confestim visionem fieri experiamur.

At his aduersatur, quòd lepores, quibus mos est apertis oculis dormire, rerum species oculis hauriant, cùm tamen nihil videant. Rursus in aëre & in speculo formæ rerum elucent; cur igitur hæc non æquè atque oculus vident, cùm illis causa videndi insit? Nulla sanè alia causa reddi potest, quàm quia non idem est sentire ac speciem rei sensibilis accipere: sed præterea opus est vt anima effectiuè concurrat. C

Præterea ex eo etiam sententiam suam confirmare nituntur, quòd potentiæ actiuæ exercitatione perficiantur, comparatisque habitibus promptiores ad agendum reddantur: at visus longiore vsu non modò non perficitur, sed potiùs atteritur consumiturque: igitur non ad actionem, sed ad solam passionem comparatus videtur. Respondendum idcircò visum non perfici habitibus exercitatione comparatis, quia eius actio non subest voluntatis arbitrio; ideoque atteri, quia ab iis rebus patitur, quæ offendunt ac sauciant.

Cùm verò Aristoteles visum ait esse potentiam passiuam, non procul à vero aberrat. nam verè patitur ille quidem ab immissa extrinsecus specie, at non propriè; quia hæc ita passionem organo infert, vt cum potentia ad dignoscendi actum nullo modo effectiuè D
concurrat. Eam etiam ob causam, quòd, vt Themistius loquitur lib. 2. de anima cap. 42. *ita forma rei cieat impellatq; instrumentum, vt materia forinsecus sedeat; at corpora cùm franguntur, cæduntur, cremantur, non nisi ingressu & accessu materiæ patiuntur. Cædit enim non acies sola aut mucro, sed gladius, id est, acies cum ferro: item deurit ignis, non forma ignis speciésve. Quamobrem isthæc propria pressaq; passio est, quia in mutationem & conuersionem aliquam decumbit.* Et Aristoteles lib. 12. de diuina sapientia secundùm Ægyptios cap. 13. *Neque*, inquit, *sensus reipsa sentiendo similis efficitur ei, quod sentitur: alioquin oculus candorem videndo candidus efficeretur. Quare sentiens à simili non patietur; sed à reipsa perfectionem accipiet. nec erit necesse animum, quia corpora cognoscit, corpus quoddam existere.* E

Quòd autem visio actio quædam sit, non verò sola passio, ipse inprimis Aristoteles disertis verbis testatur lib. 2. de anima c. 4. textu 36. vbi docet animam triplicis causæ rationem habere: primò formalis, quia corporis appetitum explet, totumque viuens constituit: deinde finalis, quia eius gratia omnis materiæ ornatus, atque membrorum compositio instituta est: tertiò effectricis, quia omnes functiones viuentibus proprias exequitur & administrat. Deinde hoc differt visus à rerum inanimatarum passionibus, quòd non simpliciter obiecti speciem recipiat, sed eam etiam persentiscat, quæ est propria quædam animæ actio, quam in se producit, vt vitæ principium: ea porrò sensione excitata distinctiua potentia exactam posteà rei propositæ notionem elicit, quo tandem F
pacto visio perficitur atque completur. Est igitur visio non sola passio, qua organum obiecti actionem recipit: sed actio quædam ab interno vitæ principio manans.

Confirmatur autem hoc ex iis, qui animo delinquunt. hos enim solo spirituum animalium commeatu intercepto nihil omnino videre contingit, quantumuis eorum oculi salui & integri obiectarum rerum speciebus perfectè obsignentur. Cuius rei nulla alia probabilis causa reddi potest, quàm quòd naturali vigore efficaciaque destituti vitalem illum actum, in quo visio consistit, proferre nequeant.

PRO-

A

PROPOSITIO LXXII. THEOREMA.

Perperàm nonnulli visum agentem inducere sunt conati.

NONNVLLI ex iis qui visum in passione constituunt, addunt visum agentem, quo ille ad actum excitetur; ad similitudinem intellectus agentis. Oportet enim, inquiunt, omne quod in potentia est, per aliquid aliud ad actum deduci. Si quis obijciat potentiam visus ab obiecto ad actum
B perduci: negant id quidem fieri posse, quòd obiectum sit materiale, visus autem spiritualis, ideoque speciem requiri tenuioris essentiæ non ab obiecto, sed à visu agente productam; quam dum visui patienti impertit, is hoc solo, quòd ab ea patiatur, videat.

At cùm externi sensus non minùs beluis, quàm hominibus insint, palàm est eos ex materiæ gremio, atque organorum potestate educi, ac proinde nequaquam spirituales, sed corporeos esse. Nil igitur obstat, quin ab obiectis patiantur, vt proinde nullo visu agente opus sit. Aliàs enim, & auditus agens, & sensus communis agens, & phantasia agens, & quæcumque demum facultas ex iis quæ apprehẽsiuæ vocantur, gemina existeret. Quare solus intellectus agens rectè à philosopho constituitur lib. 3. de anima; quòd
C constet ratiocinandi potentiam spiritualem esse, nullamque cum materia necessitudinem habere, ac proinde nec posse rerum corporearum alias species in eum consignari, nisi quas intellectus agens priùs efformauerit, propriæ naturæ accommodatas.

Deinde species ab obiectis produci, atque per omne medium diaphanum ad oculos vsque deportari, iam suprà demonstratum est propos. 43. Quis igitur neget visus potentiam his excitari? nisi in superfluis abundasse naturæ auctorem etiam audeat affirmare.

PROPOSITIO LXXIII. THEOREMA.

Visus suapte vi nihil exteriùs operatur.

D

INTER eos qui visum in actione ponunt, non defuere qui eum extra se agere aliquid sunt arbitrati, ex nonnullis effectis quæ circa oculum eueniunt; atque in primis ex verbis philosophi lib. de insomniis cap. 2. quæ sic se habent: *Et insuper ex eodem facilè constat, visum vt pati, ita etiam agere aliquid solere. Nam cùm mulieres tempore mensium speculum aliquod probè terſum inspectant, tunc superficies speculi quadam velut nebula sanguinis obducitur. Causa autem est, sicut iam diximus, quòd non solùm ab aëre visus quidpiam patiatur, sed etiam in aërem quidpiam agat.* Et paulò pòst: *Ab ipsis autem mensibus, qui ad oculos penetrarunt, aër mouetur & inficitur: aër infectus alium aërem, qui speculo proximus est, sibi*
E *hærentem, talem qualis ipse est, reddit; à quo postremùm speculo eluuiecula quædam illinitur.* Cùm verò indelebiles esse maculas illas eodem loco asserit, scito eum non de vitreis speculis agere, sed de metallicis (quæ olim sola in vsu fuerunt) hæc verò à corrosiuo vapore facilè corroduntur, & æruginem contrahunt ac maculas quæ minimè delentur, nisi cotibus exterantur, ac denuò tergentibus puluiſculis læuigentur.

Deinde qui oculos illorum contuentur, qui vel lippitudine vel ophthalmia infestantur, facilè idem malum contrahunt. Vnde est illud poëtæ:

Dum spectant oculi læsos, læduntur & ipsi;
Multaq; corporibus transitione nocent.

F Prætereà quorumdam oculis vis quædam inesse creditur, qua rebus conspectis varia nocumenta inferant: vt basiliſco, qui solo venenato aspectu homines interimit. Eiusdem quoque generis homines in Triballis & Illyriis esse ex Isigono tradit Plinius lib. 7. cap. 2. qui visu effascinent, interimantque, quos diutiùs intueantur, iratis præcipuè oculis. Et Hieron. Vidas lib. Bombycum 2. similem quemdam senem his versibus describit:

Quandoquidem memini Tuſci alta in rupe Viterbi,
Ipse senem vidisse ferum, cui dira vigebant
Ora, graueſq; oculi ſuffecti ſanguine circùm,
Fronſq; obſcœna ſitu, hirtiq; in vertice cani;
Ille truci (ſcelus) obtutu genus omne necabat,

Reptantum, tenues animas, paruasq; volantes: A
Quin etiam si quando hortos ingressus, vbi annus
Exuit expleto turpem nouus orbe senectam,
Floribus & passim per agros incanuit arbor;
Ille hortis stragem dedit, arboribusq; ruinam,
Spemq; anni agricolæ mœsti fleuere caducam.
Nam quocumque aciem horribilem intendisset; ibi omnes
Cernere erat subitò afflatos languescere flores.

Sic quibus naturæ vitio gemina pupilla in eodem oculo obtigit, iis fascinandi vis inesse existimatur, ex eadem causa noxia, quæ geminam pupillam præter naturæ ordinem B induxit, quod naturale esse quibusdam hominibus Plinius refert loco superiùs citato.

Verùm hos effectus nequaquam ex sola inspectione seu actu cernendi prouenire inde constat, quòd visio actus vitalis sit, ac proinde immanens, vtpote ab interno vitæ principio elicitus. Non igitur foras exeritur, ad alicuius externi effectus euocationem

Quæ verò allata sunt exempla, hanc causam habent: Vti ex inanimatis rebus odores continuò expirant, ita euaporationes quædam perennes in animantium corporibus fiunt, per occultos meatus, quibus externa cutis vndique pertusa est; longè autem vberiores eæ obueniunt in illis animantibus, quorum spiritus propter calorem & motum veluti pulsum quemdam, (vt Plutarchus loquitur) & concussionem habet. Id quod in iis manifestè apparet, quibus menses fluunt, aut quorum oculi phlegmone vel lippitu- C dine vexantur: his enim acris caliduſque humor inest, qui dum oculos inuadit, eos accendit; concitati autem eo calore spiritus confertim erumpunt, & proxima quæque inficiunt; maximè autem ea, in quæ oculorum acies defixæ fuerint, propter pupillarum, ex quibus illi vberiùs efflantur, conuersiones.

Hinc igitur illa speculo inusta labes, hinc morbi traductio, hinc à basiliſci aspectu interitus: neque enim ab ipsa visione, quà visio est, fieri istiusmodi alterationes possunt; sed à tetro vapore, quem vitiata temperies, aut deprauatus habitus, aut putrescentes in corpore humores suggerunt. Ille siquidem à calore oculorum concitatus, foras prosilit, vicinumque aërem virulentus inficit, & hic alium, vsque dum in rem aliquam offendat, cui solo adhæsu calamitatem affert. D

Addit tamen Richardus, tum maximè eiusmodi obtutum nocere, cùm is qui morbidos oculos inspexerit opinatur se lædi; plurimùm enim ad morborum contagium valet imaginatio. quod minimè improbatur, cùm id etiam in epidemicis morbis perfrequens sit.

Quæ autem de admirandis ac portentosis quibusdam effectibus tum à Plinio lib. 7. cap. 15. & lib. 28. cap. 7. tum ab aliis conscripta leguntur, vt & illud ex Vida superiùs allatum, vel fabulosa vel magica esse existimamus. De eo autem fascini genere, quo assolent aliqui varias affectiones, puta amoris alteriúsve cupiditatis in aliorum animos solo intuitu concitare, hoc vero similius dici videtur, ex imaginatione potiùs eiusmodi passiones, quàm ex illicio seu qualitate aliqua lasciuis oculis insita prouenire. Plura de E his qui desiderat, legat apud Martinum Delrium libro magicarum disquisitionum tertio, part. 1. q. 3. sect. 2.

PROPOSITIO LXXIV. THEOREMA.

Visio per simplex medium rectis fit lineis.

HÆc propositio non aliam demonstrationem habet, quàm eam ipsam, qua species rectis lineis ferri proposit. 50. docuimus. Cùm enim visionem re- F ctis lineis fieri dicimus, nequaquam volumus visionem extra oculum celebrari, aut per visionem aliquid extra organum foras erumpere, quod recta incedere via intelligatur; sed tantùm species ipsas recto tramite ad oculos peruenire. Ita enim sæpè loquendi modo minùs vero res obscuræ clariùs eluceſcunt: vt cùm dicimus species aut lumen moueri ac ferri, appositè quidem loquimur, quòd hæc rem dilucidè explicent, non tamen verè. Etenim species ac lumen de subiecto in subiectum non commigrant: sed in successiuis partibus medij, alia semper qualitas, numero atque intensionis gradu à priore distincta excitatur. Sic quosdam dicimus longiùs videre, aliorum visum breuiori spatio terminari, visionem non infinitè extendi,

A extendi, aliaque similia, quæ, vti iam dictum est, contrariam habent interpretationem. Nam de speciebus quidem ista verius, at de visu accommodatius secundùm captum proferuntur.

Rectis ergo lineis fit visio, ea inquam quæ per simplex traijcitur medium: si quidem quæ per diuersa media pertransit, infringitur, vt in Dioptricis docebimus. Quare in eum locum hæc consultò asseruamus.

PROPOSITIO LXXV. THEOREMA.

B *Oculorum acies in vnum dumtaxat punctum defigi potest, quod distinctè conspiciatur; cetera autem indistinctè.*

DVO hac propositione demonstranda sunt: primum illud est, oculorum aciem in vnum dumtaxat signum posse terminari: alterum, id solùm, in quod axes conueniunt, distinctè videri.

Primum quidem demonstrari potest ex indiuidua illa societate, quam posit. 19. musculis oculos mouentibus inesse docuimus. Illi enim sic à natura sunt comparati, vt oculos pariter moueant, pariterque defixos teneant: cumq; ita diuaricari nequeant, vt paralleli firmentur, consequens est, vt in vnum aliquod pun-
C ctum indefinitè semper concurrant, vbi mutuam actionem iuuent, ac terminum visioni constituant.

Alterum verò ita etiam demonstrabitur. Quemadmodum in ceteris rebus fortior est actio, quæ per lineam perpendicularem in subiectam materiam dirigitur; ita visum res illæ efficaciùs mouent, quæ per axem, hoc est per lineam superficiei visus orthogonalem, oculum subeunt. At punctum, in quod axes visuales conueniunt, eum situm ad oculos habet, vt eius species perpendicularibus lineis ad visum producatur. Igitur hoc punctum ceteris clariùs, distinctiùs, certiusq; dignoscitur. Cetera verò quæ circumstant, quò sunt ab illo remotiora, eò obscuriùs percipiuntur, quòd illorum species obliquioribus radiis in visum irrepant.

D Tametsi secundùm subtilissimam loquendi rationem, quam Mathematicam vocant, solum punctum distinctè videatur, quòd vnica tantùm indiuisibilis linea à re visa ad centrum glacialis humoris secundùm rectos angulos per visus superficiem duci queat, quæ axis nuncupatur; tamen quoniam species eorum, quæ axem proximè circumstant, angulis nil pænè à rectis discrepantibus ad oculos perueniunt, ea ita perfectè videntur, vt confusio in illis vix vlla appareat. Id quod portioni ferè tantillæ magnitudinis, quantula est pupillæ amplitudo, contingit. Ac deinceps quò longiùs ab axe res absunt, eò cernuntur obscuriùs imperfectiusque; sic vt ex inæqualitate distantiæ vniuersa imperfectionis latitudo in gradus distribuatur.

Quare, vt summatim rem propositam complectar, distincta visio ea dicetur, quâ id
E cernitur, quod oculo directè, seu ad normam opponitur: confusa verò, quâ id, cuius species obliquo radio in superficiem visus illabitur.

PROPOSITIO LXXVI. THEOREMA.

Robustior est visio ab vtroque oculo, dum simul in rem vnam conspirant, quàm ab altero tantùm.

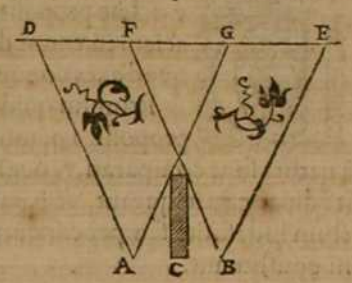
F HVIC propositioni obstare videtur Aristotelis & Galeni auctoritas. ille lib. Problem. sect. 31. q. 2. hic verò libro de oculis parte 2. cap. 4. vbi inter ceteras causas, quibus varij asserunt neruos opticos, priusquam ossium caua subeant, coniungi debuisse, hanc probat & amplectitur, vt scilicet vno oculo obducto totus spiritus in alterum influat, fiatque in vno efficacior intuitus, quàm in vtroque simul. Quod idem hoc experimento confirmat: *Si*, inquit, *aliquod corpus super nasum ponatur, vtroque oculo ad videndum directo, fit visio debilior & obscurior: sed vno clauso fit visus in altero fortior, quàm in vtroque fuerat. Et quod vtrique cernere nequiuerant, vnus solus clarissimè aspicit. Hoc ideò, quia spiritus qui in vtroque fuerat, ad vnum conuertitur: altero enim clauso, alterius pupilla clarior efficitur.*

Respon-

Reſponderi in primis poſſet exigui ponderis eſſe huius libri auctoritatem, quòd inter A
ſpurios numeretur. Plus verò tribuendum libris de vſu partium, in quorum decimo ita
concludit: *Quapropter minùs obſcurum eſt, quod ambobus oculis ſimul videtur, quàm ſi*
altero dumtaxat (vterlibet eorum is ſit) ſpectes. Ad Ariſtotelis teſtimonium dici poteſt
ipſum in pleriſque Problematis vulgi opinionem ſecutum fuiſſe.

Deinde, quoniam nonnulli experimento proximè ex Galeno allato inducti fuere, vt
crederent iunctis luminibus minùs perſpicuam viſionem fieri, quàm diſiunctis alteroq;
tantùm: operæ etiam pretium erit, eius experimenti modum explicare, erroremq; de-
tegere, ac demum hoc ipſo aliiſque tum experimentis, tum rationibus demonſtrare ab
vtroque oculo efficaciſſimam viſionem prouenire. B

Manum naſo ita imponunt, vt ipſius expanſæ digiti omnes erecti ſint, ſoluſque pol-
lex ſecundùm longitudinem naſo incumbat, totaque manus velut ſeptum oculorum
acies diſterminet. Aut ſi mauis, loco manus aſſerculum
finge C, inter vtrumque oculum A & B conſtitu-
tum: rem verò obiectam D E, cuius partes D F, G E ab
altero dumtaxat oculorum; media autem F G ab vtroq;
viſu cernatur, vt ducti ab oculis radij commonſtrant.
Quibus ſic expoſitis dico partem quidem mediam ab
vtroque lumine ſpectatam omnium maximè conſpi-
cuam eſſe; ſecundò dein loco extremas, ſi alter ocu-
lorum claudatur; tum demum eaſdem, ſi vterque ocu-
lus pateat, quamuis ab vno tantùm ſingulæ videantur.



C

Primum illud, nempe F G partem obiecti mediam, quæ ad vtrumque oculum per-
tingit diſtinctiſſimè videri, plurimorum, quos ad hanc fidem aſtruendam exactiſſimos
exploratores adhibuimus experientia teſtatum facit: alterum autem extremam quam-
cumque partem, verbi gratia D F, ab oculo A clariùs videri B tecto, quàm aperto ea-
dem experientia confirmat. At cuius conſequentiæ vi hinc inferunt illi obiectum cla-
rius altero oculorum, quàm vtroque dignoſci? An portionem D F vtroque oculo videri
arbitrantur, quia vterque patulus in viſionem adlaborat? Abſit. namque interſeptum C,
actionem prohibet, quam oculus B in partem D P intendit. Tolle autem obſtaculum C D
iam D F clariùs cernetur vtroque oculo, quàm ſolo A patente. Palàm igitur eſt non
ob eam cauſam partem D F clariùs videri ab oculo A clauſo B, quòd tum vberior ſpi-
ritus in A confluat: ſed quod interſeptum C impedimenti quidpiam perſpicuitati viſus
adferat, quò minùs accuratè vtroque oculo aperto pars D F videatur. Eam enim cuiuſq;
rei cauſam rectè definimus, qua poſita effectus ponitur, qua ſublata ille pariter tollitur.
At poſito inter vtrumque oculum obſtaculo C, fit, vt pars D F oculo B clauſo, ab A
ſolo clariùs cernatur, quàm ſi oculus B pateat: ſublato verò C id numquam contin-
git, ſed quantumuis B clauſo maior fiat ſpirituum prouentus in A; ſemper tamen D F
à ſolo A obſcuriùs, quàm ab vtroque oculo dignoſcitur. Igitur corpus C inter vtrumq;
oculum poſitum impedimento eſt, cur minùs perſpicua fiat viſio ab vno oculo ſi vterque E
pateat, quàm ſi alter occludatur.

Sed age nunc, quid tandem impedimenti C corpus afferre poteſt? Nam mirum id
quidem videtur, cùm numquam D F niſi à ſolo A conſpiciatur, ſiue B oculus pateat,
ſiue non. Impedimentum hoc accipe. Propoſ. 39. oſtendimus opaca corpora tenebra-
rum naturam affectare: hæ verò dum lumini permiſcentur ipſum minùs conſpicuum
reddunt, non ſecùs ac nigror admixtus candori obſcuriorem colorem gignit. Quare
corpus C velut tenebras parti D F offundit, quas oculus B dum patens eſt conſpicari
videtur, illi lumini permixtas, quo eamdem partem D F oculus A affectam manifeſtè
videt; ſicque obſcurior pars D F redditur, quàm ſi oculus B occludatur. tum enim F
oculus A partem D F liberè intuetur, minùs tamen euidenter, quàm ſi ſubducto ob-
ſtaculo vtriuſque oculi axes iungerentur.

Nunc vniuersè demonſtremus viſionem, quæ ab vtroque oculo eſt, fortiorem, cla-
rioremque ac vndequaque perfectiorem eſſe illa, quæ fit ab altero tantùm. Id in primis
hoc experimentum conuincit: ſi quis minutos characteres, aut etiam maiores eminus
nunc altero, nunc vtroque oculo diligentiùs intueatur, comperiet ex interuallo aliquo
legi quidem illos vtroque oculo ſat commodè poſſe, altero autem tantùm non modò
non legi: ſed ne vix quidem poſſe internoſci.

Quod autem fertur luſcos quos altero oculo caſus priuauit nunc perſpicaciùs videre,

quàm

A quàm priùs, dum incolumem vtrumque oculum haberent; equidem diiudicare nequeo, cùm diuina bonitate eam calamitatem non fim expertus: illi autem non ſemel rogati, planè fatentur ſe prioris ſtatus recentem memoriam non habere, nec poſſe aliquid de hac re certò affirmare, quòd iam nequeant de vtroque viſionis modo periculum facere.

Quod item obijciunt alij, eos qui collimant alterum oculum claudere, vt euidentiùs ſcopum aſpiciant, id nihil ad rem facit: non enim vt clariùs, ſed vt certiùs ſcopum videant, alterum claudunt oculum. Fieri ſiquidem nequit, vt vtriuſque oculi radius per diauliſcum in ſignum vnum directò feratur. Nam ſi vnius oculi radius per diauliſcum
B ducatur, neceſſe eſt alterius oculi radium; aut non in ſcopum incidere, aut non per diauliſcum tranſire: atque adeò ob diſtractam luminum ſocietatem, aut ſcopus aut diauliſcus geminus apparebit; quod ne accidat, alter oculus obſeratur, vt alterius axis certiùs in ſcopum dirigatur.

Ratione etiam confirmare licet exquiſitiorem viſionem ab vtroque oculo eſſe, quàm ab altero tantùm. Etenim vtrique oculo propria cernendi facultas ineſt, cuius robur & efficaciam ſequitur viſionis perfectio, ſic vt robuſtior viſus præſtantiorem viſionem eliciat, quemadmodum omnino excellentior virtus excellentiorem effectum producit. Oportet enim effectum propriæ cauſæ quadam proportione ac ſimilitudine reſpondere: at duæ cauſæ ſimul iunctæ vnam intenſiorem exæquant: igitur duorum oculo-
C rum virtutes dum in vnam ſimul viſionem conſpirant, alterius ſolius oculi virtute potentiores ſunt; quare ab vtroque oculo perſpicacior intuitus proueniet, quàm ab altero tantùm. Quod & plurima alia exempla corroborant: nam duæ manus grandiora præſtant molimina, quàm vna; & plus duæ lucernæ, quàm vna illuminant; & duo ignes impenſiùs aërem excalfaciunt, quàm eorum alter: ita ergo quod in prouerbio eſt, plus vident oculi, quàm oculus. Cuius ſententiæ veritas ad oculos mentis tranſlata, ab ea quæ in corporibus eſt, originem ſumpſit. Quapropter inter ceteras cauſas, cur geminum viſus organum eſſe oportuit, hanc non poſtremam cenſeo, vt nimirum excellentiorem viſionem duo oculi, quàm vnus, præſtarent.

Supereſt præcipuum aduerſariorum argumentum diluere. Aiunt illi ex Galeno, alte-
D ro oculo clauſo maiorem ſpirituum affluentiam in alterum deriuari; totum nempe ſpiritum qui ad occluſum oculum mittebatur, per communem neruorum opticorum congreſſionem ad alterum diuertere, ex quo poſteà viſio præſtantior conſequitur. Antecedens duplici argumento ex eodem Galeno probant. Primum eſt, quòd eam ob cauſam natura opticorum neruorum poros in vnum coniunxerit, vt ſpiritus ab vno in alterum oculum traduci poſſent. Alterum eſt, quòd pupillæ dilatatio fiat à ſpirituum copia acinalem tunicam intus diſtendente: at vno oculo clauſo, alterius pupilla manifeſtè dilatatur: igitur iam vberior ſpiritus in hunc oculum confluxit, quàm antè. Ex quo neceſſariò efficitur, vt viſio excellentior ſequi debeat. Verùm poros neruorum opticorum in vnum minimè coaleſcere, propoſit. 12. ex diſſectionibus ſententiiſque peritiſſimo-
E rum virorum oſtendimus. Pupillæ item dilatationem à compreſſione ſpirituum haudquaquam excitari, propoſit. 17. apertè eſt demonſtratum. Quare neganda eſt vtriuſque argumenti aſſumptio. Et certè minorem potiùs ſpirituum copiam in oculum apertum deſtinari altero clauſo, argumento eſt, quòd ſi quis diutiùs perſeueret vno oculo contuendo, ſentiet viſum ſenſim obſcurari, ac velut in tenebras abire. Eſto verò, concedatur duplicari in altero oculo ſpirituum prouentum; necdum tamen ſequitur excellentiorem viſionem ab altero oculo tantùm, quàm à duobus prouenire. Numquam enim viſionis præſtantia menſuram ſpirituum ſuperabit; at vno oculo clauſo non fit in altero maior ſpirituum prouentus, quàm ſit in vtroque dum ambo vident. Igitur ſummum
F erit, ſi viſio vnius oculi, vtriuſque ſimul oculi viſionem exæquet.

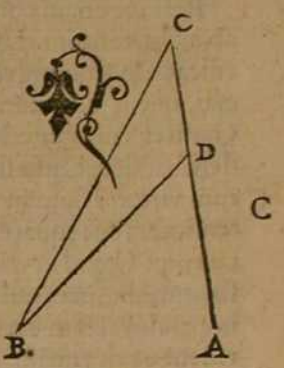
His ſtabilitam eſſe arbitror propoſitam veritatem, atque etiam aduerſariorum argumentis factum abundè ſatis. Id tantùm ſcire forſitan quiſpiam volet, ex quo principio communis illa ſententia originem duxerit: non enim leuis fuiſſe videtur cauſa, quæ præcipuorum philoſophorum Ariſtotelis & Galeni ingenia occupauit. Sanè non aliam inuenio, quàm eam quæ ex diauliſcis ſumitur. Viderunt inquam philoſophi eos, qui in ſcopum collimarent, alterum oculum obuelare; cùm verò ipſi nec in ſcopum iacularentur, nec illius aſpectus experientiam haberent, arbitrati ſunt idcircò id fieri, quòd alterius oculi obductione alterius exquiſitiſſima viſio redderetur.

A

PROPOSITIO LXXVII. THEOREMA.

Visile, quod vno tantùm spectatur oculo, cùm in id occlusi etiam alterius oculi acies tacitè dirigitur, acutiùs videtur, quàm cùm in diuersa contendunt.

PARADOXVM fortassis id cuipiam videbitur, quòd vix appareat, quî fieri possit, vt res vna, vno oculo ac radio eodem, nunc clariùs, nunc B obscuriùs cernatur. Sanè forma rei per eumdem radium delata eamdem semper notionem ingerit, præsertim si per axem oculum subeat: tum enim perfectissimam visionem efficit, vt propositione 75. ostendimus. Vt si, gratia exempli, alter oculus sit A, alter B, hic occlusus, apertus verò ille, cui C visile directè opponatur, ita vt eius notionem per opticum axem accipiat: ex iis quæ propos. 75. diximus, constat C punctum ab oculo A perfectissimè videri, quod per axem eius imaginem hauriat. Igitur siue oculi occlusi B axis tacitè in C quoque, siue aliò intendatur, vt in D, æquè semper clarè atque perspicuè C ab oculo A videbitur.



Hæc profectò ratio non leue momentum esset habitura, nisi eam manifesta experientia confutaret. At verò cùm alterum oculum nempe A, in signum quoddam, vtputa C, defixum tenemus; alterum verò scilicet B nunc in C nunc in D sub clausis palpebris conuertimus, perspicuè deprehendimus signum C ab oculo A tum accuratiùs euidentiusque dignosci, cùm in idem signum C oculi etiam B licet obtecti acies occultè contendit, quàm cùm deflectit in D, ac tantò etiam obscuriùs videri punctum C, quantò longiùs ab eo oculi B acies abscedit.

Huius porrò rei non aliam esse arbitror causam, quàm quòd eò semper feratur animus, quò & acies oculorum diriguntur. Externus siquidem visus, nisi animus præsens D adsit, nullam perfectam visionem elicit. Itaque insita naturæ vi, ac velut sympathia quadam occultiore, interna facultas externam perpetuò comitatur, non quidem ad id omne percipiendum, quod quouis oculi radio indiscriminatim attingitur: sed ad id tantùm, in quod amborum luminum iugati axes conuertuntur. Hic enim, vt paulò antè dicebamus, perfecta fit visio. Cùm igitur extra hunc concursum radiorum, iugatosq; axes, res omnes minùs perspicuè cernantur, consequens est, vt ab vtrouis etiam oculo sigillatim id perfectiùs cernatur, in quod alterius simul oculi fortissimus mucro intenditur, licet oculus ipse obductus sit, atque ab aspectu propositi obiecti prohibitus.

PROPOSITIO LXXVIII. THEOREMA.

E

Vnus oculus plura simul obiecta videt.

PERFACILIS est huius propositionis demonstratio, ex iis quæ hactenus non semel dicta sunt. Atque inprimis ex propos. 48. qua ostensum est rerum aspectabilium formas ab omni obiecti parte ad omnem partem medij diaphani prosilire. Inde enim necessariò fit, vt plurimarum rerum imagines in idem centrum glacialis humoris vnà conueniant, quas proinde simul omnes videri est necesse. Siquidem, vt vulgatum habet axioma, id omne sub aspectum cadit, à quo ad centrum visus recta linea duci potest. Igitur vnus oculus plura F simul obiecta videt.

Porrò quo pacto fiat, vt innumerabilis illa specierum multitudo nullam perturbationem in visum inducat, ex ea demonstratione liquidò patet, qua propos. 51. probauimus aspectabiles formas ordinatè ad eam oculi partem peruenire, cui primò ac præcipuè dignoscendi facultas inest.

Quamuis ex his constet, res plurimas ordinatè, non autem confusè ac tumultuariè simul ab vno oculo videri; non tamen æquè omnes perspicuè atque explanatè dignoscuntur, cùm propositum 75. ostensum sit, vnum solum punctum distinctè videri, in quod amborum luminum acies concurrunt.

A

PROPOSITIO LXXIX. THEOREMA.

Duobus oculis idem obiectum distincte videtur.

EX eodem principio elicitur huius propositionis demonstratio, vnde & præcedentis. Nam cùm propos. 48. sit demonstratum, à quauis obiecti parte, in omnem partem medij species diffundi: quocumque loco oculus constiterit, semper ad ipsum imago obiecti pertinget, dummodò non
B extra oppositionem fuerit, quam propos. 55. ad visionem prorsus necessariam esse ostendimus. Igitur duobus, imò quotcumque oculis idem obiectum videri potest.

Quod verò etiam distinctè à pluribus oculis res eadem spectari queat, ex eadem propos. 75. facilè colligi potest. si enim omnium oculorum axes in eam destinentur, ab omnibus distinctè perspicietur.

Magna hoc loco quæstio à quibusdam moueri solet, quî fiat, vt duobus oculis res vna non appareat gemina: id enim necessarium esse videtur. Siquidem duæ sunt species, & duæ internæ notiones, cur non ergo & duæ externæ phantasiæ? Si quis dixerit ideò rem non geminam, sed vnam apparere, quòd verè vna sit, non autem gemina; non faciet
C dubitanti satis. Etenim compresso iuxta angulos oculo res gemina conspicitur, etsi vna sit, non verò duplex. Non igitur obiecti vnitas simplicis phantasiæ vera causa esse potest.

Alhazenus lib. 1. num. 25. & 27. item lib. 3. num. 9. Vitello lib. 3. propos. 20. & 28. huius difficultatis vitandæ causâ, statuerunt visionem in neruo optico communi absolui, vbi aiunt species quæ vtrumque oculum subierunt, ita vniri, vt exactè sibi mutuo incumbant. tum verò rem vnam geminam apparere, cùm species ab ea vnitate distrahuntur. Quæ ratio nequaquam subsistit, cum fateri oporteat quod res est, neruos opticos in congressu tantùm sese contingere, non autem verè in vnum neruum coire, quod nos propos. 12. & ratione & experientia ostendimus. Deinde propos. 24. visionem in communi neruorum concursu fieri non posse demonstrauimus: non igitur
D propter specierum vnitatem res vna pluribus oculis singularis apparet. Alij causam in facultatem cernendi referunt, quæ vna est. Quod etiam facile refellitur. Si enim ita est, cùm facultas semper sit vna, numquam contingere poterit, vt res vna duplex appareat, quod tamen interdum fieri adeò notum est, vt nemo inficiari possit.

Nobis ea causa magis arridet, quòd plures formæ vnius rei, tametsi in multis oculis numero sint distinctæ, támen vim habeant eamdem rem repræsentãdi, propter exactam similitudinem, quam à rebus, vnde profectæ sunt, acceperunt. Quare internus sensus seu facultas superior, quæ externum visum complet, duabus, vel etiam pluribus speciebus excitata (vt in polyophthalmicis) vnius tantùm rei notionem effingit: ad eum ferè modum quo pluribus inspectis imaginibus, vnum tantùm Cæsarem mente concipimus:
E & duabus auribus eamdem soni notionem haurimus, quamuis externi soni, qui sese ad aures appellunt, numero sint diuersi, neruique auditorij nullibi congrediantur.

Quod verò res vna presso oculo gemina appareat, hoc inter deceptiones erroresque visus censeri debet. Non enim tum duæ notiones à sensu formantur: sed vna eiusdem rei, quæ gemina putatur, quòd luminum societate distracta duobus illa locis existere videatur. sicut dum res vna & intra & extra speculum simul conspicitur; eadem quidem res est quæ cernitur, sed propter repercussionem diuersis in locis apparet, quæ proinde gemina falsò existimatur.

F

PROPOSITIO LXXX. THEOREMA.

Fieri nequit, vt plura simul æquè perspicuè videantur.

HÆC propositio, velut consectarium ex septuagesimaquinta deducitur. Nec alia indiget demonstratione. Quare ne idem sæpius sine causâ repetamus, præstat institutum prosequi.

Obiter tamen hoc loco notari volumus, plurima breuissimo tempore distincte accurateque videri posse, oculorum ocyssima circumuolutione. Admiranda enim vis est, quam eis natura indidit, vt momento ferè temporis amplissi-

marum rerum partes omnes perlustrent, sola motus pernicitate, qua coniunctos axes in quamcumque rem celerrimè transferunt: sicque cùm solum punctum simul perspicuè oculus videre possit, angustiam hanc defectumque, musculorum agilitate natura compensauit. A

DEFINITIONES.

VISIO *fit vel simplici aspectu, vel intuitu seu obtutu. Aspectum simplicem dicimus illum actum, quo imperfectè res percipiuntur, vt primò in oculum incurrunt, quem proinde primò primum alij appellant. Hic in illis etiam esse potest, qui, quod vident, non aduertunt. Intuitus verò seu obtutus est actus ille, quo visus exactam rei comprehensionem profunda indagatione, diligentique inspectione perquirit. Obtutu res minutissimæ internoscuntur, ac illæ etiam, quas simplex aspectus assequi non potest. hic enim rem simplicissimè tantùm cernit; ille verò partes omnes lustrat, componit, ac distinguit.* B

Obtutus alius simplex, alius ex prænotione, seu, vt quibusdam placet, ex anticipata notione. C

Simplex obtutus aut sola fit visione, aut, quod frequentius est, etiam ratione & syllogismo. Obtutus, qui sola visione fit, in iis tantùm rebus versatur, quæ sub proprio obiecto visus continentur, vt sunt lux & color. Qui verò syllogismo, ea etiam examinat, quæ sola ratiocinatiua potentia dignoscit; cuiusmodi sunt similitudo dissimilitudo, æqualitas inæqualitas, magnitudo paruitas, propinquum dissitum, & quæcumque eius generis dicuntur ad aliquid, quæ sub externum sensum per se non cadunt. Nam videntur quidem oculis ipsa alba, ipsaque rubra; at eorum similitudo & dissimilitudo sola comparatione vel distinctione cognoscitur, quæ functiones ex ratione sunt per discursum seu syllogismum. D

Ex prænotione obtutus est, quo ea cognoscimus, quorum antè notionem accepimus, vt cùm hominem videmus nobis antè notum. Et sanè multa sunt, quorum exactam notitiam habere non possumus sine anticipata notione. Vnde Aristoteles inquit: Si quis fugitiuum seruum insequitur, quem antè non nouit, occurrentem sibi non agnoscet, nec, si inuenerit, reperisse se sciet: sic quoque obuium nobis factum non modò esse hominem, verùm etiam hoc esse individuum visu cognoscimus; at Socratem esse aut Platonem, non nisi ex anticipata notione. Est verò intuitus ex prænotione ille ipse, quem Nemesius philosophus lib. de natura hominis ex memoria appellat. E

Si res antè præcepta insigniter sit immutata, vt si virgultum in arborem excreuerit, aut iuuenis impubes in virum πολυπώγωνα sit mutatus, haud erit facilè eam perfectè dignoscere, quòd præsens status non fuerit priùs cognitus: ea ergo quæ antecessit qualiscumque cognitio non sat præsidij adferre potest, ad hanc rem quæ in præsenti occurrit exactè cognoscendam. F

Rursus, si in antecedente cognitione notabilis aliqua circumstantia cognoscentem subterfugerit, vt in homine conspicua cicatrix, cùm is occurret, ob eam, quæ se modò offert, intentionem numquam antè perspectam, fortè non cognoscetur, quòd huic visioni non satis præcognitio opituletur.

Demum si notio priùs accepta temporis decursu è memoria exciderit, sequens visio non erit ex antecedente notione. Hanc enim reminiscentia excitat, quæ esse non potest, vbi ea quæ priùs accepta fuerat rei forma, penitus est obliterata.

Ita

A *Ita igitur se habet visio quæ ex anticipata fit notione. Ea porrò duplex est, vna assuetorum, altera insuetorum. Assueta obiecta vocantur, quæ oculus sæpè antèa vidit, & quorum formæ in memoria repositæ quiescunt. Insueta sunt, quæ tametsi aliquando fuerint cognita, perfectæ tamen eorum formæ non asseruantur. Extranea verò sunt, quæ vel oculus numquam antè percepit, vel certè quorum imagines ex animo penitus exciderunt.*

B

PROPOSITIO LXXXI. THEOREMA.

Simplex aspectus fit per quemlibet pyramidis opticæ radium; obtutus verò per solum axem.

HOC visionis discrimen, ex iis quæ proximè antè sunt definita, ceu consectarium colligitur: quod perspicuum fiet, si vtriusque visionis, hoc est, simplicis aspectus atque obtutus definitiones paulò explanatiùs repetamus. Quemadmodum in actibus voluntatis subitæ illæ lationes, quibus in rem aliquam appetitus fertur (actus primò primos scholæ nominant)
C imperfectæ sunt & inuoluntariæ; posteaquàm verò in deliberationem venerunt, perficiuntur, & absolutam voluntarij rationem nanciscuntur: ita simulatque rei cuiuspiam forma oculis sese ingerit, prima illa affectio, qua illius appulsu facultas animæ concitatur, simplex dicitur aspectus; cùm autem diutiùs propositæ rei oculi inhærent, partes eius omnes perlustrando atque accuratiùs contuendo, aspectus ille simplex in obtutum perfectamque inspectionem transit.

Quoniam igitur simplex aspectus imperfectissimum visionis gradum significat; obtutus verò in absolutissima videndi actione est positus; perspicuè sequitur visionem, quocumque tandem radio fiat, posse simplicis aspectus rationem habere: at solam illam, quę omni ex parte excellentissima est, obtutus nomenclaturam sibi vindicare: visio autem
D numeris omnibus absoluta esse non potest, nisi per axem formæ rerum admittantur, quandoquidem id solùm distinctè atque perspicuè videri, propos. 75. est demonstratum, in quod per axem oculi vis deriuatur; cetera autem quæ obliquis spectãtur radiis, obscurè atque confusè. Itaque aspectus simplex per quemcumque fit radium pyramidis opticæ, obtutus verò per solum axem, quod erat ostendendum.

PROPOSITIO LXXXII. THEOREMA.

Simplex aspectus momento fit temporis.

E PRIMO quidem demonstrari potest hæc propositio ex natura specierum. Nam propos. 42. ostensum est, species rerum per lumen ad oculos transmitti: sed lumen momento temporis omnem suæ actiuitatis sphæram peruadit: ergo & species in instanti ad visum deferuntur, quod & suprà propos. 49. est demonstratum: at verò simul atque species organo obsignatæ sunt, cernendi facultas operatur ac sentit: igitur simplex aspectus temporis momento perficitur.

Deinde, si in tempore aspectus fieret, ad ea quæ remotiora sunt percipienda plus temporis exigeretur, quàm ad ea quæ propiùs sunt constituta: nam pro ratione spatij seu
F distantiæ, ocyùs tardiúsve formæ rerum ad oculum perducerentur. Exempli causa, posito visu in A, si tempore opus esset quamuis exiguo ad obiecti in B constituti dignotionẽ, vtique ad obiecti C, quod duplo interuallo distat, perceptionem, duplum omnino tempus postularetur; ad D verò triplum; ad E autem quadruplum, atque ita deinceps. Quare qui ad stellas oculos conuerteret, longissimo tempore exspectaret, priusquam eas videret: quod manifestæ experientiæ aduersatur. nam æquè citò stellas remotissimas, atque res oculo propemodum adhærentes visus assequitur. Igitur simplex visio non in tempore fit, sed in instanti.

A B C D E

A

PROPOSITIO LXXXIII. THEOREMA.

Visio per obtutum in tempore fit.

INTVITVM tempus postulare, ipsa eius natura definitioque commonstrat. Nam cùm in perfectissima ratione cernendi consistat, necesse est vt per intuitum singulas obiecti partes oculi percurrant, inspiciendo non simplici illa visione, quę quocumque fit radio; sed distincta perspicuaque, quæ fit per cõiunctos axes. Hos autem ad omnes obiecti partes sigillatim B conuertere temporis momento oculi non possunt, propterea quòd motus nequeat fieri in instanti: igitur tempore ad id opus est: quo verò plures partes erunt, eæq; minutiores, quarum omnium accurata inspectione obtutus perfici debet, eò plus temporis exigetur. Vt si quis progredientem centipedam contempletur, primò quidem figuram animalis, deinde pedum agitationem motumque, tum pedum numerum, post hæc magnitudinem, denique figuram intercapedinemque explorabit: verùm tantò longiore tempore singula attentiùs inspectando distinebitur, quantò fuerint cognitu difficiliora.

Hæc profectò fuisse videtur mens illorum, qui visionem motu fieri sunt opinati: nam verissima quidem ea sententia est, si de perfecta visione agatur, quæ diligenti intuitu peragitur. Fieri enim omnino nequit, vt omnes partes rei accurate dignoscantur, nisi per C coniugatorum axium motionem, qua aliæ semper atque aliæ partes obiecti distinctè videntur. Si autem de simplici aspectu intelligatur, vera non est. Hoc enim visionis modo totum simul obiectum temporis momento percipitur. Est porrò adeò breue tempus illud, quo res perfectè exacteque cernuntur, vt non rarò simul spectari putentur, visibus celerrimè delatis. Ob nimiam autem festinationem contingit subinde exile quidpiam, quod diligenter perquiritur, aspectum fugere, ceteris omnibus quæ circumstant accuratè inspectis. quod opificibus aliquando accidit, qui vnum è multis instrumentis subinde inuenire non possunt, licet id quod quærunt, maximè in conspectu versetur.

D

PROPOSITIO LXXXIV. THEOREMA.

Visio ex prænotione fit per collationem rei præsentis cum forma rei præcognitæ.

VISIO enim est ex præcedente scientia, iterata eiusdem rei cognitio, vel certè intuitus rei cuiuspiam, similis illi quam antè animus percepit, & cuius formam etiamnum retinet. Quocircà re quapiam visui obiecta, diiudicare animus nequit hanc eamdem esse, quam antè vidit, nisi collatione eius facta cum forma rei priùs visæ, inuenerit illam per omnia similem esse, ac ne minimo quidem puncto discrepare. Verbi causa, obuiàm facto Diagora, E quem quispiam antè ex visu cognouit, non definit externus visus hunc hominem Diagoram esse, sed animus; nec hic priùs quàm fuerit memor formæ antè acceptæ, eamque cum hoc homine contulerit, ac planè similem esse animaduerterit. Ex hac verò collatione, velut syllogismo ac ratiocinatione, mens concludit hunc hominem, quem oculi contuentur, Diagoram esse.

Fit igitur visio, quam ex prænotione nuncupamus, per rationem quæ rem in præsenti visam confert cum forma rei præcognitæ intus asseruatæ. Quod egregiè explicat Nemesius philosophus lib. de natura hominis: *In quibus*, inquit, *visibile maius est, quàm vt vna possit repercussione* (hoc est simplici aspectu) *comprehendi, in his ad rem vi- F sam memoria & intelligentia opus est. Per partes enim ipsam cernentes, quod priùs visum est, id custodit memoria: vtrumque autem cogit & componit intelligentia, & quod visu perceptum est, & quod memoria custoditum.* Ex quo satis constare arbitror quantum adferat momenti ad exactam rerum dignotionem antecedens cognitio, seu priùs cognitorum recordatio. Vnde & D. Augustin. lib. 12. super Genesin ad litteram cap. 16. *In auditu*, inquit, *nisi auribus perceptæ vocis imaginem continuò spiritus in seipso formaret, ac memoria retineret, ignoraretur secunda syllaba, vtrùm secunda esset, cùm iam prima vtique nulla esset, quæ percussa aure transiret: ac sic omnis locutionis vsus, omnis cantandi suauitas, omnis postremò in actibus corporalis motus dilapsus concideret, neque vllum pro-*

gressum

A *gressum nanciscereturſi transactos corporis motus memoriter ſpiritus non retineret, quibus conſequentes in agendo connecteret.*

PROPOSITIO LXXXV. THEOREMA.

Viſio ex anticipata notione in tempore fit; minore tamen quàm intuitus.

B PROXIME antecedente propoſitione oſtenſum eſt, viſionem ex anticipata notione fieri per collationem: at collatio tempore perficitur: ergo & ipſa, quæ ex præcognitione eſt, viſio.

Dico autem hoc tempus minus eſſe illo, quo fit intuitus. Nam intuitus omnes rei obiectæ proprietates & viſibiles intentiones ſucceſſiuè ac ſigillatim perluſtrat, quas (ſi quidem promptè occurrant) viſioni ex prænotione memoria breuiſſimo tempore ſuggerit, & quaſi ſimul omnes repræſentat. Deinde ſæpè dum vna aliqua intentio obiecti propria viſui offertur, ſtatim animus rem totam, adiutus præcedente ſcientia, perfectè comprehendit. Sic qui homines videre ſolitus eſt, viſa in obiecto humana facie, mox hominem eſſe pronuntiat, hoc eſt eiuſmodi rem cui talis forma propriè conuenit, idque priuſquam ceteras partes videat. Sic exercitatus le-
C ctor ex paucis litteris totam colligit dictionem, & ex paucis dictionibus orationem. Ergo viſio ex anticipata notione breuiori fit tempore, quàm obtutus: ac omnium breuiſſimo illa, quæ in rebus familiaribus contingit, quibus nimirum animus ab initio aſſueuit, vel in quibus diu multumque eſt exercitatus. Hæc enim minimo tempore, & velut vnico oculi iactu mens vniuerſe complectitur.

PROPOSITIO LXXXVI. THEOREMA.

Viſus rerum formas primo aſpectu exactè non comprehendit.

D QVM enim res omnes aſpectabiles magnitudine aliqua præditæ ſint, atque ex ſingularum partium inſpectione perfecta illarum cognitio dependeat; fieri nullo modo poteſt, vt primo aſpectu perfectè comprehendantur. Nam ſolùm punctum quod per axem videtur, in inſtanti manifeſtè appareret; ceteræ autem circum axem partes obſcurè. Vt ergo eæ omnes perſpicuè videantur, & ſingularum circumſtantiæ innoteſcant, totaque res perfectè comprehendatur, non ſufficit aſpectus ſimplex: ſed diligenti obtutu opus eſt, qui ſingulas per ſe accurata conſideratione peruideat.

PROPOSITIO LXXXVII. THEOREMA.

E

Abſoluta rei comprehenſio fit vel diligenti intuitu, vel ſyllogiſmo, vel anticipata notione.

QVONIAM propoſitione præcedente oſtenſum eſt, ſimplici aſpectu perfectam rei comprehenſionem obtineri non poſſe, quòd ea omnium proprietatum exactam dignotionem requirat: palàm eſt vel diligenti obtutu opus eſſe, quo, vt ſuprà diximus, viſus ſagaci indagatione omnes obiecti partes perluſtret, vel ſyllogiſmo, quo ſingulas inter ſe comparet, & diſtin-
F guat; vel certè antecedente notione. Si enim anteà illius rei veram comprehenſionem animus aliquando accepit, cùm eadem denuò aſpectui repræſentabitur, leuiori obtutu exactam eius cognitionem ex prænotione depromet. nam facilè omnes partium notiones memoria ſubminiſtrabit. Igitur illarum rerum, quas numquam anteà vidimus, aut quarum ſpecies è memoria exciderunt, perfecta cognitio, ſolo diligenti obtutu, vel etiam ſyllogiſmo obtineri poteſt: ad exactam verò cognitionem illarum, quas antè præcepimus, leuis obtutus opitulante præſcientia ſufficiet.

PROPOSITIO LXXXVIII. THEOREMA.

Præter externum visum necessaria est facultas quædam alia, quæ circa omnia sensibilia in communi versetur.

ARISTOTELES lib. 2. de anima cap. 2. præter visum externum necessariam esse aliam aliquam internam facultatem, quæ circa omnia sensibilia occupetur, in hunc ferè modum demonstrat. Duas actiones circa res sensibiles experimur, præter eas quæ cuique sensui propriæ sunt. nam verbi gratia, in visu, præter eam functionem qua album intuemur, alia quædam operatio in nobis est, qua nos videre sentimus, hoc est, qua visionem ipsam percipimus; alia item, qua album à dulci distinguimus. Quæ duæ actiones, cùm à simplici illa colorum perceptione longè diuersæ sint, necesse, inquit, est, vt ad aliam aliquam internam facultatem attineant. Assumptionem inprimis, quoad priorem partem probat: si visus ipsam visionem sentit, eam videt, cùm sentire visu nil sit aliud quàm videre: at visio, cùm nec luce nec colore imbuta sit, videri nullo modo potest, vt ipse etiam Plato in Charmide argumentatur: ergo visus proprium suum actum, hoc est visionem non percipit. Est igitur alia operatio qua coloratum, alia verò qua visio dignoscitur. Deinde alteram quoque partem assumptionis sic probat: cùm album & dulce ad propria obiecta distinctorum sensuum spectent, fieri nequit, vt aut visus, aut gustus vtrumq; simul percipiat; quare nec ea discernere aut distinguere hi sensus possunt, cùm oporteat vnum eumdemque arbitrum vtriusque partis causam cognoscere, ne de re ignota sententiam ferat; plures enim sensus perinde se habent ac multi homines, qui de rebus inter se discrepantibus, rectè iudicare nequeunt, quarum vnam singuli norunt: ita nullus externus sensus alterius obiectum à proprio distinguere valet, cum vnusquisque illorum circa vnam rem occupetur. Quod Themistius in libro 2. de anima cap. 7. suæ paraphrasis pulchrè his verbis edisserit: *Quemadmodum licet multi magistratibus libelliones atque exceptores pragmatici assideant, vnus tamen est qui ius habet sententiæ ferendæ: ita & in corpore animalis, tametsi multa instrumenta machinamentaq; sint, in quæ rerum simulacra recipiantur; vna tamen vis arbitra esse debet, quæ de omnibus sciscat, iudicet, pronuntiet.* Igitur alterius erit facultatis, actionem sensus percipere, & diuersorum sensuum propria obiecta distinguere. Huic etiam somnus & vigilia propriè accidunt. Quare hac sopita ceteri quoque sensus seriantur. Non enim omnis externorum sensuum impotentia est propriè somnus, etsi in somno omnes reddantur impotentes: nec somnus erit si quis animo linquitur (quod genus λιποψυχίαν, id est, animæ defectionem vocant:) quamquam enim & hoc nexus quidam & impotentia sensuum videtur, non tamen dici somnus potest. Præterea iugularibus venis validè exteriùs apprehensis collabuntur homines sensibus destituti, nec tamen dormire dicuntur; sed tum solummodò, cùm principem hunc sensum frigidus vapor naturaliter occupauit.

Quæ his obijci possunt, nunc accipe. Primum: visio, cùm sit ad aliquid, nempe ad obiectum, cognosci ea nullo modo potest, quin eodem actu obiectum eius, nempe color, dignoscatur: at coloris perceptio est visio; ergo functio, quæcumque demum illa est, qua visio sentitur, erit visio. Aut certè si quæpiam alia facultas, præter externum visum, etiam colorem perciperet, iam duæ potentiæ circa idem obiectum versarentur, quod fieri nequit. Non est igitur alius sensus inuehendus, cui proprium sit externorum sensuum actiones cognoscere, cùm visio per visionem, & per auditionem auditio, itaque per singulas singulæ externorum sensuum functiones percipiantur.

Secundum: nisi aspectus, atque eodem modo ceteri externi sensus, suas singuli functiones persentiant, infinita quædam potentiarum series admittenda erit. Vt enim alius ad externorum sensuum actiones, ita ad huius functionem percipiendam alius, sicque interminata progressione alius atque alius sensus dabitur, qui alterius semper actionem dignoscat, quod sanè veræque philosophiæ aduersatur. Igitur occurrendum principiis, nec concedendum externorum sensuum actiones alio sensu percipi, quàm visionem aspectu, auditu auditionem, & sic de ceteris.

Tertium: nulla extat species, quæ functiones externorum sensuum propriè repræsentet: non igitur alio sensu eæ actiones dignoscuntur, cùm non minus necessarium sit hunc, quam alios sensus specie obiecti vicaria ad actum excitari.

Quartum:

A Quartum: intellectus proprios ſuos actus percipit; igitur & ſenſus externi, quorum par ratio eſt.

Quintum: externi ſenſus ex conuenientium obiectorum perceptione delectantur, ex aliorum verò offenduntur. Ergo ſinguli ſuas perceptiones ſeu actiones ſentiunt, à quibus, niſi eas ſentirent, nullo modo afficerentur.

Primum argumentum non tam ſolidè quàm lepidè Claudianus Mamertus l. de ſtatu animæ ita illudit: *Si guſtare poſſet guſtus, nemo poſſet eſſe ieiunus, nec extrinſecus adhibenda forent in quæ ſemet ſenſus exerceret, ſi ſe ipſe ſentiret.* Verùm vt etiam propoſitæ difficultati fiat ſatis, negandum eſt omnem actionem, qua color dignoſcitur, viſionem eſſe.
B Namque illa dumtaxat viſio eſt, quæ colorem intuetur vt viſibilis eſt; quæ verò eum percipit vt ſenſibilem, ſenſio eſt, propria nempe functio eius facultatis, quam præter externos ſenſus circa ſenſibilia verſari proximè eſt demonſtratum. Quæ demum eumdem colorem cognoſcit vt intelligibilem, intelligentia dicitur, ſupremę facultatis actio. Neque abſurdum videri debet, plures potentias circa idem obiectum diuerſa ratione verſari: nam hominem phyſica, medicina, ethica, & plures aliæ ſcientiæ conſiderant; phyſica, vt naturalibus principiis & cauſis conſtat; medicina, vt morbis obnoxius eſt; ethica, vt morum eſt capax. Ita colorem, vt viſibilem, viſio; vt ſenſilem, internus ſenſus; vt intelligibilem, intellectus dignoſcit. Imò ſecundùm eamdem rationem, puta viſibilitatis, ab his potentiis color percipitur: ſed licet ea conſideratione ſit totale obiectum
C viſus, eſt tamen ſolum partiale potentiæ ſenſitiuæ aut intellectiuæ. Nam ſub intelligibili ſenſibile, & ſub hoc viſibile, vt pars ſubiecta continetur.

Ad ſecundum dicendum, progreſſionem illam non fore infinitam, quia tandem in intellectu conſiſtet, qui ſuam operationem inflexione dignoſcit.

Ad tertium reſpondetur, quòd ſicut viſibilis ſpecies in organum recepta, non per aliam ſpeciem, ſed per ſeipſam ſentitur, quòd præſens ſit viſui, vimque habeat eum excitandi non ſolum ad obiecti, ſed etiam ad ſui ipſius perceptionem; ita rei viſæ notio, hoc eſt viſio, cùm ſenſui interno ſit præſens, eum & ad ſui & ad obiecti ſenſationem ſuapte vi prolectat.

Ad quartum: Quoniam proprium obiectum intellectus omne ens complectitur, ne-
D ceſſe eſt & intellectum ipſum, eiuſque actionem, & ſpeciem, & quidquid demum in rebus exiſtit, ſub ipſius obiecto contineri. vnde fit vt reciproca actione ſe ſupra ſe, ſupraq; proprium actum reflectat, quod alteri nulli potentiæ conceditur. Aliarum enim actiones ſub proprio ipſarum obiecto non comprehenduntur: quare nec viſio viſione, nec auditione auditio, ſed omnium externorum ſenſuum functiones ſuperiore alia virtute cognoſcuntur.

Ad quintum: Oblectationes illæ non ſunt in externis ſenſibus, ſed in appetitu, qui per phantaſiam cognatione quadam & ſympathia concitatur. Cùm verò dicimus externos ſenſus conuenientium obiectorum perceptione oblectari, id per conſenſum eſt intelligendum; quemadmodum ventriculi dolorem cardialgiam medici nominant,
E quòd ea ventriculi paſſione propter conſenſum cor dolere videatur. Sic verò, quæ in appetitu eſt delectatio, externis ſenſibus vſitato loquendi modo adſcribitur. ex quo tamen non rectè inferas externos ſenſus ſuas percipere ſenſiones.

PROPOSITIO LXXXIX. THEOREMA.

Rectè facultas iam explicata ſenſus communis nuncupatur.

F SVPERIORE demonſtratione geminam operationem circa res ſenſibiles oſtendimus, vnam qua externorum ſenſuum functiones ſentimus, alteram qua illorum obiecta diſtinguimus; quæ cùm nullo externo ſenſui congruant, neceſſariò ſunt ad altiorem aliquam facultatem referendæ, *quæ*, vt Themiſtius loquitur lib. 3. de anima cap. 8. *cùm externi ſenſus ſuis officiis perfuncti, ea quæ cognouerunt intus annuntiant, ipſa expers corporis, & tamquam pro tribunali ſedens, & ſpiritu illo curuli inuecta, vnde omnia inſtrumenta portionem ſuam carpunt hauriuntq;, quantum ad explendum vitæ vſum & obeundum munus ſit ſatis; ex quo, vt dixi, quinque interpretes, ſiue exploratores, & nuntij ſenſus, tamquam apparitores & miniſtri procedunt; illa inquam virtus eo ſuggeſtu poſita non patitur ipſas contrarias qualitates, ſed ante ſe poſitas & ad pedes genuaq; aduolutas contemplatur: ita*

demum iudicium ſuum promit, & dulce ab amaro incernit, & album à dulci diſcriminat. A

Hanc D. Nemeſius lib. de hominis natura cap. 7. item Plutarchus apud Philoponum in lib. 2. de anima textu 103. putant eſſe intellectricem potentiam. Quæ ſententia minùs nobis probatur, quòd functiones illæ, quarum effectricem cauſam perquirimus, facultatem animæ ſenſitiuæ non excedant, cùm alia præſtantiora munia à brutis animantibus adminiſtrentur, quibus nonnulla illorum, vt ſimiæ & elephanti, non longè ab humano ratiocinandi modo abeſſe videantur.

Alij, vt Michael Epheſius lib. 9. & Philoponus loco citato, eas operationes ſenſui cuidam attribuunt, quem θεωρητικὸν, id eſt, attendentem appellant; nos verò commentitium potiùs appellandum iudicamus. Eſt enim ea quæ attendere fingitur potentia omnino ſuperflua, cùm nil ſit aliud attendere, quàm in obiectum tendere; quod ſanè vnaquæque facultas præſtat, dum in propriam actionem incumbit. B

Nobis igitur cum pleriſque philoſophis placet, vnam illam communemque vim, ad quam ſeſe omnes referunt exteriores potentiæ, nomine ſenſus communis honeſtare; tum quòd omnibus operam ſuam in commune elocet, diſſimilia illorum obiecta diſtinguendo; tum quòd velut interſtitium quoddam internorum externorumque ſenſuum ad vtroſque pertineat, quatenus externorum actiones notioneſque percipit, & eaſdem ad internos tranſmittit.

Hanc ſenſus communis mediationem philoſophus centri exemplo appoſitè explicauit l. 3. de anima c. 2. textu 149. quod & plura dicitur, & vnum. Plura quatenus in multas lineas ductas ad circumferentiam diſpeſcitur, vnum quatenus multæ à peripheria ductæ in illud vniuntur; ita ſenſus communis vnus in ſe, conſideratione in plures ſe fundit. vnus quidem dicitur, quatenus omnes externorum ſenſuum notiones ad eum velut ad commune tribunal per ſpecies deferuntur; multiplex verò, prout vis eius ſenſifica in omnes externos ſenſus diſtribuitur. Vt igitur in circulo centrum in ſe quidem vnum, at cum peripheria collatum quodammodò multiplex eſt, quòd omnes radios copulet, quos ambitus multos facit; ita ſenſus communis ſecundùm ſe vnus, plurium ſenſuum notiones in vnam cogit, & dum ſinguli circa propria obiecta verſantur, ipſe in eorumdē dignotionē ita occupatur, vt de ipſorum diſcrepantibus proprietatibus ſententiam ferat. C

D

PROPOSITIO XC. THEOREMA.

Organum ſenſus communis eſt cerebrum.

ARISTOTELES pluribus in locis, ac non pauci alij illuſtres philoſophi hunc ſenſum in corde ſtatuerunt, quòd crederent ſpiritum animalem neruoſque à corde originem ducere.

At medici horum ſententiam validiſſimis arietibus impetunt, demonſtrantque ex humani corporis diſſectione aliiſque rationibus, neruos ſpirituum animalium latores à cerebro proximè emanare. E

Si de remoto principio agatur, illud haud dubiè cor eſt, vti remotiſſimum iecur; proximum autem ipſa ſubſtantia cerebri. Naturalis enim ſpiritus, qui ſanguinis ſpeciem gerit, ex alimento vi iocinori ingenita procreatur, & per venę cauæ ramum in cor ſublatus illic denuò elaboratur, hauſtoq; per pulmones aëre attemperatus, fit ſpiritus vitalis, reliqua verò ſpiritus naturalis ſeu ſanguinis portio per venas in omnes corporis partes diffunditur: vitalis autem ſpiritus è corde per arterias partim in vniuerſum corpus diſtribuitur, partim in cerebri baſim euectus, contextuq; admirabili attenuatus, conuerſione alia fit ſpiritus animalis, ad ſenſum motumque comparatus, qui inde per neruos profectus partes omnes ſenſus motuſque compotes irrigat, benignoque calore fouet, ac inſita F vi animat.

Cor vitalis facultatis ſedes, eiuſdem ope ac vi, perpetua aſſiduitate mouetur. Neque enim hic motus ab animali facultate proficiſci poteſt, vt cuius motus omnis eſt ad arbitrium, qui & defatigatione moleſtatur: cordis autem & arteriarum agitatio arbitrij excedit imperium, neque vllo vmquam tempore intermitti poteſt. Non igitur cor animalis facultatis ſenſuumque eſt ſedes.

Deinde in oſſibus & cartilagine nulla ineſt animalis facultas, cùm nec ſentiant, nec per ſe moueantur, vitalis tamen ineſt. Alia eſt igitur animalis facultas à vitali, atque adeò alia eius ſedes: ſed vitalis vis cordi primò inſita eſt: ergo animalis virtus alteri alicui

A cui parti tribuenda est; at nulli aptiùs quàm cerebro, ex quo nerui spirituum animalium latores propagantur. Huic igitur velut proprio subiecto sensus omnes sunt assignandi.

Præterea lethargus totam vim animæ sentientem stupidam torpentemque reddit, vt & paralysis: cordis tamen agitatio, ac facultas vitalis perseuerat. Cor itaque sentientis facultatis sedes propria esse non potest; sed cerebrum, cuius oppletione & lethargus, & paralysis, & epilepsia, & apoplexia, ac omnes denique morbi, quibus sensus motúsve intercipitur, pronascuntur. Sed neque à naturali vi effici potest cordis agitatio, vt quæ alendo corpori dumtaxat incumbit; quare in stirpibus hic motus minimè reperitur.

Vt igitur iecur naturalis virtutis sedes est, ita cor vitalis, animalis verò cerebrum.

B Vtque vis naturalis per venas, ita vitalis per arterias, & animalis per neruos ad vniuersas corporis partes propagatur: porrò qui sensus ipsos animat, spiritus animalis est, per neruos à cerebro profectos in externa organa effusus: igitur nulla pars corporis aptior sedes communis sensus esse potest, quàm cerebrum.

PROPOSITIO XCI. THEOREMA.

Externus visus sine ope sensus communis perfectam visionem non producit.

C Hoc ita breuiter demonstratur: Visio perfecta non est, quæ rerum aspectabilium differentias non discernit: at externus visus non percipit albi & nigri, ceterorumque colorum distantias, cùm id proprium esse munus sensus communis ostensum iam sit: igitur externus visus per se solus sine ope communis sensus perfectam visionem non producit. Quare sensus communis perfectio quædam est & complementum sensuum externorum. Mox enim vt species organa subeunt, sese vltrò communi sensui præsentant, qui illarum vi excitus eodem temporis puncto res suo modo dignoscit. sic vt externorum sensuum actiones sint velut rudes quædam adumbrationes, quas sensus communis perficit absoluitque. Vnde Aristoteles non semel hanc potentiam vltimum sentiens nuncupauit, quòd vlti-

D mam formam sensionibus exteriorum organorum inducat. Alij primum, scilicet officio, quòd sensuum internorum munia primus incipiat, suamq; deinde notionem phantasiæ proximè impertiat: vnde posteà ad superiores sensus acceptæ passiones naturali quodam ordine necessitudineque dimanant. Alij principem hunc sensum appellant, quòd externis omnibus dignitate præstet, iisque ceu princeps aut arbiter altiori subsellio euectus præsideat. Alij vtramque ob causam primariũ vocant; est enim & inter internos primus, & inter externos præcipuus. Hinc illa sensus communis cum externis consensio, vt nihil ad externos perueniat, quin illicò internus præstò præsidioque sit omnibus; ita tamen vt pluribus simul æquè subseruire atque adminiculari nequeat. Vnde est vulgatum illud:

E *Pluribus intentus minor est ad singula sensus.*

Quod sanè de communi sensu est accipiendum. Externi siquidem pluribus attendere non possunt, cùm sint vni obiecto ac simplici operationi adstricti. At sensus communis omnibus intendit, cuius functionem proximè phantasia excipit, ac huius deinceps actionem ordine quodam potentiæ ceteræ, quæ ita inter se connexæ sunt, vt catenæ in morem vna ex altera pendeat.

PROPOSITIO XCII. THEOREMA.

F ### *Externus internusq; visus ab obiecti pendent præsentia.*

EXTERNVM quidem visum ab obiecto præsente dependere ita demonstratur: Visio fit per species intus susceptas, vt propos. 69. ostendimus: igitur sublatis speciebus, & visio tollitur. at species amoto obiecto illicò euanescunt, vt propos. 52. est demonstratum: igitur absente obiecto externa visio pariter extinguitur.

Quòd etiam internus sensus nihil absque obiecto præsente operari queat, ex eo patet, quòd is sit complementum sensus externi, cum eodem in idem obiectum dignoscendum incumbens. Cessante igitur externo sensu, internum pariter otiari necesse est.

Deinde

Deinde ſenſus communis non alia ſpecie ad agendum excitatur, quàm illa ipſa quæ ab obiecto in externum organum infertur: at ſemoto obiecto ſpecies illa ſubitò interit: ergo & actio interni ſenſus, obiecto remoto, vnà occidit. Præterea ſi internus hic ſenſus abſque externorum ſenſuum adminiculo functionem aliquam exercere poſſet, oporteret eum reminiſcentiæ vi per ſpecies memoriæ commendatas ad agendum excitari. ſpecies enim quas memoria retinemus, in locum earum quæ amotis obiectis extinctæ fuerant, tamquam vicarias ad id muneris natura ſubſtituit. Quod ſi ita eſſet, nullum inter hunc ſenſum & imaginatiuam facultatem diſcrimen exiſteret. Hæc namque reminiſcentis potentiæ vi aſſeruatas in memoria ſpecies ad arbitrium euocat, atque earum obiectu in res abſentes fertur, perinde ac ſi præſentes eſſent. Id verò ſi communi quoque ſenſui concedatur, nil ab imaginatiua potentia diſcrepabit; niſi forte dicere quiſquam audeat, ſenſum communem propriis ſpeciebus vti, non verò iis, quas memoria ſubminiſtrat. At gratis omnino id, ac nullo fundamento dicetur. Nam ſi ſpecies illæ ablatis externis obiectis etiamnum ſuperſtites manent, oportebit facultatem quamdam aſtruere, quæ illas retineat, ſeruetque ad vſum opportunas. hæc autem memoria erit; & quæ ipſas commodo tempore euocabit, reminiſcentia; ſenſus autem communis, imaginatio quædam, vti iam oſtendimus, atque ita potentiarum numerus in infinitum augebitur. Quod ne fiat, dicere neceſſum eſt, internum hunc ſenſum, quem communem nuncupamus, vti & externũ, ab obiecti præſentia pendere: quod fuit propoſitum demonſtrare.

PROPOSITIO XCIII. THEOREMA.

Externo viſu res abſens videri vt præſens poteſt, aſſeruata in eo per diuinam potentiam ſpecie.

PRÆMITTERE hoc loco oportet vtriuſque notitiæ, intuitiuæ ſcilicet & abſtractiuæ, definitiones; vt ex propriis differentiis, quid inter vtramque interſit, perſpicuum fiat. Notitiam intuitiuam, quæ & viſionis dicitur, definiunt cognitionem rei præſentis vt præſens eſt: id eſt, qua ita potentia in rem fertur, vt per eam cernatur obiecti præſentia, idque ex vi cognitionis, non verò quia præſens eſſe aliunde comprobatur. Eiuſmodi eſt viſio candoris in pariete re vera exiſtentis, & qua beati diuinam intuebuntur naturam, quam D. Paulus 1. Cor. cap. 13. appellat facie ad faciem. Debet verò cognitio intuitiua eſſe immediata, vt res non in alio percipiatur, velut Cæſar in imagine. Nam per intuitiuam notitiam cernitur res in ſe, quod eſſe non poſſet ſi alio aliquo mediante cognoſceretur. Abſtractiua cognitio, cui nonnulli ſimplicis intelligentiæ nomen indiderunt, eſt qua res cognoſcitur non vt præſens, ſed vt abſens: exempli gratia, qua Aſtrologus domi ſuæ conſiderat præſentem eclipſin, quam tamen non intuetur, & qua mortales ex creaturis Deum agnoſcunt.

His prænotatis dico, aſſeruata per diuinam potentiam viſibili ſpecie in organo, abſente obiecto, oculum intuiturum rem verè abſentem, ſed tamquam præſentem. Sic legimus in ſacroſancto Euchariſtiæ Sacramento, quandoque puerum, quandoque carnem, quandoque aliud quidpiam oculis fuiſſe exhibitum, producta in viſu talium rerum ſpecie, cùm tamen eiuſmodi res præſentes non fuerint. Sic Iſaias cap. 6. narrat ſe vidiſſe Dominum ſedentem ſuper ſolium: quod D. Thomas 1. p. q. 12. art. 3. ad 3. intelligendum ait de viſione imaginaria Deum ſecundùm aliquem modum corporeæ ſimilitudinis repræſentante. In has verò res ita fertur aſpectus, ac ſi præſentes eſſent; vnde & intellectus, niſi aliunde edoctus iudicium cohibeat, eas præſentes iudicat.

Ex quorumdam philoſophorum opinione non eſt hæc verè intuitiua cognitio, ſed talis tantùm eſſe videtur, quia obiectum præſens eſſe putatur, quod verè eſt abſens: intuitiua autem cognitio in rem præſentem vt præſentem fertur. Quare viſio, inquiunt, non erit, ſi vel obiectum præſens reuerà non ſit, etſi vt præſens cognoſcatur; vel ſi non vt præſens cognoſcatur, etſi reipſa ſit præſens.

Aliis placet magis hanc verè eſſe intuitiuam cognitionem. Non enim abſtractiua eſſe poteſt, cuius eſt obiectum vt abſens cognoſcere, quantumuis præſens ſit. Erit ergo intuitiua, quia obiectum cognoſcitur vt præſens, & quamuis non reipſa, tamen per vicariam ſpeciem præſens eſt.

Hæ duæ ſententiæ ſolidis rationibus mutuò pugnant. Prior ſiquidem rectè oſtendit, non eſſe eam notitiam verè perfecteque intuitiuam, cùm nihil extet quod vt præſens

cerna-

A cernatur. Altera verò firmiſſimè probat non poſſe eam cognitionem eſſe abſtractiuam, quòd ſit rei tamquam præſentis notitia. Vnde conſequi videtur, eam (vt verè eſt) fallacem quamdam notitiam eſſe viſioni ſimillimam, quam faſcinationem ſiue præſtigias licet appellare, quòd rem quæ abeſt, vel quæ omnino non eſt, præſentem eſſe ſupremæ facultati, cui omnia noſſe conuenit, falſò atteſtetur.

PROPOSITIO XCIV. THEOREMA.

B

Rem abſentem vt abſentem videri, eſſentiæ viſionis penitus aduerſatur.

NAM externus ſenſus ſuapte natura fertur in obiectum, vt hîc & nunc, colore, figura, ſitu, magnitudine, ceteriſque corporeis proprietatibus affectum eſt, atque adeò quatenus tamquam præſens repræſentatur.

Intellectus quidem latiſſimum campum habet, in quem ſeſe effundat. Namque in rem omnem fertur ſiue abſentem ſiue præſentem, ſiue vniuerſalem ſiue ſingularem. Phantaſia autem in rem ſingularem tantùm, ſed tam abſentem, quàm præſentem. At externus ſenſus, & qui huic opitulatur ſenſus communis, in infimo cognoſcentium facultatum gradu conſtitutus, in rem tantùm ſingularem eamq; C præſentem. Cùm ergo ex his conſtet viſionem natura ſua eiuſmodi cognitionem eſſe, quæ in obiectum, vt præſens eſt, fertur; fieri omnino non poteſt, vt res tamquam abſens, viſu ſeu intuitiua notitia cognoſcatur. Id enim vti definitioni, ita quoque viſioni definitæ aduerſari neceſſe eſt, quod oſtendiſſe oportuit. Et ſanè qui ſenſerunt rem abſentem vt abſentem videri poſſe, ij naturam intuitus vel non conſiderarunt, vel penitus ignorarunt: ſi enim ea cognitio per ſpeciem fiat, quam memoria per reminiſcentiam ſubminiſtrat, non erit viſio, ſed abſtractiua cognitio: ſi verò fiat per ſpeciem rei priùs viſæ, nunc autem abſentis, in oculis diuina potentia aſſeruatam, cognitio erit rei tamquam præſentis: ea namque omnes rei circumſtantias exhibet, atque adeò ipſam etiam præſentiam. Hanc igitur ſi à ſpecie ſeu forma viſibili tollas, quam ea pariet cognitionem, non D viſio erit; ſed abſtractiua, vt philoſophi loquuntur, notitia.

PROPOSITIO XCV. THEOREMA.

Subſtantia corporea aſpectu per ſe dignoſci non poteſt, ſed ex accidenti tantùm.

E QVIDQVID cernitur, id omne ſub obiecto viſus contineri neceſſe eſt; at ſubſtantia corporea ſub obiecto viſus non continetur; ſiquidem lux & color obiectum viſus exæquant, quemadmodum propoſ. 28. eſt dictum: igitur ſubſtantia corporea per ſe ſub aſpectum non cadit.

Deinde, ſi ſubſtantia viſu perciperetur, neceſſe eſſet ab ipſa propriam aliquam imaginem reſolui, & ad aſpectum deportari: at nulla imago poteſt à ſola ſubſtantia produci: omnes ſiquidem creatæ ſubſtantiæ per ſe inertes ſunt, atque actionis expertes, quò fit vt accidentium ope vnaquæque illarum agat, idque moliatur, quod propriæ naturæ eſt conſentaneum. Igitur neque videri vlla ſubſtantia per ſe poteſt, cùm propoſ. 69. oſtenſum ſit viſionem per ſpecies fieri intus ſuſceptas, nullumque poſſe exiſtere proprium ſubſtantiæ ſimulacrum, quo per ſe videri poſſit.

F Nec obſtat huic veritati paſſim receptus loquendi modus, quo nos turres, montes, campos, arbores, domos, homines, & quæcumque extant corpora cernere dicimus. Quamquam enim hæc non per ſe aſpectum moueant, neque propriam ſui ſimilitudinem in oculos inferant; tamen ex accidenti videre illa perhibemur, quòd iis, quæ per ſe conſpiciuntur, naturali quadam neceſſitudine coniuncta ſint, iiſdem tamquam baſes ſubſtratæ, ſine quarum præſidio nec illa quæ per ſe videntur ſubſiſtere vllo modo poſſent. Sic & in aliorum ſenſuum obiectis ipſas ſubſtantias ſenſibilibus qualitatibus ſubiectas ſentire nos arbitramur, cùm ipſa accidentia percipimus quibus illæ ſubijciuntur, vt guſtare mel, olfacere pomum, ac lapidem tangere; quorum tamen nil præter dulcedinem, vel odorem, vel tactilem qualitatem ad ſenſum propriè pertinet.

PRO-

A

PROPOSITIO XCVI. THEOREMA.

Essentiam rei, seu quid res sit, visus non cognoscit, nisi acceptæ priùs notionis præsidio.

EX iis quæ hucusque sæpiùs repetita sunt, satis, vt opinor, constat, quantum præsidij adferat ad perfectam rerum cognitionem accepta priùs scientia. Hæc enim excitis per reminiscentiam speciebus denuò quodammodò suscitatur, haud secùs ac si res ipsæ priùs visæ eædem numero restituerentur. B Quare ex similitudine specierum præsentium ac priùs acceptarum facilè mens colligit, rem oblatam ex genere illius esse, quam similem illi antè præcepit. Itaque proposita re quapiam, vt primùm visus colorem, magnitudinem, figuram, totamque eius externam formam apprehendit; mox interna vis animæ, quæ phantasia nuncupatur, perquirit in memoriæ conceptaculo imaginem aliquam, ei, quæ in præsenti objicitur, similem. Hac porrò inuenta cognoscit rem propositam non tantùm ex illorum genere esse, quibus talem imaginem communem esse experientiâ didicit, vt puta hominum, beluarum, plantarum: verùm etiam illam ipsam esse iudicat, quam anteà aliquando vidit, & cuius simulachrum etiamnum memoria retinet. Si verò omnibus formis, quæ in memoria reconditæ asseruantur, perlustratis, nullam ei similem C reperiat, planè rei propositæ genus ignorabit, nec quid illa sit perspectum habebit: sed de nouo eam cum aliis similibus rebus conferet, vt quoad fieri possit, eam ad aliquod genus aut speciem reducat, atque in ordinem cum ceteris formis memoriæ commendatis redigat, vt eius ope, si denuò res eadem occurrat, quid illa sit, promptè cognoscat. Si res quæ occurrunt eæ sint, quas numquam antè oculus vidit, vt leones, tigrides, elephanti, ad primam harum dignotionem magnam vim obtinent species à pictis illarum imaginibus acceptæ. Hæ siquidem perinde ac illæ, quæ à rebus veris subministrantur, rerum ipsarum vicariæ esse possunt, quandoquidem & expressæ ad viuum imagines rerum vicem supplent. Est verò plurimùm vsitatum ac perfrequens, rerum absentium similitudines seu pictas seu sculptas domi asseruare, vt illarum inspectione excitetur so- D pitus animus, iucundaque recordatione oblectetur.

PROPOSITIO XCVII. THEOREMA.

Essentiæ rerum tempore cognoscuntur.

RERVM namque essentiæ anticipatæ notionis præsidio cognoscuntur, vt proximè est demonstratum; at visio ex prænotione tempore absoluitur, vt propos. 85. ostendimus: ergo rerum essentiæ tempore cognoscuntur. Deinde rerum essentiæ per genus propriasque differentias definiuntur, E iisdem ergo cognosci debent: at genus per assimilationem eorum quibus plura conueniunt, differentiæ verò per distinctionem eorum quibus discrepant, solent perueſtigari; hæc verò tempus postulant, vt constat: fit igitur necessariò, vt rerum essentiæ mora aliqua temporis percipiantur.

Hoc autem tempus quod essentiis rerum dignoscendis impenditur, non semper æquale est. Nam quæ ex plurium rerum præcognitione pendent, his percipiendis longiore temporis interuallo est opus. Tales porrò sunt species generum comparatione, & genera media, quæ subalterna vocantur, cum superioribus collata, & hæc cum summis. vltima verò in hoc ordine censetur entis ratio, quæ cùm supremo loco sit constituta F omniaque peruadat, nec ab aliis rebus pendeat, facillima cognitu est, ac proinde tempore breuissimo comprehenditur. Quod ipsa etiam experientia confirmat. Nam oblata re qualibet, nil magis in promptu nobis est, quàm quod sit ens quoddam indefinitè acceptum, iudicare, vt infrà explanatiùs ostendemus.

PRO-

A

PROPOSITIO XCVIII. THEOREMA.

Confusa cognitio naturâ antecedit distinctam.

ID in primis argumento est, quòd omnes progressus ab imperfecto ad perfectum fieri debeant per medium : at cõfusa cognitio inter ignorationem & perfectam notitiam media existit: igitur confusa cognitio naturâ antecedit distinctam. Hinc porrò est quòd homines, qui ad perquirendam exB actam alicuius rei cognitionem animum appellunt, primò rudem quamdam confusamque inspectionem accipiant, deinde ex rei partitione, ad singulas proprietates progrediantur, quoad nihil superfit omnino, quod non perspectum cognitumque habeatur.

Deinde in huius rei confirmationem, omnium tam naturalium, quàm arte-factarum rerum experientiæ conspirant. Quod certè, vt de multis naturæ operibus vnum exemplum accipiam, in animalium procreatione animaduertere possumus. fœtus namque materno in vtero primùm quidem vegetat, cùm adhuc nil præter rudem atque indigestam molem in eo videre licet, virtute scilicet materna in confusam seminum massam à prima conceptione transfusa; qua etiam vi, decursu temporis, secretionẽ aliquam facit,
C ac principum partium rudimenta quædam propriis in locis constituit. Hæc verò cùm sensim perficiuntur, ceteraq; membra conformantur, licet nondum sint consummata, sentire tamen iam fœtus incipit, ac tandem etiam moueri: atque ita per gradus in perfectum statum conscẽdit. Idem omnino liquet in iis rebus quę artis industria elaborantur. Statuarij enim, qui signa faciunt, rudem priùs lapidem deligunt, quem detractione facta sensim expoliunt; ac denique ita efformant, vt rei propositæ imaginem referat. Pictores item ea quæ animo concepere, primò rudioribus lineamentis in tabula designant: deinde crassiori penicillo, emortuisque coloribus velut prima inducta forma adumbrant: postremò tandem vltima adhibita manu, singula perficiunt, donec exactam similitudinem sint adepta. Hoc igitur pacto naturæ instinctu intellectus noster, quem Aristoteles
D lib. 3. de anima cap. 4. textu 14. tabulæ rasæ ingeniosè comparauit, leuiorem primò conceptum rerum obiectarum accipit, quem deinde diligentiore animaduersione distinguit atque enucleat, donec eas tandem vndique perspectas habeat. Confusa ergo cognitio naturâ antecedit distinctam, quod ostendisse oportuit.

PROPOSITIO XCIX. THEOREMA.

E visibilibus proprietatibus vnam per se solam visus apprehendere non potest.

E QVÆ visibiles proprietates vocantur, sunt color, magnitudo, situs, locus, distantia, ac ceteræ naturales corporum affectiones, quas propos. 29. enumerauimus. his corpora omnia velut terminis quibusdam definiuntur, vt sensibus nostris sint accommodata. Sunt verò visibilium rerum formæ compositæ atque ex pluribus coagmentatæ, quarum multitudo vniuersa rem ipsam definit, atque visui symmetram facit. quocirca visus, obiectum percipit non vna, sed omnibus visibilibus proprietatibus affectum. Quæ quidem cognitio confusa est: at cùm interna facultas singulas distinguit, pedetentim cognitio ipsa graduum acceßione perficitur.

F Deinde eæ, quas modò diximus, proprietates, arctißimo quodam naturæ vinculo inter se sociatę sunt, itaque cohęrent, vt seiungi ab inuicem nulla vi possint. Nullus enim color existere in rebus potest, cuius nulla sit magnitudo certis limitibus definita, nulla figura, nullus partium situs atque respondus, nullus locus, nulla distantia, aut nihil ceterorum. Rursus nec magnitudo expers figuræ esse potest, nec figura sine magnitudine subsistere, nec quidquam à proprio abesse loco, aut ceteris proprietatibus vacare omnino potest. Hæc igitur omnia mutuis adminiculis fulciuntur: ex quo id manifestè conficitur, nihil horum per se solum aspectu comprehendi posse: ergo qui colorem videt, simul eodemque intuitu & magnitudinem, & figuram, & locum, & situm, & ceteras omnes naturæ proprietates videat necesse est.

PROPOSITIO C. THEOREMA.

Visus, post simplicem rei singularis aspectum, primò omnium essentiam lucis & coloris dignoscit.

QVONIAM lux & color sunt per se ipsa ac primò visibilia, & quorum ope videntur cetera, necesse est, vt quod primò in visum incurrit, sit essentia lucis & coloris: vt videlicet, sicut primò ac per se indiuidua illorum intentio relucet in organo, ita illorum essentia per se primò internam virtutem pulset, atque ad sui cognitionem excitet.

Pro cuius rei planiori intellectu, aduertendum est, externam vim organo insitam nullum essentiæ gradum, nec vllam rerum aspectabilium differentiam dignoscere: hæc enim, vt superiùs dictum est, ad internam facultatem spectant, cui proprio ex munere conuenit similia inter se conferre, ac diuersa propriis notis distinguere. Solùm igitur virtus externa oculorum lucem & colores, vt aspectabiles sunt, percipit; non autem vt lucis aut coloris rationem habent. Colorem inquam ipsum non vt rubeum, cyaneum, aut prasinum, sed vt visibilem, hoc est vt organo facultatiq; visus familiarem accommodatumque cognoscit. At internus sensus, quem communem suprà nominauimus, simul atque hæc organum subierunt, illicò adest, cui mox opitulatur phantasia, & quod reliquum est pro viribus enucleat atque discernit. Hoc cognitionis genus, vti tempus, ita seriem quamdam ac mutuam functionũ successionem exigit; in qua palàm est essentiam lucis & coloris primum locum obtinere, quòd hæc primò ac per se conspicua sint. Quocircà, cùm res quæcumque singularis oculis offertur, id quod primò apprehenditur est res ipsa vt visibilis, cuius tum confusam quamdam atque imperfectam notionem simplex aspectus parit, ex solius lucis atque coloris perceptione conceptam. Ceteræ autem rei obiectæ intentiones superioribus facultatibus cognoscuntur; in quarũ etiam comprehensione ordo quidam obseruatur, quem nunc propositum sit explicare.

PROPOSITIO CI. THEOREMA.

Generica obiectorum ratio priùs ac minori tempore percipitur quàm specifica.

VT clarior illustriorque fiat huius propositionis explicatio, notandum est, nos hoc loco non agere de ea mentis operatione, qua intellectus in abstracto, vt scholastici loquuntur, & absque præsenti aspectus adminiculo, vniuersales generum ac specierum rationes componit & diuidit, quemadmodum metaphysica contemplatio illas tractare consueuit: sed de ea tantùm quæ visui subseruit, hoc est, quæ vnà cum facultate cernendi rerum conspectarum particulares intentiones distinguit. Hac inquam interna functione mens eodem progreditur ordine, quo singula visus ipse antè apprehendit. Vti enim mens nostra, quamdiu corporis mole grauatur, functionum suarum primordia à sensu accipit; ita sensum præeuntem sequi debet: illud ergo priùs mens cognoscet, quod sensus priùs renuntiarit; atque vniuersè eo ordine singula, quo à sensu oblata fuerint.

Quòd autem visus priùs apprehendat singulares conceptus rationum magis vniuersalium quàm minùs vniuersalium, multis experimentis probari potest. Nam in primis conspecto eminùs Diaris filio, principiò quidem ens aliquod esse supponitur, quòd ea sit communis omnium ratio: deinde corpus esse colligitur ex eo quòd sub aspectum cadat: tum animal, quòd moueri cernatur: propiùs verò homo esse dignoscitur, quòd ei figura excelsa sit rectaque, atque os sublime: tandem è proximo Diaris occurrit filius, quòd spectata forma, illi quæ ex præcognitione accepta fuit, similis per omnia existat.

Deinde si tabula visui obijciatur, plurima rerum varietate depicta, primo quidem aspectu totam tabulam oculus confuse percipit; deinde quantum tempus concedit, singulas eius partes perlustrat, maiores priùs inspectando, quæ ceu genera quædam plures sub se partes continent; tum minores, quæ sunt velut species generibus subiectæ, ex quarum cognitione vniuersæ tabulę accurata cognitio dependet. Sic in essentialiũ graduum perceptione visus priùs vniuersales notiones accipit, quę minùs vniuersaliũ comparatione quamdam vniuersitatis rationẽ habent, atque ideò promptiùs citiusq; cognoscũtur.

Præterea

A Præterea huic veritati argumento est puerorum vsus. Notiora siquidem ea esse existimanda sunt, quæ illi naturæ ductu impulsuque priùs apprehendunt, quòd illis liberior sit operatio, ac minùs imperio voluntatis astricta: sed pueri, teste Aristotele lib. 1. physic. cap. 1. textu 5. principiò vaga quadam notione viros omnes patres, & mulieres matres appellant, postea verò accedente rationis vsu hos sensim dignoscunt, ac parentes suos distinguunt: pronior est igitur sensus in vniuersalium notionum perceptionem, quàm in minùs communium.

Tandem ratio quoque huic sententiæ astipulatur. Genera enim pauciores intentiones continent, quàm species: ergo minori negotio internus sensus genericam notionem
B elicit, quàm specificam. facilius enim vnaquæque res absoluitur, quò pauciora ad sui integritatem requirit.

Hæc angelici Doctoris sententia est in Procemio physicæ auscultationis, & in prima part. q. 85. artic. 3: cui aduersatur Scotus in 1. d. 3. q. 2. cum sequacibus, ac non pauci etiam alij. Quorum argumenta huc conferre lubet.

Primum ab auctoritate Philosophi desumitur. namque 1. lib. Metaphys. cap. 2. & 1. poster. cap. 2. textu 5. docet notiora esse nobis, quæ sensui sunt viciniora: natura verò notiora illa, quæ longiùs absunt à sensu: & vt vnumquodque maximè est vniuersale, ita esse à sensibus remotissimum.

Respondendum illis locis agere Aristotelem de metaphysica vniuersalium abstra-
C ctione, ad quam præcognita esse oportet inferiora, vt idem ipse lib. 2. poster. cap. 18. textu 27. apertius testatur, cùm ait, intellectum abstrahendo progredi ab inferioribus, donec ad ea perueniat, quæ ampliùs in partes diuidi non possunt, quæ sunt summa genera. De illa autem metaphysica abstractione hoc loco non agimus, vt initio præmonuimus, sed de simplici tantùm mentis operatione, quæ vnà cum externo visu intuitiuam cognitionem perficit & complet.

Secundum argumentum est. Id priùs cognoscitur, quod magis externis sensibus obuium est: at eiusmodi est in primis singulare, deinde quæ huic proxima est species infima, tum genera omnia naturali serie, quo semper minùs communia sunt: igitur eodem ordine sub cognitionẽ cadunt. Propositio quidem perspicua videtur: siquidẽ interiores
D sensus, atque ipse etiam intellectus noster ab exterioribus sensibus notitiam accipiunt: assumptio verò in primis quoad singulare à nemine iure negari potest, cùm illud coloribus, ceterisque aspectabilibus proprietatibus affectum sit, quibus non ex accidenti, sed per se conspicuum est; de specie etiam ac minùs vniuersalibus idem probatur, quia hæc singularibus sunt viciniora, nam paucioribus differentiis liberantur, vt homo à Socrate sola abest indiuidui proprietate, at animal ab eodem Socrate duabus differentiis distat, nempe indiuidua & specifica, atque ita deinceps, quò magis vniuersalia, eò ab indiuiduis remotiora sunt. Vnde Metaphysica, tametsi inter omnes disciplinas naturali lumine inuentas dignitate prima sit, ordine tamen acquisitionis postrema est, ac non nisi post ceteras scientias reperta.

E Respondebitur huic argumento, vt superiori. Si de ea intellectus operatione agatur, qua vniuersalia à singularibus distrahuntur, oportere præcognita esse inferiora, quandoquidem ex illorum comparatione, id quod omnibus commune est, abstrahatur, reiectis iis, quibus ab inuicem distinguũtur. Nos verò, vt iam aliquoties monuimus, agimus de simplici mentis intuitu, quo vnà cum externo visu animus in singularia intendit, eaq; præsentia; quo actu mentis dico primùm omnium hoc singulare vt aspectabile, deinde hoc aliquid, tum hoc corpus, posteà hoc animal, tandem hunc hominem, ac demum Socratem dignosci: idque propterea quòd magis vniuersalium graduum intentiones notiores nobis sint, quàm minùs vniuersalium, vt color notior quàm rubedo, & motus
F quàm statura erecta, & totius corporis figura, quàm cæsij oculi, aut promissa barba, aut nasus simus. Vnde fit vt ex maiore distantia genus rei subinde cognoscatur, cùm adhuc species latet: quòd nempe tum visibiles proprietates generis conspicuæ sint, cum tamen specificæ nondum perspicuè appareant.

Tertium est. Causæ naturales, hoc est quæ naturæ necessitate agunt, non impeditæ, omnem vim suam agendo exerunt, atque adeò præstantissimum semper producunt effectum: sed visus est agens naturale, cùm non ex arbitrio pendeat: igitur nobilissimum effectum, nempe speciei infimæ notionem, semper elicit.

Responderi huic argumento potest, præstantiam visionis non spectari ex materia obiecti. Non enim præstantior visio illa est, quâ cæcutiens equum, quàm quâ homo

perſpicax aſinum contuetur; cùm conſtet cæcutientis viſionem obſcuram ac debilem esſe, alterius autem claram ac robuſtam. Fatendum itaque facultatem viſus naturalem esſe, atque impreſſa vi in propoſitum obiectum ferri, ſublatiſque impedimentis ſecundùm omnes vires agere, ac proinde viſionem producere, quantum poteſt celerem, claram, atque diſtinctam: vnde conuinci nequaquam poteſt, ſpeciem infimam priùs quàm genus in cognitionem venire. A

Quidam, graues alioquin philoſophi, nituntur diſſidentes D. Thomæ & Scoti ſententias conciliare, aſſerentes tum vniuerſaliora priùs percipi (vt aiebat D. Thomas) cùm viſus à libera actione præpeditur: poſitis verò impedimentis, priùs ſpeciem infimam, tum ordine reliqua vniuerſaliora cognoſci, vt Scotus aſſerebat. Impedimentorum autem nomine intelligunt immoderatam videntis diſtantiam à re viſa, medij impuritatē, imbecillitatem potentiæ, & ſi quæ prætereà ſunt, quæ obeſſe poſſunt, quo minùs facultas cernendi, liberè actionē ſuam expromat. Nec minùs Scoti ſententia, quā D. Thomæ, experientia confirmari poſſe videtur. Siquidem propoſito quopiam indiuiduo in iuſta diſtantia, medio ſincero ac puro, viſu integro ſanoque, organo inſuper minimè labefactato, quod primùm in cognitionem incurrit, eſt Socrates; non autem hoc ens, aut hoc corpus, ſiue animal: ergo impedimentis ſublatis, promptiùs ea quæ minùs quàm quæ magis communia ſunt percipiuntur. B

Verùm qui hanc explicationem penitiùs introſpiciet, duo profectò liquidò comperiet. Vnum eſt, quòd nullum certius indicium optari poſſit, quo vniuerſaliora priùs cognoſci demonſtretur, quàm hoc ipſum, quòd ea etiam tum conſpicua ſint, cùm per impedimenta ſpecies infimæ obliteſcunt. Hinc enim neceſſariò ſequitur, communiorum graduum viſibiles proprietates ſuopte ingenio illuſtriores eſſe, magiſque per ſe aſpectabiles, ac proinde citiùs promptiuſque cognoſci, quàm minùs vniuerſalium. Alterum eſt, genuinam cauſam, cur non rarò contingat ſpeciem infimam, ac ipſum etiam proprium ſingulare, vt puta Socratem, primò in cognitionem venire, non eſſe viſionis libertatem, quam impedimenta tollere aſſolent; ſed anticipatam notionem. Qui enim Socratem aliquando præcepit, is abſque notabili mora illicò eum agnoſcit: cùm verò nulla rei propoſitæ notitia anteceſſit, ſæpenumerò contingit de genere rei propoſitæ dubitari, cùm tamen ſpecies rei penitus ignota ſit. Nam cuilibet promptum eſt quamcumque rem ad aliquod genus reuocare, ſi non ad infimum, ſaltem ad ſummum: de vltimis autem ſpeciebus frequenter ipſi etiam ſapientes diſputant. Lapides namque & herbæ (idemque de ceteris dictum ſit) in qua altiori claſſe collocandæ ſint, ſcimus; ad quam verò ſpeciem attineant, ſæpè ignoramus. Igitur generica obiectorum ratio priùs ac minori tempore percipitur quàm ſpecifica. C D

PROPOSITIO CII. THEOREMA.

E proprietatibus quæ ſub aſpectum cadunt, aliæ aliis citiùs percipiuntur. E

HACTENVS diuerſos inter ſe eſſentiæ gradus contulimus. Nunc verò ſi eodem etiam ordine rem penitiùs inueſtigare velimus, comperiemus profectò ſub vno genere vnam ſpeciem alia magis expeditè in cognitionem venire; quòd vnius viſibiles proprietates, quibus ceu propriis differentiis ab aliis ſpeciebus diſcriminatur, magis ſint obuiæ ac manifeſtæ: aliarum verò ſint obſcuriores. Atenim citiùs eæ res cognoſcuntur, quarum differentiæ promptiùs in oculos incurrunt: vt erecta hominis figura ſpectabilior eſt, quàm prona beluarum. Quare quod eminùs nobis occurrit, ocyùs homo eſſe intelligetur, quàm belua. Et quæ maiora ſunt aut propè ſita, leuiori negotio diſtinguntur, quàm quæ minora aut diſſita, ſi cetera ſint paria. Igitur è duabus rebus æquè diſſitis, maior citiùs minore, & ex inæquali interuallo propinquior remotiore promptiùs dignoſcetur. Rurſus quarumdam rerum, quàm aliarum ampliores ſunt differentiæ, vt inter hominem & equum latius diſcrimen intercedit, quàm inter equum & mulum: igitur obiecto dubio faciliùs homo ab equo, quàm equus à mulo diſtinguetur. Neque enim tam accurata diſquiſitione opus eſt vt homo ab equo, quàm vt equus à mulo non multùm abſimili internoſcatur. Igitur, quod initio propoſitum fuit, è proprietatibus quæ ſub aſpectum cadunt, aliæ aliis citiùs percipiuntur. F

PRO-

A

PROPOSITIO CIII. THEOREMA.

Ex indiuiduis diuersarum specierum sæpiùs inspectis enascitur in animo vniuersalis notio, qua cuiusque speciei indiuidua dignoscuntur, & ab alterius speciei indiuiduis discriminantur.

B SVPERIVS quidem propos. 95. demonstratum est, substantiam corpoream per se aspectu non comprehendi, sed tantùm aspectabilium qualitatum interuentu, vt puta coloris, quantitatis, figuræ, situs, loci, ac ceterarum quas proposit. 29. enumerauimus. Hæ verò (proposita nimirum re aliqua) dum simul omnes aspectui sese offerunt, confusam quamdam notionem in animo gignunt, non eam quidem simplicem, sed ex omnibus simul aggestis conflatam, qua nondum, quæcumque hac specie continentur, expeditè cognosci possunt, quòd non omnes hæ proprietates singulis perpetuò insint. Cùm etiam ex illis non paucæ aliis quoque speciebus congruant, necdum ex illa notione potest internus sensus hoc singulare obiectũ ab aliarum specierum indiuiduis distinguere, nisi pluribus
C indiuiduis diuersarum specierum sæpiùs conspectis attentè animaduerterit, quæ cuique sint propriæ. Tunc enim illarum dumtaxat notionem animus colligit, quæ simul omnes plerisque indiuiduis propriè competunt, quæ propterea sub vna specie complectitur. Hæc porrò notio seu forma animo concepta non tantùm illius speciei indiuiduis pernoscendis, sed etiam iisdem ab aliarum specierum indiuiduis discernendis vtilis est. Memoriæ namque altiùs impacta diutissime retinetur: & cùm lubet virtute reminiscendi euocatur, præsertim cùm res quæpiam externis sensibus sese exhibet; tum verò, si forma excita cum re obiecta conueniat, non modò cuius speciei res sit ex nota forma perspectum habetur, verùm etiam à quibus aliis secerni debeat eadem forma edocet.

D

PROPOSITIO CIIII. THEOREMA.

Ex indiuiduis vnius speciei identidem recognitis, gignuntur in animo particulares notiones, quibus singula ab inuicem distinguuntur.

E QVAMVIS omnibus vnius speciei indiuiduis insint color, quantitas, figura, ceteraque vnius essentiæ accidentia, vt in omnibus cignis eadem albedo, eadem magnitudo, eademque figura; tamen non ita sibi ista in omnibus singularibus similia sunt, vt nihil omnino discrepent. Est enim albedo in vno illustrior, in alio obscurior: magnitudo quoque ac moles in vno quàm in alio amplior: forma item in hoc quàm in illo augustior, atque ita in ceteris. Quare ex frequenti intuitus iteratione, sedulaque animaduersione colligit animus singulorum discrimina, sic vt non modò albedinem, & figuram, formamque; sed etiam singulorum dimensiones, proportiones, dignitates, ceterosque particulares modos, quoad potest, apprehendat, quarum notionum præsidio animus posteà exactiùs singula, quæ sub vna eademque specie continentur, discernit atque distinguit, ratione sanè haud absimili ab illa, quam in generibus ac speciebus obseruari proximè ante docui-
F mus. Hę porrò similesque operationes nõ ab ea virtute proficiscuntur, quam Græci φαντάσιαν, nos imaginatiuam dicimus; sed ab intelligentia. Illa enim nequaquam componit connectitque, vt verum aut falsum argumentatione concludat, quod solius est mentis, verùm quæcumque comprehenderit, aut seorsum discernit, aut temerè congesta nulla copulatione, nulla complexione in aceruum confert. Quo fit, vt actio illa, qua vel gallina pullos primùm cognoscit, deinde discernit, vel ouis lupum inimicum aduertit, secretio potiùs censeri debeat, quàm iudicium aut existimatio. Ex frequenti igitur particularium rerum intuitu mens, quà comparando, quà discernendo, proprias quasdam notiones intelligentiæ virtute sibi effingit, quibus velut proprijs notis res singulæ ab inuicem discriminantur, quod erat propositum.

A

PROPOSITIO CV. THEOREMA.

Iterati intuitus formas rerum altiùs animo infigunt.

CVM ſenſus exteriores rerum quæ foris ſunt occurſu pulſantur, interiorem pariter impellunt & excitant illarum ſimulacra, quæ interioris ſenſus obiecta ſunt, in quæ is incumbit, quemadmodum externi in res externas ſibi obiectas. Ab his verò ſpeciebus cùm primùm ad externa organa perueniunt, mox aliæ quædam formæ ſeu notiones exſolutę per neruos opti- B cos, vehente ſpiritu in cerebrum commeant, commune ſcilicet idemque principium, in quo primaria ſentiendi vis ſita eſt, cui ſinguli ſenſus omnia nuntiant, quæ ante ſe poſita prima cognoſcendi facultate apprehenderunt. At non quemadmodum externa obiecta externorum ſenſuum ſpecies, ita hæ ipſas interni ſenſus notiones, vt effectrices cauſę, gignunt: ſed quæ ad internum primariumque ſenſum penetrant rerum imagines, ipſius animæ vi effinguntur, quæ proinde longè tenuioris eſſentiæ ſunt, quàm illæ quæ ab obiectis proximè obueniunt. & vt luminis radius à ſpeculo repercuſſus directo imbecillior eſt, ipſumque corpus lucidum in ſpeculo imperfectiùs exhibet; ita quoque internæ hæ formæ, res, quarum ſunt ſimilitudines, obſcuriùs multò repræſentant quàm externæ, ac omnium obſcuriſſimè ſpecies illæ, quas intellectus ab imaginatiua potentia ſibi C efformat, vtpote ſpirituales magis. Sic videmus nil ita perſpicuè cognoſci, vt id, quod oculis obuerſatur; deinde ea quæ in ſomnis ſola facultas imaginandi ſibi proponit; denique imperfectiſſimè ea quæ ſolo intellectu percipimus. Nam ſpecies quò ſunt à primis illis, quas res aſpectabiles ſuggerunt, remotiores, eò ſegniorem vim repræſentandi obtinent.

His functionibus eouſque perductis, in opus erumpens conſeruatrix facultas, notiones ſeu rerum imagines, quas internus ſenſus ab illis, quæ in internis ſunt organis, accepit, promptè amplectitur, & tum propria vi ac poteſtate, tum illarum adnixu impulſuque miro quodam modo in cerebri corpore inſculpit, citra vllum materiæ veſtigium; vbi velut in proprio conceptaculo diutiùs permanent, abeunte etiam ac ceſſante omni re- D rum cogitatione. Hæc quidem formarum conſeruatio memoria dicitur, quàm frequens ſtabilit meditatio, atque identidem repetiti intuitus. Nam quemadmodum iteratis mallei ictibus claui adiguntur, & nummi crebris percuſſionibus ſignantur, propterea quòd ſinguli ictus propriam vim habent, eamque cum primo ictu communem; ita vnius intuitus impulſu leue quoddam formæ rudimentum ponitur, quod ſecundo ac tertio ceteriſque deinceps altiùs quodammodò impactum, firmatur, conſtantiuſque efficitur.

Et verò ſi vnus intelligendi actus id poteſt, vt ſuſceptam ab intellectu agente imaginem cerebro infigat, in quo velut actis radicibus aliquamdiu perſeueret, ceſſante omni mentis operatione; profectò fateri oportet, iteratum actum altiùs eam formam in animo E infigere, vt diutiùs conſeruetur, eamdemque perfectioribus quodammodò lineamentis efformare, vt rem, cuius eſt ſimilitudo, enucleatiùs repræſentet; ac demum eam ſibi magis reddere familiarem, vt tanto ocyùs prodeat, cùm reminiſcentiæ vi ad vſum euocatur. Singuli enim actus proprium effectum in commune conferunt, atque ex omnium concurſu memoria obfirmatur, non ſecùs ac repetitis actibus, continuaque exercitatione habitus gignuntur.

Hoc ſanè quotidiana probat experientia. Nam qui memoria aliquid addiſcunt, ſæpiùs id quod imprimere ſtudent relegunt, maiorique animi contentione ac niſu apprehendere conantur. Sic porrò videmus rerum lectarum ſpecies efficaciùs memoriæ com- F mendari. Ad id etiam plurimum conducit circumſtantiarum loci, & temporis ac ceterarum conſideratio. Hinc verò originem habet memoria illa, quæ localis dicitur, qua nempe ſpecies non ſolitariè atque confusè, ſed enucleatè, omniumque circumſtantiarum apparatu inſtructæ percipiuntur. Hinc etiam humana induſtria artem iuuandæ memoriæ excogitauit, qua per ſigna certis locis conſtituta, velut per claſſes rerum perceptarum formæ diſtribuuntur, vt eo promptiùs certiuſque, cùm lubet, ſuo ſingulæ ordine euocari poſſint. Palàm igitur, imagines interno ſenſu conceptas, iteratis identidem aſpectibus magis ac magis obfirmari, altiuſque animo infigi, quod oſtendiſſe oportuit.

PRO-

A

PROPOSITIO CVI. THEOREMA.

Tunc mentis oculus acutùm incipit cernere, cùm primùm corporis oculus defloreſcit.

B PLACVIT hunc primum Opticorum librum diuina iſta Platonis ſententia concludere; quæ tametſi veriſſima ſit, atque omnium experimento comprobata, eius tamen cauſam à paucis video eſſe explicatam. Quam vt nos demonſtremus, id primo loco aſtruendum videtur, magnam inter oculum mentemque noſtram ſimilitudinem diſſimilitudinemq; exiſtere. Conuenire quidem inter ſe ſe, præcipuorum philoſophorum auctoritas probat. Siquidem *vt eſt in corpore viſus*, inquit philoſophus libro primo Ethicorum cap. 6. *ſic eſt in anima mens.* Et D. Auguſtinus libro primo Soliloquiorum cap. 6. *Oculus animæ, mens eſt ab omni labe corporis pura.* Mox idem: *Cùm ergo ſanos habuerit oculos, quid reſtat? vt aſpiciat. Aſpectus animæ, ratio eſt.* Ac tandem: *Ipſa autem viſio intellectus eſt ille, qui in anima eſt, qui conficitur ex intelligente, & eo quod intelligitur: vt in oculis videre quod dicitur, ex ipſo ſenſu conſtat atque ſenſibili; quorum detracto quolibet, videri nil poteſt.* His conſonat Philo Iudæus lib. de mundi opificio: *Vt*, inquit, *in corpore*
C *quod maximè eſt princeps, viſus eſt, & in hac rerum vniuerſitate lucis natura; eodem modo quod in nobis primatum obtinet, eſt mens: hæc enim animi eſt viſus, ſuis circumfulgens ſplendoribus, quibus multa ac denſa caligo; quam rerum ignoratio ſuperfudit, diſcutitur.* Marſilius item Ficinus in argumento lib. 7. Platonis de Rep. *Quemadmodum ſe habet viſus ad viſibilium ſummum, id eſt, ſolem; ſic intellectus ad ſummum intelligibilium lumen, ſcilicet Deum.* Diffuſiùs verò ipſe Plato oculi ac mentis ſimilitudinem explanat libro de Rep. 6. *Oculi quoties non ad ea vertuntur, quorum colores diurnus fulgor illuminat oſtenditq;, ſed ad illa quæ nocturnis radiis attinguntur, cæcutiunt atque hallucinantur, & propè cæci eſſe videntur, perinde ac ſi purus in illis viſus non inſit: quoties verò ad ea, quæ ſol illuſtrat, perſpicuè cernunt, iiſdemq; ipſis in oculis viſus eſſe apparet. Sic & de animo cogita.*
D *Quando enim illi inhæret, in quo veritas & ipſum ens emicat, intelligit illud cognoſcítque, & intellectum habere videtur: ſed cùm ad id fertur, quod tenebris eſt permixtum, quod videlicet generatur atque corrumpitur, eius obtunditur acies, opinioneſq; verſat varias, ac mentis expers eſſe videtur. Illud igitur, quod veritatem illis, quæ intelliguntur, præbet, & intelligenti vim ad intelligendum porrigit.* Hæc Plato. Simile quiddam legimus in lib. 12. de diuina ſapientia ſecundùm Ægyptios, qui Ariſtoteli adſcribitur cap. 5. *Eadem eſt ratio animi ad ipſa intelligibilia, quæ oculi ad ea quæ aſpectabilia ſunt: vtque aſpectus eſt oculi perfectio, ſic intelligendi actus ipſius animi. Ac quemadmodum oculus ſine diſcrimine ſe habet ad omnia aſpectabilia: ſic animus ad omnia intelligibilia. Ampliùs etiam, vt oculus reipſa non videret, niſi ad videndum eſſet præparatus: ſic neque animus reipſa intelligeret,*
E *niſi in eo antegreſſa eſſet ad intelligendum quædam aptitudo.*

Hoc igitur intellectus in anima eſt, quod in corpore eſt oculus. quo etiam pacto intelligendum illud Martialis diſtichon:

Hunc tu conuiuam cautus vitare memento;
Tum furit, atque oculo luſcus vtroque videt.

Luſcus enim cùm altero oculo corporis orbatus ſit; neceſſe eſt per alterum oculum, mentis oculum debere intelligi. Vterque enim intuetur, hic intelligibilia, ille ſenſibilia; hic ſpecie intelligibili, ille ſenſibili, quarum vinculo vterque ſuo obiecto quodammodò coniungitur. Præterea vt in id ſolùm fertur oculus, quod luce aſpectabili perfun-
F ditur; ita mens in id tantùm, quod veritatis eſt particeps. Et Plotino teſte, loco ſuperiùs citato, *quemadmodum viſibile lumen in natura perſpicua dumtaxat reperitur, ita inuiſibile in natura perſpicaci*, id eſt, intellectuali; quæ tum cernit quamoptimè, cùm ei lumen veritatis affulget. Rurſus vterque per anguſtum organum maximarum rerum notiones ſuſcipit, itaque diffundit ſeſe, vt nullis diſtantiæ finibus coërceatur. Ad hæc momento temporis vterque ſua operatione perfungitur. Intellectus item iuxtà ac oculus ſe, quocumque libuerit, conuertit.

Ob hanc tam exactam comparationem, non pauci è ſanctis Patribus arbitrati ſunt, animas à corporibus ſecretas, proprio etiam loquendi modo videre; non vtique corporeo oculo, à quo iam auulſæ ſunt; igitur ſpirituali, hoc eſt mente ſeu intellectu, qui dum

omnia tamquam si coràm existerent, suapte vi cognoscit, videre ea quodammodò exi- A
stimatur.

Quamuis ex his abundè constet mentis contemplationem cum externo obtutu, lumenque visibile cum lumine veritatis magnam habere consensionem, est tamen latum etiam inter vtrumque discrimen. nam, vt est apud philosophum libro 11. de diuina sapientia secundùm Ægyptios cap. 2. *Aspectus quidem extremitatem rerum percipit, intellectus autem quæ interiora sunt & abdita. Quare firmiori vinculo vnitur cum iis quæ in intelligentiam cadunt, quàm sensus cum illis à quibus mouetur.* Deinde aliud discrimen subiungit: *Omnis*, inquit, *sensus functio, si diuturna sit, sensum fatigat. Intelligendi verò munus, quò diuturnius est, eò magis intellectum confirmat, purioremq; reddit.* B
Tum obiecta quoque ipsa sensuum, quo sunt exquisitiora, eò magis sensus perstringunt ac sauciant; quæ verò intellectu percipiuntur, quò sunt in ratione cognitionis excellentiora, eò suauius intellectum afficiunt.

Denique, quod præcipuè ad rem nostram facit, externus visus iisdem rebus crebrò inspectis nil proficit: sed simul atque aciem ab obiectis amouerit, eius omnis perit phantasia. Mens autem eorum, quæ semel cognouit, simulacra quædam in memoriæ sinum recondit, & repetitis actibus altiùs infigit. His porrò per reminiscendi facultatem in conspectũ adductis, absentia velut præsentia cùm libet intuetur; quò verò plures habet variarum rerum imagines in memoria asseruatas, eò res ceteras, quas etiam nullo antè tempore percepit, clariùs videt, ac promptiùs de eis iudicat. Sic Solon, vt Tullius refert C
in Catone, dicere solebat, se senescere quotidie multa discentem. Quod verò ita progrediendo facultatem suam semper adauget, neque in hac finem vllum attingit; id virtutis est, quæ neque interrumpi potest, neque deficere. Cùm ergo constet corporei aspectus aciem breui hebetari propter aduersam obiectorum actionem, quæ organum pessumdat; mentis autem vim exercitatione exacui, palàm fit, tum primùm incipere mentis oculum acutè cernere, cùm corporis oculus defloresçit.

Quotidiano verò vsu experimur vires corporis ab anno quadragesimo minui: animi verò facultatem inde augeri. Viget enim in primo ætatis flore ingenium, & comprehendendi quædam facilitas; ab anno verò ætatis quadragesimo ad sexagesimũ vsque iudicium, prudentia, atque consilium. Quæ nisi excellerent in senibus, numquam D
maiores nostri, vt Cicero ait in Catone, supremum consilium, à senio Senatum appellauissent. Post annum denique sexagesimum intelligendi acumen retunditur, animiq; vigor marcescit, non quòd anima ipsa intus patiatur aliquid, cùm sit immortalis; sed quòd simulacra rerum, quæ memoriæ insculpta erant, affluente humore, obliterentur. vnde bis pueri dicuntur senes, quòd in puerorum ignorantiam relabantur. Hinc etiam pendet quæstio illa sanè grauissima, quam in Politicis tractat philosophus, sitne Reipublicæ vtile perpetuos esse magistratus, num potiùs verendum sit, ne aliquando illa incidat in delirantes senes: cui quid respondendum sit, iudicent illi, qui de Politicis agunt. Nobis huc vsque de visus organo, obiecto, naturaque disseruisse sit satis.

FRANCISCI AGVILONII
E SOCIETATE IESV

OPTICORVM LIBER SECVNDVS

DE RADIO OPTICO ET HOROPTERE.



ARGVMENTVM.

EXPOSITIS *hactenus iis quæ naturæ visus insunt, ad ea progressum facimus, quæ ex ipsa natura, ceu ex fonte riuuli, emanant; philosophi affectiones vocant. In quibus quæ toti naturæ, ac soli, semperque conueniunt, maximè dicuntur propriæ; quæ verò soli, at non omni, aut non semper, propriæ illæ quidem, sed non maximè; quæ demum aliis quoque interdum obueniunt, communes vocitantur. Quæ primo genere continentur, eæ ex ipsis naturæ principiis proximè scaturiunt, ideoque nullam aliam causam habent, quàm naturam ipsam ita à prima origine constitutam. Ex his deinde propriæ affectiones deriuantur, quarum proinde superiores, quæ maximè pro-*

priæ

priæ dicuntur, sunt causæ. At communes ab extrinsecis causis pendent; quæ cùm A
non secùs abesse atque adesse possint, fit vt ipsæ quoque affectiones adsint absintque nullo rei subiectæ interitu. Ad communes affectiones spectant communium obiectorum cognitiones, & quæ circa aspectum contingunt fallaciæ, de quibus, duobus sequentibus libris acturi sumus. Inter proprias verò aspectus proprietates, quas ferè superiore libro retulimus, naturæ proxima ea esse videtur, quòd rerum species formasque rectis lineis euibratas admittat, vt propos. 50. & 74. superioris libri
ostendimus; cumque hinc permulta, quæ in ratione visus posita sunt, ceu consectaria B
eliciantur, roborentur, ac stabiliantur, pretium operæ erit diffusiùs hoc caput explicare. Quare præsenti hoc libro de specierum appulsu, id est, de lineis, quibus rerum imagines ad organum visus protenduntur, agemus. Radios vulgò nominant, quòd eumdem habeant cum luminis splendore propagationis modum, quocum etiam à rebus prosiliunt, & ad aspectum porriguntur. Est porrò amplissimus radiorum vsus, non in terrenis solùm rebus, verùm etiam in cælestibus: nam quæcumque sunt inaccessa, aut quæ vulgarem dimensionem superant, vt montes, turres, flumina, vrbium mœ- C
nia, atque ipsa etiam sidera, hæc nulla re certiùs quàm oculari radio examinantur. Cùm castra disponit metator, cumque arbores in quincuncem decempedator æqualibus interuallis constituit, & architectus cùm ædificiorum parietes columnasque in rectam seriem ducit, operis probitatem radio explorat. hic quippe, si quid extra regionem protenditur, expeditissimè renuntiat. Rursus agrorum spatia, vrbium intercapedines, astrorum magnitudines atque absessus, terram denique ac cælum ipsum numquid oculo aspectuque metimur? Hinc sanè instrumenta quamplurima à geometris, astronomisque, atque cosmographis ad hos vsus excogitata fuerunt, quibus per diauliscos opticus ra- D
dius cogitur, ne vagus instabilisque à proposita meta aberret: è quibus proinde nonnulla Radij etiam nomen acceperunt, vt est celebris ille, atque in astronomicis rebus præstans, qui ab inuentore Ptolomæi radius est nuncupatus, & ille de quo Virgilius Eclog. 3.

Descripsit radio totum qui gentibus orbem.

Huius quoque generis sunt astrolabia, quadrantes, annuli, armillæ, torqueta, regulæ, scalæ altimetræ, baculi Iacob, graphometra, trigometra, holometra, pantometra, atque sexcenta alia, quæ quotidie in lucem prodeunt, specie quidem noua, & quæ portentum E
aliquod scientiæ promittunt, re autem vera nil præter opticum radium continent. Non est autem nobis hoc loco propositum hæc organa describere, atque eorum rationem explicare, multo verò minùs eorum vsum; sed naturam dumtaxat præcipuasque optici radij proprietates, cuius ope organa illa postulatas dimensiones exhibent. Radio optico affinis est Horopter, cuius proinde naturam ac vim prorsus admirandam hoc etiam libro aperiemus, ceteris eius vtilitatibus in librum quartum reiectis, vbi fallacias, quæ circa locum obueniunt, ab Horopteris natura pendere ostendemus. Verùm F
priusquam rem ipsam aggrediamur, ea definire oportet, quæ in nostrum vsum veniunt.

DEFI-

A

DEFINITIONES.

I.

Radius opticus recta est linea, per quam forma rei aspectabilis ad obtutum porrigitur.

B PERSPICVA est hæc definitio: quapropter eam breuitatis causa transcurrimus, pòst enucleandam magis ex natura visibilium formarum, cùm prima huius libri propositione radiorum opticorum essentiam altiùs inuestigabimus: id verò obiter monendum hoc loco est, per radiosam lineam non esse intelligendum aliquid imaginabile, sectile quidem, at latitudinis expers; aut mathematicam longitudinem ab omni materia intellectu diuulsam, sed formam ipsam rei aspectabilis, rectà in centrum visus exporrectam. Vt enim solis aut lucernæ radius est recta luminis euibratio, ita & opticus radius est ipsa rei visibilis imago seu forma, quæ luminis ope à re obiecta ad aspectum nostrum recto itinere deportatur.

C

II.

Radius qui per ipsius visus ac totius oculi centra transit, proprio nomine Axis opticus *nuncupatur.*

EX propos. 48. superioris libri constat, innumeros esse radios, per quos rerum formis ad superficiem visus patet aditus; qui tametsi omnes in centrum visus incidant, tamen vno dempto ceteri à totius oculi centro deflectunt: eum ergo, qui per vtrumque centrum incedit, propria appellatione *Axem opticum* nuncuparunt, à ro-
D tis desumpta similitudine. vti enim in his axem reliqui circumstant radij, atque in eum simul omnes conueniunt: ita lineam quæ centra omnium tunicarum pertransit, ceteræ omnes, quæ à rebus educuntur, ambiunt, atque vnà in centrum visus illabuntur. Rursus quemadmodum in rotarum axe maximum robur esse oportet, quòd in eum totius machinæ vis ac pondus incumbat; sic per eam quam diximus lineam, quæque directò in superficiem visus impingit, robustissima est specierum actio, ac proinde perfectissima visio, vt libro primo propos. 75. demonstrauimus. Axis igitur omnium radiorum acerrimus & viuacissimus est, nec vsquam res clariùs perfectiúsque videri potest, quàm vbi axe attingitur. Hic enim velut vnica congressione à ceteris radiis stipatus fouetur, vt meritò radiorum princeps ac rex dici mereatur. Et vt in totius mundi machina axis
E nuncupatur ea linea quæ per centrum transit; ita in oculo quæ per centrum ducta concipitur, axis opticus appellatur: est enim oculus quædam maioris mundi similitudo, in qua crystalloides tetram, tunicæ verò cælos repræsentant, interuallo ab illa discretos. Vocatur etiam oculi acies, quòd veluti quodam acumine aut styli mucrone, res acutissimè certissimeq; attingat, ac proinde distinctissimè internoscat; quemadmodum & ingenij acies perspicacitas nuncupatur, seu vis illa quæ in abditas rerum causas facillimè penetrat. Ergo vis oculorum quæ per axem exeritur, acies dicitur; non verò pupilla ipsa, vt quidam voluere: illa inquam vis quæ radiis solis, cùm in ipsum directè intuemur, ceu fortiori retunditur.

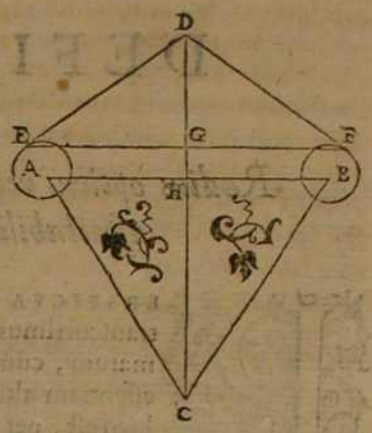
F

III.

Connectens centra visuum ea dicitur recta linea, quæ ab vnius centro ad centrum alterius ducta concipitur.

TAMETSI clarior videatur huius definitionis sensus, quàm vt explicatione indigeat; lubet tamen eam adiecto schemate illustrare, in quo centra visuum notantur A & B: quæ verò centra visuum connectit recta linea A B, cum axibus opticis in C concursantibus triangulum perficit, quibus etiam velut basis substernitur.

nitur. D E autem,& D F neruos opticos repræsentant, quorum extremâ quidem E & F oculos attingunt eâ parte, qua ossis cauitas intus pertunditur; at reliqua parte in D conueniunt ea ratione quæ lib. 1. propositt. 1. 2. & 12. à nobis est explicata: vnde is locus nerui communis appellationem accepit; propterea quòd,tametsi in vnum neruum perfectè non coëant, tamen ita coniunguntur vt sese contingant. Quare vocatur etiam neruorum opticorum congressio atque commune principium. Quamuis enim altiùs originem suam repetant nerui optici, nimirum à cerebro ipso,vt propos.2. l.1. ostendimus, tamen præter hunc locum, in quo conueniunt, nullum aliud commune illorum principiũ apparet. Quæ verò puncta A & B connectit, non incongruè etiam oculorum distantia & interuallum nuncupari potest.



A B C D E F

IIII.

Connectens extrema neruorum opticorum ea dicitur recta linea, quæ ad terminos, vnde pendent oculorum orbes, applicatur.

EI quæ centra visuum connectit, haud absimilis est illa quæ ad extremitates neruorum opticorum adiungitur: cuiusmodi est in superiori paradigmate linea E F neruis opticis E D, F D tamquam basis subiecta, ac triangulum cum iisdem efficiens, quod quidem Isosceles esse oportet. Siquidem pares longitudine esse neruos opticos, libro primo propositione vigesima secunda est demonstratum.

V.

Quæ à neruo communi in connectentem extrema neruorum opticorum normaliter incidit recta linea, Axis communis vocitatur.

SI quidem in schemate definitionis tertiæ æquales sint anguli D G E, & D G F, ideoque recti, erit D G C *Axis communis*, vtpote à communi neruorum principio in E F connectentem neruorum extrema, secundùm normam incidens. Potest verò & *medius axis* appositè nuncupari, quòd inter vtrumque opticum axem medio loco sit constitutus. Huius quamuis nulla peculiaris actio visionem perficiat, vel adiuuet; est tamen ad cognitionem eorum, quæ de visu tradentur, eius perneccssarius vsus: idemque de iis, quæ tum centra visuum, tum extrema neruorum opticorum connectunt, iudicium esse debet.

VI.

Radius verò communis ea est recta linea, quæ ab axium opticorum concursu educta, connectentem centra visuum bifariàm secat.

VELVTI in superiori schemate, si recta C H quæ ab axium congressione educitur, ipsam A B in H ex æquo diuidat, erit eadem C H radius communis, siue directis siue limis oculis rem propositam intueamur. Communis porrò dicitur hic radius, sicut & axis communis, quòd aliquid cum axibus opticis vterque commune habeat. nam in concursum opticorum vterque perpetuò incidit, quorum proinde intersectionis signum huic & radio & axi commune est. Differt verò radius communis à communi axe, quòd hic arctiori lege astringatur, quippe qui connectenti extrema neruorum opticorum normalis postulatur: ex quo fit, vt immobilis sit, vnumque dumtaxat situm habeat; à quo si dimoueatur, axis communis rationem amittat est necesse: at communis radius liberiùs vagatur, vt qui hoc solùm requirit, ne connectentem centra visuum in partes inæquales secet, atque idcircò maiorem situs variationem admittit; quocumque enim oculorum acies obuertuntur, eodem ille medium aspectum

defini-

A definiturus subsequitur nullo angulorum discrimine, quos cum ea efficit, quæ centra visuum connectit, nunc rectos nunc obliquos, vt fors tulerit. Recti quidem illi sunt, cùm ita directè oculi in rem propositam intenduntur, vt axes æquales sint, qua oculorum constitutione idem est radius communis, qui & communis axis, vt in præcedenti schemate recta C H: cùm autem in obliquum oculi torquentur, neruique optici inæquales inter se sunt, perspicuum est tum eam, quæ à communi axium opticorum intersectione in connectentem centra visum medio loco incidit, obliquos angulos efficere. Hæc igitur propria ac peculiari appellatione radius communis vocitatur.

B

VII.

Pyramis optica est figura aspectabilis forma per medium diaphanum ad obtutum vsque diffusa, verticem habens centrum visus, basin verò rem ipsam.

CVM ab omni parte corporis aspectabilis in omnem partem medij circumfusi species prosiliant, vt lib. 1. propos. 48. ostensum est, eæq; rectis lineis protendantur, vt propos. 50. fit profectò vt vniuersa radiorum collectio, quæ à singulis partibus rei visæ ad vnum quodcumque signum medij destinatur, acuminatam quamdam
C figuram efficiat, cuius basis quidem est res ipsa, vertex autem punctum illud ad quod radij omnes terminantur. Hæc figura tametsi nonnumquam sit conus, subinde pyramis propria appellatione nuncupata, pro varietate rei visæ, quæ oculis obuersa, ceu basis modum formamque determinat; tamen ob nominis penuriam quo pyramidis coniique genus aptè significetur, pyramidis nomen vsus inuexit, & confirmauit.

Rursus licet innumeræ sint eiusmodi pyramides, tot nempe quot puncta medij perspicui, ad quæ radiorum illæ collectiones finiuntur: tamen vna dumtaxat optica dicitur, cuius nimirum vertex est centrum visus. Hæc enim sola visioni obseruit, quandoquidem, vt lib. 1. propos. 51. est demonstratum, radij omnes qui extra centrum crystalloidis vagantur, nullam actionem in visum intendant. Vnde propos. 26. superioris libri
D ostensum est crystalloidi principium sensus inesse, quòd in eius centrum, omnium eorum quæ videntur, species colligantur. Est igitur pyramis optica vniuersa radiorum collectio, quæ à re visa ad centrum vsque obtutus extenditur forma turbinata, ad verticem habens ipsius visus centrum, pro basi verò rem ipsam.

VIII.

Maxima pyramis optica ea omnia amplectitur, quæ oculus vnico aspectu contueri potest.

E MAGNITVDO pyramidis opticæ non ex magnitudine rei visæ, sed ex amplitudine anguli verticalis æstimatur. Maior enim optica pyramis ea censetur, cuius maior est ad verticem angulus. Cùm autem maius latus maiorem angulum subtendat per 18. primi Euclidis, maior erit illa pyramis optica, cuius maior erit basis; maxima verò, cuius basis maxima. at maxima illa est basis, qua maiorem complecti oculus vnico aspectu nequit. igitur maxima pyramis optica rectè ea definitur, quæ illa omnia comprehēdit, quæ oculus vnico aspectu contueri potest. Hæc sanè optica figura, sublatis externis oculi impedimentis, non pyramis, sed conus est; propterea quòd pupillæ ambitus sit orbicularis, nunc verò obsunt frons, nasus, malæ: quæ si spectentur, perspi-
F cuum est hunc conum opticum natura maximum non habere basin circularem. siquidem versus tempora magis se visus expandit, quàm circa nasum, & infernè latiùs, quàm supernè, illic naso, hic obstantibus ciliis ac superciliis. Augetur etiam minuiturque ea figura per pupillæ diductionem & constrictionem: latior enim effecta, plures circa ambitum radios admittit, quàm dum in angustum se contrahit.

Aduerte præterea maximam visus pyramidem, si propriè loqui velimus, nullam posse habere sibi subiectam basin. Nam infractionis ope non tantùm per eas lineas formæ rerum ad adspectum perferuntur, quæ rectà in centrum visus delatæ angulum in eo efficiunt; verumetiam per eas quæ ad normam optico axi occurrunt: quod manifesta docet experientia, cui refragari est nefas. ex quo fit, vt ne angulum quidem ad

verticem habeat maxima hæc pyramis, nisi infractionis interuentu. A

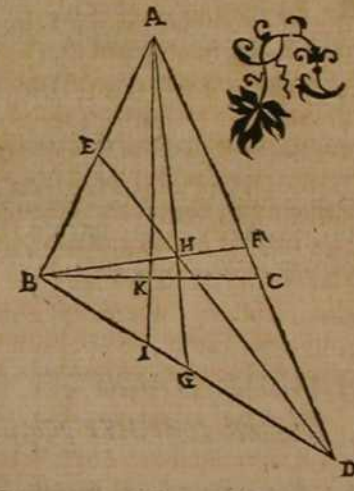
Demum hoc etiam aduerte, quòd brutæ quædam animantes pupillam minimè orbicularem habeant, vt equi ac feles; sed oblongam illiq́ue figuræ similem, quam duorum æqualium circulorum sese interſecantiũ communis portio repræsentat, cùm vnius centrum in circumferentia alterius acceptum fuerit. His inquam animantibus ea quæ opticæ pyramidi subijcitur basis, circularis esse non potest. quamobrem eis contingit nonnulla etiam, quæ ad tergum deflectunt, per pupillæ angulos obliquis radiis spectari.

IX.

Axis pyramidis optica illa vocatur recta linea, quæ per verticem rectæq́; basis centrum transit. B

In planis figuris rectilineis centrum dicitur punctum illud, per quod extensa à quouis angulo ad oppositum angulum latúsve quaquauersus recta linea, ipsam figuræ aream bipartitò diuidit. In hoc punctum demissa à vertice pyramidis opticæ recta linea, axis nuncupatur, non ea omnino significatione, qua interdum axis dicitur ille, qui per centrum grauitatis, seu centrum corporis aut solidæ figuræ extenditur, & per quem ductum quodcumque planum, corpus secat bifariàm; sed paulò fusiore intellectu, vt quandoque axis opticus per centrum solidæ figuræ agatur, quandoque extra illud ca- C dat. Ad rationem autem definitionemq́ue axis pyramidis opticæ id iure postulari videtur, vt in centrum rectæ baseos incidat; est porrò recta basis ea, quæ cum oppositis lateribus ipsius pyramidis æquos angulos facit.

Hæc quia paulò obscuriora videntur, adiecto schemate fient illustriora. Sit A vertex pyramidis opticæ, & recta quidem basis ea, cuius dimetiens BC, cum pyramidis lateribus AB & AC æquales angulos constituens ABC & ACB; obliquæ verò baseos diametrus sit BD efficiens cum AB & AD angulos ABD & ADB inæquales.



His ita positis, si centrum figuræ postuletur, singula trianguli ABD latera bifariàm diuiduntor, nempe AB in E, AD in F, & BD in G, è quorum sectionibus rectæ ad oppositos angulos educuntor, sintq́ue AG, ED, & FB; quæ sese in H intersecabunt, quod figuræ centrum esse aio. Siquidem singulæ lineæ AG, ED, & FB triangulum ABD æquas in partes diuidunt. Nam AG, exempli gratia, duo constituit triangula AGB & AGD, quæ cùm in eadem sint altitudine, & super æqualibus basibus BG & GD constituta, erunt per primam sexti Euclidis ipsa inter se æqualia, similiq́; modo in ceteris fiet demonstratio. Igitur lineæ per H, & angulorum vertices A, B, & D actæ, triangulum ipsum bifariàm diuidunt, atque ea propter H ipsius trianguli est centrum. D E

Non est verò AG axis pyramidis opticæ; sed diuisa base recta BC in K bifariàm, erit AI quæ per K transit, axis superiùs definitus: hic namque angulum, qui ad verticem opticæ pyramidis consistit, in angulos æquales disterminat, ac totius prospectus medietatem signat.

X.

Horopter recta est linea per axium opticorum congressionem, ei, quæ centra visuum connectit, parallelõs incedens. F

Sunto visuum centra A & B, quæ verò illa connectit recta linea sit AB, axesq́; optici AC & BC coëuntes in C: per C recta ducatur ipsi AB parallela, nempe DE. Hanc ob propriæ vocis penuriam, *Horopterem* placuit nuncupare, ab insigni proprietate qua pollet, nemini, quantum animaduertere licuit, hactenus perspecta.

Hæc visum finit ac terminat. quæcumque enim conspectui obijciuntur, si quidem in illo sint plano quod per axes opticos transit, in horoptere apparent; quoniam is neque propiùs

A propiùs radios opticos definiri, neque longiùs præteruehi finit: sed omnium rerum in plano illo obiectarum apparentia loca in se recipit. Exempli gratia, proposita re visibili F, radij optici A F & B F neutiquam in F conquiescunt, sed rei phantasiam vlteriùs prouehunt, quoad eam in horoptere velut in communi termino ac statione sistant, vbi gemina loca H & G sortitur. Sic radiis longiùs in I protensis, horopter signum I propiùs adducit & ad se reuocat, locaque ei in sua regione ad signa K & L constituit: sicq; horopter
B eorum omnium terminus est, quæ vltra citraque axium opticorum concursionem existunt, & in quo omnium, quæ vnico intuitu cernuntur, loca apparent. Qua de re diffusiùs infrà ad finem huius libri, & lib. 4. in fallaciis quæ circa locum eueniunt; nunc verò horopterem definiuisse sit satis, quoniam hoc libro eius facienda est mentio, propter eam, quam cum opticis radiis habet, cognationem.



XI.

Planum horopteris illud vocetur, quod per horopterem ducitur ad id quod per axes secundùm normam constitutum.

C

QVEMADMODVM horopter ad eam se habet visionem, quæ per iugatos fit axes; ita horopteris planum ad eas visiones, quæ delatis per ceteros radios speciebus efficiuntur. Omnia siquidem quæ videntur, quibuscumque tandem radiis formæ ad oculos destinentur, ea in plano horopteris apparent, vt suo loco inferiùs explanatiùs dicemus. Vt verò horopter, sic & horopteris planum imaginabile quiddam est, ac neutiquam in rebus existens, sed sola mente conceptum: cuius definitio atque natura duabus proprietatibus circumscribitur, quarum altera est vt per horopterem ductum intelligatur; altera, vt illi plano, quod per iugatos axes opticos transit, rectum sit. Hoc planum ita animo conceptum tabulæ cuiusdam instar erit in termino vi-
D sus collocatæ, ac directè oculis obuersæ, in quam eorum omnium quæ cernuntur apparētia loca recipientur. Nam seu citra seu vltra hoc planum res visiles sint constitutæ, siue etiam in ipso existant plano, vbi illud optici radij per rem quamlibet ducti inuadunt, ibi locum apparentem spectatæ rei signabunt, ita vt apparens locus propositæ rei sit huius plani, & radij optici per rem producti communis intersectio. Quocircà hoc planum cum horoptere magnum consensum habet, vtpote quod eorum omnium, quæ oculis obijciuntur, prospectum definit ac terminat.

Atque hæc ad eorum, quæ hoc libro tractanda erunt, explicationem dicta sufficiant; supponimus autem tria hæc, quæ sequuntur, vt sensui nota.

E

HYPOTHESES.

I.

Visum rectâ lineâ efferri.

HOC tametsi Euclides in suis Opticis præsupponat, vt per se notum; & verò non minùs notum sit, quàm quòd lumen recta linea protendatur, cùm rerum species lumine tamquam vehiculo ad organum visus perferantur;
F tamen nos id lib. 1. propos. 74. ratione etiam à natura desumpta demonstrauimus. Quare non modò id vt sensui ac per se notum supponimus, verùm etiam, vt ex naturæ ipsius principiis firmatum probatumque concedi iure postulamus.

Porrò cùm visionem rectà efferri dicimus, non intelligimus visionem rei alicuius ab oculis emissione; sed rectis tantummodò lineis fieri, siue per eas quidpiam ex oculo emittatur, quod lib. 1. propos. 67. confutauimus, siue aliquid intrò suscipiatur, quod propos. 69. superioris lib. vti rationi magis consonum, ita verius esse docuimus. Nunc enim cum Mathematicis loquimur, quorum nil omnino interest, vtrum elegeris, dummodò id constet visum rectis lineis efferri, quod vt notum supponimus.

II. A

Id omne, ac ſolum videri, à quo ad oculum radius opticus extendi poteſt.

EA ſanè eſt intuitiuæ facultatis conditio, vt in actionem numquam prorumpat, niſi ſpecierum appulſu excita, vt propoſ. 69. præcedentis lib. eſt demonſtratum; hæ autem quoniam tum luminis tum ſuapte vi rectis ſemper lineis efferuntur, per propoſ. 50. primi lib. videri profectò id omne ac ſolum poterit, à quo ad aſpectum opticus radius ſeu recta linea extendi conceditur, per quam ſpecies ad organum traducatur. Saluam autem eſſe oportet organi incolumitatem, ſpecieſque ad ciendum obtutum efficaces, iuſtam etiam oculi & rei obiectæ intercapedinem, ac cetera denique, quæ ad exactam functionem conferunt, accommodata. Hæc enim ſi adſint, fieri nequit, vt id, à quo ad oculum imago defertur, non videatur: ergo id omne videbitur, à quo radius opticus ad adſpectum liberè commeat. Si verò corpus aliquod rectæ ſpecierum profluentiæ medium obſiſtat, quoniam per eius denſitatem à re propoſita ad oculum forma viſibilis penetrare non poteſt, rei proſpectus intercipietur. Quocircà id etiam ſolum videbitur, à quo ad organum radius opticus directò extendi poteſt: quod nemo inficiabitur, niſi pariter, quod nefas eſt, non hauſta ſpecie videri aliquid poſſe concedat. B

III. C

Rem omnem in illo apparere radio, quo ipſius ſimulachrum ad obtutum porrigitur.

HOC ex propria natura viſus facilè oſtendi poteſt: cùm namque is appulſu formarum, quas res ipſæ ex ſe tamquam iugi ex fonte emittunt, vt libro primo eſt demonſtratum, ad intuendum concitetur, ex affecta parte araneæ tunicæ, cui præcipua ſentiendi vis ineſt, angulóq; quo imago rei inde ad centrum viſus per aqueum humorẽ infringitur, propria facultate cognoſcit, ex qua mundi plaga recta illa profluentia aſpectabilis formæ obueniat, atque in eius parte aliqua indefinita rem viſilem conſtitutam eſſe vnus etiam oculus certò concludit, ex ea tantummodò inſita perſuaſione, quòd oporteat rem aſpectabilem eò verſus locum habere, vnde ipſius ſimulachrum ad obtutum proficiſcitur. Quæcumque enim extra hanc lineam loca exiſtunt, quia nullam imaginem ad oculum tranſmittunt, nullam quoque ſeu rei ſeu loci notionem inferre poſſunt. Quare præter eam lineam qua forma porrigitur, in nulla ceterarum rem viſilem conſtitutam eſſe viſus cognoſcit, ex eo quòd nulla actione per eas delata ſtimulari ſe ſentiat. Itaque rem omnem in illo apparere radio oportet, quo ſpecies ad aſpectum transfunditur; quod erat explicandum. D

DE RADIO OPTICO. E

PROPOSITIO I. THEOREMA.

Radij optici ſunt veræ formarum productiones, non autem imaginariæ.

VARIÆ fuere de eſſentia ac definitione radiorum opticorum ſententiæ, quæ omnes ad duas reuocari poſſunt. Vna realis eſt, imaginaria altera. Hanc ſecuti ferè ſunt Mathematici fingentes lineas quaſdam à materia ſecretas, ſiue ab oculo ad res aſpectabiles, ſiue ab his ad oculum extenſas; quas tametſi nihil reipſa viſioni conferre exiſtimauerint, tamen fundamentum quoddam illis ſubſterni aſſeruerunt, quo ſine viſionem fieri impoſſibile eſſet: ad eum modum, quo ſpatia quædam imaginaria multi Philoſophi conſtituerunt, quibus vnaquæque res hìc, aut alibi, & non nuſquam eſſe dicatur: eſto nullus exſtet mundus, vel de medio tollátur vniuerſa, quibus etiam ſupra cælorum orbes moueri aliquid poſſet rectà vel obliquè, aut in orbem; quibus item res vna ab alia diſtet, inter quas ſcilicet nullus aër nullúmve corpus interijciatur, quod medium ſpatium impleat. F

Ita

A Ita inquam Mathematici materiæ insueti, cùm nihil interesse ad suum ipsorum institutum animaduerterent, fiatne visio alicuius rei emissione, an susceptione, an sola obiecti præsentia, rectas quasdam lineas ab oculo ad res obiectas descripserunt, quibus visionis naturam commodiùs explicarent, quas neque in materia concretas, neque omnino nihil esse voluerunt; cùm constet visionem rectis lineis protendi, quacumque tandem ratione visio celebretur: sed mediam quamdam essentiam eis attribuerunt, eamq; à materiæ crassitie liberam, puram sinceramque, quam imaginariam vocarunt.

Eadem opinio illis adscribi potest ex philosophantium numero, qui visionem sola obiecti propositione fieri opinati sunt. Hi enim, visionem rectis lineis fieri, inficiari non
B possunt, cùm id per se notum sit omnibus: eo autem concesso radios admittunt, haud mente prorsus confictos, siquidem visio rectis lineis non imaginariè sed reipsa fit; neque verò omnino sensibiles, cùm in visionis ratione nihil extra organum præter obiecti præsentiam agnoscant: igitur medios, qualia esse spatia illa imaginaria diximus, quæ ab extima supremi cæli superficie infinitè omnem in partem excurrunt.

Probari autem potest hæc sententia. quia si radij optici essent quidpiam sensibile, oporteret necessariò eos vel ab oculis emitti, vel in oculos recipi: at æquè vtrumque incertum est, cùm fortè neutro modo, sed sola præsentia obiecti visio fiat; certum autem sit rectis eam fieri radiis: igitur radij non sunt quidquam sensibile.

Ceteri tamen Philosophi, rebus magis quàm Mathematicis abstractionibus addicti,
C radios opticos rectas quasdam luminis formarumque visibilium profluentias esse dixerunt, siue illos de suo quemque oculo emicantes, vt Platonici voluerunt; siue, vt Peripatetici, externus fulgor ab obiectis repercussus, rerumque formis affectus, earum simulachra oculis inferat. Nam hac in re dissentire à Platonicis Peripateticos lib. 1. propositione 67. & 69. docuimus.

Galenus libro de vsu partium 10. quandoquidem extra oculum efferri visorium lumen, idque foris minimè otiosum esse cum Platone statuit, non ineptè opticos radios *visiones* appellari voluit, cuius hoc loco verba attexam: *Quòd si id quoque planum tibi est, haud quaquam temerè à Mathematicis pronuntiatum esse tibi videatur, quæ cernuntur, ea per rectas lineas cerni: voca vtique mihi rectas has lineas, visiones; tenuesq; illas*
D *araneas, quæ à pupilla ad circuli* (obiecti) *circumferentiam extenduntur, non amplius araneas, sed visiones, circuliq; circumferentiam dic per visiones illas videri, ipsiusq; centrum per aliam visionem in axe Coni locatum, omnemq; circuli planitiem per multas quasdam visiones ad ipsam peruenientes.* Diuus autem Basilius lib. de vera virginitate passim *iactus oculorum* appellat: *Dux*, inquit, *& præuius, ac pronubus* (*ita vt dicam*) *oculorum iactus.* & alio loco: *Iactis enim luminum radiis, veluti quibusdam corporeis manibus, quæcumque voluerit eminus tangit.*

Ex duabus hisce aduersis sententiis posterior nobis veritati magis consona videtur; non eo quidem intellectu, quo eam Plato, & qui hunc secuti sunt, explicarunt, docentes radios opticos esse tenues quasdam luminis productiones ab oculis ad res adspectabiles
E rectà effusas; multò verò minùs ex Stoicorum sensu, quorum alij spiritum, alij ipsam cernendi efficacitatem ab oculis foras prosilire existimarunt: sed ea ratione, qua Aristoteles, ceterique Peripatetici hanc rem sunt interpretati, qui radios opticos nil aliud esse definiuerunt, quàm formas rerum, luminis ope directò ad obtutum delatas. Rectè sanè. nam per opticos radios defertur illa virtus, quæ dignoscentem facultatem organo insitam ad agendum excitat: at hoc præstant rerum aspectabilium imagines, quæ rectà ad oculos perferuntur: igitur nil aliud sunt radij optici, quàm eiusmodi formæ, non vtcumque, sed quà directò ad visum destinantur. Ceteri enim, qui huc illucque vagantur, radij quidem dici possunt, at non optici; quòd nisi in oculos illabantur, nihil ad vi-
F sionem conferant.

Deinde quemadmodum solares radij sunt quidam fulgores de corpore solis emicantes, ac rectà per vniuersum medium vndequaque diffusi: ita optici radij sunt simulachra ac species rerum ad oculos rectà euibratæ. Cùm verò ab vnaquaque re innumeri radij prosiliant, ac in omnem circùm partem medij propagentur, illos tantùm, vti iam diximus, opticos iure nominamus, qui ad visum appellunt, cùm horum dumtaxat ope visio efficiatur.

Vnde facile est confutare imperiti vulgi sententiam. Sunt verò inter vulgares non pauci, qui radios opticos ita ex oculis emicare arbitrantur, quemadmodum circùm lucernæ flammam conniuentibus oculis quasdam luminis scintillationes nunc prosilire,

nunc ſubitò ſeſe contrahere videmus, pro vario palpebrarũ motu. At enim hi radij nil A
aliud ſunt, quàm ipſum lucernæ lumen per lacrymoſum oculorum humorem infractũ, non verò quidpiam ex ipſa flamma erumpens: ſi namque ex flamma eiuſmodi radij exilirent, firmum ſitum obtinerent; nunc autem motis palpebris maximam ſubeunt loci ſituſq; mutationẽ: igitur in oculis cauſam habent. vnde fit, vt quo humidiores ſunt oculi, eo plures magiſque conferti eiuſmodi radij conſpiciantur, vti etiam cùm palpebræ propemodum clauduntur. tum enim maior humoris affluentia ante pupillam congeſta maiorem efficit luminis infractionem.

Hæc licet Philoſophorum rationibus conſentanea ſint, hoc tamen Mathematicis concedendum putamus, poſſe radios opticos mente à rebus abſtrahi, ac per ſe ſolitarios B
ſpectari, quo pacto à nobis deinceps conſiderabuntur. Id enim commune eſt omnium Mathematicarum diſciplinarum obiectis, vt licet materiæ inſint, non tamen ita ſpectentur; ſed quatenus à materia ſecreta per ſe in conſiderationem veniunt.

Non autem iis aſſentimur, qui radios opticos lineas imaginarias vocant, ad id ſolùm excogitatas, vt illarum beneficio natura proprietateſque viſus commodiùs explicentur. Nam radios opticos veras, phyſicas, ſenſibileſque lineas eſſe, tum ex iam dictis, tum ex propoſ. 46. lib. primi manifeſtum eſt.

Ad argumentum pro Mathematicorum ſententia ſuperiùs allatum reſpondebitur, viſionem haud dubiè fieri imaginum, quæ à rebus proficiſcuntur, ſuſceptione, vt lib. 1. propoſ. 69. apertè eſt demonſtratum; ideoque radios opticos nil poſſe aliud eſſe, quàm re- C
ctas earum profluentias à rebus ad oculos vſque pertinentes.

Obijciet fortè nonnemo, aliud eſſe ſpatium, aliud aërem, aut corpus quodcumque quo ſpatium impletur; aërem quidem ſolidum quiddam eſſe, ac per ſe conſiſtens: at ſpatium nil niſi imaginarium quid, vtpote à rerum categoriis excluſum; non tamen penitus confictum, quòd à ratione noſtra minimè pendeat. ita ſpecies quidpiam ſenſibile quidem eſſe; at radios nil niſi lineas imaginarias, per quas ſpecies deferuntur.

Reſpondeo aërem neutiquam poſſe rationem ſpatij obtinere, quòd in eo velut in ſpatio nullum corpus exiſtere queat, etſi is poſſit corpus aliquod in ſe tamquam in vaſe, ſeu ambiente ſuperficie continere: at ſpecies ſuapte natura radij quidam ſunt, ſeu formæ, quas obiecta ex ſe fundunt, vt illarum vi organum ſtimulent, cernendique facul- D
tatem ad ſui dignotionem prolectent: non ſunt igitur præter ſpecies commentitij quærendi radij, quibus ſanè nulla vis ad viſionem concitandam ineſſe poteſt.

Sed adhuc aduerſario relicta eſt anſa: dicet fortè opticum radium non formam ipſam eſſe, quæ ad oculum porrigitur: ſed imaginarium formæ recto tramite delatæ veſtigium, haud aliter, quàm Æquator, Tropici, atque Ecliptica, ceterique cæleſtes circuli nihil reapſe ſunt; ſed imaginabiles tantummodò aſtrorum viæ, ad illorum motus ac ſtatus commodiùs explicandos animo conceptæ, ac poſteà facilioris vſus gratia ad materiam accommodatæ.

Huic argumento reſpondendum eſt, cæleſtia ſidera à lumine rerumq; formis longo diſtare interuallo, magnamque rationem eſſe, cur illa dum mouentur, nequeant radio- E
rum ſimilitudinem habere. Aſtra ſiquidem motu quo cientur, locum mutant, deque vno loco in alium perpetua circumlatione commigrant. At rerum formæ, ceu rectæ quædam lineæ à prima origine prolapſæ totum, quo porriguntur, ſpatium vna ſui profuſione implent. Hæ proinde iure optimo radij vocantur: non item verò circuli illi, quos in cælo mente depingimus; ceu ſigna, aut ab aſtrorum lationibus relicta veſtigia.

PROPOSITIO II. THEOREMA.

Radij optici ſunt formæ partim inſectiles, partim F
ſenſibili latitudine præditæ.

CVM formæ illæ, in quarum dignotionem aſpectus inſita facultate incumbit (lumen atque colorem intelligo) iis dumtaxat rebus inſint, quæ magnitudinem habent, ac mole quadam diſtenduntur, ab iiſdem ipſæ corporeo quodam modo porriguntur: ſic vt maior forma à maiore corporis parte, à minore autem minor, à diuiſibili diuidua, ab atoma diuiſionis expers decidatur: quæ omnes rectis, vti ſuperiore libro ſæpè oſtenſum eſt, lineis ab obiectis promiſſæ tandem in oculos illabuntur.

A ſigno

A A signo quidem indiuisibili, Mathematica tantùm linea latitudine crassitieque vacans extenditur. Hæc tametsi secundùm longitudinem secari possit; quà tamen puncti instar aspectui obijcitur, in partes distribui haud vllas potest.

Sic à linea superficies prodit, cùm illam secundùm longitudinem oculus intuetur. Hæc quoque in superficiem extensio, licet reuerà geminam dimensionem habeat; nequit tamen, quà obtutui exhibetur, in latitudinem diuidi, sed in longum tantùm.

A superficie demum forma prouenit tergemina dimensione prædita, quæ proinde omnifariàm sectilis est: re ipsa quidem triplici ratione (præter quam nullam aliam in potestate naturæ existere perspicuum est) secundùm aspectum autem duplici tantum-
B modò, nempe in longitudinem, latitudinemque.

A profunditate, quæ molem solidamque crassitiem corporibus præstat, nulla spectabilis forma erumpit, cùm eius conspectum suapte natura arceat extima, luminibusque obuersa superficies, in quam visus impingit, ac propter ingenitam corpori opacitatem, qua visui obsistit, etiam terminatur. Quocircà quæcumque forma secundùm latitudinem oculis obijcitur, ea absoluto simplicique loquendi modo sensibilis ac naturalis dicitur, ea nempe ratione diuisibilis, quam ingenium conditioq; aspectus admittit. Quæ verò aut nullam, vt Mathematica linea ab indiuisibili signo proueniens, aut vnam tantùm sectionem habet, cuiusmodi est à linea profecta superficies, quæ secundùm aspectum in solam longitudinem secatur, ea Mathematica insensibilisque dicitur.

C Forma porrò quæ à puncto lineáve defluit, etsi forma, & species, & imago puncti aut lineæ vocitetur; non est tamen verè lumen aut coloris intentio, sed horum tantùm aliquid, quod propriam rei appellationem non meretur. Vti enim in quantitatis ratione punctum aliquid est lineæ, & hæc superficiei quidpiam, superficies autem, & linea, & punctum nonnihil sunt corporis: ita in qualitatibus nihil proprie censetur, nisi quod omnes dimensiones habet.

Est tamen radij Mathematici multiplex ac omnino necessarius vsus. hic enim visibilis formæ partes inter se connectit & copulat, non secùs atque in continua quantitate puncta lineæ partes; ipsæque lineæ, partes superficiei; superficies autem partes corporis continuatione coniungunt. Igitur beneficio radij Mathematici totus visibilis formæ
D processus per medium diaphanum ad oculos vsque protenditur, continuatur, atque in vnam formam ex multarum obiecti partium intentionibus coalescit. Deinde huius etiam ope, quæcumque circa specierum eductionem emissionemque theoremata proponuntur, accommodatissimè demonstrantur; assumptis nimirum crassis, sensilibusque reipsa lineis, at mente hoc solùm in eis concepto, quod indiuisibile est, atque omnis latitudinis densitatisque expers.

PROPOSITIO III. THEOREMA.

Distinctarum rerum formæ non prohibitæ, singulæ
E ### *singulis radiis in oculos illabuntur.*

FORMAS singulas rerum distinctarum singulis radiis ad oculos peruenire, in hunc modum vniuersè potest demonstrari. Quæ vno cernuntur radio vnum apparent: igitur quæ vt distincta cernuntur, ea distinctis radiis ad oculos peruenire necesse est. Legitima autem est hæc argumentatio, assumpto nimirum prioris consequentis oppositio.

Deinde cùm rectis lineis species ab obiectis efferantur, necesse est singulas singulis radiis ad aspectum promoueri. Nam neque ab vno puncto ad idem punctum plures li-
F neæ, quàm vna, neque vna sola à pluribus punctis ad vnum aliquod duci possunt: igitur vnius rei forma vno radio, & distinctarum rerum formæ distinctis radiis ad centrum visus perferuntur.

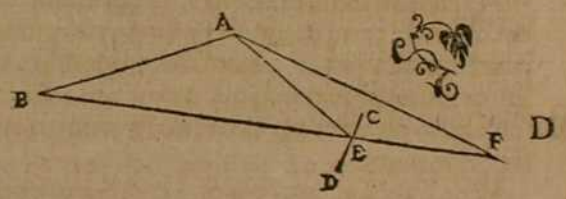
Demum nisi singulæ res obiectæ singulis radiis ad oculum perueniant, sed vel vna eademque pluribus, vel plures eodem, nihil omnino cernetur. Siquidem ita formæ rerum sibi superinducentur, quemadmodum si exaratis characteribus noui inscribantur à prioribus diuersi: quod cùm accidit, posterioribus ita obscurantur priores, imò ambo ita confunduntur, vt nihil omnino legi discerníve possit. Igitur distinctarum rerum formæ distinctis radiis singulæ in oculos illabuntur: quod initio propositum fuit demonstrare.

Ad huius autem propositionis veritatem ea conditio meritò postulatur, vt formæ liberè permeent, nec vllo obsistente à recta productione depellantur. Nam si vel per diuersum medium radij infringantur, vel à terso quopiam læuigatoque corpore versus propriam originem remittantur, fieri vtrouis modo potest, vt & distinctarum rerum formæ eodem radio, & rei vnius forma pluribus radiis ad aspectum perueniat, quod propositione sequenti explanatiùs ostendemus. Si cui verò non placet hanc propositionem ad solas formas non prohibitas restringi, is nomine rerum distinctarum non eas simplici intelligentia accipiat, quæ reipsa distinctæ sunt; verùm eas vt quæ distinctæ apparent: has enim singulis radiis singulas ad obtutum porrigi perspicuum est, quandoquidem non distincta illa, sed vnum apparent quæ eodem radio conspiciuntur. Atque ita, ni singulis radiis singulæ formæ admitterentur, non distincta ea cernerentur, aduersus hypothesin, quæ velut distincta videri supponimus. A B

PROPOSITIO IV. THEOREMA.

Possibile est vnius rei formam, directo simul atque inflexo infractóve radio, ad centrum visus peruenire.

DVOBVS modis obuenire posse constat, vt distinctis radiis vnius rei intuitus habeatur: altero quidem formæ repercussione, altero verò infractione. Cùm nimirum alter quidem radius per æquale medium liberè directoq; producitur; alter autem, vi corporis læuigati repercussus, aut alterius medij densitate tractus, tandem per ambages, à loco ad quem fuerat destinatus, ad oculos redit. Vtriusque exemplum habes in adiuncto schemate: in quo primò ostendi potest, quemadmodum eamdem rem directo simul & inflexo radio videri contingat. C



Esto inquam A res quæ spectanda proponitur; visus autem B: at CD sit corporis læuigati extima superficies, vnde velut à speculo forma rei A ad visum B resiliat ex puncto E. Dico A visile duobus radiis videri, vno quidem directo, nempe AB; altero verò inflexo, scilicet EB. Vtroque enim radio imago rei visilis A ad oculum B defertur. Id autem omne videtur à quo ad aspectum radius opticus extendi potest per 2. hypothesin huius libri. Igitur res visilis A à visu B pluribus radiis spectari potest; altero quidem directo, altero verò repercusso.

Hoc porrò casu geminâ apparere propositæ rei phantasiam, ex iis quæ in Catoptricis docebimus, fiet manifestum. Semel enim res visilis A proprio apparet consistens loco per radium directum AB. iterùm verò apparet in speculi profunditate immersa ad signum F per radium inflexũ BD, eo nimirum loci, vbi is productus cum catheto AF congreditur. E

Idem alterius radij infractione euenit, quod eodem ferè modo licet demonstrare. Nam repositis iisdem quæ suprà, tantùm loco CD substituatur corpus diaphanum, per quod radius AE non directò transeat, sed ab E frangatur in F. Deinde visus ex B transferatur in F. Huic ergo visile A vno quidem radio eoque directo AF proprio in loco conspicietur; altero verò fracto AEF apparebit ad partes B. Igitur vnius rei forma pluribus radiis, tum repercussione, tum infractione ad aspectum peruenire potest, quod erat ostendendum.

PROPOSITIO V. THEOREMA. F

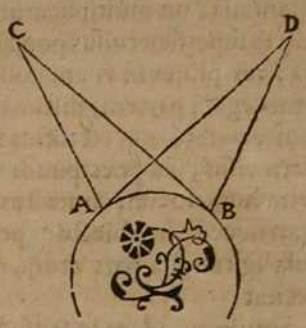
Radios omnes opticos in centrum visus congredi conglobaríque est necesse.

VT planior fiat huius propositionis demonstratio, resumenda hoc loco est propos. 3. huius libri, nempe singula singulis radiis videri. Igitur si nullum sit in oculo certum definitumq; punctum, quod proprium cuiusque rei opticum radium, quo videatur, definiat atque determinet; sed illi omnes ad ciendum obtutum efficaces habeantur, qui ad superficiem visus, quà datur via appellunt; profectò continget, vnamquamque rem innumeris radiis videri, ac

tot

A tot omnino quot rectæ lineæ à re ipsa ad superficiem visus duci possunt. quare totidem distinctis locis vnaquæque conspicietur, quot nimirum radiis forma in oculum illabetur. Ex quo id etiam consequens erit, vt plures rei locis communicent, simulque ac nullo interuallo disterminatæ abiunctæq; appareant: ac tandem, vt nihil prorsus visus discernat, sed simul omnia permixta confusaque aspiciat: quod hac ratione perspicuè demonstrabitur.

Esto visus ipsius superficies A B; visile autem vnum quidem C, alterum verò D. Demusq; punctum C, exempli gratia, omnibus illis radiis cerni, qui ad visus superficiem pertinent, puta radiis C A



B & C B: eodemq; modo punctum D radiis D B & D A videri. Hoc posito continget vtriusque puncti phantasiam confundi, simulque permisceri. Nam vt in A, sic in B, ac ceteris omnibus partibus sentientis organi, vtriusque visilis simulachra conueniunt: sic vt tota portio A B formâ vtriusque obiecti imbuta sit, quæ cùm naturæ ingenitæ necessitate agat, misceri etiam atque confundi vtriusque obiecti dignotioné fatendum est. Eadem verò ratio, quandoquidem in ceteris quoque rebus existat quæ aspectui simul offeruntur, numero sanè infinitæ, confusæ erunt omnes, ac fortuitò congestæ re-

C rum omnium obiectarum phantasiæ, nec quidquam omnino spectari poterit. Quod quàm sit à sana mente alienum, nemo non videt: ex eo enim fit, vt præstantissimus oculorum vsus, qui singula discernit, pessum eat, ipsaq; videndi actio omnium nobilissima funditus euertatur.

Quocircà necesse est vnum aliquod punctum dari, quod proprium cuiusque rei opticum radium determinet, quo spectari queat. Quoniam enim plures reuerà radij ab vnaquaque re ad superficiem visus appellunt, nec per plures, quàm per vnum res quælibet distinctè cerni possit, impossibile est vnum aliquem ex illis superficie terminari, sed punctum aliquod hoc præstabit, quod lib. 1. propos. 26. centrum visus esse diximus. Igitur radios omnes opticos in centrum visus coitionem facere oportet, sic vt per hos

D solos actio obiectorum in visum deriuetur, qui in centrum eius terminantur, per ceteros verò non item.

Hinc superiori lib. propos. 26. diximus centro glacialis humoris, quod & visus centrum est, sentiendi principium inesse, quatenus nimirum omnium radiorum, qui à distinctissimis rebus proueniunt, collectiones suscipit, atque ex innumeris, qui ab vna eademque re educuntur, definit, per quem vnaquæque conspiciatur. Atque ita etiam fit, vt externarum rerum, quæ distinctæ cernuntur, imagines eam in sensorio distinctionem obtineant, quam in seipsis habent.

Eodem etiam lib. propos. 24. Vitellonis sententiam confutauimus, opinantis radios opticos in centrum visus minimè coire; sed ab eo, priusquam illuc perueniant, infringi,

E ac deinceps rectà in cauitatem nerui optici protendi, quousq; ad neruum communem præcipuam visionis officinam attingant. Propositionem illam lector, si velit, consulat: est enim ad huius propositi explicationem peropportuna.

Arbitrabitur fortasse aliquis ad articulatam rerum intuitionem haud necessum esse, vt formæ earum in superficie visus eodem ordine distribuantur, quo in rebus ipsis: id verò esse perneccessarium, ac etiam satis, vt distinctis radiis importentur. Exempli gratia, obiecta C & D eam tantùm ob causam videri distincta, quòd radij A C & B C, quibus eorum imagines deferuntur, diuersi sint. Quod videtur probari posse ratione non improbabili: nam vnumquodque in eo apparet radio, quo ipsius imago ad superficiem

F organi sentientis defertur. Ergo C in radio A C, D verò in radio A D cernitur. At hi radij, quantumuis producantur, numquam tamen congredi possunt, nec quidquam habere commune, præter signum A, quod ipsius organi solitarium est punctum. Igitur distinctæ cernuntur res propositæ C & D, quarum formæ in idem licet punctum sentientis organi, distinctis tamen radiis inuehuntur.

Quæ ratio ex contrario plurimum habet roboris. Neque enim id, quod reipsa vnum est, multiplex ea sola causa apparet, quòd ipsius forma pluribus radiis ad diuersas organi partes aduenial. Vt si C radiis videatur A C & B C, non confestim geminum his radiis videbitur, aut toties numero auctum, quot radiis distinctis cernitur. Nam ita se habent A & B vnius oculi partes, quemadmodum duo oculi. Enimuerò nil interest, sintne A & B

vnus,

vnus, an plures oculi, quandoquidem vtrique parti facultas cernendi non secùs ac duobus oculis inesse concedatur. Vti ergo si quidpiam duobus oculis aspicitur vel etiam pluribus, non statim gemina aut multiplex ipsius phantasia sese exhibet; ita nec si vno oculo, quamuis distinctis radiis forma eius ad obtutum perueniat. Quamobrem è conuerso distincta ea omnia videntur, quæcumque distinctis radiis ingeruntur, tametsi in eamdem organi partem radij illi omnes illabantur. A

Respondeo non eamdem esse horum contrariorum rationem. vnius siquidem rei phantasia non multiplicatur ex eo, quòd forma eius distinctis radiis ad alias atque alias partes superficiei visus porrigatur, vt obiectionis confirmatio luculenter probat: at contrà, res plures in vnam conflatas permixtasq; videri oportet, si illarum formæ in eamdem organi partem, distinctis licet radiis, incidant. Nam id, quod sentientem facultatem excitat, non est totius formæ delatæ radius, sed sola eius extremitas, qua superficiem visus, seu præcipuum visionis organũ attingit. Totus siquidem radij processus, qui extra hunc locum contactus extenditur, nullam actionem in facultatem videndi infert, cùm necesse sit obiectum per vicariam speciem coniungi organo, in quo facultas viget. Sola igitur illa pars radij, quæ visus superficiem proximè attingit, potentiam videndi excitat. B

Simile quiddam in sensu tactus experimur. Nam summo quidem digito cuspidi styli admoto tactus consequitur, eo tamen diiudicare non possumus quò ipsius styli longitudo vergat; quia nimirum sensus non à tota styli longitudine, sed à solo mucrone concitatur. Ita ergo & in ratione visus, sola radij extremitas, quæ organum attingit, proximè in sensum agit. Quocircà si in eamdem organi partem multi simul radij à diuersis rebus profecti conueniant, permixtæ hæ omnes atque confusæ videbuntur, nec vna ab alia secerni poterit. Ex quo tandem fit, vt distinctarum rerum imagines in superficie visus eumdem situm obtinere debeant, quem res ipsæ habent: quod tum potissimùm euenit, cùm singulæ res singulis radiis cernuntur, illiq́ue omnes, per quos visio celebratur, in centrum visus congrediuntur. C

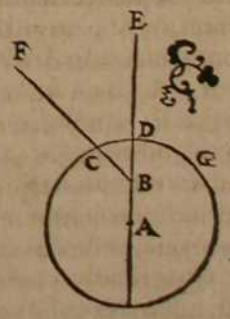
Præterea si concedamus vnum idemq́ue visile, puta C pluribus radiis, nempe A C & B C videri posse, consequens erit, vt vnus oculus rerum distantias certò liquidoq́ue cognoscat; cui tamen manifesta experientia reclamat, vt lib. 3. propos. 1. ostendemus. Itaque proprium aliquod punctum constituere necesse est, quod radios illos omnes, per quos fit visio, determinet, atque in vnum colligat. Sic enim fiet, vt dum oculi tunicas radiosæ formæ pertranseunt, communes illarum & sentientis organi sectiones eumdem situm obseruent, quem res ipsæ habent. D

PROPOSITIO VI. THEOREMA.

Ex vniuersis opticis radiis solus axis in superficiem visus rectis incidit angulis; ceteri autem obliquis. E

LIBRO primo propos. 1. geminam crystallini humoris superficiem distinximus, anticam & posticam; quas centris discrepare, vti & corneam, totumq́ue oculum propos. 7. eiusdem libri est demonstratum.

Esto igitur C D G ipsius visus superficies, seu anterior crystalloidis facies, eiusq́ue centrum A; visus autem centrum B, & quæ per vtrumque centrum transit recta linea A E axis sit opticus per 2. huius libri definitionem. Hunc dico superficiei visus C D G ad signum D relictis angulis insistere. Nam circini pede immobili in A constituto, inchoatus C D G circulus perficiatur, quem quoniam E A producta secat bifariàm per 17. definit. primi Euclidis, erunt quæ vtrimque relinquuntur, segmenta similia, nempe semicirculi. quocircà anguli A D C & A D G æquales inter se erunt, vt ex propos. 31. tertij Euclidis facilè colligi potest: ac proinde recti, quales nimirum in circulo aut sphæra recti esse possunt, quos proinde rectos sphærales vulgò appellant.



F

At ceteri omnes radij, qui ad centrum visus B protrahuntur (vt hoc loco est F C B) obliquè superficiem visus intersecant. Cùm enim per centrum A non transeant, totum circuli C D G ambitum in segmenta inæqualia dispescunt. Quare obliquos angulos

cum

A cum ſuperficie viſus efficiunt; obtuſum videlicet ad maius ſegmentum, ad minus verò acutum, per 31. tertij Euclidis. Itaque ſolus opticus axis in ſuperficiem viſus rectis incurrit angulis; ceteri autem optici radij obliquis, quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO VII. THEOREMA.

Axis opticus rectà in centrum viſus penetrat.

B HLLVD in confeſſo eſſe arbitror, radios omnes cùm luminis tum formarum, poſteaquam per idem medium aliquouſque recto tramite progreſſi ſunt, alterius diaphani occurſu ſubinde frangi inflectique, ac relictâ, quam ceperant, viâ aliò pergere. Quod ſanè tum neutiquam euenire poteſt, cùm in ſuperficiem occurrentis alterius diaphani æqualibus angulis radius impingit: hoc namque appulſu rectà in eius profunditatem penetrat, totamque eius denſitatem peruadit. Quando enim profuſus radius æquales vndique angulos cum ſuperficie ſecundi diaphani efficit, nulla eſſe poteſt ratio, cur in vnam partem potiùs quàm in aliam à recto curſu deflectat. Omnem ſiquidem linearum infractionem, aut à perpendiculari, aut ad perpendicularem fieri neceſſe eſt: ergo non frangitur illa, quæ in ſuperficiem alterius perſpicui ſecundùm normam incidit. At ex omnibus radiis qui in C centrum glacialis humoris porriguntur, vnum dumtaxat reperire eſt, qui viſus ſuperficiem orthogonaliter pertranſit, is nempe, qui centra glacialis humoris, ac totius oculi connectit per præcedentem propoſ. Hic igitur ſolus, ex omnibus, qui in centrum viſus protenduntur, humorem albugineum rectà ac citra vllam inflexionem penetrat. qui proinde per 2. huius lib. definitionem axis opticus nuncupatur, quòd certum definitumque ſitum in oculi totius medio habeat, & circumcircà innumeris radiis cingatur, qui quidem fracti omnes in viſum ſubeunt, vt iam dicemus.

PROPOSITIO VIII. THEOREMA.

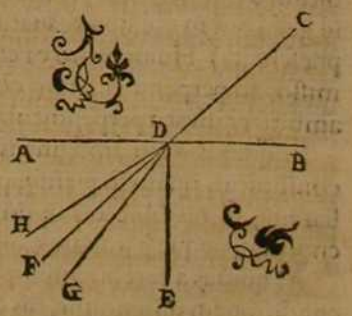
D *Præter axem, ceteri omnes radij optici per albugineum humorem ad perpendicularem inflectuntur.*

DE radiorum per albugineum humorem traiectu ac infractione dicere cœpimus; at fortaſſe excuſatione potiùs nobis vtendum hoc loco fuiſſet, quàm proſequendi licentia, quòd de infractionis natura nihil huc vſque ſit explicatum: quia tamen hæc viſus proprietas inter præcipuas numeratur, & ad hunc locum propriè ſpectat, doctrinæ ordo expoſcit, vt eam minimè prætermittamus. Igitur pro eius faciliori intellectu, nunc obiter,

Præſciendum primò eſt, duplex diaphanum in ea quam tractamus radiorum infra- E ctione ſpectari; vnum per quod radius opticus directò fertur, primumque dicitur; alterum per quod frangitur idem radius, & ſecundum alterúmve nuncupatur.

Deinde præſciendum eſt, duplicem eſſe infractionis modum, vnum qui à perpendiculari fit, alterum qui ad pendicularem. Vocatur autem perpendicularis recta illa linea quæ ſuperficiei ſecundi diaphani ad incidentiæ ſignum rectis angulis adiungitur, ad quam infringi radius dicitur, cùm ad ipſam propiùs accedit; cùm verò longiùs ab illa digreditur, infringi dicitur à perpendiculari.

Exempli gratia; ſit ſecundi diaphani ſuperficies A B, in quam incidat radius C D: ex D verò puncto incidentiæ F perpendicularis excitetur D E, radiuſque incidens C D producatur in F directò, à quo duobus, vti dictum eſt, modis inflecti poteſt, vno quidem ad perpendicularem vt in D G, altero verò à perpendiculari, vt in D H. Dicitur autem illa inflexio ad perpendicularem, quòd per eam radius perpendiculari D E vicinior euadat. Siquidem D G, in quam D F primo modo flectitur, propinquior eſt ipſi D E perpendiculari, quàm D F: hæc verò à perpendiculari vocatur, quòd ſit D H à perpendiculari D E remotior, quàm D F, quæ ob ſecundi medij diſſimilitudinem in ipſam D H infractione transfertur.



Scien-

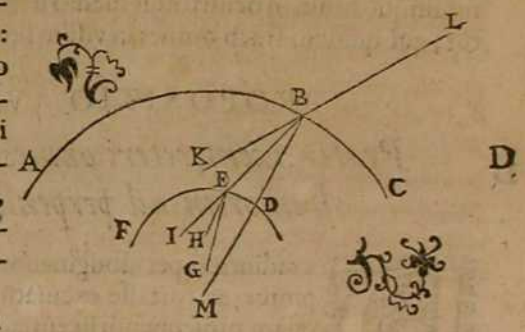
Sciendum tertiò, medium quoque vnum rarius esse, tenuioriſque ſubſtantiæ, cuiuſmodi eſt aër; alterum denſius, magiſq; compactum, vt aqua, vitrum, cryſtallus, & ſimilia. A

Quartò notandum eſt, radios à primo medio rariori per alterum denſius tranſuectos ad perpendicularem inclinari: per ſecundum verò rarius à primo denſiori abduci à perpendiculari, vt in Dioptricis Deo fauente latiùs explicabimus.

His prælibatis, planior iam fieri incipit propoſitionis ſenſus: nam eam elucidare potiùs quam demonſtrare proponimus, quòd necdum iacta ſint ea fundamenta, quæ demonſtrationi conſtruendæ firmandæque ſunt neceſſaria. Quia albuginei humoris tranſparentia ab externi aëris perſpicuitate diuerſa eſt, hicque ab illo ſubſtantiæ ſoliditate diſtat, radiorum infractio per eum neceſſariò conſequitur, illorum inquam, B qui oblique in ſuperficiem viſus incidunt. (nam perpendicularis rectà ad centrum viſus pertranſit, vt præcedente propoſitione diximus.) Obliqui autem quam ob cauſam frangantur, non eſt huius loci inueſtigare, dicemus de hac re in mentione de fractionibus, cùm de his ex inſtituto agemus in Dioptricorum libris: ſatis verò inpræſentiarum erit, ſi hoc ratum firmumque habeatur experientia ſuffragante, numquam ſiue opticos, ſiue luminis radios, qui quidem obliquè in ſuperficiem alterius medij incidunt, rectà ac citra flexum traduci.

Deinde cùm albugineus humor externo aëre ſolidior ſit, & compactus magis, per eum radius ad perpendicularem inclinabitur, vt patet ex quarta prænotatione. Cumque rurſus glacialis humor albugineo ſit denſior, fiet per hunc quoque noua verſus C perpendicularem inflexio; atque ita radius opticus ab externo aëre, priuſquam in centrum viſus conſideat, bis fractus, ſemel per albugineum, ac iterùm per glacialem ſeu cryſtallinum humorem, ſenſim propiùs ad perpendicularem accedet.

Quod in hunc modum declaratur. Sit corneæ extima ſuperficies ABC, eiuſque centrum M: ſit etiam aranea tunica, ſeu cryſtalloidis operimentum DEF, ac eius centrum G: viſus autem centrum eſto H. His poſitis, dico in primis BM ſuperficiei extimæ oculi perpendicularem eſſe, quòd M eiuſdem ſuperficiei ſit centrum. Ac eodem modo EG perpendicularem eſſe aio ſuperficiei cryſtallini DEF, quòd G eius ſit centrum. Quæ enim ex centro circuli prodeunt, in circumferentiam rectis angulis incidunt.



Deinde dico ab L puncto viſibili profectum radium LB minimè in K rectà produci: ſed verſus perpendicularem BM, nempe in BE infringi, vt ex quarta prænotatione liquidò patet, quòd ſcilicet medium BE à medio BL denſitate ſubſtantiæ diſſideat. Rurſus eamdem ob cauſam, quòd nimirum cryſtalloides aqueo humore ſit denſior, fit, vt BE non recta I verſus incedat; ſed in H propiùs ad perpendicularem EG flectatur. E

Hoc igitur pacto rerum imagines non directò, ſed fractis inclinatiſq; ad perpendicularem radiis in centrum viſus illabuntur, idq; propter mediorum diuerſitatem. Quæ cauſa tametſi nondum cuilibet perſpicua ſit, fiet tamen manifeſta cùm de radiorum fractionibus ex profeſſo in Dioptricis agemus.

Præter hanc aëris atque humorum, quibus oculus conſtat, diuerſitatem, plurimùm etiam conducit ad radiorum infractionem albuginei figura, in medio quàm circa ambitum tenuior, quam proinde propoſ. 9. lib. 1. myoptræ ſimilem eſſe diximus (dioptræ id genus eſt in medio excauatum, quod res minores, quàm libero oculo videantur, repræſentat.) Huius porrò ea eſt natura, vt radios à ſubtiliore corpore, qualis aër eſt, promiſſos ad perpendicularem colligat, quos è contrario omphaloptra in medio quàm in ambitu craſſior à perpendiculari abducit, atque ea propter res obiectas maiores exhibet. F

In quibus verò albugineus humor iuſtitia temperatus eſt, atque in ea mediocritate conſtitutus, quam in pleriſq; paſſim videre licet naturæ viſionis conſentaneam ac familiarem, hi res obiectas optimo quodam modo intuentur, ſic vt neque magnitudine enormes, neque paruitate exiles nimis illas conſpiciant.

At quibus à cerebri intemperie albugineus humor abundat, oculuſque ſupra naturæ conditionem diſtenditur, his ea pars oculi, quæ glaciali obijcitur, omphaloptræ figuram æmulatur: quare vt rectè cernant, myoptris opus habent, quòd nil eminùs videant. Res

ſiquidem

A dem quas turgentes illorum oculi informes auctioresque aspiciunt, myoptrarum interiectu iusta portione attenuantur atque ad naturalem aspectum reducuntur.

Denique, quibus albugineus humor siccitate exteritur minuiturque, hi res æquo minores vident, quòd cornea oculi tunica illis subsidat, infraque naturæ modum ac exquisitæ visionis rationem deprimatur, qui proinde res eminùs quidem sat clarè liquidoque perspiciunt; at cominùs non item, nisi propè admoueantur. Myopes hos vocant, quales plurimùm senes reperiuntur, extrema præsertim ætate. *Nam*, vt Aristoteles scribit lib. 5. de generat. animalium cap. 1. *oculi quoque, vt reliquum corpus, senectute* siccescunt. Et paulò pòst: *Senes eam ob rem acutè non cernunt, quòd vt ceterarum partium*
B *cutis, sic oculorum quoque senescentibus obrugatur.* Quam obrem hi omphaloptris iuuantur, quibus res aspectu augescunt.

Ne varius loquendi modus lectori subinde moram adferat, cursumq; orationis sistat, notatu dignum puto, quòd in illo radiorum flexu, qui per oculi humores contingit, non minùs propriè dicamus eam radij partem, quæ cœptum iter deserit, ab optico axe discedere, quàm ad perpendicularem appropinquare. Nam per 2. huius lib. definitionem opticus axis ea est recta linea, quæ per centra M, G, & H extenditur, cui profectò LB occurret citiùs si rectà versus K producatur, quàm si in E frangatur. Itaque LB albugineum humorem subiens obliquum iter capessit, tantò longiùs ab axe disiunctum, quantò ad perpendicularem BM propiùs accedit. Ac simili prorsus modo radius BE cry-
C stalloidem penetrans, si quidem rectà in I pergere intelligatur, in opticum axem compendio incurret, at fractus in H aliquantò longiùs ab axe digredietur; quod ambiguitatis tollendæ gratia præmonitum oportuit.

Nunc vtilitatem eius infractionis, quæ per oculi densitatem fit, si quis requirat, hanc præcipuam adferre licet, vt scilicet aspectus quàm latissimè pateat. Si enim rectis lineis ac citra infractionem species rerum hauriret oculus, non latiùs sese visus effunderet, quàm pateret rectarum linearum è centro visus per pupillæ ambitum emissarum diuaricatio, quæ sanè perexigua est, atque minor etiam foret si inflexio radiorum fieret versus axem seu à perpendiculari. Nunc verò repansis vndique qui à centro educuntur radiis, amplissimum spatium foris visus complectitur, latissimumq; habet prospectum.
D Atque in hunc modum vastissima obiecta per collectam angustamq; pupillæ fenestellam suscipit.

Hieronymus Fabricius libro quem de visu, voce, & auditu inscripsit, parte tertia prioris tractatus cap. 2. inter corneæ vtilitates hanc censet, quòd per eam fiat radiorum opticorum infractio ad perpendicularem: idq; duabus potissimùm de causis, quarum vna hæc ipsa est, quam modò attulimus, nempe vt visus latissimè pateat, pluraque videat: altera verò vt per eam lumen in oculo roboretur, coëuntibus in medio radiis, sicque facultas meliùs efficaciúsque ea perspiciat, quorum imagines cum lumine intrò suscipit, quas proinde vti ipsum lumen intendi augerique est necesse. Hanc infractionis vtilitatem probat illorum exemplo, qui in minutissimis operibus occupantur. hi namque
E ampullam vitream aqua limpidissima plenam lumini obijciunt, vt radiorum à tergo collectione res minimas distinctiùs accuratiusq; discernant.

Verùm hæc ratio ex falso elicitur principio. Licet enim ex singulis partibus fulgentis corporis singuli radij in centrum visus perueniant; non tamen hanc solam ob causam in centro visus lumen intenditur, cùm eiusmodi radiorum concursatio æquè extra oculum, ac in eius centro, & tam citra infractionem, quàm eius interuentu eueniat. Quocumque enim modo res se habeant, necessarium semper est, vt sicut à quouis puncto rei luminosæ in omnẽ medij partem radij effunduntur, ita ab omnibus partibus rei lucidæ, in vnum aliquod punctum radij concurrant. Atq; ita si vera esset Fabricij sententia, non
F in centro visus tantùm, sed in quouis puncto medij lumen augeretur, propter radiorum in eo congressionem. Non est igitur ea radiorum intersecatio ad augendam luminis intensionem idonea, quia nimirum in toto medio perspicuo (quod quidem à corpore lucido æquè distet) similis existit. Sed alia quædam est radiorum collectio, quæ lumen intendit; cùm nimirum præter radios, qui suapte natura in eamdem partem medij ab omni parte corporis luminosi procidunt, eôdem etiam illi confluunt fractionis ope, qui aliàs per se numquam congredi possent, vt sunt paralleli omnes, atque illi etiam, qui in recessu diuaricantur, & in diuersas partes abscedunt. Sic per omphaloptras (quod specilli genus antè descripsimus in medio quàm in ambitu densius crassiusque, ac velut extuberans) quicumque pari interuallo, vnaque incedunt radij, versus axem hoc

est à perpendiculari infringuntur, & in vnum aliquod idemque punctum colligun- A
tur, in quo proinde lumen ita augetur, vt ignem accendi sit possibile: quod vulgò om-
nibus perspectum est, & quotidiano vsu comprobatum.

Quod omphaloptræ, hoc etiam præstat vitrea ampulla perspicuo humore ad sum-
mum oppleta, per cuius densitatem traiecti luminis radij franguntur coëuntque.
Quamobrem illa insignem vsum præstat scalptoribus, & gemmariis, aliisque qui minu-
tissima opera faciunt. Siquidem in auersa parte excellens quoddam lumen præbet, ex
plurium radiorum conspiratione excitatum.

Huiusmodi autem luminis collectionem in oculi centro minimè fieri ex propos. 9.
libri primi demonstrari potest. Ostensum est enim corneam araneamque tunicas non B
esse parallelas, sed in medio sibi, quàm in ambitu viciniores. Ex quo fit, vt albugineus
humor formam myoptræ potiùs quàm omphaloptræ habeat. Myoptra autem eos, qui
παραλλήλως incidunt, radios dispergit, atque ab axe diuellit, quos omphaloptra colli-
git. Igitur in centro visus non fit ea radiorum collectio, quæ lumen augere possit.

Deinde cùm oculorum temperamentum ab intensiore lumine facillimè oblædatur,
quis non videt eam radiorum conspirationem, quæ lumen adauget intenditque, naturæ
oculorum penitus aduersari; amicam verò oculis esse moderatam luminis remissionem?
Ad quam in primis, ipsa albuginei figura myoptræ instar conducit; deinde pupilla ipsa
sese dilatandi, astringendique vi pollens, quæ quidquid potest luminis excludit, sola ea
portione asseruata, quam sine noxa sustinere potest. Denique impensa nigredo, quam C
choroidi insitam à natura esse lib. 1. propos. 1. diximus.

Præterea si albugineus humor forma omphaloptræ effectus esset, lumenque per ipsius
densitatem in centrum visus illapsum infractione augeretur, nihil omnino videri pos-
set. Nam proprium id est omnibus, seu omphaloptris, seu cauis speculis, à quibus radij
fracti aut repercussi in vnum aliquod punctum colliguntur, vt visu in concursu radio-
rum posito nihil perspiciatur. Quod experientia quidem satis, quod ad præsens institu-
tum spectat, edocet: sed & ratio demonstrat. Nam res ex eo loco spectatæ adeò au-
gescunt, vt penitus euanescant. Quod planius fiet, cùm de his visionum modis suo loco
agemus. Igitur non fit in oculo ea radiorum collectio, quæ lumen cõdenset augeatque,
sed à singulis obiecti partibus, singuli radij proueniunt, qui non rectà in centrum visus D
pergunt, sed ad perpendicularem, seu ab axe prius deflectunt quàm in centrum visus
prolabantur, scilicet vt eò latius visus pateat.

Difficilis nodus hoc loco explicandus supereſt, quonam pacto admissa ea radiorum
infractione non omnia extra proprium locum constituta spectentur. Nam quidquid
fracto radio cernitur, alio in loco quam reipsa sit, apparet, vti etiam omne id cuius for-
ma à terso corpore repercutitur: quod si fiat, fallax erit omnis aspectus noster, nec
aptè quidquam discerni poterit.

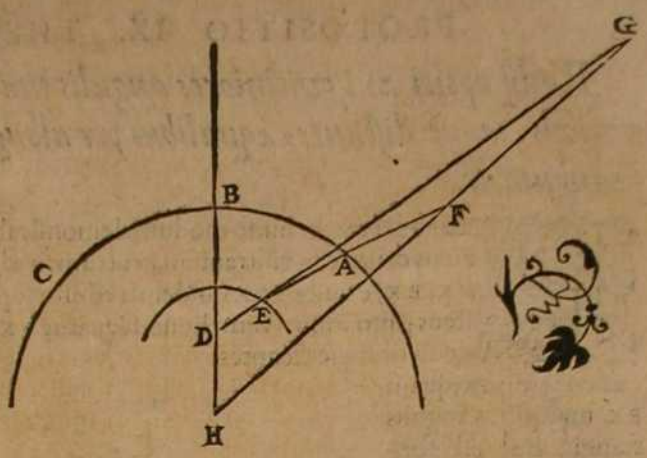
Respondeo visum nostrum in multis quidem falli, vt libro quarto ostendemus, qui
de visus erroribus instituetur: nec circa distantiam solùm, aut magnitudinem, vel figu-
ram, situmve, sed etiam circa proprium cuiusque rei locum pluribus modis visum hal- E
lucinari contingit. Nil igitur mirum, si propter radiorum flexum, qui per albugineum
& crystallinum humorem fit, res à propriis verisque locis distrahantur. Nec hoc accu-
ratam distinctamque visionem impedit, cùm sit malum oculo familiare, nec vna aliqua
res alieno in loco appareat, ceteris loco proprio cõsistentibus, (id enim visionem omni-
no confunderet): sed cùm simul omnes rerum phantasiæ proportione quadam, atque
vniformi difformitate cedant, apparentiaque loca capessant, nulla in iis quæ videntur
perturbatio confusioque inuehitur. Oculo enim idem euenit, quod iis qui per specilla
res intuentur. Hi enim tametsi omnia alienis in locis, atque à propriis sedibus abducta
videant; putant tamen se proprio in loco vnumquodque contueri: vnde & res quaslibet F
digito rectè designant, & scopum in quem collimant, verè attingunt. Quod quo pacto
fiat, sic accipe.

Sit corneæ tunicæ extima superficies A B C, & centrum eius H; visus autem centrum
sit D, res verò spectabilis F, cuius species fracto radio F A E D centrum visus subeat: appa-
reatque F in G, vbi nempe D E producta tandem cum perpendiculari H F etiam pro-
ducta congreditur.

Nunc si quis punctum F digito attingere conetur, is eum secundùm rectam A F verè
quidem extendet, at per rectam D G extendi videbitur, propterea quòd quidquid in A F
verè existit, id omne in recta D G appareat. Quare si extensus digitus sensim in F pro-

mouea-

A moueatur per rectam AF, tunc versus G per rectam DG produci putabitur; cumque attinget punctum F, videbitur attingere punctum G, quòd phantasia puncti F in G apparentē locum habeat.



Idemque in iis, qui collimant, ostendi potest. cùm
B enim signum in scopum apparentem G dirigitur, verè in F tendit, quòd punctum F in G, vti diximus, totaque inflexa linea DEAF in rectā DG extensa esse videatur.

Idem ergo oculo accidit, quod iis qui per specilla aspiciunt; hæc verò fallunt quidem, at vsum aspectus non euertunt, quin potiùs perficiunt, collapsumque in pristinam integritatem ac statum naturalem restituunt.

Quamquam ea, quæ ad propositæ difficultatis explicationem huc vsque sunt dicta,
C magnam veri similitudinem præ se ferunt; tamen si in quæstione tam difficili ac dubia experientiam quoque rerum magistram in consilium aduocemus, experiemur profectò rem longè aliter se habere, radiorumque infractionem, quæ per oculi humores fit, aspectui adeò esse naturalem, vt ea etiam quorum imagines fractis radiis in centrum visus commeant, propriis in locis singula conspiciantur. Cùm enim iam constet ea quæ per axem videntur, in axe quoque apparentem locum habere; sanè si cetera non in illa recta linea apparent, quæ à centro visus ad vnumquodque illorum educitur, consequens est, vt axe optico à re vna in aliam procul translato res ipsa locum mutare videatur. Id enim ni fiat, eodem loco nunc res videbitur, cùm per obliquum radium forma eius sese insinuat, quo priùs, cùm axis opticus in eam defixus tenebatur. Sic verò iis qui per dioptras
D seu specilla inspiciunt, dum caput circumagunt, res loco moueri videntur: positis autem specillis nullam rerum lationem percipiunt, quantumuis caput oculósve in orbem ducant. Igitur seu per axem rerum imagines directò ferantur, seu per obliquum radium fractæ inclinatæque porrigantur, in ea semper linea res proposita videtur, quæ ad ipsam à centro visus rectà protenditur, tametsi non per eam semper videatur.

Deinde si tamdiu oculum conuertamus donec opticus axis in eum locum venerit, in quo res quæpiam obliquo radio antè cernebatur, experiemur haud dubiè nos iam distinctè ac velut per axem rem istam intueri. Itaque vtroque visionis modo, hoc est illo qui per axem fit, illoq; qui per obliquum radium, eodem semper loco res conspiciuntur. Si enim visile F (exemplo quo priùs vti liceat) directo quidem aspectu in F, obli-
E quo verò in G appareat, cùm axis DB, oculo circumacto, in locum DG delatus fuerit, nondum ipsum F perfectè videbitur; sed tum primùm, cùm axis in F erit perductus: at verò experientia docet id quod priùs obliquè cernebatur & obscurè, tum perfectissimè videri, cùm in eum locum axis opticus reponitur, in quo res antè obliquo radio cernebatur: ergo seu rectis seu fractis per oculi densitatem radiis, res eo semper ordine ac loco videntur, quo reapse dispositæ sunt. Cuius effectus hanc esse arbitror causam, quòd humores tunicæque oculi ab extima superficie ad centrum vsque perpetuo contactu, ac serie nullibi interrupta contineantur. Ita profectò familiari quodam partium omnium consensu contactuque sentientis organi visio rectè celebratur, licet per diuersa
F media radij optici sæpiùs infringantur.

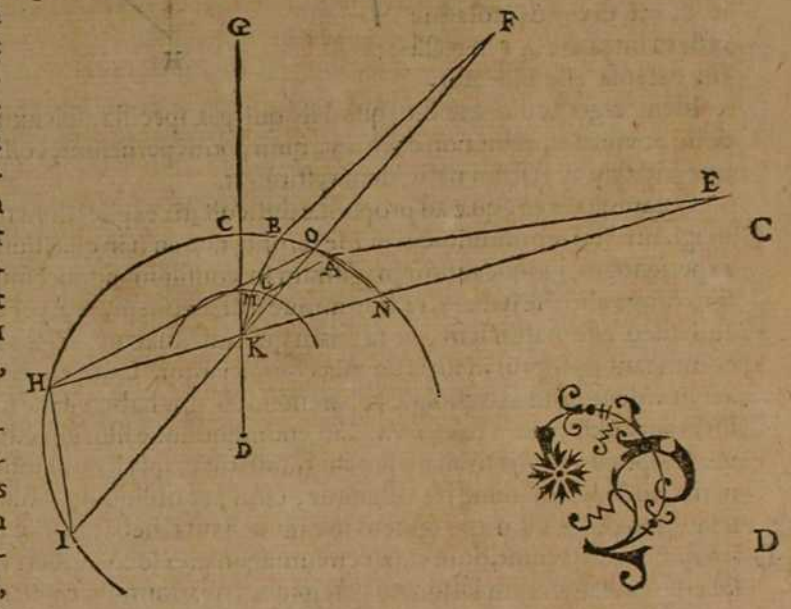
Huic sententiæ plurimùm fauet maxima illa diuersitas, quam in animalium oculis deprehendimus. Vix enim vllum animantis genus reperiri potest, cuius oculi alterius oculis per omnia sint similes, quin potiùs in singulis videas tunicarum humorumque figuras ac commensus plurimùm dissidere: quibus tamen nulla inest aspectus depravatio, sed recto atque humano more res omnes externas intuentur; præterquam, quòd nonnulla aliis acutiùs videant, alia obtusiùs. Sic supremus rerum artifex omnia moderari consueuit, vt ex iis quæ naturæ repugnare videntur, effectus eliciat naturales, sapientiam simul atque potentiam hominibus ostendens.

A

PROPOSITIO IX. THEOREMA.

Radij optici axi viciniores angulis maioribus, remotiores minoribus, æquè distantes æqualibus per albugineum oculi humorem franguntur.

PROPOSITVM in hunc modum demonstrabitur. Sit oculi superficies A B C, cuius centrũ D; visus autem centrum sit K, ad quod perueniant radij G K, F K, E K, è quibus G K quidem axis esto superficiei visus rectis angulis insi- B stens; proximus verò hunc sequatur F K, dein E K, ambo superficiem oculi obliquè secantes.



Dico igitur F K, quàm E K maioribus angulis frangi. hoc est formam signi F non per rectam lineam F K, sed per fractam F B M: formã verò puncti E non per rectam E K, sed per E A L in K centrum visus peruenire: sic vt maior sit angulus F B M quàm E A L, & B M K, quàm A L K maior.

Quoniam enim infractionis causa est obliquitas angulorũ, quos incidentes radij, cum superficie secundi diaphani comprehẽdunt, necesse omnino est, vt maiorem angulorum incidentium obliquitatem maior infractio consequatur: hoc est, vt quanto incidentiæ anguli à rectis longiùs absunt, tanto quoque incidentes radij obliquioribus angulis frangantur. At radij ab axe remotiores cum visus superficie obliquiores angulos faciunt, quàm qui axi sunt propinquiores; illi ergo per densitatem oculi obliquioribus angulis franguntur.

Quòd autem E K, quàm F K obliquiores angulos faciat cum oculi superficie, ita probatur. Producta E K in H, & F K in I, iungantur H I & O N. Quoniam igitur per 35. tertij Euclid. rectangulum sub N K & K H contentum, æquale est rectangulo comprehenso E sub O K & K I, erit per secundam partem decimæsextæ sexti Euclid. quemadmodum K I ad K N, ita K H ad K O: est verò angulus I K H, angulo N K O æqualis per 15. primi Euclidis: est igitur & angulus K H I angulo K O N æqualis per 6. sexti Euclidis. At cùm in triangulo H K O maius sit latus H K latere K O per 7. tertij Euclid. erit per 18. primi Euclidis angulus K O H angulo K H O maior. Hi igitur duo inæquales anguli, si addantur æqualibus angulis K H I, & K O N, compositi inæquales erunt per communem notionem, maiorque erit is, cui maior adiunctus fuit, nempe N O H maior quàm I H O. Quare inæqualia sunt ipsa segmenta, ac maius quidem I C O, in quo minor est I H O angulus, minus verò H C N, in quo angulus N O H est maior, vt ex 31. tertij Eucl. colligi po- F test. Inæqualium verò segmentorum maioris maior est angulus, qui sub recta linea & circuli peripheria continetur per eamdem 31. tertij Euclidis. Igitur obliquior est E K superficiei oculi, quàm F K. Nam obliquior est ex minoribus recto angulis minor, vti ex maioribus recto maior: est autem vterque angulus K N O, K O C recto minor, quandoquidem neutra N H, O I per centrum D transeat; minor verò iam ostensus est K N O angulus, quàm K O C. Est igitur idem angulus K N O angulo K O C obliquior. Quare & linea E K superficiei oculi obliquior erit, quàm F K, quippe quæ obliquioribus incidit angulis. Ideoq; eadem E K ab axe G K remotior, magis infringitur, quàm F K eidem G K axi propinquior; propterea scilicet, quòd obliquitas incidentiæ fractionis sit causa, quam in Dioptricis explanatius tractabimus.

Deinde,

A Deinde, ſi omnes radij paribus angulis inflecterentur, quantumuis exigua portione hi à rectis diſſiderent, ſequeretur aliquorum radiorum fragmenta axem ipſum opticum interſecare, illorum nimirum qui huic proximi eſſent; atque ita res quædam ad vnam axis partem conſtitutæ, in altera apparerent; quod fieri nequit, cùm axis medius ſit, ea dirimens quæ ex omni circum parte cernuntur. Igitur radiorum inæquali ſpatio ab axe diſiunctorum inæqualem eſſe oportet infractionem.

At eamdem ob cauſam multò minùs fieri poteſt, vt radij propinquiores axi, minoribus angulis frangantur, quàm remotiores. Igitur contrà remotiorum quidem radiorum fractionem, minoribus angulis quàm propinquiorum, accidere eſt neceſſe. Ex quo facilè
B intelligi poteſt illorum radiorum, qui æquè ab axe diſiuncti ſunt, æquales quoque eſſe infractiones, quòd in his par cauſæ vis efficientiaq; conueniat, nempe angulorum æqualitas, quos incidentes radij cum ſuperficie oculi ac viſus complectuntur. Atque ita perſpicuum relinquitur id quod initio propoſitum fuit oſtendere.

Porrò hanc infractionis inæqualitatem eadem conſequitur vtilitas, quam ſuperiore propoſitione expoſuimus, quòd nimirum hac etiam cauſa latiùs ſe viſus expandat. Si enim æqualem omnes radij admitterent infractionem, ea pyramis optica, quæ maxima dicitur, anguſta admodum baſe definiretur, nec omnino maiore, quàm quæ pupillæ anguſtiis proportione quadam reſponderet: nunc verò quo res magis a lateribus proueniunt, eo ipſarum radij minoribus angulis fracti in centrum viſus aditum inueniunt.

C Hîc obiter admonitum lectorem volumus, quamuis hactenus dictum ſit radios opticos non directò in oculi centrum illabi, ſed per albugineum cryſtallinumque humorem fractos penetrare; tamen ne quotieſcumque in decurſu orationis radiorum opticorum meminiſſe oportebit, neceſſe habeamus eius infractionis mentionem facere, non ſine lectoris tædio ac graui moleſtia; nos cùm in ſermone, tum in ſchematibus vſupaturos in poſterum radios opticos, non ſecùs ac ſi recta in centrum viſus citra infractionem vllam protenderentur. Ad ea enim quæ hoc libro & ſequentibus dicenda ſunt, nihil omnino intereſt, recténe an per anfractus radij optici humores oculi tunicaſque pertranſeant, cùm conſtet ſpecies à re viſa ad oculos per idem medium rectis lineis deportari.

D

PROPOSITIO X. THEOREMA.

Secundùm omnes radios opticos fit rerum comprehenſio, certiſſima quidem per axes; per ceteros autem tantò certior, quantò ſunt axi propinquiores.

PRÆTER eam vtilitatem, quam ſuperiùs ex radiorum infractione prouenire diximus, nempe vt latiùs viſus pateat, alia quoque proprietas non minùs illuſtris ac vtilis infractionis inæqualitatem comitatur, nimirum
E aſpectus difformitas, qua per axem quidem res delatæ ad oculum accuratiſſimè conſpiciuntur; ceteræ autem, quantò per radios ab axe remotiores, tantò obſcuriùs imperfectiuſque: omnis enim infractio, vti & inflexio, ſpecies hebetat atque eneruat. quo igitur illa maior eſt, eo minùs enucleatè res ipſas aſpectui repræſentat.

Deinde tantò clarior certioráq; eſt viſio, quantò efficacior; tantò verò efficacior, quantò directiùs optici radij in ſuperficiem viſus incurrunt: ſiquidem hi magis feriunt, efficaciuſq; actionem imprimunt: igitur per radios minùs obliquos, quales ſunt axi viciniores, præſtantior viſio prouenit, quàm per remotiores ac fractos magis.

Fuit autem ea viſionis diſparitas apprimè neceſſaria. Cùm enim animus in vnam
F dumtaxat rem, non verò in plures ſimul poſſit intendere, ad eam totus conuertitur quæ organum acriùs ſtimulat laceſſitque, quam proinde externus ſenſus exactiùs dignoſcit. Quòd ſi viſus res omnes æquè articulatè perſpiceret, animus circa omnes quoque ſimul totus occuparetur: perfecta ſiquidem viſio animi attentionem poſtulet; hoc autem cùm fieri nequeat, nec viſus plura ſimul accuratè videre poteſt, ſed vnum tantùm, quod in axem cadit. Denique axi proxima perfectiùs videntur, quòd ſicut oculorum, ita & mentis pronior ſit erga hæc diſcurſus.

Ex dictis ſequitur, in axium opticorum congreſſu nobiliſſimam viſionem celebrari. Cùm enim ſigillatim in vno quouis axe, præ ceteris qui hunc circumſtant radiis, perfe-

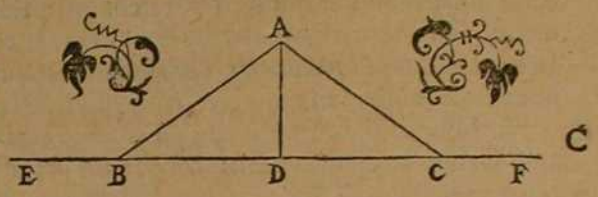
ctiſſima ſit formarum comprehenſio, erit & coniunctim eo loci, vbi ambo ſimul axes optici conueniunt, viſio omnium exactiſſima, quod libro etiam ſuperiore, propoſit. 76. certiſſimo experimento oſtendimus, vt præterea nulla alia demonſtratione ad roborandum propoſitum ſit opus. A

PROPOSITIO XI. THEOREMA.

Axis communis eam, quæ extrema neruorum opticorum connectit, bifariàm ſecat.

B

ESTO commune neruorum opticorum principium A, eorumdem autem neruorum extrema B & C connexa per rectam BC, cadatque AD in BC ad ſignum D normaliter. Dico eamdem BC in D ſectam eſſe bifariàm. Cùm enim nerui optici longitudine ſint pares, vt lib. 1. propoſit. 22. oſtenſum eſt, iſoſceles erit triangulum ABC, per definitionem, eiuſq; crura AB, & AC inter ſe æqualia: perpendicularis verò AD, quæ totum triangulum æquicrurium in duo triangula diuidit, vtrique communis eſt; porrò & angulus BAD, angulo CAD æqualis eſſe ita demonſtratur. Protenſa BC vtrimque in E & F, fit externus angulus EBA, angulo externo FCA æqualis. Siquidem duo anguli EBA & ABD duobus rectis ſunt pares per 13. primi Euclid. item FCA & ACD pares ſunt duobus rectis, per eamdem 13 primi Eucl. Si igitur ab his æqualibus auferantur ABD & ACD inter ſe æquales per 5. primi Euclid. reliqui, ſcilicet externi anguli, per communem notionem æquales inter ſe erunt. At externus angulus EBA æqualis eſt duobus internis & oppoſitis BDA & BAD per 32. primi Eucl. Similiterque angulus FCA externus, duobus internis & oppoſitis CDA & CAD æqualis eſt. Sunt igitur duo anguli BDA, BAD ſimul ſumpti duobus angulis CDA, CAD ſimul ſumptis æquales. Ab his ergo ſi auferantur æquales recti, qui circa D conſiſtunt, relinquentur BAD & CAD inter ſe æquales. Quare cùm in triangulis BAD, CAD duo latera AB, AD, duobus lateribus AC, AD vtrumque vtrique æqualia ſint, & angulus BAD angulo CAD æqualis, erit per 4. primi Eucl. & baſis BD baſi DC æqualis. Igitur BC per communem axem AD qui normaliter in ipſam incidit, eſt ſecta bifariàm, quod propoſitum erat demonſtrare.



C

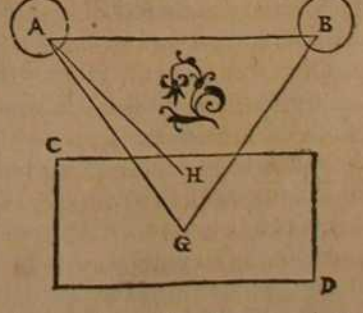
D

PROPOSITIO XII. THEOREMA.

Axes optici in vnum ſemper idemq; punctum conſpirant.

LIBRO primo propoſ. 19. inſignem illam oculorum concordiam deſcripſimus, qua in mutuam actionem ita conſentiunt, vt quò vnus fertur, eodem mox alter toto conatu, ac velut certo quodam definitoq; naturæ impetu rapiatur. Vnde propoſitum theorema ceu conſectarium elicitur. Cùm enim hæc virtus, perfecti intuitus cauſa, oculis ineſſe videatur, ni amborum luminum axes firmiſſimo ſocietatis vinculo colligentur, peribit omnis vſura lucis, ac rerum quæ ſub aſpectum cadunt: quod in hunc modum oſtendi poteſt. E

Sint duorum viſuum centra A & B; propoſita autem ſit ſuperficies CD ceu horopteris planum, in cuius punctum G ſi vnius oculi axis terminetur, dico & alterius oculi axem ibidem mox naturæ ductu affuturum: manente ſiquidem viſu A defixo in G, acies oculi B ſi fieri poteſt in aliud punctum, puta H, deflectat, ſic vt axes in immenſum producti nuſquam concurrant; tunc non modò vtrumque punctum G & H, & quæcumque demum in eadē illa ſuperficie CD exiſtunt, geminata apparebunt: verùm etiam nullus omnino locus erit, e quo ſingulare aliquid ac diſtincte dignoſci poterit. Quod cum naturę viſus penitus aduerſetur, oculorum machi-



F

A machinator Deus, musculos, quibus illi cientur, ita sociauit, vt suapte vi ipsos orbes aut pariter attollere, aut vnà deprimere, aut in dextram sinistrámve partrem simul inflectere cogantur, vt lib. 1. propos. 19. ostensum est.

Quamquam autem oculorum conuersiones ita se habeant, vt suopte ingenio iugatos semper axes contineant; tamen haud diffitendum est, quin possint externa vi, aut praua alterius affectione, velut paralysi aut conuulsione ab ea societate diuelli: id verò cùm accidit, omnia item geminari videntur, & mutuo congressu ita se rerum aspectabilium imagines impediunt, vt velut turbata acie nil præter indigestam congeriem, & sine forma formam, intueri liceat.

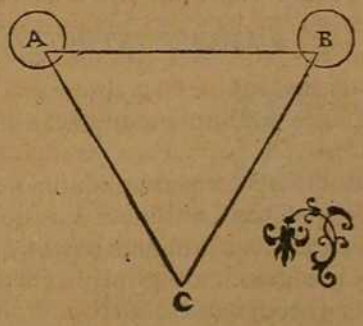
B Non igitur in potestate oculorum positum est, axes ita diuellere vt nullo loco concurrant, ne aliquando proprio ac naturali vsu aspectus destituatur. Inutilis enim eiusmodi oculorum constitutio foret, qua nil vspiam exactè spectari posset. omne namque quod distinctè videtur, in axium concursu existat necesse est. Quocircà perpetuò axes ita iunguntur, vt semper in vnum aliquod idemq; punctum conspirent; quod fuit propositum.

PROPOSITIO XIII. THEOREMA.

Axes opticos cum ea quæ connectit centra visuum, eaq; quæ extrema neruorum opticorum iungit, in eodem plano necesse est esse.

C

SINT axes optici A C & B C, connectens autem centra visuum A B. Hæ tres lineæ cùm triangulum claudant, in vno eodemq; sunt plano, vt per posteriorem partem 2. vndecimi Euclidis constat. Necessum autem esse, vt axes cum ea, quæ centra visuum connectit, triangulum perficiant, ex eo conuinci potest, quòd illi & inter se,



D & connectenti centra visuum naturaliter cohæreant: huic quidem ex necessitate, quia per centra visuum transire ipsi etiam axes necessariò debent. Est enim centrum visus punctum illud, in quod radij vniuersi simul conueniunt, quodque formas omnes aspectabilium rerum, per quoscumque demum radios inferantur, in se recipit, colligitque velut commune quoddam omnium conceptaculum, vt lib. 1. proposit. 26. fusiùs est explicatum. Cùm ergo per centra visuum axes transeant, fit vt illi quoque, quæ centra visuum iungit, necessariò cohærescant. At etiam inter sese. Nam ex præcedente propositione iam constat axes opticos perpetuò coniunctos esse, ne scilicet res à propriis abductæ locis

E geminatæ conspiciantur. Sequenti etiam libro ostendemus non nisi in axium congressu res singulares videri. Duo ergo iugati axes cum ea, quæ centra visuum copulat, triangulum constituunt. Quocircà in vno hæc omnia sunt plano; quod primò propositum fuit demonstrare.

Quod verò tres hæ lineæ, axes videlicet optici, eaque quæ centra visuum connectit, cum ea, quæ iungit extrema neruorum opticorum, in eodem sint plano, ex proposit. 8. & 10. libri primi liquidò constat. Nam octaua quidem propositione ostensum est, omnium partium totius oculi centra in directum constituta esse: ex quo in primis illud efficitur, per hæc omnia rectam quamdam lineam extèdi posse, quandoquidem ea sit rectæ

F lineæ definitio, vt omnes eius partes ex æquo sibi respondeant. Deinde recta iam linea per omnia centra oculi acta intelligatur: hanc propositione 10. lib. 1. per eam nerui optici extremitatem, qua oculum attingit, incedere manifestè ostendimus; est porrò recta hæc linea eadem cum axe optico per secundam huius libri definitionem. Igitur triangulum efficiunt axes optici cum ea quæ extrema neruorum opticorum coniungit, in quo cùm & illa sit, quæ per vtriusque visus centrum protenditur, perspicuè colligi potest vtrumque axem opticum cum vtraque connectente in eodem plano existere; quod secundo loco demonstrasse oportuit.

A

PROPOSITIO XIV. THEOREMA.

Et nerui optici, cum ea quæ illorum connectit extrema, in vno sunt plano.

HVIVS propositionis eadem est quæ superioris demonstratio. Quoniam enim nerui optici communi principio ab origine connectuntur, & ea quæ illorum extrema copulat, triangulum perficit, fit per posteriorem partem secundæ propositionis libri vndecimi Euclidis vt omnes in vno sint plano; quod demonstrasse oportuit.

B

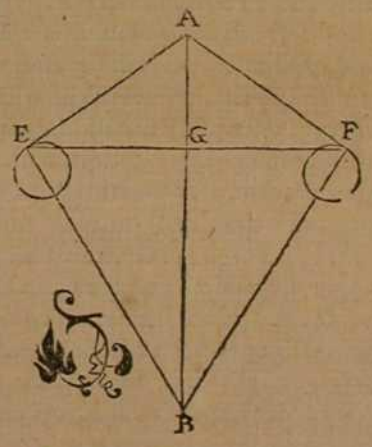
Non est tamen idem responsus neruorum opticorum cum connectente centra visuum, qui opticorum axium cum ea quæ neruorum opticorum extrema coniungit. Optici namque axes cum superioribus oculi partibus, vnde cernendi vis efficientiaque prolabitur, ita consentiunt, vt illorum congressum cum centris visuum, ac neruorum initiis, in eadem semper regione constituta esse oporteat: at nerui optici, qui insitam sibi facultatem cerebro potius, quàm subiectis oculi partibus acceptam referunt, non ita centris axibusque opticis, vt propriis extremitatibus ac communi principio respondent. Quocirca hi quidem, id est nerui optici, eaque recta linea, quæ ipsorum extrema colligat, in vno semper sunt plano; non verò in eodem in quo & centra visuum axesq; optici.

C

PROPOSITIO XV. THEOREMA.

Si duo axes optici cum axe communi conueniant, erunt in eodem plano cum ea quæ extrema neruorum opticorum connectit, & duabus à neruo communi eidem connectenti conterminis.

SIT axis communis A B, duóque optici E B & F B concurrentes cum communi axe in B. Sit item ea quæ extrema neruorum opticorum connectit E F. Huic autem conterminæ, hoc est à neruo communi A ad eius extrema seu terminos E & F, ductæ sint A E & A F, quæ neruos ipsos opticos repræsentant. Dico has omnes in vno eodémque plano esse. nam per posteriorem partem 2. vndecimi Euclid. trianguli E A F latera omnia in vno sunt plano, sic & latera trianguli E B F, vt duabus superioribus propositionibus est demonstratum. At vtrumque triangulum in eodem plano esse prior eiusdem .. vndecimi Euclid. pars conuincit. Nam in vtroque simul duæ lineæ A B & E F sese intersecant in G per 11. propos. huius libri, quæ proinde in vno sunt plano: est verò vti E F sic & A B, quæ ab A communi neruorum principio originem ducit, & in B opticorum axium congressum procidit, vtrique triangulo communis. Igitur vtrumque triangulum in eodem illo est plano, in quo sese A B & E F intersecant. Quocirca & omnes supradictæ lineæ, vtpote horum triangulorum latera, in vno eodémque sunt plano; quod erat demonstrandum.



D

E

PROPOSITIO XVI. THEOREMA.

F

Radij omnes, qui à proposita quapiam recta linea ad centrum visus porriguntur, in eodem sunt plano.

PERSPICVA est huius theorematis demonstratio, tum ex iis quæ tribus proximis propositionibus diximus, tum ex posteriore parte prop. 2. lib. 11. Euclidis. Constat enim triangulum esse oportere id, quod proposita recta linea ceu basi, radiisque ab oculo ad ipsius extremitates pertinentibus continetur. In hoc ergo cum ceteri omnes radij existant, qui à proposita linea ad centrum visus porriguntur, consequens est per iam citatam Euclidis propositionem,

A nem, vt illi omnes in eodem sint plano. Hinc porrò colligi potest, eam formæ productionem, quæ à recta linea visili directè vel obliquè aspectui obiecta ad alterum oculorum protenditur, radiosam quamdam esse superficiem, cuius nos suprà mentionem fecimus propos. 2. huius libri, & sæpè in posterum meminisse oportebit, libro præsertim sexto, in quo de proiecturis agemus.

PROPOSITIO XVII. THEOREMA.

Axis communis per se immutabilis est.

B



QVEMADMODVM nerui optici propriis locis firmi consistunt, vna quidem extremitate neruo communi cohærentes, altera verò ossibus inserti, in quorum cauis sphærulæ oculorum torquentur. Ita communis axis, qui angulum neruis opticis comprehensum, subiectamq; illi basin secat bifariàm, immutabilis esse conuincitur. Cùm enim motis oculis, loca, per quæ axis communis suapte natura transit, immota perseuerent, necesse omnino est axem ipsum communem, sicut & neruos opticos, immutabilem esse.

Est verò hic situs oculorum, naturæ aspectus quàm maximè accommodatus, vt sicut nerui optici cum axe communi superiùs cohærent, ita & axes visuales cum eodem com-
C muni axe exteriùs concurrant, in eodemq; extendantur plano. Quare in ea constitutione situq; sponte oculi conquiescunt, nec inde facilè dimouentur nisi ope ac vi musculorum, qui voluntatis imperio ac motrice, qua pollent, facultate, cùm res exigit, eos vel attollunt, vel deprimunt, vel ad latera inflectunt.

PROPOSITIO XVIII. THEOREMA.

Motis oculis, axes quoque optici pariter loco dimouentur.

D



CVM ex secunda huius libri definitione constet, axem opticum rectis angulis superficiei visus insistere, perspicuum est, mota visus superficie & angulum incidentis axis vnà mutari, nisi axis ipse motum oculorum pari vestigio subsequatur. Essentia namque recti anguli in indiuiduo est constituta, cui nec addi nec detrahi quidquam potest citra essentiæ mutationem: detractione siquidem acutus, additione verò obtusus efficitur.

Cùm axem opticum mutari moueriq; dicimus, neutiquam volumus, vt formæ visibiles, quæ rectà per aërem protenduntur, loco mutari intelligantur, quasi eædem numero ex vna in aliam partem medij commeent, quod fortè nos dicere quispiam arbitraretur, eam ob causam, quòd propositione prima huius libri ostensum sit, radios opticos esse ipsas aspectabiles formas directò ad centrum visus exporrectas, axémque proinde opti-
E cum esse eam formæ productionem, quæ rectis angulis in visus superficiem incidit. Cùm igitur axem moueri dicimus, existimabit aliquis indicare nos velle formam ipsam moueri loco; quod tamen à specierum natura alienum est, cùm vniuersam actiuitatis sphæram rectis vndique lineis profusæ impleant, nisi qua impediuntur adiaphani corporis interiectu.

Verùm non hoc astruimus, sed tantùm rectas illas formarum productiones, licet immotas, respectum appellationémque mutare. Vti enim idem luminis radius sola corporis conuersione, nunc posterior esse potest, qui priùs anterior erat; & nunc sinister, qui priùs dexter: sic oculi mutatione formæ visibiles, quæ priùs perpendiculares erant,
F nunc obliquæ fiunt, aliæque in perpendicularium, non dico locum, sed respectum appellationémque succedunt, licet immotæ loco consistant.

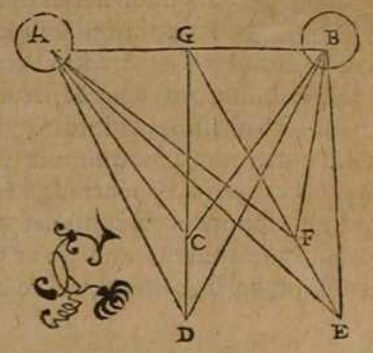
Quamobrem autem axes opticos motis oculis mutari necesse fuerit ex libro sequenti planum fiet, cùm ostendemus ex oculorum motu, eorum quæ foris versantur, motum plurimùm cognosci. Nisi enim circumactis oculis & axes optici transferantur, nulla ratio erit cur internus sensus ex organi motione externarum rerum lationes cognoscat. mutantur itaque axes optici loco situque circumactis oculis, quod probasse oportuit.

PRO-

PROPOSITIO XIX. THEOREMA.

Radius communis omni oculorum motu, praterquam diuaricationis & contractionis, variat.

RADIVS communis, non ſecùs ac optici axes, mutationi obnoxius eſt: attamen non omni oculorum motu ſitum immutat; ſed eo dumtaxat, quo oculi vel attolluntur, vel deprimuntur, vel vnà in dextram aut ſiniſtram partem flectuntur, vel in orbem torquentur. Illo autem motu, quo pariter diuaricantur, aut contrahuntur, ipſe communis radius nullam mutationem ſuſcipit. Tum ſiquidem ita oculi mouentur, vt axium concurſus, per quem communis radius neceſſariò tranſit, in eadem ſemper recta linea exiſtat.



Quod vt planiùs intelligatur, ſint, exempli gratia, ſphæræ oculorum A & B, quæ autem viſuum centra connectit A B ſecta ſit bifariàm in G. Ac primò quidem conueniant axes optici in C puncto communis radij G C: dico igitur poſſe oculos ita diuaricari, vt axium concurſus in eumdem radium communem incidat, ad ſignum D; hoc verò oculorum motu perſpicuum eſt communem radium immotum atque inuariatum perſtare; mutari autem ſi oculorum axes ad aliud quodcumque punctum conuertantur, quod extra communem radium G D aſſumptum ſit ſiue ſuprà, ſiue infrà, ſiue ad latera, vt puta E. Nam cùm C & E puncta non ſint in directum cum puncto G poſita, aliam eſſe oportet lineam G E à linea G C, vt ex definitione rectæ lineæ conſtat.

Rurſus poſſibile eſt oculos ita conſtringi, vt axes optici à puncto E in F punctum radij communis G E adducantur: atque hoc item oculorum motu quo ab E in F axium congreſſus transfertur, nequaquam mutatur communis radius: igitur ſolo diuaricationis & conſtrictionis motu radius communis nullam mutationem ſubit. Quod autem omni alio oculorum motu, quo axium concurſus à linea G E diuellitur, ipſe ſimul communis radius moueatur, eodem argumento probari poteſt, quo in mutatione communis radij G D proximè vſi ſumus. Nam omnis oculorum inflexio, præter ſolam diuaricationem & conſtrictionem, ad eiuſmodi loca ducit, quæ cum G in directum conſtituta non ſunt. Quare vna aliqua recta linea per ea omnia duci non poteſt: ſed alia eſt quæ per G E, alia verò quæ per G D extenditur: at fieri nequit, vt radius communis immutatus alius atque alius exiſtat: igitur omni alio motu oculorum, excepta diuaricatione & conſtrictione, radius communis variat; quod propoſitum fuit demonſtrare.

PROPOSITIO XX. THEOREMA.

Oculi ita diuaricari nequeunt, vt axes firmentur paralleli.

PRÆTER illas muſculorum coniugationes, quibus oculorum orbes concitantur, alium eſſe neruum docuimus lib. 1. propoſ. 3. cuius proprium ſit munus obtutum defigere, aciemque immotam continere. Id verò cùm fieri non poſſit, niſi axes optici in rem aliquam vnà conueniant, conſequens eſt, vt hi ſitu parallelo firmari ac contineri aliquanto temporis interuallo nequeant.

Subinde tamen euenire crediderim, at fortuitò, vt axes optici paralleli fiant; cùm nimirum laxatis muſculis, abiectoq; retentionis conamine oculi fluxum quemdam, atque incertum ſitum habent. Quemadmodum in ſomnis fortè nonnumquam contingit; at tum feriante motrice facultate nequaquam oculi in eo ſitu firmantur. Igitur ea vis, quæ oculos continet figitque obtutum, ita eſt comparata, vt, niſi intentis in vnum aliquod punctum axibus, oculos diu continere non poſſit.

Neque in ſomnis modò, verumetiam ex deprauato habitu ea paſſio oculis accidere interdum ſolet. Nam muſculi longo vſu validoque conatu debiliores aliquando effecti,

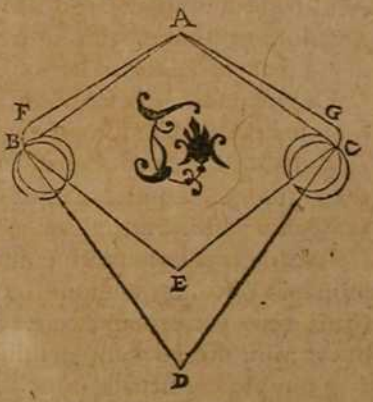
aut

A aut morbo immutati vagum aſpectum efficiunt, qualem perſæpè videre eſt in iis, qui diu multumq; legere, aut aſſiduæ ſcriptioni incumbere conſueuerunt: ſic & in ſenibus, nec non in iis quibus crebriores ſunt lacrymæ, aut quibus cerebrum vacillat, menſque titubat; in iis denique, qui vel paralyſi, vel ſtrabiſmo tentantur: quorum his propter conuulſionem oculi torquentur, vnde ſtrabones à morbo dicti; illis verò, ob muſculorum diſſolutionem vires collabuntur: ac tandem propter motus abolitionem oculi volubiles & inconſtantes fiunt; quibus autem id vitij in habitum tranſiit, hos pætos vocant.

PROPOSITIO XXI. THEOREMA.

B *Neque propiùs oculorum axes terminari poſſunt, quàm vbi cum neruis opticis angulos rectos efficiunt.*

INTER illas conditiones, ſine quarum præſidio res corporeæ aptè concinnéque aſpectu dignoſci non poſſunt, diſtantiam numerari lib. 1. diximus: vbi etiam propoſ. 58. non minorem obiecti diſtantiam ad accuratam viſionem poſtulari oſtendimus, quàm quæ axibus continetur, cum quibus nerui optici angulos rectos efficiunt. Id verò quoniam non tam ex aſpectus natura efficientiaque, quàm ex radiorum promiſſione pendet, ad hunc lo-
C cum propriè ſpectat veram cauſam inueſtigare, ob quam axes optici propiùs adduci nequeant, quàm vbi cum neruis opticis rectos angulos comprehendunt. Quam inuenire arduum non erit, ſi oculorum conſtructionem attentiùs contemplemur.



Sint A B & A C nerui optici à communi principio A deriuati, qui ſphæras oculorum contingant in B & C. ex B autē & C orthogonales axes educantur B D & C D, qui per centra oculorū tranſeant. Dico poſſe quidem in D obtutum terminari, quòd huc vſque nerui optici rectà & citra vim vllam ad oculorum ſphæras extendantur. Siquidem per 16. tertij Euclidis, extra con-
D uexitatem oculorum cadunt.

Non poſſe autem propinquiùs viſum terminari, ita probatur. Adducantur, ſi fieri poteſt, oculi, ita vt viſus propiùs terminetur, velut in E. Cùm E B & E C axes neceſſariò per centra oculorū tranſeant, oportebit neruos opticos circa oculos inflecti. Eſt enim per 16. tertij Euclidis ſemicirculi angulus quouis acuto rectilineo maior: at angulus A B E acutus eſt, quandoquidem A B D poſitus ſit rectus: igitur ſemicirculi angulus, qui maior eſt, acuto illo A B E capi non poterit. Quare neceſſe erit, vt nerui optici circa oculorum conuexitates torqueantur, & in curuas lineas B F A & C G A flectantur. quod fieri non poſſe,
E certiſſima teſtatur experientia.

Quando enim eò adducere oculos conamur, vt nerui optici circa oculorum orbes curuari, tendiq; incipiant, manifeſtum dolorem percipimus, non aliunde profectò quàm ex ea coactione excitatum. Igitur propiùs adduci oculi non poſſunt, quàm vbi axes cum neruis opticis angulos rectos efficiunt; quod erat probandum.

Cùm verò ad excitandam animi attentionem mirum in modum prodeſſet axium opticorum contractio (ſolent enim meditabundi oculos naſum verſus adducere) vt ea facilior homini eſſet, minimam ei oculorum intercapedinem natura molita eſt; maximam autem beluis, iis præſertim quibus minima eſt cogitatio, vt equis & ouibus: quæ verò animantia rerum cogitatione plus occupantur, vt leones, ſimiæ, canes, feles, ele-
F phanti, his etiam pro rata corporis mole minus à natura conceſſum eſt oculorum interuallum. Sic vt vnumquodque pro ſuo ingenio eam oculorum conſtitutionem nactum eſſe videatur, quæ excitandis internis facultatibus apprimè conducit. Quod etiam cuilibet promptum erit animaduertere, ſi quæ indies in oculos noſtros incurrunt, attentiori conſideratione perpenderit. Neque enim oues aut equos videas ceruices circumagere, vt axibus iunctis vtroque oculo in rem obiectam perfectiùs colliment; ſed ſat ipſis eſt vnico oculo rem exploraſſe: contrà verò ſimiæ, feles, & id genus animantia ad quemuis terrorem ac ſtrepitum caput oculoſque circumferunt, iunctiſque axibus è directo ſeſe opponunt ei rei, quam exactiùs volunt habere perſpectam.

PRO-

PROPOSITIO XXII. THEOREMA.

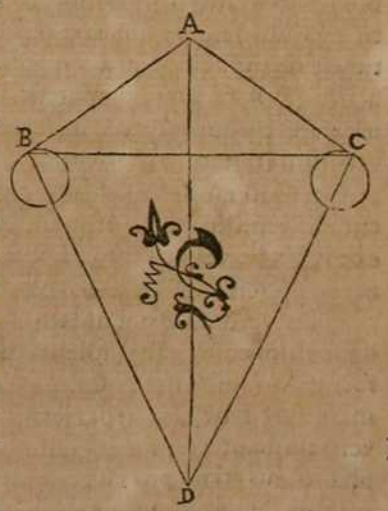
Axes optici cò adduci non possunt, vt ad normam concurrant.

NON æqua ineſt oculis axes producendi ac contrahendi facilitas. Nam *pedes*, inquit D. Chryſoſtomus Homilia vndecima ad populum Antiochenum, *paululùm progreſsi fatiſcunt & laſſantur; oculus verò tantam altitudinem permeans, tantamq; latitudinem, nullam ſentit imbecillitatem.* Cùm verò tantam oculorum vim admiremur in oculis, vt ad cælos vſque aſpectum profundant, immenſaq́ue ſpatia nullo negotio, ac puncto ferè temporis videndo percurrant, an non id omnium maximè admiratione dignum videbitur, quòd ad proxime admota laborent & cæcutiant? Igitur quamquam ſumma velocitate ac promptitudine ad remotiſſima ſpatia axes optici protendantur; non tamen pari facilitate ad res proximas contrahuntur: numquam enim vſu venit vt ad normam coëant.

Experientia in primis huic propoſitioni ſuffragatur. Qui enim ſummo conatu aſpectum contrahunt, numquam axes eò adducunt, vt rectum angulum in congreſſu efficiant: ſummum verò, ſi ad verticem trianguli æquilateri ſuper connectente centra viſuum deſcripti pertingant; quod ex diſtincto aſpectu, qui per ſolos fit iugatos axes, facilè colligitur. Nam re quapiam oculis obiecta eo interuallo, quo lineæ ab oculis eductæ, cum ea, quæ centra viſuum connectit, triangulum æquilaterum perficiunt, nemo fermè reperitur, qui ex eo loco rem propoſitam liquidò perfectéq; intueatur, quòd ſcilicet opticos axes eo adducere non poſſint: eſt verò trianguli æquilateri acutus quilibet angulus. Multò igitur minùs fieri poteſt vt ad normam axes concurrant, hoc eſt, vt in concurſu angulum rectum efficiant. Breuiores enim eſſe oportet axes normaliter concurrentes, quàm ſi acutum faciant angulũ, quod ex 21. primi lib. Euclidis facilè poteſt demonſtrari.

Deprehendimus autem non eamdem omnibus ineſſe oculos contrahendi facultatem; ſed quibuſdam longiorem, aliis breuiorem terminum à natura poſitum eſſe, quo propiùs adducere oculos nequeunt. Proximum autem terminum eſſe comperimus verticem trianguli æquilateri ſuper connectente centra viſuum deſcripti; quem tamen vix quiſquam perfectè attingit.

Ratio autem huiuſce propoſitionis ea eſt, quòd nerui optici in concurſu ſeu communi principio obtuſum angulum contineant, vt ex anatomica adminiſtratione conſtat. Quia verò per proximè antecedentem propoſit. nerui optici perpendiculares eſſe axibus vt minimùm debent, angulus, qui in concurſu axium excitatur, acutus ſit neceſſe eſt.



Exemplo res fiet illuſtrior. Sint A B & A C nerui optici; B D verò & C D optici axes. Quia ergo A B D & A C D anguli ex neruis opticis A B, A C & axibus B D, C D conſtituti minores rectis eſſe non poſſunt, vt ſuperiore propoſitione eſt demonſtratum, reliquos duos B A C & B D C aut duobus rectis pares, aut duobus rectis minores eſſe oportet. Ducta enim A D, ſi quidem in triangulo A B D angulus A B D rectus eſt, erunt duo reliqui, nempe B A D, B D A anguli vni recto æquales per 32. primi Euclidis: eademq; ratione in triangulo A C D probari poſſunt anguli C A D, C D A vni recto æquales eſſe. Erunt ergo ſimul omnes, hoc eſt duo B A C & B D C duobus rectis pares: at B A C obtuſum eſſe ex diſſectione conſtat. Reliquus igitur B D C acutus eſſe conuincitur. Si verò anguli A B D & A C D rectis ſint maiores, (quod plurimùm euenit propter neruorum opticorũ craſſitudinem, quæ tantos flexus ſine vi atque inſigni diſtenſione non admittit) erunt reliqui B A C & B D C duobus rectis minores: quoniam igitur B A C recto eſt maior, erit B D C multò adhuc recto minor. Quare axes optici eò adduci non poſſunt, vt ad normam concurrant; quod probare fuit propoſitum.

PRO-

A

PROPOSITIO XXIII. THEOREMA.

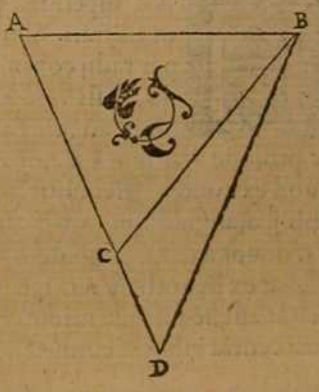
Visus percipit angulum sub connectente centra visuum & axe optico comprehensum.

B SVPERIORE libro propositione 20. ostensum est, motum oculorum interno sensu percipi. Cùm igitur omnis illa diuersitas, quam subit angulus sub connectente centra visuum & axe optico comprehensus, ex oculorum mutatione dependeat: vti necesse est, oculo moto angulum augeri minuive; ita consequens est, vt percepto motu, anguli quoque euariationem animus persentiat, augeriq́ue oculorum diuaricatione, contractione verò minui cognoscat. Tametsi verò præter motus quibus oculi cientur, etiam motuum differentias interna facultas animæ distinguat, vt propos. 21. superioris libri docuimus; non inde tamen confestim sequitur eam cognitionẽ, qua angulus sub connectente centra visuum & axe optico comprehensus percipitur, ita exactam esse debere, vt ipsius anguli quantitatem ad vnguem determinet, maioriq́; ac minoris discrimina ad amussim internoscat, nam neque ipsorum motuum differentias ita accuratè internus sensus dignoscit: vti ergo motuum, sic & angulorum discrimina sensus æstimat; ac tum angulos augeri, cùm
C axes optici diuaricantur; tum verò minui, cùm axes contrahuntur. hæc enim necessitudine quadam ita sequuntur, vt perceptio motus in cognitionem anguli deducat.

PROPOSITIO XXIV. THEOREMA.

Longitudinem vnius axis percipit alter oculus ex magnitudine anguli sub proprio axe & connectente centra visuum contenti.

D SINT duo centra visuum A & B, axiq́ue oculi A sit A C, cuius magnitudinem cognosci dico à visu B, ex magnitudine anguli A B C sub B C axe proprio & A B connectente centra visuum comprehensi. Hic enim quo maior est aut minor, eò necesse est oppositum illi axem, cui insistit, maiorem aut minorem esse per 19. primi Euclidis. Non quidem eo sensu, vt quam proportionem habet angulus ad angulum, hoc est A B C ad A B D, eam proportionem habere intelligatur axis A C ad axem A D, id namque rationi aduersatur: sed vt maiori angulo A B D maior axis A D respondeat.



E Hoc tamen prætereundũ non est, quando inæquales axes æqualem angulũ subtendunt, vt B C & B D angulum A, tunc visum A haud posse suapte sola vi inæqualitatem axium B C & B D assequi, sed internæ facultatis præsidio opus esse. Hæc enim aduertens angulum A B D maiorem factum esse, quàm erat A B C manente axe A D immoto, tacita argumentatione colligit B D axem axe B C maiorem esse. Cùm enim acutus sit angulus B C A per 22. propos. huius libri, reliquum nempe B C D obtusum esse oportet per 13. primi Euclidis. Quare per 19. primi Euclidis maius esse conuincitur latus B D quod maiorem angulum subtendit, quàm B C, quod acutum subtendit angulum B D C. sicq́ue in diiudicandis axium opti-
F corum longitudinibus mutuam sibi oculi opem conferunt.

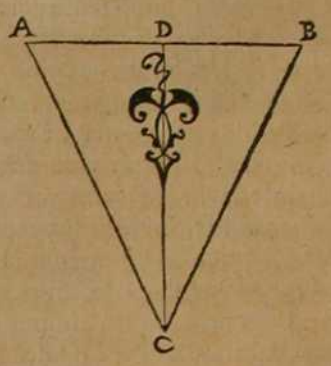
Notandum etiam, quòd quò anguli sub connectente centra visuum & axibus contenti maiores euadunt, diductis nempe diuaricatisq́ue plurimùm axibus, eò incertius sit de illorum longitudine iudicium. cuius rei hæc est ratio, quòd in triangulis non eadem sit proportio angulorum quæ subtensorum laterum; sed maior sit laterum ratio, quàm angulorum, vt lib. sequenti propos. 7. & 12. demonstrabitur.

A

PROPOSITIO XXV. THEOREMA.

Si radius communis, ei quæ centra visuum connectit, normalis fuerit, erunt axes optici inter se æquales.

SIT ea quæ centra visuum connectit A B, cui radius communis ad normam incidat ad signum D. dico axes opticos A C & B C æquales inter se esse. Cùm enim per radij cõmunis definitionem, quæ sexta est huius libri, æquales sint A D & D B, sitque vtrique triangulo A D C & B D C latus D C cõmune, & angulus A D C angulo B D C æqualis, vtpote rectus vterque, erit per 4. primi Euclidis & basis A C basi B C æqualis; quod erat demonstrandum. Est verò hæc axium opticorum dispositio ad videndi munus facilè obeundum accommodatissima; vtpote qua oculorum nerui musculiq; ex æquo tenduntur; ita scilicet moderatione quadam vnà laborant, seq; mutuò iuuant. Quod sanè contrà accidit, cùm limis oculis aliquid intuemur. tum namque distortis coactisque musculis validiore conatu est opus, vt aliquo temporis spatio in eodem situ contineantur.



B

C

PROPOSITIO XXVI. THEOREMA.

Et si æquales inter se fuerint axes optici, radius communis, ei quæ connectit centra visuum, normalis erit.

HÆC superioris propositionis est conuersio, potestque eodem modo demonstrari. Cùm enim in triangulis A D C, B D C, æquales sint A D & D B per radij communis definitionem; sitque D C vtrique triangulo communis, basis verò A C basi B C æqualis concedatur, erit quoque per 8. primi Euclidis angulus A D C æqualibus lateribus contentus, angulo B D C æqualis, ac proinde C D ipsi A B normalis per 10. definitionem primi Euclidis. Deinde per id, quod ex contrario sequitur impossibile, idem confirmari potest: esto enim C D ipsi A B obliqua, angulusque A D C angulo B D C maior: erit ergo per 24. primi Euclidis, & axis A C maior axe B C; siquidem A D ipsi D B est æqualis, D C verò vtrique triangulo communis: at ex hypothesi A C ipsi B C est æqualis: igitur nequit angulus A D C angulo B D C maior esse, sed neque minor, eamdem ob causam. Est itaque rectus vterque & C D ipsi A B quæ centra visuum connectit normalis; quod ostendisse oportuit.

D

E

PROPOSITIO XXVII. THEOREMA.

Axes optici ad signum aliquod communis axis congredientes sunt inter se æquales; & cum ea, quæ extrema neruorum opticorum connectit ceu basi isosceles efficiunt; cuius angulum concurrentibus axibus comprehensum, axis communis bifariàm secat.

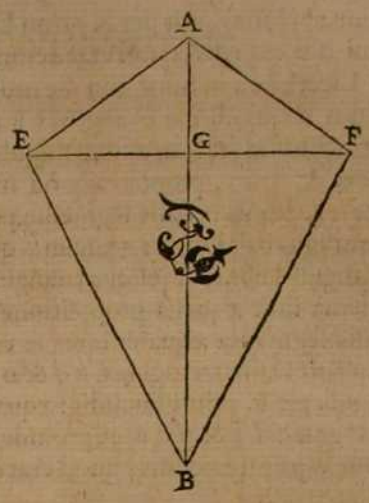
F

AXES optici sint E B & F B, concurrentes cum axe communi A B ad signum B. Quoniam per 11. propositionem huius libri E F axe communi A B bifariàm discriminatur in G, erit latus E G trianguli E G B lateri G F trianguli E G B æquale; latus autem G B vtrique commune est: sed & anguli E G B, F G B, æqualibus lateribus comprehensi sunt inter se æquales; vtpote recti ambo per axis communis definitionem: igitur per 4. primi Euclidis erit & basis E B basi F B æqualis; quod primò proponebatur.

Quare isosceles erit triangulum E B F, ex duobus æqualibus axibus & connectente extrema neruorum opticorum E F constitutum; quod secundò propositum fuit.

Cumque

A Cumque per eamdem 4. primi Euclidis, & reliqui anguli reliquis angulis æquales sint, vterque vtrique, quibus æqualia latera subijciuntur, erit angulus EBG angulo FBG æqualis: vnde & illud sequitur, angulum EBF per communem axem AB bifariàm sectum esse; quæ omnia proposita fuerant demonstranda.



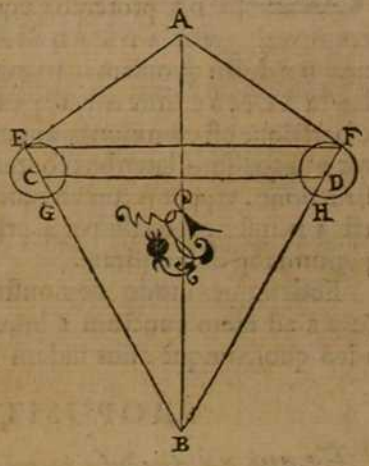
Hæ & similes nonnullæ opticorum radiorum proprietates minorem in se subtilitatem
B habere videbuntur, quòd absque demonstratione vel mediocriter versatis perspicuæ esse possint: tamen quia ad totius materiæ intelligentiam earum cognitionem necessariam esse deprehendimus; voluimus non absque Mathematica demonstratione præteriisse, in gratiam eorum, qui id in minimis etiam rebus pertinaciter exigunt.

PROPOSITIO XXVIII. THEOREMA.

C

Axe communi cum duobus opticis coëunte, quæ centra visuum connectit, illi quæ iungit extrema neruorum opticorum est parallela.

OPTICI nerui sint AE & AF, quæ verò illorum extrema iungit EF, quæque centra visuum cõnectit CD: cùm æquales sint oculorum orbes, erunt & ipsorum diametri EG & FH inter se æquales. Rursus cùm ex oculorum constructione centra visuum similem in suis orbibus situm habeant, erit EC ipsi FD æqualis, quæ si ab æqualibus iam antè ostensis EB & FB auferantur, relinquentur CB & DB æquales. Quare vt EB ad FB, ita erit CB ad DB, nempe æquale ad æquale; & alternatim, vt EB ad CB, ita FB ad DB: sunt igitur latera EB & FB in C & D secta proportionaliter. Ex quo tandem fit per secundam sexti Euclidis, vt quæ ad sectiones adiungitur recta linea CD, hoc est quæ centra visuum con-
D



E nectit, ad EF reliquum trianguli latus sit parallela; quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XXIX. THEOREMA.

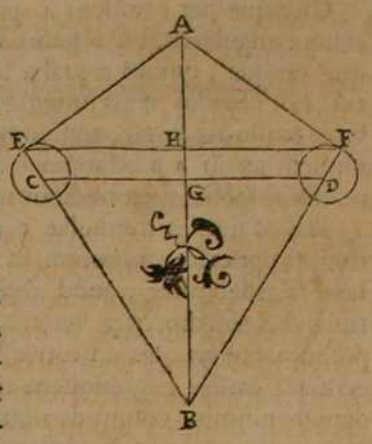
Axis communis cum duobus opticis conueniens, eam quæ centra visuum connectit, ad normam & bifariàm secat.

AXIS communis sit AB concurrens cum duobus opticis CB & DB in B,
F secansque CD connectentem centra visuum in G. Dico primò BG ipsi CD perpendicularem esse, quoniam enim propositione præcedente parallelæ ostensæ sint CD & EF, quæ in illas incidit recta linea BGH (incidet autem in vtramque, quoniam in eodem sunt plano per 15. huius) faciet per 29. primi Euclidis, angulos EHB & CGB æquales: at angulus EHB rectus est per axis communis definitionem, ergo & CGB rectus erit: quare AB est ipsi CD perpendicularis per 10. definitionem lib. primi Euclidis.

Deinde, dico CD in G sectam esse bifariàm. Cùm enim duo triangula CBG, DBG, latus CB lateri DB æquale habeant per 27. huius: latus verò GB vtrique sit commune, angulos item habeant CBG, DBG æqualibus lateribus contentos æquales per eam-

dem 27. huius, erit per 4. primi Euclidis & basis C G basi G D æqualis; quod erat demonstrandum.

Licet idem in hunc quoque modum demonstrare. Cùm trianguli C B D angulus B sit sectus bifariàm per 27. huius; secans autem angulum recta linea A B, secet & basin, propterea quòd in eodem sint plano per 14. huius: basis segmenta per 3. sexti Euclidis eamdem habebunt rationem, quam reliqua ipsius trianguli latera: at reliqua trianguli latera C B & D B ostensa sunt æqualia propositione 27. huius: ergo & basis segmenta æqualia inter se erunt. Rursus cùm æquilaterá sint triangula C B G & D B G, erunt & æquiangula per 8. primi Euclidis: æquales igitur sunt inter se anguli C G B & D G B, ac proinde recti per 10. definitionem primi Euclidis; quod erat demonstrandum.



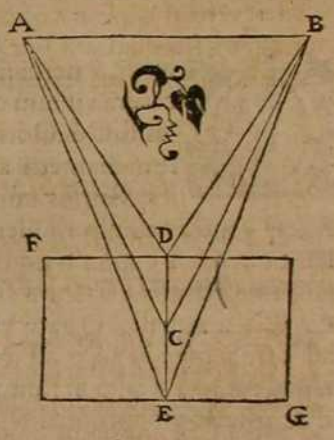
A

B

PROPOSITIO XXX. THEOREMA.

Omnes radij ducti ab vtroque oculo ad idem punctum eius lineæ, quæ cum æqualibus axibus rectos angulos facit, sunt inter se æquales. C

SINT centra visuum A & B in sublimi constituta; æquales autem axes A C & B C in rectam lineam D E subiecti plani F G normaliter incidant: dico omnes radios ad idem punctum huius lineæ D E protensos æquales inter se esse. Sint enim, verbi gratia, A D & B D ad idem punctum D eius lineæ D E ducti: quoniam in triangulis A C D & B C D duo latera A C & B C sunt æqualia ex hypothesi: latus verò C D vtrique est commune; angulus autem A C D angulo B C D æqualibus lateribus contentus æqualis est ex constructione, vtpote rectus vterque, erit & basis basi, hoc est A D ipsi B D æqualis per 4. primi Euclidis; quod propositum fuit demonstrare.



D

Eodemque modo demonstrare licebit radios A E & B E ad idem punctum E lineæ D E protensos, atque adeò quoscumque alios iisdem legibus ductos æquales inter se esse.

PROPOSITIO XXXI. THEOREMA. E

Et qui ad diuersa puncta lineæ axibus normalis, æquè tamen ab axium concursu dissita procidunt radij sunt inter se æquales.

REPOSITA eâdem figurâ, quæ in præcedente propositione, ostendendum est radios A D & B D, radiis A E & B E singulos singulis æquales esse; si quidem puncta D & E pari interuallo ab C axium concursu disiuncta sint. Nam in triãgulis A C D, A C E, latus C D lateri C E ex hypothesi æquale est; latus verò A C vtrique est commune, anguliq; A C D, A C E æquis lateribus contenti æquales sunt, ambo scilicet recti ex constructione: igitur per 4. primi Euclidis & basis A D basi A E æqualis erit. Cùm verò eadem demonstratio in radiis B D & B E, ceteriſq; omnibus locum habeat, constat radios qui ad diuersa puncta lineæ D E axibus normalis æquè à concursu axium disiuncta porriguntur, æquales inter se esse; quod erat propositum demonstrare. F

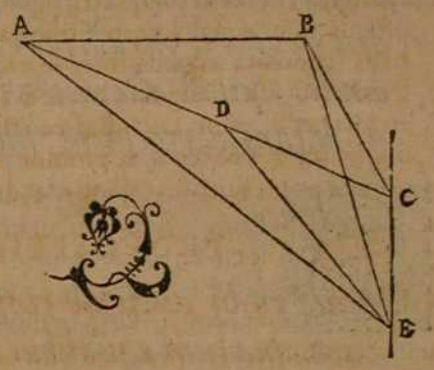
PRO-

A

PROPOSITIO XXXII. THEOREMA.

Si fuerint axes optici inæquales, radij omnes ducti ad idem punctum eius lineæ, quæ cum axibus angulos rectos facit, inæquales inter se erunt.

OPTICI axes sint AC & BC inæquales, maior quidem AC, minor verò BC; linea autem, quæ cum axibus
B rectos angulos facit, sit CE, punctúmque in ea acceptum quodcumque E, ad quod ducti radij AE & BE inæquales quoque inter se sint necesse est. Sumatur enim ex AC ipsi BC æqualis CD per 3. primi Euclidis, iungantúrque D & E per rectam DE. Cùm igitur æquales sint BC & DC in triangulis BCE & DCE, vtrique autem communis sit CE, angulique BCE, DCE æquis lateribus contenti æquales sint, nempe recti ambo ex hypo-
C thesi, erunt & BE, DE bases per 4. primi Euclidis æquales. At cùm DCE angulus rectus sit, erit per 16. primi Euclidis angulus externus ADE recto maior, atque idcircò per 32. primi Euclid. maximus eorum, qui sunt in triangulo ADE. Igitur per 19. primi Euclidis, quod ei subijcitur latus AE, latere DE maius est: est verò DE ipsi BE ostensa æqualis; erit ergo AE etiam quàm BE maior: sunt igitur AE, BE inæquales. Quæ demonstrandi ratio cùm in ceteris quoque locum habeat, erunt omnes radij ea lege ducti inæquales; quod erat propositum demonstrare.



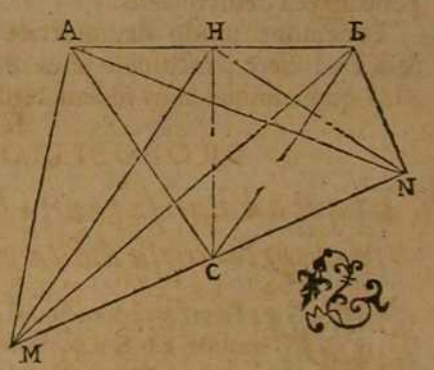
PROPOSITIO XXXIII. THEOREMA.

D *Si axes optici æquales inter se sint, per illorum verò concursum recta agatur linea imparibus angulis: dico radios ab vtroque visu ad quoduis eius lineæ punctum ductos inæquales inter se esse.*

SINT AC & BC axes optici æquales; per C autem, in quo axes conueniunt, recta ducatur MN, inæquales angulos cum axibus AC, BC efficiés, minorem quidem ACM, maiorem verò BCM; & ad punctum eius quodcumque, exempli causa M radij optici
E emittantur AM, BM. Hos dico inæquales inter se esse.

Cùm verò duobus modis propositum eueniat, sit primò MN in eodem plano cum axibus AC & BC: atque ex C recta erigatur CH, quæ angulum ACB bipartitò secet; eadem ergo secabit & AB bifariàm, quòd nimirum per 3. sexti Euclidis linea AB segmenta AH & HB eam inter se rationem habeant, quam radij AC & BC ex hypothesi æquales. Quare per 8. primi Euclid. erunt anguli AHC & BHC æqua-
F les, quoniam latera AH & HC lateribus BH & BC vtrumque vtrique æqualia sunt, & basis AC basi BC æqualis. Cùm verò anguli AHC, BHC æquales sint, erunt per 10. definitionem libri primi Euclid. ijdem recti. Rursus ex H recta ducatur HM, erit ergo angulus AHM recto minor, nempe pars toto, & BHM maior recto. Quocircà cùm in triangulis AHM & BHM duo latera AH & BH æqualia sint, latus verò HM vtrique commune, & angulus BHM angulo AHM maior, erit per 24. primi Euclidis & basis BM basi AM maior. Simili autem modo in ceteris, veluti AN & BN, ac quibuscumque aliis demonstratio instituetur.

Sit deinde MN non in eodem plano cum æqualibus axibus AC & BC, ducanturq; ad idem punctum M radij AM & BM. Hos dico inæquales esse. Cùm enim in triangu-

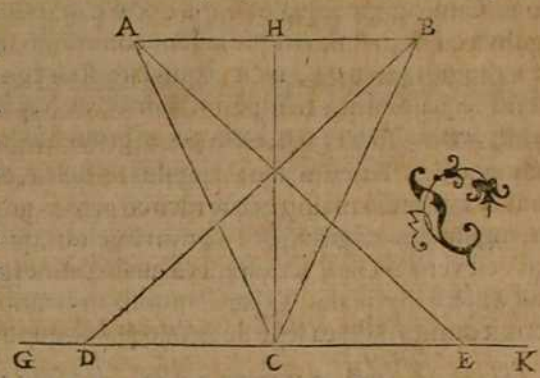


lis A M C, B M C latera A C & B C æqualia sint ex hypothesi, & M C vtrique sit cõmune; angulus verò A C M minor sit angulo B C M sub æqualibus lateribus contento ex hypothesi, erit per eamdem 24. primi Euclid. & basis A M basi B M minor. Cumque in ceteris veluti A N & B N eadem sit demonstratio, vniuersè concluditur radios omnes ductos ab vtroque visu, &c. quod initio propositum fuit demonstrare. A

PROPOSITIO XXXIV. THEOREMA.

Si radius communis in rectam quamdam lineam connectenti centra visuum parallelam rectis inciderit angulis, erunt radij omnes, qui ab alternis visibus ad puncta æquè à radio communi distantia procident, inter se æquales. B

SIT ea quæ centra visuum connectit A B, eique parallela G K, in cuius punctum C radius cõmunis H C rectis incidat angulis; puncta autem in ea sumantur D & E pari interuallo à C disiita: dico radios A E & B D ab alternis visibus ad puncta E & D pertinentes æquales inter se esse.



C

Cùm enim A B & G K parallelæ constituantur, in easque incidat H C, erunt per 29. primi Euclidis angulus A H C angulo H C E, item angulus B H C angulo H C D æquales: at rectus supponitur vterque angulorum H C E & H C D; ergo & A H C, B H C recti erunt: ideoque recta H C vtrique A B & G K perpendicularis per 10. definitionem lib. 1. Euclidis: quare, per 25. huius, axes optici A C & B C æquales inter se erunt; & per 27. huius, angulus A C B per rectam H C sectus erit bifariàm. D

Si ergo æqualibus angulis H C D & H C E addãtur æquales, H C B quidem angulo H C D, ipsi verò H C E angulo angulus H C A, fient B C D & A C E anguli inter se æquales: at latera quibus hi anguli continentur æqualia quoque sunt, nempe B C & C D trianguli B C D lateribus A C & C E trianguli A C E, vtrumque vtrique, hoc est B C ipsi A C per iam factam demonstrationem; C D verò ipsi C E. ex hypothesi igitur per 4. primi Euclidis subiectæ etiam bases B D & A E æquales inter se erunt; quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XXXV. THEOREMA.

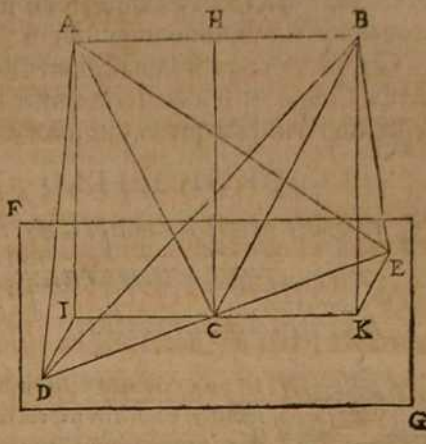
Si radius communis in subiectum planum rectis incidat angulis, & in eodem plano per punctum incidentiæ recta quædam linea ducatur, radij ab alternis visibus ad duo eius puncta pari interuallo à communi radio disiuncta, æquales inter se erunt. E

HÆC propositio vniuersalior est antecedente: potestque simili ferè modo paucis mutatis demonstrari. Sit igitur D E non parallela ipsi A B connectenti centra visuum: sed tamen in plano F G, cui H C radius communis rectis angulis insistit, perq; C punctum communis sectionis H C & plani transiens. Sint etiam in eadem hac linea D E signa D & E æquali interuallo ab C disiuncta. F

Dico radios A E & B D ab alternis eductos visibus, æquales inter se esse. ducatur enim I K ipsi A B æqualis & parallela, sic vt æquales etiam sint eius I C & C K, iunganturque A I & B K, quæ per 33. primi Euclid. æquales & parallelæ erunt. iungãtur item I D & K E. His ita constructis, quoniam in triangulis C I D & C K E, C I ipsi C K, & C D ipsi C E æquales sunt, hæ quidem ex hypothesi, illæ verò ex constructione; est autem & angulus I C D angulo K C E per 15. 1. Eucl. æqualis, erit per 4. 1. Eucl. & basis I D basi K E æqualis.

Deinde,

A Deinde, cùm in triangulis AID, BKE ſint AI & ID æquales ipſis BK & KE vtraque vtrique per iam exhibitam demõſtrationem, ſitq; angulus AID, angulo BKE æqualis, vtpote rectus vterque per 8. vndecimi Euclidis; quia nimirum HC, quæ vtrique AI & BK eſt parallela, ſubiecto plano ad rectos eſt angulos, erit baſis quoque AD, baſi BE æqualis per 4. primi Euclidis.



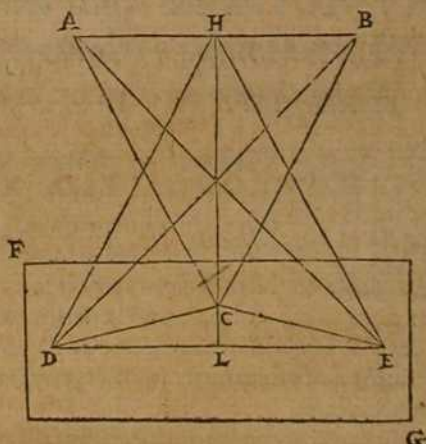
B Rurſus, quoniam in triangulis ACD, BCE, æquales ſunt AD & AC ipſis BE & BC vtraque vtrique, hoc eſt AD ipſi BE per iam factam demonſtrationem, & AC ipſi BC per 27. huius; ſitque ex hypotheſi baſis quoque CD, baſi CE æqualis, erit per 8. primi Euclidis & angulus CAD angulo CBE æqualis, ac proinde per 4. primi Euclidis, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt.

Demum, in triangulis ADE & BED quandoquidem æqualis iam oſtenſa ſit AD ipſi BE, ſitque DE vtrique communis, angulus item ADE æqualis quoque iam probatus ſit C angulo BED ſub æquis lateribus contento, ſequitur per eamdem 4. primi Euclidis baſim quoque AE baſi BD æqualem eſſe. Similis autem eſt in ceteris demonſtratio. Igitur ſi radius communis in ſubiectum planum, &c. quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XXXVI. THEOREMA.

Sint axes optici inter ſe æquales, radiuſq; communis plano cuipiam rectis inſiſtat angulis, dico alternos radios qui ad puncta æquè à radio communi diſiuncta in linea connectenti centra viſuum D *parallela porriguntur, æquales inter ſe eſſe.*

SVNTO axes optici AC & BC æquales; radius autem communis HC plano FG rectis angulis inſiſtat: ſumanturque in linea DE, quæ connectenti cẽtra viſuum ſit parallela, duo ſigna D & E pari interuallo ab C remota. non tranſeat autem DE per punctum C: (nam caſus quo hæc linea per punctum incidentiæ incedit, ſuperiùs eſt explica- E tus propoſitione 34.) dico alternos radios AE, BD, æquales inter ſe eſſe.



Ex H enim recta educatur HL connectenti centra viſuum AB perpendicularis, quæ ipſi quoque DE perpendicularis erit, per 29. primi Euclidis. In parallelas namque AB, DE, recta incidens linea HL alternatim angulos æquales efficit; ſi igitur AHL & BHL anguli recti ſint, vti ſupponimus, erunt & HLD, HLE recti.

Deinde, ducantur CD & CE quæ ex hypotheſi æquales inter ſe erunt; ſupponimus F enim D & E ab C æquali interuallo diſtare.

Quoniam igitur in triangulis HCD & HCE æqualis eſt CD ipſi CE, & HC vtrique communis eſt; angulus autem HCD angulo HCE æquis lateribus contento æqualis eſt, vtpote rectus vterque per 3. definitionem vndecimi Euclidis, quòd HC plano, cui CD & CE inſcribuntur, rectà ſupponatur, erit & baſis HD baſi HE æqualis.

Rurſus, quia æquales ſunt HD & HE, erunt anguli HDE & HED per 5. primi Euclid. æquales: eſt verò angulo HDE æqualis angulus AHD, quòd nempe in parallelas AB & DE recta incidens linea HD alternatim angulos æquales efficiat per 29. primi Euclidis: ſic & angulo HED angulus BHE eſt æqualis: igitur ipſi quoque AHD & BHE anguli inter

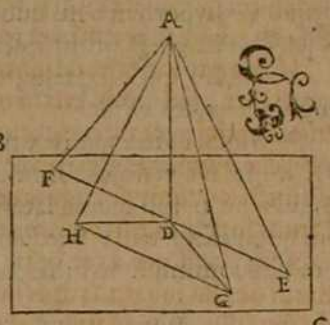
se erunt æquales. His proinde si communis addatur D H E, fient & compositi A H E, B H D æquales per communem notionem. A

Cùm verò circum æquales iam ostensos angulos A H E & B H D, latera A H & H E lateribus B H & H D æqualia consistant vtrumque vtrique, erit & basis A E basi B D per 4. primi Euclidis æqualis; quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XXXVII. THEOREMA.

Si vnius oculi axis opticus in subiectum planum rectis incidat angulis, erunt omnes radij, ab eo ducti ad puncta in plano æquè ab axe dissita, æquales. B

SIT A centrum visus in sublimi constitutum, à quo axis opticus A D in subiectum planum B C rectis angulis procidat. Sumantur autem E & F gemina puncta æquali spatio à D remota, quæ iungantur per rectam E F. Hæc si per D transeat, erunt A E & A F radij per 4. primi Euclid. æquales. Quoniam enim in triangulis A D E, A D F latus D E lateri D F æquale supponitur: est verò A D vtrique commune, & anguli A D E & A D F æquales sunt, quippe recti initio positi, erunt & bases A E & A F inter se æquales; quod erat demonstrandum.



C

Si verò sumantur puncta G & H æquè etiam à D remota, connectens autem illa G H non per D transeat: nihilominùs ostendemus radios ab oculo A ad puncta G & H pertinentes æquales inter se esse. ducantur enim D G & D H, quæ quoniam æquales sunt ex hypothesi in triangulis A D G & A D H, est verò A D vtrique communis, & anguli A D G, A D H æquis lateribus contenti, recti sunt per 3. definitionem vndecimi libri Euclid. erunt per superiùs citatam 4. propositi. primi Euclidis & bases A G & A H inter se æquales; quod erat demonstrandum. D

PROPOSITIO XXXVIII. THEOREMA.

A re vna duobus oculis obiecta duæ formantur pyramides, quarum communis basis res ipsa est, quæ spectatur; at vertices in oculis sunt.

TAMETSI in omnem partem medij perspicui emissitiæ formæ à re spectabili destinentur; tamen illæ solæ dignoscenti facultati obseruiunt, quæ directò in centrum visus porriguntur, vti sæpiùs hactenus dictum ostensumque est. Harum verò productiones, quoniam à re visa, quæ sensibilem latitudinem habet, initium sumunt, indeque sensim in angustum coactæ, tandem in punctum, quod centrum visus esse diximus, definiuntur, formam cuiusdam corporis acuminati induunt, de genere illorum, quæ τὰ σέρεα Græcè nuncupantur, angulum in oculo tamquam in vertice habens, basim verò ipsius rei visæ superficiem oculis obiectam. E

Hæc corporea forma interdum quidem est conus, vt cùm circulus planè obuersus spectatur; frequentiùs autem pyramis est basim habens rem ipsam quæ spectatur, subinde triangularem, interdum quadrangularem, aliàs alterius numeri multilateram superficiem. Vnde licet coni optici nomen interdum vsurpetur; frequentior tamen est vsus opticæ pyramidis, quo nos etiam in decursu orationis passim vtemur, ne multitudo synonymorum rem per se obscuram etiam reddat obscuriorem. F

Cumque eiusmodi sit, vti diximus, formarum eductio ac profluentia, necessariò efficitur, vt ab vna eademque re, non modò ad geminos oculos, sed ad quotcumque etiam, ad quos rectis lineis formæ protenduntur, opticæ pyramides attineant. Id verò maximè ex eo apparet, quòd rerum imagines, à quacumque parte obiecti, in omnem partem medij perspicui destinentur. Ergo & ad quotcumque oculos, quo tandem volueris loco consistant, dummodò ad illos liber pateat formarum per rectas lineas accessus. Igitur

à re

A à re vna duobus oculis obiecta duæ formantur pyramides, quarum communis basis est res ipsa quæ spectatur, vertices autem centra sunt visuum; quod erat ostendendum.

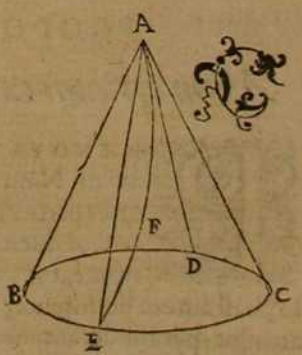
Cùm res vna duobus spectatur oculis, anguli qui ad vertices sunt pyramidum opticarum, non semper æquales inter se existunt: nam præter directum obtutum, quo pyramides æquales esse oportet, in quamcumque partem limi oculi conuertantur, imparibus semper angulis formas rerum admittunt, quorum is maior est, qui ad propinquiorem oculum terminatur; is verò minor, qui oculum spectat remotiorem. Quod sanè manifestum per se esse arbitror: id verò admiratione dignum puto, quo pacto fiat vt quæ limis oculis cernuntur, non omnia confusa ac velut informia videantur, etsi per axes
B opticos in res ipsas defixos intuitus fiant. Nam maioribus spectata angulis maiora, minora minoribus apparent. Si ergo res vna eademque altero quidem oculo maior, altero verò minor propter angulorum, in quos pyramides terminantur, inæqualitatem conspiciatur, illa profectò seipsa maior & minor, eodem tempore & ab eodem intuente videbitur: atque ita cùm singulorum oculorum phantasiæ minimè sibi congruant, confusa quædam ac perturbata rei imago sensui principi exhibebitur.

Hæc certè rationi consentanea videtur oratio: at, quod planè mirum est, non ita se res habet, sed limis etiam oculis res obiectæ clarè atque perspicuè cernuntur, cùm in eas optici axes intenduntur. Cuius rei causam hanc esse arbitror, quòd non ideò res obiectæ singulares appareant, quia apparentes imagines, quæ ab vnaquaque illarum ad
C distinctos oculos porriguntur, sibi mutuò exactè congruunt: sed quia singulorum oculorum functionibus communis sensus ex æquo opem suam impertit, eodem vim suam exerens, quò per axes opticos oculorum acies intenduntur. Igitur eius, quod vterque simul oculus iugatis axibus intuetur, communis sensus vnam notionem effingit, non ex duabus illis, quæ ad singulos oculos pertinent, conflatam; sed propriam atque imaginatiuæ facultati, cui eam consignat, accommodatam. Licet ergo pyramidum opticarum, quæ ab eadem re ad duos oculos obliquè spectantes proueniunt, inæquales sint anguli, atque eapropter vni quidem oculo res eadem maior, alteri verò minor offeratur; non tamen eadem diuersitas in primarium sensum transit, si modò per axes intuitus fiat, vti diximus: si autem axes citra vel vltra rem propositam congrediantur, gemina quidem
D eiusdem rei phantasia spectabitur, vt lib. 4. in fallaciis loci dicemus; at maior altera, altera minor apparebit, propter angulorum, quibus spectantur, inæqualitatem.

PROPOSITIO XXXIX. THEOREMA.

Pyramis optica per se immobilis est: mouetur autem ex accidenti, tota quidem moto obiecto; at moto oculo, solùm ex parte.

E SI per se moueri loco posset optica pyramis, id euenire interdum posset, oculo reçs visa immotis ac persistentibus. Id autem fieri nulla ratione posse perspicuum est, cùm manente pyramidis vertice, ac basi immota, superficies, quæ præter basin reliqua est, mutare locum omnino nequeat: basi etenim quiescente, singula eius puncta, veluti sunt B, C, D, E, suis locis firma constituunt. Si ergo & A vertex quiescat, singulæ etiam lineæ à basi ad verticem protractæ, vt sunt B A, C A, D A, E A, ac ceteræ, quæ ab aliis punctis eiusdem basis ad verticem educi possunt, immotæ perseuerant; propterea nimirum quòd à puncto ad punctum vnam dumtaxat rectam lineam ducere concedatur, ne aduersus commune axioma duæ re-
F ctæ lineæ spatium comprehendant, quod profectò tum eueniret, si à basis puncto E, exempli causa, ad A verticem pyramidis opticæ alia quàm E A recta linea extenderetur, cuiusmodi esset E F A. Fieri igitur non potest, vt basi ac vertice pyramidis opticæ persistentibus, superficies, quæ præter basin reliqua est, moueatur: quare pyramis optica per se immobilis est; quod primo loco ostendendum erat.



Deinde, moto obiecto, & basis pyramidis opticæ, & ea quæ præter basin est superficies, pariter mouentur; his autem duabus partibus tota pyramis continetur: igitur obiecto moto totam simul pyramidem opticam transferri manifestum est: verùm hic

motus

motus ex accidenti est, quoniam eius causa non ipsa est pyramis, sed obiectum transmutatum; quod secundo loco probandum fuit. A

Demum, cùm sola superficies excepta basi verticem communem habeat, basi nulla sui parte verticem cõtingente, perspicuũ est, si basis immota perseueret visibili quiescenti adhærens, solum autem centrum visus mutetur, in quod pyramidis opticæ vertex terminatur, totam superficiem pyramidis opticæ oculi motum subsequi. Ex quo proinde constat, translato solo oculo pyrãmidem opticam ex accidenti quidem, sed ex parte tantummodò transmutari; quod tertio loco propositum fuit demonstrare.

PROPOSITIO XL. THEOREMA. B

Axis pyramidis opticæ mouetur quidem mota pyramide; at situm in ea non mutat.

NON æquè, fateor, in pyramide atque in cono axis nomenclatura vsurpatur: propriè namque axis dicitur ea linea, circa quam res quæpiam circumagitur. Vnde in cono, qui ex conuerso circum quiescens alterum latus eorum, quæ rectum angulum continent, orthogonio triangulo gignitur, cùm in eumdem rursus locum triangulũ restitutum fuerit, vnde moueri cœperat, axis propriè dicitur quiescens illa linea, circum quam triangulum vertitur. C

Tamen in pyramide, ex quadam cum cono similitudine & cognatione, axem vocamus eam lineam, quæ à vertice in subiectam basin ita incidit, vt ductum per eam planum pyramidis angulum qui ad verticem est, secet bifariàm, seu quæ per verticem, ac rectæ basis centrum transit; quod in definitione nona huius libri clariùs est explicatum. Hæc enim proprietas prima præcipuaque esse videtur ex illis, quæ in verum axem quadrant. Et vt non modò in circulo, verùm etiam in triangulo, quadratoque ac ceteris isoperimetris figuris planis centrum seu punctum quoddam reperitur, per quod ductæ ad circumferentiam lineæ, quas diametros vocant, eam bipartitò diuidunt: ita in solidis non tantùm in cono, qui circulum basin habet, sed etiam in pyramide, cuius basis triangulum, vel quadratum, aliúdve polypleuron, linea quæ à vertice in centrum basis terminatur, axis potest nuncupari, eam ob causam, quòd plana, quæ per eam aguntur, diametrisque basis insistunt, ipsum solidum ita secent bifariàm, quemadmodum basin diametri. D

Expositа in hunc modum axis natura, perspicuum relinquitur axem pyramidis opticæ moueri quidem mota pyramide: nam cùm mouetur optica pyramis, consequens est, vt aut vertex, aut basis, aut simul vtrumque locum mutet; at mutato vel vertice, vel basis centro, vel vtroque, axem sequi necesse est, cùm is per vtrumque ducatur: igitur mota pyramide optica, axem quoque pariter transferri necesse est.

At situm propterea non mutat: quoniam enim vtcumque pyramis optica moueatur, vertex eius semper in oculo est, centrum autem basis numquam à medio ipsius discedat, perspicuè sequitur, axem qui per vtrumque transit, eumdem semper ac firmum situm in optica pyramide retinere; quod erat ostendendum. E

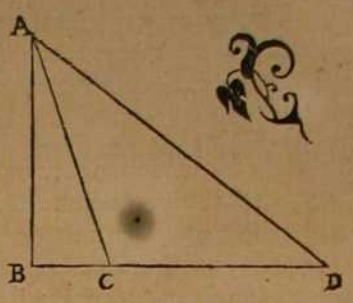
PROPOSITIO XLI. THEOREMA.

Axem opticum extra pyramidem subinde excurrere nil vetat.

PRÆNOTANDVM est alium esse axem opticum, alium verò pyramidis axem. Nam opticus axis ille dicitur radius, qui superficiem visus rectis angulis pertransit; pyramidis autem axis est, qui à vertice ad centrum rectæ baseos ducitur. Vnde fit, vt mota pyramidis basi, oculo verò subsistente, moueatur axis pyramidis, optico axe immoto: at contrà circumacto oculo, basi autem persistente, axis opticus maximam mutationem suscipiat, qua parte rem attingit; pyramidis autem axis ad rem visam quiescat. F

His præcognitis, iam per se notum euadit, qui fieri possit, vt axis opticus extra visualem pyramidem procurrat, nimirum si obiectum in vno sit loco, axis autem opticus in alium dirigatur, fortè eueniet, vt axis obiectum non attingat. Exempli gratia, si axis opticus sit A B, visile autem C D obliquo oculo A ita spectatum, vt axis opticus in B defixus maneat;

A maneat; obiectum autem obliquis radiis ad aſpectum perueniat. Quod ſi concedatur, conſequens erit, vt axis opticus extra pyramidem ACD cadat. nam pyramis optica duabus tantùm ſuperficiebus circumſcribitur, vna rei ſpectatæ, quæ ipſi tamquam baſis ſubſternitur: altera illa radioſa, quæ à perimetro baſis in centrum viſus rectà extenditur: at ſi opticus axis rem viſilem non attingat, non incidet in baſin pyramidis opticæ, quæ eſt ipſa rei ſuperficies: ac propterea etiam



B extra eam ſuperficiem cadet, quæ præter baſin vndique pyramidem cingit. Eſt enim hæc extrema omnium earum, tum ſuperficierum, tum linearum, quæ ab oculo ad baſin porriguntur. Vnde ſi intra eam opticus axis incideret; & baſis ipſum exciperet: at extra baſin, id eſt rem viſilem, protendi ſupponitur: ipſum igitur hac conſtitutione extra pyramidem procidere neceſſe eſt; quod propoſitum fuit demonſtrare.

Fieri autem omnino nequit, vt axis opticus verticem pyramidis aliquando ſubtendat: cuius rei in promptu eſt perſpicuaq; demonſtratio, inde deſumpta, quòd axis opticus verticem pyramidis viſualis pertranſeat: in centrum enim viſus, velut in communem terminum, & pyramis & axis opticus definiuntur. nequit igitur axis angulum verica-

C lem pyramidis opticæ ſubtendere, per cuius communem linearum concurſum neceſſariò incedit.

PROPOSITIO XLII. THEOREMA.

Viſus percipit magnitudinem anguli, qui ad verticem eſt pyramidis optica, ex magnitudine eius portionis aranea tunica, quam rei ſimulachrum inuadit.

D De illo angulo hîc ſermo eſt, qui in centro obtutus ex concurſu radiorũ efficitur, & in quem vertex pyramidis opticæ definitur; cuius magnitudinem quo pacto viſu percipi contingat, ab ipſo ſpecierũ appulſu accipiendũ eſt.

Formæ viſibiles, quæ ab externis rebus directò in centrum viſus deſtinantur, priùs araneam pertranſeunt, quàm in centro viſus congrediantur, atque in ea eius parte quam occupant, velut in compendium redactæ, eumdem ordinem ſitumq; obtinent, quem in rebus ipſis habebant. Inde enim ab ipſis rebus, vnde emanant, ſenſim coarctantur, atque per anguſtum pupillæ aditum coactæ ad centrum vſque obtutus perſtringuntur, araneam priùs præteruectæ, vbi nouæ quodam modò pyramidis baſin efficiunt, cuius magnitudo propria eſt illius anguli menſura, qui in verticem pyramidis deſinit: cùm verò præcipuam ſentiendi vim ac facultatem ad araneam

E pertinere ſuperiori libro propoſitione 27. ſit demonſtratum, dubio procul aranea dum ſpeciem qua imbuitur percipit, eius pariter magnitudinem dignoſcit, hoc ipſo, quòd non tota aranea in actionem videndi incumbat, ſed ea tantùm eius portio quam ſpecies inficit, ex cuius proinde magnitudine quantitatem anguli verticalis cognoſcit.

Hic obiter notandum non rectè Vitellonem aſſerere lib. 4. propoſit. 17. ita ſe habere angulum pyramidis opticæ ad octo rectos, quemadmodum pars ſuperficiei viſus quæ forma rei inſignitur ad totam oculi ſphæram. Neque enim ex ipſius ſententia pyramis optica verticem propriè habet, cùm nullam radiorum coitionem faciat; ſed vt ipſe lib. 3. propoſ. 21. & 22. fusè ediſſerit, radij à centro viſus priùs fracti diſcedunt, quàm in illud conueniant.

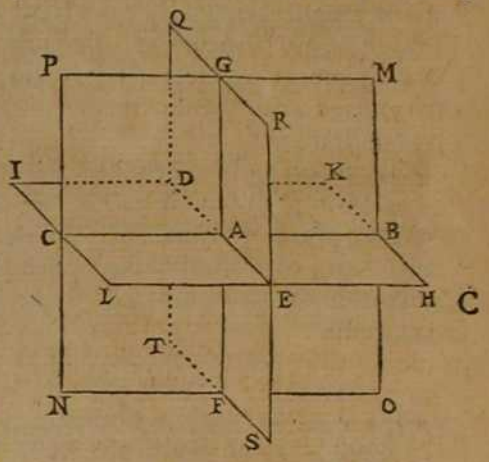
F Deinde, nos etiam ſuperiore libro propoſ. 7. manifeſtè oſtendimus non idem eſſe viſus centrum, atque araneæ tunicæ, aut totius oculi. ſiquidem hæc omnia centris differunt. Igitur non ita ſe habet angulus pyramidis opticæ ad octo rectos, quemadmodum pars ſuperficiei viſus, quæ angulum ad verticem pyramidis opticæ conſtitutum ſubtendit, ad totam oculi ſphæram. id enim de angulo tantùm, qui ad centrum ſphæræ conſtituitur, veritatem habet.

Præterea radiorum infractione, quam per oculi humores fieri diximus propoſit. 8. & 9. huius libri, fit vt eadem proportio eſſe nequeat anguli verticalis opticæ pyramidis ad octo angulos rectos, quæ eſt ſuperficiei viſus ad totam oculi ſuperficiem. Eſto enim

(quoniam

(quoniam id Vitelloni placet) vt idem sit visus centrum, quod araneæ tunicæ ac totius A
oculi. quoniam verò per oculi humores radij fracti penetrant, minor omnino angulus sit necesse est ad centrum visus ex concursu fractorum radiorum excitatus, quàm foret si radij libere in centrum visus rectaque commearent. Ergo per 8. quinti Euclidis minor est ratio anguli ex congressu fractorum radiorum effecti ad octo rectos, quàm eius qui ex directis fit lineis. quocirca & minor ratio est anguli, qui ad verticem pyramidis opticæ reipsa constituitur ad octo rectos, quàm sit illius partis superficiei visus, quæ simulachro rei imbuitur ad vniuersum oculi ambitum.

Quod vt clarius elucescat, sciendum est circa vnum idemq; punctum octo angulos rectos solidos constitui posse. si enim per datum punctum A recta ducatur linea BC, in B
eamq; ad datum punctum A alia quæpiam incidat recta linea DA, quæ cum priore duos æquales angulos efficiat; rectus erit vterque planorum angulorum DAB & DAC per 10. definitionē primi Euclidis. Si verò eadem DA producatur in E, rectus iterùm erit vterque angulorum: namque EAB æqualis est ipsi DAC per 15. primi Euclid. & EAC ipsi DAB per eamdem æqualis: quare erunt omnes quatuor plani anguli recti in eodem plano HLIK constituti per 2. vndecimi Euclidis.



Rursus si ex puncto A plani HI perpendicularis excitetur AG per 12. vndecimi Euclidis, ea per 3. definitionem vndecimi Euclidis cum iam dictis AB, AC, AD & AE, rectos angulos efficiet; eademque AG si producatur in F, quatuor itidem rectos angulos infra planum HI constituet. Erunt ergo plani anguli recti omnino duodecim, nempe quatuor in plano HI his litteris signati BAE, EAC, CAD, DAB: totidem suprà, nimirum BAG, EAG, CAG, DAG: ac totidem infrà, videlicet BAF, EAF, CAF, DAF.

Cumq; in constitutione angulorum solidorum singuli bis assumantur, erunt vniuersi D
potestate anguli recti plani viginti quatuor, è quibus cum terni rectum solidum conflent, erunt circa punctum A solidi anguli recti octo. nam ter octo vigintiquatuor efficiunt. Primus constat tribus rectangulis planis MA, RA, HA: secundus tribus hisce RA, PA, LA: tertius PA, QA, IA: quartus QA, MA & KA. atque hi superiores sunt; inferiores autem totidem simili modo colliguntur. Primus enim tribus his constat planis OA, SA, HA: secundus SA, NA, LA: tertius NA, TA, IA: quartus TA, OA, KA.

Quemadmodum verò per secundum corollarium Clauij ad 33. propos. sexti Euclid. angulus qui ad centrū, eam habet rationem ad quatuor rectos planos, quam subtendens arcus ad totam circuli peripheriam, propterea quòd per vltimam sexti Euclidis anguli ad centrum circuli constituti eamdem habeant rationem cum peripheriis, quibus insi- E
stunt: ita in sphęra eam rationem habet angulus solidus ad centrum constitutus ad octo rectos solidos, quam pars peripheriæ, cui ille insistit ad vniuersum sphæræ ambitum.

Ex his aperte conuincitur fieri non posse, vt eam rationem habeat angulus pyramidis opticæ ad octo rectos, quam ea pars superficiei visus, quæ formâ obsignatur, habet ad totum oculi perimetrum, nisi centrum visus idem esse concedatur, quod araneæ tunicæ ac totius oculi, quod nos propos. 7. superioris lib. confutauimus. nec profectò hoc satis est: sed præterea opticos radios in centrum visus congredi est necesse, quod Vitellonis sententiæ aduersatur. & verò id etiam exigitur, vt radij per oculi humores tunicasque impune ac citra flexum peruadant, quod nos propos. 8. & 9. superiùs citata reiecimus. F

Hæc igitur cùm ita se habeant, liquidò patet Vitellonem non rectè pronuntiasse, eamdem rationem esse anguli verticalis opticæ pyramidis ad octo angulos rectos, quæ est superficiei visus forma rei insignitæ ad totum oculi ambitum.

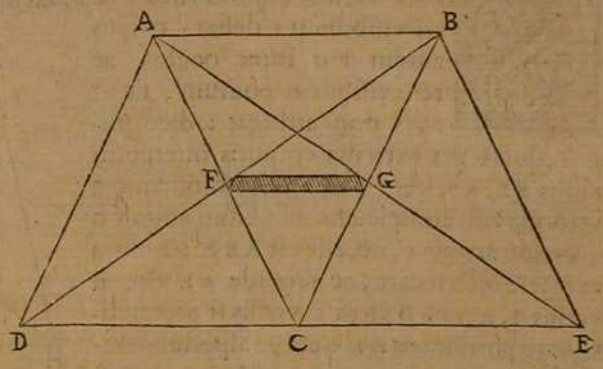
Superest igitur, vt non alia ratione amplitudinem anguli, qui ad verticem radiosæ pyramidis constituitur, ex affecta parte araneæ visus cognoscat, quàm quia communis sensus, qui suam etiam externo visui actionem impertit, hanc prænotionem quasi à natura insitam habet, maiorem sentientis organi partem maiori angulo ad centrum visus subijci debere. Centrum namque visus immobile est: ergo araneæ tunicæ, quæ potissimùm sentiendi vi pollet, pars maior radiis diductioribus circùm ambitur, minor verò arctioribus;

A ribus; non quòd ad amussim, atque exacta proportione ista sibi respondeant; sed quòd proximè ad iustitiam accedant, propterea quòd centrũ visus à centro araneæ tunicæ minimo distet interuallo. Cùm ergo perexiguũ discrimen illud sit, quod ex centrorum diuersitate in angulum pyramidis opticæ araneæque tunicæ superficiem inuehitur, meritò dicimus ex affecta portione araneæ angulum radiosæ pyramidis, qui ad centrum visus protenditur, velut propria mensura æstimari.

PROPOSITIO XLIII. THEOREMA.

B *Corpus opacum inter rem visilem aspectumq; interiectum, si axibus comprehendatur, nullam quidem rei partem obtegat; efficiet tamen vt pars aliqua obscurius appareat.*

SINT axes optici AC & BC defixi in punctum C rei visibilis DE: hanc inter & vtrumque oculum corpus interijciatur FG ab axibus AC & BC



C comprehensum: dico totum visile DE apparere, nullamque eius partẽ à corpore FG obtegi. Nam pars CD videtur à visu A, propterea quòd ab ea ad oculũ radij directò extendi possunt, per secundam hypothesin huius libri: pars verò CE à visu B eamdem ob causam conspicitur. At tota DE obscurius videtur, quàm partes ceteræ quæ deinceps hinc inde procurrunt: siquidem totius DE nulla portio à duobus visibus, sed vnaquæque ab

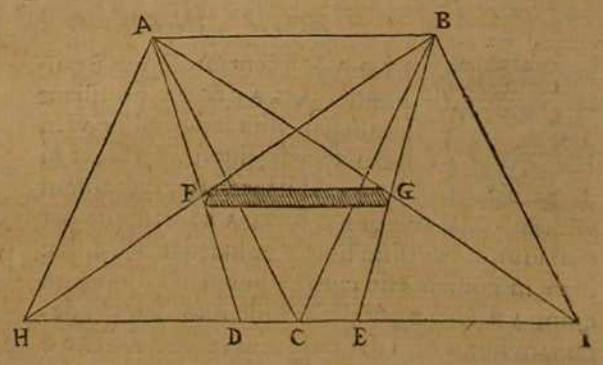
D altero tantùm conspicitur. Excellentior autem clariorque est visio ab vtroque oculo simul, quàm ab altero tantùm, vt libro primo propositione 76. est demonstratum: igitur perspicuum est id, quod initio propositum fuit.

PROPOSITIO XLIV. THEOREMA.

Iisdem resumptis quæ in præcedente propositione, si interpositum corpus axes opticos excedat, pars aliqua visilis extra conspectum cadet, alia ab altero oculorum tantùm conspicietur; quod

E *reliquum est, vterque oculus comprehendet.*

RVRSVS sint axes optici AC & BC defixi in punctum C rei visibilis



HI; corpusque interiectum FG axes vtrimq; excedat: dico in primis DE visilis partẽ omnino extra conspectum esse per secundam hy-

F pothesin huius libri. Siquidem præter AD & BE radios, qui per extremitates corporis opaci destinantur, multæ aliæ rectæ lineæ ab oculis ad lineam DE produci queunt.

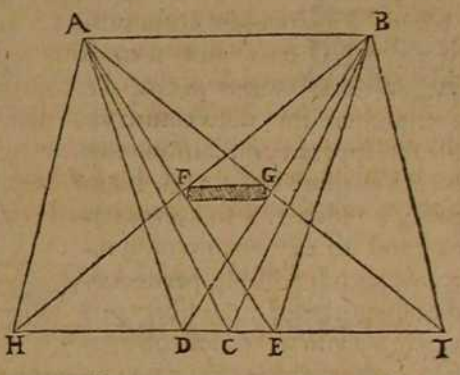
Deinde dico DH & EI ab altero oculorum tantùm conspici, nempe DH ab oculo A per radios AD, AH ac ceteros intermedios: EI verò ab oculo B, radiis BE, BI, ceteriſque, qui inter hos medij duci possunt. Quod etiam liquet per eamdem secundam hypothesin huius libri.

Demum, quidquid ab H & I vtrimque reliquum eſt, vterque oculus aſſequitur. Eſt enim E extremum ſignorum, quæ verſus C ab opaco corpore F G obtegũtur, ſic vt omne quod ab E ad partes I conſequens eſt, oculus B attingat: I verò extremum eſt eorum quæ viſui A ad partes C ſurripiuntur. Igitur quidquid poſt I deinceps ſequitur, vterque viſus complectitur, per eamdem ſecundam hypotheſin; quòd nimirum libera inde ſit ad vtrumque aſpectum ſpecierum eductio: eodemque modo, de eo quod poſt H conſequitur, oſtendi poteſt. quare patet quod propoſitum fuit demonſtrare. A

PROPOSITIO XLV. THEOREMA.

Iterùm repoſitis eiſdem, ſi interiectum corpus axes non attingat, pars media & extremæ rei viſibilis ab vtroque viſu; duæ verò hinc inde inter mediam & extremas poſitæ, ab altero oculorum tantùm conſpicientur. B

SINT iterùm repoſiti viſus A & B, axeſque optici A C & B C in punctum C rei viſibilis H I defixi; corpus autem F G inter oculos ac rem viſibilem poſitum, ſic vt axes non attingat: dico primò, ductis per extrema corporis interpoſiti radiis A E, A I, item B D, B H, portionem D E vtroque viſu conſpicuam eſſe. Cùm enim F G axes non attingat, neceſſe eſt A E & B D intra axes ſeſe interſecare, ac proinde A E vltra C verſus I, item B D vltra C verſus H protendi. Quare portionem D E vterque aſpectus complectetur, A quidem radiis A E & A D; B verò radiis B D & B E. Sic quæ vltra H & I longiùs à C portiones excurrunt, vtrique aſpectui patent, vt manifeſtum eſt ex libera radiorum promiſſione, quemadmodum & in ſuperiore propoſitione oſtenſum eſt.



C

D

At cùm F G intra radios B H & B D contineatur, oculo B aſpectũ portionis D H ſurripit; videtur autem eadem portio D H ab oculo A, quoniã radij A D & A H ab F G non intercipiũtur, vt ex eo manifeſtè conſtat, quòd corpus F G intra axes A C & B C contineatur; A D verò extra eoſdẽ axes cadat. Cumq; eodẽ modo oſtendi poſſit E I oculo A occultari, patere autem eius proſpectũ oculo B, fit, vt D H & E I altero oculorum tantùm conſpiciantur; media verò D E & extremæ, quæ vltra H & I vagantur, vtrique oculo expoſitæ ſint.

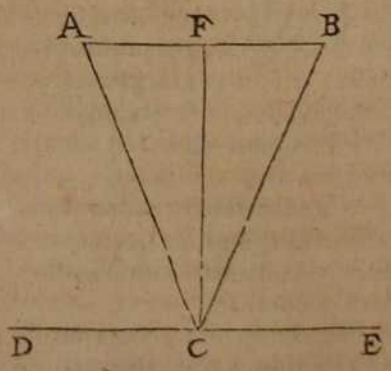
DE HOROPTERE.

E

PROPOSITIO XLVI. THEOREMA.

Horopter cum axibus opticis, eaq; quæ centra viſuum connectit, in eodem eſt plano.

SVNTO A & B centra viſuum, è quibus optici axes A C & B C proſiliant (ſiue illi pares ſint longitudine, vt in directo aſpectu; ſiue impares, vt in obliquo, nihil intereſt) cẽtra autem viſuum recta coniungat linea A B: denique per C axium concurſum horopter incedat D E. hunc dico in eodem eſſe cum axibus plano; quoniam enim A B & D E parallelæ ſunt inter ſeſe per decimam huius libri definitionem, erunt A C & B C in eodem, in quo & A B & D E plano per 7. vndecimi Euclidis. Itaque horopter, axeſq; optici, & quæ centra viſuum connectit, in vno eodemque plano ſimul omnes extenduntur; quod erat demonſtrandum.



F

PRO-

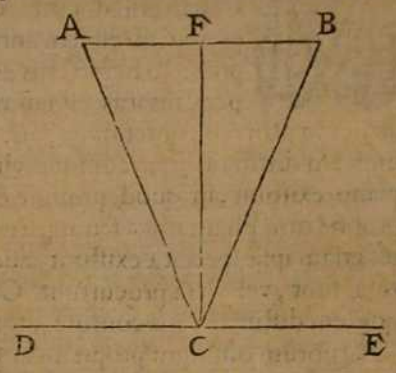
A

PROPOSITIO XLVII. THEOREMA.

Si radius communis in horopterem rectis incidat angulis, & cum axibus horopter æquales angulos efficiet.



Duobus visibus A & B axes optici promittantur A C & B C, radiusque communis F C in horopterem D E rectis incidat angulis. dico illos,



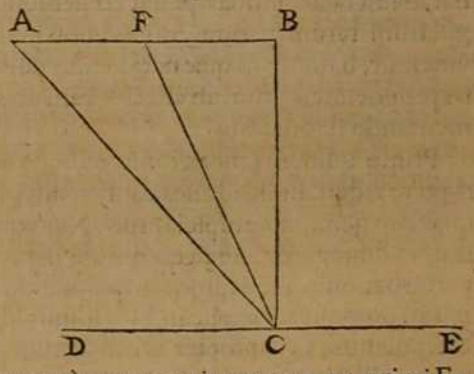
B quos horopter cum axibus facit angulos, nempe A C D & B C E, æquales inter se esse. Cùm enim per 10. huius libri definitionem constet horopterem, ei quæ connectit centra visuum, parallelam esse, erunt per 29. primi Euclidis etiam recti illi, quos idem communis radius cum connectente efficit, videlicet A F C & B F C: ac proinde per 25. huius libri & axes optici A C, B C æquales inter se erunt: est verò vtrique triangulo A F C, B F C communis F C,

C basisque A F basi B F æqualis per 6. definitionem huius libri: ergo per 8. primi Euclidis anguli A C F, B C F, æquis lateribus contenti, æquales inter se erunt. Quos tandem si ab æqualibus rectis F C D & F C E detraxeris, reliqui A C D, B C E per communem notionem inter se æquales erunt; quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XLVIII. THEOREMA.

Si radius communis in horopterem obliquis incidat angulis, erunt & illi, quos horopter cum axibus facit, inæquales.

D Esto rursus vnius visus centrum A, alterius B, atque ab his in horopterem proiecti axes A C & B C, ita vt radius communis F C obliquè in horopterem incidat: dico angulos quoque A C D & B C E obliquos & inæquales esse; siquidem horopter, & ea quæ centra visuum iungit, parallelæ cùm sint per 10. definitionem huius libri, incidens in vtramque A B & D E communis radius F C alternos angulos æquales



E facit per 29. primi Euclidis, hoc est A F C, ipsi F C E & B F C ipsi F C D, eruntq; ad connectentem, quemadmodum ad horopterem, obliqui & inæquales; sit autem maior A F C quàm B F C: erit ergo per 24. primi Euclidis, & basis A C basi B C maior; quia nimirum in triangulis A F C, B F C latus A F lateri B F æquale est per radij communis definitionem; latus verò F C vtrique cõmune est, & angulus A F C iam suppositus maior angulo B F C: est igitur basis A C basi B C maior. Vnde vlteriùs efficitur per 18. primi Euclidis, vt in triangulo A B C angulus A B C, cui maius latus subijcitur, sit maior angulo B A C lateri minori insistente. Sed per 29. primi Euclidis angulo A B C æqualis est angulus B C E, angulo verò B A C angulus A C D æqualis: sunt

F igitur anguli, quos horopter cum axibus efficit, inæquales, & B C E quidem maior, quàm A C D; quod erat demonstrandum.

Hæc angulorum inæqualitas eo tantùm motu obuenire potest, quo oculi in obliquum torquentur, dextram aut sinistram versus; non verò illo quo vel in sublime efferuntur, vel in imum deprimuntur. Oculo siquidem in has plagas transmutato, & horopterem mutari necesse est, quia nimirum planum mutatur in quo optici axes existunt; quod minimè accidit, cùm solùm in latera oculi obliquantur.

PROPOSITIO XLIX. THEOREMA.

Quidquid conſpicitur in eodem cum axibus exiſtens plano, id omne in horoptere verum vel apparentem locum habet.

MAGNA ſanè vis eſt atque poteſtas eius lineæ, quæ per iugatorum axium concurſum ducitur, ei, quæ centra viſuum connectit, parallela: (horopterem ab effectu anteà nominauimus definitione 10. huius libri.) Hanc profectò nemo ſatis demirari poterit, qui naturam viſionis curioſiùs fuerit perſcrutatus: eſt enim illa intuitus ipſius velut meta, ad quam radij omnes ab oculo profecti contendunt; aut velut tranſlucidum quoddam interſeptum, ea ab inuicem dirimens, quæcumque vltra citráve axium concurſum in eodem cum axibus plano exiſtunt, in quod proinde eorum omnium quæ ſpectantur, loca vniuerſa cùm propria tum phantaſtica ſeu apparentia recipiuntur: propria quidem ac vera, cùm in illo res etiam ipſæ ſpectatæ exiſtunt; aliena verò ſeu apparentia, cùm vel citra ipſum conſtitutæ ſunt, vel vltrà procurrunt. Omnia ſiquidem in horoptere apparent, ac nonnulla quidem diſtinctè, alia confuſè; atque ex his quædam ſingularia, alia geminata.

Quorum omnium propriam ac genuinam cauſam ſi quis poſtulet, aliam equidem non reperio, quàm ipſam oculorum naturam, ita à prima ſui origine comparatam, vt quemadmodum in eo horopteris puncto, in quod axes conueniunt, res conſtitutæ diſtinctiſſimè cernuntur, ita ſecundo loco imperfectè quidem, ſed minus ea videantur, quæ in reliquis horopteris partibus verſantur; ac tertio denique loco omnium imperfectiſſimè ea, quæ extra horopterem excurrunt, quæ proinde gemina etiam conſpiciuntur, vt libro 4. in fallaciis loci & numeri, Deo propitio, docebimus: ſic vt omnia quæ in eodem cum axibus plano conſtituta oculis obuerſantur, apparentem locum congreſſioni axium, quàm fieri poteſt proximum ſortiantur: ea eſt enim conditio ſenſus communis, aut (ſi quæ alia eſt) attendentis facultatis, vt eò ſemper vires intendat, vbi axes conueniunt.

Hæc proprietas quia ex ipſius aſpectus natura intimiſque receſſibus proximè emanat, haud facilè probari poteſt eo demonſtrandi genere, quod A priori vocant. nam ſingularum rerum naturæ minùs nobis perſpectæ ſunt, aut ſi aliquarum notitiam habere videmur, hanc ab iis quæ natura ſunt poſteriora, accepimus. Quocirca hanc horopteris proprietatem, tum ab effectis, tum ab impoſſibili, quod oppoſitum comitatur, argumentando ſtabiliemus.

Primò quidem efficax huius rei argumentum eſt, quòd niſi ſtatuamus omnia in horoptere videri, nulla idonea cauſa reddi poſſit, ob quam certa oculorum diſpoſitione res quædam geminæ conſpiciantur. Nam quæcumque ab aliis huius fallaciæ cauſæ in medium adducuntur, ſiue à communi neruorum opticorum principio, ſiue ab imaginum perturbatione, ſiue à ſpirituum animalium diſſipatione, ſiue aliunde deſumptæ, has omnes ad propoſitum explicandum minùs idoneas eſſe lib. 4. in fallaciis numeri perſpicuè oſtendemus. Quapropter vti in aſtronomicis rebus phænomena hypotheſibus explicantur, illæque hypotheſes præcipuè ab omnibus commendantur, quæ ad ſaluandas phænomenon rationes potiſſimùm valent: ita in confeſſo eſſe oportet hanc horopteris proprietatem, qua ad explicandas fallacias loci, geminoſque aſpectus, nil videtur excogitari poſſe accommodatius. Siquidem cùm rei cuiuſpiam phantaſia geminatur, tum ea duobus ſpectatur locis; nam ſi vno tantùm loco cerneretur, res ipſa ſingularis appareret: nunc ergo cùm gemina videri ſupponatur, duobus eam locis ſpectari eſt neceſſe: at horum neuter proprius eſſe poteſt; quod enim proprio in loco ſpectatur, ſingulare apparet: vterque igitur locus alienus eſt. Nuſquam verò commodiùs ac etiam veriùs apparens rei locus ſtatui poteſt, quàm in horoptere, citra vel vltra quem nihil reperire eſt, quod radium opticum ab oculo per rem extenſum definiat. Hic igitur eorum omnium, quæ oculis obijciuntur in plano, in quo axes, apparentia loca in ſe recipit.

Accedit ad hanc ipſam rem confirmandam haud obſcurum experimentum, à geminato aſpectu deſumptum. Cùm enim duæ res in axibus opticis conſtitutæ tribus numerantur locis (id quo pacto fiat lib. 4. dicemus in fallaciis loci) tum tres apparentes phantaſiæ in rectam lineam, illi quæ centra viſuum connectit parallelam, diſpoſitæ conſpiciuntur. at mediam conſtat in horopterem transfundi, eo ſcilicet loci vbi inter ſe axes

commit-

A committuntur. Igitur & reliquæ in eodem horoptere apparentem locum habent: is quippe per axium concursum mediamque phantasiam incedit. Ex his duplex causa elici potest, cur è tribus phantasiis, illa quæ medio sita est loco, perfectiùs euidentiúsque cernatur: primò namque quia axibus cernitur; secundò quia ex duabus effecta est vna. Idem per omnia experimur in eo aspectu, quo subinde res duæ quatuor locis numerantur. omnes enim phantasiæ in rectam lineam oculorum distantiæ parallelam redigun-
B tur, quamuis res ipsæ in lineam visibus parallelam constitutæ non sint.

Itaque quemadmodum in rebus aliis non paucis, ita in ratione aspectus, rei imaginariæ vim ac potestatem licet admirari. Est enim horopter non vera aliqua, atque in materiam conserta linea; sed quam animus ex ratione confingit: non secus, atque in cæle-
C stibus orbibus coluros, tropicos, horarios, alioſque sine numero circulos Astronomi sola mente concipiunt, quorum ope, ea quæ in astrorum lationibus cernuntur, phænomena velut propria ex causa eliciunt, explicant, probant, inque veram scientiæ lucem transcribunt. aut velut tempus quoddam sibi mens nostra effingit, quod, tametsi nullus existat in rebus motus, interrumpi tamen numquam possit. aut velut supra extimum cæli ambitum spatia quædam imaginamur (vbi reipsa aliquid esse ratio dissuadet) in quibus alios mundos constitui nihil prohibeat, & per quæ cieri corpus aliquod posset ocyùs vel tardiùs; esto nullus ibi sit locus, à quo & ad quem motus fiat; quamuis item nullum sit tempus, secundùm quod citiùs tardiúsve res mobilis spatium decur-
D rat. Ita inquam lineam quamdam per axium opticorum concursum animo ducimus, quæ tametsi nusquam reipsa sit, ea tamen aspectus noster definitur, & quodammodò à vago situ intra certos terminos constringitur, quæ proinde linea ad omnem intuitum mutabilis est: vti enim mutato aspectu axes optici mutantur, ita & horopterem pariter mutari est necesse.

Porrò cùm dicimus res omnes in horoptere apparentia loca capessere, non intelligimus ea illic distinctè internosci, seu ea cognitione, quæ de rerum veritate sententiam fert; sed confusè ac velut indefinitè: non enim internus sensus suapte vi vnà cum re propriũ etiam rei locum percipit; sed rem quasi indefinito loco. Vnde vnus oculus, licet communis sensus præsidio adiutus, verum rei locum non assequitur: sed præter commu-
E nem facultatem, duorum præterea oculorum conspiratione ad distinctam loci dignotionem opus omnino est. & quamquam rem nullo loco propriè videri impossibile forsitan esse nonnullus arbitrabitur, ea ratione inductus, quòd quemadmodum nihil illud est quod nusquam est, ita omnino non videatur id quod nusquam videtur; est tamen illud non modò possibile, verùm etiam necessarium, quoties nimirum vel vnus tantùm oculus in visionem incumbit, vel extra axium concursum res constituta vtroque oculo cernitur. His namque casibus id primò constat, rem in illo radio, qui per ipsam ducitur, apparere; at in qua eius sit parte necdum compertum est, nisi iunctis amborum luminum axibus communis facultas accedat, quæ locum definitò decernat. Ergo præter id solum, quod in concursu axium existit, cetera omnia in horoptere indefinitè videri in-
F telligenda sunt; non autem certa atque indubitata loci dignotione.

PROPOSITIO L. THEOREMA.

Quacumque extra axium opticorum regionem excurrunt, ea omnia in horopteris plano cernuntur, eo loci, vbi illud radij producti attingunt.

QVAM vim horopteri inesse diximus, eamdem & horopteris plano communem esse satis superque ex superiùs demonstratis constat. Vti enim horopter ad ea se habet quæ in aliqua parte eius regionis seu superficiei existunt, per quam axes optici incedunt: ita horopteris planum se habet ad cetera, quæ extra opticorum axium plagam regionemque procurrunt. Horum enim omnium loca, seu vera seu apparentia, in se recipit ad eas partes, in quas radij per res visiles ducti impingunt. Quod sanè iisdem rationibus demonstrari potest, quibus in horopteris explicatione superiore propositione vsi fuimus. Est enim horopteris planum ex innumeris quodammodò horopteribus in axium congressu sese intersecantibus conflatum, cuius medium punctum, in quod axes conueniunt, tamquam vmbilicus directum obtutum definit; ceteræ autem partes ad illos aspectus pertinent, qui extra

axium opticorum regionem emittuntur. Quocircà primarius ſenſus, qui ſuapte vi A eò ſemper contendit, quò axes coëunt, eorum omnium, quæ extra horopteris planum axiumque regionem oculis obijciuntur, phantaſias in ipſum horopteris planum transfundit, incerta quadam, vti ſuperiùs diximus, loci æſtimatione; non verò ea dignotionis perfectione, qua res ipſæ in horopteris plano, ceu proprio ac definito loco, conſpiciuntur.

Ex his colligas horopteris planum inſtar tabulæ eſſe natura perſpicuæ, ac directò oculis obuerſæ, in quam omnium eorum, quæ ſpectantur, phantaſiæ ſe recipiunt: ita vt in ipſa omnium imagines opticè ac velut proiectione quadam deſcriptæ eſſe videantur.



FRAN-

FRANCISCI AGVILONII
E SOCIETATE IESV

OPTICORVM LIBER TERTIVS

DE COMMVNIVM OBIECTORVM COGNITIONE.



ARGVMENTVM.

NATVRÆ *simul ac doctrinæ ordo exposcit, vt definita visus essentia, præcipuaque eius affectione, quæ ad visionis modum opticorumque radiorum traductionem pertinet, explicata, ad communium visibilium cognitionem veniamus. Hæc enim per se quidem, at non primò, vt ea quæ propria dicuntur, sub aspectum cadunt. Nam lux & color simplici obtutu; hæc verò aut collatione, aut distinctione, aut antecedente notione, aut syllogismo, aut alia demum ratione, quam internus sensus variam ac multiplicem administrat, cognoscuntur. Quod sanè ex eo prouenire videtur, quòd hæc non propriè ad visus facultatem attineant, sed aliis quoque sensibus sese ingerant: vnde*

non niſi communis ſenſus præſidio, cuius eſt de omnium externarum potentiarum differentiis ſcire, iudicare, ac ſententiam ferre, in cognitionem veniunt. Nouem ea omnino numerari lib. 1. propoſ. 29. oſtendimus, nempe DISTANTIAM, QVANTITATEM, FIGVRAM, LOCVM, SITVM, CONTINVITATEM, DISCRETIONEM, MOTVM, QVIETEM. *Inter quæ primo loco Diſtantiam numeramus. tametſi enim naturæ ordine prima ſit Quantitas, eaq; de cauſa lib. 1. prop. 29. eam primo loco recenſuimus; hic tamen doctrinæ ordinem ſequentes, Diſtantiam præmittimus, ex cuius perceptione ceterorum cognitio dependet. Diſtantia complectitur longinquum propinquum, altum profundum, & quædam alia. Sub Quantitate magnum & paruum, craſſum tenue, longum latum, æquale & inæquale, aliaq; eiuſmodi continentur. Figura ſub ſe habet rectum curuum, conuexum concauum, aſperum læue, acutum obtuſum, ac cetera eiuſmodi. Ad Locum ſpectant poſitionum differentiæ, quæ ſex à philoſophis numerantur, ſupernum infernum, dextrum ſiniſtrum, ante & retro. Ad Situm pertinent ſeſſio, ſtatio, ordo, diſpoſitio, aliaque permulta. A quibus erecti, iacentis, proni, ſupini, inclinati, & ſimiles appellationes proueniunt. Continuitas vnitatem; Diſcretio numerum, multitudinem, paucitatemque gignit. Motum tempus conſequitur. Quies demum de genere illorum cùm ſit, quæ in priuatione conſiſtunt, ſterilis eſt, nulliuſque fecunda prolis. His adde media illa obiecta quæ nec propria nec communia eſſe diximus lib. 1. prop. 29. tamen non ex accidenti illa aſpectu dignoſci conſtat, vt ſunt* TRANSPARENTIA OPACITAS, VMBRAE TENEBRAE, SIMILITVDO DISSIMILITVDO, PVLCHRITVDO DEFORMITAS. *Hæc quæ modò ſunt recenſita, quo pacto ſingula viſu dignoſcantur, tertio hoc libro explicare inſtituimus vt, ſtrata molliter via; pronior planiorque fiat errorum, qui circa viſum contingunt, tractatio, in ſequentem librum ſtudio aſſeruata.*

HYPOTHESIS.

Communia obiecta viſus alia ex aliis cognoſci.

HANC communium obiectorum proprietatem vt per ſe notam ſupponimus, cumq; nulli non conueniat, plurimaque eius exempla in ſingulis reperiantur, ſuperuacaneum fore arbitror diffuſiùs hanc veritatem explicare; ergo pauca, eaque illuſtriora exempla rem ipſam planam facient. Quis neget Diſtantiam ex nota rei magnitudine ſubinde argumentando colligi, ex illa præſertim communi notione, qua quiſque longè abeſſe illa iudicat, quæ parua apparent, cùm magna reipſa ſint? Et è conuerſo quis ignorat aſtra, etiam quæ minora apparent, maiora pronuntiari, perſpecto ampliori illorum à nobis interuallo? Sic incertus rei locus non rarò ex nota diſtantia magnitudineve ſolertia quadam eruitur. Et ex cognitis partium locis figura, ſitus, continuatio, diſcretio, motus, aliaque quæ ad locum ſpectant, deprehenduntur. Quid plura commemorem? cùm ex his ſatis ſuperque conſtet, communia viſus obiecta in mutuam cognitionem ducere.

Inde verò hæc proprietas originem ducit, quòd non modò obiecta viſus, ſed etiam quæcumque ceterorum ſenſuum organa ſubeunt, mox inde in principem ſenſum mentemq; conſcendant, vbi infinita quadam capacitate excepta, poſtquam ſingula ſuis perfuncta ſunt muniis, ratione componuntur, atque in ordinem rediguntur. nec enim, vt Eccleſiaſtes cap. 1. oculus ſatiatur viſu, nec auris auditu impletur. Quod ſanè D. Gregorius Nyſſenus præſtantiſſimus philoſophus oppidi ſimilitudine doctè explicauit, cuius verba ex lib. de hominis opificio cap. 10. deſumpta attexam: *Quæ res mihi maximè in nobis admiratione digna videtur; quæ nimirum illa ſit interioris noſtræ capacitatis amplitudo, in quam omnia per auditum infuſa confluunt; qui ſint quaſi à commentariis, quorum*

opera

A *opera consignentur ea quæ in aures penetrant, quæ receptacula sint rerum auditu perceptarum; quo pacto fieri possit, vt cùm adeò multa & varia immittantur, non in collocatione rerum aliarum super alias confusio ac perturbatio quædam contingat. Idem & in facultate videnti in admirationem venit. nam & per hanc modò quodam consimili mens extraria prehendit, receptisq; rerum apparentium simulachris, formas eorum quæ cerni possunt apud se depingit. Atque vt in ampla quadam vrbe, quæ per diuersos aditus homines aduenientes recipit, non vnum quemdam ad locum omnes concurrunt; sed alios videre est ad forum, alios in ædes tendentes: ita & mentis oppidum, quod est intra nos exstructum, diuersi quidam sensuum aditus quasi complent, mens tamen de singulis quæ ingrediuntur, iudicium faciens, &*
B *quælibet inquirens, sic deinde proprias ea velut in sedes notitiæ collocat. Ac quemadmodum vsu venire potest (libet enim vti eadem, qua cœpimus, ab oppido sumpta comparatione) vt tribules vel etiam cognati eadem vrbem porta non ingrediantur, alio fortè fortuna per alium aditum ad vrbem itante, qui nihilominùs postquam intra mœniorum ambitum venerunt, conueniunt, & necessitudine mutua sibi deuincti sunt: contraq; fieri potest, vt homines peregrè venientes, interq; se ignoti, eodem ad vrbem aditu contendant, quos tamen communis in vrbem ingressus nullo modo coniungit, quando vrbem ingressi pro libitu quisque se ab aliis separat, singulis suos quærentibus: non dissimilem intelligere videor etiam mentis amplitudinem esse. Nam sæpenumerò ex diuersis sensuum organis vnius rei cognitionem paramus, ipsa re diuersis modis sensibus se insinuante: contrà videre est vno eodemq; sensu mul-*
C *ta variaque percipi, quæ ceteroqui natura inter se non conueniunt.*

Hoc ergo pacto quoniam communia obiecta visus partim sensu primario, partim intelligentia dignoscuntur, eaq; facultates sublimiores sunt externo visu, circa obiecta illa excellentiori etiam quodam cognitionis genere versantur: & intelligentia quidem primarij sensus prænotione adiuta componendo, secernendo, ac variè argumentando (quæ propriæ eius sunt functiones) ex assumptis cognitisque propositum deducit: sic ergo fit vt communia obiecta visus alia ex aliis cognoscantur.

Deinde, id ratum ac firmum esse debet, communia visus obiecta ex iis cognosci debere, quæ sub aspectum cadunt: id enim nisi concedatur, nulla supereſt ratio qua dignosci aspectu possint: at præter lucem & colores quæ primò ad intuitum pertinent, & quibus
D solis distantia, quantitas, figura, locus, situs, ceteraque communia obiecta dignosci nequeunt, nihil aliud relinquitur nisi hæc ipsa obiecta communia, quæ proinde in mutuam cognitionem sese inducunt.

DE DISTANTIÆ COGNITIONE

E

PRÆNOTATIONES.

I.

PRÆNOTANDVM *hoc loco primò est duplicem esse Distantiam, vnam rerum ab inuicem, qua neutiquam conueniunt, aut se mutuò tangunt; sed spatio quodam atque interuallo à se inuicem distra-*
F *huntur. Hæc quoniam magnitudinis cuiusdam speciem aspectui refert, cuius mensura est vel corpus interiectum, vel id quo spatium ipsum oppleri est aptum, de ea hoc loco nulla mentio fiet, quòd eadem ratione in cognitionem deueniat, qua magnitudo, vt mox infrà.*

Altera est, qua res à visu plus minúsve abducuntur, quæ tametsi non secùs ac superior, magnitudo quædam sit, tamen quia ex recta linea ab oculo ad rem ipsam pertinente æstimatur, non ita propriè vt illa magnitudinis notionem ingerit, sed cuiusdam potiùs recessus. De hac ergo Distantia in præsenti tantùm agemus.

II. Se-

A

II.

SECVNDÒ prænotandum est, aliud esse Distantiam, aliud Distantiæ quantitatem. Sæpè namque, vt cùm maximè res distant, nihil certiùs nouimus, quàm rem à visu longè dissitam esse; at nihil obscurius incertiúsque est, quàm intercapedinis mensura & quantitas. Distantia nihil aliud est, quàm contactus, aut coniunctionis priuatio; at Distantiæ quantitas est magnitudo corporis, quod vel reipsa inter rem visumque intercedit, vel interseri potest. B

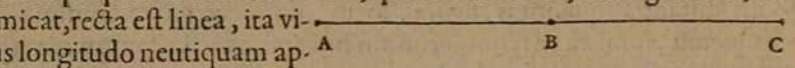
III.

DISTANTIA absolutè prolata syllogismo probari hoc modo potest: Id quod occluso oculo non videtur, cernitur autem aperto, nequit esse in oculo, aut oculum contingere, aliàs enim haud secùs clauso, atque patente oculo conspiceretur: distet ergo necesse est. Verùm de hac vaga Distantiæ notione hoc loco non agimus; sed de eius quantitate ac mensura. Non enim quòd res distent, sed quantum absint, difficile cognitu est. Hoc ergo quo pacto contingat, deinceps exponemus. C

PROPOSITIO I. THEOREMA.

Distantiam vnus oculus per se definire non potest.

DISTANTIA magnitudo quædam est, vt paulò antè est prænotatum: necesse est igitur, vt per eiusmodi aliquid cognoscatur, quod magnitudinis notionem ingerat. Nam quod indiuidui specie exhibetur, indiuisibile apparet. Quare, vt Distantia sub propria ratione cernatur, specie radioque diuisibili proponi debet. At radius, qui ab vno oculo, verbi gratia A, ad rem visibilem B emicat, recta est linea, ita visui obiecta, vt eius longitudo neutiquam appareat, sed solius puncti rationem obtineat, quemadmodum lib. 2. propos. 2. ostendimus. Igitur signi B distantia, quæ in longitudine lineæ A B consistit, vno oculo determinari non potest. D



Simile quiddam euenit, cùm de duorum signorum inæquali distantia iudicium à sensu exquiritur. Vt si oculo A obijciantur duo puncta B & C, quorum alterum, B nempe, propinquius, alterum verò C remotius sit. Quandoquidem ambo in eadem recta linea cum visu constituta sint, vnum alteri quoad aspectum exactè congruet, & B quod propinquius est, inter C remotius, & visum A ex æquo interiectum erit per rectæ lineæ definitionem. Ergo B ipsi C ex aduerso respondebit. Quapropter eodem omnino modo visum ambo afficient, sibique mutuò prospectum surripient, sic vt inæqualem illorum distantiam vnus oculus percipere non possit, cùm non secùs B C, ac A B, imò tota A C vt punctum appareat, per eamdem 2. propos. lib. 2. igitur distantiam vnus oculus per se definire non potest; quod erat explicandum. E

Hanc eamdem rem illustria quædam experimenta confirmant, inter quæ haud ignobile illud est, quòd altero oculo tecto perdifficile sit, ac propemodũ impossibile, signum in aëre constitutum, velut corpusculum aliquod ex iis quæ ob paruitatem leuissimo aëris impulsu subuehuntur, aut araneam ex filo pendulam indicis summitate attingere, præsertim si à latere promotionem digiti instituas, nisi id casu euenerit: fortuitò enim & quasi ex insperato subinde fit, vt in postulatum contactum digitus incidat. Hinc etiam filum per foramen acus transuersum immittere, altero occluso oculo incerti negotij est. F

Simile & illud est ludicri experimenti genus, quod à pueris olim didicimus, sed philosopho dignum sumus arbitrati, vtpote cuius consideratione in eximiæ huius proprietatis cognitionem deuenimus. Lusus hic erat: puerorum alter bacillum erectum tenebat manu, hunc alter protenso in transuersum indice tangere nitebatur vno tantùm cernens oculo, ac quoties id moliebatur, toties pænè à meta aberrabat. Id verò cùm sæpiùs euenisset, tandem sodalium cachinno exceptus suas alteri vices sponte resignabat; quas proximus quisque auide arripiebat: siquidem certatim omnes curiositatem suam explere

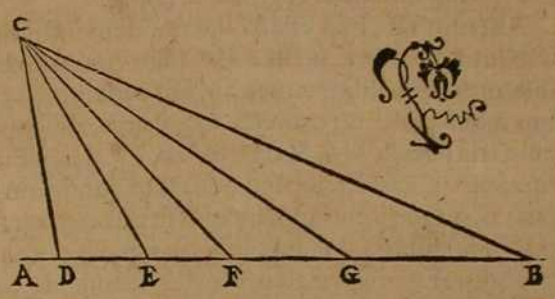
satage-

A satagebant. Hoc ergo illi cùm per iocum agerent, argumentum sagacioribus præbebant, quo facilè colligi poterat, altero tantùm oculo rerum distantias certò definitoque cognosci non posse: non enim alia ex causa illorum manabat error, quàm ex ignorata metæ distantia; hanc namque si perspectam habuissent, numquam in re tam facili, ac toties, tantoque interuallo eos errare contigisset.

PROPOSITIO II. THEOREMA.

B *Distantiam sæpè vnus etiam oculus per vicina corpora, quæ intercedunt, ex accidenti cognoscit.*

TAMETSI vnus oculus suapte vi ac per se solus distantiam rei non discernat, tamen externarum rerum aspectu adiutus, in aliquam rei distantis cognitionem venire potest. Exempli gratia, sit in terræ superficie AB signum B oculo C propositum, cuius quidem distantiam radio CB propria virtute dignoscere nequeat; at conspicatis variis corporibus, puta D, E, F & G in
C eadem terræ superficie AB visum inter & signum B interiectis, atque longo ordine sese consequentibus, facilè colliget signum B non exiguo spatio disiunctum esse debere, inter quod & visum tot tantaque corpora intercedunt.



Hoc pacto non tantùm vnus oculus propriæ virtutis defectum supplet, verumetiam duo oculi non rarò adiuuantur, præsertim cùm ob nimiam disiunctionem dissitarum rerum excessus minùs exactè dignosci possunt.

Deinde, cùm spatium seu intercapedo nulla res sit corporeis qualitatibus, quæ sub
D aspectum cadant, affecta; sed potiùs quædam continuationis priuatio, nullam sui imaginem in organum inferens; longè promptiùs efficaciusque dignoscetur in iis rebus, quæ spectabili aliquo corpore interposito dirimuntur, quàm si inane tantùm spatium interiectum sit. Nam corpus inter rem visumque diffusum mensura quodammodò est eius spatij, quo res à visu semotæ cõspiciuntur. vnde cùm nullum corpus reipsa adest mensuram distantiæ definiens, sæpenumerò aspectus fœdè hallucinatur, quòd non æquè exactè intellectus æstimare possit magnitudinem corporis, quod inter rem & aspectum intercedere potest, ac cùm illud reuerà oculus interpositum videt.

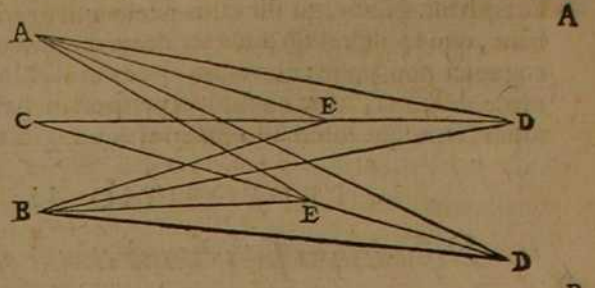
Hanc porrò cognitionem non ex se, sed ex accidenti oculus elicit; quoniam neque eam vim oculus sibi congenitam habet, neque id spatio naturæ legibus debetur, vt cor-
E pore aliquo oppleatur. Enimuerò non minùs res distant, si vacuum sit intermedium spatium quàm si corpore aliquo oppleatur, vt ex physicis rationibus constat. Itaque cùm spatij magnitudo, quam distantiam vocamus, ex corporum interiectorum magnitudine cognoscatur, ex accidenti erit ea cognitio, qua distantiam per interposita corpora percipimus, cùm neque ex natura distantiæ, neque ex aspectus conditione principium ducat.

PROPOSITIO III. THEOREMA.

F *Non recte quidam ex axium coniunctorum angulis distantiam per se cognosci affirmarunt.*

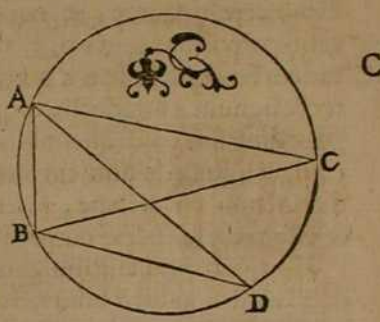
SVNT qui distantiam ex quantitate anguli, quem faciunt concurrentes axes, colligi volunt, sic vt remotiora illa sint, quæ minoribus axium angulis attinguntur; quæ verò maioribus, propinquiora. Quod in hunc modum nituntur demonstrare. Sint duo oculi A & B, communisque radius CD, siue is connectenti centra visuum rectus sit siue obliquus, nihil interest: sit vero in communi radio signum visibile nunc in E, nunc in D. Ductis ex E & D ad vtrumque aspectum axibus opticis DA & DB; item EA & EB, erit angulus AEB angulo ADB

lo A D B maior per 21. primi Euclidis: siquidem E intra triangulum A D B cadat. Quare E propinquius indicabitur, quia maiore angulo conspicitur; D verò remotius, quia minore.



Firma illis videtur hæc demonstratio: verùm duobus potissimùm argumentis confutatur. Primum hoc est: Visus non percipit magnitudinẽ anguli, quem in concursu axes efficiunt: est enim extra oculum; nec vllis visibilibus qualitatibus, quibus spectari possit, imbutum est. Quæ namque extra oculum sunt, non nisi per sensibiles species cognosci possunt; at quæ in oculo, per se ipsa quodam consensu sentiuntur, vt motus oculorum, eorumque situs, ipsa visionis operatio, & cetera huiusmodi: non igitur ope illius anguli visus rerum distantias cognoscere potest.

Alterum est, quo etiam superior demonstratio tamquam contraria demonstratione refellitur. Si obiecta in diuersos radios communes cadant, fieri potest, vt res inæqualiter distantes, æqualibus tamen angulis cernantur. vt si visibus A & B punctum C directò opponatur: descripto circum tria puncta A, B, & C circulo per 5. quarti Euclidis, sumatur in eius circumferentia aliud quodpiam signũ, puta D, quod visibus propinquius sit quàm C, erit nihilominùs angulus A D B angulo A C B æqualis per 21. tertij Euclidis. Æquè igitur ab oculis disiunctum id quod in D collocatum fuerit, ac quod in C visus arbitrabitur: at falsò, cùm longiùs abesse constet punctum C quàm D. Quocirca fallax est distantiarũ cognitio, quæ ex angulis coniunctorum axium desumitur; quod erat probandum.

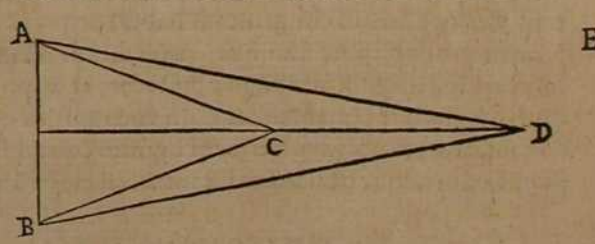


PROPOSITIO IV. THEOREMA.

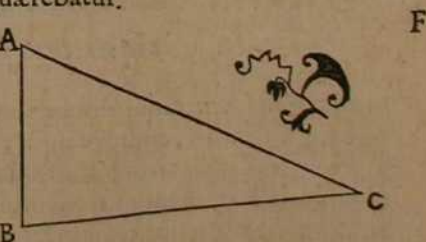
Distantia per se cognoscitur ex axium opticorum longitudine.

QVIBVS non placuit ea ratio cognoscendi distantiam, quam superiore propositione confutauimus, illis potior visa est hæc, quæ ex axium opticorum longitudine desumitur: quo enim hi sunt maiores eo res longiùs distare haud dubiè colliguntur.

Quod ita potest demonstrari. Sint visuum centra A & B, res autem visibilis nunc in C, nunc in D. dico, quoniam axes A D & B D longiores sunt, quàm A C & B C per 21. primi Euclidis, idque visui perspectum est per 24. libri secundi, maiorem indicari distantiam signi D, quàm signi C. Cùm enim nil sit aliud distantia, quàm recta linea ab aspectu ad rem ipsam extensa, eiusmodi linea ipse est axis opticus, profectò cognita axis longitudine per 24. libri secundi, nota erit rei distantia, quæ ignota quærebatur.

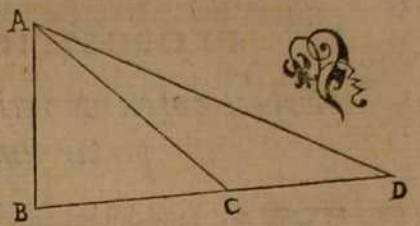


Nec tantùm hac ratione cognoscitur obiectum vnum altero magis à videnti distare: verùm etiam vnũ idemque, puta C à visu A longiùs abesse quàm à visu B, non tantùm propter communem illam notionem, qua constat visile à medio aspectu deflectens illi oculo propinquius esse oportere, qui est ad eamdem partem, in quam obiectum vergit: sed ob id vel maximè, quòd oculi axium opticorum inæqualitatem propria virtute percipiant, maioremque cognoscant axem A C ipso B C propter angulorum A B C & B A C inæqualitatem.



Fit

A Fit interdum, vt visile in eodem existens axe B D, nunc propinquius sit, vt in C, nunc remotius, vt in D: quod cùm accidit, quemadmodum oculus B vtrumque axem A C & A D æqualem videt, quòd vterque eumdem angulum A B C subtendat; ita idem oculus B puncta C & D propria quidem facultate in eadem cernit distantia; vel vt melius dicam, inæqualem illorum distantiam non



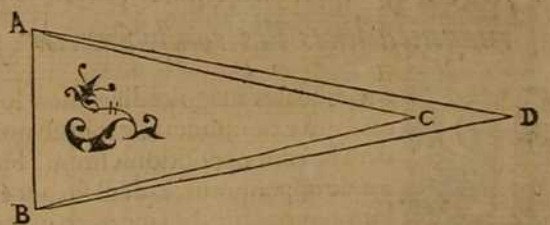
discernit, cùm ambo illa æquè distare arbitretur: nec enim, vt propos. 1. huius libri est
B demonstratum, solus oculus B distantiam eorum quæ in recto radio ab ipso educto existunt percipere valet. At oculus A suam quoque actionem in commune conferens, quæstionem dirimit. Is namque minorem complectens radium B C, quàm B D, definit signum C oculo B propinquius esse, quàm punctum D. sicq; ex nota axium opticorum longitudine, duo oculi iunctis viribus in cognitionem distantiæ ducunt, quod alter eorum solitaria actione præstare non potuit.

PROPOSITIO V. THEOREMA.

Minores rerum distantiæ ex axium longitudine, maiores
C *per interiecta corpora exactiùs discernuntur.*

MINORES hoc loco distantias eas intelligi volumus, ad quas axes optici sensibilem angulum in concursu efficientes, attingunt. Maiores verò, ad quas, qui perueniunt axes optici, insensibilem angulum in cõcursu comprehẽdunt. Illæ quidem minores iure optimo vocantur, non modò quòd maioribus minores re vera sint, sed etiam quòd in se spectatæ perexiguæ sint. Cùm enim concurrentibus axibus exigua basis subijciatur, ea nempe recta linea, quæ centra visuum connectit, profectò non longè excurrere axes debent, vt angulus, quem in congressu faciunt, aciem obtutus effugiat. Quod priusquam accidat, hoc est,
D cùm adhuc minores distantiæ sunt, facilè eas aspectus dignoscit ex axium opticorum longitudine, vt propositione 4. est demonstratum: cùm verò iam maiores fieri incipiunt, nequit visus ex axium longitudine eas dignoscere: siquidem longitudinem axium ex magnitudine angulorum, qui iisdem axibus & connectente centra visuum continetur, percipit, vt libro secundo propositione 24. est ostensum. Insensibiles esse hos angulos in ea distantia qua angulus axibus contentus insensibilis est, hoc modo demonstrabitur.

Sit, exempli gratia, C concurrentium axium angulus insensibilis, sitq; D in distantia maiori, quàm C; erit ergo angulus D angulo C minor, & ipse
E quoque insensibilis: at cùm vniuscuiusque trianguli tres anguli duobus rectis sint pares per 32. primi Euclidis, erunt & vnius trianguli omnes simul



anguli tribus alterius trianguli angulis simul sumptis æquales. Si igitur angulus D angulo C minor est, oportet duos reliquos D A B & D B A duobus reliquis C A B & C B A maiores esse per communem notionem. Quoniam verò vterque angulorum C & D insensibilis est, erit & illorum discrimen insensibile. Quare excessus quoque, quibus anguli D A B & D B A angulos C A B & C B A superant, imperceptibiles erunt. Atque idcircò ex-
F cessus, quo apparens axis A D axem apparentem A C excedit, omnem effugi & oculorum aciem. Fieri igitur nequit, vt maiores distantias ex longitudine axium visus distinguat.

Commodiùs autem id præstabit ex corporum interiectorum inspectione. Quoniam, licet angulus coëuntium axium in maximis distantiis iudicari non possit, est tamen in iis angulus pyramidis opticæ, quo spatia interiecta oculus contuetur, non modò sensibilis; sed eò etiam maior, quò distantia maior fuerit. At angulum hunc visu percipi ostendimus propos. 43. libri 2. Itaque maiores distantias per interiecta corpora certiùs distinctiusque visus internoscit, quàm ex axium opticorum longitudine; quod probasse oportuit.

A

PROPOSITIO VI. THEOREMA.

Sæpè etiam ex nota rei magnitudine distantiam visus per argumentationem colligit.

HÆC ratio distantiam coniectandi tum potissimùm locum habet, cùm cetera præsidia denegantur, quibus necessariò & quasi apodicticè in eius cognitionem induci solemus: sunt autem plurima eius exempla communi B vsu celebrata, quæ omnia aut pleraque illorum recensere pretium operæ non est, cùm per se sint notissima, & ex paucis reliqua nullo negotio intelligi queant.

Si inquam, exempli gratia, ardea sublimè volans exigua apparet, procul eam abesse pronuntiamus, cùm certum habeamus, quæ longè absunt ea minora apparere, &, quod hinc consequens est, quæ parua apparent, cùm sint magna, ea multùm abesse oportere. Sic qui ingruentibus tenebris iter faciunt, turres, quas eminus atque ex incognita distantia conspiciunt, cùm magnæ eis apparent, vicinas omnino arbitrantur, tametsi propter aëris obscuritatem nequeant longitudinem axium definire, aut media corpora internoscere, quibus vera distãtia cognosci solet; ex ea tantùm notione omnibus ingenita, C quod quæ magna apparent, cùm parua sint, ea propinqua necesse sit esse: siquidem quo vnumquodque propius fit, eo apparet maius.

Has similesq; ratiocinationes in rebus præcognitis atque assuetis animus promptissimè absoluit, ita vt breuissimum tempus ipsi ad colligendam veritatem sufficiat. Mox enim vt rem aliquam consuetam oculus aspexit, multúmne, an parum absit, celerrimè certissimeq; concludit. Tantum nimirum valet in rebus, quarum anceps dubiaq; cognitio est, assuefactio, quæ eam perficit visionem, quam lib. 1. in definitionibus ad propos. 81. ex prænotione vocauimus.

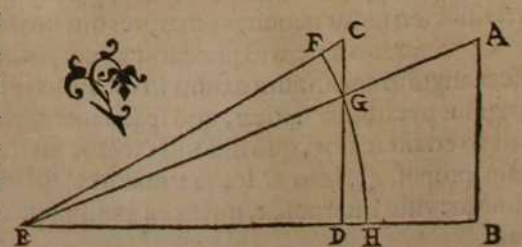
Est verò hæc distantiæ collectio ratione magis quàm ex aspectu, ad quam proinde non plus præsidij duo oculi adferre possunt, quàm alter tantùm, nisi quòd ab vtroque per- D spicacior sit visio, vt lib. 1. propos. 72. est declaratum.

PROPOSITIO VII. THEOREMA.

AEqualibus magnitudinibus ex inæquali distantia conspectis, maior est ratio distantiarum, quàm angulorum sub quibus magnitudines illæ conspiciuntur, si maior minori comparetur.

PER æquales magnitudines hoc loco intelligendæ sunt, non tantùm eæ E quarum extensiones sese mutuò non excedunt; sed illæ etiam quæ eumdem habent oppositionis situm. Fieri enim potest, vt in iis quæ diuersimodè opponuntur, eadem sit, aut etiam minor distantiarum, quàm angulorum proportio. Id sanè ex eo manifestè liquet, quòd res eadem ex eadem distantia visa, pro situs obliquitate, nunc maior, nunc minor appareat, vt libro 4. ostendemus. Igitur sic aptari quoad oppositionis situm possunt res obiectæ, vt anguli sub quibus illæ spectantur distantiis ex æquo respondeant; vel etiam, vt minor ratio sit distantiarum, quàm angulorum. Itaque de æqualibus similiterq; obiectis rebus hoc loco agimus, in quibus maiorem esse distantiarum quàm angulorum rationem, hunc in modum demonstratur. F

Esto vt æquales magnitudines A B & C D visui E similiter oppositę, nempe parallelῶs ab inæquali distantia videantur: A B quidem ex distantia E B, C D verò ex distantia E D. Statuantur verò eæ magnitudines eo pacto, vt B & D in vnum radium opticum E B cadant: palàm igitur A & C, distinctis radiis ad aspectum peruenire, quorum alter nempe A E magnitudinem C D intersecet in G. Cùm enim ipsi A B sit posita



A sita C D parallela, erunt in triangulis A B E, G D E angulus B A E angulo D G E, & angulus A B E angulo G D E per 29. primi Euclidis æquales: at angulus A E B vtrique communis est: sunt igitur æquiangula ipsa triangula A B E & G D E. Quare per 4. sexti Euclidis, vt est E D ad E B, ita est D G ad B A; sed E D minor supponitur, quàm E B: est igitur & D G ipsa B A minor. Itaque diuersis radiis A & C in oculum incurrunt, quorum is qui ab A porrigitur, magnitudinem C D intersecat.

Per intersectionis verò signum G ex centro E arcus describatur H G F, qui secet radium C E in F, B E verò in H. Quoniam itaque trigonum E G C maius est sectore E G F, & trigonum E G D sectore E G H est minus, habebit E G C trigonum ad trigonum E G D
B maiorem rationem, quàm sector E G F ad E G H sectorem. Nam per 8. quinti Euclidis, cùm maius sit trigonum E G C sectore E G F, erit trigoni E G C ad trigonum E G D maior proportio, quàm sectoris E G F ad idem trigonum E G D: sed per eamdem 8. quinti Euclidis, maior est ratio sectoris E G F ad trigonum E G D, quàm eiusdem sectoris E G F ad E G H sectorem, quod trigonum E G D sectore E G H sit minus. Igitur multo maior est ratio trigoni E G C ad trigonum E G D, quàm sectoris E G F ad sectorem E G H. Quare per 28. quinti Euclidis, secundùm Campanum erit coniunctim maior proportio trigoni E C D, hoc est trigoni E G C cum trigono E G D ad trigonum E G D, quàm sectoris compositi E F H ad sectorem E G H. Sed proportio trigoni E C D per 1. sexti Euclidis, ad trigonum E G D est sicut basis C D ad basin G D. cumque sit C D æqualis ipsi A B ex hypothesi,
C erit per 7. quinti Euclidis A B ad G D, vt C D ad eamdem G D. Est verò superiùs ostensum æquiangula esse triangula A B E & G D E: erit igitur per 4. sexti Euclidis, vt A B ad G D, ita E B ad E D: ergo per 11. quinti Euclidis erit proportio lineæ E B ad E D maior quàm proportio sectoris E F H ad sectorem E G H. At quemadmodum se habet sector ad sectorem, ita arcus ad arcum, per vltimam sexti Euclidis: vt verò arcus ad arcum, ita angulus F E H ad angulum G E H per eamdem vltimam sexti Euclidis. Est itaque maior ratio distantiæ E B ad distantiam E D, quàm sit anguli F E H ad G E H angulum; quod erat demonstrandum.

D

DE QVANTITATIS COGNITIONE.

PROPOSITIO VIII. THEOREMA.

Apparentes rerum magnitudines ex quantitate anguli verticalis pyramidis optica dignoscuntur.

E RERVM magnitudines visu percipi iuxtà ac ceteras aspectabiles proprietates, omnium intuentium oculis compertum est. At quî euenire id possit, si visio susceptione specierum perfici concedatur, Galenus lib. de Hippocratis & Platonis decretis videre non potuit, cùm à ratione alienum id ei semper visum sit, tam vastas rerum moles tam exiguum pupillæ hiatum posse subire: quocircà in eam sententiam adductus est, vt visionem emissione radiorum fieri cum Platone existimauerit.

Cuius sententia tametsi libro primo propositione 67. abundè sit confutata, hoc tamen postulare prætereà liceat, vt Galenus edisserat, quonam pacto emissitium illud lumen, cuius ope visionem fieri ipse autumat, rerum, quas foris attingit, visibiles affectiones per pupillæ angustias in oculum inferat? Nam lumen res extra oculum per se non videt, sed
F spectandas organo importat, vt proximè citata propositione ostendimus. Si dixerit lumen ab oculo effusum ampliari, atque in omnem circùm partem distendi, receptum verò coarctari sensim, atque in angustum premi, sic vt spectabiles proprietates, quibus lumen affectum redit, in compendium redactę pupillam, licet angustissimam, facilè subeant: hoc ipsum & nos astruimus, species scilicet in externum lumen receptas, eius quoque ope in oculum inuehi, nullo ab oculis emicante natiuo lumine, quo velut manu, vt Galenus ait, res externæ attingantur.

Sic igitur rerum magnitudines visu dignosci contingit, quoniam species in coni seu pyramidis modum sensim contractæ in oculum illabuntur, cuius qui ad verticem constituitur angulus mensura est apparentium magnitudinum. Hinc per exile tabulæ fora-

men res ampliſſimas contuemur: ac tum plures maioreſq; viſu cõplectimur, cùm tabula oculo vicinior eſt; tunc ſiquidem diducitur pyramidis opticæ angulus, maiorque euadit. Quoniam ergo pyramide optica velut hauſtro rerum imagines confertim intrò ſuſcipiuntur: quantò eius ad verticem angulus maior fuerit, tantò plura capit, quæ ſimul ſpectari queunt, atque vniuerſe ex illius anguli menſura & quantitate apparentium magnitudinum dignotio exiſtit; quod erat oſtendendum. A

Vocantur autem ita ſpectatæ magnitudines apparentes, quòd non verè tales ſint, quales apparent; ſed longè aliæ videantur, quàm ſint reipſa. Fieri namque poteſt, vt res vna, quæ altera maior reipſa ſit, minor appareat, nempe ſi angulo minore contineatur: & vt minor reuerà, maior viſui exhibeatur, ſi videlicet maiore cõcludatur angulo; vt demum inæquales æquales appareant, & è conuerſo æquales cernantur inæquales: & vt idem ſeipſo nunc maius nunc minus appareat, quæ omnia libro ſequenti diffuſiùs explicabuntur in fallaciis quæ circa magnitudinem eueniunt. Aliæ ſunt igitur magnitudines veræ, aliæ apparentes: illæ, vti diximus, ex magnitudine anguli verticalis pyramidis opticæ cognoſcuntur; hæ verò vt infrà dicemus. B

PROPOSITIO IX. THEOREMA.

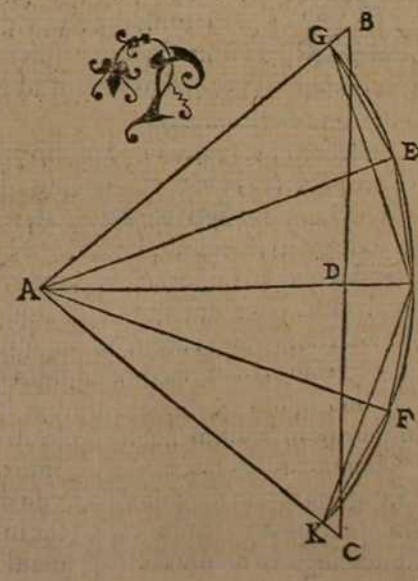
Apparentes rerum magnitudines ita inter ſe ſunt, vt anguli pyramidum opticarum, quibus comprehenduntur. C

TAMETSI ex ſuperiore propoſitione iam conſtet, rerum magnitudines qua apparent, percipi ex quantitate anguli qui ad verticem pyramidis opticæ conſtituitur; nondum tamen compertum eſt, quam hæc inter ſe rationem habeant: an inquam quemadmodum non eadem proportio eſt diſtantiarum & angulorum, quibus æquales magnitudines conſpiciuntur (quod propoſ. 7. docuimus) ita quoque alia fortè proportio ſit apparentium magnitudinum & angulorum, quibus eæ comprehenduntur.

Eamdem igitur horum proportionem eſſe, in hunc modum poteſt demonſtrari. Spectatæ rerum magnitudines ita ſe habent, quemadmodum arcus, quibus optici anguli inſiſtunt: at quam arcus, eamdem proportionem habent anguli, quibus illi ſubtenduntur: igitur apparentes rerum magnitudines ita inter ſe ſunt, vt anguli pyramidum opticarum, quibus continentur. Aſſumptio patet ex vltima ſexti Euclidis. D

Propoſitio verò ita probatur: Apparentium magnitudinũ proportio ſpectari in rebus debet, qua illæ exactiſſimè cernuntur: at eò accuratiùs vnaquæque percipitur, quò directiùs viſui opponitur; exactiſſimè verò illæ, quarum omnes omnino partes eumdem habent oppoſitionis modum, ſeu in quas radij omnes æquis incidunt angulis. Itaque ſecundùm directiſſimam oppoſitionem accipienda eſt apparentium magnitudinum proportio. Eiuſmodi autem oppoſitionẽ habere nulla quidem recta magnitudo poteſt: ſed illa tantùm, quæ in peripheriam circuli ex centro viſus deſcripti conformatur.

Nam ſit, verbi gratia, oculi centrum A, eiq; obiecta magnitudo recta BC, quoniam eius medietates BD & DC non directè opponuntur, quòd maior ſit angulus ADB quàm anguli ABD vel ACD, minùs etiam accuratè ipſæ medietates videntur, quàm ſi directæ vnaquæque illarum opponeretur. Quare ſi linea BDC ita inflectatur, vt ſit GH ipſi BD, & HK ipſi DC æqualis, iam directiùs oppoſita erit linea inflexa GHK, quàm recta BC, ac proinde accuratiùs illa quàm hæc conſpicietur. E



Rurſus quia lineæ GH medietates inæqualibus obijciuntur angulis, quemadmodũ priùs medietates lineæ BC, ſi ipſa quoque linea GH, ac ſimul altera HK iterum inflectãtur, vt priùs tota BC, hæc iam in quatuor partes fracta accuratius cernetur, quàm prius cùm in duas tantùm diſſecta erat; quoniam plures iam partes directum oppoſitionis ſitum ſunt adeptæ.

ſicque

A ſicque vlteriùs, quò in plures partes ſingulæ franguntur, eò accuratiùs ſemper videntur, quoad tandem in circuli perimetrum omnes incidant, vbi perfectiſſima eſt omnium comprehenſio. Ille namque ſolus paribus vndique radiis à viſu diſtat, partiumque radios omnes æqualibus angulis in viſum deſtinat. Quare ex eius ratione apparentium magnitudinum proportiones æſtimandæ ſunt; aut certè ex iis qui ad centrum eius conſiſtunt angulis: hi namque per vltimam ſexti Euclidis, arcubus, quibus inſiſtunt, proportione reſpondent.

Quocircà æquales videbuntur magnitudines, quæ ſub æqualibus cernuntur angulis, & maiores quæ ſub maioribus, & quæ ſub minoribus minores; & quantò angulus maior
B erit aut minor, tantò quoque res conſpecta maior aut minor: vti ſub minimo angulo res minima; & ſub duplo vel triplo, res ipſa dupla tripláve conſpicietur.

Huius proprietatis origo ex eo duci videtur, quòd ita ſe habeant ſpectatæ rerum magnitudines, vt partes ſuperficiei viſus, quas rerum viſarum formæ attingunt; at partes ſeu arcus ſuperficiei viſus, ſunt inter ſe vt anguli pyramidum opticarum, vt lib. 2. propoſ. 43. oſtendimus: ergo & apparentes rerum magnitudines eamdem cum angulis opticis proportionem habent. Quamquam autem eadem propoſ. 43. lib. 2. oſtenſum ſit aduerſus Vitellonem, non ita exactam proportionem inter angulum pyramidis opticæ, eamque araneæ tunicæ ſuperficiem quæ viſibili forma obſignatur, intercedere, vt iſta ad amuſſim ſibi reſpondeant; eſt tamen illorum reſponſus adeò iuſtitiæ affinis, vt exiguum eorum
C diſcrimen rationem, qua viſus rerum magnitudines æſtimare ſolet, minimè obturbet: quippe cùm nec aſpectus ipſe, nec eius dignoſcendi actus in indiuiduo ſit conſtitutus.

PROPOSITIO X. THEOREMA.

Res ſenſibiles ſub angulo ſenſibili conſpiciuntur.

D CVM oſtenſum iam ſit ex magnitudine anguli, qui ad verticem eſt pyramidis opticæ, rerum magnitudines dignoſci, ſic vt maior illa appareat, quæ maiore angulo continetur, & quæ minore minor, neceſſariò omnino efficitur, vt quorum inſenſibilis eſt angulus, eorum inſenſibilis ſit magnitudo: hæc enim ita ſe habent, ac ſi nullum angulum in oculo efficerent: quandoquidem quod non percipitur, hoc nihil eſſe exiſtimatur; quod verò nihil eſt, angulum aliquem in oculo efficere non poſſit: at quæ nullo angulo continentur, ea viſus non dignoſcit: igitur quorum inſenſibilis eſt angulus, eorum inſenſibilis eſt magnitudo. Quare res ſenſibiles ſenſibili angulo ſpectantur. ſi enim inſenſibili, iam res ipſæ inſenſibiles forent. quod iam dictis repugnat. Senſibiles namque eſſe oportet, quas ſenſibili angulo ſpectari affirmamus.

Cur autem viſus ita ſit comparatus, vt nihil dignoſcat, niſi quod ſenſibili magnitudine præditum eſt, eamdem eſſe arbitror cauſam, quæ in ceteris rebus, quæ agunt &
E quæ patiuntur: in quibus nulla actio intentatur niſi ab eo, quod mole quapiam diſtenditur; nec actionē quidquam recipit, niſi quod quantitatis dimenſionem aliquam habet.

At quæ tandem ea eſt cauſa? Hæc ſanè, quòd vis, quæ ad agendum rebus indita eſt, corporeo quodam modo illis inſit, ita vt in maiore parte corporis maior virtus, in minore minor, in atoma indiuiſibilis ac nulla exiſtat, propterea nimirum, quòd corporeæ virtutes, non ſecùs ac formæ ipſæ quæ ad eſſentiam pertinent, ex materiæ gremio eliciantur. Sic in maiore igne vim calfaciendi maiorem, & in ampliore magnete potentiorem attrahendi facultatem deprehendimus; atque in ceteris eodem modo. Igitur neceſſe eſt virtutes haſce omnes corporibus modo quodam quantitati accómodato ineſſe.
F Id ipſum verò in viſibilibus quoque ſpeciebus elucet, quæ quo maiorem in oculo diſtenſionem habent, eo vim exerunt maiorem, validiuſque inertem animæ facultatem ad agendum excitant. Vnde non ita in magnarum rerum aſpectu oculi laborant, vt in minutarum curioſa perueſtigatione: in his enim non modò oculi longiore vſu prauè afficiuntur, ſed & acies hebetatur, & facultas ipſa ſenſim exhauritur; quod atteſtantur illi, qui ſubtilioribus operibus intendunt.

Igitur formæ viſibiles nulla magnitudine præditæ viſum ciere non poſſunt: conſequens eſt ergo, vt quidquid videtur, magnitudinem aliquam habere debeat, ac tantam, quæ in oculi centro angulum opticum efficere poſſit à ſenſibili baſe in aranea ſubtenſum: res itaque ſenſibiles ſub angulo ſenſibili conſpiciuntur; quod erat demonſtrādum.

A

PROPOSITIO XI. THEOREMA.

Veræ magnitudines, ex collatione anguli pyramidis opticæ cum distantia rei, à visu per syllogismum colliguntur.

AD veræ magnitudinis dignotionem, non satis præsidij adferre potest anguli, qui ad verticem pyramidis opticæ consistit, amplitudo, quippe qui nullam rei iustam exactamque mensuram definit, sed falsò omnia, vti ostensum est, repræsentat: idcircò vim oculis natura concessit, qua simul B rei distantiam percipiant, atque ex eius collatione cum angulo pyramidis opticæ, veram magnitudinem quàm proximè dignoscant. Manifestè enim deprehendimus errores omnes, qui in magnitudinis perceptionem irrepunt, ex distantiæ ignoratione originem ducere. Quocirca si res quæpiam angusto radiorum spatio conspiciatur, parua illa quidem apparebit: at si longè dissita esse intelligatur, magna iudicabitur. vti contrà, res parua esse pronuntiabitur, amplo licet angulo contineatur, si aliunde propinqua esse conuincatur.

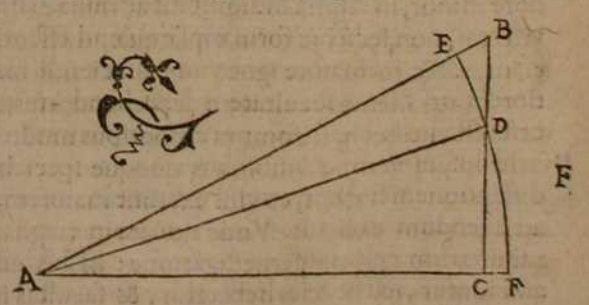
Veras autem esse hoc pacto conspectas magnitudines dicimus, quòd in illarũ dignotionem deceptio nulla interueniat, nisi fortè cùm distantia minùs probè perspecta est. Fieri enim haud vmquam poterit, vt res dissita, si magno angulo comprehendatur, C parua iudicetur; aut contrà æstimetur magna, si paruo angulo è proximo conspiciatur: propterea videlicet, quòd res eadem in eadem distantia constituta, sub diuerso angulo spectari nullo modo possit.

Conducit ad hanc ipsam rem vsus experientiaque: nam ratio in magnitudinis æstimatione hanc tacitè format argumentationem. Res breui interuallo ab aspiciente disiuncta, si paruo angulo optico comprehendatur, exigua est magnitudine: at hæc res proposita non longè à videnti disiuncta est, paruoq; angulo continetur: ergo parua esse conuincitur. Assumptionis quidem pars prior, quòd nempe res propolita non longè sit dissita, in præsenti nota supponitur ex iis quæ superiùs de distantiæ cognitione tradidimus: posterior verò, anguli videlicet pyramidis opticæ magnitudo, visu cognoscitur, vt D libro 2. propos. 43. docuimus. At propositionis notitia, quanta nempe res sit, tanto angulo è tanta distantia conspecta, ex vsu experientiaque pendet: vnde eius quoque defectu in iudiciis, quæ de magnitudinibus fiunt, hallucinari atque à vero aberrare non rarò contingit, vt libro 4. ostendemus in fallaciis magnitudinis.

PROPOSITIO XII. THEOREMA.

Veræ magnitudines inæquales non ita se habent, vt anguli optici quibus conspiciuntur: sed maior est magnitudinum quàm angu- E *lorum ratio, si maior minori comparetur.*

SINT ex eadem distantia A C, spectatæ inæquales magnitudines, maior quidem B C, minor verò D C (oportet verò præter magnitudinũ ipsarum inæqualitatẽ, eumdem esse oppositionis situm, ac cetera paria) visus autem sit A, ex quo in primis radij educãtur A B & A D; deinde ex eodem tamquam centro per D arcus describatur E D F, qui radio quidem A B occurrat in E, productæ verò distantiæ in F.



His ita constitutis, dico maiorem esse rationem magnitudinis B C maioris ad minorem magnitudinem D C, quàm sit anguli B A C ad D A C angulum. Quoniam enim triangulum A B D maius est sectore A E D, erit per priorem partem 8. quinti Euclidis maior ratio trianguli A B D ad A D C triangulum, quàm sectoris A E D ad idem triangulũ A D C. At cùm triangulum A D C minus sit sectore A D F, erit per posteriorem partem 8. quinti Euclidis,

A Euclidis, eiusdem sectoris AED ad triangulum ADC maior ratio quàm ad ADF sectorem. Igitur longè maior est proportio trianguli ABD ad triangulum ADC, quàm sectoris AED ad sectorem ADF. Atque per 28. quinti Euclidis, secundùm Campanum erit coniunctim trianguli ABD cum triangulo ADC, hoc est compositi trianguli ABC ad triangulum ADC proportio maior, quàm sectoris AEF compositi ex AED & ADF ad sectorem ADF. Cùm verò sit per primam sexti Euclidis, triangulum ABC ad triangulum ADC, vt basis BC ad basin DC, & per 33. sexti Euclidis vt sector AEF ad ADF sectorem, ita arcus ED F ad arcum DF; vt autem arcus ad arcum, ita angulus BAC ad angulum DAC per eamdem 33. sexti Euclidis. Consequens est, vt maior sit proportio ma-
B gnitudinis BC ad magnitudinem DC, quàm sit anguli BAC ad DAC angulum; quod erat demonstrandum.

CONSECTARIVM I.

Maiorem esse verarum, quàm apparentium magnitudinum proportionem, si maior minori comparetur.

C FACILE hoc ex dictis colligitur. Quoniam enim hac propositione ostensum est veras magnitudines inter se maiorem rationem habere, quàm habeant anguli optici, quibus illæ comprehenduntur; per 9. autem propos. huius libri apparentes rerum magnitudines ita inter se sint, vt anguli quibus conspiciuntur: perspicuè sequitur, maiorem esse verarum, quàm apparentium magnitudinum rationem, si, quemadmodum dictum est, maior minori comparetur.

II.

Numquam ita apparere magnitudines rerum, vt sunt: sed maiores semper esse quàm appareant.

D SIQVIDEM minor semper est apparentium magnitudinum proportio, quàm verarum. Vnde si dupla sit reuerà BC ipsius DC, minor erit eadem BC apparens, quàm dupla ipsius DC apparentis. Nam ita apparent ipsæ magnitudines, vt sunt inter se anguli, quibus subtenduntur: at angulus BAC minor est quàm duplus anguli DAC, vt iam est demonstratum. Igitur & BC minor quàm dupla apparet ipsius DC. Quare liquet ex dictis non ita apparere magnitudines rerum vti sunt, sed semper, quàm reipsa sint, minores.

III.

E *Non vt distantias, ita esse apparentes rerum magnitudines: sed æquales reipsa magnitudines ex inæquali distantia visas, inæquales apparere: sic vt minor sit ratio apparentium magnitudinum, quàm distantiarum.*

CVM enim propositione 7. sit demonstratum, maiorem esse proportionem distantiæ maioris ad minorem, quàm sit anguli ad angulum; & rursus cùm propositione 9. ostensum sit ita se habere apparentes magnitudines inter se, quemadmodum se habent anguli sub quibus conspiciuntur: consequens est, vt maior quoque sit ratio distantiarum quàm apparentium magnitudinum, per scholium Clauij ad 13. pro-
F pos. quinti Euclidis, quod sic se habet: Si prima ad secundam eamdem habuerit rationem, quam tertia ad quartam, tertia verò ad quartam minorem rationem habuerit, quàm quinta ad sextam, prima quoque ad secundam minorem rationem habebit, quàm quinta ad sextam: cuius demonstrationem lector ex Clauio petat, atque hoc pacto proposito accommodet. Cùm sit apparens magnitudo ad magnitudinem apparentem, vt angulus opticus ad opticum angulum per 9. huius libri; sitque minor ratio anguli ad angulum, quàm distantiæ ad distantiam; erit & magnitudinis apparentis ad apparentem magnitudinem minor ratio, quàm distantiæ ad distantiam, & è conuerso distantiæ ad distantiam maior ratio, quàm apparentis magnitudinis ad magnitudinem apparentem.

Quare si æqualium magnitudinum vna duplo remotior altera existat, nequaquam propinquior duplo maior remotiore apparebit. Non enim angulus, sub quo propinquior videtur, duplo maior est angulo remotioris: minor igitur quàm dupla remotioris propinquior apparebit. Neque item si quis rem eamdem longiore recessu iam dimidio minorem intueatur, duplo eam spatio abesse argumentando concludat: in quem errorem fortè aliquis prolaberetur ex propositionis 6. intelligentia; nisi liquidò iam constaret, non eamdem esse apparentium magnitudinum, quam distantiarum proportionem. Quoniam ergo maior est distantiarum ratio, quàm apparentium magnitudinum, amplius certè quàm duplo spatio abesse rem oportet, prius quàm dimidio minor appareat: aut si duplo spatio abcesserit, minùs quàm dimidio minorem eam apparere oportebit.

PROPOSITIO XIII. THEOREMA.

Magnum & paruum, crassum ac tenue, longum latúmque, visus comparatione percipit, interni sensus adiutus præsidio.

QVANTITAS cuiusque rei interdum absolutè dicitur, vt cùm nullius alterius respectu hominem, verbi gratia, aut equum ea magnitudine animo comprehendimus, quam vel reuerà habent, vel habere existimantur. Aliàs dicitur ad aliquid, quo pacto non significat eam molem, ac partium distensionem, quam vnaquæque res pro materiæ copia vel penuria accepit: sed vario respectu diuersa sortitur nomina. Minoris enim comparatione eadem res magna dicitur, quæ cum maiore collata habetur parua.

Similis est per omnia crassi ac tenuis, item longi & lati contemplatio. hæc namque ad species quantitatis referuntur. Et crassum quidem ac tenue in iis dumtaxat locum habent, quæ στέρεα nuncupãtur: crassumq; dicitur id cuius duæ dimensiones tertiam maiorem propemodum exæquant; tenue verò id cuius duæ dimensiones tertia longè sunt minores. Item quod tenuioris comparatione crassum est, id crassioris respectu est tenue: igitur hæc quoque ad aliquid dicuntur, sicut magnum & paruum.

Longum autem & latum in solis superficiebus locum habent. nam in linea tametsi longitudo reperiatur, ea tamen latitudinis est expers, & ad eam reciprocè breuitas non latitudo refertur. Dicitur verò latitudo in superficiebus minor ex duabus dimensio; quæ autem maior est, longitudo vocatur.

Cùm iam constet ad aliquid hæc omnia referri, ac πρὸς ἀντιστρέφοντα dici; perspicuè sequitur, non solo externo visu ea dignosci, sed sensus interni auxilio: cuius est ea inter se conferre, atque de illorum habitudine quid sentiendum sit, supremæ animæ facultati renuntiare. Non igitur priùs externus visus quid magnum, quid paruum sit, quidve crassum aut tenue, longum latúmve internoscit, quàm internus sensus ea inter se contulerit. Tum namque primùm, cuiusmodi vnumquodque sit, perfectè diiudicat.

PROPOSITIO XIV. THEOREMA.

AEquale & inæquale ex cognitarum magnitudinum proportione internus sensus distinguit.

VTI magnitudinum quædam veræ sunt, aliæ apparentes: ita æqualia aut inæqualia quædam sunt reuerà, alia apparent tantùm. Quare eo pacto hæc propositio intelligenda est, vt apparens æqualitas inæqualitasque ex apparentium magnitudinum cognitione distinguatur; vera autem ex verarum perceptione.

Porrò cùm hæ quantitatis affectiones sint habitudines quædam vnius ad alteram, qua nimirùm vna quantitas alteri superposita vel exactè congruit, vel eam excedit, consequens est, vt non solo exteriori obtutu cognoscantur, sed interni sensus æstimatione, nempe vnius cum altera collatione; quod proprium munus esse interni sensus persæpè iam dictum est, atque abundè probatum. Hæc æqualitatis diiudicatio tum maximè locum habet, cùm adhibita communi mensura palmi aut pedis alterúsve similis, rerum quantitates dimetimur, singulas rei partes modulo exæquantes; aut cùm rem vnam alteri reipsa adiungimus, vt excessus defectúsve appareat.

Fit

A Fit autem plurimùm vt ſpectatæ magnitudines non minimo interuallo ab inuicem diſiunctæ ſint, ita vt comparari inter ſe commodè nequeant. Hoc ſanè euentu quod ſuapte vi præſtare nequit internus ſenſus, ratio ipſa intelligentiaque ſupplet, quæ ſagaciori quadam ſolertia obſcuram rerum æqualitatē non vno modo inueſtigat, ſed vario, quod ipſius eſt ingenij & facultatis. Interdum alteram illarum tranſportari quodammodò atque ad alteram efferri imaginatur, vt ex mutua coniunctione illarum æqualitas inæqualitáſve appareat. Aliàs menſuram quamdam ſibi confingit alteri magnitudini æqualem, quam identidem ab vna magnitudine ad aliam ſola cogitatione transfert, crebroque hoc tranſcurſu de illarum æqualitate vel inæqualitate æſtimat. Si adeò locis diſ-
B cretæ ſint quæ obijciuntur magnitudines, vt vno aſpectu eas oculus videre nequeat: tum primò quidem de vera vnius quantitate mens iudicat, per ea quæ propoſ. 11. docuimus; deinde de vera quantitate alterius; ad extremum verò memoria prioris adhuc ſuperſtite vtramque confert, ſicque vtra maior ſit aut minor, an autem æquales ambæ, pronuntiat. Plurimùm autem ad hanc rem confert frequens modulorum vſus: qui enim in rebus per modulos dimetiendis ſunt exercitati, ſat promptè, quot palmos aut pedes propoſitæ res contineant, ſolo aſpectu aſſequuntur. Id ergo cùm de vtraque magnitudine factum fuerit, haud difficilis erit illarum comparatio. Qui geometriæ principiis imbuti ſunt, ſiue à natura, ſiue ex diſciplina, hi illorum etiam ope iuuantur, quamuis hoc ipſi plerumque ignorent. Propoſitis nempe duabus magnitudinibus, vtriuſque
C extremitates rectis lineis connecti intelligunt; has ſi parallelas animaduertant, æquales eſſe magnitudines illas concludunt; ſin minùs, inæquales. Habet verò tacita hæc argumentandi ratio in iis rebus præcipuè locum, quæ vel ad perpendiculum erectæ ſunt, vel ad horizontem ſunt perlibratæ. Has enim (quoniam parallelæ ſunt) ſi connectant parallelæ rectæ lineæ cogitatione ductæ, æquales eſſe oportet per 34. primi Euclidis.

Hæ omnes ratiocinationes atque argumentandi formæ multis erroribus obnoxiæ ſunt. quocircà fit vt ſæpè in illis ſenſum falli contingat, quod aſſidua docet experientia. Nec quiſquam in hiſce rebus adeò eſt promptus aut tanta ingenij ſolertia pollet, aut in dimenſionibus tantum eſt exercitatus, vt non perſæpè à vero plùs minúſve aberret, quod non tam rebus ipſis optimè inſtitutis, quàm ingenij noſtri imbecillitati tribuen-
D dum eſt. In rebus enim nihil eſt quod non cognoſci exactè poſſit; at nobis facultas deeſt, quæ latentes earum proprietates intelligendo aſſequatur.

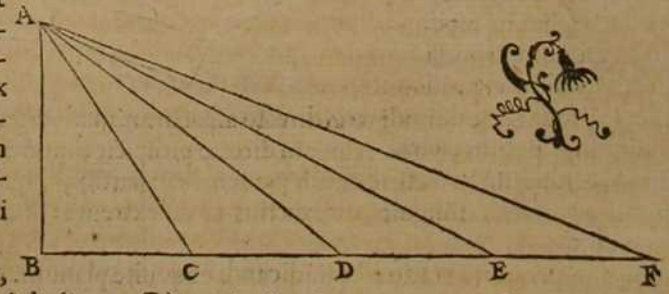
DE FIGVRAE COGNITIONE.

PROPOSITIO XV. THEOREMA.

Rectum ac planum aſpectus dignoſcit ex vniformiter diſformi partium à viſu diſtantia.

E

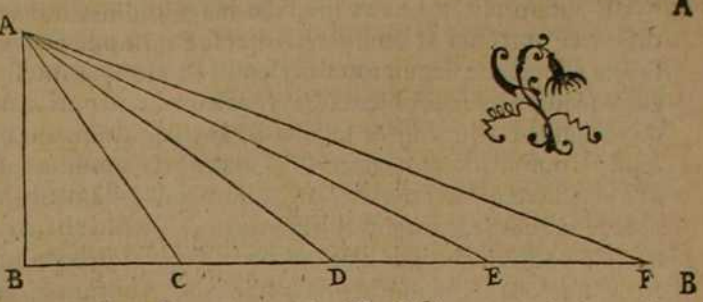
QVONIAM ex iis, quæ hactenus ſunt demonſtrata, conſtat viſum percipere eam diſtantiam, qua res ab aſpiciente diſiunguntur: nunc oſtendendū eſt rectæ propoſitæ lineæ partes quaſdam aſpectui viciniores eſſe, alias remotiores. Vt ſi centrum viſus ſit A, recta autem propoſita linea B F, cui occurrat radius A B in B orthogonaliter. Quoniam hæc minima eſt omnium quæ ex
F puncto A ad rectam B F duci poſſunt, per collarium Clauij ad 19. primi Euclidis, erit punctum B aſpectui A proximum.



Quod verò A C maior ſit, quàm A B, ex 19. primi Euclidis liquet. Cùm enim in trigono A B C angulus A B C ex hypotheſi rectus ſit, erunt reliqui anguli A C B & B A C acuti. Sunt enim per 32 primi Euclidis omnes tres duobus rectis pares. Quare idem A B C angulus maior eſt angulo A C B. Eſt igitur A C latus, quo rectus angulus ſubtenditur, latere A B maius per 19. 1. Euclidis.

Rurſus

Rursus maiorem esse AD quàm AC, ac sequentes semper prioribus maiores, ita demonstratur. Trianguli ABC externus angulus ACD vtrouis interno & opposito maior est per 16. 1. Euclidis: est igitur angulus ACD obtusus, quippe recto ABC maior. Quare ADC acutus est, per 32. primi Euclidis. ex quo tandem fit, per 19. primi Euclidis, AD maiori angulo subtensam maiorem esse ipsa AC quæ minori angulo ADC subijcitur. Sicque deinceps qui sequuntur radij AE, AF, cùm semper longiores euadant, erunt & puncta, ad quæ illi pertingunt, ab oculo remotiora; ita tamen vt incrementum vniformi quadam difformitate procedat, cui cùm visus longo vsu assueuerit, promptè ac simplici inspectione eius, quod rectum est, naturam conditionemque agnoscit.



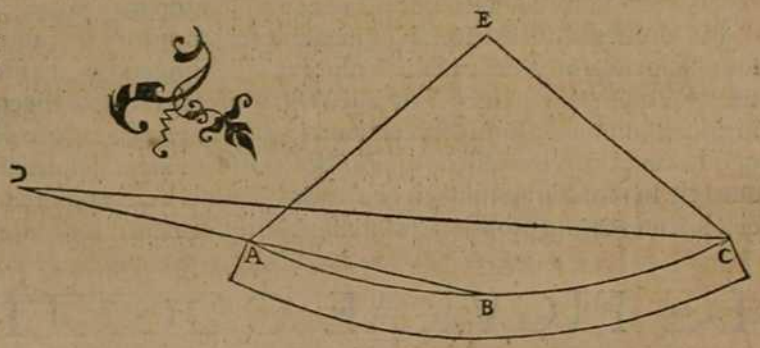
A

B

Est verò longè certior rectitudinis dignotio ex obliquo aspectu, quàm ex directo. Vnde fit, vt euthygrammum seu rectitudinis regula obliquo aspectu secundùm longitudinem extenso certissimè examinetur. Si quæ enim in illo eminentiæ directum obtutum latent, in has obliqui radij faciliùs impingunt, sicq; manifestiùs regulæ inæqualitas deprehenditur. Ea namque est rectæ lineæ conditio, vt perpendiculariter obiecta aspectui, instar puncti appareat; quouis autem alio situ opposita, videatur vt linea, cuius omnes simul partes conspiciantur.

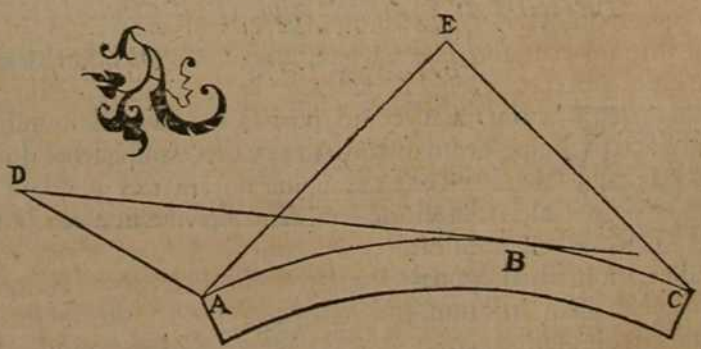
C

Quare si proposita regula nequaquam recta ABC locus visui reperiri possit, puta D vnde extremas quidem partes A & C oculus videat, ex intermediis verò illas, quæ aspectui sunt propinquiores, (vt quæ inter A & B existũt) radij non assequantur, depressam in medio esse regulam illam probè internus sensus iudicabit.



D

Si verò partes sibi viciniores visus percipiat, vt quæ inter A & B sunt, remotiores autẽ quæ nempe inter B & C non item protuberare hanc regulam certò cognoscet. Hoc ergo præstat obliquus aspectus, vt si quid in recta linea vitiosum est, id mox se prodat, cuiusmodi vitia directo aspectu animaduertere vix vmquam licet. Nam oculus in E positus, vnde regulam directè prospicit, omnes eius partes simul complectitur, & discrimen recti ac curui, præsertim in partibus, quæ circa medium consistunt minùs accuratè distinguit; at exactiùs circa extrema: hæc enim obliquiores radios excipiunt.



E

F

Similis per omnia ratio est diiudicandi exquisitè planum. cùm enim illud rectis vndique lineis constet, ac nullibi in altum protrusis, aut in imum depressis: si in illius aspectu vniformis illa difformitas dissitarum partium, quam diximus, appareat, procul dubio planum illud exactum esse iudicabitur. Sed vt in linearum, ita in planorum quoque perquisitione certior est obliquus aspectus, quàm directus, ob eamdem, quam in rectis

lineis

A lineis diximus, cauſam. Quare qui pauimentorum complanationes examinant, oculos in terram demittunt: & murorum planitiem ſolo aſpectu illi certiſſimè denuntiant, qui oculos proximè admouent. Itaque in ceteris. Hoc namque pacto ſi quid è recta regione eminet, facillimo negotio animaduertunt.

Porrò tametſi in linearum rectarum diſquiſitione vnicus intuitus ſufficiat; planorum tamen certa inueſtigatio ex pluribus aſpectibus dependet. Cùm enim planum ſit per 7. definitionem primi Euclidis, quod ex æquo ſuas interiacet lineas, eæ autem plurimæ ſint, atque in omnem partem diffuſæ, tum primùm certa erit plani indicatio, cùm illud pluribus aſpectibus decuſſis in morem actis fuerit comprobatum.

B Quæ hactenus de rectitudinis inſpectione dicta ſunt, in illis tantùm lineis locum habent, quæ cum radio aſpicientis oculi in eodem deſcriptæ ſunt plano. Fit autem interdum, vt oculus lineas in ſubiecto plano exiſtentes è ſublimi contueatur: vt ſi duæ lineæ aliquantum longè in plana terræ ſuperficie deſignatæ concurrant, angulum efficientes quam maximè obtuſum, oculus in ſublimi poſitus, quò directiùs in punctum concurrentium linearum acies intenderit, eò difficiliùs iudicabit, ſitne recta illa vna linea, an duæ: quo verò abfuerit longiùs verſus alteram extremitatem, ac magis ſe demiſerit, eò certiùs veritatem cognoſcet, propter aſpectus obliquitatem.

Ita in ædificiorum ſtructuris, propter locorum ſeruitutes, interdum fit vt parietes non rectà producantur, ſed fracti in angulos obliquentur. Hi ſi admodum obtuſi ſint, ocu-

C lus ex aduerſo oppoſitus perpetuos parietes ipſos arbitratur, quòd eorum angulos non percipiat: ſi verò ad alteram extremitatem abſceſſerit, illicò diſcrimen internoſcit. Sic flexus viarum à medio conſpecti inſenſibiles non rarò ſunt, qui ab extremitatibus ſpectati adeò immanes ſæpè videntur, vt ad finem protendi obtutum non ſinant.

PROPOSITIO XVI. THEOREMA.

Irregularis curuitas ex difformiter difformi partium à viſu diſtantia internoſcitur.

D QVANDOQVIDEM curuum recto è diametro opponatur, æquum eſt exiſtimare partim eodem, partim diuerſo modo illud à viſu cognoſci: ſiquidem & eadem eſt contrariorum diſciplina, & contraria contrariorum ratio. Ergo ex diſtantia partium à viſu curuum cognoſcitur, ſicut & rectum; at non ex eadem diſtantiæ proportione.

Inter ea quæ à rectitudine deſciſcunt, nonnulla certam quamdam atque vniformem partium ſequelam obtinent, vt circularis inflexio, quæ non in planis deſcriptionibus tantùm, verumetiam in ſolidis, vt ſphæra, cylindro & cono locum habet. Alia irregularia ſunt, quæ nulla certa lege curuantur: ſed nunc in vnam, nunc in aliam partem proiecta velut fortuitò euariant. Hæc irregularis curuitas rectitudini longè maximè aduerſatur.

E In iis enim quæ certam legem obſeruant, vniformitas quædam cernitur vt etiam in rectis: at in irregularibus nihil eſt cum rectis commune. Nam recta per 4. definitionem primi Euclidis, linea illa dicitur, quæ ex æquo ſua interiacet puncta, quorum ordo in irregularibus ſine lege interrumpitur.

Ex eo porrò quòd in rectis lineis omnes partes in directum exporrectæ iacent, conſequitur illa vniformiter difformis proportio, quam ſuprà explicauimus. Si igitur æquabilis illa punctorum ſequela per irregularem curuitatem intermittatur, neceſſe eſt quoque vniformem illam difformis analogiæ progreſſionem pariter interrumpi. Quapropter curuum ſine lege illud oculus iudicat, cuius agnoſcit non eſſe vniformiter difformem partium à ſe diſtantiam. Neque verò id ſimplici intuitu oculus internoſcit, tametſi om-

F nes ſimul radios à qualibet lineæ parte tranſmiſſos vnico obtutu percipiat; ſed ſenſus communis oculorum nuntio admonitus, comparat inter ſe tum partium tum diſtantiarum proportionem: & ex vtriuſque proportionis collatione, quaſi per conſequentiam, infert nullam eſſe legem, nullam æquabilitatem huius curuitatis; ex hoc velut antecedente, nimirum quòd pro rata portione productionis ſiue extenſionis lineæ, non ſit ea quæ eſſe deberet, certa menſura diſtantiæ partium, ſed minor quàm ſi lineæ partes in directum porrigerentur: & ita minor, vt nullam ſeruet æqualem rationem decrementi.

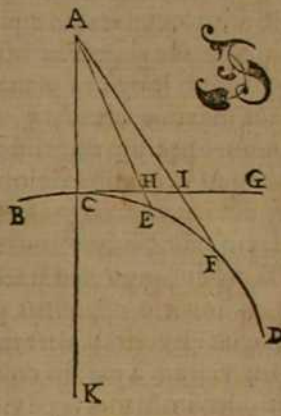
PRO-

A

PROPOSITIO XVII. THEOREMA.

Conuexum cognoſcitur ex præcipiti partium extremarum receſſu.

PRO huius theorematis elucidatione animaduertendum eſt, extremas partes hoc loco vocari illas, quæ à perpendiculari radio ſunt remotiores, idq; mediarum comparatione, quæ eidem radio ſunt viciniores. Exempli gratia, ſit centrum viſus A, eiq; obiecta circularis lineæ portio B C D, in cuius conuexum incidat radius A C ſecundùm æquales angulos: dico punctum C abſolutè medium eſſe, quòd ſecundùm aſpectum centro K, quod medium eſt, reſpondeat. Nam quæcumque in circuli peripheriam æquis incidit angulis, producta centrum circuli tranſit. Cùm enim per 10. definitionem tertij Euclidis ſimilia ſegmenta ſint, quorum æquales ſunt anguli, fit vt ea quæ in circuli peripheriam æquis angulis cadit, producta circulum in duo ſimilia ſegmenta, hoc eſt in duos ſemicirculos, diuidat. Quare recta illa linea per centrum acta erit. Rectè igitur punctum C medium abſolutè nuncupatur, & quæ huic deinde viciniora ſunt, cum remotioribus collata, media etiam dici poſſunt, aut medio propinquiora; vti extrema, quæ propinquioribus comparantur, & à medio ſunt remotiora.



B C D

Nunc ad propoſitum veniamus. Longiora eſſe A E quàm A C, & A F longiorem quàm A E, ex 8. tertij Euclidis patet. At magis præceps eſſe hoc linearum incrementum illo, quo in rectam incidentes lineam excreſcunt, ita poteſt demonſtrari:

Ducatur C G ipſi A C perpendicularis; hæc per 16. tertij Euclidis extra circulum B C D cadet: quare radios A E & A F ſecabit. Sint autem ſectionũ puncta H & I, erit ergo maior A E quàm A H, & A F maior quàm A I, nempe totæ ſuis partibus: igitur diſtantiarum progreſſio, qua longiùs ab A diſtat E quàm C, & F quàm E, itaque deinceps, difformior eſt ac magis præceps quàm illa, qua longiùs ab A diſtat H quàm C, & I quàm H. Quocircà viſus illam animaduertens, rectè conuexam eſſe propoſitam lineam enuntiat. Quantumuis enim & in recta, & in conuexa linea vniformis ſit elongationis difformitas; non eſt tamen in recta linea difformitatis progreſſio tam celeris incremẽti, quàm in cõuexa.

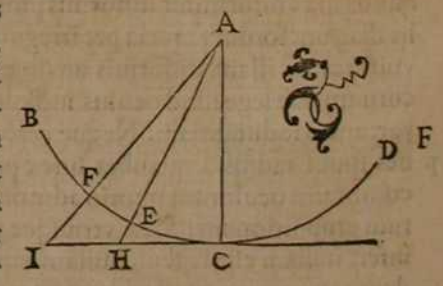
D

PROPOSITIO XVIII. THEOREMA.

Concauum ex minore partium extremarum elongatione, quàm in rectis accidat lineis, cognoſcitur.

E

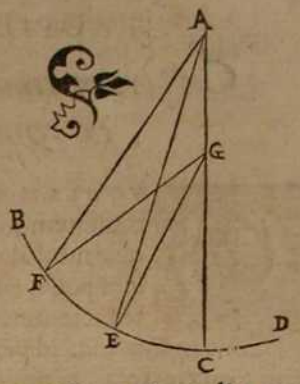
TRIBVS modis obuenire poteſt, vt minor ſit extremarum partium à viſu receſſus, quàm in lineis rectis. Primò, ſi viſus in concauæ inflexionis centro exiſtat, vt in A: tum verò partes extremæ ac mediæ, nempe E, F, & C, æquè omnes à viſu diſtant per circuli definitionem. Neque enim propriè extremæ ac mediæ partes hoc caſu nominantur, quandoquidem in omnes radius opticus ſecundùm normam cadat. At partes lineæ rectæ extremæ quàm mediæ longiùs à viſu abſunt, vt propoſitione 15. oſtenſum eſt. Igitur hoc ſitu oculus nullo negotio concauam inflexionem dignoſcit.



Secundò, cùm viſus à medio propoſitæ lineæ ampliùs quàm ſemidiametro diſtat, ſiue intra circulũ cadat, ſiue extra eum procurrat. Verbi gratia, ſit linea propoſita B C D, cuius centrum G, viſus autem A, vnde radius A C per centrum actus medius eſt, omniumque longiſſimus; extremæ verò partes, nempe A F quàm A E, & hæc quàm A C breuiores.

Longiſſi-

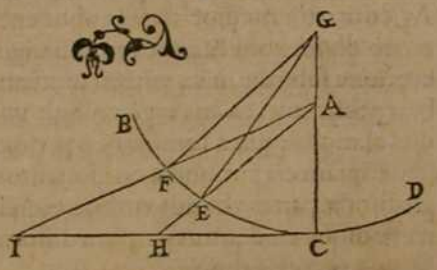
A Longiſſimam quidem eſſe ipſam A C ſic demonſtratur: Connectantur G E & G F; erunt ergo in triangulo A G E duo latera A G & G E, reliquo A E maiora, per 20. primi Euclidis: at duobus lateribus A G & G E æqualis eſt recta A C; nam G C & G E æquales ſunt, vtpote ſemidiametri, quibus ſi addatur A G, erit A C ipſis A G & G E æqualis: eſt ergo A C ipſa A E maior.



Simili ratione oſtendetur A C maior eſſe, quàm A F; quippe eadem A C eſt æqualis duabus A G & G F trianguli
B A G F: at duæ A G & G F ſunt maiores reliqua A F, per eamdem 20. primi Euclidis: ergo A C ipſa A F maior eſt.

Eſſe verò A E maiorem quàm A F, ſic demonſtratur: Cùm in triangulo A G E latera A G & G E æqualia ſint lateribus A G & G F trianguli A G F; ſit verò angulus A G E angulo A G F maior, vt totus ſua parte; erit per 24. primi Euclidis & baſis A E baſi A F maior, & ita deinceps, cùm angulus A G F maior ſit ſequente, latera autem æqualia, erit ſemper baſis, quæ mediæ lineæ A C propinquior erit, remotiore maior per 7. & 8. tertij Euclidis.

Tertiò, cùm viſus ab obiecta cõcaua linea circulari minùs quàm ſemidiametro diſtat. quo euentu extremæ quidem partes longiùs à viſu abſcedunt, quàm mediæ: at minore
C difformitatis progreſſione, quàm in recta oſtenſum eſt linea. Vt ſi propoſita ſit concaua linea B C D, in cuius punctum C à viſu A cadat A C ſecundùm rectos angulos circulares, ſic vt producta eadem A C per G circuli cẽtrum tranſeat. ſitque centrum G quàm A viſus à medio puncto C remotius: dico ergo A C minimam eſſe omnium illarum, quæ ab A in cauum lineæ B C D incidere poſſunt: deinde A E quàm A F minorem, atque ita deinceps propinquiorem ipſi A C remotiore ſemper minorem eſſe, quæ
D omnia conſtant per 7. tertij Euclidis.



Quoniam enim G E æqualis eſt ipſi G C per circuli definitionem, G A verò & A E maiores ſunt, quàm G E per 20. primi Euclidis, erunt eædem G A & A E ipſa G C maiores; ab vtriſque igitur ſi communis portio detrahatur G A, relinquetur A E ipſa A C maior per communem notionem. Eodemque modo oſtendetur A F ipſa A C maior eſſe, quia videlicet G F ipſi G C eſt æqualis; duæ verò G A & A F ipſa G F maiores: eſt itaque A C minima omnium quæ ab A in propoſitam cauam lineam educi poſſunt.

Quòd verò A F ſit maior ipſa A E ſic probatur: cùm trianguli G A E duo latera G A & G E æqualia ſint duobus lateribus G A & G F trianguli G A F: ſitque angulus A G F maior angulo A G E, nempe totus ſua parte, erit per 24. primi Euclidis & baſis A F baſi A E maior.
E Verùm licet in propoſito caſu extremæ partes longiùs diſtent à viſu quàm mediæ, hoc eſt E quàm C, & F quàm E, non eſt tamen tanta ea diſtantiæ euariatio, quanta eſt in lineis rectis, ideoque hinc concaui differentia quàm optimè dignoſcitur.

Nunc vniuersè etiam oſtendamus, in quouis concauorum aſpectu maiorem eſſe extremarum partium elongationem, quàm in planis aut rectis. Ipſi A C perpendicularis excitetur ad punctum C, nempe C I. hæc per 16. tertij Euclidis extra circulum cadet: ergo maior erit A H quàm A E, & A I quàm A F maior. Sicque deinceps ſequentium maior ſemper erit ea, quæ ad rectam C I pertinget, illâ quæ in concauam lineam B C D incidet.

Hic igitur verus eſt concaui pernoſcendi modus, qui ex minore partium extrema-
F rum elongatione, quàm in rectis planiſve deſumitur. At cùm tantò euidentius ſit hoc diſcrimen, quantò oculus puncto C propinquior eſt, fit vt concaui dignotio certior ſit è propinquo, quàm è remoto, quod & in conuexi perceptione locum habet.

Quæ de conuexo & concauo hactenus explicata ſunt in lineis, facilè ad ſolida tranſferri poſſunt. nam ſphæræ conuexum eſt, quod vndique conuexis conſtat circulis, & concauum, quod concauis. Sic conus ac cylindrus tranſuerſis circulis ambiuntur, hic æqualibus, ille inæqualibus, qui ambo in longitudinem rectis lineis diſtenduntur. Quare vno tantùm reſpectu conuexitatem & concauitatem habent, quæ, vti dictum eſt, ex linearum cauitate aut conuexitate pernoſcitur.

A

PROPOSITIO XIX. THEOREMA.

Corporum eminentias & profunditates, si exigua sint, ex vmbris præcipuè aspectus dignoscit.

QVONIAM ostensum iam est ex distantia partium à visu conuexitatem cauitatemque cognosci, perspicuè sequitur eminentias & profunditates, quæ nihil aliud sunt quàm quædam conuexa & caua, tunc minimè percipi posse, cùm distantiarum discrimina, quibus ab vniformi difformitate rectarum linearum discrepant, non sentiuntur. B

Contingit autem id vel ob paruitatem, vel ob immoderatam illarum longinquitatem, qua res ipsæ, perinde ac si reuerà exiles ac paruæ essent, conspectui repræsentantur. Quæ enim adeò dissitæ sunt, vt iustum moderatumque interuallum excedant, illorum partes, quæ sensibilem proportionem ad totum habent non percipiuntur: ac proinde distantiæ quoque, quibus vna longiùs quàm altera à visu distat, penitus aspectum effugiunt. Quòd autem res quædam ob paruitatem obliteſcant, ex propoſit. 54. libri primi patet.

Duobus igitur hisce modis contingit, vt quarumdam rerum eminentias & profunditates obtutus non assequatur. Cùm verò grandiores sunt atque illustriores, eumdem habent cum conuexo & concauo dignotionis modum superiore propositione explicatum. C

At cùm eam mediocritatem obtinent, qua neque omnino imperceptibiles sint, neque more conuexorũ & concauorum dignosci possint, tum plurimùm visus in illarum perceptione subsidium ex vmbris mutuatur. Nam extantes gibbi in cauas depressiones vmbras proijciunt: ex his ergo colligit visus profundas esse partes illas, quæ obscuræ sunt; illas elatiores, quæ à lumine quo perfunduntur splẽdorem ad oculos remittunt. Iuuat ad hanc ipsam cognitionem corporis situs, si nimirum obliquè lumini obijciatur: sic enim profundæ partes vberiùs vmbras excipiunt, aut si oculi acies obliquè in illud intendatur. ita namque euidentiùs partium difformitatem visus assequitur, quemadmodum propositione 15. ostendimus. D

PROPOSITIO XX. THEOREMA.

Asperum & læue, ex luminis formarumq; repulsione cognoscuntur.

ASPERITAS nil aliud est, quàm minutissimarum eminentiarum profunditatumque permixtio atque confusio. Læuitas verò perfecta quædam atque exquisita corporis complanatio. cumque ea sit natura læuis, vt lumen abs se repellat, ac proinde vnà cum lumine etiam rerum formas, E hinc commodam nactus occasionem aspectus per ea quæ propriè ad ipsius obiectum pertinent, (lumen & colores) in cognitionem corporum læuium ingeniosè se insinuat.

Ergo si adeò exigua est asperitas, vt neque ex distantiæ diuersitate, neque ex vmbris facile dignosci queat, periculum faciendum in luminis aut specierum repercussione, quæ si nulla accidat, quocumque tamdem situ res oculis obuertatur, asperam eam esse aspectus iudicabit. Si enim læuis esset ac perpolita, lumen abs se formasque rerum ad intuentis oculos aliqua saltem oppositione remitteret.

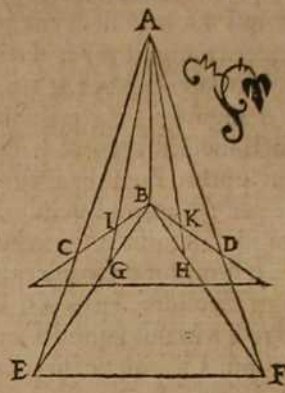
Si autem insignis asperitas est, cognosci ea aliquando poterit oculis proximè admotis F ex eminentium partium propinquitate, & depressarum distantia; percipiet autem visus distantiam & propinquitatem, vt initio huius libri dictum est. Aliàs etiam cognosci poterit insignis asperitas ex lumine, quo partes exstantes perfunduntur: hæ namque, si solæ collustratæ resplendeant, profunditates autem obscuræ appareant, haud dubium erit sensibilis asperitatis argumentum.

PRO-

A

PROPOSITIO XXI. THEOREMA.

Acutum & obtusum ex eo cognoscuntur, quòd eorum partes à summo fastigio celeri tardóve motu secundùm aspectũ prolabantur.



SVNTO aspectui A obiecta duo corpora C B D & E B F eumdem habentia verticem B, atque ad signa B, G, E, H, F, radij ab oculo A educantur, qui etiam in partes I, C, K & D alterius corporis incidant: dico, si longior sit radius A G quàm A I, & A H quàm A K; item A E longior quàm A C, & A F quàm A D; acutius esse corpus E B F quàm C B D. Est enim acutius id cuius minor est angulus, obtusius verò cuius angulus est maior: at angulus E B F minor est angulo C B D: ergo E B F corpus altero acutius est.

B

Quòd verò angulus E B F angulo C B D minor sit, ex hypothesi colligi potest. Cùm enim concedatur radius A G maior esse radio A I, idque portione I G; itemq; radius A E radio A C maior portione C E; inter B C & B E spatium intercedet lineas continens I G & C E: ac simili modo inter B D & B F spatium consistit, quod lineas K H & D F intercipit. Est igitur angulus C B D angulo E B F maior, vt totus sua parte; angulus verò E B F minor. Quare acutius est corpus E B F corpore C B D, propterea videlicet quòd huius partes à vertice deinceps ocyùs prolabantur.

C

Constat verò per 4. proposit. huius libri inæqualitatem radiorum, qui à visu A ad vtrumque corpus C B D & E B F protenduntur, aspectu dignosci. Ergo cùm hanc visus animaduertit interna adiutus facultate, illud, ad quod prolixiores radij attinent, acutius pronuntiat, vtpote cuius partes G, H & E, F, ab ipso mucrone B celeriori motu secundùm aspectum abscedunt.

D

Quæ hucusque proposita sunt, cognitioni figurarum præmisisse oportuit, vtpote scitu necessaria. Cùm enim figurarum quædam rectilineæ sint, aliæ curuilineæ; atque in his quædam latera habeant conuexa, aliæ concaua; in illis verò quædam eminentiores habeant angulorum productiones, aliæ depressiores; nisi recti ac curui, conuexi & concaui, acuti item & obtusi, ceterarumque proprietatum, quæ in figuras cadunt, discrimina aspectus internoscat, numquam veram figuræ notionem percipiet. Itaque quo pacto figuræ intuitu cognoscantur, deinceps aperiamus.

PROPOSITIO XXII. THEOREMA.

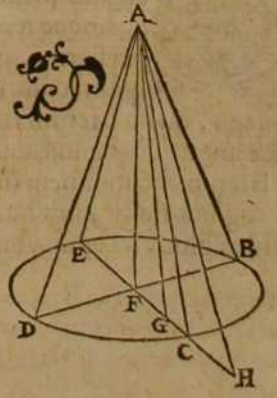
E

Figura circularis hac nota dignoscitur, quòd eius peripheriæ à centro visus paribus vndique distet radiis.

PROPOSITA figura quapiam, mox oculus in eius peripheriam iugatos axes opticos ducit, vt eius à visu distantiam exploret, idque natura duce. Cùm enim ambitus seu extremus terminus, speciem ac propriam differentiam figuræ conferat, eius τὸ ἐμβαδὸν peculiari quodam modo definiens, nulla certiore nota obiectæ figuræ essentiam visus dignoscere

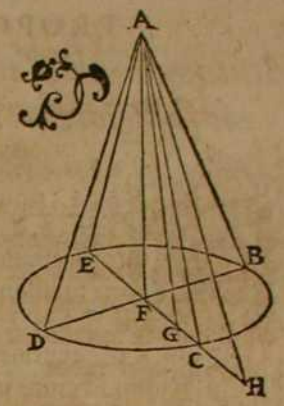
F

potest, quàm ea, quæ ex perimetri inspectione colligitur. Quare circumacta visuali acie, si pari vndique interuallo circumferentiæ partes à centro visus distare cognoscantur, rectè circularis figura ea esse pronuntiatur. Quod sic potest demonstrari:



Sit visui A obiecta figura B C D E, promissique vtcumque ad circumferentiã figuræ radij A B, A C, A D, & A E sint inter se æquales, eaq; radiorũ æqualitas perspecta visui esse concedatur per 24. propos. libri secundi. Ex A verò in obiectam figuram perpendicularis demittatur A F per 12. primi Euclidis

clidis, iunganturque FB, FC, FD, & FE: has dico omnes æquales inter se esse.



Si enim æquales non sint: sit autem verbi gratia FC quàm FB maior, de maiore FC abscindatur FG per 3. primi Euclidis, ipsi FB æqualis, iunctisq; G & A, ostendendum primò est GA ipsi BA æqualem esse per 4. primi Euclidis. Quòd videlicet trianguli AFG duo latera AF & FG æqualia sint duobus lateribus AF & FB trianguli AFB; angulus autem AFG angulo AFB æqualis sit, vtpote rectus vterque ex constructione. Est ergo & basis AG basi AB æqualis per eamdem 4. primi Euclidis. Deinde cùm angulus AFG rectus sit, erit per 17. primi Euclidis, angulus AGF recto minor, ac proinde angulus AGC recto maior per 13. primi Euclidis, & ACG minor recto per eamdem 17. primi Euclidis; vnde tandem consequitur per 19. primi Euclidis, latus AC latere AG in triangulo ACG maius esse: ergo erit AC & latere AB maius, quòd AB ipsi AG ostensum sit æquale. At latus AC suppositum initio fuit ipsi AB æquale. fieri ergo nequit vt FC ipsa FB maior existat. B

Quare si fieri possit, minor esto FC ipsa FB, ponaturque per 2. primi Euclidis datæ rectæ lineæ FB æqualis recta linea FH. Cùm ergo in triangulis AFH & AFB duo latera AF & FH duobus lateribus AF & FB sint æqualia vtrumque vtrique, sitque & angulus AFH angulo AFB æqualis, nempe rectus vterque per constructionem, erit & basis AH basi AB æqualis per 4. primi Euclidis. Cùm verò per constructionem rectus sit angulus AFC, erit per 17. primi Euclidis ACF recto minor, ac proinde angulus ACH maior recto per 13. primi Euclidis: & iterùm per eamdem 17. primi Euclidis, erit angulus AHC minor recto, ex quo demum fit adiuuante 19. primi Euclidis, vt in triangulo ACH latus AC minus sit latere AH. Quare idem latus AC latere quoque AB minus erit, siquidem ostensum iam est latus AH ipsi AB æquale esse. Illud autem hypothesi aduersatur. supponimus enim radium AC ipsi AB æqualem esse. fieri ergo nequit, vt FC ipsa FB minor existat: sed neque maior esse potest, vt proximè est demonstratum: æqualis igitur est. Quod cùm in ceteris eodem demonstrandi genere ostendi possit, erunt omnes à circumferentia B, C, D, E ad F punctum ductæ æquales; atque adeò eiusmodi figura circulus esse conuincitur, per ipsius circuli definitionem. C D

Contingit subinde, vt figura verè circularis obliquè aspectui obijciatur, sic vt eius peripheria non paribus vndique à visu radiis distet, sed vna parte remotior sit, altera propinquior. Id iis quæ hactenus demonstrata sunt minimè aduersatur. Siquidem ita conspecta figura hanc ipsam ob causam non apparet sensui circularis: sed solùm mentis præsidio talis iudicatur, cùm habita ratione maioris distantiæ, qua vna pars altera à visu remotior est, prudenter æstimat, quantum figura ipsa parte altera longiùs excurrat, latiúsve expandatur: quemadmodum proposit. 11. huius libri de veris magnitudinibus discernendis docuimus. E

PROPOSITIO XXIII. THEOREMA.

Rectilineam figuram laterum rectitudo conspicuam facit.

CVM rectilinea figura ea sit, quæ rectis clauditur definiturque lineis, his visu cognitis, haud dubiè rectilinea figura nota erit. Tum enim maximè vnamquamque rem comprehendere nos arbitramur, cùm eius proprietates, illas præsertim, quæ ad essentiam proximè pertinent, perspectas habemus. Igitur cùm rectis lineis figuræ rectilineæ essentia circumscribatur, nulla re magis, quàm laterum rectitudine rectilinea figura conspicua euadit. Quo verò pacto rectæ lineæ visu dignoscantur, suprà diximus propositione decimaquinta. Porrò si præter laterum rectitudinem illorum etiam numerus, angulorumq; æqualitas vel inæqualitas cognita fuerit, nihil ampliùs ad absolutam figurarum rectilinearum cognitionem desiderabitur. Ita enim vniuersæ illarum species ac differentiæ perspectæ erunt. F

PRO-

A

PROPOSITIO XXIV. THEOREMA.

Figura polygona ex maiore angulorum, quàm laterum, à visu distantia rectè colligitur.

QVEMADMODVM rectilineæ figuræ essentia in laterum rectitudine, ita polygonæ in angulorum numero consistit: vt ergo illa ex laterum rectitudine, sic ista ex angulorum productionibus, seu partium quarumdam
B prominentiis, quæ ex maiore earum à centro distantia æstimari debent, cognoscitur. Perspecta igitur, per 14. proposit. huius, inæqualitate earum linearum, quæ à centro ad circumferentiam educuntur, si longissimas quasque ad communes laterum congressiones pertinere animaduertit, polygonam esse eam figuram iudicat, & quot eiusmodi lineas, totidem angulos numerat. Si verò æquales inter se sint eæ omnes longissimæ lineę, circulo inscriptibilem esse eam polygonam figuram concludit.

Eadem cùm sit in ceteris figuris ratio, facilè prudens lector suopte ingenio colliget quæcumque circa earum cognitionem, quæ visus ope acquiritur, versantur: ea proinde studio prætermittimus, ne in re per se notissima, diutiùs quàm par est, singula perscrutando immorari videamur.

C

PROPOSITIO XXV. THEOREMA.

Figura solida cognoscitur ex laterum dispositione, interdum per se, aliàs syllogismo.

FIGVRÆ solidæ vel vna constant connexa superficie, vel pluribus lateribus, quæ vel plana sunt, vel concaua, vel conuexa, in solidos angulos vtcumque conformata. Ipsum ergo corpus solidum cognoscitur
D vel percepta conuexitate per 17. propos. huius, vel nota concauitate per 18. huius, vel cognitis lateribus planis per 15. eorúmve situ, de quo infrà, vel inspectis angulorum prominentiis per 24. iis enim cognitis ex quibus constant, & ipsæ figuræ solidæ perspectæ sint necesse est.

Hæc omnia in distantia mediocri tantummodò locũ habent. nam maiore quàm par est interuallo, corporis figura, ac laterum angulorumque differentiæ non distinguuntur, nec aliud quàm corpus esse quod videtur, ratio tacita hac argumẽtatione concludit: Color in sola superficie videtur: at hîc quod videtur color est; ergo in superficie: superficies autem non est sine corpore. Quocircà corpus est quod hîc colore infectum videtur.

Ex dictis, quæcumque de figurarum cognitione in medium adferri possent, perspicua
E *esse arbitror, vt ad rem tam facilem plura addere nihil sit opus. Ergo quæ reliqua sunt, tecum ipse Lector expende, & locum da, vt ad Locum nostra digrediatur oratio.*

DE LOCI COGNITIONE.

PROPOSITIO XXVI. THEOREMA.

Locus visu cognoscitur ex rei distantia,
F ### *respectuq; partium vniuersi.*

NON hîc agimus de loci essentia, neque de concaua illa superficie corporis ambientis locatum, aut de spatio quod corpore locato oppletur: sed de ea proprietate rei existentis in loco, quæ Vbi nuncupatur, cuius gratia res hîc aut alibi, & non nusquam esse dicuntur, vel horsum aut illorsum vergere.

Rei cuiusque locum aspectu cognosci per se notissimum est. nam qui rem quampiam persequuntur, non in incertum huc illucque oberrant; sed proprium eius locum directò petunt, ibique, cùm rem assecuti fuerint, conquiescunt. Item rem aliquam de-

monſtrantes, non decuſſatis indicibus, vt pueri per iocum aſſolent, quatuor mundi plagas indicant; ſed exporrectis rem ipſam certo loco oſtendunt. Viſus ergo non rem modò, verùm etiam quo in loco conſtituta ſit, agnoſcit. A

Nunc ſupereſt, vt qua nota rei locum obtutus diſcernat exponamus. Spectator in medio horizontis conſpicui conſtitutus, eius velut centrum occupat, vnde emiſſo per rem viſilem radio, eam horizontis partem, ſeu mundi plagam, cui res ipſa reſpondet, primò deſignat. Hoc enim ad loci eſſentiam definitionemque proximè accedit. Res ſiquidem quæ ſpectatur eam horizontis partem neceſſariò ſpectat, ad quam productus per rem opticus radius terminatur; nec extra eum exiſtere res ipſa vllo modo poteſt, vt libro 2. pluribus in locis indicauimus. Quæ cauſa eſt, cur vnuſquiſque ſe rem accuratè demonſtraſſe arbitretur, cùm exporrecto indice radium opticum, qui ad rem pertinet, oſtenderit. Hoc itaque percepto, facilè quod reliquum eſt ad loci inuentionem, viſus aſſequitur; cùm deinde qua in parte huius optici radij exiſtat res ipſa, propinquáne an remota, perquirit ea ratione, qua initio huius libri diſtantiam cognoſci docuimus. Inuenta igitur in hunc modum rei diſtantia, mundique plaga, cui reſpondet, priùs accepta, verus ac proprius rei locus certò definitur, qui fuerat poſtulatus. B

PROPOSITIO XXVII. THEOREMA.

Vno oculo certus definituſq; rei locus deſignari non poteſt. C

EX ſuperiore propoſitione liquidò conſtat, non ſolùm per reſpectum ad partes vniuerſi, ſed ſimul etiam ex diſtantia à viſu cuiuſque rei locum rectè deſignari. Quare perſpicuè ſequitur, ad loci determinationem duarum omnino linearum cognitione opus eſſe. Vna quidem, quæ doceat in quam mundi plagam res vergat, an inquam in anteriorem an in poſteriorem, dextram an ſiniſtram, quantumque à directo deflectat. Hoc ſanè præſtat vnius oculi quicumque radius: oportet enim rem omnem apparere in aliqua illius radij parte, qui per rem tranſit. Altera verò priorem ſecans, oſtendit quantum res à vidente diſtet; quod facit alterius oculi radius, vt propoſitione 4. huius libri eſt demonſtratum.

D



Verbi gratia, ſit res ſpectanda A; hanc oculus B in partem C interminatam vergere certò cognoſcit radio A B, quo ſpecies ad oculum fertur, remique in aliquo loco radij infiniti B C exiſtere pronuntiat: at quiſnam ille locus ſit, nequit idem oculus per ſe definire, vt propoſitione prima huius libri oſtendimus: ergo illum determinat radius D A ab altero oculo ad rem eductus. Hic enim, cùm longitudinem radij B A cognoſcat per 24. propoſit. ſecundi libri, certò definit obiectum A à puncto B nec plus nec minus diſtare, quàm longitudine lineæ B A, vt propoſit. 4. huius libri docuimus. Vbi ergo duo radij B C, D A, ſeſe interſecant, ibi eſt verus rei propoſitæ locus. cumque eiuſmodi interſectio ab vno oculo prouenire non poſſit, ſequitur vno oculo certum definitumque locum deſignari non poſſe; quod erat probandum.

PROPOSITIO XXVIII. THEOREMA.

In axium opticorum congreſſu locus exquiſitiſſimè dignoſcitur. F

PRÆ ceteris opticis radiis ea vis inſita eſt axi, vt in certiſſimam diſtinctiſſimamq; cognitionem deducat, quemadmodum lib. ſecundo propoſ. 10. eſt demonſtratum: igitur conſequens eſt, vt perſpicaciſſimus aſpectus à duobus axibus prouenial. Etenim, quod libro primo propoſ. 76. oſtendimus, perſpicacior eſt viſio à duobus oculis ſimul agentibus, quàm ab altero tantùm: at duobus axibus res vna videri non poteſt, niſi ea in parte vbi axes concurrunt: igitur licet proprius rei locus obliquo etiam aſpectu conſpiciatur, cùm nimirum res quæ videtur in horoptere exiſtit; nuſquam tamen ita perſpicuè abſoluteque, vti in axium opticorum congreſſu. Hinamque amborum luminum vis in vnam eamdemq; actionem

A actionem conſpirat, atque extremum potentiæ exerit: quare præſtantiſſimam viſionem ſequi neceſſe eſt. Itaque in opticorum axium concurſu, diſtinctiſſima loci cognitio obtingit; quod probandum erat.

Deinde, loci cognitio ex diſtantiæ cognitione pendet, vt propoſitione 26. docuimus: at diſtantia ex axium opticorum longitudine colligitur, per quartam propoſitionem huius; axium autem longitudo ab eorum concurſu deſumitur: ex quibus tandem ſequitur perfectiſſimam loci viſionem in axium opticorum ſocietate compleri.

Eorum verò quæ ab axium concurſu digrediuntur, tanto locus videtur obſcuriùs, quanto longiùs abſiſtunt. Hoc ex eadem propoſ. 10. libri ſecundi ſuperiùs citata velut
B conſectarium elicitur. Nam cùm ſe mutuò res locuſq; conſequantur, vt res ipſa, ita eius locus perſpicuè aut obſcurè videtur: neque alia poſtulanda eſt cauſa cur ita appareat locus, quàm cur res ita videatur; hanc autem ibidem dedimus, nempe radiorum obliquitatem, quam proinde Lector conſulat.

PROPOSITIO XXIX. THEOREMA.

Medius proſpectus ex radio communi ad horizontem librato, eiq; quæ centra viſuum connectit normali, cognoſcitur.

C Est enim medius proſpectus, qui inter omnes poſitionum differentias medius interiacet, duplici relatione definitus, qui ſcilicet nec elatus nec depreſſus dici poteſt, nec in dextram aut in ſiniſtram proiectus. Primò igitur elationis & depreſſionis medium, ſenſus internus libratione communis radij examinat: libratur autem communis radius horizontis inſpectione, quemadmodum dioptris aquarum deductiones, alueorumque faſtigia. nam quæ horizonti æquilibria ſunt, medium ſitum inter elatum ac depreſſum obtinent. Eſt enim horizon (is inquam quem conſpicuum & apparentem vocant) cæli terræque, hoc eſt ſuperni atque inferni interſeptum, vtrumque quoad aſpectum dirimens.

Librato igitur hunc in modum obtutu, ſenſus interior ad axes opticos ſeſe conuertit,
D vt dextri quoque ac ſiniſtri medium inueniat. Quare æqualéſne illi inter ſe ſint an inæquales, per 24. propoſit. lib. 2. exquirit. Et ſi æquales deprehenderit, angulos quoque ſub communi radio & connectente centra viſuum contentos æquales eſſe concludit, quod & propoſit. 26. ſecundi libri eſt demonſtratum. Vnde & quoad latera medium eſſe hunc aſpectum cognoſcit, quod ſcilicet neutram in partem ſociati axes deflectant.

Cùm igitur duplici comparatione medius proſpectus definiatur, nempe horizontis conſpicui, & eius quæ centra viſuum connectit, rectè, vti diximus, libellæ ac normæ beneficio communis radius medium proſpectum deſignat. Nam libella communem radium pari cum horizonte libra conſtituit: norma verò eumdem ei quæ connectit centra viſuum rectis angulis adiungit. Quare ex communi radio ad horizontem perlibrato,
E & ei quæ connectit centra viſuum normali, medius proſpectus dignoſcitur; quod erat oſtendendum.

PROPOSITIO XXX. THEOREMA.

Poſitionum differentiæ ex comparatione medij proſpectus colliguntur.

F Positionum differentiis, quæ ſex omnino à Philoſophis numerantur, ſupernum, infernum, dextrum, ſiniſtrum, antè & retrò, vna quidem quæ à tergo eſt, ab aſpectu, corporis interpoſitione dirimitur; altera verò quæ in anteriora extenditur, ad diſtantiam pertinet, de qua initio huius libri ex profeſſo eſt actum. Quæ autem reliquæ ſunt, propriè ad hunc locum ſpectant. Ac ſupernum illud dicitur, quod ſupra libellam extollitur, infernum quidquid infra libellam ſpectatur, dextrum & ſiniſtrum quod in hoc vel in illud latus aſpicientis declinat.

Quocircà ſi radius communis ad horizontem libratus ei quæ centra viſuum connectit rectis inſiſtat angulis, hic medij proſpectus index erit, vt proximè antecedente propoſitione oſtenſum eſt: vnde omnis declinationis ac poſitionis principium ſumi debet.

Visus ergo aliquam ex positionum differentiis inuestigaturus, primò medij prospectus verum locum accipit, deinde ad rem propositam conuersus, atque idemtidem ab vno aspectu in alium prolapsus, facta semper cum medio prospectu comparatione, ex ipsis oculorum conuersionibus quam in partem res vergat, quamque loci positionem obtineat, inuestigando perquirit.

Posse autem obtutum eam comparationem facere, sensus interni auxilio, ex ipsius natura perspicuum est. Atque ex eo etiam, quòd oculorum lationes ac motuum differentias ipsa animæ facultas persentiscat, vt libro primo propositione 20. & 21. est declaratum: itemque ex eo quòd angulorum, qui sub connectente centra visuum & axibus continentur, inæqualitatem visus cognoscat, per 23. propositionem lib. 2. Igitur collatione medij prospectus omnis differentia positionis visu dignoscitur.

Quod vt planius euadat, finge eam quæ centra visuum connectit rectam lineam bipartitò diuidi, ac per sectionis punctum tria plana imaginariè duci; vnum ad horizontem libratum, cuius respectu dicuntur supernum & infernum: alterum huic ad perpendiculum insistens, ita vt vtriusque communis sectio sit illa ipsa, quæ centra visuum connectit, recta linea; cuius plani comparatione antè vel retrò aliquid esse dicitur: tertium quod vtrumque planum secundùm normam secet, cuius intuitu dextri & sinistri appellationes proueniunt.

Quoniam verò hæc plana quæ singulas locorum differentias disterminant, imaginaria sunt, minúsque sensu per se nota, aliorum quorumdam signorum intuitu singulis positionum differentiis internoscendis aspectus iuuatur. sic supernum & infernum comparatione visibilis horizontis oculus distinguit. Nam primum illud planum, quod per medium punctum connectentis centra visuum ad libellam distenditur, si produci intelligatur, tandem in visibilem horizontem incidet. Igitur cùm horizontem intuemur, quidquid radio oculi nostri supereminet, absolutè supernum; quidquid infrà procumbit, absolutè infernũ pronuntiamus. Quæ in anteriorem aut posteriorem partem vergunt, suiipsius comparatione oculus diiudicat: sic vt illa omnia antè esse existimet, quæ in eam sui partem protenduntur, ad quam aspectus porrigitur; illa verò retrò esse, quæ in oppositam partem tendunt. Dextrum denique ac sinistrum ex axium opticorum inæqualitate visus colligit. Quoniam enim dextrum inter ac sinistrum medium consistit perpendiculare illud planum, quod directò in anteriora procurrit, quique ad huius plani punctum aliquod diriguntur, axes optici sunt inter se æquales per propos. 25. libri secundi; necessariò fit, vt id omne ad quod inæquales axes optici protenduntur, ab hoc plano in dextram sinistrámve partem desciscat. Hinc ergo dextri sinistrique appellationes aspectui innotescunt, quòd axium opticorum inæqualitatem visus distinguat, vt propos. 24. libri secundi est demonstratum. Et dextrum quidem illud cognoscitur, ad quod breuior dextri oculi axis, longior verò sinistri pertinet; illud autem sinistrum, quod contrarios axes admittit.

Hæ sunt vsitatissimæ, vt opinor, locorum cognitiones, in quas insita procliuitate omnes pænè natura duce feruntur: si quæ autem aliæ non minùs familiares alteri videbuntur, is suam sequatur sententiam; scimus enim proprium cuique esse ingenium, hominesque nulla re magis quàm iudiciis discrepare.

DE SITVS COGNITIONE.

DEFINITIONES.

TRIPLEX *in iis, quæ visui obijciuntur situs spectari potest. Vnus est Oppositionis, alter Obuersionis, tertius Partium inter se: Mixto excepto, qui non alium habet suæ cognitionis modum, quàm partium ipsarum inspectionem.*

Oppositionis situs bipartitam habet differentiam. Vnus quidem ex aduerso dicitur, cùm rem obiectam non quicumque radius, sed opticus axis attingit: alter verò declinans, cùm nempe res proposita ab axe optico in dextram vel sinistram, supernam vel infernam partem dimouetur. Inter quas situum differentias plurimæ

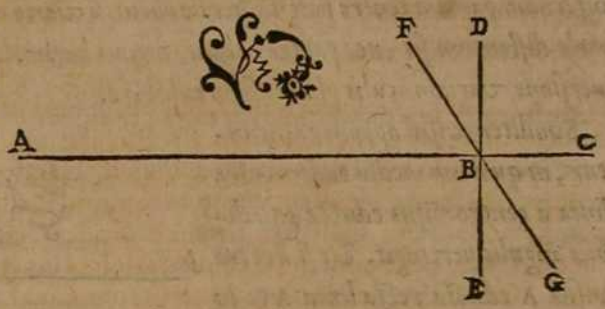
aliæ

A *aliæ reperiuntur mediæ proprio nomine deſtitutæ. Hîc poſitionum differentiæ non abſolutè ſumuntur, qua ratione proximè antè ſunt explicatæ, ſed axis optici comparatione. Sic vt illud declinare intelligatur, quod ab axe deflectit, ſeu quod magis quàm axis ipſe opticus in vnam aut in alteram partem vergit. Eſt enim axis opticus totius velut aſpectus directio, vna ſua extremitate centrum viſus, altera centrum baſis pyramidis radioſæ, ſeu eorum quæ foris obijci poſſunt, medium attingens. Quare quæcumque ab axe optico quaquauerſus diſcedunt, ea declinationis ſitum habent.*

B *Obuerſionis ſitus eſt, quo res eodem conſiſtens loco ſola conuerſione aut inclinatione reſpectum ad obtutum mutat. Eſtque omnis eius diuerſitas ſecta trifariàm. Aut enim directò res viſui obuerſatur, cùm nimirum axis opticus rectis in eam angulis incurrit; aut perpendiculariter, cùm videlicet res ipſa producta in centrum viſus defertur; aut demum obliquè, quo in genere omnis reliqua varietas continetur.*

Exempli cauſa, viſui A *linea ſpectabilis* DE *directò obuerti-*

C *tur, ſiquidem cum axe optico* AB *rectos angulos efficiat. Linea verò* BC, *ſi protracta ad oculum vſque eius ſuperficiei ad rectos angulos incidat, perpendiculariter obuerſari dicitur. At obliquè, ſi cum axe obliquos angulos faciat, vt* FG, *in quamcumque demum partem ea inclinetur.*



D *Situs partium inter ſeſe eſt, qui ſola partium tranſpoſitione mutatur: vt in eodem exemplo, ſi lineæ* DE, *quæ directè aſpectui obuerſatur, pars* D, *quæ ſuperior eſt, fiat inferior, mutatus erit non totius lineæ, ſed partium dumtaxat ſitus: ita ſi linea* FG *inuertatur, tota quidem linea obliquè vt priùs viſum reſpiciet, ſed partium ſitus inuerſus erit.*

Mixti ſitus ij ſunt, qui variè ex his permiſcentur, vti ſeſſio, ſtatio, cubatio, illæque diſpoſitiones, quibus qui ſtant recti aut inclinati, qui iacent proni aut ſupini di-

E *cuntur, atque his ſimiles.*

Tres ſitus iam explicati hanc habent inter ſe comparationem, quòd primus, nempe oppoſitionis, motu ad locum, duo verò poſteriores, videlicet obuerſionis & partium inter ſeſe, motu in loco euarient. At inter obuerſionis ſitum ac partium hoc intereſt, quòd hic citra inclinationem vllam partium ſuarum reſpectum immutet, ille autem ſeruato partium ordine ac diſpoſitione ſolummodò in hanc vel in illam partem inclinetur.

Notandum hoc loco eſt, quòd licet partium ſitus rem ipſam potiùs quàm viſum ſpectare videatur; tamen ea ratione ad præſens inſtitutum pertineat, qua eius varietas

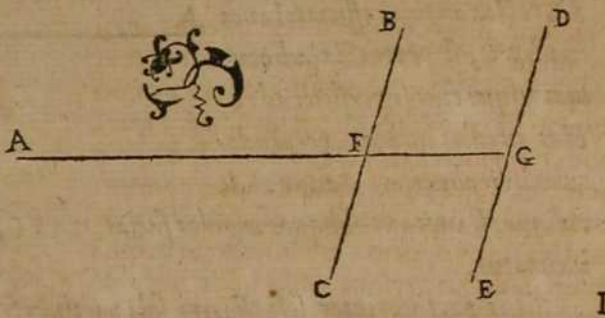
F *ſub aſpectum cadit. Nam partibus rei viſibilis permutatis, ipſa quoque ſimulacra in oculi ſuperficie nouum in modum tranſmutantur, aliumque ſitum adquirunt; quandoquidem, vt libro primo propoſit.* 51. *oſtendimus, ſpecies rerum viſibiles ordinatè ad aſpectum perueniant.*

Notandum etiam directum oppoſitionis ſitum fuſiore ſignificatione hoc loco accipi. Cùm enim axis opticus in vnum tantummodò punctum obiecti plani rectis angulis incidere poſſit, ſequitur, ſtrictiſſimo loquendi modo ſolum punctum viſui directè

opponi

opponi, quòd ceteri radij, qui in reliquas obiecti partes incidunt, obliquos angulos faciant. Quia verò latiore intellectu eò directiùs res visui obijci dici potest, quò magis circa medium eius punctum axis normaliter procidit: eò verò obliquiùs, quò normalis axis propiùs ad extremitates rei visibilis accedit. Idcircò individuum quidem signum directissimè visui obijcitur. Deinde ea circularis linea, aut sphæræ portio, cuius idem est ac visus centrum. Tum linea aut superficies plana, in cuius medium opticus axis ad normam cadit. Demum ceteræ tum lineæ, tum superficies, quarum medio normalis axis propinquior est. A B

Notandum prætereà, in sphæra nullam esse posse obuersionis differentiam: quocumque enim modo sphæra conuertatur, semper eius visibilis terminus vt circulus apparet. Punctũ verò nec obuersionis, nec partium inter se situm habet. Sed oppositionis tantùm. Nam cùm moueri ad locum possit, nunc dextram nunc sinistram, nunc supernam nunc infernam partem tenere potest, sicque obtutui vario opponitur respectu. At cùm nec mole distentum sit, nec partes habeat, nequit harum loca permutare, aut sui totius conuersione variam oculis phantasiam exhibere. C



Similiter visui opponi ea dicuntur, in quorum mediũ eadem recta linea à centro visus educta æqualibus angulis pertingit. Vt si à cẽtro visus A *educta recta linea* AG *in duas visibiles lineas* BC *&* DE *incidens angulos* AFB *&* AFC *angulis* AGD *&* AGE *æquales faciat, vtrumque vtrique, hoc est angulum* AFB *angulo* AGD, *&* AFC *angulum ipsi* AGE *angulo; propositæ lineæ* BC *&* DE *similiter visui* A *opponentur. Siquidem obuersionis situs ex incidentium radiorum angulis pensatur: quorum ergo æquales sunt anguli, similiter ea oculis obuersari necesse est.* D

Ex quo fit vt parallelæ omnes esse debeant, quæ similiter opponuntur, adstipulante 27. primi Euclidis. Si enim in duas rectas lineas, verbi gratia BC *&* DE *recta incidens linea* AG *alternatim angulos, hoc est* AFB *&* AGD *æquales inter se fecerit: parallelæ erunt illæ inter se rectæ lineæ. Rursus è conuerso quoque sequitur, parallelas omnes, si per vtriusque medium idem radius incedat, similiter visui opponi. Nam per 29. primi Euclidis, in parallelas rectas lineas recta incidens linea alternatim angulos inter se æquales facit.* E

PROPOSITIO XXXI. THEOREMA.

Situs qui ex aduerso est, ex obtutus perspicacitate cognoscitur. F

Id quod ex aduerso obtutui obijcitur, vniuersaliorem significationem habet, quàm id quod in medio prospectu existit. Nam ex aduerso id omne videtur, quod axe optico attingitur, siue rectos angulos cõmunis radius, siue obliquos cum connectente centra visuum efficiat: at medio aspectu cerni id solùm dicitur, quod in communi radio ad horizontem librato, ac ei quæ centra visuum connectit normali constitutum est, vt superiùs est explicatum. Vnde sola oculorum conuersione aliud atque aliud ex aduerso spectari potest, medio autem aspectu non nisi totius capitis motu, quo scilicet connectens centra visuum pariter mouetur.

Cùm

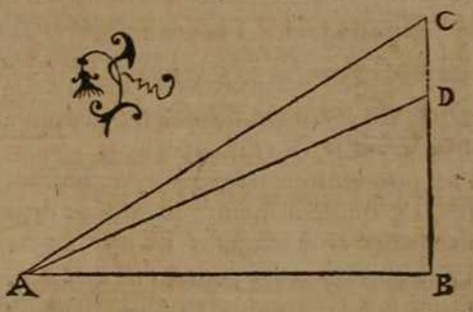
A Cùm ergo ex aduerſo opponi illud ſuperiùs ſit definitum, in quod opticus axis incidit, ſitque per propoſ. 9. ſecundi libri viſio, quæ per axem fit, omnium perſpicaciſſima; conſequens profectò eſt, vt illud ex aduerſo oppoſitum eſſe oculus iudicet, quod manifeſtiſſimè dignoſcit. nam quantò remotior eſt ab axe radius, tantò res minùs perſpicuè cernitur, per eamdem propoſit. 9. ſecundi libri. Ergo quod perfectiùs, id propinquiore radio; & quod perfectiſſimè, id in axe, hoc eſt ex aduerſo, conſtitutum eſſe oportet.

PROPOSITIO XXXII. THEOREMA.

B *Declinationis ſitus ex affecta portione aranea tunica, & magnitudine anguli radiorum opticorum dignoſcitur.*

DVPLEX obiecti declinatio hactenus à nobis expoſita eſt; vna à proſpectu medio, quæ propriè ad poſitionum differentias pertinet: hæc quo pacto viſu dignoſcatur, dictum eſt propoſit. 29. Altera eſt, qua obiectum ab optico deflectit axe, de qua in præſenti agimus; eſtque de eorum genere, quæ ad aliquid dicuntur. Non enim illa eſt, qua abſolutè in dextram aut in ſiniſtram partem res vergit, ſed reſpectu axis optici, qua nimirum ad aliquam poſitionis differentiam magis quàm ipſe opticus axis accedit.

C Vnde fieri omnino poteſt vt axe, verbi gratia, A C à medio aſpectu B in altum elato, obiectum illius comparatione inferius ſit, ſi nimirum ab illo verſus partem inferiorem aliquantum diſtet, vt conſtitutum in D; non tamen ſit abſolutè infernum, ſed ſupernum, cùm inter axem & medium aſpectum B ſit ſitum. Illud enim abſolutè ſupernum dicitur, quod ſupra medium aſpectum eleuatur. Ita ſi axis opticus à medio aſpectu in ſiniſtram deflectat, reſque viſilis hunc inter &



D axem conſiſtat, ea quidem à dextris optici axis erit, at abſolutè ſiniſtram occupabit.

Hic ergo declinationis ſitus in duobus conſiſtit, nimirum in remotione ab axe, & in reſpectu erga aliquam poſitionis differentiam. Priore ex capite dicitur obiectum ab axe multum vel parum declinare; ex poſteriore verò in hanc aut in illam partem vergere. Quocircà ex duobus percipi hanc declinationem oſtendendum eſt. Nempe ex aranea portione, quam obiecti ſpecies formaque attingit, atque ex amplitudine anguli opticorum radiorum. ſiquidem diſiunctionem ab axe nempe C D (cùm ea quædam ſit magnitudo) cognoſcit viſus, quemadmodum ceteras magnitudines, hoc eſt ex amplitudine anguli C A D qui ex radiorum concurſu ad centrum viſus conſtituitur, vt propoſitione 8.

E huius libri oſtenſum eſt.

Deinde cùm idem ſitus ac diſpoſitio formarum in ſuperficiem viſus, ſeu anteriorem cryſtalloidis tunicam, quam araneam vocant, recipiatur, quæ in rebus ipſis cernitur, vt propoſitione 51. libri primi demonſtrauimus, ſitque ea ipſa aranea primarium viſionis organum, ſentiet profectò ea non tantùm rei ſpectabilis formam, verùm etiam qua ſui parte eam admittat cognoſcet. Quòd ſi parte dextra, & rem ab axe in dextram declinare intelliget; ſi ſiniſtra in ſiniſtram, ac tantum, quantus eſt angulus quem opticus axis & radius in centrum viſus coëuntes efficiunt per 9. huius libri.

PROPOSITIO XXXIII. THEOREMA.

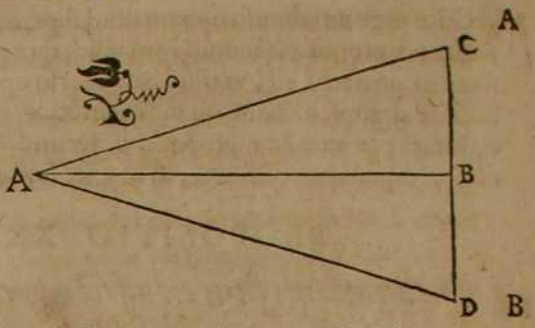
F *Directus ſitus percipitur ex æquali à viſu diſtantia partium æquè ab axe diſiunctarum.*

DISTANTIAM viſu dignoſci iam initio huius libri eſt demonſtratum. Quare ſi axis opticus in obiectum quodpiam inciderit, & ab eius occurſu æquè diſiunctæ partes vtcumque ſumantur, quarum à viſu diſtantiæ ſint æquales: dico axem in obiectum rectis angulis incurrere, ac proinde ſitum eius directum eſſe.

A viſu namque A in obiectum C D axis opticus extendatur A B, ſumanturque partes

C & D

c & d pari interuallo ab axis occursu b disiunctæ, ad quas radij educantur a c & a d, qui à visus facultate comprehendantur æquales per 4. propositionem huius libri. Cùm igitur in triangulis a b c & a b d latera a b & b c, lateribus a b & b d æqualia sint vtrumque vtrique, sitque iam cognita basis a c basi a d æqualis; erit per 8. primi Euclidis & angulus a b c sub æqualibus lateribus contentus angulo a b d æqualis,



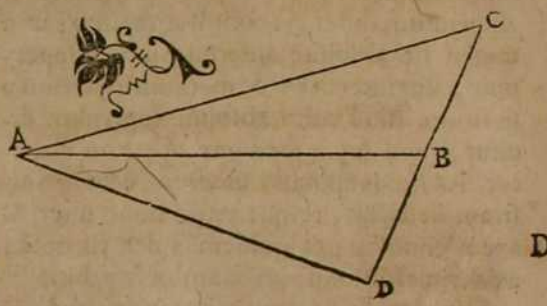
atque adeò rectus erit vterq; angulorum per 10. definitionem libri primi Euclidis, ipseq; situs directus, vt ex præfinitionibus ad propositionem 31. perspicuum est. Rectè igitur ex æquali distantia partium æquè ab axe disiunctarum situs directus cognoscitur; quod erat probandum.

PROPOSITIO XXXIV. THEOREMA.

Obliquus situs ex inæquali à visu distantia partium æquè ab axe remotarum deprehenditur.

C

Esto visus a, axis verò opticus a b cum obiecto c d concurrens in b; partes autem in re obiecta sumãtur ab axis occursu æquè distantes c & d, quarum à visu distantiæ si per 4. huius libri propositionem inæquales dignoscantur, a c quidem maior, quàm a d: dico inæquales fore angulos a b c & a b d. Cùm enim æquales ponantur b c & b d, sitque a b communis vtrique triangulo a b c & a b d; basis autem a c basi a d maior aspectu deprehendatur, erit angulus a b c angulo a b d maior per 25. primi Euclidis, vnde certò visus concludit obiectum c d obliquè situm obuersumque esse, per obliqui situs definitionem superiùs ad 31. propositionem explicatam.



PROPOSITIO XXXV. THEOREMA.

Directus atque obliquus situs duobus oculis indubitatè cognoscitur.

E

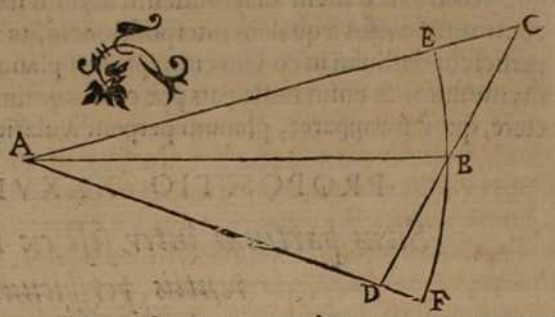
Nam enim ostensum est proximè antecedente propositione, ex æquali vel inæquali à visu distantia partium æquè ab axe remotarum hos situs deprehendi: at distantia per primam huius libri propositionem vno oculo certò definiri non potest: ergo duorum oculorum præsidio ad obliquitatis directionisque inspectionem opus est; quorum consensu certa atque indubitata obuersionis cognitio habetur sicut & distantiæ, vt proposit. 4. huius libri ostendimus. Nam vtraque vnius est facultatis, quandoquidem ex prænotione distantiæ, cognitio obuersionis dependeat.

Hæc licet ita sint, vti diximus, tamen cùm propositione 6. huius libri ostensum sit F visui propinquiora accuratiùs videri; poterit directio atque obliquitas obiecti vno etiam oculo quodammodò dignosci. Illa enim æstimatrix facultas quæ discernit propinquiora, rectè iudicabit, quæ perspicaciùs videt; illa verò remotiora, quæ obscuriùs; illa denique æquè distantia, quæ eadem perfectione intuetur.

Simile iudiciũ ex apparente magnitudine partium æquè ab axe remotarum desumi potest. nam & propinquiora maiora, remotiora verò minora cõspiciuntur. Vnde si visui a magnitudo quæpiam obijciatur c d, in cuius medium b axis incidat opticus a b: ad extrema verò eius c & d radij perducantur a c & a d: si b c quàm b d minor appareat, cùm sit æqualis, obliquè sitam esse lineam c d oculus rectè iudicabit, & c quidem longiùs

ab

A ab oculo abeſſe quàm D. ſiquidem longiùs abeſſe ea oportet quæ minora apparent, cùm reipſa æqualia ſint.



Quod verò minor apparebit BC quàm BD, ſi obliquè linea CD aſpectui obijciatur, inde poteſt demonſtrari, quòd minor futurus ſit angulus BAC quàm BAD. Centro namque A, interuallo autem AB arcus decircine-

B tur EBF. quoniam obliqua ponitur CD ipſi AB, illa circulum ſecabit per 16. tertij Euclidis, & pars quidem BC quæ cum axe AB obtuſum angulum facit extra, reliqua verò BD intra circulum cadet: erit ergo trigonum ABC ſectore ABE maius, trigonum verò ABD ſectore ABF minus: ſed per primam ſexti Euclidis, trigona ſunt quemadmodũ baſes BC & BD: ſectores verò quemadmodum arcus BE & BF per 33. ſexti Euclidis: ergo minor erit arcus BE recta BC, & BF arcus maior quàm recta BD: at BC æqualis ſupponitur ipſi BD, ergo BE arcus ipſa quoque BD recta minor erit, ac proinde multo minor arcu BF, qui eadem recta BD iam oſtenſus eſt minor. Sed vt arcus BE ad BF arcum, ita angulus BAE ad BAF angulum per eamdem 33. ſexti Euclidis: ergo viciſſim per 16. quinti Euclidis, vt arcus BE ad angulum

C BAE, ita erit arcus BF ad BAF angulum. Ex quo tandem fit, per 14. quinti Euclidis, vt quoniam BE arcus minor eſt, quàm arcus BF, ſit quoque angulus BAE angulo BAF minor: quocirca minor apparebit BC quàm BF, per nonam propoſit. huius.

PROPOSITIO XXXVI. THEOREMA.

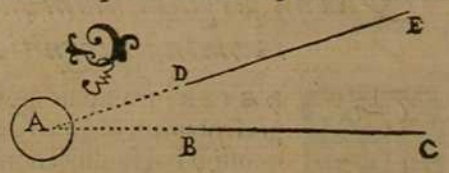
Perpendicularis ſitus inde cognoſcitur, quòd obiectum axiſq; opticus ex æquo ſuas interiacent partes.

D EA namque præcipua eſt rectæ lineæ nota, quòd ſua ex æquo interiacet puncta, vt Euclides docet 4. definitione libri primi. Quia igitur ſolus axis opticus ſuperficiei viſus perpendicularis eſt, vt libro 2. propoſit. 6. oſtendimus, fit vt cum ea quæ perpendiculariter viſui obijcitur, vnam eamdemque rectam lineam efficiat. Quare ex eo maximè perpendicularis ſitus dignoſcitur, quòd obiecta linea axiſq; opticus ex æquo ſuas interiacent partes, ſeu quòd ambæ in directum ſint conſtitutæ.

Porrò tametſi hoc loco, & in præfinitionibus ad propoſit. 31. huius libri ſtrictiùs paulò explicatus ſit perpendicularis ſitus, quàm eius ſignificatio pateat, cùm non tantùm illa linea obtutui perpendiculariter obijciatur, quæ in axem producta incidit; verumetiam omnis illa, quæ protracta in centrũ viſus terminatur: id tamen vitio nobis verti non

E debet, cùm illic eum dumtaxat ſitum definire propoſitum fuerit, qui propriè perpendicularis dicitur; hîc verò eius cognitionis modum edocere, qui facile ad omnem perpendicularem ſitum poſſit accommodari.

Vti ergo preſſe acceptus perpendicularis ſitus, ille inquam, quo res obiecta ad ſuperficiem viſus rectis perducitur angulis, ex eo cognoſcitur, quòd cum axe optico rectam lineam efficiat, vt in appoſito ſchemate res obiecta BC cum axe optico AB ex A centro aſpectus euocato in vnam rectam lineam coit. Ita fuſiori ſignificatione eæ omnes lineę perpẽdi-



F culariter viſui exhibentur, quæ productæ cum radio quopiam optico rectam lineam conſtituunt, ac vnà in centrum viſus porriguntur, cuiuſmodi eſt recta DE, quæ cum radio optico AD in directum protenſa pariter cum illo in A centro viſus terminatur, licet in ſuperficiem oculi rectis nequaquam angulis incidat, vt ex ſexta propoſitione libri ſecundi perſpicuum eſt.

Rurſus quemadmodum lineæ, ita & ſuperficies perpendiculariter viſui obijciuntur: ſtrictè quidem cùm productæ omnia oculi centra pertranſeunt, ipſumque oculum bifariàm ſecant; latè verò cùm per viſus quidem centrum, at non totius oculi incedunt, nec oculum ſecant bifariàm. Perpendicularis ſitus, quo ſuperficies oculis obuerſantur, & is

quo rectæ lineæ idem diagnosticum signum habent, nempe partium inter sua puncta centrumque visus æqualem interpositionem, ita vt radij omnes ab oculo ad positam superficiem destinati in eodem cum ipsa sint plano: quare & eumdem habent cognitionis modum. Si enim nulla pars præ ceteris eminere cernitur, aut à recta regione deflectere, quod ita apparet, planum perpendiculariter obiectum esse conuincitur. A

PROPOSITIO XXXVII. THEOREMA.

Situs partium inter sese ex notis positionum differentiis perspicuus euadit. B

DISPOSITIO partium in eo præcipuè consistit, quòd pars vna recta sit, altera inflexa; vna dextram, altera læuam occupet; vna elata, altera depressa sit, aliæ media inter hæc loca teneant: his igitur locorum differentiis cognitis, vti propositione 30. huius libri docuimus, ipse partium situs, earumque omnium inter se consensus perfectè, quantum ipsius natura postulat, perspectus erit. In his verò sæpè etiam ratione est opus, quæ singulorum membrorum dispositiones, ex quibus totius corporis situs dependet, inter se conferat. Nam omnes situum differentiæ de illorum sunt genere, quæ ad aliquid ducuntur; nec minùs opus est tempore, quo primò quidem partes omnes sigillatim in cognitionem veniant, C postea verò in vnum totius corporis situm vniuersa illarum multitudo vniatur. Sic ergo ex particularium perceptione compositi situs colliguntur; quod erat explicandum.

PROPOSITIO XXXVIII. THEOREMA.

Compositi situs ex particularium notitia colliguntur.

COMPOSITI situs sunt, qui ex simplicibus, quos hactenus exposuimus, variè coalescũt, vt sunt pronus, supinus, erectus, inclinatus, obuersus, auersus, inuersus: item sessio, statio, cubatio, ac ceteri eiusmodi qui ex membrorum dispositione proueniunt, quibus propter varietatẽ non sunt imposita propria nomina. Hos omnes ex partium cognitione innotescere palàm est. Vti enim magnitudines ipsæ, quæ partibus constant, nequeunt vno simplicique intuitu exactè dignosci, sed ex singularum partium inspectione comprehenduntur, vt libro primo propositione 83. ostendimus; ita situs, qui ex particularibus in vnum congestis efficiuntur, ex partibus sigillatim inspectis dignoscuntur. D

Huius rei hanc rationem adferre liceat, quòd totum ab omnibus simul sumptis partibus nihil discrepet, vt plerique rectè philosophantium probant. Et vt ex nonnullorum sententia concedatur, totum aliud quiddam esse à suis partibus; nihil tamen obstabit quin totius cognitio ex partium cognitione confletur, non secùs ac totum ipsum ex omnibus partibus coalescit. Igitur compositi situs omnes ex particularium notitia colliguntur; quod probandum erat. E

PROPOSITIO XXXIX. THEOREMA.

Quæ ad perpendiculum, aut ad libram constituta sunt, ea in mutuam cognitionem aspectum inducunt.

PRÆTER quamplurimos situs, quibus res aspectabiles variè obtutui repræsentantur, & quos hactenus exposuimus, nonnulli etiam reperiuntur, quorum habitudines non tam ad oculum, quàm ad aliud aliquid referuntur: inter quos præcipui illi sunt, quibus res quædam rectæ aut libratæ dicuntur. recti, exempli gratia, sunt ædificiorum parietes, columnæ, stylobatæ, & quæcumque demum in altum eriguntur: librantur verò pauimenta, tabulata, epistylia, coronices, omnesque planæ sedes quibus noui ordines imponuntur. Rectitudo verticem ac centrum mundi respicit; libramentum verò horizontem. Rectitudnis regula perpendiculum est, libramenti verò libella, aut veterum more chorobates. F

Hæc sæpenumerò solo aspectu diiudicantur, cùm vel perpendiculum, vel libella deest qua veritas expendatur. est porrò incerta horum ex solo aspectu æstimatio, nisi sibi animus

A mus perpendiculum aut libellam effingat, quam cogitatione rebus adiungat non ſecùs ac faber reipſa: cùm verò nec id mens poſſit, multò autem minùs adiunctione illa certum iudicium confirmare, ex iis fermè rebus præſidium quærit, in quibus aliquid perpendiculi aut libellæ fide exſtructum animaduertit; vt ſunt ædes in quibus parietes recti conſiſtunt, coronæ verò ac faſciæ pari libra cum horizonte ſunt collocatæ.

Si ergo erectum quippiam ſit, quod propendere in aliquam partem videatur, duobus modis aſpectus eius periculũ facit. Primus eſt, cùm eam partem, quæ inclinare videtur, ex aduerſo firmi cuiuſdam ædificij intuetur: ſi enim hæc mutuò ſibi reſpondeant, ad perpendiculum conſiſtere vtrumque pronuntiat. Alter eſt, cùm nullum exſtat vicinum
B ædificium, cuius comparatione aſpectus iuuetur, vt in aperto campo; tum inquam dubium rei exſtructæ latus cum libero horizonte confert, & ſi quidem rectum angulum deprehendat ad perpendiculum exiſtere, id de quo ambigebat, intelligit. Hic modus non ita vt prior rem facit exploratam, tum quòd viſibilis horizon non ſemper ad libram extentus ſit ob terræ inæqualitatem, tum quòd recti anguli æſtimatio à ſolo facta ſit viſu.

Eadem eſt libramenti inueſtigatio, partim ex illorum aſpectu, quæ ex arte librata ſunt, partim ex comparatione illorum quæ ad perpendiculum ſunt conſtituta; quamuis & hæc ratio minùsquàm prior ſit exquiſita.

c DE CONTINVI AC DISCRETI COGNITIONE.

PROPOSITIO XL. THEOREMA.

Continuum ex non interrupta partium coniunctione, ex interrupta verò diſcretum aſpectu colligitur.

D CIRCVLVM argumentando committunt, qui continuitatem ex diſtantiæ priuatione, ac viciſſim ex priuatione continuitatis diſtãtiam cognoſci volunt. Non enim continuitas diſtantiæ eſt priuatio, ſed potiùs diſtantia continuitatis aut coniunctionis abſentia meritò cenſeri debet. Eſt igitur continui verum diagnoſticum, non interrupta partium coniunctio; interrupta verò, diſcreti. Siquidem cõtinuitatis eſſentia non in priuatione, ſed in poſitiua partium vnione conſiſtit, quam cùm oculus perſpicit, continuũ corpus iudicat. Rectè verò: quemadmodum enim ratio menſq; ipſa ignotum interdum per definitionem explicat, alias per eſſentiæ proprietates in cognitionem adducit; ita viſus res latentes aſpectu eorum, quæ apparent & ad eſſentiam pertinent, conſpicuas facit.

E Neque ea in re nugacitatis quidquam interuenit, ſicut nec in rerum definitionibus. Licet namque idem omnino ſint definitum eiuſq; definitio, non tamen æquè vtrumque perſpicuum eſt: ita licet idem ſint, continuitas & partium coniunctio, hæc tamen quàm illa efficaciùs aſpectum mouet. vnde numquam viſus continuum aliquid concludit, niſi omnium partium vnionem coniunctionemque luſtrando perceperit.

Diſcretio cùm ſit continuitatis oppoſitum, in priuatione potius quàm in poſitiua contrarietate conſiſtit: quare ex diſiunctione partium, ſeu interrupta coniunctione cognoſcitur.

Continuo affine eſt contiguum. Illa enim contigua eſſe dicuntur, definitore Ariſtotele, quorum extrema ſunt ſimul, ſeque tangunt: illa verò quorum extrema communi
F vinculo colligantur, continua ſunt. Quia verò vnio illa, qua partes rei continuæ inter ſe concreſcunt, ſub aſpectum per ſe non cadit, fit vt viſus contigua à continuis non diſcernat. vnde ipſum non rarò hallucinari contingit, cùm continua putat quæ ſe tantùm contingunt; vt lapis recens præfractus, cuius partes arctè iunguntur, integer apparet, tametſi partes eius nullo vinculo inter ſe coaleſcant.

PROPOSITIO XLI. THEOREMA.

Identitas distinctioq; percipitur ex identitate vel distinctione formarum, quæ in diuersas partes sentientis organi consignantur.

QVÆ sub visum cadunt, multis distinguuntur modis; inter quos is solùm ad rem præsentẽ facit, qui in qualitatibus aspectabilibus versatur. Has enim dumtaxat visus percipit: substantiam verò, & quæcumque sub his latent, non nisi ex accidenti, vt libro primo propositione 28. ostensum est.

Enimuerò rerum formæ, quæ ad organum visus appellunt, eamdem distinctionem secum inferunt, quam à rebus, à quibus proueniunt, & quarum sunt velut simulachra quædam, acceperunt. Hanc porrò cùm facultas cernendi percipit diuersis sui organi partibus insignitam, eamdem in rebus distinctionem coloris ac luminis inesse cognoscit, quam in speciebus reperit. Non aliam profectò ob causam, quàm quòd intentionalibus formis ea insit potestas, vt res ipsas, quales sunt, repræsentent. Quarum igitur distinctæ formæ ad aspectum perferuntur, has distingui inter se aspectus diiudicat.

Quæ de colorum ac lucis distinctione diximus, sunt etiam de distinctione communium visibilium intelligenda. Cognoscuntur enim omnia per illos specierum modos, quibus res ipsæ facultatem animæ ad sui dignotionem excitant, vt libro primo propositione 44. est demonstratum. Vnde si species aliqua directè in mediam visus superficiem impingat, alia oblique; ipsæ res quæ exhibentur, altera quidem directè, altera verò obliquè opponi concluditur, vtque formæ in oculo, ita res ipsæ foris situ oppositionisque modo distingui iudicantur. Rursus, cuius species maiorem portionem superficiei visus implet, maior apparet illa, cuius species minorem attingit portionem. Hæc proinde magnitudine distingui existimantur. eodemque modo se res habet in iis quæ loco, figura, ceteriscq; visibilibus proprietatibus afficiuntur.

Genericas & specificas indiuiduasque distinctiones mens colligit ex illis proprietatibus, quæ vel genus, vel speciem, vel indiuiduum consequuntur. Natura enim vnicuique rei quasdam affectiones indidit, easq; aspectabiles velut latentis essentiæ notas, in quarum numero nonnullæ communes sunt, quibus res illæ inter se conueniunt, quarum eadem est essentiæ ratio, aliæ propriæ, quibus res singulæ distinguuntur, quarum proinde diuersa esse naturæ principia conuincuntur. Et si quidem in propositis rebus omnes aspectabiles intentiones similes inter se sint, solo numero res illæ distinguentur; si verò in paucis discrepent, diuersarum specierum indices erunt; at si multæ plurimumq; dissideant, generis diuersitatem inducent. Atque ita ex iis quæ sub sensum cadunt, mens latentes rerum identitates ac discrimina ingeniosè eruit. Ipsas autem visibiles qualitates ex propriis imaginibus cognosci in organum consignatis, libro primo propositione 69. est demonstratum. Quare ex iisdem formis ipsæ quoque rerum identitates ac discrimina cognoscuntur; quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XLII. THEOREMA.

Vnitas ex continuatione vel identitate, vti numerus ex discretione vel distinctione, dignoscitur.

VNVM duobus dicitur modis, continuatione scilicet, & identitate. Vnum continuatione illud vocatur, cuius partes licet indiuidua proprietate distinctæ, quantitatis tamen beneficio inter se copulantur: Identitate verò vnum illud solùm dicitur, quod alteri comparatum, diuersum ab illo reperitur.

Quot modis vnitas, totidem numerus dici potest. Vnus enim ex dissolutione continui, alter verò ex rerum quæ numerantur distinctione consurgit. Vnde consequens fit, vt continuationis vnitas, partium distinctionem ac numerum admittat: quemadmodum rebus accidit corporeis, quæ partibus quidem constant substantia ac numero distinctis, vno tamen quantitatis vinculo cohærentibus: sic & vnitas identitatis cum diuisione quantitatis consentit, velut in aceruo lapidum, qui secundùm se vnus idemque, in partibus numerum multiplicitatemq; patitur. Porrò corpus omne vnum continuatione, in partibus

A partibus multiplex est; at spiritus vnus quidem est identitate, sed non continuatione, nec secundùm partes numerari vllo modo potest.

His ita explicatis perspicuum est id quod proponitur. nam ex iis vnumquodque cognoscitur, ex quibus constat, si videlicet hæc ipsa sub aspectum veniant: at vnitas ex continuatione vel identitate, numerus verò ex discretione vel distinctione consequitur, vt iam iam ostensum est; vtrumque autem aspectu dignoscitur, vt propositione præcedente est declaratum: igitur ex continuatione vel identitate vnitas, ex discretione autem vel distinctione numerus visu dignoscitur; quod erat exponendum.

Quanta porrò sit multitudo eorum, quæ aspectu discreta distinctáve cernuntur,
B solus intellectus numerando assequitur, adiuuante memoria. Postquam enim primum visus aspexit, dum ad secundum progreditur, iam prioris phantasia periit: nisi ergo primum memoria sit asseruatum, & perpetua recordatione velut præsens contineatur, atque eodem modo secundum ac tertium, ceteraq; deinceps, numquam poterit ratio secundum cum primo, ac tertium cum vtroque, cum his verò reliqua, quæ oculus intuetur, in vnam summam definitumque numerum colligere. Ergo ea, quæ visus discreta distinctáve agnoscit, connumerare, atque ex omnibus certum numerum constituere solius mentis est opus, quæ id potissimum intelligentia & recordatione efficit.

c

DE MOTVS ET QVIETIS COGNITIONE.

MOTVVM PARTITIONES.

D *Motus alius ad locum est, alius ad qualitatem. De motu locali in præsenti non agimus, sed de eo qui est ad qualitatem. Hæc namque aut per se primò visu cognoscitur, vt cùm lumen vel colores gignuntur, quòd hæc sint proprium visus obiectum, aut certè nullo modo ad intuitiuam facultatem spectat, vt cùm ad illas ducit qualitates, quæ visu non percipiuntur. At localis motus ex iis est, quæ visu quidem dignoscuntur, sed ad alios quoque nonnullos sensus pertinent. Quare præsentis negotij est eius tractatio. Priusquam verò ad rem accedamus, operæ pretium erit illius species ac differentias recensere.*

Inter simplices loci mutationes prima illa est, quæ Latio nuncupatur. Est autem Latio,
E *cùm res tota de vno loco in alium commigrat. vna quidem recta, vt qua lapis deorsum, aut ignis sursum contendit; alia circularis, vt qua lunare corpus circum epicycli axem fertur. Ita enim hoc motu circumducitur, vt maculosa eius facies semper ad nos prospectet, quod ceterorum astrorum nulli contingit; ea tamen omnia circa cælorum axes circulari latione feruntur, siue ab ortu in occasum per meridiem, siue contra ab occasu in ortum.*

Gyratio est cùm res tota eodem consistens loco, secundùm partes locum mutat, duobus dumtaxat punctis exceptis, quos polos vocant seu cardines: cuiusmodi est cælorum
F *motus, præter eum qui octauo proprius est.*

Inter compositos motus, Volutatio est cùm res gyratione simul & latione mouetur. Volutatio vna quidem ex gyratione & recta latione constat, qualem videre est in curruum rotis, & globo cùm per decliuem descensum præceps ruit: alia verò ex gyratione & circulatione, vt qua planetæ ceteri, præter solem ac lunam, epicycli simul ac cæli motu voluuntur; sole inquam excepto, qui non habet epicyclum, & luna, quam paulò antè ostendimus ita ferri motu epicycli, vt eadē eius facies ad nos perpetuò conuertatur.

Agitatio seu trepidatio, vna sit ex crebra motus recti in contrarias partes repetitione, qua in primis conspicuè cientur animalia illa quæ stabili sede degunt, nec loco efferuntur, vt conchæ, & quæ ζωόφυτα seu plantanimalia à philosophis vocãtur. Nil verò in præsenti interest, siue ea mediam inter frutices & animalia naturam obtinere dicantur, siue animalia nuncupentur. Hæc inquam certis affixa locis ceu plantæ locũ omnino mutare cùm nequeant, identidem sese exerunt ac retrahunt, sicq; animantium ritu si pungantur, corporis agitatione doloris sensum indicant. Alia fit ex circulari motu numquam peracto, sed vicissim eunte ac redeunte, qualis in horologiorum momentis cernitur. Alia fit ex diuersis orbicularibus motibus, qua vnum idemque corpus circum diuersos axes cietur, cuiusmodi est motus signiferi firmamenti, quem trepidationis Astronomi vocant. Alia ex recto ac circulari motu crebrò repetitis componitur, qualem subeunt curruum rotæ per loca aspera agitatæ. A B

Prætereo progressionem, reptationem, volatum, natationem, cursum, incessum, saltationem, ascensum, descensum, casum, & ceteros motus, qui præter præcedentes differentias solum respectum ad corporis situm, vel ad mundi plagas adsignificant. C

PROPOSITIO XLIII. THEOREMA.

Motus plurimùm cognoscitur ex oculi motione.

PROPOSITIONE 10. libri secundi ostensum est eam vim insitam esse oculis, vt in axium concursu res obiectas perspicacissimè videant. vnde & illud naturæ oculorum consentaneum esse oportet, vt rei obiectæ lationem promptissimè sequantur, iunctosq; axes in eam semper contineant: nempe vt accuratissimo obtutu eam perpetuò comitentur.

Hinc fit vt dum præterlabentes amnes attentiùs contemplamur, nequeamus etiam cùm volumus aspectum continere, quin decurrentes fluctus intuendo prosequamur. cùm enim maximè putamus nos firmasse acies, miramur subitò eas cum prætereunte amne defluxisse: quòd nimirum id naturale sit oculis, vt motum rei sponte prosequãtur, acieſque in rem motam continuò dirigant, non secùs ac si quiescerent. Id verò quia fieri nequit, nisi ipsi oculi pariter moueantur; consequens est, vt rem motam ex eo maximè aspectus persentiat, quòd ipsi oculi in rem continuò defixi vnà moueantur. Quod sanè non minùs perspicuè experimur, cùm nocte emissitij quidam ignes cometarum more euibrantur: hos enim iugatis axibus intuendo prosequimur, indeq; in altum efferri cognoscimus. Tenebris namque omnem prospectum eripientibus, præter motum visiui organi nil omnino præsidij supereſt, quo illorum lationem cognoscamus. Percipi verò oculorum motum ab interna animæ facultate libro primo proposit. 20. docuimus: igitur motus ex organi visiui motione plurimùm cognoscitur. D E

Ex hac organi motione, spiritus interdũ ipsi præter naturam concitantur, ita vt ex aspectu eorum, quæ in gyrum ocyssimè aguntur, vertiginem subinde patiamur; & postquam celeribus equis diu vecti fuerimus, in quiete nihilominùs equitare nos arbitremur, quæ quidem aspectus sunt fallaciæ, sed ex hac causa prognatæ, & ad confirmandum propositum maximè idoneæ.

PROPOSITIO XLIV. THEOREMA. F

Si motus oculi insensibilis sit, & rei motus imperceptibilis erit.

DVPLICI de causa fieri potest vt oculi motus sit insensibilis; aut scilicet propter paruitatem, aut propter tarditatem. Ob paruitatem magnitudines quasdam aspectum latere, libro primo proposit. 54. ostendimus, & ex eo patet quòd eæ intuitiuæ facultati corporeo membro insertæ minùs sint accommodatæ. Sic & ob tarditatem aliquando insensibilem esse motum hinc probatur, quia tarditas quietis quodammodò est æmula, motumque à propria seu volubili natura abductum, constantiæ ac firmitati propinquiorem facit, quod videre est

in

A in ſolaribus vmbris, & in horologiorum indicibus, & in vegetantium incrementis, ac ſexcentis aliis; quæ non moueri ſed mota eſſe, poſt aliquod temporis interuallum animaduertimus.

Vtcumque verò oculorum motus ſit inſenſibilis, dico & rei motum imperceptibilem eſſe. Priùs enim cognitum eſſe oportet id, quod in alterius cognitionem deducit; at motus oculi diagnoſticum eſt eius motus, quo res aſpectabilis cietur, vt paulò antè eſt demonſtratum propoſit. 43. ergo ille, vt hunc cognitum faciat, priùs ſub aſpectum veniat neceſſe eſt. Ex cuius conſequentis oppoſito, ſi inſenſibilis ſit oculi motus, rectè concludere licet oppoſitum antecedentis, nempe & rei motum imperceptibilem eſſe; quod
B erat propoſitum.

PROPOSITIO XLV. THEOREMA.

Quieſcente oculo, motus deprehenditur ex diuerſo corporis ſitu, diſtinctis momentis ſenſibilis temporis deprehenſo.

C PER ſitum hoc loco non illum tantùm intelligimus, quo partes ſingulæ certo quodam ordine in corpore diſponuntur; ſed illos etiam quos oppoſitionis & obuerſionis nominant, reliquoſq; hoc libro ad propoſit. 31. explicatos nec non illum, quo res propiùs; aut remotiùs ſita eſſe dicitur, quamuis hic magis ad diſtantiam pertineat.

Cùm verò ſitus omnis, proprietas quædam ſit loci; fieri omnino non poteſt, vt citra loci mutationem ſitus vllus mutetur. Quare rectè ex diuerſo ſitu, diſtinctis inſtantibus ſenſibilis temporis annotato, motum cognoſci aſſerimus. nam momento temporis ſitum mutari impoſſibile eſt; quæ autem eumdem ſitum retinent, immota perſtant; & quæ inſenſibili tempore mutationem ſubeunt, mota quidem eſſe, at non moueri videntur. Igitur motum ex ſitus mutatione dignoſci perſpicuum eſt, quòd ſcilicet mutato conſpicuè ſitu tempore ſenſibili, mutari etiam perſpicuè locum ſit neceſſe.

D

PROPOSITIO XLVI. THEOREMA.

Motum præterea quieſcens oculus ex parte organi ſucceſſiuè affecta perſentiſcit.

SPECIEBVS organo impreſſis, omnia percipiuntur, vt ſæpè ſuperiùs oſtenſum eſt, & præcipuè libro primo propoſit. 69. Communia item viſibilia, quamuis à primariis obiectis reipſa non diſtinguantur, ſed ſint illorum dumtaxat modi, quibus quodammodò afficiuntur; tamen per proprias formas dignoſcùntur, quæ vt modi quidam ſpecies primarias tan-
E tummodò afficiunt, ab eiſdem reipſa minimè diſtincti, vt lib. primo propoſit. 44. docuimus. Igitur quemadmodum rei cuiuſpiam ſpecies organo impreſſa rem ipſam repræſentat, ita ſpecies eadem per organum continua quadam ſucceſſione delata rem exhibet motam. Nam diuerſa organi loca continuò occupans, rem quoque alio atque alio in loco ſucceſſiuè repræſentat.

Simile quiddam in ſenſorio tactus manifeſtè deprehendimus. hac namque vnica ratione contingit motum tactu ſentiri, quòd ſcilicet res per ſenſorij ſuperficiem continuò delata, alium atque alium ſemper obtineat. Quod autem tactui accidit per rei ipſius coniunctionem, hoc viſui per præſentem ſpeciem obiecti vicariam euenire neceſſe eſt; quod erat propoſitum.

F

PROPOSITIO XLVII. THEOREMA.

Interdum etiam motus per ſe cognoſcitur ex loci ipſius mutatione.

MOTVS nil aliud eſt, quàm continua quædam minimeque interrupta loci mutatio: locum autem viſu dignoſci, ſuperiùs propoſitione 26. eſt demonſtratum: ergo ſi res obiecta, quouis momento ſenſibilis temporis, alio ſemper atque alio in loco exiſtere cernatur, dubio procul moueri intelligetur.

Eſt verò hic modus non infrequens, præſertim cùm viſus proprium rei locum è mo-

derata distantia exactè discernit: aliàs enim aut ex organi motu, vt propos. 43. aut ex situs A
mutatione, vt propos. 45. aut ex alia atque alia organi parte successiuè affecta rei motus cognoscitur. Quos omnes modos ceu quædam supplementa visiuæ potentiæ natura concessit, vt ipsi præsidio sint, cùm per se motum percipere non valet; siue ob immoderatam distantiam, siue quòd quis altero orbatus sit oculo. Neque enim vno tantùm oculo, neque maximo interuallo ea loci mutatio, qua mobile accedit aut recedit, cognosci per se potest, sed ex accidenti solum, adhibitaque ratiocinatione, vt iam dictum est.

PROPOSITIO XLVIII. THEOREMA.

Motus accessus & recessus iisdem colligitur modis, B
quibus distantiæ quantitas.

IN prima prænotatione ad primam huius libri propositionem, diximus distantiam rei designari radio optico, ab oculo ad rem ipsam pertinente, sic vt longiùs illa absint, ad quæ longior radius protenditur; ad quæ verò minor, ea sint viciniora. Quare motus qui per opticum radium incedit, secundùm distantiam effertur, corpusque quod ea latione accedit vel recedit, quantitatem distantiæ immutat. Ex quo sequitur hunc motum, quem opticus radius metitur, iisdem modis cognosci, quibus distantiæ quantitas in cognitionē deuenit. C

Est verò non vnus distantiam cognoscendi modus. nam per se quidem duorum oculorum beneficio ex axium opticorum longitudine percipitur, vt hoc libro propositione quarta ostendimus. Sic ergo & motus. Accessio scilicet ex contractis continuò axibus, ex productis autem recessio conuincitur.

Ex accidenti verò colligitur motus, vt & distantia ex corporibus, quæ inter rem atque intuentem reipsa intercedunt, vt propositione secunda huius libri fusiùs est explicatum. Nam longiùs ea abducuntur, quæ plura semper corpora versus spectatorem relinquunt; quæ verò pauciora, hæc propiùs adducuntur.

Deinde ex continua apparentis magnitudinis euariatione, licet quoque motum ex accidenti colligere, vt propositio quinta edocet. Cùm enim communi notione omnibus D
persuasum sit, quæ propinquiora sunt maiora, quæ verò remotiora minora apparere; consequens est, vt res illæ oculo accedere existimentur, quæ sensim augescunt, illæ autem recedere, quæ paulatim minuuntur. Qua argumentandi forma non rarò vtimur, cùm volantes aues per directum visus radium ferri videmus, dubij an accedant, an verò recedant: nam cùm propter interiecti spatij inanitatem non sat certò æstimari possit distantiæ augmentum vel decrementum, quibus per se directus motus cognoscitur, necesse habet mens ad aliena hæc præsidia confugere, quibus licet ex accidenti, certò tamen in cognitionem ignoti motus ratiocinando ducitur.

Simile omnino argumentum ex propositione sexta sumi potest. Cùm enim ex illa constet aspectui viciniora perspicaciùs videri, remotiora autem obscuriùs; necessariò se- E
quitur ea appropinquare, quorum intuitus pedetentim clarescit; illaq; dimoueri, quæ magis magisque obscurantur. Hoc etiam mentis discursu ij persæpè vtuntur, qui iter faciunt: contingit enim quandoque, vt penitus ignorent, an quos ante se vident, abscedentes an accedentes dicere debeant: ac tunc considerata attentiùs aspectus mutatione, si articulatior fiat, accedere illos pronuntiant; si obscurior, recedere.

PROPOSITIO XLIX. THEOREMA.

Cetera motuum differentiæ percipiuntur è spatio, F
per quod res visæ cientur.

MOTVVM differentiæ ac species, vt philosophi docent, sumuntur ex figura spatij quod res delatæ pertranscunt. Eiusmodi est enim motus, cuius formæ est spatium, quod percurritur. vt si quidpiam per rectam feratur lineam, rectus erit ipsius motus; si per circularem, circularis; mixtus autem, si per circularem & rectam simul, quales sunt volutatio & trepidatio. At figuram aspectu dignosci superiùs hoc libro ostensum est. Ergo ex figura formaq; spatij, per quod vnumquodque cietur, motuum species ac differentiæ cognoscuntur.

Qui

A Qui verò motus ad aliquid sunt, & respectum quemdam præterea adsignificant, siue ad corporis partes, vt progressio, reptatio, volatus, natatio, incessus, cursus, saltatio; siue ad positionum, quas vocant differentias, vt ascensus, discensus, ac lateralis motus; hi omnes, perceptis simul cum loci continua mutatione partium situ aut positionum differentiis, exactè cognoscuntur. Hæc enim omnia visu cognosci, & quo pacto in cognitionem ex aspectu veniant, suo loco superiùs est explicatum.

PROPOSITIO L. THEOREMA.

B *Motus omnis sensibili percipitur tempore.*

QVONIAM in tempore fit motus, non nisi tempore percipi à visu potest. Si enim instanti perciperetur, existeret in instanti; tum siquidem motum esse oportet, cùm videtur: at in instanti motum existere est impossibile, quia partibus sibi mutuò succedentibus constat: ergo nec instanti percipi potest, sed tempore. Nam partes quæ priùs existunt, priùs cognitas esse oportet, illas verò posteriùs quæ pòst sequuntur. Vnaquæque enim tum percipitur, cùm præsens existit.

Iam verò motum, qui visu dignoscitur, tempore sensibili percipi, ita demonstratur:
C Motus percipi non potest, nisi partes eius priores ac posteriores, ex quibus componitur, distinctè comprehendantur: at singulis eius partibus, hoc est singulis locorum mutationibus, diuersa respondent temporis momenta, seu partes quibus illæ cognoscantur: ergo quo modo singulæ mutationes visu percipiuntur, ita & singula temporis momenta. Sed ex perceptibilibus mutationibus mutuò sibi succedentibus sensibilis fit motus; igitur ex sensibilibus momentis, tempus consurgit sensibile. Quare cùm sibi vndique motus tempusq; respondeant, visibilem motum tempore sensibili percipi necesse est; quod erat demonstrandum.

Hinc fit, vt quoad aspectum tempus mensura quædam sit motus, non quæ eius magnitudinem, sed quæ velocitatem ac tarditatem metiatur. Nam motus quantitatem, spa-
D tium quod conficitur, determinat: at velocitatem tempus breue, longum verò tempus in æquali spatio tarditatem inducit, vt mox dicemus.

PROPOSITIO LI. THEOREMA.

Velocitas tarditasq; motus cognoscuntur ex inæqualitate temporis, quo mobile æqualia percurrit spatia; vel ex inæqualitate spatiorum, quæ æqualibus temporibus conficiuntur.

E VELOX dicitur motus, quo mobile breui tempore magnum conficit spatium; tardus verò, quo paruum spatium longo tempore percurrit. Ex quo fit, vt pari velocitate illa moueantur, quæ æqualibus temporibus æqualia spatia traijciunt; impari autem, quæ vel inæqualia spatia æquis temporibus, vel inæqualibus temporibus æqualia spatia emetiuntur: ocyusque illud feratur, quod aut breuiori tempore æquale spatium, aut minus spatium æquali tempore absoluit. Cùm igitur spatiorum magnitudines aspectus complectatur, per superiores demonstrationes, tempusq; ex motu ipso, cuius est duratio, perspectum sit, ex horum paritate aut disparitate visus in cognitionem velocitatis tarditatisq; certissimè ducitur; quod probandum erat.

F Clarius hoc euadit ex vsu quotidiano: nam & in hippodromis, & olim in circensibus aliisq; spectaculis, in quibus certamen erat velocitatis, aut certæ constitutæ erant metæ, quæ spatium aliquod definirent, quas qui prior attigisset, spectatorum aut agonothetarum suffragiis, velocitatis palmam obtinebat: aut certè si libero campo equi committebantur; ille generosissimus & perniciissimus habebatur, cuius, vt ait Poëta,

Clara fuga ante alios, & primus in æquore puluis.

Idem in nauali certamine spectatur, in quo omnis nauarchorum sociorumq; naualium conatus est, vt se mutuò remis velisque præuertant, antequam aut ad designatum portum, aut ad præstitutum in mari terminum perueniant.

PRO-

PROPOSITIO LII. THEOREMA. A

Motus, si tardus est, ex comparatione vicini corporis quiescentis percipitur.

INTER cetera externa præsidia, quibus aspectus in cognitionem motus velut manu ducitur, familiarissimus ille est, quo facta collatione eius quod mouetur, cum vicino aliquo corpore quiescente, moueri illud colligit, cùm intercapedinem vtriusque sensim ac successiuè augeri minuíve B animaduertit. Certissimum enim motus indicium est distantiæ euariatio.

Hæc ratio motum cognoscendi tametsi perfrequens sit, maximè tamen in tardioribus motibus locum habet. Hi namque cùm per se minùs conspicui sint, non rectè ex organi visiui motu, aut ex loci ipsius situsve mutatione, aut ex speciei visibilis per sensorij superficiem discursu cognosci possunt. Siquidem hæc diagnostica signa non minùs obscura sunt, quàm ipsi motus, cùm eadem in illis tarditas spectetur, quæ in ipsis externis motibus. Quare diuina prorsus ratione effectum est, vt motus (cuius cognitio ad humanam vitam societatemque tuendam quammaximè est necessaria) pluribus modis dignosceretur; è quibus aliqui semper præstò essent, quorum ope facultas cernendi in aliorum defectu vti posset. Sic nubes ferri ex proximarum ædium aspectu cognoscimus, C præsertim cùm de earum velocitate aut tarditate certiores fieri volumus; hæc enim non æquè in patente campo percipi possunt, ac vbi propinqua quædam sunt signa, quorum intuitu cognitio iuuetur. Sic cælos variis motibus circumferri ex mutatis siderum interuallis certò colligimus: sic præterlabentes amnes ac naues ex riparum vicinitate: sic denique rerum ferè omnium lationes nulla re promptiùs euidentiusque, quàm ex quiescentium corporum propinquitate tacita quadam argumentatione obseruamus: tum verò maximè cùm tardiores sunt motus, qui nisi proximi alicuius signi quiescentis intuitu, percipi nulla alia ratione possunt.

PROPOSITIO LIII. THEOREMA. D

Quæ tardè mouentur, non moueri, sed mota esse deprehenduntur.

ID proprium est tardioribus motibus, vt ex comparatione corporis quiescentis agnosci debeant, quemadmodum antecedente propositione ostensum est, quòd scilicet ipsi per se non satis conspicui sint. Vnde ex continua euariatione distantiæ, quæ inter id quod mouetur, & id quod quiescit corpus interiacet, discernuntur. at quemadmodum ipsi motus per se obscuri sunt propter tarditatem, ita ipsæ quoque euariationes distantiæ sensibili tempore sint E insensibiles.

Quocircà moueri illa quidem non percipimus, cùm spatia, quæ sensibili tempore conficiuntur, sensum penitus effugiant: sed mota esse post longiorem temporis moram deprehendimus, cùm primùm nempe spatij decursi quantitas sensibilis esse incipit. Sic arbores videmus creuisse, non crescere; sic horologiorum indices, vmbrasque gnomonis signa horarum pertransiisse, non circumagi; sic demum quæcumque tardè feruntur, non moueri, sed mota esse deprehendimus; quod erat ostendendum.

Est verò ea cognitio tempore interrupto, quàm continuato, magis conspicua: plus namque discriminis inter priorem & longè posteriorem mutationem intercedit, quàm hanc inter & proximè antecedentem. quare continuo intuitu minùs perspicuæ sunt F mutationes, quàm interrupto. Quod experientia quoque attestatur; nam adolescentium incrementa, non ita animaduertunt contubernales, qui illos perpetuò vident, vt illi, qui longa interposita mora, cùm antè pueros nossent, iam viros mirantur. Quod & in ceteris grauioribus mutationibus quæ successiuè fiunt, licet animaduertere. Quapropter superuacaneum foret plura huius farinæ exempla attexere, cùm res ipsa per se sit notissima.

PRO-

A

PROPOSITIO LIV. THEOREMA.

Quies percipitur è visibili eumdem locum situmq; tempore sensibili obtinente.

B DEFIXA oculorum acie in rem quampiam sensibili tempore, si ea nullo temporis momento locum situmve mutasse deprehensa fuerit, quieuisse recte iudicabitur: si enim mota fuisset, locum situmve mutasset; siquidem loci sensibili tempore situsve mutatio in definitionem motus venit: igitur si constans eodem loco situq; cognoscitur, quiescere conuincetur. Quies ergo è visibili eumdem locum situmque tempore sensibili obtinente colligitur; quod erat probandum.

Scire autem quis volet, quo argumento res locum nullo temporis puncto mutasse cognoscatur. Respondeo non simplici aspectu aut solo intuitu id percipi, sed ex plurium negatione; si nimirum neque oculus mora aliqua temporis contuendo loco sit mutatus, neque res distantiam aut magnitudinem variauerit, neque alia pars sentientis organi sit affecta, neque aliud quidpiam deprehensum sit, vnde loci mutationem consequi sit necesse. Horum enim si nihil deprehensum sit, quieuisse id quod videtur, tractu illo tem-
C poris certissima ratiocinatione colligitur.

DE MEDIORVM OBIECTORVM COGNITIONE.

D LIBRO *primo prop.* 29. *à communium obiectorum numero reiecimus* TRANSPARENTIAM OPACITATEM, VMBRAM TENEBRAS, SIMILITVDINEM DISSIMILITVDINEM, PVLCHRITVDINEM DEFORMITATEM; *quamuis nonnulli ea inter communia adnumerent: at perperàm nostra quidem sententia, quòd nullo alio sensu, quàm visu dignoscantur. Non sunt autem de genere illorum quæ eo loci propositione* 28. *propria diximus, quòd non tam visu, seu facultate cernendi oculis insita, quàm interno sensu communium obiectorum more colligantur, vt ex singulorum enarratione palàm fiet.*

Quare media illa inter propria & communia esse ostendimus, vtpote quibus com-
E *mune aliquid cum vtrisque intercedit. Nam cum propriis hoc conueniunt, quòd nullo alio sensu cognoscantur, quàm visu: qua nota non tantùm à communibus, verùm etiam ab iis quæ ex accidenti sub aspectum cadunt, distinguuntur. Hæc enim vti communia aliis quoque sensibus ex accidenti sese ingerunt; velut corporea substantia sub tactilibus qualitatibus delitescens æquè tactu ac visu sub aspectabilibus ex accidenti percipitur: at media quæ vocamus obiecta solo hauriuntur aspectu, quod ex ceterorum sensuum dignotionibus patet. Communibus verò obiectis media in hoc consentiunt, quòd*
F *eorum species ac formæ visibiles non sint à speciebus colorum aut luminis reipsa diuersæ, sed vel modi harum tantùm, aut earum priuationes, qua nota à propriis discriminantur.*

De his igitur, quæ media obiecta vocamus, post communium explanationem pauca dicenda supersunt coronidis loco, vt huius libri epilogum claudant.

PRO-

A

PROPOSITIO LV. THEOREMA.

Transparentia è rebus post trans corpus interiectum apparentibus syllogismo colligitur.

PER se quidem corpus diaphanum non videtur, nisi qua portiunculam aliquam opacitatis habet, vt libro primo propositione 53. ostendimus. Quæ verò mixtam habent perspicui atque opaci naturam, vt chalcedonius, cornu in laminas diductum, charta oleo perlita, ac similia, per hæc B turbida quædam eaque pertenuis lux conspicitur, quemadmodum & per suffusiones: at formæ colorum, aut figuræ, lineamentaq; rerum non transparent. Vnde qui suffusionibus infestantur, præter confusam lucem nihil horú accuratè dignoscunt. Quò porrò lux quædam per hæc corpora traijcitur, eatenus diaphana quodammodò esse iudicantur. Sic igitur se habet natura perspicui, vt ex transmissione specierum, rebusque post trans corpus spectatis dignoscatur. qua in re mens apud se tacitè in hunc modum ratiocinatur: Diaphanum esse oportet id, quod spectabiles rerum formas transmittit, vt ex ipsius natura libro primo explicata manifestè constat: at rerum propositarum species seu formæ visibiles per hoc interiectum corpus transuehuntur (siquidem per ipsius densitatem res apparent videnturque.) igitur ex rerum post trans interiectum cor- C pus apparentium intuitu ipsa διαφανεία argumentando colligitur; quod erat propositum.

PROPOSITIO LVI. THEOREMA.

Opacitas ex aspectus prohibitione percipitur.

VT diaphana corpora lumen formasq; rerum spectabiles ad visum transmittunt, sic adiopta has ipsas prohibent, atque obtutum ab eorum conspectu arcent, vt fusius libro primo propositione 53. est explicatum: ex quo fit, vt visum terminent ac finiant, ne scilicet vlteriùs protendatur. D Sunt autem eiusmodi ea omnia corpora quæ colore aliquo aut luce fulgent, vt libro primo propositione 31. demonstrauimus. Cùm enim in termino visus, quem horopterem libro secundo nominauimus, vniuersa conspiciantur, atque omnium perspicacissimè in axium opticorum concursu, vt propositione 10. libri secundi ostensum est: sanè si corpora quæ colore aut luce nitent, quæque ad ciendum aspectum sunt comparata, perspicua essent, visum non terminarent, ac adeò minùs exactè perspicerentur. nunc verò opaca illa esse oportuit, vt visum terminent. Si igitur propositum aliquod corpus ita aspectum definiat, vt nullo modo vltrà progredi patiatur, opacum illud esse visus certissimò concludet, argumento ex natura opaci desumpto, cui proprium est aspectum à rebus post ipsum existentibus arcere. E

PROPOSITIO LVII. THEOREMA.

Vmbra ex vicinia lucis maioris spectatur.

QVAMQVAM vmbra lucis maioris priuatio quodammodò sit, eo nimirum sensu, quo lux minor non continet maiorem; non tamen absolutè priuatio lucis dici potest, vt quidam malè arbitrantur, sed lux minor in luce maiore. Vnde lux secunda primæ comparatione est vmbra, & tertia F cum secunda collata vmbra est, sicq; deinceps sequens semper prioris, hoc est minor maioris respectu dicitur vmbra: at tertia lux secunda, id est minor semper maiore densior est atque obscurior vmbra.

Quapropter vmbra (quam lucem minorem iam esse constat) in minore luce existens, non vmbra sed lux absolutè dici debet, nec eius comparatione vt vmbra cernitur, sed vt lux. Ex quo fit, vt vmbra, hoc est lux minor nequeat vt vmbra spectari, nisi in maioris lucis vicinia, quæ clariùs quàm illa eluceſcat.

PRO-

A

PROPOSITIO LVIII. THEOREMA.

Tenebræ ex totius luminis abſentia cognoſcuntur.

NON ſecùs vmbra ac lux ipſa intenſione & remiſſione euariat, ſemperque lux minor maioris collatione vmbræ rationem habet. hinc autem fit vt nuſquam vmbra propter diminutionem deficiat, niſi vbi in tenebras, hoc eſt, in meram luminis priuationem deſinit. Quare ſi ita obſcura ſint omnia, vt nullum omnino lumen ſpectetur (licet exiguum quoddam re-
B uera adhuc ſuperſit) has tenebras dicemus. At quandoquidem nullo vmquam tempore id euenire poteſt, ſolemus denſiſſimas vmbras tenebras nuncupare; cùm nimirum adeò obſcuræ ſunt, vt ne minimi quidem luminis appellationem mereantur. Sicq; accipienda eſt propoſitio, vt tenebræ ex totius luminis conſpicui priuatione dignoſci intelligantur: ſic vt tum affuſas rebus tenebras mens iudicet, cum externus viſus nullum in aëre lumen perſpicuè deprehendit.

PROPOSITIO LIX. THEOREMA.

Similitudo ex conuenientia, diſſimilitudo ex diuerſitate viſi-
C *bilium formarum, virtute ſenſus communis elicitur.*

DE ea tantùm ſimilitudine ac diſſimilitudine hoc loco agimus, quæ in viſibilibus qualitatibus reperitur; non autem de ea quæ in ceteris: hæc enim ad alios ſenſus ſpectat; nempe ſonorum ſimilitudo ac diſſimilitudo ad auditum, odorum ad olfactum, ſaporum ad guſtatum, tactilium qualitatum ad tactum; ſic inquam viſibilium qualitatum ſimilitudo & diſſimilitudo ad aſpectum pertinet.

Hanc autem ex viſibilium ſpecierum ſimilitudine ac diſſimilitudine percipi ita de-
D monſtratur: Communi ſenſui ea vis ineſt, vt ſenſibilium formarum proprias differentias agnoſcat & diſtinguat, vt libro primo propoſitione 88. eſt declaratum. In quibus ergo viſibilibus ſpeciebus nullũ diſcrimen viſus perſpiciet, harum primitiuas qualitates ſimiles eſſe iudicabit; in quibus verò diſcrimen animaduerterit, harum qualitates diſſimiles arguet. Nam ſpecies, rebus à quibus proſiliunt, ſimilitudine quadam reſpondent, non quoad naturam, ſed repræſentandi vi ac proprietate, vt libro primo propoſitione 45. oſtendimus. Quare quæcumque diſcrimina ac ſimilitudines ſpeciebus inſunt, has rebus primùm ineſſe, velut in origine, neceſſe eſt, atque hinc in ſpecies transfundi, quæ poſtmodum, quidquid in obiectis exiſtit, aſpectui repræſentat.

PROPOSITIO LX. THEOREMA.

E

Pulchritudo ex omnium viſibilium proprietatum ſymmetria, tur-
pitudo verò ex earumdem aſymmetria per diſcurſum com-
prehenditur.

PLATO in Hippia maiore apertè docet vim pulchri percipi primùm ratione & intelligentia; deinde duobus ſenſibus, aſpectu & auditu. Pulchrum enim illud cenſetur, quod ex grata iucundaque earum intentio-
F num, quæ ſub aſpectum cadunt, proportione conſtat. Abſolutè illud quidem, in quod omnes omnino eæ intentiones ſymmetræ conueniunt; ex parte verò id, in quod aliquæ tantùm, reliquis exiſtentibus aſymmetris, è quibus turpitudinis deformitatiſque nota colligitur. Interdum enim ex vnius aut alterius viſibilis proprietatis menſura, aliàs ex plurium ſimul commenſuratione pulchritudo æſtimatur. Nam quibuſdam in rebus ſola magnitudo aut paruitas decori eſt, aliis figura gratiam confert, in nonnullis ſitus commendatur, in aliis ordo ac diſpoſitio, ſicque in ceteris; plurimùm verò, vt eſt apud Ariſtotelem lib 4. de diuina ſapientia ſecundùm Ægyptios cap. 5. in colore atque figura pulchritudo verſatur, prout hæc ſua moderatione oblectant: quorum omnium exempla ſuperuacaneum eſſet recenſere, quippe cùm in vnoquoque rerum genere innumera pænè cuiuis occurrere poſſint.

Spectatur verò etiam ea proportio quæ venustatem confert, non tantùm ex rei ipsius A
natura, quemadmodum pulchrum illud in quouis genere dicitur, quod eam habet omnium partium compositionem, quam vsus functioque, ac finis, ob quem instituta res est, obtinuit; verùm etiam ex consuetudine ac hominum opinione.

Ex fine propriaq; functione laudabilis ille est equus, cui

Virgil. 3. Georg.

—— *ardua ceruix*
Argutumq; caput, breuis aluus, obesaq; terga,
Luxuriatq; toris animosum pectus: honesti
Spadices, glaucique: color teterrimus albis,
Et giluo: tum si qua sonum procul arma dedere, B
Stare loco nescit, micat auribus, & tremit artus,
Collectumq; premens voluit sub naribus ignem.
Densa iuba, & dextro iactata recumbit in armo:
At duplex agitur per lumbos spina: cauatq;
Tellurem, & solido grauiter sonat vngula cornu.

cui inquam corpus breue, tibiæque altæ & graciles, ad celerem cursum aptiores; caput paruum in erecta ceruice, ne pondere ac mole in anteriorem partem motum præcipitet; cauda densa promissaque, ad motus directionem; volubiles ac micantes oculi, ad circumspectionem.

Ex consuetudine verò Æthiopibus niger torridusque color albo in hominum corpo- C
ribus venustior. Et apud eumdem Poëtam,

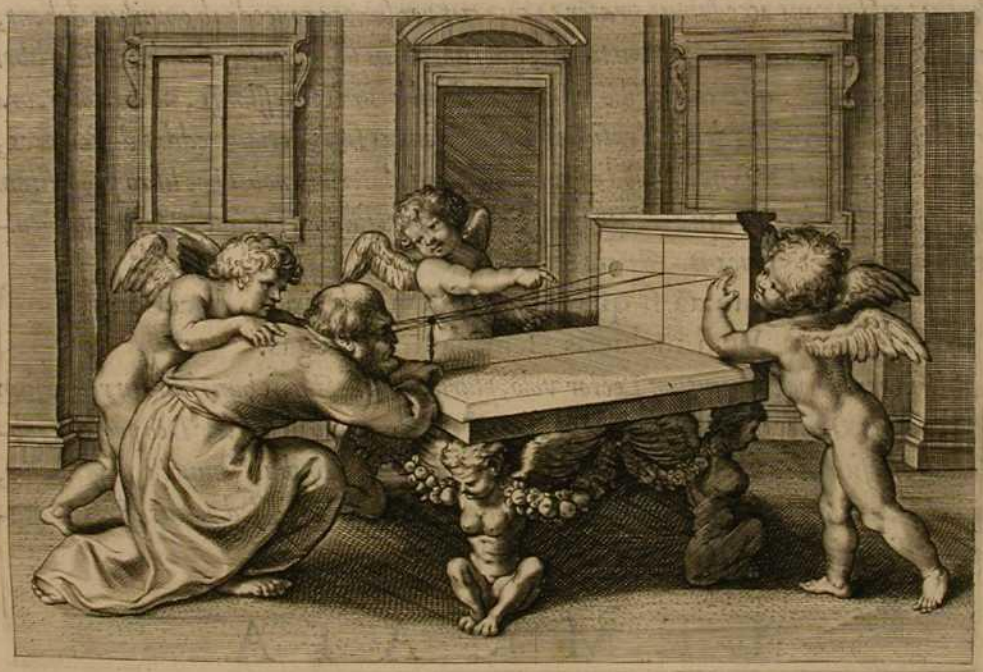
—— *Optima toruæ*
Forma bouis, cui turpe caput, cui plurima ceruix,
Et crurum tenus à mento palearia pendent.
Tum longo nullus lateri modus: omnia magna:
Pes etiam, & camuris hirtæ sub cornibus aures.
Nec mihi displiceat maculis insignis, & albo:
Aut iuga detrectans, interdumq; aspera cornu,
Et faciem tauro propior, quæq; ardua tota,
Et gradiens ima verrit vestigia cauda. D

Denique ex hominum opinione illud omnino excellentius augustiusque existimatur, quod vniuscuiusque ingenio ac propensioni magis est accommodatum. Cuius rei exempla in nulla re clariùs, quàm in pictoria elucent. Natura enim melancholici grauitatem in omnibus affectant, mansueti ac phlegmatici quamdam etiam in rebus ferocibus modestiam ac suauitatem: quorum ingenium acre & audax, hi figuras magnas, gestus liberales, vestes profusas, & omnia maiore efficacia atque energia depingunt: quibus angustus est animus, pectusque suppressum, his paruæ figuræ magis arridēt, in quibus res ipsas mutilas contractasque efformant. Qualia nempe vnusquisque animo concipit iuxta naturæ inclinationem, talibus delectatur & capitur, eademque præ ceteris sibi effingit, deligit atque collaudat. E

Ex quibus perspicuè inferri potest, pulchri ac turpis æstimationem ex ratione magis quàm ex aspectu pendere; tametsi qualitates illę, in quibus pulchritudo ac turpitudo consistit, visu percipiantur. Cuius rei id quoque magnum est argumētum, quòd hæ proprietates à subiecto nequaquam emanent: si enim è subiecto prodirent, oporteret pro maiore subiecti quantitate maiorem quoque pulchritudinem turpitudinemq; existere: atqui animaduertimus in paruo corpore formam non minùs, imò etiam interdum magis oblectare, quàm in magno: igitur non ipsius pulchritudinis ratio, sed fundamentum in corpore est positum. Atque eapropter pulchritudo atque deformitas solo intellectu per discursum, non verò externo visu percipiuntur; quod erat propositum.

FRAN-

FRANCISCI AGVILONII
E SOCIETATE IESV
OPTICORVM
LIBER QVARTVS
DE
FALLACIIS ASPECTVS.



ARGVMENTVM.

RECENSITIS *superiore libro communium obiectorum cognitionibus, ad aspectus errores (quod antè non semel promisimus) gradum facimus. Sunt verò ij adeò crebri ac varij, vt meritò dubitare quis possit, sæpiúsne visus hallucinetur, quàm rectè sentiat. cùm enim communium obiectorum cognitiones, in quibus potissimùm fallaciæ aspectus contingunt, non ita sint certæ ac euidentes vt propriorum, quemadmodum ex superiore libro constat, non dubium est, quin circa ea innumeris ferè modis hallucinetur aspectus. Sic prouidus naturæ machinator Deus Opt. Max. nobilissimam oculorum vim atque efficaciam attemperauit, vt ceteris quidem sensibus dignitate*

præstaret, at mente inferior esset, tum propter ignobiliorem naturæ conditionem, tum propter incertitudinem functionis. Si namque semper erraret, nulla existeret in rebus scientia, quod ineptè Academici contendebant. Si autem nulli errori subiaceret, vt Epicurei, plus oculis quàm rationi concederetur. Porrò eumdem ordinem hoc libro obseruaturi sumus, quem superiore in communium obiectorum dignotionibus explicandis tenuimus. Ac primùm quidem errores, qui circa distantiam eueniunt; deinde eos, qui circa magnitudinem; tum ceteros deinceps, ea breuitate, quam res concedent, prosequemur: duo in singulis obseruantes, alterum vt erroris causam assignemus, alterum vt quo pacto mens, aut ceteri sensus errorem corrigant, aperiamus. His enim ea omnia comprehendi videntur, quæ de proposita materia dicenda occurrent. At verò quia multæ sunt causæ quibus aspectus variè eluditur, vt mox secunda hypothesi ostendemus; duas ex his, nempe radiorum infractionem ac eorumdem repercussionem, hoc libro non attingemus, erroribus etiam, qui ex his proueniunt, in causarum tractationem reiectis. Nam de repercussione, iisque quæ eam consequuntur in Catoptricis; de refractione verò in Dioptricis, Deo iuuante, ex instituto agemus. Nunc priùs quàm ad propria huius tractationis accedamus, præter ea quæ vt per se nota concedi ab omnibus debent, nonnulla etiam Lemmata præmittemus, quorum vsus in demonstrationibus huius libri frequentior erit: quæ eo consilio in vnum simul locum congessimus, ne eorum crebra vsurpatio, pleraſque demonstrationes per se obscuras satis, etiam reddat difficiliores; atque ob id vel maximè, quòd ea non propriè ad materiam nobis hoc libro propositam spectent; sed iis etiam quæ sequentibus libris dicturi sumus, totique Matheseos facultati vniuersè conducant. Quare

Martialis lib. 14. Epigr. 2.

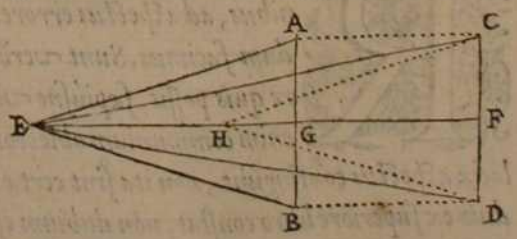
Lemmata si quæris cur sint hîc scripta, docebo:
Vt si malueris, lemmata sola legas.

Ad extremũ hoc te monitum Lector volo, pluribus consectariis hunc librum respersum esse quibus Optices vtilitas edocetur; quod & sequentibus libris, Deo propitio, obseruaturi sumus, vbi res postulabit. Ea verò à propositionibus seiuncta tradidimus, quòd sinceram opticorum theorematum naturam non habeant; sed potiùs effectus quidam esse videantur, quos Optice ex se fundit.

LEMMATA.

LEMMA I.

Æqualium similiterq; oppositarum magnitudinum propinquior sub maiore, remotior verò sub minore angulo conspicitur.



Esto vt A B & C D æquales magnitudines visui E eodẽ opponantur modo, sit verò A B propinquior visui quàm C D: dico A B sub maiori angulo spectari quàm C D, hoc est maiorem esse angulũ A E B, quàm sit angulus C E D. Cùm enim A B & C D eodem modo visui opponantur, necesse est illas esse parallelas, vt in definitionibus ad posit. 31. libri 3. expositum est. Quare si recta E F vni perpendicularis ducta fuerit, ea erit alteri quoque perpendicularis. Secet igitur E F ipsam A B ad angulos rectos in G: erit ergo angulus

A gulus AGE rectus, ac proinde & CFG rectus erit, vtpote alternus per 29. primi Euclidis. Quocircà fingatur triangulum AEB ita moueri versus lineam CD, vt puncta E & G à recta EF non discedant, quousque AB in CD incidat, cui exactè congruet, cùm ipsi posita sit æqualis. Itaque punctum A in C, & punctum B in D cadet; vertex autem E in H, vbi nimirũ est FH ipsi GE æqualis. Iunctis igitur CH & DH fiet triangulum CHD triangulo AEB æquale, cuius vertex H intra triangulum CED cadet, cùm posita sit EF maior quàm EG atque etiam quàm HF ipsi EG æqualis. Quapropter per 21. primi Euclidis, erunt CH & DH minores quidem quàm CE & DE; at angulus CHD maior angulo CED erit: est verò angulus CHD angulo AEB æqualis: igitur & angulus AEB angulo CED
B maior erit; quod propositum erat demonstrare.

Potest idem hoc quoque alio modo demonstrari. Sit centrum visus E; duæ autem magnitudines æquales AB & CD inæqualiter à visu distantes, similiterque oppositæ: quæ proinde parallelæ erunt, vt suprà: sit verò AB propinquior. Ab extremitatibus autem vtriusque magnitudinis radij educantur ad visum AE, BE, CE, DE; à quibus duo complebuntur triangula AEB & CED, iunganturque extrema propositarum magnitudinum rectis AC & BD, quæ per 33. libri primi Euclidis parallelæ erunt & æquales. Quare radius CE non transibit per punctum A, neque radius DE per punctum B, aliàs enim esset CAE vna recta linea, similiterque & DBE, ac proinde lineæ CA & DB productæ concurrent in puncto A; quod impossibile est, cùm sint ostensę parallelæ. Palàm igitur, quòd
C radij CE & DE intersecent magnitudinem AB in locis exempli gratia F & G. Quocircà minor erit FG ipsa AB, pars videlicet totâ: igitur & angulus AEB angulo FEG vt totus sua parte maior erit; quod erat demonstrandum.

LEMMA II.

Aspectui viciniora euidentiùs cernuntur.

CVM enim per proximè antecedens lemma propinquiora maioribus angulis cernantur, fit vt in propinquioribus obiectis minutissimæ quædam partes angulo sensibili contineantur, quæ in remotioribus angulos subtendunt imperceptibi-
D les. Quare in remotioribus obiectis multæ quædam partes latent, quæ patent in vicinioribus: at euidentiùs perfectiusque illa videntur, quorum partes visus enucleatiùs distinguit; hæc autem sunt quæ maioribus angulis comprehenduntur: igitur quæ aspectui viciniora sunt, ea perspicaciùs dignoscuntur.

Deinde alia quoque est huius rei certissima demonstratio ex natura simulacrorum desumpta. Nam ea perspicaciùs videntur, quorum imagines sunt viuaciores; hæ siquidem fortiùs agunt: at formæ aspectabiles quò propinquiores sunt suæ origini, eò sunt robustiores; inde autem longiùs prouectæ sensim langueſcunt, tum suapte natura, quam cum ceteris qualitatibus, quæ sphæra actiuitatis definiuntur, communem habent; tum propter lumen cuius ope ad organum vehuntur, & cuius etiam vi formæ ipsæ natura sua
E inertes agunt. At lumen longius à corporibus repercussum hebetatur, vt ceteræ qualitates omnes. Ergo & specierum actio è longinquo segnior, è propinquo vegetior est. Quocircà & visio rerum longè dissitarum obscurior, viciniorum autem perspicacior est; quod erat demonstrandum.

LEMMA III.

Cùm quatuor magnitudinum prima fuerit maior quàm tertia, secunda verò minor quàm quarta; maior erit proportio primæ
F *ad secundam, quàm tertiæ ad quartam.*

HOC consectarium est ex octaua propositione quinti elementorum Euclidis, cuius etiam ope potest hoc lemma demonstrari. Sint propositę quatuor magnitudines, A prima maior quàm C tertia; & B secunda minor quàm D quarta: dico maiorem rationem esse A ad B quàm sit C ad D. Quoniam enim magnitudo A maior ponitur quàm C, habebit A maiorem ad B, quàm C ad eamdem B per priorem partem propos. 8. quinti Euclidis, sed quia ex eadem hypothesi minor est B quàm D; habebit C ad B maiorem rationem quàm eadem C ad D, per posteriorem par-

A ——————
B ——————
C ——————
D ——————

tem eiusdem 8. propos. quinti Euclidis. Est igitur multo maior proportio magnitudinis A
A primæ ad B secundam, quàm C tertiæ ad D quartam; quod erat demonstrandum.

LEMMA IV.

Propositis quatuor magnitudinibus, si prima ad secundam maiorẽ rationem habuerit, quàm tertia ad quartam; sit verò prima secundæ æqualis; erit tertia minor quàm quarta: at si tertia & quarta æquales fuerint, erit prima quàm secunda maior. B

SINT quatuor magnitudines propositæ A, B, C, & D, habeatque A ad B maiorem rationem quàm C ad D; sitque insuper A ipsi B æqualis: dico C quàm D minorem esse. Ponatur enim E ipsi D æqualis, ac proinde eamdem proportionem habens ad D quam A ad B: iam si ordo magnitudinum immutetur, fiatq; E prima, D secunda, tertia A, quarta B, quinta C, & D rursus assumpta sexta, licebit ex 13. quinti Euclidis in hunc modum argumentari: Cùm sit per constructionem quemadmodum prima ad secundam, hoc est, E ad D, ita tertia ad quartam, id est, A ad B; habeatque A tertia ad B quartam maiorem rationem, quàm C quinta C ad D sextam per hypothesin: prima quoque nempe E, per eamdem 13. quinti Euclidis, ad D secundam maiorem habebit rationem, quàm quinta C ad eamdem D sextam. At per 10. quinti Euclidis ad eamdem, puta D, rationem habentium, quæ maiorem rationem habet, scilicet E, illa maior est. Igitur C minor est quàm E, ac proinde etiam minor quàm D, quæ ipsi E ex constructione æqualis est.

A——
B——
C——
D——
E——

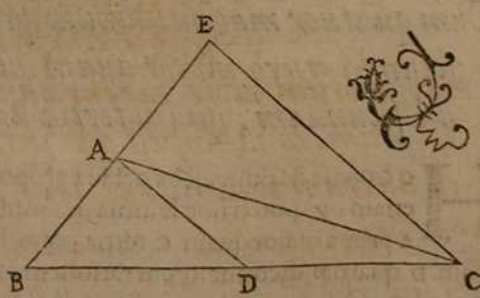
Si autem C ipsi D æqualis sit, dico A maiorem esse quàm B. nam si assumatur E ipsi B æqualis, ad quam proinde A eamdẽ rationem habeat, quàm ad B, sitq; A prima, E secunda, tertia iterùm A, quarta B, quinta C, & D sexta, sic rursus formabitur demonstratio similis priori, ex 13. quinti Euclidis desumpta. Quemadmodum A ad E, ita per cõstructionem A ad B: sed per hypothesin A ad B maiorem rationem habet quàm C ad D: ergo & A ad E maiorem habet rationem, quàm C ad D: at eadem facta est proportio B ad E, quæ est C ad D: igitur si maior proportio est A ad E quàm C ad D, erit & A ad E maior proportio, quàm B ad eamdem E. Sed per 10. quinti Euclidis ad eamdem, puta E, rationem habentium, A quæ maiorem rationem habet quàm B, illa maior est; quod erat demonstrandum.

E——
A——
B——
C——
D——

LEMMA V.

Si duo trianguli latera inæqualia fuerint, basisq; secta bifariàm; quæ à vertice ad basis sectionem applicatur, angulum qui ad verticem in duos inæquales partitur: quorum is maior est, qui minore latere; is verò minor, qui maiore continetur. E

SVNTO trianguli A B C duo inæqualia latera, A B quidem minus, A C verò maius: basis autem B C secta sit bifariàm in D, & ad eius sectionem D ab A vertice recta applicetur A D: dico angulum B A D angulo D A C maiorem esse.

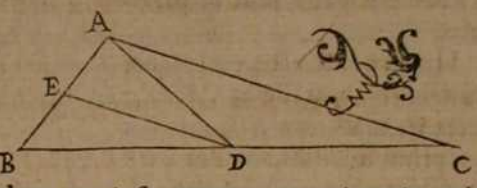


F

Producta enim B A in E, ductaque C E ipsi D A parallela, erunt per secundam sexti Euclidis B A & A E æquales, quoniam B D & D C æquales sunt positæ: at A C maior est ex hypothesi quàm A B: ergo eadem A C ipsa A E maior erit. Quare per 18. primi Euclidis, maior erit angulus E quàm angulus A C E: sed angulo A C E æqualis est angulus C A D per 29. primi Euclidis, & angulo E angulus B A D est æqualis per eamdẽ 29. primi Euclidis: ergo maior est angulus B A D quàm D A C angulus; quod erat demonstrandum.

Idem

A Idem potest in hunc quoque modum demonstrari: Intra idem triangulum ABC à puncto D, in quo basis BC est diuisa bifariàm, recta ducatur DE ipsi AC parallela. Quoniam æquales sunt positæ BD & BC, erunt & BE & EA æquales per secundam sexti Euclidis. Rursus, cùm AC maior ponatur quàm AB, erit & DE quàm BE maior per quartam sexti Euclidis. Quare eadem DE ipsa quoque AE maior erit; quòd videlicet AE sit ipsi EB iam ostensa æqualis. Erit igitur per 18. primi Euclidis angulus

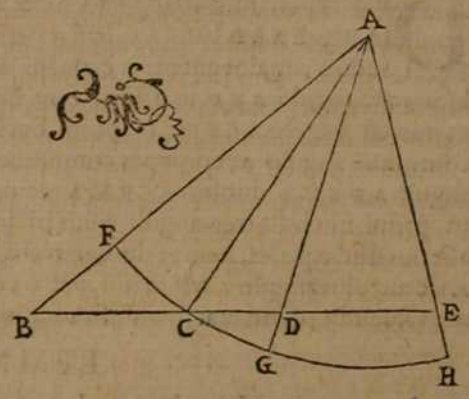


B DAE angulo ADE maior; sed angulo ADE æqualis est DAC angulus per 29. primi Euclidis: igitur angulus BAD angulo DAC est maior; quod erat demonstrandum.

LEMMA VI.

Si duo triangula super æqualibus basibus ad idem punctum constituantur, eius minor erit ad verticem angulus, cuius latera, excepta basi, sunt maiora, & ad basin anguli obliquiores.

C DVO triangula super æqualibus basibus BC & DE ad idem punctum A constituantur: vnum quidem ABC maioribus contentum lateribus, alterum verò ADE minoribus: sint verò anguli ABC & ACB obliquiores angulis ADE & AED, sic vt maior maiori comparatus, & minor minori, maior vnius trianguli angulus, sit maior maiore alterius trianguli angulo, & minor vnius alterius minore minor: vt ACB maior quàm AED, ABC verò quàm ADE minor: dico eorum qui ad verticem sunt angulo-



D rum BAC quàm DAE minorem esse.

Nam per alterutrum punctorum C aut D, vbi latera AC vel AD obliquè in lineam BE incidunt, ex centro A circulus describatur FCGH. Hunc secabit BE per 16. tertij Euclidis, propterea quòd BE quæ ad C extremitatē semidiametri AC applicatur, non sit eidem AC perpendicularis ex hypothesi. quare pars eius, nempe BC extra, pars verò nempe CE intra circulum cadet. Ex quo necessariò consequitur, vt triangulum ABC maius sit sectore AFC; triangulum verò ADE sectore AGH sit minus. Igitur si primo loco sumatur triangulum ABC, secundo loco triangulum ADE, tertio sector AFC, quarto sector AGH, erit per 3. lemma maior proportio trianguli ABC ad triangulum ADE, quàm sit

E sectoris AFC ad AGH sectorem: at triangula sunt vt bases per 1. sexti Euclidis: & sectores velut arcus quibus insistunt per 33. sexti Euclidis. Ergo maior est ratio basis BC ad basin DE, quàm sit arcus FC ad arcum GH: sed vt arcus FC ad arcum GH, ita est angulus BAC ad DAE angulum per eamdem 33. sexti Euclidis: est igitur maior ratio basis BC ad basin DE, quàm anguli BAC ad angulum DAE: ergo cùm basis basi æqualis sit ex hypothesi, erit angulus BAC angulo DAE minor per 4. lemma; quod erat demonstrandum.

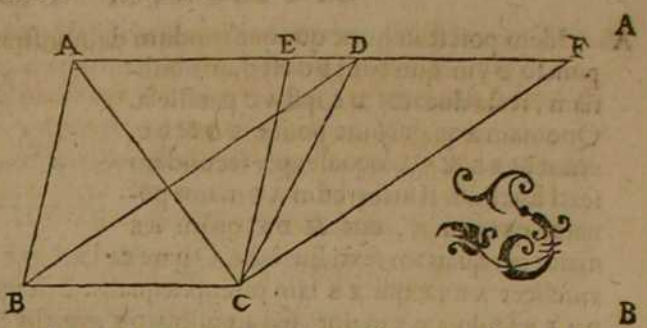
LEMMA VII.

F *Triangulorum super eadem basi, & in iisdem parallelis constitutorum, minimus est ad verticem angulus, cuius maximum est alterum eorum, quæ præter basin sunt, latus.*

SINT super eadem basi BC, & in eisdem parallelis BC, AF descripta triangula BAC & BDC, trianguli autem BDC latus BD maximum sit eorum, quæ præter basin sunt, laterum: dico angulum BDC angulo BAC minorem esse.

Si enim ponantur AE & DF æquales ipsi BC, erunt hæ quoque ipsæ inter se æquales, per primam communem notionem Euclidis. deinde si à puncto C ad E & F rectæ perducantur lineæ CE & CF, erit CE ipsi BA, & CE ipsi BD parallela per 33. primi Euclidis,

quia nimirum A E & B C, item D F & B C æquales sunt & parallelæ.

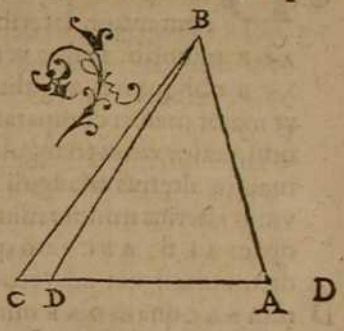


His ita constructis positisque, cùm in duas parallelas A B & E C recta incidat linea A C, erit per 29. primi Euclidis, angulus A C E angulo B A C æqualis, nempe alternus: sic cùm in parallelas B D & C F recta incidat linea D C, erit per eamdem 29. primi Euclidis angulus D C F angulo B D C æqualis: at per sextum superius lemma minor est angulus D C F quàm A C E angulus: igitur & B D C angulus angulo B A C minor erit; quod erat demonstrandum.

LEMMA VIII.

Si duo triangula ad eumdem verticem constituta inæquales habuerint bases, quarum maior complectatur minorem; eius maior erit ad verticem angulus, cuius basis maior fuerit.

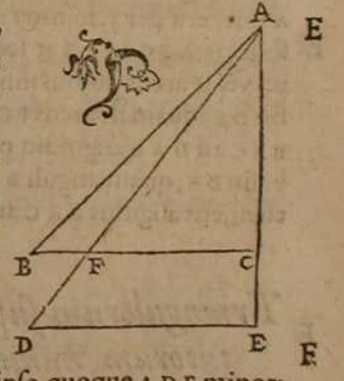
DVO exponantur triangula A B C & A B D ad eumdem verticem B constituta, sitq; trianguli A B D basis A D, basi A C trianguli A B C communis, maior autem A C quàm A D: dico & augulum A B C angulo A B D maiorem fore. Nam angulus A D B maior est angulo A C B per 16. primi Euclidis: addito ergo communi angulo A, erunt per communem notionem duo anguli A D B & A duobus A C B & A maiores. Cùm ergo per 32. primi Euclidis tres anguli vnius trianguli tribus angulis alterius sint æquales, nempe duobus rectis pares, relinquetur A B C angulus angulo A B D maior, per 3. communem notionem Euclidis; quod erat demonstrandum.



LEMMA IX.

Si duo triangula ad eumdem verticem constituta æquales & parallelas ac similiter posita habuerint bases, eius maior erit ad verticem angulus, cuius basis vertici propinquior fuerit.

SVNTO æquales & parallelæ, ac similiter positæ bases B C & D E, in quibus duo triangula constituantur ad eumdem verticem A: sit verò B C ipsi A propinquior quàm D E: dico angulum B A C angulo D A E maiorem esse. Cùm enim in parallelas iam datas lineas B C & D E rectæ incidant lineæ A D & A E quæ ipsam B C secant in C & F, erunt in triangulis A F C & A D E anguli A C F & A E D item A F C & A D E æquales: est autem D A E angulus vtrique triangulo communis: igitur æquiangula sunt ipsa triangula A F C & A D E. Quare per 4. sexti Euclidis, vt A C ad A E, ita se habet C F ad E D: sed A C minor est ipsa A E quia C vertici A propinquior est posita quàm E. Itaq; & C F ipsa E D minor erit. Ergo F B extra triangulũ D A E procurrit, ac proinde per 16. primi Euclidis, angulus A B C angulo A F C minor erit, cumque angulo A F C æqualis iam ostensus sit angulus A D E, erit A B C angulus ipso quoque A D E minor: sunt verò anguli A B C & C A B simul sumpti angulis A D E & E A D simul sumptis æquales, propterea quòd A C B ipsi A E D ostensus sit æqualis, & per 32. primi Euclidis tres anguli vnius trianguli tribus alterius trianguli angulis sint æquales. Demptis igitur vtrimque C & E æqualibus angulis, relinquentur, vt dictum est, duo A B C & C A B duobus A D E & E A D æquales, à quibus si inæquales auferantur B & D, relinquentur inæquales, maior quidem C A B à detracto minore B relictus, minor autem E A D, qui ablato D maiore residuus est; quod erat demonstrandum.



Simili-

A Similiter verò poni hoc loco parallelas baſes intelligimus, cùm crura, quæ à vertice ad remotiorem baſin protenduntur, neutiquam extra propinquiorem baſin cadunt.

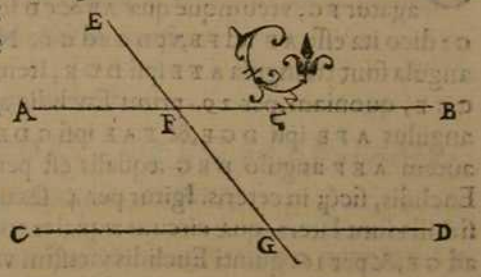
Porrò vniuerſalius eſt hoc theorema illo, quod in ſolis iſoſcelibus triangulis à nonnullis proponitur hoc modo: *Iſoſcelium triangulorum ſuper æqualibus baſibus conſtitutorum, eius maior eſt ad verticem angulus, cuius minora ſunt crura.* Quæ propoſitio etſi illorum inſtituto fuerit ſatis, nobis tamen propter vniuerſaliorem vſum, fuſiori ſenſu hoc theorema ponere neceſſe fuit.

LEMMA X.

B *Si alteram parallelarum ſecet quapiam recta linea, hæc producta ſecabit & reliquam: oportet autem ſecantem cum parallelis in eodem plano exiſtere.*

HÆc Procli aſſumptio eſt ad propoſitionem 29. libri primi Euclidis vſurpata, qua primùm demonſtrare nititur illud ſiue poſtulatum, ſiue communem notionem, quod ſic ſe habet: *Si in duas rectas lineas altera recta incidens, internos ad eaſdemq; partes angulos duobus rectis minores faciat, duæ illæ rectæ lineæ in infinitũ productæ ſibi mutuò incident ad eas partes, vbi ſunt anguli duobus rectis minores.* Vnde multa quæ circa pa-
C rallelas proponuntur dependent. Cumq; illud Euclidis pronuntiatum à doctiſſimo Clauio aliter iam ſolidiuſque quàm à Proclo ſit confirmatum, licebit nobis hoc lemma aliter quoque, quàm Proclus fecit, demonſtrare. Ille enim huius ope parallelarum naturam proprietatemque erat explicaturus, quam proinde aſſumere ipſi non licuit; nos verò ea iam ſuppoſita, atque ex alio capite comprobata, propoſitionem hanc demonſtrabimus, quod etiam Vitello fecit libro primo propoſitione 2.

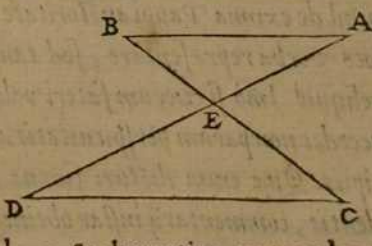
Sint ergo duæ parallelæ rectæ lineæ A B & C D, in quarum alterã A B recta incidat linea E F: hanc dico vlteriùs productam ſecare & reliquam C D in G, ſiquidem in eodem ſit cum parallelis plano. Si enim E F quantum-
D uis producta non concurrit cum interminata C D, parallela erit eadem E F ipſi C D per parallelarum definitionem. ſunt enim parallelæ, quæ in infinitum productæ numquam concurrunt. Quòd ſi E F ipſi C D conceditur parallela, & ipſi A B parallela erit per 30. primi Euclidis: hoc autem hypotheſi aduerſatur. nam E F in ipſam A B incidere, eamque ſecare ſupponitur: itaque neceſſe eſt E F productam, cum infinita C D tandem concurrere; quod erat propoſitum.



LEMMA XI.

E *Si inter duas parallelas rectas lineas duæ rectæ lineæ ſe mutuò ſecent, erunt ſegmenta vnius ſegmentis, alterius proportionalia.*

INTER A B & C D parallelas rectas lineas, duæ rectæ lineæ A D & B C ſe mutuò ſecent in E: dico ita eſſe A E ad E D, quemadmodum eſt B E ad E C. nam in triangulis A E B & D E C angulus E A B angulo E D C, & angulus E B A angulo
F E C D per 29. primi Euclidis eſt æqualis: angulus verò A E B angulo D E C æqualis eſt per 15. primi Euclidis. Æquiangula igitur ſunt ipſa A E B & D E C triangula. Quare per 4. ſexti Euclidis proportionalia ſunt illa ipſorum latera, quæ circum æquales angulos exiſtunt. Vt igitur A E ad E B, ita ſe habet D E ad E C; & alternatim, vt A E ad E D, ſic ſe habet B E ad E C. Sunt itaque ſegmenta vnius ſegmentis, alterius proportionalia; quod erat demonſtrandum.

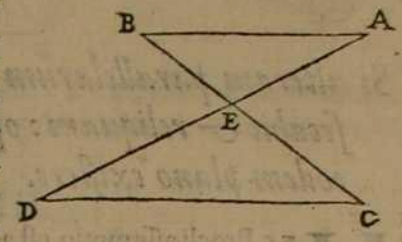


A

LEMMA XII.

Si in duas rectas lineas parallelas duæ rectæ incidant lineæ quæ se mutuò secent, erunt parallelarum interceptæ portiones vt secantium se segmenta.

IISDEM repositis quæ priùs, dico insuper vt AE ad ED, vel vt BE ad EC, ita se habere AB ad DC. Cùm enim triangula AEB & DEC ostensa iam sint æquiangula, erunt per 4. sexti Euclidis illa etiam homologa latera, quæ æqualibus angulis subtenduntur. Igitur quemadmodum AE ad ED, vel BE ad EC, ita erit AB ad DC, quibus æquales anguli insistunt ad commune intersectionis signum E constiti; quod erat probandum.



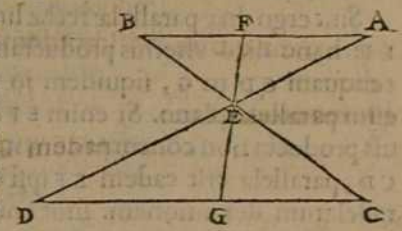
B

LEMMA XIII.

Si inter duas parallelas rectus lineas duæ rectæ lineæ se mutuò secent, & per communem sectionem alia ducatur, quæ parallelarum interceptas portiones diuidat, erunt & harum portionum segmenta inter se similia.

C

SINT vt priùs parallelæ rectæ lineæ AB & CD, inter quas sese AD & BC intersecent ad signum E; per E autem communem sectionem agatur FG, vtcumque quæ AB & CD secet in F & G: dico ita esse AF ad FB, vt DG ad GC. Nam æquiangula sunt triangula AFE ipsi DGE, item BFE ipsi CGE, quoniam per 29. primi Euclidis æqualis est angulus AFE ipsi DGE, & FAE ipsi GDE; angulus autem AEF angulo DEG æqualis est per 15. primi Euclidis, sicq; in ceteris. Igitur per 4. sexti Euclidis, similia sunt latera, quæ circum æquales angulos consistunt, nempe vt AF ad FE, ita DG ad GE, & per 16. quinti Euclidis vicissim vt AF ad DG, ita FE ad GE: sed quemadmodum se habet FE ad GE, ita per præcedens lemma se habet FB ad GC: igitur per 11. quinti Euclidis, vt AF ad FB, ita est DG ad GC; quod erat demonstrandum.



D

His adiungere placuit sequentia Lemmata ex libro sexto Collectionum mathematicarum Pappi Alexandrini, ad propositiones non paucas apprimè vtilia; ad eas præsertim, quæ de obliquo circuli aspectu in fallaciis figuræ tradentur. Sunt verò hæc Pappi lemmata aliquantulùm à nobis immutata, tum vt clariora illa firmioráque redderemus, tum etiam vt proposito nostro magis efficeremus accommodata. Quo nomine nihil de eximia Pappi auctoritate detractum iri existimo, cùm non profiteamur eius hoc loco verba repræsentare; sed tantummodò inuentis vti, quæ ipse hac causa posteritati reliquit. Imò si verum fateri volumus, non modò nihil Pappo decedet; verùm etiam accedet non parum perspicuitatis ac luminis confusis eius ac proinde etiam obscuris principiis. Quæ enim dicturi sumus de fallacia aspectus nostri in obliquum circulum incidentis, commentarij instar obtinebunt & corollarij respectu principiorum Pappi, quæ antè in confusam congeriem aggregata, determinatum scopum minùs obuium habere videbantur: nunc autem & in se futura sunt illustriora, & multiplici velut prole fecundiora, deducta scilicet ex iis doctrina quæ maximum in Matheſi momentum afferre consueuit.

E

F

LEMMA

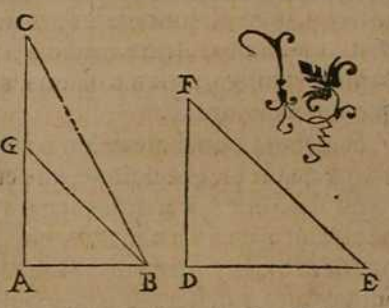
A

LEMMA XIV.

Duorum triangulorum rectangulorum si vnius maximum latus ad alterum reliquorum maiorem rationem habuerit, quàm alterius maximum latus ad alterum reliquorum; maior erit angulus sub illis lateribus comprehensus, quæ maiorem rationem habuerint.

B

SINT duo triangula ABC & DEF rectos angulos habentia A & D; sitque proportio BC ad BA maior, quàm EF ad ED: dico ABC angulum angulo DEF maiorem esse.



Ponatur enim per 12. sexti Euclidis BG eamdem habens rationem ad BA, quam habet EF ad ED, vt sit quemadmodum DE ad EF, ita AB ad BG. Manifestum igitur quòd maiorem rationem habebit BC ad BA, quàm BG ad eamdem BA: quare per 10. quinti maior est BC quàm BG. Ac rursus

C cùm duo triangula ABG & DEF angulum A angulo D æqualem habeant; sitque vt DE ad EF, ita AB ad BG & angulorum AGB & DFE vterque recto sit minor, erit per 7. sexti Euclidis angulus ABG angulo DEF æqualis. At angulus ABC angulo ABG maior est per 32. primi Euclidis (siquidem A communis est & rectus, itemque angulus ACB angulo AGB per 16. primi Euclidis est minor.) Igitur per communem notionem perspicuum est angulum ABC angulo quoque DEF maiorem esse; quod erat demonstrandum.

Huius propositionis conuersam ex Federico Commandino Vrbinate ad 42. propositi libri sexti Collectionum Pappi in hunc modum licebit demonstrare.

D

CONVERSIO.

Si maior sit angulus ABC *quàm* DEF: *aio* BC *ad* BA, *quàm* EF *ad* ED *maiorem rationem habere.*

PONATVR enim ad punctum B per 23. primi Euclidis, angulus ABG angulo DEF æqualis, erit igitur & AGB angulus angulo DFE æqualis, quòd per 32. primi Euclidis omnes tres duobus rectis sint pares: ac proinde & latera proportionalia erunt per 4. sexti Euclidis: ac totum triangulum AGB toti triangulo DFE simile per primam definitionem libri sexti Euclidis. Cùm ergo concedatur angulus ABC angulo DEF maior esse,

E idem angulus ABC angulo quoque ABG maior esse conuincetur. Quare per 32. primi Euclidis erit angulus ACB angulo AGB minor: sed angulus CGB maior est angulo AGB: nam per 16. primi Euclidis maior est angulo A qui rectus est. Quoniam igitur per 13. primi Euclidis AGB & BGC duobus rectis sunt pares, necesse est angulum BGC obtusum esse, ac proinde ipso AGB angulo maiorem. Quocircà per 19. 1. Euclidis maius est latus BC quàm BG, & per 8. quinti Euclidis BC ad BA maiorem rationem habet quàm BG ad idem latus BA: sed vt BG ad BA, ita ostensum est latus EF ad ED: ergo BC ad BA maiorem rationem habet quàm EF ad ED; quod erat demonstrandum.

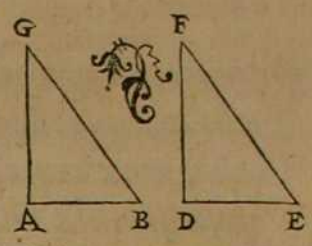
F

CONSECTARIVM.

Si duo triangula rectangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint vtrumque vtrique, æquilatera & æquiangula erunt ipsa triangula.

SVNTO triangula ABG & DEF rectos habentia angulos A & D: si ea quæ æqualia postulantur latera circa rectos ipsos fuerint angulos, vt AB & AG æqualia ipsis DE & DF per 4. primi Euclidis, concludetur propositum. Si autem de numero fuerint reliquorum,

quorum, vt A G & G B æqualia ipſis D F & F E: dico & baſin A B baſi D E, & angulum G angulo F ac B ipſi E æquales eſſe, ac proinde æquilatera & æquiangula eſſe ipſa triangula.



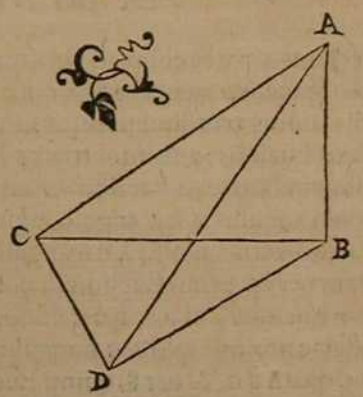
Si enim A B non ſit ipſi D E æqualis, eſto ea primùm maior. Erit ergo per 8. quinti Euclidis maior ratio B G ad D E quàm eiuſdem B G ad B A: quoniam verò æqualis eſt B G ipſi E F ex hypotheſi, erit per 7. quinti Euclidis, vt B G ad D E, ita E F ad D E: ſed iam oſtenſum eſt maiorem proportionem habere B G ad D E quàm ad B A: ergo & E F ad D E maiorem habebit rationem quàm B G ad B A. Atque idcircò per præſens lemma maior erit angulus E quàm B; cumque A & D recti ſint, omneſq; tres duobus rectis pares per 32. primi Euclidis, erit G angulus angulo F maior. Quod ſi concedatur, vt argumentum cogit, erit per conuerſionem huius lemmatis maior proportio B G ad G A, quàm E F ad F D: ideoq; per 10. quinti Euclidis, adiuuante 7. eiuſdem, erit B G quàm E F maior: poſita autem fuit æqualis: igitur nequit A B quàm D E maior eſſe.

Sit deinde minor A B quàm D E; eodem modo oſtẽdemus maiorem fore rationem B G ad B A quàm E F ad E D, atque ita per præſens lemma angulum B angulo E fore maiorem. Quo dato erit & F angulus angulo G maior, ac proinde per huius lemmatis conuerſionem erit E F quàm B G maior; quod cùm hypotheſi aduerſetur, non poteſt A B ipſa D E minor eſſe: itaque æqualis eſt. quocircà & reliqui anguli æquales per 4. primi Euclidis. Sunt igitur æquilatera & æquiangula ipſa triangula, quod erat propoſitum demonſtrare.

LEMMA XV.

Si à puncto ſublimi A *in ſubiectum planum perpendicularis demittatur, atque à puncto incidentiæ* B *ad aliam quamcumque, puta* C D, *perpendicularis educatur* B D: *dico &* A D *ipſi* C D *perpendicularem eſſe: ſi autem* B D C *angulus acutus fuerit vel obtuſus; dico &* A D C *acutum vel obtuſum eſſe.*

In recta linea C D ſumatur quoduis punctum C, & A C, C B iungantur. Itaque quoniam A B perpendicularis eſt ad ſubiectum planum, angulus A B C rectus erit. Ergo quadratum ex A C eſt æquale quadratis ex A B & ex B C per 47. primi Euclidis: quadrato autem ex B C æqualia ſunt quadrata ex B D & D C. Quadratum igitur ex A C eſt æquale quadratis ex A B, B D & D C: ſed quadratis ex A B & B D æquale eſt id, quod fit ex A D. Ergo quadratum ex A C quadratis ex A D & D C æquale eſt: ac propterea rectus ſit oportet angulus A D C. Recta igitur linea A D ad ipſam D C perpendicularis eſt; quod demonſtrare oportebat.



Eſto nunc angulus B D C acutus: dico & A D C angulum acutum fore. Nam quadratum ex A C quadratis ex A B & B C eſt æquale; quadratum autem ex B C minùs quadratis ex B D & D C per 13. ſecundi Euclidis, ergo quadratum ex A C quadratis ex A B, B D & D C eſt minus: ſed quadratum ex A D quadratis ex A B & B D æquale eſt: igitur ex A C quadratum minus etiam eſt quadratis ex A D & D C. quare per conuerſam eiuſdem 13. ſecundi Euclidis, angulus quoque A D C acutus eſt.

Eodemq; modo ſi obtuſus ſit angulus B D C, erit quadratum ex B C quadratis ex B D & D C maius per 12. ſecundi Euclidis. Quocirca eodem ratiocinandi modo oſtendetur ex A C quadratum, iis quæ ex A D & D C fiunt quadratis maius eſſe; ac propterea per conuerſam eiuſdem 12. ſecundi Euclidis, angulum quoque A D C obtuſum eſſe; quod erat demonſtrandum.

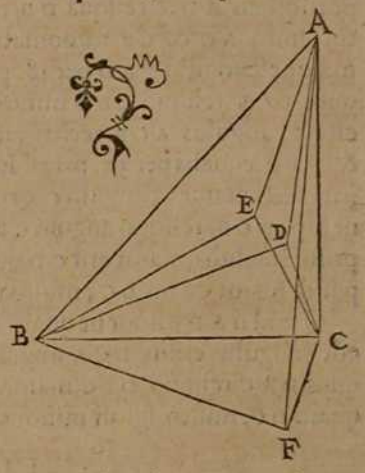
LEMMA

A

LEMMA XVI.

Recta quæpiam linea ſubiecto plano ad ſignum B *obliquis inſiſtat angulis, atque ab eius puncto ſublimi* A *perpendicularis demittatur cadens in* C, *ductâ* B C: *dico angulum* A B C *minimum eſſe omnium eorum qui continentur linea* A B, *& quacumque per* B *in plano ducta: atque eum qui ipſi propinquior eſt remotiore minorem eſſe: duos autem tantùm æquales ad vtraſque ipſius partes conſtitui.*

B



DVCATVR enim quæpiam recta linea B D in ſubiecto plano, & à puncto C ad ipſam perpendicularis agatur C D per 12. primi Euclidis: & A D iungatur: eſt igitur A D ipſi D B perpendicularis per lemma proximè antecedens. & quoniam rectus eſt angulus A C D, maior eſt D A quàm A C per 47. primi Euclidis: ergo per 8. quinti Euclidis C maiorem rationem habet B A ad A C, quàm eadem B A ad A D, ſunt verò B C A & B D A anguli recti: maior igitur eſt B A C angulus quàm B A D per 14. lemma. quare reliquus angulus A B C angulo A B D minor eſt. Cùm autẽ ſimili demonſtrandi genere oſtendi poſſit angulus A B C quocumque alio minor eſſe, minimus is erit omnium eorum, qui linea A B, & quacumque alia per B in plano acta continentur; quod primò oſtendendũ fuit.

Dico etiam angulum, qui ipſi A B C propinquior eſt, remotiore ſemper minorem eſſe. Ducatur enim ex B D quæcumque linea in eodem plano, nempe B E à B C remotior quàm ſit B D, atque à puncto C ad ipſam B E perpendicularis agatur C E per 12. primi Euclidis, & A E iungatur: ergo per antecedens lemma A E ipſi E B eſt perpẽdicularis. Et quoniam rectus eſt angulus B D C, erit is æqualis recto B E C: angulus autem B C D maior eſt angulo B C E. Nam cùm recta B E ſit poſita extra B D, angulus C B D minor erit angulo C B E, quare reliquus B C D, reliquo B C E maior erit. Igitur per cõuerſam 14. lemmatis ſuperiùs demonſtratam, quoniam B D C & B E C anguli recti ſunt, & angulus D C B angulo E C B eſt maior, habebit B C ad C D maiorem rationem, quàm eadem B C ad C E, ac proinde per 10. quinti Euclidis, minor eſt D C quàm E C. Eſt verò C A vtrique C D & C E ad rectos angulos, quare E A maior eſt quàm D A: nam quadrata ex E C & C A maiora ſunt quadratis ex D C & C A; at quadratis ex E C & C A æquale eſt id quod ex E A fit quadratum: & iis quæ ex D C & C A E æquale eſt id quod ex D A per 47. primi Euclidis: ergo maius eſt ex E A quàm ex D A quadratum; atque ob id recta E A quàm D A eſt maior: B A autem ad A D maiorem proportionem habet, quàm eadem B A ad A E, ſuntq; anguli ad D & E recti. Igitur per 14. ſuperius lemma B A D angulus angulo B A E maior eſt. quare angulus A B D per 32. primi Euclidis angulo A B E eſt minor; quod ſecundo loco propoſitum fuit.

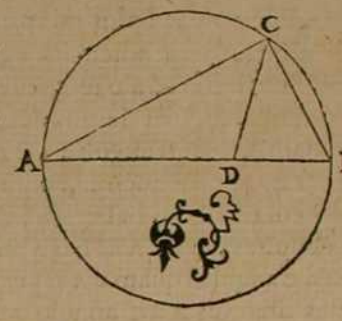
Dico præterea duos tantùm conſtitui æquales angulos ad vtraſque partes. Conſtituatur enim ad B C rectam lineam, atque ad eius ſignum B in ſubiecto plano angulus C B F æqualis angulo C B D, & à puncto C ad B F perpendicularis ducatur C F, & A F iungatur; dico angulum A B F angulo A B D æqualem eſſe. Quoniam enim angulus F C B F angulo C B D æqualis eſt, & rectus vterque angulorum C D B & C F B, erit per 32. primi Euclidis & reliquus angulus B C F angulo B C D reliquo æqualis. Æquiangula ſunt itaque triangula B C D & B C F: quare per 4. ſexti Euclidis proportionalia ſunt ipſorum latera, quæ circum æquales conſiſtunt angulos. Vt ergo C B ad B D, ita eadem C B ad B F, & permutando, vt C B ad ſeipſam, ita B D ad B F, ſed C B ſibiipſi æqualis eſt: ergo & B D ipſi B F eſt æqualis, & eadẽ ratione C D & C F inter ſe æquales ſunt. Eſt autem A C & perpendicularis & communis vtrique D C & C F: ergo A D eſt æqualis ipſi A F per 4. primi Euclidis. Rurſus cùm in triangulis A B D & A B F æqualia oſtenſa ſint latera B D & B F, ſitque A B vtrique commune, baſis item A D iam oſtenſa ſit æqualis baſi A F, erit per 8. primi

Euclidis & angulus ABF angulo ABD æqualis. Conſtat verò præter triangulum BFC nullum aliud in plano dari poſſe ipſi BDC æquiangulum & æquilaterum, ex quo hæc demonſtratio pendet. Igitur duo tantùm æquales anguli ad vtraſque partes minimi anguli ABC conſtituuntur; quod tertiò fuit propoſitum demonſtrare. A

LEMMA XVII.

Si à quouis puncto circularis diametri recta ad circumferentiam educatur; ea pars diametri, quæ hac maior fuerit, & reliqua diametri parte maior erit; & quæ minor, minor. B

VT ſi in diametro AB ſumatur vtcumque punctum D, ab eoque ad circumferentiam circuli recta educatur DC: dico ſi maior fuerit diametri portio AD quàm DC, eamdem portionem AD & reliquâ DB maiorem fore. Iungantur enim AC & CB: quoniam igitur angulus ACD maior eſt angulo CAD per 18. primi Euclidis, erit reliquus DCB reliquo CBD minor. nam per 31. tertij Euclidis, angulus ACB rectus eſt, ideoq; duobus DAC & DBC æqualis per 32. primi Euclidis, quare ſi ACD pars recti maior ſit angulo CAD, erit reliqua pars recti, nempe DCB, reliquo angulo CBD minor. Ergo per 19. primi Euclidis, maior erit CD quàm DB. Eſt autem AD poſita maior quàm DC, multò igitur maior eſt AD quàm DB.



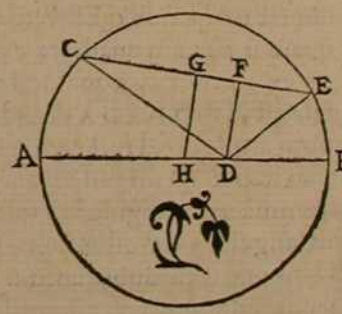
C

Quòd ſi AD minor ſit quàm DC, ſimiliter oſtendemus AD ipsâ quoque DB minorem eſſe; angulus enim DCA angulo DAC per 18. primi Euclidis minor erit, ideoque reliquus DAC reliquo DBC maior. Ergo DC minor eſt, quàm DB: ſed AD minor ponitur quàm DC, multo igitur minor eſt eadem AD ipſâ DB; quod erat demonſtrandum.

LEMMA XVIII. D

Si à quouis ſigno circularis diametri duæ lineæ inæquales ad circumferentiam educantur, portio diametri maiori vicinior, reliqua parte diametri maior erit.

SIT inquam vt priùs in diametro AB acceptum ſignum D vtcumque, ab eoque duæ educantur DC & DE: dico ſi DC maior concedatur ipſa DE, & AD quæ ipſi DC vicinior eſt, reliquâ DB maiorem eſſe. Iungantur enim puncta C & E per rectam CE, cui ex D perpendicularis ducatur DF per 12. primi Euclidis: quoniam igitur maior ponitur CD quàm DE, erit quadratum ex CD maius quadrato ex DE: ſed quadrato ex CD æqualia ſunt quæ fiunt ex CF & FD per 47. primi Euclidis, & quadrato ex DE æqualia ſunt ex DF & FE quadrata per eamdem: igitur quadrata ex CF & FD quadratis ex DF & FE ſunt maiora: ſublatis igitur quæ ſunt ex DF, relinquetur per communem notionem ex CF quadratum, quadrato ex FE maius. Quare CF ipſa FE maior erit. Secetur ergo CE bifariàm in G, vnde ducatur GH ipſi FD parallela per 31. primi Euclidis, ergo per 29. primi Euclidis GH ipſi CE perpendicularis erit. In recta igitur GH eſt circuli centrum ex corollario Clauij ad primam tertij Euclidis, ſed eſt etiam in AB: punctum igitur H eſt circuli centrum, quare per 7. tertij Euclidis, maior erit AD quàm DB; quod erat demonſtrandum.



E

F

LEMMA

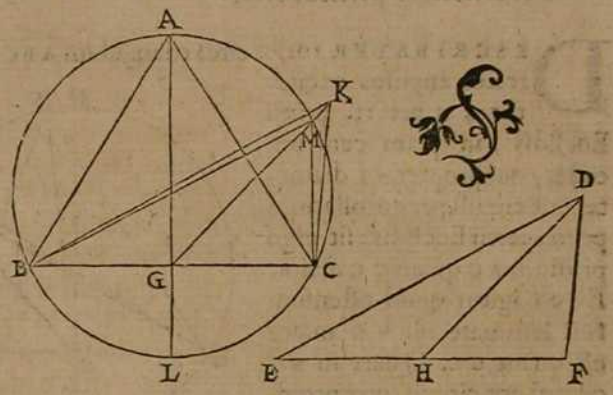
A

LEMMA XIX.

Si à verticibus duorum triangulorum, quorum æquales sint baſes, ad media ſigna baſium æquales quidem rectæ lineæ, ſed diſparibus angulis pertineant, vna videlicet rectis, altera obliquis, ſitq; vtraque maior medietate ſuæ baſis: eius trianguli maior erit ad verticem angulus, in cuius baſin demiſſa à vertice rectis incidit angulis.

B

SINT duo triangula A B C & D E F, quæ æquales habeant baſes B C & E F: ſecentur B C & E F bifariàm in punctis G & H, ad quæ delapſæ à verticibus A & D rectæ lineæ A G & D H æquales quidem ſint inter ſeſe; ſed inæquales angulos ad baſes efficiant: ſitque A G ad B C perC pendicularis, D H verò ad E F obliqua: vtraque autem A G & D H ſit medietate ſuæ baſis maior, hoc eſt A G maior quàm B G, & D H quàm E H maior: his ita poſitis, dico angulum B A C angulo E D F maiorem eſſe.



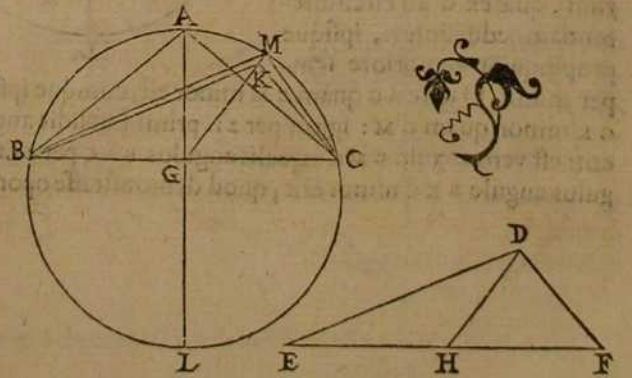
Deſcribatur enim circa triangulum A B C circulus per 5. quarti Euclidis, quoniam igitur maior poſita eſt A G quàm G B, patet per circuli definitionem G non eſſe deſcripti circuli centrum. Item cùm A G ipſi B C ſit perpendicularis producta A G in L, perſpicuum D eſt per corollarium Clauij ad primam propoſitionem tertij Euclidis in A L centrum eſſe circuli. Rurſus cùm per 17. lemma conſtet A G quàm G L maiorem eſſe, ſequitur cétrum circuli inter A & G conſtitutum eſſe. Quare per 7. tertij Euclidis erit A G maxima omnium illarum, quæ ex G in circuli peripheriam cadunt, & huic propinquior remotiore ſemper maior. Conſtituatur igitur ſuper B C triangulum B K C ipſi E D F æquilaterum per 22. primi Euclidis: erit ergo & G K ipſi H D æqualis. Quocircà & A G ipſi G K æqualis erit per communem notionem. Eſt autem per 7. tertij Euclidis G M minor ipſâ A G, ergo & ipſâ G K minor erit. Igitur per 21. primi Euclidis angulus B M C angulo B K C maior erit: at B M C æqualis eſt angulo B A C per 21. tertij Euclidis; ergo & B A C angulus angulo B K C maior erit; quod propoſitum fuit demonſtrare.

E

LEMMA XX.

Iiſdem poſitis ſit A G *minor quàm* G B *: dico angulum* B A C *angulo* E D F *minorem eſſe.*

ERIGATVR enim vt priùs ſuper B C triangulum B K C triangulo E D F æquilaterum per 22. primi Euclidis: quoniam igitur A G minor conceditur quàm G B, erit F eadem A G minor quàm G L per 17. lemma: ergo non erit in A G circuli centrum, ſed inter G & L ſitum erit. Quare per 7. tertij Euclidis erit A G minima omnium earum quæ ex G ad circuli circumferentiam educuntur, & quæ ab hac remotiores, propinquioribus ſemper maiores ſunt. Igitur

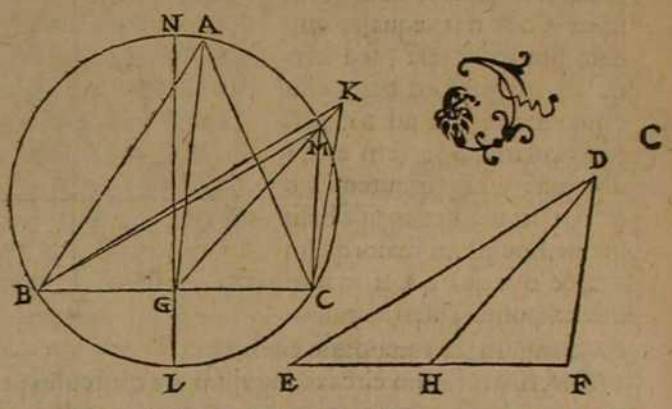


G M maior est quàm G A. Ponatur ergo G K ipsi G A æqualis per 3. primi Euclidis, & B K A
C K iungantur. Minor est igitur angulus B M C quàm B K C per 21. primi Euclidis, sed angulus B M C per 21. tertij Euclidis, æqualis est angulo B A C: ergo & B A C angulus angulo B K C minor erit: at angulus B K C positus est æqualis angulo E D F; igitur, quod propositum fuit, concluditur angulum B A C angulo E D F minorem esse.

LEMMA XXI.

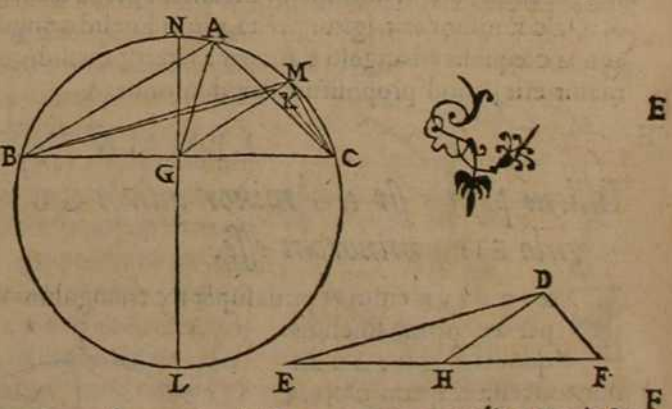
Non sit iam AG *ipsi* BC *perpendicularis*; *sit autem* DH *ipsi* EF *quàm* AG *ipsi* BC *obliquior* : *dico*, *si maior quidem sit* AGB *quàm* GC, *etiam angulum* BAC *angulo* EDF *maiorem esse*: *si verò minor*, *minorem.*

DESCRIBATVR rursus circa triangulum A B C circulus, & à puncto G ipsi B C ad rectos angulos excitetur G N per 11. primi Euclidis, in quam centrum cadet; quapropter N L diameter erit circuli per corollarium primæ tertij Euclidis: sit ergo primùm A G quàm G C maior. Ex eo igitur quod ostensum fuit lemmate 18. N G maior est quàm G L. Quare in N G centrũ erit circuli, quæ proinde per 7. tertij Euclidis maxima est omnium, quæ ex G in circuli peripheriam educuntur: erit ergo N G ipsa G A maior. Constituatur nunc vt priùs super B C, quæ ipsi E F æqualis est, triangulũ B K C triangulo E D F æquilaterum per 22. primi Euclidis: ergo G A, hoc est H D, maior est quàm G M. Est verò ipsi G A æqualis G K; quare erit & G K maior quàm G M, & iunctis B M & C M erit per 21. primi Euclidis angulus B M C angulo B K C maior: sed angulus B A C æqualis est angulo B M C per 21. tertij Euclidis: igitur idem angulus B A C angulo B K C maior erit; quod primò erat demonstrandum.



D

At si A G minor sit quàm G C, similiter demonstrabimus B A C angulum angulo E D F minorem esse. Sint namque reposita eadem, quæ priùs, & constituatur triangulum B K C triãgulo E D F æquilaterũ: cùm minor ponatur A G quàm G C, erit per ea quæ demonstrata sunt N G ipsa G L minor. Quare in G L centrum existet circuli, & per 7. tertij Euclidis N G minima erit omnium earum, quæ ex G ad circumferentiam educuntur, ipsique propinquior remotiore semper minor. Quare A G quàm G M minor est, cumque ipsi A G ponatur æqualis G K, erit & G K minor quàm G M: igitur per 21. primi Euclidis angulus B M C angulo B K C minor erit: est verò angulo B M C æqualis angulus B A C per 21. tertij Euclidis: ergo & B A C angulus angulo B K C minor erit; quod demonstrasse oportuit.



E

F

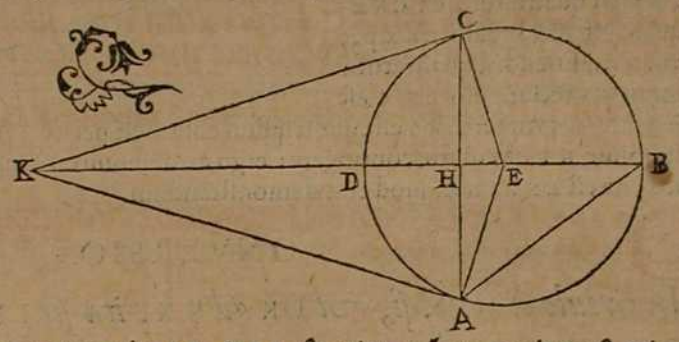
LEMMA

A

LEMMA XXII.

Circulum ABC *contingant rectæ lineæ* AK *&* CK, *in punctis* A *&* C; *iunctâ* AC *&* KB *per centrum actâ: dico vt* BK *ad* KD, *ita esse* BH *ad* HD.

B Quoniam enim per 37. tertij Euclidis, vtriusque AK & CK quadratum æquale est ei quod sub BK & KD comprehenditur rectangulo, erunt AK & CK inter se æquales. Rursus ductis ex A & C ad cẽtrum E rectis lineis AE & CE, erunt hæ per circuli definitionem inter se æquales: igitur cùm triãguli AEK duo latera AE & AK sint æqua-



C lia duobus lateribus CE & CK trianguli CEK, & EK est vtrique cõmune; erit per 8. primi Euclidis & angulus EAK angulo ECK æqualis, sed & reliqui anguli reliquis angulis sub æqualibus lateribus contẽtis per 4. 1. Euclidis æquales erunt. Quocircà cùm in triangulis AKH & CKH æqualis iam ostensus sit angulus AKH angulo CKH, sintque circa hos ipsos angulos latera AK & KH lateribus CK & KH æqualia, erunt per 4. primi Euclidis & bases AH & HC, & anguli AHK & CHK æquales, qui proinde per 13. primi Euclidis recti erunt. Rectangulum igitur AHC (hoc est quadratum ex AH) vnà cum quadrato ex HK æquale est quadrato ex KA per 47. primi Euclidis: sed rectangulum AHC est æquale rectangulo BHD per 35. tertij Euclidis, & quadratum ex KA rectangulo BKD per 36. eiusdem. rectangulum igitur BHD vnà cum quadrato ex KH est æquale rectangulo

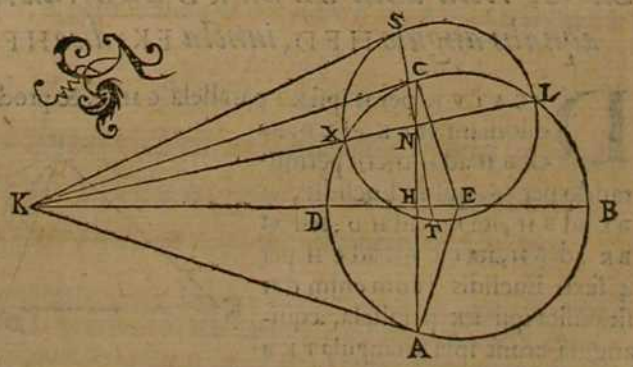
D BKD. Quod quidem cùm ita sit, erit vt BK ad KD, ita BH ad HD: nam quoniam rectangulũ BHD vnà cum quadrato ex KH iam ostensum est æquale rectangulo BKD, quadratum autem ex KH est æquale rectangulo KHD vnà cum rectangulo HKD per 2. secundi Euclidis, erunt rectangula BHD, KHD & HKD, hoc est per 1. secundi Euclidis, rectangulum sub BK & HD cum rectangulo HKD æqualia rectangulo BKD, sed rectangulo BKD æqualia sunt duo rectangula, alterum sub BH & KD, alterum sub HKD contentum per eamdẽ 1. secundi Euclidis: ablato igitur communi rectangulo HKD, relinquitur rectangulum sub BK & HD contentum, ei quod sub BH & KD comprehenditur æquale. Ergo per conuersam 16. sexti Euclidis erunt quatuor lineæ proportionales, hoc est vt BK ad KD, ita BH ad HD; quod erat demonstrandum.

E

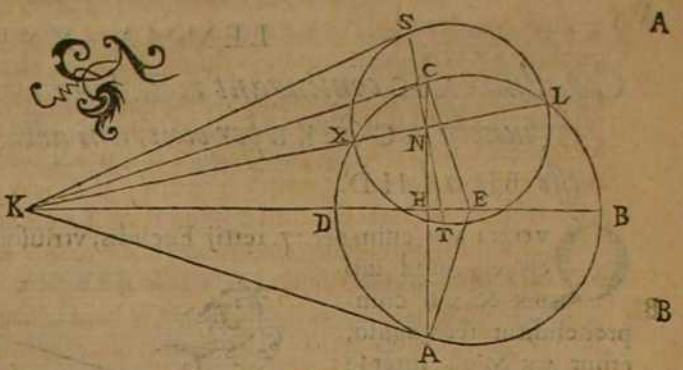
LEMMA XXIII.

Et si vt BK *ad* KD, *ita est* BH *ad* HD, *aliaq; ex* K *ducta fuerit* KL, *quæ circulum secet in* X; *ipsam* AC *in* N: *rursus quemadmodum* LK *ad* KX, *ita aio esse* LN *ad* NX.

F Nam circa LX velut diametrũ circulus describatur LSXT, & per punctum N ipsi LK ad rectos angulos ducatur ST, & SK, TK iungantur: erit ergo quadratum ex NS, hoc est rectangulum SNT æquale rectangulo CNA, quòd videlicet idem rectangulum SNT æquale sit rectangulo LNX, cui per 35. tertij Euclidis æquale est CNA rectangulum; quadratũ autem ex NK æquale est duobus quadratis ex NH & HK per 47.



primi Euclidis, quorum alterum nempe quod ex N H vnà cum rectangulo C N A æquale est quadrato ex C H per 5. secúdi Euclidis, ergo quadrata ex N S & N K, hoc est quadratum ex K S æquale est quadratis C H & H K, videlicet quadrato ex C K: sed quadratum ex C K æquale est rectangulo L K X per 36. tertij Euclidis, quadratum igitur K S rectangulo L K X est æquale, ac propterea K S circulum ipsum contingit per 37. tertij Euclidis, & ita demonstrabitur K T circulum contingere: ergo ex demonstratis superiore lemmate vt L K ad K X, ita est L N ad N X; quod erat demonstrandum.



CONVERSIO.

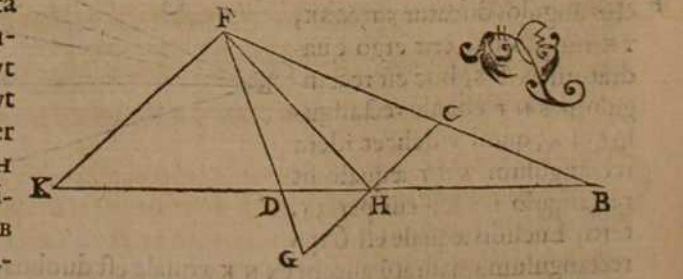
In circulo A B C D, *si, vt* L K *ad* K X, *ita sit* L N *ad* N X, *agaturq́* K B *per circuli centrum, & ab* N *ad* K B *perpendicularis ducatur* N H: *dico fore quoque vt* B K *ad* K D *ita* B H *ad* H D. C

DESCRIBATVR namque circa L X circulus L S X T, vt priùs; ducaturque S T per N ipsi K L perpendicularis, & N H producatur, donec ex vtraque parte cum circuli A B C D peripheria conueniat in A & C. Quoniam igitur rectus est angulus K N S, erit per 47. primi Euclidis quadratum K S æquale quadratis K N & N S, quorum alterum K N duobus item K H & H N est æquale per eamdem 47. primi Euclidis, quòd videlicet angulus quoque K H N rectus sit. Igitur K S quadratum æquale est tribus quadratis K H, H N & N S: sed N S quadratum seu rectangulum S N T æquale est rectangulo L N X per 35. tertij Euclidis; rectangulum autem L N X per eamdem 35. tertij Euclidis æquale est rectangulo C N A: igitur quadratum N S rectangulo C N A est æquale. At cum C A in H sit secta per æqualia, in N verò per non æqualia, erit per 5. secundi Euclidis rectangulum C N A vnà cum quadrato H N quadrato C H æquale. Quare eidem quadrato C H æqualia sunt ea, quæ ex H N & N S quadrata: ideoque quadratum K S quadratis K H & H C est æquale. Est autem & K C quadratum eisdem quadratis K H & H C æquale per 47. primi Euclidis: itaque K S & K C quadrata inter se sunt æqualia. Ostensum verò iam est hoc eodem 23. lemmate rectam K S circulum L S X T contingere. Est igitur per 36. tertij Euclidis quadratum K S rectangulo L K X æquale. quamobrem & K C quadratum eidem rectangulo L K X æquale erit. Hinc porrò fit per 37. tertij Euclidis K C quoque circulum A B C D contingere: cumque & K A ob æqualitatem angulorum circulum contingat, erit per 22. lemma vt B K ad K D, sic B H ad H D; quod erat demonstrandum. D E

LEMMA XXIIII.

Sit vt recta linea B K *ad* K D, *ita* B H *ad* H D; *& sit angulus* B F H *æqualis angulo* H F D, *iuncta* F K: *dico* H F K *rectum angulum esse.*

DVCATVR per H ipsi K F parallela C H G, & producatur F D vsque in G: itaque quoniam vt B K ad K D, ita est B H ad H D, erit permutando per 16. quinti Euclidis, vt B K ad B H, ita K D ad H D; sed vt B K ad B H, ita est F K ad C H per 4. sexti Euclidis. (cùm enim C H sit posita ipsi F K parallela, æquiangula erunt ipsa triangula F K B & C H B. nam angulus K F B an- F



gulo

A gulo H C B, & angulus F K B angulo C H B per 29. primi Euclidis æquales erunt, angulus autem F B K vtrique communis eſt: ſunt igitur F K B & C H B æquiangula triangula, quare per 4. ſexti Euclidis vt B K ad B H, ita eſt F K ad C H.) quoniam itaque vt B K ad B H, ita oſtenſa eſt K D ad D H, erit vt F K ad C H, ita K D ad D H. Vt autem K D ad D H, ita per 12. lemma eſt F K ad H G propter triangulorum F K D & D G H ſimilitudinem, & æquales angulos. Ergo F K ad vtramque ipſarum C H & H G eamdem proportionem habet, ac propterea per 9. quinti Euclidis C H ipſi H G eſt æqualis. Et vt C H ad H G, ita C F ad F G per 3. ſexti Euclidis, quoniam angulus C F G bipartitò diuiſus fuit: eſt igitur & C F ipſi F G æqualis. Cùm igitur in triangulis C F H & H F G ſit C H ipſi H G oſtenſa æqualis, & F H
B vtrique triangulo communis, ſit quoque & baſis C F baſi F G æqualis; erit per 8. primi Euclidis angulus C H F angulo G H F æqualis: quare per 13. primi Euclidis erit vterque ipſorum rectus. Ac proinde & H F K rectus erit per 29. primi Euclidis, quòd videlicet C G ipſi F K ſit poſita parallela.

CONVERSIO EX COMMANDINO.

Eſto vt B K *ad* K D, *ita* B H *ad* H D, *ſit verò angulus* H F K *rectus, iunctis* B F *&* F D: *dico angulum* B F H *angulo* H F D *æqualem eſſe.*

C Si enim per H ipſi F K parallela ducatur C H G per 31. primi Euclidis, & F D ad G vſque producatur; in primis, eodem modo quo ſuprà, oſtendemus C H ipſi H G æqualem eſſe: deinde cùm rectus ponatur angulus H F K & C G ipſi F K parallela, erunt per 29. primi Euclidis anguli C H F & G H F recti, ac proinde æquales inter ſeſe per 13. primi Euclidis. In triãgulis igitur C H F & G H F cùm ſit latus C H lateri G H æquale, latuſque H F vtrique commune, & anguli C H F & G H F æquis lateribus contẽti æquales, erunt per 4. primi Euclidis & baſes C F, G F, & anguli ad baſem æquales, inter quos ſunt C F H & G F H, quos æquales eſſe demonſtrare oportebat.

D

CONVERSIO ALIA EX EODEM.

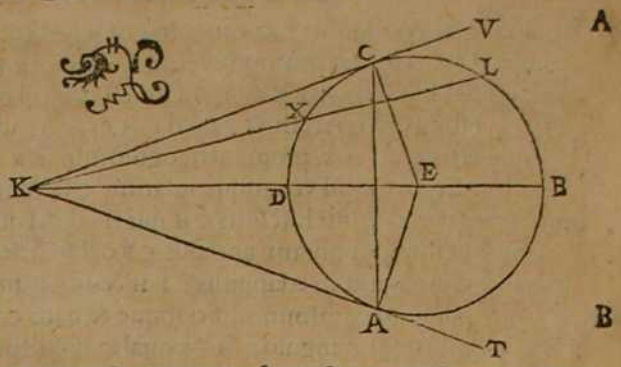
Rurſus angulus H F K *rectus eſto, angulusq́;* B F H *angulo* H F D *æqualis: dico vt* B K *ad* K D, *ita eſſe* B H *ad* H D.

Repositis iiſdem, quoniam angulus C F H conceditur æqualis angulo H F G, & angulus C H F angulo G H F iam oſtenſus eſt æqualis, vtpote rectus vterque; erit reliquus H C F reliquo H G F æqualis per 32. primi Euclidis. Cùm ergo æquiangula ſint triangula C H F & G H F, erunt ipſorũ homologa latera, ſiue quæ circum æquales ſunt angulos, ſiue quæ æqualibus angulis ſubtenduntur per 4. ſexti Euclidis: igitur quemadmodum F H ad H C, ita eadem F H ad H G; ac proinde per 9. quinti Euclidis eſt
E C H ipſi H G æqualis, eodemq́; modo demonſtrabitur F C æqualis ipſi F G, vt enim F H ad F C, ita eadem F H ad F G. Ergo vt F K ad C H, ita eſt F K ad H G per 7. quinti Euclidis: ſed vt F K ad C H, ita K B ad B H ob triangulorum F B K & C B H ſimilitudinem per 4. ſexti Euclidis. Quapropter vt F K ad H G, ita eſt K B ad B H; vt verò F K ad H G, ita eſt K D ad D H per 12. lemma: nam ſimilia ſunt triangula F D K & H D G, ideoq́ue æquiangula. Vt igitur K B ad B H, ſic eſt K D ad D H, & permutando vt B K ad K D, ſic B H ad H D; quod demonſtrare oportebat.

LEMMA XXV.

F *Quæ ab externo ſigno ad datum circulum ducitur ipſum contingens, maxima eſt illarum omnium, quæ in conuexam peripheriam cadunt; illarum verò quæ in cauam, omnium minima.*

Circvlvm A B C D contingant rectæ lineæ A K & K C ductæ à ſigno K extra circulum poſito: & per circuli centrum E recta agatur K B: dico K A & K C maximas eſſe omnium illarum, quæ ab externo ſigno K ad conuexam circuli peripheriam A D C porriguntur. Quoniam enim K A & K C ex hypotheſi circulum contin-



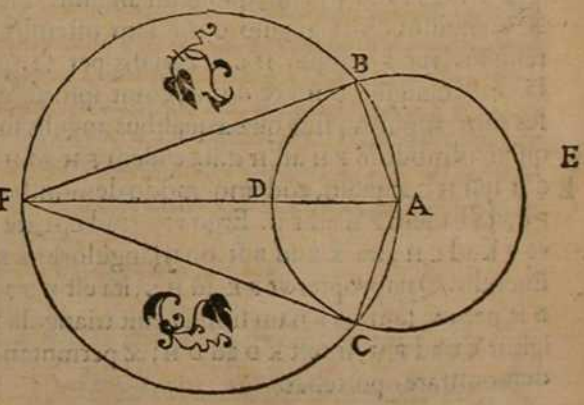
gunt in A & C, erunt K A & K C extremæ omnium illarum, quæ ad A D C peripheriam extendi possunt. Siquidem recta linea circulum vno tantùm in puncto contingere potest: ergo si quæ alia præter K A & K C ad datum circulum ducta fuerit, vt K X, ea in peripheriam A D C ad aliud punctum, quàm A & C, cadat necesse est. Enimuerò cùm per 16. tertij Euclidis K A & K C extra circulum cadant, quòd nimirum A E & C E à centro E ad puncta contactuum A & C adiunctæ ipsis contingentibus sint perpendiculares, per 18. tertij, erit arcus A D C totus intra trigonum A K C positus. Quare K X & quæcumque alia ad conuexam peripheriam A D C ex K protrahetur, intra trigonum A K C incidet, ac proinde minor erit angulus A K X angulo A K C. Ergo K X quàm K C ipsi K D propinquior est, minorque K X quàm K C esse conuincitur per 8. tertij Euclidis. Sic verò & ceteræ quæcumque in peripheriam A D C incidunt, ipsa K C minores esse demonstrantur. Igitur quæ circulum contingunt K A & K C maximæ sunt omnium illarum, quæ à signo K ad conuexam circuli peripheriam educuntur; quod primò propositum fuit. C

Quod verò eædem K A & K C minimæ sint omnium illarum, quæ in cauam circuli portionem incidunt, sic demonstratur: Producantur K A in T & K C in V. Quoniam per 16. tertij Euclidis A T & C V extra circulum cadunt, erit vt priùs, quodcumque punctum in caua peripheria A B C assumptũ fuerit, vt puta L puncto B, totaque K L ipsi K B propinquior. Quare per 8. tertij maior est K L ipsa K C: cumque ceteræ eodem modo ipsa K C maiores possint demonstrari, fit vt quæ circulum contingit K C minima sit omnium illarum, quæ in cauam peripheriã circuli incidunt; quod secundo loco erat demonstrandũ.

LEMMA XXVI. D

Quæ ab eodem puncto ad circulum contingentes ducuntur, sunt inter se æquales.

Hoc lemma tametsi à Campano demonstretur corollario 2. ad propos. 36. tertij Euclidis, libet tamen hoc loco illud aliter demonstrare. Sit datus circulus B D C ex centro A descriptus, ad quem è signo F contingentes applicitæ sint F B & F C: rectę præterea ex A euocentur A B & A C, iungaturq; externum signum F cum circuli dati centro per rectam F A, circum quam velut diametrum alius circulus describatur F B A C. Hunc constat in primis per loca contactuum B & C transire. Cùm namque per 18. tertij Euclidis A B ipsi F B sit perpendicularis, rectus erit angulus F B A. Quare per conuersam 31. tertij Euclidis, segmentum, quod per F, B, & A transit, semicirculus est, quare & F C A semicirculus erit, quòd & F C A rectus sit angulus. Igitur circulus qui circum F A ceu diametrũ describitur, per B & C contactuum loca transit. Iam verò quoniam æquales sunt rectæ A B & A C per circuli definitionem, vtpote à centro A ad circumferentiam eductæ, erunt & arcus, quibus eæ subtenduntur, æquales per 28. tertij Euclidis: hi autem arcus si ab æqualibus semicirculis F B A & F C A subducantur, relinquentur peripheriæ F B & F C æquales per communem notionem. Quare & rectæ lineæ F B & F C quæ his æqualibus peripheriis subijciuntur, æquales erunt per 29. tertij Euclidis; quod erat demonstrandum.



F

LEMMA

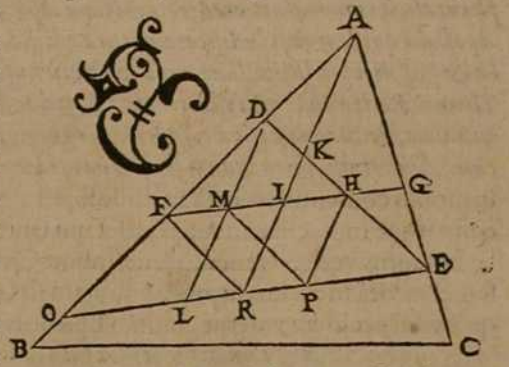
A

LEMMA XXVII.

Si in triangulo ABC *tres rectæ lineæ constituantur, una* DE *quæ vtrumque trianguli crus vtcumque secet, altera* FG *quæ ipsam* DE *secet bifariàm in* H, *tertia* AI *quæ à vertice delapsa ipsam* FG *bifariàm diuidat in* I: *dico* FG *in* H, *&* DE *in* K *secundùm eamdem rationem dissecari.*

B

DVCTA enim EO ipsi FG parallela, AI adipsam vsque EO producatur, fiantque DL, HP parallelæ ipsi AR. Quoniam igitur EO ponitur parallela FG, erunt triangula AIF, ARO, itemq; & AIG, ARE æquiangula per 4. lemma libri quinti: ideoq; per 4. sexti Euclidis proportionalia erunt ipsorũ latera, hoc est vt AI ad AR, sic IF ad RO; & vt AI ad AR, sic quoque IG ad RE. Quare per 11. quinti Euclidis erit quoque vt



C IF ad IG, ita RO ad RE: sed FG in I ex hypothesi secta est bifariàm: igitur & EO in R bifariàm secta erit. Deinde cùm in triangulo DEO sit DE secta bifariàm, & GF ipsi EO parallela, erit quoque per 2. sexti Euclidis DO in F bifariàm secta: sed & EO ostensa iam est bifariàm diuisa in R: igitur quæ F & R connectit recta linea FR, ipsi DE parallela erit per eamdem 2. sexti Euclidis. Eodemque modo MP eidem DE parallela probabitur. Cùm enim MH basi LE & HP lateri DL ex constructione sint parallelæ, sitque DE ex hypothesi in H secta bifariàm, erunt quoque per 2. sexti Euclidis DL in M, & LE in P sectæ bifariàm. Quare per eamdem 2. sexti Euclidis, quæ M & P connectit re-

D cta linea, ipsi DE parallela erit: ac proinde ipsi quoque FR per 30. primi Euclidis. Cumque parallelæ quoque sint positæ AR & HP, erunt per 34. primi Euclidis FM & IH ipsi RP æquales, ideoque & inter se per communem notionem. Adiuncta igitur ipsis communi portione MI, fiet MH tum ipsi FI, tum ipsi IG æqualis, quòd ambæ inter se sint æquales. At per eamdem 34. primi Euclidis æqualis est LP ipsi MH: igitur & ipsi IG, erit LP æqualis. A quibus si detrahantur RP & IH, & ipsæ per 34. primi Euclidis relinquentur LR & HG inter se æquales. Et quoniam ostensa est FR ipsi DE parallela, erunt per eamdem iam sæpè citatam 34. primi Euclidis RE & HF æquales; additis itaque æqualibus LR & GH, erunt FG & LE æquales, & in eamdem rationem diuisæ. Quamobrem cùm vt LE in R, ita quoque diuisa sit DE in K, propterea quòd sit KR ipsi DL parallela ex

E constructione, sequitur per 11. quinti Euclidis FG in H, & DE in K eadem ratione sectas esse; quod demonstrasse oportuit.

HYPOTHESES.

I.

Visum subinde & falli & fallere.

F VISVM numquam errare circa vllum obiectum (quod Epicurei de externis sensibus docebant) his argumentis suaderi posse videtur.

Primò, quia si sensus erroribus obnoxij sunt, vtique abrogata eorum fide, nulla erit certitudo in scientiis, nulla constantia, cùm scientiæ nitantur principiis, hæc verò experimento & sensuum æstimatione. Quare

Lucretius: *Denique vt in fabrica, si praua est regula prima,*
Normaq; si fallax rectis regionibus exit,
Et libella aliqua si ex parti claudicat hilum;
Omnia mendosè fieri, atque obstipa necessum est,
Praua, cubantia, prona, supina, atque absona tecta,

Iam

Iam ruere vt quædam videantur velle, ruantq́; A
Prodita iudiciis fallacibus omnia primis.

Secundò, ſenſus apprehendit rem, vt ſpecie ſenſibili repræſentatur: at ſpecies ſęmper eſt obiecto ſimilis, vtpote naturalis eius imago: igitur in ſenſibus nullus relinquitur deceptioni locus.

Tertiò, Tertullianus libro de anima cap. 17. de ſenſuum auctoritate ita ſcribit: *Non licet nobis in dubium ſenſus iſtos* (de externis loquitur) *reuocare, ne & in Chriſto de fide eorum deliberetur; ne fortè dicatur, quòd falsò ſatanam proſpectarit de cælo præcipitatum: aut falsò vocem Patris audierit de ipſo teſtificatam: aut deceptus ſit cùm Petri ſocrum tetigit: aut alium poſteà vnguenti ſenſerit ſpiritum, quod in ſepulturam ſuam acceptauit: alium* B *poſteà vini ſaporem, quod in ſanguinis ſui memoriam conſecrauit. Sic enim & Marcion phantaſma eum maluit credere, totius corporis in illo dedignatus veritatem. Atquin ne in Apoſtolis quidem eius ludificata natura eſt. fidelis fuit & viſus & auditus in monte: fidelis & guſtus vini illius, licet aquæ antè, in nuptiis Galileæ: fidelis & tactus exinde creduli Thomæ. Recita Ioannis teſtationem: Quod vidimus, inquit, quod audiuimus, oculis noſtris vidimus, & manus noſtræ contrectauerunt de ſermone vitæ. Falſa vtique teſtatio, ſi oculorum, & aurium, & manuum ſenſus natura mentitur.* Huic luculentiſſimo Tertulliani teſtimonio conſentit auctoritas Philoſophi, qui 8. phyſicorum cap. 3. text. 22. hebetem eum atque imbecillæ mentis cenſet qui ſenſibus fidem derogat.

Epicurus verò eò rem dimittit, inquit Cicero lib. 2. Academ. quæſt. vt ſi vnus ſenſus C ſemel in vita mentitus ſit, nulli vmquam ſit credendum: omnem ergo hallucinationem, quæ viſui accidere videtur, animo Epicurus tribuebat. Et idem Lucret.

Nec tamen hic oculos falli concedimus hilum.

Nam ſi quid aliter videtur quàm ſit,

Hoc animi demum ratio diſcernere debet,
Nec poſſunt oculi naturam noſcere rerum.
Proinde animi vitium hoc oculis adfingere noli.

Sed ab his credulis, qui numquam ſenſus mentiri putant, diſcedamus.

Epicureis contrariè ſentiunt Academici, qui omnem prorſus fidem à ſenſibus ablegarunt, quòd ſemper illos falli putarent. Aduerſus quos tres libros ſcripſit D. Auguſti- D nus, in quorum tertio cap. 11. & 12. illorum de ſenſibus refellit opiniones. Tertullianus autem loco ſuperiùs citato his verbis: *Quid agis Academice procaciſſime? totum vitæ ſtatum euertis, omnem naturæ ordinem turbas, ipſius Dei prouidentiam excæcas, qui cunctis operibus ſuis intelligendis, incolendis, diſpenſandis, fruendiſq́; fallaces & mendaces dominos præfecerit ſenſus. An non iſtis vniuerſa conditio ſubminiſtratur? an non per iſtos ſecunda quoque mundo inſtructio acceſſit, tot artes, tot ingenia, tot ſtudia, negotia, officia, commercia, remedia, conſilia, ſolatia, victus, cultus, ornatuſque? omnia totum vitæ ſaporem condierunt, dum per hos ſenſus ſolus omnium homo animal rationale dignoſcitur, intelligentiæ & ſcientiæ capax, & ipſius Academiæ.*

Et Lucretius aduerſus eoſdem Academicos ſcribens libro 4. de natura, illos ait E

—— *conuellere tota*
Fundamenta, quibus nixatur vita ſaluſq́;.
Non modò enim ratio ruat omnis, vita quoque ipſa
Concidat extemplò, niſi credere ſenſibus auſis,
Præcipitiſq́; locos vitare, & cetera, quæ ſint.

Peripatetici nec ſemper, nec numquam falli ſenſus aſſerunt. Quod ipſorum dogma perſpicuum fiet, ſi triplex error antè fuerit explicatus. Primus eſt, cùm ſolus externus ſenſus errat, internus verò ſenſus, aut mens ipſa errorem corrigit; vt cùm circulus obliquè obiectus externo quidem aſpectu, velut ellipſis cernitur, ratio autem ſciens partes quaſdam aliis remotiores eſſe, non ellipſim, ſed circulum eſſe iudicat. Error hic in ſola eſt F externa facultate, ex eo obueniens, quòd ſpecies, quamuis à circulo profecta, non tamen ſit circularis aut circulo ſimilis; ſed propter ſitus obliquitatem, altera parte contractior, vt ſuo loco oſtendetur in fallaciis figuræ. Sic res longè diſſitas externus viſus paruas apprehendit; at ratio diſtantiam perpendens, magnas æſtimat. Sic innumeris pænè in rebus aſpectus eluditur, cuius fallaciis mens haudquaquam adſtipulatur.

Alter eſt, cùm ſola mens hallucinatur: quod licet multis ex cauſis obuenire poſſit; nempe aut quia mens vacillat, aut quia contrario affectu quodammodò occæcatur, aut quia per inſaniam à propria ſede deturbatur; præcipuè tamen ex eo, quòd animus minùs

A nùs ſibi ſit præſens, vt cùm quis equum, cui inſidet, anxiè perquirit, rebus aliis intentus.

Tertius eſt, cùm ratio ſimul & viſus in eumdem errorem prolabuntur: quod tum ſanè euenit, cùm fallax rei imago magnam veri ſimilitudinem gerit, nec aliunde quidquam præſidij ſuppetit, quo error detegatur. Tunc enim primò quidem ipſe aſpectus deluditur, ac deinde mens ipſa falſa aſpectus denuntiatione circumuenitur. Sic veteres quoſdam pictores quædam ita ad viuum expreſſiſſe legimus, vt fictæ imagines peritorum etiam oculos veri ſpecie occupauerint. Et hac tempeſtate innumeri reperiuntur artifices, qui recentes vuas, pomaq; & pyra, atque omnis generis fructus è cera in matrices fuſa ita ementiuntur, vt nihil à veris ſecundùm aſpectum diſcrepent, quibus proinde
B non rarò prudentes etiam capiuntur.

Ex hiſce tribus errorum generibus, primum tantùm & vltimum ad rem præſentem conducunt, cùm videlicet aut ſenſus ipſe exterior rem aliter, quàm reipſa eſt, apprehendit, imagine rem falsò exhibente; aut cùm eiuſmodi notitiam ſenſus elicit, qua ſuperior facultas, ad quam iudicium ſpectat, in falſam æſtimationem inducitur. Secundum verò huc minimè ſpectat, quòd neque in viſu ſit, neque ex viſu proueniat, ſed ſolius ſit mentis, atque ex propria cauſa proueniens. Vnde eſt illud D. Nemeſij philoſophi libro de natura hominis: *Sæpè obiecto amico cum quærimus, aut conuentum præterimus, quòd aliis ſit mens intenta: ſed ne hîc quidem viſus eſt error, at mentis. Viſus ſiquidem nouit & retulit: mens verò relatis neutiquam adhæſit.* Et Tertullianus lib. de anima, cap. 17. *Qui inſa-*
C *niunt*, inquit, *alios in aliis vident, vt Oreſtes matrem in ſorore, & Aiax Vlyſſem in armento, vt Athamas & Agaue in filiis beſtias. Oculiſne hoc mendacium exprobrabis, an furiis?* Simile quiddam in iis videre licet, quorum animus cupidine diuitiarum ſtimulatur: hi namque cùm ſub terris venas perquirunt, quidquid ex fuluo ſplendet, facilè aurum eſſe arbitrantur.

His prænotatis, dico primò externum viſum circa proprium obiectum formale numquam falli. Eſt verò obiectum formale viſus, lux & color quà talia ſunt, non verò quà lux ſolis, aut lunæ, aut ignis, aut putris ligni: neque color quà viridis, aut purpureus, aut croceus; ſed quatenus vniuerſali notione conſiderantur, vt libro primo propoſitione 100. dictum eſt.

D Secundò dico, circa materiam proprij obiecti, quæ ſpecies lucis & coloris in particulari complectitur, aſpectum falli aliquando. Verbi gratia, ſi viſui cæruleus color obijciatur, nullus vmquam error accidet, quamdiu illum viſus vt colorem comprehendet, quæ eſt ratio obiecti formalis: at in ſpecie coloris errabit is cuius oculi aurigine perfunduntur, quia illi viridis apparebit, ob tranſparentem bilis flauedinem, quæ cum cæruleo viridem componit, vt libro primo propoſit. 39. oſtenſum eſt. Sic ophthalmicis, quorum oculi phlegmone accenduntur, ob ſanguinis infectionem idem cæruleus color purpureus conſpicietur. Nam rubeus cæruleo mixtus purpureum gignit, vt eodem loco libri primi docetur: his enim idem prorſus euenit, quod iis, qui per tincta vitra proſpiciunt. Quocircà cùm Ariſtoteles libro ſecundo de anima c. 6. text. 63. ſenſibile proprium hoc
E nomine commendat, quòd circa illud non contingat ſenſum errare, intellige de formali ratione obiecti proprij, vt iam diximus, vel, vt ipſemet exponit Philoſophus, viſum non errare dum viridem colorem percipit; nec guſtum errare, dum percipit amaritudinem; ſed errare cùm has qualitates illis ſubiectis attribuunt, quibus verè non inſunt, vt dum ictericus pannum hunc, qui cæruleus eſt, viridem putat; aut dum bilioſa æſtuans febre, mel iudicat amarum.

Dico tertiò, circa communia obiecta pleraſque aſpectus hallucinationes verſari, quarum exempla nihil attinet hoc loco repræſentare, cùm de his præcipuè totus hic quartus Opticorum liber inſcribatur. cumque plurimæ earum eiuſmodi ſint, quæ negari omnino non poſſunt, & non paucæ extent cauſæ, quæ tanta veri ſimilitudine oculos perſtrin-
F gunt, vt mentis etiam conceptum æſtimationemque euertant; iure hoc nobis concedi poſtulamus, viſum ſubinde & falli, & fallere.

Reſtat, vt argumentis, quæ pro Epicureorum ſententia initio propoſita ſunt, fiat ſatis. Ad primum igitur reſpondetur: Si perpetuò mentis aciem ſenſus eluderent, nulla ſcientia dari poſſet, quod Academici perſuadere contendunt; & ſi numquam fallerent, vnico actu certiſſima haberetur experientia. Nunc autem medio modo res ſe habet: nam tametſi nonnumquam labantur ſenſus, plerumque tamen non errant. Hinc fit, vt tum primùm certa ſit experientia, cùm plurium actuum ſibi conſentientium repetitione firmatur. Non enim ad ſcientiarum primordia, communiumque notionum conſtitutionem,

vnicus

vnicus actus magnopere iuuat; siquidem error huic subesse potest, qui lateat, at sæpè ac A
sæpiùs repetitus iudicium veritatis corroborat, quousque tandem in communem assen-
sum transeat. vnde posteà velut ex primis principiis scientiæ per ratiocinationem colli-
guntur.

Ad secundum argumentum, negandum speciem semper esse obiecto similem. nam sæpè vel ob nimiam distantiam, vel propter medij interiecti conditionem, aut situm, aliámve ob causam, ex iis quas mox sumus allaturi, à rebus dissentit. Vt si quis per flauum vitrum cæruleum pannum intueatur, viridem iudicabit: nam species viroris in oculo reuerà existit, mixta nimirum ex vitri & panni qualitatibus. Sic obliquatæ magnitudines contractas species mittunt, quæ proinde res aliter, quàm sunt, repræsentant. Sic à B
rebus longè dissitis imagines attenuatæ, ac rebus minores protenduntur. Ac eodē modo in ceteris. Hinc igitur fraus in intellectu interuenit, quòd species ad organum appulsæ, diuersæ à rebus existant: alioquin, vt Cicero scribit lib 2. Academ. quæst. *maxima est in sensibus veritas, si & sani sunt & valentes, & omnia remouentur, quæ obstant & impediunt.*

Ad tertium respondetur nihil aliud reuinci, quàm sensus non semper errare, quod Academici persuadere nitebantur, aduersus quos eo loci disputat Tertullianus: sed sæpè etiam vera nuntiare; aut saltem, licet ipsi fallantur, veram tamen rei notionem animo ingenerare, si videlicet ex aliarum circumstantiarum inspectione mens errorem externæ potentiæ deprehendat, corrigatque.

C

HYPOTHESIS II.

Omnes aspectus fallacias aut deprauato intuitu, aut falsa æstimatione scientiáque, aut vitioso syllogismo inferri.

Ex iis, quæ superiore libro sæpiùs sunt repetita, manifestè constat, omnia quæ oculis obijciuntur, aut solo aspectu dignosci, aut adhibita externo obtutui mentis cognitione scientiaque, aut accedente his etiam syllogismo seu argumentatione aliqua. Solo aspectu percipiuntur illa, quæ propria vocantur obiecta visus, vt lux & color. Scientiâ verò illa omnia, quæ sunt ad aliquid, vt magnum paruũ, simile dissimile, æquale inæquale, ceteraq; eiusmodi. res enim ipsas simul intellectu acceptas esse oportet, ex quarum D
mutua comparatione habitudines illæ in cognitionem veniant. Syllogismo denique cognoscuntur ea quæ ad sui perceptionem aliarum rerum præcognitione indigent: sic distantia ex multitudine corporum, quæ inter rem & intuentem interijciuntur: sic locus ex rei ipsius distantia, respectuque partium vniuersi: sic vera rei magnitudo ex magnitudine apparente distantiaque: sic motus, præsertim si tardior sit, ex corporis quiescentis vicinitate: sic denique plurima alia ex aliis tacitè argumentando colligere solemus.

Igitur error in his quæ solo aspectu percipiuntur, ex deprauato intuitu proueniat necesse est, vt cùm propter interualli immensitatem sol nobis pedalis magnitudinis appareat. Ex falsa verò æstimatione error in iis tantùm rebus obuenire solet, quas sola interna facultas assequitur, vt cùm quis eminùs spectatum ignem stellam putat, aut tinctam cry- E
stallum pro gemma accipit, aut cognatum pro fratre, aut pro amico hostem, aut pro peregrino latronem videre se arbitratur. Denique ex vitioso syllogismo error accidit in iis rebus, quæ ratiocinatione ex aliis colliguntur, vt cùm delatis nubibus lunam moueri putamus, & quiescere quod loco procul dissito mouetur.

Vitiosus syllogismus proprio nomine paralogismus nuncupatur; in cuius vel propositione vel demonstratione peccatur. In propositione quidem tribus modis. Primò, cùm falsum pro vero assumitur, vt si res quæpiam è longinquo spectata remotior esse existimetur, quàm sit reuerà, atque ex ea persuasione maior credatur, falletur animus veram rei magnitudinem ex falsa distantiæ præsumptione concludens. Secundò, cùm ex parti- F
culari de vniuerso genere statuitur; quod perfrequens est, vt cùm inspectis nonnullis picturæ partibus totam nos perlustrasse arbitramur; aut cùm ex vngue leonem colligimus. Qua in re nullus quidem error accidit, quando in particulari assumitur proprietas alteri speciei minimè conueniens: vt si ex vno homine disciplinæ capace vniuersos homines capaces disciplinę astruamus; tamen vniuersa conclusio ex particulari inefficax est ac subiecta fallaciæ. Tertiò, cùm quidpiam à proposito alienũ assumitur: vt cùm quis rem obiectam longiùs abesse putat, quòd eam obscuriùs videat, hoc inquam impertinens est ratiocinandi genus: obscuritas siquidem visionis non ex sola distantia, verùm etiam ex luminis absentia, atque ex ipsius organi visui infectione, facultatisque imbecillitate obuenire

A uenire potest. Quare falletur ille interdum, qui ita argumentabitur, remotum aliquid iudicans quod propè est, ex ipsius aspectus obscuritate. In argumentatione non secùs ac in propositione ipsa multis erratur modis, vt docet Aristoteles in Analyticis, quos facilè est ad fallacias aspectus per accommodationem transferre. At quia ea res per se clara est ac facilis, nobis in præsenti sit satis hoc vniuersè supposuisse, tot modis circa res visiles falli nos posse, quot modis tum ab externis tum ab internis facultatibus error committi potest.

HYPOTHESIS III.

B *In octo circumstantiarum asymmetria omnes errorum causas constitutas esse.*

Libro primo sex omnino rei aspectabilis conditiones ad visionem necessarias esse diximus: Illustrationem, de qua propos. 58. Distantiam ab oculo, de qua propositione 56. Situm seu oppositionem, de qua propos. 55. Magnitudinem, de qua propos. 54. Opacitatem, de qua propos. 53. Medij perspicuitatem, de qua propositione 57. Quibus si adijcias Moram, quam propos. 78. ad perfectam visionem deposci ostendimus; itemque Organi integritatem, quam stolidum esset in controuersiam vocare; octo erunt omnino, quæ ad accuratam visus functionem necessariò conspirant.

C In quibus sane amplissima est eius magnitudinis varietas, quæ maioris ac minoris ratione spectatur. atque in nonnullis mediocritas, in aliis extrema exquisitæ visioni magis conducunt: lux enim inprimis mediocris vtilis est. quod eleganter edisserit D. Chrysostomus homilia 5. de imcomprehensibili Dei natura: *Quid*, inquit, *luce iucundius? quid radio solis acceptius? attamen res hæc tam iucunda, tam accepta & placida, vbi supra modum sese oculis nostris obtulerit, grauis molestaq; occurrit. Quamobrem Deus immortalis noctem diei succedere voluit, quæ oculos fatigatos demissis genis operiret, & pupillis quietem reconciliaret, atque ita vim recrearet videndi, & ad futurum officium redderet aptiorem. Hinc etiam vigilia & somnus, res inter se cõtrariæ, pariter iucundissimæ accidunt suæ moderatione vicissitudinis; & cùm lucem suauem nominemus, somnum quoque suauem dicimus,*

D *qui nos dimouere à luce consueuit. Ita omnibus in rebus graue molestumq; est, quod immodicum: suaue, vtile, & iucundum, quod modicum.* Igitur lux maxima obtutum hebetat, atque aciem retundit; minima verò latentia obiecta ad actum non traducit. quo fit vt parietes impẽsè nigri in obscuro loco subinde non appareant, cumq; transitum præbituri videantur, in eos nonnumquam homines incauti impingunt. Sic immensa distantia visilia extra conspectum defert, proxima verò obtutum confundit & dissipat. quare medium quoddam vtile est interuallum iustitia ad aspectum accommodatum. Sic quæ obliquè visui obijciuntur aut ab axe optico declinant, minùs conspicua sunt, vti & exigua corpuscula, quæ nisi directè opponantur, & propè sint, non apparent. Rursus si diaphana sint ea quæ oculis obiectantur, colores eorum nigri videntur. nam in spectabilibus rebus opacitas commendatur, quæ aspectum sistat ac terminet; in medio autem transparentia necessa-

E ria est, quæ rerum simulachra ad aspectum transfundat. Quocircà si medium fumo vaporibúsve crassescit, res propositæ minùs articulatè cernuntur: & si tempore exiguo visus rei considerandæ immoretur, nihil perfectè comprehendet. Demum ob potentiæ imbecillitatem aut sensorij deprauationem, contingit quosdam propè, alios eminùs nihil distinctè contueri: hinc etiam nigredinis in re non nigra apparentia, visus arguit defectionem. Nam visionis interceptio, tenebrarum aut nigredinis speciem ostendit, vt in iis videre est, qui animo delinquunt. Hinc præterea in pariete albo obscuræ maculæ interdum putantur vmbræ.

Sunt itaque in his omnibus quidam gradus aspectui symmetri atque accommo-

F dati, *quos vltra citraq; nequit res vlla videri:* quare, vt idem loquitur D. Chrysostomus loco superiùs citato, *singuli nostri sensus modum, normam, & limitem certum habent à natura datum.* Cùm verò oporteat conuenienti, & quasi harmonica proportione hæc omnia ad visus facultatem se habere: consequens est, vt perturbata hac habitudine plurimæ deceptiones in visus functionem irrepant; quarum exempla referre superuacaneum ducimus, tum quòd ex vniuersa hac tractatione innumera desumi possint, tum quòd ipsius hypothesis veritas adeò per se nota sit, vt meritò eam nobis nulla adhibita demonstratione concedi postulemus.

HYPOTHESIS IV.

Errores visus posse corrigi, tum mente, tum aliis internis externisq; sensibus.

NON posse aspectus fallacias ratione confutari, ex eo probari posse videtur, quòd ratio, visu decepto, pariter circumueniatur. Eius siquidem operatio ex sensus apprehensione dependet. Igitur si ratio visus errorem emendare posset, se ipsa reprehenderet, atque ita numquam falleretur. ex quo fit, vt mens sensum labentem fulcire non possit.

Sed quòd neque id sensus alij possint, probatur: quia circa distincta obiecta singuli versantur, nec quidquam commercij inter se habent. Vnde de his ita præclarè cecinit Lucretij Musa libro 4. de natura:

An poterunt oculos aures reprehendere? an auris
Tactus? an hunc porrò tactum sapor arguet oris?
An confutabunt nares, oculíve reuincent?
Non, vt opinor, ita est. nam seorsum cuique potestas
Diuisa est; sua vis cuiq; est. ideoq; necesse est,
Quod molle aut durum est; gelidum feruénsve; seorsum
Id molle aut durum, gelidum feruénsve videri:
Et seorsum varios rerum sentire colores,
Et quæcumque coloribus sunt coniuncta necesse est.
Seorsus item sapor oris habet vim; seorsus odores
Nascuntur; seorsum sonitus: ideoq; necesse est,
Non possint alios alij conuincere sensus.

Verùm enim verò quoniam concessum nobis hoc iam est, errores omnes, qui in visus functionem irrepunt, ex aliqua causa prouenire; etsi non quoties causa erroris interuenit, aspectum falli sit necesse: dico tunc solummodò errorem obtingere, cùm erroris causa ignoratur: nam perfacile est, cognita fallaciæ causa, errantem facultatem & se ipsam reprehendere, & ab aliis tum sensibus tum intellectu restitui. Magnam siquidem inter se sensus internæque potentiæ societatem habent, ac mutua sibi auxilia suppetiasq; ferunt. Vnde quod in picturis prominere oculo videtur, id tactus planum indicat: & vnum percipit idem tactus, quod distracta luminum societate geminum conspicitur. Eodem modo, si vera rei distantia mente internóve sensu perspecta sit, vt libro tertio proposit. 4. docuimus, & vera eius magnitudo cognita erit. nam tum solùm res minor, quàm reuerà est, apparet, cùm eius distantia ignoratur, vt infrà ostendemus suo loco. Quare si erroris causam mens, aut internus externúsve alius sensus assequatur, errantem visum facilè coarguet, atque ex aliarum circumstantiarum vera notitia corriget.

Ad argumentum, quo probari videbatur non posse errores aspectus ratione emendari; concedimus visu decepto mentem pariter in eumdem errorem protrahi, si lapsus causam non percipiat: at si eam deprehendat, errorem restitui, seque mentem ipsam reprehendere. Vnde nullo pacto sequitur, mentem numquam in errorem prolabi posse ductu oculorum: nam contingit subinde causam erroris ignorari.

Ad alterum argumentum, quo idem de aliis externis sensibus ostendebatur; dicendum quòd licet distincta sint singulorum obiecta propria, tamen quædam communia sint, ad quæ plures sensus attingunt. nec posse, vt argumentum rectè concludit, errores visus qui circa lumen aut colores obueniunt, alio sensu dignosci aut emendari; sed circa communia obiecta alterius errores altero corrigi, nemo inficias ibit. *Quocirca*, inquit, D. Nemesius libro de natura hominis cap. 7. *interdum aspectus ceterorum sensuum testimonio indiget, cùm id quod cernitur artificio ad fallendum factum fuerit, vt in pictura. Nam pingendi artis opus est, fallere aspectum non veris eminentiis & lacunis: si res eiusmodi naturæ est, vbi opus sit maximè quidem tactum adsciscere; interdum tamen etiam gustatum, aut odoratum, vt in pomo cereo.* Igitur in illis rebus quæ pluribus sensibus sese offerunt, si vnus fallatur, alter verò rectè sentiat, non erit à ratione alienum existimare, illum qui falsa imagine decipitur, alterius incorrupto iudicio posse restitui: non ita quidem, vt sensus ille qui errat rectiùs iam sentiat quàm priùs; sed vt primaria facultas vtriusque sensus functionem superiori potentiæ transscribat, quæ posteà litem dirimit, atque alterum ex alterius veriore sensu erroris reum pronuntiat.

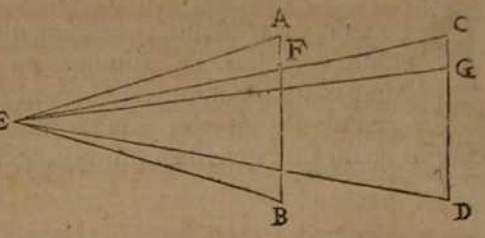
HYPO-

A

HYPOTHESIS V.

Maioribus ſpectata angulis diſtinctiùs euidentiuſq; internoſci.

SINT duæ magnitudines æquales A B & C D oppoſitæ viſui E ; ſimili quidem oppoſitionis genere , at diſtantia inæquali : quemadmodum tota A B ſub maiori angulo videtur, quàm tota C D ; ita quæcumque pars lineæ A B, puta A F, ſub maiori



B conſpicitur angulo, quàm pars ei æqualis in linea C D, cuiuſmodi eſto C G. Eſt enim angulus A E F maior quàm angulus C E G ; & ita de ceteris partibus vtriuſque lineæ exiſtimandum eſt. Quare tota A B ſecundùm omnes etiam ſuas partes maioribus angulis ſpectatur , quàm tota C D. Ideoque vnaquæque etiam pars lineæ A B perfectiùs dignoſcitur, quàm quæ his æquales ſunt in linea C D, vt per ſe notum eſt.

Hoc ipſum Euclides ſuppoſitione vndecima ſuorum opticorum his verbis propoſuit: *Quæ ſub pluribus angulis ſpectantur , expeditiùs videntur.* Quorum verborum idem eſt, qui ſuperiorum ſenſus. Nam vt maiori angulo, ita pluribus A B ſpectatur quàm C D. Qua-

C les enim angulos numero quidem paucos, continet angulus C E D, tales, ſed plures, angulus A E B comprehendit. Exempli gratia , ſi ponatur angulus A E B duplus anguli C E D, ſitque angulus C E G quarta pars anguli C E D, erit idem angulus C E G anguli A E B pars octaua. quocircà quales angulus C E D continet quatuor, tales A E B angulus octo complectitur. Et quod de totis dictum eſt, id in partibus oſtendi poteſt.

Verùm quamuis idem eſſe videatur pluribus angulis ſpectari, quod maioribus; tamen multitudo angulorum non ita euidenter cauſam perſpicacioris intuitus exponit , vt magnitudo. Nam quo magis attenuantur anguli , eò minùs perfectè res cernuntur , quoad tandem ſub inſenſilibus angulis res ipſæ inſenſibiles euadant. Et licet plures inſenſibiles anguli in vnum conueniant angulum; non tamen ratione multitudinis rem conſpicuam

D facient : quoniam enim ſinguli ſenſum fugiunt , & partes ſingulis ſubtenſæ penitus deliteſcunt ; quare & totum imperceptibile ſit neceſſe eſt. Non igitur ob multitudinem angulorum, ſed ob eorum amplitudinem res obiectæ euidentiùs conſpiciuntur.

FALLACIAE ASPECTVS CIRCA DISTANTIAM.

E

DEFINITIONES.

I.

Iuſta Diſtantia ea eſt, in qua apparent partes, quæ totius comparatione ſenſibilem proportionem habent.

F QVAMVIS libro primo propoſitione 56. oſtenſum ſit, viſum ſuapte naturâ infinitè protendi ; tamen ex ſequente ibidem propoſitione 57. liquet obiecti conditionem obſtare , quo minùs ad quodcumque ſpatium reipſa extendatur , quòd nimirum omne obiectum ſpatio definiatur , vltra quod videri non poteſt. Quocircà ratione obiecti certa quædam diſtantia ad exactum intuitum exigitur, quam tum iuſtam ſeu mediocrem, ac viſui proportionatam eſſe dicimus , cùm in ea diſcerni queunt partes , non illæ quidem atomæ, ſed quæ totius comparatione ſenſibilem magnitudinem proportionemque obtinent. Hæc iuſtæ diſtantiæ explicatio omnem illam latitudinem complectitur , quæ inter extrema interiacet. Non enim in præſenti nobis propoſitum eſt eam obiecti diſtantiam deſcribere , qua omnes eius partes quàm commodiſſimè aſpectus internoſcat ; ſed illam tantùm quæ ab immoderata ſeu nimia diſtinguitur.

II. A

Immoderata distantia illa est, quæ partes sensibilem habentes proportionem ad totum delitescunt.

EXPLICATA distantia mediocri, quæ immoderata ac nimia censeri debeat, manifestè colligitur. Est namque maior æquo distantia, cùm partes, quarum totius comparatione notabilis est magnitudo, longiùs à visu abductæ, ita extenuantur, vt sensum penitus fugiant; quæ proinde distantia nimia dicitur, quòd visionis metam excedat, ad quam scilicet vis oculorum attingere nequeat. B

III.

Quæ maiori visibili mediocris est distantia, ea minori est iusto maior.

PERSPICVVM sanè hoc est. siquidem in eadem distantia maioris obiecti maior est angulus quo spectatur, quàm minoris. nam per 18. primi Euclidis omnis trianguli maius latus maiorem angulum subtendit. Fieri itaque potest, vt duarum magnitudinum inæqualium pari interuallo ab aspectu disiunctarum, maioris quidem partes C notabilem habentes proportionem ad totum, sensilibus angulis respondeant; minoris verò partes, insensilibus. Quare eadem distantia maioris obiecti comparatione mediocris est, at minoris respectu immoderata.

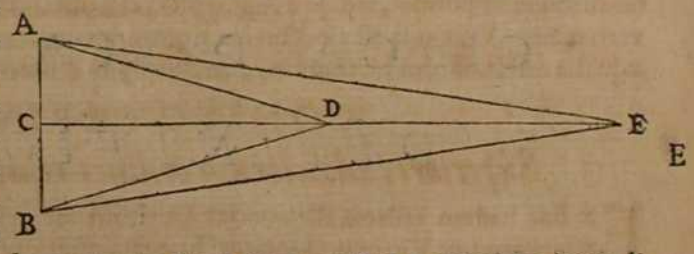
Ex quo subinferre licet iustum iniustumque interuallum nequaquam absolutè dici, sed obiecti comparatione. Vnde non modò eadem distantia, vnius obiecti respectu mediocris est, alterius verò nimia: verumetiam maior distantia moderata esse potest, atque obtutui proportionata; minor autem fines obtutus excedens: hæc scilicet minoris obiecti, illa verò maioris collatione: non enim vno eodemque modo in eadem distantia maius ac minus perspiciuntur.

D

PROPOSITIO I. THEOREMA.

Distantiæ minores semper, quàm reipsa sint, conspiciuntur.

ESTO distantia CE, quæ bifariàm diuidatur in D, sic vt CE dupla sit ipsius CD: dico distantiam CE nequaquá apparere duplam distãtiæ CD, sed dupla minorem. A visibus enim A & B radij ad vtriusque distantiæ terminum educantur AD & AE, item BD & BE. quoniam igitur libro tertio propositione 4. ostensum est, distantias ex axium opticorum longitudinibus cognosci; ita erit apparens distantia CE ad CD distantiam apparentem, quemadmodum axis opticus AE apparens, ad axem opticum AD apparentem comparatus. Sed quemadmodum angulus ABE ad angulum ABD, ita axis apparens AE ad axem AD apparentem per 9. propos. libri tertij: angulus autem ABE maior quidem est, at non duplo maior angulo ABD, cùm per quintum lemma minor sit angulus DBE quam angulus ABD. Minor ergo quàm dupla proportio est apparentis axis optici AE ad AD axem apparentem: ac proinde minor etiam quàm dupla proportio est apparentis distantiæ CE ad distantiam CD apparentem; est autem reipsa dupla proportio. Ergo apparet minor quàm reipsa sit; quòd erat demonstrandum. F



E

Deinde cùm dictum sit libro tertio propos. 2. per interiecta corpora, velut terræ superficiem, distantias cognosci: sit inter videntē & D punctum visibile interiecta terræ superficies CD; inter signum verò E & videntem sit expansa terræ superficies CE dupla ipsius CD, sic vt DE æqualis sit ipsi CD, at illa remotior, idcircò erunt lineæ AE & AD rectis AD & AC

A & A C maiores, ac proinde per quintum lemma angulus E A D angulo D A C minor erit, & compositus E A C ipso D A C minor quàm duplus: at cùm per nonam propositionem lib. tertij ita sit apparens terræ superficies C E ad eius portionem C D, vt est angulus C A E ad angulum C A D, apparebit distantia C E minor, quàm dupla ipsius C D, atque adeò quàm reipsa sit minor; quod erat demonstrandum.

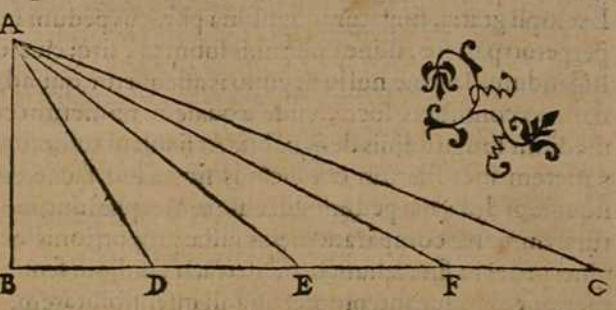
Erroris causa est inæquale angulorum incrementum; non enim illi æqualibus distantiarum adiectionibus pares admittunt accessiones, sed longiore semper recessu minores, vt ostensum est.

Errorem mens corrigit ex comparatione similium distantiarum, quas aliàs sæpè per-
B uidit. Comparationem porrò homines plerumque faciunt ad terræ superficiem, non verò ad alia interiecta corpora: illam enim frequentiùs explorare consueuerunt pedum aut passuum modulis, dum vel eam sæpè perambulant, vel dum adhibita regula eam ad amussim emetiuntur. Quo verò maiorem quis hac in re vsum experientiamque habet, eò certiùs iudicat de insuetis; inexpertus autem sæpiùs grauiusque hallucinatur.

PROPOSITIO II. THEOREMA.

Eorum quæ in directum longo ordine exponuntur æquales intercapedines, quò remotiores eò semper minores apparent.

C SIT visus A, terræq; superficies B C, in qua sint longo ordine exposita signa B, D, E, F & C, paribus interuallis ab inuicē disiuncta, ad quæ radij emittantur ab visu A, nempe A B, A D, A E, A F & A C. Cùm per quintū lemma angulo B A D minor sit angulus D A E, & hoc
D minor angulus E A F, ac minimus omnium sit F A C, necesse



est ipsas signorum intercapedines, quò remotiores eò minores apparere, nempe ipsâ B D minorem D E, & hac E F minorem, minimam autem F C. nam per 9. propositionem lib. 3. ita se habent apparentes rerum magnitudines, vt anguli quibus subtenduntur.

Fallaciæ causa eadem est, quæ præcedentis, nimirum anguli mutatio, quæ veræ distantiæ minimè respondet, sed quæ augmento veræ distantiæ semper est minor, decremento verò maior. Vel causa est aspectus, radiorumque incidentium obliquitas, qua fit vt per æqualia distantiarum incrementa, angulis ipsis minores semper fiant accessiones.

CONSECTARIVM.

E

Superiores ædificiorum ordines resupinari videntur.

EX hac eadem fallacia ille quoque error emanat, quo in ædificiis superiores ordines resupinari, vt Vitruuius loquitur, hoc est posteriorem in partem reclinari videntur, cuius fallaciæ causam Vitruuius proposuit lib. 3. cap. 3. his verbis: *Quo enim altiùs oculi scandit acies, non facilè persecat aëris crebritatem: dilapsa itaque altitudinis spatio, & viribus extrita, incertam modulorum renuntiat sensibus quantitatem. Quarè semper adjciendum est rationis supplementum in symmetriarum membris, vt cùm fuerint in altioribus locis opera, aut etiam ipsa coloßicotera, certam habeant magnitudinum rationem.* Et paulò pòst
F eodem capite, vt huic necessario malo aliqua saltem ex parte occurrat, hanc præscribit legem: *Membra omnia, quæ supra capitula columnarum sunt futura, id est, epistylia, zophori, coronæ, tympana, fastigia, acroteria, inclinanda sunt in frontis suæ cuiusque altitudinis parte duodecima: ideò quòd cùm steterimus contra frontes, ab oculo lineæ duæ si extensæ fuerint, & vna tetigerit imam operis partem, altera summam, quæ summam tetigerit, longior fiet. Ita quo longior visus lineæ in superiorē partem procedit, resupinatam facit eius speciem; cùm autem, vti suprà scriptum est, inclinatæ fuerint, tunc in aspectu videbuntur esse ad perpendiculum ac normam.* Picturis etiam, quæ editiori loco collocantur, id magnam adfert venustatem, si anteriorem in partem nonnihil inclinentur, sic enim aspectantibus ab imo propensiores fiunt, & tamen à perpendiculi rectitudine minimè abesse videntur.

A

PROPOSITIO III. THEOREMA.

In rerum distantiis tum maximè visus hallucinatur, cùm aut visile longiùs distat, aut cùm hoc inter & visum nullum spectabile corpus intercedit.

HÆC propositio bipartitò diuiditur, quoniam duas exponit primates errorum causas, quarum altera est immoderata distantia, altera medij interiecti inanitas. Ac prior quidem propositionis pars ex eo potest demonB strari; quòd maior sit proportio distantiarum, quàm angulorum, sub quibus illæ continentur, vt libro tertio propositione septima est demonstratum. Hinc enim fit, vt postquam distantiæ plurimùm excreuerunt, licet deinceps magnis accessionibus producantur; anguli tamen non pro rata augeantur, sed semper minus, vt propositione præcedente ostensum est, quoad tandem insensibilis fiat angulorum mutatio, quæ notabili distantiarum productioni respondet.

Posterioris verò partis ratio est, quoniã frequentiùs consueuit aspectus distantias per interiecta corpora explorare, vt lib. 3. propos. 2. docuimus, præsertim cùm breui admodum termino definita sit ea distantia, quam visus ex axium opticorum longitudine dignoscere exactè potest. Cùm verò corpora aliqua inter visum ac visile interposita sunt, eaq; ordine C quodam dispositа, ex horum intuitu mens numerando facilius distantiam colligit. Exempli gratia, fingatur longissima porticus pedum quadringentorum aut amplius hinc perpetuo pariete, illinc columnis subnixa, sitq; eius longitudinis medium aspectu inuestigandum. Id sanè nullo negotio is assequetur, qui ad columnarum numerum attendat. nam eo consistens loco, vnde æqualem numerum columnarum vtrimque spectet, ibi medium longitudinis designabit. At si solam terræ superficiem inspiciat, aut perpetuum parietem incrustatum cui vicinus sit, haud facile erit medium longitudinis definire: siquidem distantia pedum ducentorum, quæ hinc inde relinquitur, ad altitudinem staturæ humanæ comparata metas iustæ proportionis excedit, sic vt decem aut etiam viginti pedes in fine adiuncti aut detracti, nullum sensibile discrimen quoad aspectus æstiD mationem inducant, propter anguli insensibilitatem.

Hinc multæ obueniunt deceptiones, è quibus illustriores quasdam hîc attexere lubet, velut huius propositionis consectaria.

CONSECTARIVM I.

Arborum & columnarum anteriorem in partem longo ordine expositarum, quæ longissimè distant, coniunctæ videntur.

E

IN promptu est huius consectarij causa. Facit namque immoderata distantia, vt remotiorum arborum vel columnarum interstitia visu non percipiantur, scilicet propter angulorum, qui eis respondent, insensibilem tenuitatem. hi enim, vt propositione secunda est demonstratum, quantò ad remotiores distantias attinent, tanto semper pro rata angustiores euadunt, quousque tandem aspectum omnino effugiant: quod cùm accidit, ipsæ etiam intercapedines rerum longiùs dissitarum ab aspectu surripiuntur. Vnde res eæ coniunctæ videntur, quæ alioquin non mediocri interuallo distant. Ea nimirum vis inest obliquitati obtutus, vt quo obliquior est, eò minores comprehendat eas magnitudines, quæ reipsa æquales sunt, aut etiam maiores. Est porrò remotiorum interstitiorum obliquior semper intuitus, igitur & minor angulus quo videntur, ac tandem etiam insensiF bilis. Quocircà arbores ac columnæ in directum exporrectæ, quæ longissime distant, coniunctæ videntur.

Quod de arboribus atque columnis dictum est, hoc in rebus aliis quamplurimis locum habet. omnibus siquidem commune est longiore recessu earum magnitudines secundùm aspectum minui, quòd pyramidum opticarum anguli, qui ad vertices consistunt, in angustum contrahantur, cùm illarum bases longiùs absistunt. Quoniam itaque rerum intercapedines quamdam magnitudinum rationem habent, his idem quod rebus accidere ipsis necesse est.

CON-

A

CONSECTARIVM II.

Qui procul ab amne distant, res vlteriores à citerioribus non distinguunt.

SIQVIDEM propter aluei profunditatem aquæ superficies spectari non potest: quamobrem spatium, quod latitudo fluminis occupat, per se visus non assequitur. Vt enim libro tertio proposit. 5. ostensum est, distantiæ maiores per interiecta corpora distin-
B guuntur. Igitur è toto spatio, quod inter videntem & res vltra amnem constitutas diffunditur, ea portio subduci debet, quam latitudo fluminis non apparentis complectitur; quod enim non spectatur, pro nihilo censeri debet. Quare res vlteriores ac citeriores, quas delitescens aqua discriminat, coniunctæ videntur per præcedens consectarium, nec eas visus distinguit. Vnde frequens hallucinatio contingit, qua etiam mens ipsa non rarò dubitat, an quos oculus eminùs conspicit montes, vel campos, aut arbores, aut turres, citra flumen sint, nec ne: cùm vicinum esse flumen constat. Sic sæpè perpetuo gramine vestita apparent prata quæ intercurrentibus riuis dirimuntur; horum siquidem alueos surrecta herba ab aspectu suffuratur.

Huic defectui duobus potissimùm modis ratio occurrere consueuit. Alter est conside-
C ratio illarum rerum, quæ eamdem fermè magnitudinem habent, vt sunt arbores ac domus; has namque si solito maiore inæqualitate dissidere conspexerit, minores vlteriores iudicat, maiores verò citeriores, vtpote propinquiores. Alter est coloris inspectio: nam quæ longiùs distant, cùm per aëris densitatem cernuntur, cæruleum quodammodò, seu nebulosum colorem affectant. vnde fit, vt arbores, quarum viror herbaceus est ac naturalis, propinquiores; quarũ verò color ærugineus est magis, remotiores esse conuincantur.

CONSECTARIVM III.

Planetæ ac stellæ fixæ, quantum à nobis distent, aut quæ plus
D ### *minúsve, visus non assequitur.*

SI vastissima terræ moles cæli comparatione puncti instar sit, vt veris rationibus Astronomi probant, perspicuum sanè est, quantò minus æstimari debeat oculorum interuallum: vnde liquidò constat, angulum qui huic ceu basi insistit, & ad cælos vsque verticem protendit in concursu, indiuiduum omnino atque imperceptibilem esse. Nec vllum eius notabile incrementum aut decrementum percipi posse, siue ad fixa, siue ad errabunda sidera iugati axes optici euibrentur. Nullum igitur distantiæ discrimen in his vmquam poterit notari, si soli aspectui credatur. At ratio huic obscuræ inuestigationi plurimum attulit adiumenti: multis siquidem præclarè inuentis, quæ optica ex se fudit, illustres quasdam veritates patefecit, de quibus alius erit differendi locus; minimè tamen
E ab hoc instituto alienus, cum illa ex huius scientiæ arcanis sint deprompta.

CONSECTARIVM IV.

Cælum terræ cohærere in ambitu horizontis videtur.

HVIVS rei hæc est genuina causa, quòd spatium terram inter cælumq; diffusum, quà spectabilis horizon vtrumque attingit, visus non assequatur; vtpote solo aërio inani obseptum; omni autem solido corpore vacuum. Quod cùm ita sit, soleatque ex interiectis corporibus longiores distantias visus explorare, vt libro 3. proposit. 5. tradidi-
F mus; necessum est huic phantasiæ idem prorsus euenire, quod in rebus præterfluente amne diremptis consectario secundo ostendimus, vt nimirum cælum terræ coniungi visus arbitretur, nisi mens cæli sublimitatem aliunde edocta errorem corrigat. Id Cleomedes quoque libro 1. circularis inspectionis his verbis proposuit: *Cùm mare nauigamus, in quo terra loco non spectatur, circũcircà in horizonte nobis cælum imaginamur aquam contingere. At cùm eò peruenerimus, vbi nobis imaginamur cælum maris aquas contingere, rursus spectatur supernè incubare: procedendoq; quouis nauigio id contingit. Proinde si nauigiis aut ambulando terra circumeatur, nulla pars erit, vbi cælum non supernè incubet.* Hinc idem Cleomedes cælum probat rotundum esse; sed & terrarum aquarumque congestam

molem ſphæricum habere ſchema, ex eadem aſpectus apparentia conſtat. Hinc fit etiam A vt ſol occidens mergi ſub vndas pelagi ab infantibus rudioribuſque credatur, vti ex aquis prodire cùm primùm oritur, propter eam quam diximus aſpectus fallaciam.

PROPOSITIO IV. THEOREMA.

Subinde remotiores, plurimùm tamen propinquiores eæ res exiſtimantur, quarum intermedium ſpatium non percipitur.

EX ſuperiore propoſitione palàm eſt plurimos errores ex intermedij ſpatij B ignoratione prouenire, quod quidem tum maximè vſu venit, cùm inter ſpectatorem & rem viſilem nullum corpus conſpicuum intercedit. Nunc verò duplex fallaciæ genus ex eadem illa cauſa prognatum proponitur. Alterum eſt, cùm res per inane ſpectatæ æquo propinquiores videtur: alterum, cùm iuſto longiùs abeſſe exiſtimatur. Ac falli quidem intefdum ex hac cauſa aſpectum poſſe nemo inficiabitur, cùm certò conſtet internum ſenſum omni externo præſidio deſtitutum non poſſe de propoſita rei diſtantia per ſe iudicare. Fortuitò ergo & quaſi diuinando de ea coniecturam facit. Coniecturale autem iudicium, quia non ex reipſa, ſed ex priuata opinione ducitur, ſæpè fallit, & nunc in vnam nunc in alteram partem à vero abducit: ita ſcilicet ſubductis mediis corporibus aliquando propiùs, aliquando lon- C giùs ipſum viſile abeſſe mens auguratur, quàm ſit reipſa. Nunc vtrumque ſubinde euenire, duobus his conſectariis è millibus deſumptis oſtendamus. nil enim vetat à poſteriori effectu cauſam probari.

CONSECTARIVM I.

Cælum prope horizontem longiùs à nobis diſtare videtur, quàm iuxta verticem.

HIC enim nullum corpus, illic verò interiacet terræ ſuperficies. Et quamuis reuerà longiùs à nobis cælum diſtet circa horizontẽ ptopter terræ latitudinem; hoc tamen D diſcrimen cæli comparatione inſenſibile eſt. Vnde in aſtronomicis conſiderationibus, quæ per viſum fiunt, aut vmbram, nulla eius ratio habetur: ſed, ac ſi centrum viſus noſtri in centro mundi exiſteret, omnia præſtantur. Apparet autem cælum nobis ad horizontem manifeſtè remotius, propter interpoſitam terræ ſuperficiem; ad verticem autem propinquius, ob ſpatij interiecti ignorationem. Palàm igitur eſt ſubinde propinquiores res illas exiſtimari, quarum interiectum ſpatium ignoratur.

CONSECTARIVM II.

Nubes terræ adhærentes, propè; auulſæ, longiſſimè abeſſe videntur. E

EPaludoſis locis dum ſolaribus radiis percuſſa terra incaleſcunt, denſi quidam vapores non rarò ſubleuari conſpiciuntur, æſtiuo præcipuè tempore, pacato tranquilloq; cælo, & horis aliquot poſt ſolis exortum. Hi cùm primùm è terra aut ſuperficie aquæ prorumpunt ſenſim coacti denſantur; deinde adminiculum quærentes ſecundùm terræ ſuperficiem perreptant, & ad eminentiora loca naturæ ductu contendunt; vnde tandem inſita leuitate auulſi in ſublimi pendent, & more aliarum nubium ventorum impetu rapiuntur.

Qui hoc naturæ opus attentiùs contemplantur, illas vaporum collectiones, priuſquam à terræ contactu ſeparentur, propinquas vident, cùm nimirum breue terræ ſpatium in- F teriectum animaduertunt: vt autem à terra primùm ſecretæ liberè vagantur, longinquitatem illarum mirantur, cùm cælo proximæ, aut multis paſſuum millibus abeſſe videantur. Ita enim omnino apparent, quemadmodum ceteræ nubes, quas longiſſimè diſtare imperitum vulgus ſolo aſpectu arbitratur; cùm tamen non rarò breui abſint interuallo.

Huic experientiæ ipſe in primis ſubſcribo, oculatus teſtis, & non infrequens fallaciæ admirator. Siquidem numquam adeò vicinas eſſe nubes haſce credidiſſem, niſi momento antè temporis è proximo terræ loco diuelli eas conſpexiſſem. quod ipſum ab aliis quoque non ſemel notatum fuiſſe comperi. Perſpicuum eſt igitur remotiores interdum apparere res illas quarum interiectum ſpatium non percipitur.

Hæc

A Hæc quamuis ita sint, crebriùs tamen vsu venit, vt viciniora illa iudicentur, quorum spatia intermedia non persentiuntur. Estq; hoc magis è ratione deductum: nam cùm interiectum spatium sit ipsa rei distantia, sanè spatio ignorato, ipsa quoque distantia latet; hac verò non integre percepta, minui censetur: siquidem quod non sentitur, non esse existimatur. Igitur propinquiora hæc videntur, cùm propinquiora illa sint, quæ minùs distant.

Simile quiddam in temporis transactione ostendi potest. Nam qui grauioribus occupationibus vrgentur, temporis prolixitatem non sentiunt, citiusque, quod longè futurum est tempus, aduentare mirantur, quòd nimirum multas intermedij temporis partes mens
B præoccupata non sentiat. Contrà verò qui futurum breui tempus otiosè opperiuntur, tarditatem incusant, idq; propter præsentis temporis, cui mens continuò intenta est, diuturnitatem.

Sic qui à primo somno repentè expergiscuntur, subinde multum, aliàs parum se dormiuisse existimant. Tum quidem plus, cùm longas historias somniando percurrerint; siquidem tunc aliquam temporis intermedij notionem acceperunt: tum verò minùs, cùm profundè nec ad satietatem somno indulserint, vtpote qui nihil temporis tacitè decursi persenserint.

Qui verò animo delinquunt, ita instantia temporis præteriti ac subsequentis iungunt, vt continuum putent, quòd scilicet propter animi absentiam nullam omnino medij tem-
C poris cognitionem habere potuerint. Quare perinde ac si nihil temporis interlapsum sit, præteritum futuro coniungunt. Eodem prorsus modo aspectus disiunctarum rerum extrema connectit, cùm interpositi spatij portio aliqua inuisa prę terlabitur. Hac enim velut interpuncta, quod reliquum est, vnum videtur; atque adeò quod longè dissitum, propinquius fieri existimatur.

CONSECTARIVM III.

Ignes noctu procul conspecti viciniores apparent.

NEMPE quòd spatium interiectum, propter tenebras rebus omnibus offusas, ex æquo æstimari non possit. quamquam & alia eius rei causa esse possit, videlicet
D opticorum radiorum infractio per aëris densitatem obueniens; vnde etiam fieri videtur, quòd eadem lumina maiora, quàm reipsa sint, conspiciantur: vt & sol, cùm sub occasum per medios vapores terræ cohærentes transparet; & luna, cùm sole occumbente exoritur.

PROPOSITIO V. THEOREMA.

Sub tenebras, vt circa crepusculum, qua propè sunt, remota esse creduntur.

E QVOD hoc loco proponitur, ita quidem reipsa se habere frequens docet experientia. Causa verò erroris hæc esse videtur, quòd res offusæ tenebris obscuram incertamq; imaginem oculis ingerant: qui proinde firmas acies dirigere in obiecta nequeant. Cumque hoc ipsum iis quoque accidat, quæ longè dissita sunt; arbitratur visus ea quæ hoc modo conspicit, longiùs distare, propter affectionis similitudinem, eamdemque cum rebus dissitis apparentiam.

Hoc deceptionis genere plurimùm capiuntur illi, qui ingruentibus tenebris iter faciunt. nam proximas ædes, eminùs se conspicari arbitrantur; & arbores longè remotas, quibus admodum sunt vicini; occurrantesque ipsis homines, cùm proximi sunt, è lon-
F ginquo aduentare existimant.

Errorem verò mens corrigit ex perspecta rerum magnitudine, vt si arbores in tenebris appareant ea magnitudine, qua maximæ quæque e propinquo cernuntur, mens iudicat eas longè abesse non posse, licet primò aspectu remotiores videantur. Huic quoque rei auditus præsidio est, quippe qui inter ceteros externos sensus distantiam percipiendi vi pollet. Nam & ex æris campani sono in turribus excitato, & ex humanis vocibus, musicisque organis in ædibus popinisque perstrepentibus, distantiæ magnitudo auditus ope colligitur. hæc enim si clare audiantur, vicina loca esse oportet vnde proueniunt.

PRO-

A

PROPOSITIO VI. THEOREMA.

Per nebulam turres ac montes longiùs, quàm sereno cælo distare existimantur.

HÆC fallacia superiori per omnia similis, quam & quotidiana experientia confirmat. perperàm verò ex infractione eam fieri quidam arbitrantur. Nam quæ per nebulam fit radiorum infractio, vti per densius medium rerum phantasias adauget, quæ verò augentur, propinquiora fieri videntur. B Non igitur ex infractione hæc deceptio originem ducit.

Neque ex eo prouenit quòd interiecta corpora ab aspectu surripiantur. Hinc enim viciniores potiùs res esse viderentur quàm longiùs dissitæ, vt propositione quarta ostensum est: at remotiores apparent. non igitur ex hoc capite propositus error obuenire potest.

Dicimus ergo id ex eadem causa fieri, ob quam in tenebris res longiùs distare creduntur, quòd videlicet per nebulam iuxtà ac in tenebris res obscurè appareant, eò scilicet modo quo spectari illæ solent, quæ longissimè distant.

PROPOSITIO VII. THEOREMA.

C

Quibus obtusior est oculorum acies, his res quædam propinquæ longiùs abesse videntur.

FIT non rarò vt ij qui imbecilliorem habent obtutum, è duobus obiectis æquè à visu disiunctis, id quod viuacitate colorum magis conspicuum est, propinquius videatur; id verò remotius, cuius colores sunt languidiores. Inde verò huius erroris causa ducitur, quòd propinquiora euidentiùs videantur, vt lemmate 2. superiùs est præmonstratum. Vnde mens ita secum tacitè ratiocinatur: Hoc obiectum manifestiùs videtur, ergo propinquius est; illud verò remotius, siquidem obscuriùs cernitur. Errat autem, quòd aliunde possit claritas D aspectus prouenire, quàm à colorum viuacitate: nam & ab aspectus perspicacitate, quemadmodum etiam à maiore incidente lumine, quo colores ad actum educuntur & spectabiliores fiunt, obtutus inclarescit, vt ex propos. 60. lib. primi constat.

PROPOSITIO VIII. THEOREMA.

Ob temporis breuitatem nequit aspectus veram rei distantiam explorare.

CVM enim per 3. propositionem huius libri ex longa corporum interiecto- E rum serie, tamquam ex re notissima, distantiæ cognitio plurimùm soleat inuestigari; perspicuum sanè est moram requiri, qua opticus axis totum spatium per medium diffusum transcurrat. Si igitur res breuissimo tempore præsens, illicò ab oculis eripiatur, incertam relinquet distantiæ notionem, & interdum quidem maior, alias verò minor existimabitur, qualem nimirum prima, eaque confusa inspectio suggesserit. Ita sæpè hallucinari aspectum contingit in iis rebus, quas aliquis perfunctorie leuique oculorum iactu intuetur: vt cùm quis palatium visendi causa ingreditur, vbi atria, porticus, aulæ, triclinia, ceteraq; loca prægrandia sunt, atque amplitudine consuetum morem excedunt; ibi si moram fecerit, singularum partium imagines veris simillimas hauriet: si verò obiter singulas aspexerit, illarum F notiones sibi extemplò effinget plurimis erroribus obnoxias. Præterea multæ sæpè accedunt erroris causæ; vt si distantiæ, quæ explorandæ proponuntur, accliues sint aut decliues, aut quocumque alio modo obliquæ: rursus si in aperto sint, minores existimantur, quàm in concluso. his verò omnibus intenta mens esse debet, ne inde maximè decipiatur, vnde minimè errorem prouenire posse existimat; id quod momento temporis fieri non potest. Ergo quod demonstrasse oportuit, spatium aliquod temporis ad exactam distantiæ cognitionem est necessarium, vt quantum vnaquæque res ex aduerso spectata à vidente distet, recte æstimari possit.

FALLA-

A

FALLACIAE ASPECTVS CIRCA MAGNITVDINEM.

AXIOMATA.

B

AXIOMA I.

E quibus reipſa poſitis verus infertur effectus, ex iiſdem apparentibus is ſequi videtur.

C HVIVS axiomatis intelligentia exemplis aliquot perſpicua fiet. Vt ſi æquales apparent anguli, quos recta facit in rectam incidens linea, licet fortè obliqui reipſa ſint, tamen recti apparebunt per 13. primi Euclidis. Et ſi in duas rectas lineas recta incidente linea externus angulus interno & oppoſito & ad eaſdem partes æqualis appareat, aut interni & ad eaſdem partes duobus rectis videntur æquales, parallelæ inter ſe conſpicientur ipſæ rectæ lineæ per 28. primi Euclidis. Sic figura, è cuius puncto aliquo ad circumferentiam eductiradij cernuntur æquales, circulus apparet, per circuli definitionē, tametſi aut ellipſis eſſe reuerà queat. Ad eumdem modum ſi duorum triangulorum duo latera duobus lateribus æqualia viſui exhibeantur, baſeſq; cernuntur æquales, & anguli æquis lateribus comprehenſi æquales videbuntur per 8. primi Euclidis. Rurſus ſi duæ lineæ ſe mutuò ſecuerint, rectæque appareant, angulos ad verticē æquales eſſe aſpectus exiſtimabit per 15. primi Euclidis Poſſunt verò eiuſmodi exempla adferri quamplurima, quæ Lectori conſideranda relinquo.

Et ſanè cùm eiuſmodi proprietates neceſſariam quamdam cum ſuis cauſis connexionē
D habeant, qui cauſas videt, aut ſe videre arbitratur, is effectus ipſos aut ſimul videt, aut ſe videre putat. Vt enim impoſſibile eſt hominis notionem animo concipere, & rationis capacem negare; aut canem nulla latrandi aptitudine præditum; aut magnetem, qui nulla ferrum alliciendi vi polleat: ita impoſſibile eſt circulum non agnoſcere, è cuius medio omnes educti radij æquales ſpectantur; vel non rectos angulos, qui æquales ex vtraque parte incidentis lineæ conſpiciuntur. Igitur apparentibus cauſis apparent effectus, qui ex iiſdem reipſa poſitis inferuntur.

AXIOMA II.

Totum apparet maius ſua parte; ſi quidem exceſſus, quo
E *totum ſuperat partem, ſub ſenſum cadit.*

PERSPICVVM eſt hoc pronuntiatum. Nam totum ſua parte reipſa eſt maius, & diſcernendi facultas vtrumque diſtinguit; neceſſe eſt igitur maius illud videri, quod portionem aliquam continet, qua alterum excedat.

Oportet autem exceſſum illum ſub ſenſum cadere. Nam eius gratia totum parte maius apparet. Quare ſi exceſſus viſu non percipiatur, quæ relinquentur, æqualia apparebunt. Igitur neceſſe eſt portionem illam, qua totum ſuam excedit partem, ſenſibilem eſſe, vt eius adiunctione totius ac partis diſcrimen conſpicuum fiat.

F

AXIOMA III.

Qua ſibi quoad aſpectum congruunt, æqualia videntur.

VTI enim reipſa æqualia ſunt per octauum Euclidis pronuntiatum, quæ ſibi mutuò congruunt, hoc eſt, quæ ad ſe inuicem applicata ita ſe habent, vt extremis exactè reſpondeant: ſic æqualia illa videntur, quorum extrema vno eodemque radio ad aſpectum perferuntur. Siquidem tum vnius extrema cum extremis alterius ita coincidunt, vt viſui vnius inſtar repræſententur.

AXIO-

A

AXIOMA IV.

Quæ vni tertio videntur æqualia, & inter se æqualia videntur.

In hac quoque apparentia, aſpectus rebus ipſis analogia quadam ſeſe accommodat. Nam fieri omnino nequit, vt quæ vni tertio videntur æqualia, inter ſe inæqualia conſpiciantur. Si enim vnum alterum excedere, aut ab illo ſuperari deprehendatur, conſequens erit, vt quod maius eſt, vincat non modò alterum, ſed etiam ipſi æquale tertium; B quod verò minus eſt, ab vtroque ſuperetur: quare aduerſus hypotheſin vnum illud tertio æquale non cernetur.

Simili modo fieri non poteſt, vt quæ inter ſe inæqualia videntur, ambo vni tertio æqualia appareant. Nam quod inæqualium maius eſt aut minus, hoc non modò ſuperat ſecundum, ſed etiam tertium, cui ſecundum æquale ponitur. Igitur quæ vni tertio videntur æqualia, & inter ſe æqualia videntur; quod erat explicandum.

AXIOMA V.

Et quorum alterum vnitertio videtur æquale, alterum inæquale, ea inter ſe inæqualia videntur. C

Si enim æqualia inter ſe viderentur, & tertio viderentur æqualia. Neceſſe ſiquidem eſt, vt id quod inæquale cernitur, cum æqualibus, hoc eſt ſecundo ac tertio, eamdem analogiam habeat, ſeu vt idem ad æqualia eumdem habeat reſpectum. Igitur quoniam duorum alterum ex hypotheſi tertio videtur æquale, conſequens eſt vt primum vtrique æquale aut inæquale appareat. Quocircà ſi primum ſeu quod tertio inæquale videri ponimus, ſecundo videretur æquale, & tertio æquale appareret aduerſus hypotheſin. Si ergo inæquale vnum tertio apparet, alterum æquale, ea inter ſe inæqualia videntur.

AXIOMA VI. D

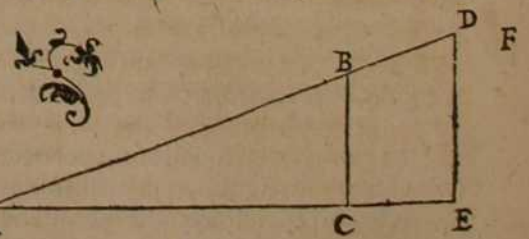
Et quod vno æqualium maius videtur aut minus, maius quoque videtur aut minus altero æqualium. Et ſi vnum æqualium maius aut minus videtur magnitudine quapiam, alterum quoque eadem magnitudine maius videtur aut minus.

Eadem eſt huius axiomatis, ac præcedentis explicatio. Quocircà ne diutiùs quàm par eſt, rebus primò ac per ſe notis immoremur, rem ipſam Deo duce aggrediamur, cœptumque fallaciarum ordinem proſequamur. E

PROPOSITIO IX. THEOREMA.

Eodem conſpecta angulo, quorum diſtantiæ non perpenduntur, æqualia exiſtimantur.

Demonstrari in primis hæc propoſitio poteſt, dato quod obiectę magnitudines eumdē ſitum ad aſpectū habeant, hoc modo: Sint propoſitæ magnitudines B C & D E, ſimiliter viſui oppoſitæ, atque adeò inter ſe parallelæ, per ea quæ in definitionibus ad propoſitionem 31. libri tertij expoſuimus. Hæ eodem quidem angulo D A E, ſed ex inæquali diſtantia A C & A E ſpectentur, ſic tamen, vt diſtantiæ inæqualitas non percipiatur; dico B C & D E magnitudines æquales æſtimari.

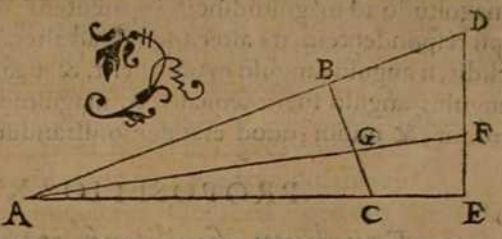


Cùm enim in parallelas rectas lineas B C & D E recta incidat linea A E, erunt per 29. primi

A clidis anguli A C B & A E D æquales, atque eadem ex causa anguli A B C & A D E inter se æquales erunt. Ergo æquiangula erunt triangula B A C & D A E, quibus nimirum angulus A communis est. quare per quartam sexti Euclidis proportionalia erunt ipsorum latera, quæ circum æquales angulos consistunt. Vt ergo A C distantia ad distantiam A E, ita B C magnitudo ad magnitudinem D E: sed ex hypothesi A C & A E æquales videntur, vt quarum inæqualitas non perpenditur: ergo & magnitudines B C & D E æquales apparebunt; quod erat demonstrandum.

Deinde vniuersè hoc ipsum sic demonstrabitur. Sit centrum visus A, res autem duæ B C & D E sub eodem quidem angulo spe-

B ctatæ, at non eodem modo visui obiectæ: has æquales nihilominùs videri affirmo; si quidem distantiarum discrimina non percipiantur. Cùm enim puncta B & D in rectam lineam A D incidant, similiterque puncta C & E in rectam A E; non perpendantur autem B D & C E distantiarum dis-



crimina ex hypothesi; fit vt puncta D & B, item puncta E & C secundùm apparentiam coincidant. Quare vtriusque lineæ B C & D E extrema secundùm aspectum congruunt; atque eodem modo puncta media sibi mutuò respondent. Ducta enim ex A quacumq;

C alia linea, puta A F, quæ vtramque B C & D E in G & F vtcumque intersecet, incident vtraq; communis sectionis puncta G & F in hanc eamdem rectam lineam A F; quocircà & ipsa sibi mutuò congruent. Ergo magnitudines B C & D E secundùm aspectum æquales erunt per 3. superius axioma; quod erat demonstrandum.

Hinc contingit multa per deceptionem æqualia videri sub crepusculum, aut noctu lucente luna, cùm nempe rerum distantiæ minùs accuratè dignoscuntur: sic arbores inæquales, ex inæquali quidem distantia, sed sub eodem angulo visæ, æquales sæpè existimantur, cùm illarum inæqualis distantia non expenditur.

Est porrò hæc erroris causa eiusmodi, vt eâ mens quoque ipsa interdum circumueniatur, cùm nimirum nihil suppetit, cuius ope certa distantiæ cognitio haberi possit, aut quo

D errantes oculi in veram cognitionem restituantur.

PROPOSITIO X. THEOREMA.

Maioribus spectata angulis maiora, minora minoribus, æqualibus æqualia videntur.

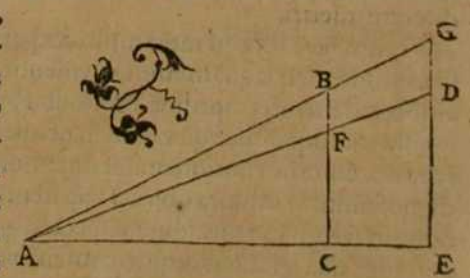
E Hoc Euclides in Opticis quarta, quinta, & sexta hypothesi, ceteriq; Auctores Perspectiuæ, Euclidis exemplo, vt per se notum supponunt. Nos etiam tantorum virorum auctoritate freti, in superioribus libris id non semel vt contestatum vsurpauimus. Potest tamen & ratione positisq; principiis demonstrari; quod priusquam faciamus, duo hæc prænotanda sunt.

Primò, idem in hac propositione subintelligendum esse, quod in præcedente; nimirum, vt ratio disparis interualli, quo magnitudines ab aspectu distant, penitus ignoretur.

Secundò, duplicem esse huius propositionis euentum: aut enim distincti omnino sunt anguli, totiq; ab inuicem discreti, quibus propositæ magnitudines cernuntur; aut certè minor continetur maiore, vt pars toto.

Posterior itaque casus sic demõstrabitur. Sint propositæ magnitudines B C & D E inæ-

F qualibus angulis spectatæ, B C quidem maiore, minore autem D E; (nihil verò interest æqualésne sint ipsæ magnitudines, an inæquales: item an similiter visui opponantur, an secùs:) dico B C quàm D E maiorem apparere, quamuis fortè minor reipsa sit. Nam per propositionem præcedentem D E apparet æqualis ipsi F C: at per secundum axioma B C apparet maior quàm F C, vt totum sua parte. Ergo B C ipsâ quoque D E maior apparet per quintum axioma.



Rursus B C & G E æquales iudicantur per propositionem præcedentem: at G E maior

apparet, quàm DE per idem ſecundum axioma. Ergo & BC eâdem DE maior apparet A
per 5. axioma.

E conuerſo autem oſtendetur DE, quæ minore angulo conſpicitur, minorem videri quàm BC, quæ angulo cernitur maiore. Igitur perſpicuus eſt hic propoſitionis euentus, qui fuerat demonſtrandus.

Alter quoque propoſitionis caſus, ac vnà propoſitio ipſa vniuersè ex nona propoſ. libri tertij ſic demonſtratur: Apparentes rerum magnitudines ita inter ſe ſunt, vt anguli quibus comprehenduntur: hoc eſt quemadmodum angulus ad angulum, ita apparens magnitudo ad magnitudinem apparentem: & alternatim, vt angulus ad magnitudinem ipſi reſpondentem, ita alter angulus ad alteram magnitudinem. Igitur per 14. quinti Eu- B
clidis, ſi angulus angulo maior fuerit, & magnitudo magnitudine maior apparebit. Et ſi angulus angulo fuerit æqualis, & magnitudo magnitudini apparebit æqualis: ſi verò minor, & minor; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XI. THEOREMA.

Æqualium, ſimiliterq; oppſitarum magnitudinum propinquior remotiore maior apparet.

HOC quamuis ex primo ſuperiore lemmate velut conſectarium eliciatur; C
ſtudio tamen in hunc locum eſt aſſeruatum, cùm proprie ad eas aſpectus fallacias pertineat, quæ circa Magnitudinem obueniunt.

Poteſt verò in hunc etiam modum paucis demonſtrari. Æqualium, ſimiliterque obiectarum magnitudinum propinquior maiore angulo cernitur, per primum lemma: at quæ maiore angulo, ea maiora videntur, per præcedentem propoſitionem: igitur æqualium, ſimiliterque oppoſitarum magnitudinum propinquior remotiore ſemper maior apparet; quod erat demonſtrandum.

Inuincibilis ſanè eſt hæc demonſtratio: non placet verò ea cauſa cur propinquiora maiora appareant, quam Plotinus aſſignat Enneadis ſecundæ libro octauo, ita ſcribens: *Num quia ſecundùm accidens cernitur magnitudo, cùm color primò cernatur? Cominùs itaq; quantum coloratum eſt, diſcernitur; eminùs autem dumtaxat coloratum eſſe: partes verò ſecundùm quantitatem condiſtributæ non exactam quantitatis notitiam afferunt. Quando & colores ipſi debiles tenueſq; veniunt. Quid igitur mirum, ſi etiam magnitudines, quemadmodum & voces apparent minores, quatenus earum ſpecies exilis ac debilis aduenit?* D

Confirmat autem hanc rationem ex eo, quòd idem ſit in quantitate magnum & paruum, quod in eſſentiis formiſque ſubſtantialibus perfectum & imperfectum, in qualitatibus intenſio ac remiſſio, in motu velocitas tarditaſque, in tempore diuturnitas ac breuitas. Cùm igitur maius & minus neutiquam per ſe viſu dignoſcantur, ſed qualitatis adminiculo; vti color, ita magnitudo ex interuallo ſegniùs aſpectum ferit. Minor ergo ipſa quantitas, vti color debilior apparet. E

Præterea tribus indiciis eamdem rationem corroborat. Primum eſt, ſi collem arboribus domibuſque confertum ex eo loco conſpexeris, vnde ſingulas formas gradatim intueri poſſis, magnitudinem regionis veriùs æſtimabis, quàm ſi illas ipſas formas ex maiore interuallo diſtinguere nequeas. Deinde, tabulam variis figuris depictam è propinquo non tantam æſtimabis, ſi confusè ac ſummatim partes omnes, quàm ſi ſigillatim ſingulas intuitus fueris. Demum, ſi paries vno tantùm colore perfuſus occurrat, quantitatis, inquit, iudicium maximè fallit; quippe cùm viſus non facilè poſſit rem per partes diſcretè metiri.

Verùm hæc Plotini ratio multis experimentis conuelli poteſt: nam quæ per nebulam ſpectantur, nequaquam minora videntur, quàm ſi per nitidum purumque aërem, cùm F
ambo eadem intercapedine abſiſtunt. Rurſus ſub tenebras nemo res minores videt, quàm medio claroque die: quæ tamen per nebulam, aut in obſcuro cernuntur, hebetiorem reddunt colorum notionem. Itaque non eam ob cauſam, quòd colores minùs exactè dignoſcuntur, minora obiecta apparent. Neque etiam voces ex interuallo minores ſentiuntur, ſi eam magnitudinem ſpectes, quæ molem amplitudinemque concuſſi aëris comitatur, qua grauitas atque acumen ſeu tonus diſtinguitur: ſed hebetiorem dumtaxat ſonum ipſum è longinquo percipimus, quemadmodum & colores.

Ad confirmationem facilè reſpondebitur. Quamuis magnum & paruum in quantitatis

A tatis ratione analogia quadam reſpondeant perfectioni imperfectioniq́ue ſubſtantialium formarum, itemque qualitatum intenſioni ac remiſſioni, motuſq́ue velocitati tarditatiq́ue, non tamen vno hæc modo ſe habere ad viſum. Nam color propria imagine aſpectum mouet, quæ itineris longinquitate ſenſim relaxata minùs perfectam ſui notionem infert. At magnitudo cognoſcitur ex amplitudine partis araneæ tunicæ, quæ ſimulachro afficitur, vt lib. 3. propoſitione 9.

Tria porrò ſigna à Plotino allata nihil ſignificant. Vti enim collis ex eadem intercapedine æquali ſemper angulo, ac proinde æqualis ſemper apparet, quantumuis partium formæ ob medij inæqualitatem nunc magis nunc minùs perſpicuè cernantur; ita è longin-
B quo minor ſemper apparet quàm è propinquo, quamuis propter eamdem medij diſſimilitudinem obtingere poſſit, vt colores obſcuriùs cominùs quàm eminùs repræſententur. Nec vllus vmquam maiorem æſtimauit tabulam variis ſignis depictam, quàm vno colore ſuffuſam, ſi nimirum ex eodem ſpatio vtraque conſpiciatur. teſtis experientia veritatis indagatrix, ac ſcientiæ mater; teſtis ſenſus ipſe, quem tu Lector conſulas.

Aduerte hîc quoque idem ſupponendum eſſe, quod in præcedentibus duabus propoſitionibus, nimirum vt propinquitatis & longinquitatis diſcrimen aſpectum lateat. Si enim perſpecta ſit diſtantiæ diuerſitas, mens facilè errantem aſpectum coarguet, docebitq́ue fieri poſſe, vt æquales reipſa magnitudines ſint, quæ ex inæquali diſtantia inæquales conſpiciuntur.

C Quòd ſi propoſitæ æquales magnitudines in eadem recta linea ſe mutuò conſequantur, inæquales illas apparere ex 2. propoſ. huius libri demonſtrari poteſt: & quidem minores illas, quæ ex maiore diſtantia ſpectantur; illas autem maiores, quæ ex minore.

CONSECTARIVM I.

Res omnes minores ſemper apparent, quàm ſint reipſa.

Hoc quidem ex iis quæ iam docuimus manifeſtè ſequitur; at quia libro 3. propoſ. 12. conſectario 2. abundè eſt demonſtratũ, nihil ampliùs ad eius confirmationem addere pretium operæ duximus. Notandum verò de directo aſpectu id eſſe intelligendum.
D nam repulſione aut infractione radiorum res alioquin perexiguæ enormi magnitudine ſubinde ſpectantur, vt in Catoptricis ac Dioptricis oſtendemus.

Epicurus, & eiuſdem factionis homines non pauci, tantillum eſſe ſolem pronuntiarunt, quantillus apparet, viſus ſequentes imaginem, quam omnis magnitudinis iudicem ſtatuerunt.

Refellitur autem ſtolidum iſtud Epicureorum commentũ hoc modo: Si ſol non maior eſſet quàm aſpectui apparet, nec luna, nec ſtellę, nec homines maiores eſſent, quàm apparent; at ſtellæ minores apparent quàm luna, homines autem maiores: abſurdum verò eſt dicere homines luna maiores eſſe, ſtellas verò minores, vt ex aſtronomicis rationibus conſtat. Falſum igitur ſolem tantulũ eſſe, quantulus apparet. Deinde, Cleomedes l. 2. cir-
E cularis inſpectionis, *Intelligamus*, inquit, *equum amplam decurrere campi regionẽ, pariterq́; ſupra horizontis limitem ſolem emergere, quoad totus emicuerit, propè manifeſtum fuerit coniectantibus, non minùs ſtadiis decem profecturum; ſi igitur æquè celerem fecerimus equi ac mundi viam, decem inuenietur ſtadiorum ſolis dimetiens.* Igitur pedalis non erit, quantulus videtur, ſed maior.

CONSECTARIVM II.

Res minimæ, breui interuallo ab aſpectu diſiunctæ, depereunt.

F Id etiam ex diſtantiæ atque aſpectus noſtri conditione tamquam propria ex cauſa manat: ſicut & ceteræ ferè omnes fallaciæ, quæ circa magnitudinem obueniunt. Porrò luculenta eius rei exempla in picturis habemus, ſculptiſq́ue ſignis: his ſi maiora præcipuaq́ue membra adſint, ſecundùm conſtitutas artis ſymmetrias, aut ad viuum expreſſa; at partes deſint minutiores, quibus illa perficiuntur & quodammodò definiuntur, eminùs ſpectata imago elegans apparebit, ſed cominùs turpis ac fœda, quia minores partes malè efformatæ maiorum obtegunt venuſtatem. Sanè ita res depingere magnæ artis eſt opera, & ni pictor arte penicillum ducat, errabit omnino à vera idea, fallacem tantummodò oculi æſtimationem è propinquo ſecutus. Contrà verò, ſi minimæ partes magno ſtudio ſint elaboratæ, partes autem principales ab artis præſcripto deſciſcant, cominùs venuſta

& elegans imago videbitur, oculi verò receſſu in aliam aſpectu deformem atque ingra- A
tam commutabitur. Eiuſmodi picturę eæ plerumque ſunt, quibus artis parum, plus autem ineſt laboris.

Quod in picturis ſigniſque, id etiam in rebus ipſis experimur. humanus ſiquidem vultus à prima origine ſpecioſus, poſteà lentigine, aut variolarum cicatricibus horrendum in modum fœdatus, tametſi è propinquo turpis videatur; ex interuallo tamen non minùs formoſus apparet, quàm ſi nullum in eo extaret morbi veſtigium, quia nimirum maiores partes tum etiam propriam formam retinent, cùm minores omnem effugiunt oculorum aciem.

CONSECTARIVM III. B

Terrenus orbis ſolis comparatione puncti rationem habet.

QVOD ſanè facit immenſa ſolis terræque diſtantia. *Quemadmodum*, inquit idem Cleomedes lib. 1. circularis inſpectionis, *amphorarum centum millia per ſe inſpecta magnitudinem ingentem habent; in maris autem comparatione nullam, ſed ne quidem ad Nilum: ita terra per ſe in quæſtione habita amplam habere videtur magnitudinem, neque tamen ad ſolare faſtigium quampiam rationem habere videtur.* Et mox infrà: *Pedalem nobis ſol ſuggerit magnitudinem. Intelligere igitur nobis par eſt, ſi à ſolari faſtigio in terram oculos deiecerimus, aut prorſus nihil nos viſuros, aut ſtellæ perexiguæ magnitudinem.* Probat id C
quoque ex eo, quòd ſemper ſupra terram centum & octoginta partes, hoc eſt, æquatoris pars dimidia extare deprehendatur.

Aduerſus hæc obijciet fortè aliquis: Si terra ſolis reſpectu punctum eſſet, neque alia inhorreſcerent gelu, alia torrerentur æſtu, alia perpetua fruerentur temperie: & niſi ſat magna eſſent terreſtriũ plagarum interualla, non diceretur ad nos ſol accedere, rurſuſq; à nobis abire: ſed occurrendum, huius rei cauſam eſſe terræ figuram; nam ex impari iaculatu ſolarium radiorum ad terræ climata, & torrentur partes aliæ, & aliæ refrigerantur, & temperiem aliæ conſequuntur, & modò accedendo, modò recedendo ſol ad verticem noſtrum dicitur habere affectionem.

CONSECTARIVM IV. D

Columnæ quò ſunt excelſiores, eò minorem admittunt ſummi ſcapi contracturam.

HÆC obſeruatio Vitruuium non fugit: qui enim non ſemel architectum Optices peritum poſtulauerat, ſui haud immemor capite 2. libri 3. ſummos columnarum ſcapos & hypotrachelia non vna ſemper ſymmetria contrahi debere oſtendit, ſed varia ſecundùm aſpectus diuerſitatem: *Quod enim*, inquit, *oculos fallit, ratiocinatione eſt exæquandum.* Et vniuersè quò columnæ ſunt excelſiores, eò minorem in eis contracturam exigit: quòd licet reipſa craſſiora ſint hypotrachelia ſummique ſcapi; tamen propter interualli longinquitatem minores oculo appareant. Eius E
verba hîc libet adſcribere, quoniam rem enucleatiùs explanant. *Contracturæ autem in ſummis columnarum hypotracheliis ita faciendæ videntur, vti ſi columna ſit ab minimo ad pedes quinosdenos, ima craſſitudo diuidatur in partes ſex, & earum partium quinque ſumma conſtituatur. Item quæ erit ab quindecim pedibus ad pedes viginti, ſcapus imus in partes ſex & ſemiſſem diuidatur, ex earumq; partium quinque & ſemiſſe ſuperior craſſitudo columnæ fiat. Item quæ erunt à pedibus viginti ad pedes triginta, ſcapus imus diuidatur in partes ſeptem, earumq; ſex ſumma contractura perficiatur. Quæ autem ab triginta pedibus ad quadraginta alta erit, ima craſſitudo diuidatur in partes ſeptem & dimidiam,* F
ex his ſex & dimidiam in ſummæ habeat contracturæ ratione. Quæ erunt à quadraginta pedibus ad quinquaginta, item diuidendæ ſunt in octo partes, & earum ſeptem in ſummi ſcapi hypotrachelio contrahantur. Item ſi quæ altiores erunt his, eadem ratione pro rata conſtituantur contracturæ. Hæ autem propter altitudinis interuallum ſcandentis oculi ſpeciem fallunt: quamobrem adiiciantur craſſitudinibus temperaturæ. Venuſtatem enim proſequitur viſus, cuius ſi non blandimur voluptati proportione & modulorum adiectionibus, vti id in quo fallitur temperatione adaugeatur, vaſtus & inuenuſtus conſpicientibus remittitur aſpectus.

PRO-

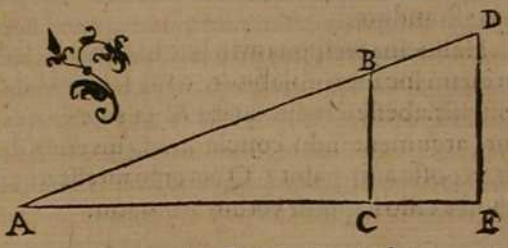
A

PROPOSITIO XII. THEOREMA.

Eorum quæ ſimili diſpoſitione viſui exhibentur, & æqualibus ſpectantur angulis, id quod remotiore apparet loco, maius; minus verò, quod propinquiori, iudicatur.

B VERAS rerum magnitudines explorare rationis opus eſſe libro tertio docuimus. Eius verò inueſtigationis hinc ſumitur argumentum, quòd quæ longiùs abſunt, minora ſoleant apparere; ea autem ſemper maiora, quæ propiùs oculo adiacent, vt propoſitione præcedente demonſtrauimus. Si quid igitur eorum quę longiùs diſtant, propinquiori æquale apparet, maius illud reipſa eſſe conuincitur: vti contrà minus, quod viciniori cernitur loco.

Quod geometrica ratione ita poteſt demonſtrari: Sint à viſu A eodem angulo conſpectæ magnitudines BC & DE ſimili modo viſui obiectæ, nimirum directè. Cùm per definitionem eorum, quæ ſimiliter viſui opponuntur, traditam libro tertio ad propoſitionẽ 31. æquales ſint anguli ACB



C & AED, erunt BC & DE parallelæ per 27. primi Euclidis: ac per 29. eiuſdem æquales quoque erunt anguli ABC & ADE. Eſt verò angulus A vtrique triangulo BAC & DAE communis. Sunt igitur ipſa triangula æquiangula: quare per 4. ſexti Euclidis vt AC ad AE, ita BC ad DE: igitur quantò viſus ratione adiutus maiorem complectitur AE quàm AC, tantò maiorem iudicat DE ipſâ BC. Igitur id quod remotiori apparet loco, maius; minus verò, quod propinquiori, iudicatur; quod erat demonſtrandum.

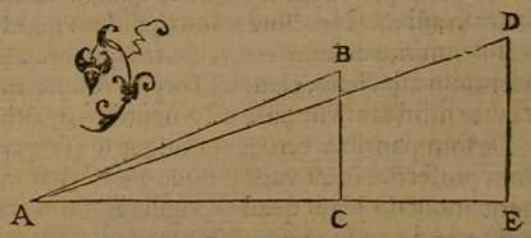
PROPOSITIO XIII. THEOREMA.

D *Idem ſeipſo maius ac minus videri poteſt: item quod maius eſt, apparere poteſt minore minus; & quod minus eſt, maiore maius.*

PRIMA huius propoſitionis pars ex vndecima propoſitione demonſtrari poteſt. nam eadem res propiùs adducta maior, longiùs verò abducta minor apparet: ergo eadem res ſeipſa maior & minor videri poteſt; quod primò erat demonſtrandum.

Altera deinde pars ex decima huius libri propoſitione ſic demonſtratur. Sint duæ magnitudines ſimiliter viſui oppoſitæ, DE quidem maior magnitudine BC: dimoueaturque DE à viſu A

E eouſque vt radius AD per magnitudinem BC tranſeat, ſitque angulus DAE angulo BAC minor, veluti pars toto: dico per 10. propoſ. huius libri, magnitudinem DE, quæ reipſa maior eſt, minorem apparere magnitudine BC, quæ minor eſt: quòd ſcilicet DE minore



ſpectetur angulo, quàm BC. Ergo quod reuerà maius eſt, ſpectari poteſt minore minus; quod ſecundo loco erat propoſitum.

F Tertia verò pars è conuerſo demonſtratur per eamdem decimam propoſ. libri huius. nam BC, quæ minor eſt, maiore DE videtur maior; quòd nimirum angulus BAC angulo DAE ſit maior: ſicque patet id quod initio propoſitum fuit.

CONSECTARIVM.

Sol altior à terra eſt quàm luna.

CVM enim conſtet ex vmbris defectionibuſque ſolem luna maiorem eſſe, appareat autem minor, aut prope æqualis; perſpicue patet ex ſecunda huius propoſit. parte,

ſolem longiùs à terra quàm lunam abeſſe oportere : inæqualium enim corporum, ſi quod maius eſt, ſpectetur minus, id profectò longiùs diſſitum eſſe neceſſe eſt. A

PROPOSITIO XIV. THEOREMA.

Sub tenebras & per nebulam ſpectata maiora exiſtimantur.

HÆC fallacia ex priua argumentatione proficiſcitur. Mens enim noſtra in iis quæ obſcura, aut minùs perſpicuo medio externis oculis obijciuntur, hac apud ſe tacita argumentatione vti conſueuit : Per quintam & ſextam propoſitionem huius libri, quæ ſub tenebras aut nebulam conſpiciuntur, longiùs abeſſe putantur, quàm ſi eadem lucido ac ſereno cælo viderentur : B non apparent autem idcircò minora, cùm ex his cauſis anguli optici minuantur (niſi fortè ob nebulæ denſitatem infractio radiorum interueniat :) igitur per 12. propoſ. huius lib. ſub tenebras aut per nebuloſum aërem ſpectata, maiora eſſe creduntur ; quod erat demonſtrandum.

Hallucinatur inquam in hac re aſpectus, ſed præcipuè mens ipſa, atque ex vna fallacia in aliam incauta prolabitur. nam falsò ea quæ ſub tenebras aut per nebulam ſpectantur, longiùs abeſſe credit. quare & falsò ex hac æſtimatione maiora eſſe illa quæ ita videntur, argumentando concludit. Quis enim ex falſis verum legitima inductione demonſtrari poſſe affirmabit ? Quia ergo intellectus noſter quod falſum eſt verum putat, etiam C quod ex illo ſequitur verum arbitratur.

PROPOSITIO XV. THEOREMA.

Pueris, ſomniantibus, amentibus omnia magna eſſe videntur.

NON cuilibet obuia eſt huiuſce rei cauſa, licet res ipſa ſit apud omnes in confeſſo. Nam pueros quidem videmus & ridemus dum obequitant in arundine longa, ita tolutim incedentes, ita magnificè ſeipſos circumſpicientes; vt cum Poëta dicere poſſis : *Exhauſtis Martem non ampliùs armis Biſtonius portat ſonipes.* Iidem ſi fortè è fœno congeſtiſque feſtucis ædiculam con- D ſtruxerunt, ſi in ſcrobem digitis circumductam aquæ guttas pauculas concha teſtáve infuderunt; palatium in Oceano excitaſſe ſe credunt. His non abſimilia amentibus vſu venire cernimus: quibus cùm adhuc integra mens eſſet, licet ſpecioſiſſima quæque ſorduerint, & ampliſſima nimis viſa ſint anguſta; in clathros tamen compactis, ipſa, qua coërcentur, cataſta regni inſtar videtur obtinere : in qua & palatia, & vrbes, & campos, vt in ſphæra Mathematici immenſa cæli ſpatia imaginantur. Infinitus ſim, ſi quoties in feſtuca trabem, in culice camelum concipiant, velim percenſere. Riſimus interdum, cùm illos magiſter aut è familia quiſpiam alligaret ſtraminis vel exigui fili nodo : atque illi ſtabant & compeſcebantur certius, quàm Prometheus aliquis à Vulcano ferreis catenis Caucaſo affixus. Nec illud minùs lepidum quod in pompa illa, qua ſacroſancta Euchari- E ſtia ſolenni ritu circumfertur, ſtultus quidam è ſuo carcere puerorum agmen tædas prælucentium aſpiciens, clamare cœpit, Adeſte milites mei, accipite regis veſtri mandata. & certè nihil tam vſitatum eſt amentibus, quàm vt ſe reges ferant.

De ſomniantibus verò plura cuique ſua ſuggerit experientia, quàm à me poſſint in medium proferri. Nouit vnuſquiſque quoties in ſomnis ingens præcipitium aliquod exhorruerit innocuo lapſu quaſi ad vigiliam alliſus; quoties gigantum mucronibus confoſſus ſit ſine cæde ac ſanguine; quoties denique in conſeſſu Regum ac Principum ornatiſſimam orationem pertexuerit, cuius filum, ſi iam vigil relegerit, nihil cohærens, nihil ex ratione digeſtum reperiat.

Horum omnium ratio ex vno eodemque fonte mihi videtur deriuari : quæ vt clarior F euadat, hoc inprimis ſtatuendum eſt, omnem ſcilicet ſinceram ſolidamque magnitudinis æſtimationem à iudicio rationis atque experientia proficiſci : cùm enim magnum & paruum ex eorum genere ſint, quæ ad aliquid dicuntur, ac reſpectum rerumque inter ſe collationem inuoluant, neceſſariò & experientiam exigunt tamquam rerum inter ſe conferendarũ promptuarium, & iudicium rationis, quod æqua velut lance rerum momenta perpẽdat. atqui vtroque deſtituti ſunt non pueri tantùm, ſed etiam amentes & ſomniantes. Hi quidem, quoniam & vſum rationis amiſerunt & experiẽtiam (quam Philoſophi à ſpeciebus rerum memoriæ impreſſarum non diſcernunt) altiſſima rerum omnium obli-

uione

A uione ſepeliuerunt: illi verò, quoniam per ætatem neutrum eorum adhuc ſunt conſecuti. Hinc ijdem illi, ſi aliò quopiam commigrauerint, ætatis acceſſu poſtmodum ratione confirmata varioque rerum vſu inſtructa, in patriam reuerſi vix oculis ſuis credunt, vix ſibi perſuadent in ædibus ſe paternis verſari: ita cum deſpectu quodam velut expectatione ſua minora perluſtrant omnia, quæ paucis antè annis tamquam ampliſſima & maxima ſuſpexerant.

Verùm, inquiet aliquis, ſi nullam rerum inter ſe comparationem inſtituunt, quo pacto res vt magnas apprehendunt? Sed facile erit hunc ſcrupulum eximere, ſi quod res eſt, dixerimus, non illos quidem res rebus conferre (quod variam exigit experientiam) ſed
B animo ſuo cuncta metiri: qui cùm puſillus admodum ſit, maxime in pueris, facile res quælibet ad hanc normam exacta, per exiguam illam quæ in ipſis emicat rationis ſcintillam, ampla, magnifica, eximia iudicabitur. Nec id mirum cuiquam videri debet, cùm etiam ratione ad maturitatem perducta eadem illa non paucis ob nimiam abiectionem anguſtiamque animi contingere videamus. Ita enim exiguæ natalis ſoli glebæ montibus fluuiiſque circumſeptæ adhæreſcunt; vt non ſecùs in eius periculis trepident, ac ſi terrarum orbis funditus eſſet euertendus: tanti eam faciunt, vt reliquo terrarum orbi conferre, imò præferre non dubitent: dum alij interim magno erectoque animo deſpiciunt iſtos ab opinione terminos, & cogitatione ſenſuque totum hoc vniuerſum complectuntur. Expreſſit hanc rerum exiguarum magnam æſtimationem peruenuſtè Satyricus,
C cuius hic verſus adſcribendos exiſtimaui, quòd multum lucis rationibus allatis afferant:

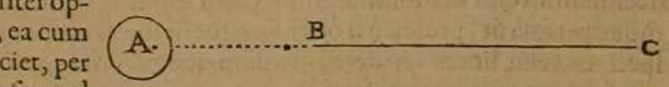
Abſentis ranæ pullis vituli pede preſſis
Vnus ibi effugit: matri denarrat, vt ingens
Bellua cognatos eliſerit. illa rogare,
Quantáne, num tandem, ſe inflans, ſic magna fuiſſet?
Maior dimidio. Num tanto? Cùm magis atque
Se magis inflaret: Non ſi te ruperis, inquit,
Par eris.

Hic ranunculus ex Æſopico illo ſæculo, nullius experientiæ, vitulum, ingentem vocat belluam: & ipſa mater, quæ nihil magnum, nec ſupra ranam concipiebat, ingentem ſe
D belluam exiſtimat, ſi ſe paululùm inflauerit; ſed ranunculus eius filius, qui iam abſente matre vitulum noſſe cœperat, hac ſaltem experientia auctior, matrem vituli comparatione paruam eſſe intellexit.

PROPOSITIO XVI. THEOREMA.

Recta linea perpendiculariter viſui obiecta, ſpectatur vt punctum; directè verò aut obliquè, vt linea.

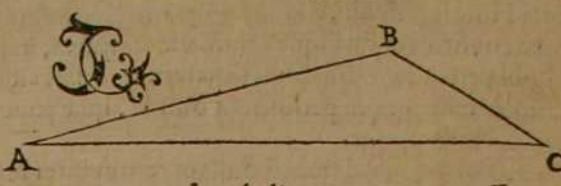
E VT enim quod minore angulo continetur apparet minus, ita quod nullo ſpectatur angulo indiuiſibile videri eſt neceſſe; hoc autem eſt punctum. Nam omnis quantitas angulo alicui ſubtendi poteſt: at punctum ſolam rectam lineam poteſt terminare. Vnde ſi à centro viſus A, cui linea B C perpendiculariter opponitur recta ducatur ad B, ea cum B C vnam rectam lineam efficiet, per definitionem perpẽdicularis ſitus ad



propoſitionem 31. libri tertij propoſitam; vna autem recta linea angulum non facit per 8. definitionem libri primi Euclidis. Recta igitur linea perpendiculariter viſui oppoſita vt punctum apparet. deinde eo lineæ ſitu, quo ipſa, ſi protrahatur, in centrum viſus incidit, nil eius præter ſolitarium punctum aſpicitur. Siquidem primum illud oculoq; proximum, quod inter aſpectum ceteraque puncta ex æquo interiacet, reliquorum omnium proſpectum eripit. Igitur hoc ſolum videtur, atque idcircò tota linea puncti inſtar apparet; quod erat oſtendendum.

Deinde quoniam directè vel obliquè obiecta linea non in directum cum centro viſus exporrecta eſt, licebit ab eius extremis ad centrum viſus diſtinctas lineas ducere, quæ in oculo coëuntes angulum faciant per 8. definitionem libri primi Euclidis; atque ita lineæ obiectæ longitudo apparebit, maior certè aut minor, pro magnitudine anguli cui ſubtenditur.

Quod adiecto ſchemate clariùs poteſt demonſtrari. Sit A centrum viſus, obiectaque A
linea BC, à cuius extremis B & C rectæ ad viſum deſtinentur BA & CA. Cùm ex hypotheſi A, B, & C, puncta non ex æquo ſeu perpendiculariter viſum reſpiciant, fieri non poteſt, vt AC in lineas AB & BC incidat. Si enim incideret AB & BC, vnam eamdemq; lineam cum AC efficerent. ſiquidem ab vno puncto ad aliud punctum vnam dumtaxat rectam lineam ducere conceditur: at non efficiunt vnam eamdemque lineam. ſic enim BC perpendiculariter viſui obijceretur, non verò obliquè, vt ex eius ſitus definitione conſtat: quod quia hypotheſi aduerſatur, linea AC cum lineis AB & BC non coincidit. Ergo diſtinctæ ſunt lineæ AB & AC, quæ proinde angulum comprehendunt per 8. definitionem primi Euclidis, cuius baſis velut magnitudo quędam ſpectatur, maior aut minor, pro anguli BAC amplitudine.



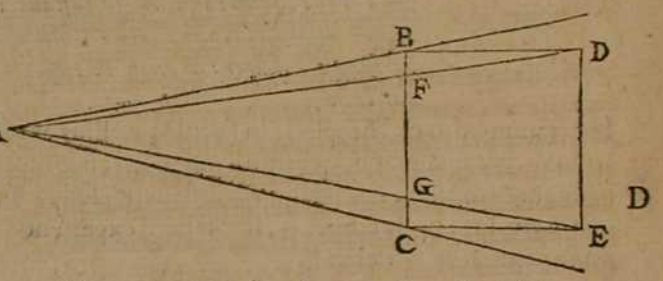
B

PROPOSITIO XVII. THEOREMA.

Plana ſuperficies perpendiculariter viſui propoſita, apparet vt linea; directè verò aut obliquè, vt ſuperficies.

C

PRIMA propoſitionis pars ita oſtenditur. Ex definitione perpendicularis ſitus ad propoſitionem 31. libri tertij tradita, facilè colligere licet centrum viſus cum ſuperficie perpendiculariter obiecta in eodē plano exiſtere oportere. ſit ergo viſui A perpendiculariter obiecta quæcumque, puta quadrangula ſuperficies BC DE, ad quam ſi ex A radij educantur, qui eam comprehendant, & in locis B & C tangant, latus BC vtique videbitur per ſecundam hypotheſim libri ſecundi. Ad reliquas deinde partes, verbi gratia D & E, ſi eodem modo radij deſtinentur AD & AE, hi cùm pertranſeant latus BC, ſecentque illud in punctis F & G, nequibunt punctorum D & E formas ad aſpectum adducere. Quare D & E non videbuntur, quoniam illorum proſpectum præripiunt puncta F & G; aut ſi quis contentiosè velit D & E videri poſſe, quòd puncta F & G, vtpote indiuiſibilia & in ſuperficie diaphana, nullum viſibile obtegere poſſint; hoc tamen concedatur neceſſe eſt, punctorum D & E proſpectus in F & G lineæ BC incidere. Cumque idem de ceteris propoſitæ ſuperficiei ſignis oſtendi poſſit, ſequitur extra lineam BC nihil, quod ad obiectam ſuperficiem attineat, ſpectari. E Igitur tota ſuperficies velut linea conſpicitur; quod primò erat demonſtrandum.



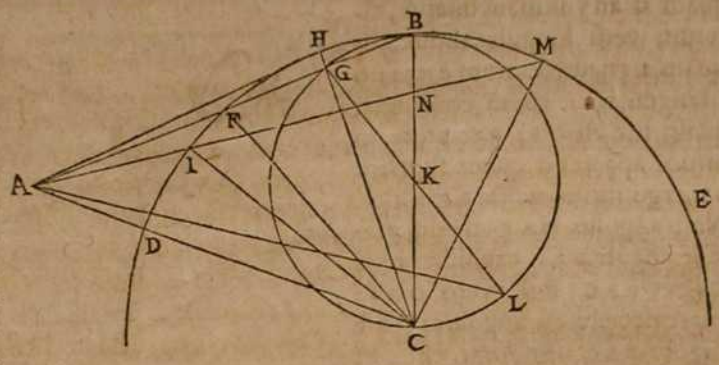
Poſterior verò pars non aliam rationem habet quàm illam ipſam, qua propoſitionem decimamſextam demonſtrauimus. Cùm enim quælibet ſuperficies infinitis lineis vndique perfuſa ſit, profectò ſi oſtenſum fuerit lineas omnes ſuperficiei directè vel obliquè ſpectatæ velut lineas apparere, oſtenſum quoque erit ſuperficiem ipſam velut ſuperficiem conſpici: at omnes eius ſuperficiei lineas, vt lineas apparere, ex 16. ſuperiore propoſitione probatur, quòd ſcilicet omnes directè vel obliquè obijciantur. Si enim aliquæ illarum perpendiculariter ad aſpectum dirigerentur, & ceteræ eodem contēderent; omnes ſiquidem in eodem exiſtunt plano: atque ita tota ſuperficies perpendiculariter aſpectui obuerteretur, quod hypotheſi aduerſatur. Itaque quemadmodum omnes omnino lineæ vt lineæ, ita tota ſuperficies directè vel obliquè obuerſa, vt ſuperficies ſpectatur; quod ſecundo loco erat demonſtrandum. Non eſt tamen eadem in obliquo atque in directo aſpectu propoſitæ ſuperficiei apparens forma. Nam directo aſpectu res quaſlibet propria figura affectas cernimus, quam obliquitas aſpectus mirum in modum immutat; qua de re in mentione fallaciarum, quæ circa Situm eueniunt, aptiùs dicemus: nunc cœptum negotium proſequamur. F

A

PROPOSITIO XVIII. THEOREMA.

Omne visile minus videtur obliquè spectatum quàm directè.

SIT visui A directè exhibita recta linea B C bifariàm secta in K, circa quam duo circuli describantur, alter
B centro K, alter centro C, sic vt B C minoris circuli diametrus sit, maioris verò semidiametrus. Atque à visu A (qui quidem extra circulum maiorem cadere supponatur) rectæ ad B & C destinentur A B & A C. Cùm verò A B non sit perpendicularis ipsi B C, secabit vtrumque circulum per 16. tertij Euclidis: sint autem sectionum loca F & G, atque ab F ad
C C recta agatur F C; ex G verò per K recta traijciatur G L, quæ æqualis erit ipsi B C per circuli definitionem. Rursus ex C per G recta ducatur ad maioris circuli peripheriam, quæ sit C H. Præterea ab aliquo quouis signo in circumferentia F D intra triangulum B A C assumpto, puta I, recta producatur I C. Demum ex C ad M punctum maioris perimetri, ad quod radius ex A per I ductus terminatur, recta emittatur C M, quæ tota vltra B C directè oppositam prosiliet.



His ita constructis, dico obliquam lineam tribus modis posse ad directam se habere. Primò, si tota vltra directam constituta sit, vt C M, quam necesse est minorem directè opposita conspici. Secundò, si tota aspectui vicinior sit, quàm directa, quo situ fieri potest, vt maior conspiciatur, quod in H C perspicuum est; fieri item potest, vt minor cernaD tur, quemadmodum I C; ac demum vt æqualis, quo pacto F C videtur. Tertiò, si vna pars media aspectui propinquior sit, altera verò longiùs excurrat, vt G L.

Hoc tertio modo intelligenda est propositio. Nam mirum non est obliquam lineam, quæ tota remotior est directa, minorem apparere, cùm ea apparentia ex maiore distantia obuenire possit, vt propositione 11. ostendimus. Falsum item est eam minorem semper videri quæ tota visui propinquior existit, cùm per 13. propositionem fieri possit ob propinquitatem, vt quæ minor est, appareat maiore maior. Itaque sic accipienda est propositio, vt obliquata minora cerni intelligantur, si quoad possunt eamdem distantiam habeant. Quod priusquam faciamus, lubet duas priores propositionis partes sigillatim demonstrare, eodem quo propositæ sunt ordine, quòd illarum veritas ceteris fortè non æquè ac nobis sit manifesta.

E Primò igitur minorem apparere C M quàm C B sic probatur: Cùm puncta B & M in eamdem circuli peripheriam D B E cadant, sitque M à visu remotius quàm B, recta A M maiorem circuli portionem resecat, quàm A B, quare A M magis intra circulum ad centrum versus accedit. Secat igitur semidiametrũ B C exempli gratia in puncto N, ac proinde ipsum quoque angulum B A C partitur. Quocirca minor est angulus N A C, quàm B A C vt pars toto: quæ verò minoribus angulis cernuntur, ea per 10. propositionem huius lib. minora videntur. Igitur C M quàm C B minor apparet; quod primò propositum fuit.

Ad secundæ partis, quæ tripartita est, confirmationem, primò ostendendum est maioF rem apparere H C quàm B C. Quandoquidem A B secet circulum D B E in F & B, palàm est maiorem esse C H quàm C G: quare maior quoque erit angulus H A C quàm angulus G A C, vt totus sua parte: at B C conspicitur angulo G A C, H C verò angulo H A C: ergo per 10. huius libri propositionem maior apparet H C quàm B C.

Deinde F C ipsi B C æqualem apparere ex nona propositione huius lib. perspicuum est, quoniam eodem angulo B A C ambæ comprehenduntur.

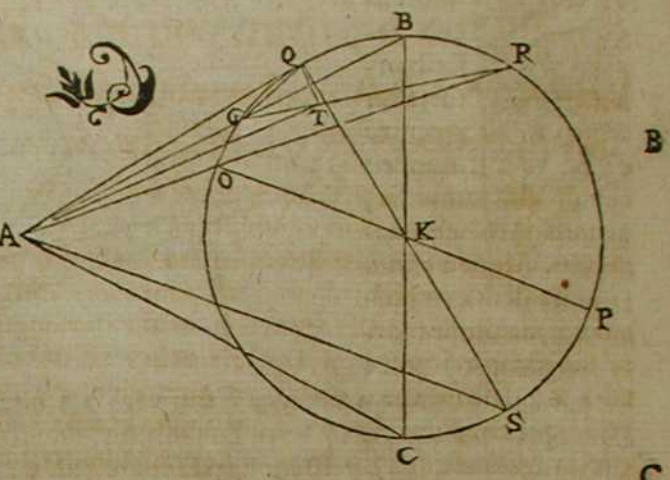
Denique minorem conspici I C quàm B C, ex superiùs citata propositione 10. huius libri constat. Est enim angulus I A C minor angulo B A C, propterea quòd I per constructionem sumptum sit intra F & D maioris circuli puncta, in quæ latera anguli B A C incidunt.

Tertia item propositionis pars, nempe G L minorem videri ipsa B C sic ostenditur: Cùm

vtraque

vtraque A C & A L in concauam peripheriam minoris circuli cadat, sitque L à visu A remotius quàm C, erit A L centro K propinquior quàm A C; atque idcircò minor erit angulus G A L quàm angulus B A C. Quare per 10. huius lib. propositi. minor apparebit G L quàm B C; quod erat demonstrandum. A

Quòd si proposita linea obliquior sit quàm G L, sic vt alterum eius extremum propiùs quàm C ad visum inclinetur, alterum verò longiùs abducatur quàm L; neutro autem extremo trianguli B A C latera contingat, qualis hîc est O P: hæc profectò minor apparebit quàm superior G L, ergo multò quàm B C minor. Nam angulus O A P vtrimq; partem anguli B A C excludit, hinc scilicet P A C, inde verò O A B: quare necesse est angulum O A P angulo B A C minorem esse, vt partem toto, atque ita O P minorem quàm B C apparere per 10. propositionem lib. huius.



B C

At si minùs quàm G L proposita linea obliquetur, sic vt angulo B A C aliquid addat, & vicissim detrahat aliquid, quo pacto Q S angulo Q A S spectata ab angulo B A C hinc detrahit partem S A C, illic verò addit partem B A Q, nihilominùs ostendetur minorem videri Q S quàm B C, quoniam minor est angulus Q A S quàm B A C; quod sic declaratur:

Arcui C S æqualis ponatur arcus B R, hunc dico & arcui B Q æqualem esse, quòd arcus B Q eidem C S æqualis sit per 26. tertij Euclidis. Ductis igitur à visu A rectis lineis A Q, A B, A R, & A S; erit angulus B A R angulo C A S æqualis, quippe vtriusque trianguli B A R & C A S, duo latera B A & R A duobus lateribus C A & S A æqualia sunt, basis verò B R basi C S æqualis. Ergo per 8. primi Euclidis, & angulus B A R angulo C A S æqualis erit. At verò angulum B A R angulo B A Q maiorē esse sic probatur: Ductis Q G & R G, anguli B G Q & B G R æquales inter se sunt per 27. tertij Euclidis, cumq; maior sit G R quàm G Q, abscindatur ab G R portio G T æqualis ipsi G Q per 3. primi Euclidis, iunctisque A & T erit recta A T ipsi A Q æqualis. siquidem in triangulis G A Q & G A T latus G T lateri G Q æquale est, latus verò A G vtrique est commune, & angulus A G Q angulo A G T æqualis ostenditur, quoniam B G Q & Q G A duobus rectis sunt pares per 13. primi Euclidis; item B G T, & T G A duobus rectis pares sunt: si igitur ab æqualibus duobus rectis æquales auferantur B G Q & B G T æquales relinquentur Q G A & T G A per communem notionem. Quare & bases A Q & A T æquales inter se erunt per 4. primi Euclidis, & per eamdē anguli quoque Q A B & B A T, æquales. Verùm angulus B A R maior est angulo B A T, quippe cui angulus T A R accedit. Est ergo idem angulus B A R angulo B A Q maior, ac proinde & angulus S A C, qui angulo B A R æqualis ostensus est, angulo B A Q maior erit. Quare maior erit angulus B A C quàm Q A S angulus. Atque ita minor spectabitur Q S quàm B C; quod erat demonstrandum. D E

CONSECTARIVM.

Directiùs visui opposita, perfectiùs videntur; & quò obliquiùs, eò imperfectiùs.

Hoc ex iam demonstratis in hunc modum colligitur. Eædem magnitudines, quæ maioribus spectantur angulis, euidentiùs perfectiúsque videntur, quàm quæ sub minoribus: at directè visui obiectæ magnitudines maioribus angulis comprehenduntur, quàm obliquatæ; illæ igitur perfectiùs videntur. Propositio per se constat, & à nobis superiùs quinta hypothesi est explicata. Assumptio verò iam demonstrata est. Igitur directiùs visui opposita perfectiùs videntur, & quò obliquiùs eò imperfectiùs; quod erat probandum. F

Hinc fit vt scripturæ, si obliquæ obuertantur, ægrè interdum legi possint. Quod quidem manifesta testatur experientia; causa verò est obliquitas situs, ob quam characteres propriam figuram plurimùm immutant: siquidem non vno vndique modo ac pariter

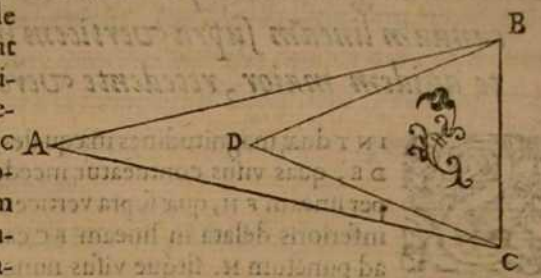
omnes

A omnes contrahuntur; sed partim longitudo, partim latitudo plus minúsve deformatur, vt sæpè agnosci non possint.

PROPOSITIO XIX. THEOREMA.

Oculo ei quod videtur appropinquante, spectatum augeri putatur.

B SIT linea B C spectata ab oculo A radiis A B & A C: accedat verò oculus A propiùs nempe in D, vnde obiectam lineam B C videat radiis D B & D C. (supponimus autem visum accedere per lineam quæ intra triangulum B A C cadat, vt obiectum visui in vtraque statione existenti simili modo opponatur. nam in diuersa oppositione fieri potest, vt oculo appropinquãte obiectum semper æquale, vel etiam minus appareat, vt infrà dicetur.) Quoniam igitur per 21. primi Euclidis, maior est angulus B D C angulo B A C, linea B C visui in D maior apparet, quàm in C A per decimam huius libri propositionem; quod erat demonstrandum.



PROPOSITIO XX. THEOREMA.

Et contrà, auctæ magnitudines oculo appropinquare videntur.

SIT rursus proposita linea B C, quam oculus intueatur ex puncto A radiis A B & A C; augeatur verò magnitudo B C vsque in D, vt sit B D maior quàm B C. Quia igitur & angulus B A D angulo B A C D maior est, vt totus sua parte, palàm per 10. propos. huius libri, B D maiorem ipsa B C apparere: quod verò nunc maius quàm priùs cernitur, cùm sit idem, appropinquasse existimatur: propterea quòd eadem affectio iis quoque adueniat, quæ cùm sint eadem, è propinquiori tamen loco videntur. Similitudine igitur affectionis delusus internus animæ sensus appropinquasse credit, quod propter augmentum nunc maius quàm antè videt; quod erat demonstrandum.

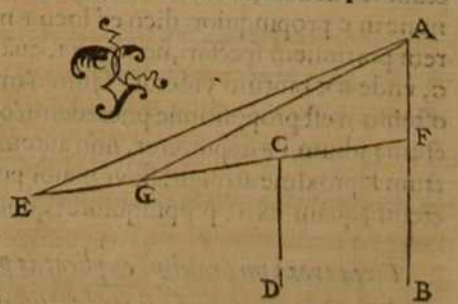


E

PROPOSITIO XXI. THEOREMA.

Altioris magnitudinis per verticem humilioris spectatæ eadem semper portio videtur; visu secundùm lineam, quæ ab oculo per verticem humilioris ducitur, transmutato.

F DVÆ magnitudines sint, A B quidem altior, C D verò humilior: per huius autem verticem C ex loco E visus prospiciens altioris portionem A F complectatur: dico visum secundùm lineam E F transmutatum, cùm in G verbi gratia, aut aliud quodcumque signum peruenerit, eamdem semper maioris magnitudinis portionem contueri. Nam quandoquidem puncta F & C in eadem sunt recta linea, per quam oculi motus fieri postulatur, necesse est, vt quacumque in parte lineæ E F oculus existat, punctum F vno semper atque eodem in loco videatur, nempe in termino eius lineæ, quæ oculum, ac vertice minoris magnitudinis connectit. Punctum autem F eodem



semper

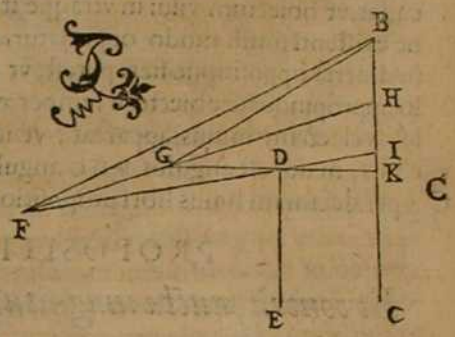
ſemper ſpectatum loco, eamdem ſemper portionem de maiore magnitudine reſcindit. A
Ergo hæc ſola ſupra verticem minoris magnitudinis perpetuò conſpicua eminet.

Fit tamen, vt nunc maior nunc minor eadem portio A F appareat, per vndecimam propoſitionem huius lib. quòd videlicet maior ſit angulus A G F quàm A E F angulus, & propinquior ipſi A F, remotiore ſemper maior.

PROPOSITIO XXII. THEOREMA.

Altioris magnitudinis per verticem humilioris ſpectatæ, viſu ſecundùm lineam ſupra verticem humilioris productam accedente quidem maior, recedente verò minor portio conſpicitur. B

SINT duæ magnitudines inæquales, eminentior quidem B C, depreſſior verò D E, quas viſus contueatur incedens per lineam F H, quæ ſupra verticem D inferioris delata in lineam B C cadat ad punctum H. ſitque viſus nunc remotior, vt in F, nunc in G propinquior: dico à viſu in F exiſtente minorem portionem magnitudinis B C conſpici, puta B I; exiſtente verò oculo in G maiorem vt B K. Cùm enim radij F I & G K à diuerſis punctis F & G ad idem punctum D porrigantur, neceſſe eſt ad hoc ipſum punctum D ex concurrentibus in eo F D & G D lineis angulum conſtitui F D G per 8. definitionem libri primi Euclidis; & huic æqualem I D K ex productis F D in I, & G D in K, per 15. primi Euclidis, qui anguli ſubtenſis baſibus F G & I K in triangula perficiuntur. Rurſus cùm ſpecies puncti I radio F I ad viſum extendatur, puncti verò K forma per radium G K, fit vt viſus ex puncto G maiorem portionem lineæ B C comprehendat, quàm ex F. nam maior profectò eſt B I adiuncta ei I K baſe trianguli I G K quàm B I ſola: igitur altioris magnitudinis per verticem inferioris, &c. quod erat demonſtrandum. D

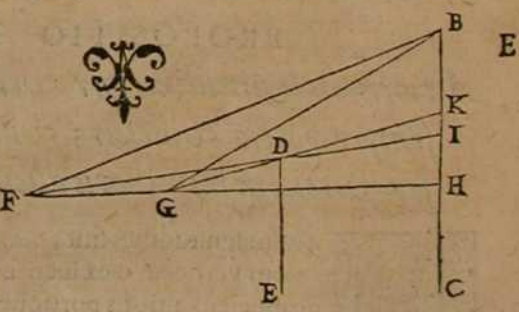


C

PROPOSITIO XXIII. THEOREMA.

Altioris magnitudinis per verticem humilioris ſpectatæ viſu ſecundùm lineam infra verticem humilioris cadentem accedente quidem minor, recedente verò maior portio conſpicitur.

EADEM eſt huius ac præcedentis propoſitionis demonſtratio. Sint enim eædem quæ ſuprà propoſitæ magnitudines, altior quidem B C, demiſſior verò D E, per cuius verticem D oculus altiorem magnitudinem contueatur incedens per lineam F H, quæ infra D verticem cadat, & in magnitudinem B C terminetur ad punctum H: ſit autem viſus nunc in F remotior, nunc in G propinquior: dico ex loco F maiorem portionem ſpectari, nempe B I, quàm ex G, vnde B K tantùm videtur. Cùm namque ipſi B K accedat portiuncula K I, vt ſuprà oſtenſum eſt propoſitione præcedenti, & ſpecies puncti I ad viſum in F exiſtentem per rectum radium I F deportetur, non autem ad viſum poſitum in G, quippe ad quem punctum K proximè attingit, fit vt maior portio magnitudinis B C ex F remotiori loco ſpectetur, quàm ex G propinquiore; quod erat demonſtrandum. F



Circa tres iam proximè explicatas propoſitiones, notandum primò eſt, non opus eſſe, vt linea per quam viſus incedit, ſit altiori magnitudini perpendicularis, quod Vitello poſtulat libro 4. propoſitione 41. & 42. Nam licet ea linea perpendicularis non

ſit,

A *sit, æquè trium dictarum propositionum veritas ac demonstratio constat.*

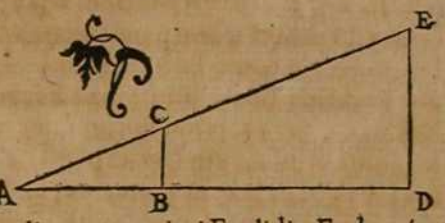
Secundò notandum est, non esse etiam necesse eam magnitudinem, quæ per alterius verticem aspicitur, eminentiorem esse: etsi enim depressior sit, eodem modo procedet demonstratio, si modò in eam visus ex editiori loco per verticem alterius despiciat, quod mutata schematis delineatione ingeniosus Lector facilè colligere poterit.

Notandum tertiò est, hæc quæ à nobis tribus hisce propositionibus dicta sunt de aspectu per alterius magnitudinis verticem, similem, sed contrarium sensum habere, in
B *eo etiam aspectu, qui per alterius basin infernè fit, vt Vitello docet libro quarto propositione 43. Est porrò huius inuersi situs eadem demonstratio, quippe qui à priore non discrepat in hypothesi, sed solùm in contraria terminorum dispositione, qua ipsæ figuræ propositæ inuertuntur, sic vt qui vertices erant, nunc bases fiant. quæ cùm per se nota sint, diffusiore expositione non indigent.*

PROPOSITIO XXIV. THEOREMA.

Si radij optici per extremitates duarum parallelarum incedant:
C *dico radiorum longitudines esse magnitudinibus proportionales.*

SIT oculus A, magnitudines autem B C & D E inæquales, & inæquali interuallo expositæ, sic vt longiùs ab oculo distet D E quàm B C: sint verò eædem ipsæ magnitudines parallelæ, & radij per illarum extremitates producátur A B D & A C E: dico vt A B ad A D, ita esse B C ad D E; & alternatim vt A B ad B C, ita A D ad D E. Cùm namque parallelæ



D sint B C & D E, erit angulus A B C angulo A D E æqualis per 29. primi Euclidis. Eodemque modo ostendetur angulus A C B æqualis angulo A E D: at angulus A cõmunis est vtrique triangulo B A C & D A E: ergo æquiangula sunt hæc ipsa triangula. Quocircà per 4. sexti Euclidis proportionalia sunt latera, tum quæ circum æquales sunt angulos, tum quæ æqualibus angulis subtenduntur. Igitur vt A B ad A D, ita se habet B C ad D E: & per 16. quinti Euclidis alternatim vt A B ad B C, ita A D ad D E: conuertendo autem vt B C ad B A, ita D E ad D A; & vt D E ad B C, ita D A ad B A; quod erat demonstrandum.

Hæc propositio præcipuum est Geodesiæ fundamentum. Quæcumque enim de metiendis rerum altitudinibus, longitudinibus, latitudinibus, ac profunditatibus in ea arte
E *docentur, hinc velut ex proprio Analemmate suæ demonstrationis principium petunt. Quod tametsi longum foret per omnia sigillatim ostendere; absurdius tamen, rem intactam præterire. proinde placuit sequentia adnectere consectaria, è quibus huius propositionis vtilitas appareat, & via monstretur, qua Lector in cetera Geodesiæ præcepta proprio ingenio ducatur. Quod sanè fiet si præmoneamus vniuersum Geodesiæ negotium in duorum triangulorũ similitudine positum esse, alterum quod è nota magnitudine & duobus radiis opticis ad eam pertinentibus, alterũ quod è magnitudine ignota*
F *radiisque opticis, ad eam velut basin protensis constituitur. Cùm ergo hi radij ad ignotam magnitudinem ita se habeant, quemadmodum priores illi ad magnitudinem notam, facile erit ei, qui Regulam proportionum in numeris calluerit, ex tribus datis quartum inuenire, qui postulabatur. Hinc quæcumque instrumenta ad Geodesiæ vsum hactenus reperta sunt, & adhuc in dies noua in lucem proferuntur, nihil omnino aliud continent quàm triangulum minus, ei quod ad ignotam magnitudinem porrigitur simile, vario tamen modo dispositum: sed rem totam sequentia consectaria planiùs edocebunt.*

CONSECTARIVM I.

Propositam altitudinem, quanta sit, radio inuestigare.

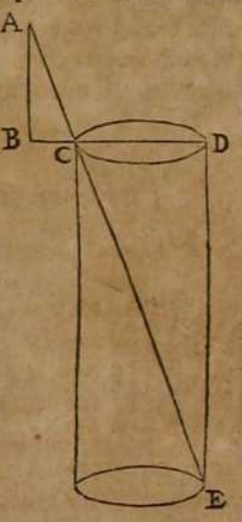
SIT oblatæ turris cuiuspiam altitudo DE, quam radij beneficio inuestigare oporteat: assumatur regula quædam exploratæ magnitudinis BC, exempli gratia, modulorum 20. quæ oculo defixo in A eousq; trásportetur, vel certè immotâ ipsâ B oculus tamdiu dimoueatur, donec radij optici per vtriusque magnitudinis extremitates profundantur. Hoc porrò rerum situ erit per hanc propositum. vt AB ad BC, ita AD ad DE. Accipiantur itaque per accessam terræ superficiem distantiæ AB & AD, sitque illa iam reperta modulorum 10. hæc verò modulorum 40. cùm igitur sit vt AB ad BC, hoc est vt 10. ad 20. ita AD ad DE seu 40. ad quartum numerum proportionalem: si is per regulam proportionum quæratur, inuenietur propositæ turris altitudo DE modulorum 80. quod erat postulatum.



CONSECTARIVM II.

In cognitionem ignotæ profunditatis radio ducere.

ESTO profunditas putei DE, quam radij beneficio inuestigare propositum sit: latitudo verò cognita CD, modulorum exempli gratia 6. orificio putei regula adiungatur BD per centrum acta, quæ altera parte circuli ambitum excedat versus B. Visui ergo locus inueniatur vnde rectus euibratus radius per C & D procidat; sitque is locus A, ex quo demissum perpendiculum in B incidat: sit verò AB modulorum 6. BC autem modulorum 2. Quoniam igitur perpendiculares sunt AB & DE ipsi BD, erunt anguli B & D inter se æquales, ac proinde parallelæ ipsæ AB & DE per 28. primi Euclidis. quare & angulus A angulo E per 29. primi Euclidis æqualis erit. Est verò angulus ACB angulo DCE æqualis per 15. primi Euclidis. itaque æquiangula sunt ipsa triangula ABC & DCE. Atque ea propter per 4. sexti Euclidis vt BC ad BA, ita CD ad DE: sed BC est modulorum 2. BA verò modulorum 6. item CD modulorum 6. Igitur vt 2. ad 6. ita 6. ad numerum quarto loco proportionalem, quem Proportionum regula, quam vulgò Regulam trium appellant, ostendet esse modulorum 18. eaque erit putei profunditas, quæ postulabatur.



CONSECTARIVM III.

Ignotam longitudinem radij beneficio explorare.

PER longitudinem hoc loco intelligenda est ea linea, quæ in anteriorem partem directò protenditur, cui opponitur latitudo, ea scilicet linea quæ longitudinis lineam transuersè secat, & pari cum horizonte constituta est libra. Propositum itaque sit longitudinis lineam per radium opticum explorare.

Sit proposita longitudo DE, à cuius extremitate D perpendicularis excitetur DA per 11. primi Euclidis; ad hanc verò regula quædam secundùm normam adiungatur BC notæ magnitudinis, vtputa modulorum 15. Deinde oculus in linea DA tamdiu moueatur, donec in eum locum venerit, scilicet A, vnde ipsius radius per vtramque extremitatem C & E traijciatur. Tum metiendæ sunt binæ altitudines, nempe AB & AD, sitque AB reperta modulorum 5. AD verò modulorum 20. Ex his iam confici potest propositum. Cùm enim vterque angulorum ABC & ADE rectus sit, propterea quòd AD vtrique BC & DE ad normam sit posita, erit BC ipsi DE parallela per 28.

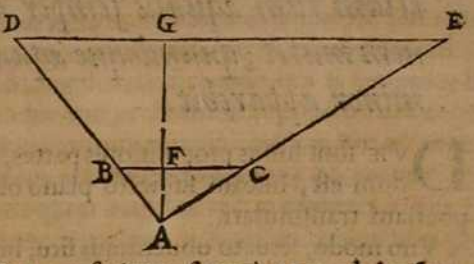


A per 28. primi Euclidis: quare & angulus A C B angulo A E D æqualis per 29. primi Euclidis. Igitur vt A B ad B C ita A D ad D E, & adiuuante proportionum regula si ex altitudine A B modulorum 5. se visus extendat ad longitudinem B C modulorum 15. consequens est, vt ex altitudine A D modulorum 20. se visus ad modulos 60. quos longitudo D E complectitur, extendat; quod erat propositum.

CONSECTARIVM IV.

Latitudinem oblatam radio demonstrare.

B QVÆ hoc loco intelligenda sit latitudinis linea, superiore cõsectario est explicatum; nunc ad rem veniamus. Esto proposita latitudo D E, aspicientis verò oculus A, è cuius regione signum quoddam in proposita latitudine notetur G. in hoc signum regula dirigatur A F, cui alia quædam regula adiungatur B C ipsi D E parallela, eoque loci firmetur, vnde susceptos oculi radios A B & A C in D & E transmittat: sit verò A F modulorũ 10. B C autem modulorum 20. at A G per accessam terræ superficiem reperta sit modu-



C lorum 30. erit ergo per regulam proportionum latitudo proposita modulorum 60. Quoniam enim B C ipsi D E constituta est parallela, erunt anguli A B C & A D E, item A C B & A E D æquales: est verò angulus D A E vtrique triangulo B A C & D A E communis; æquiangula sunt igitur hæc ipsa triangula. Ergo per 4. sexti Euclidis, vt A B ad A D, ita B C ad D E; sed vt A B ad A C, ita quoque est A F ad A G per 2. sexti Euclidis. Itaque vt A F ad A G, ita est B C ad D E: & alternatim vt A F modulorum 10. ad B C modulorum 20. ita A G modulorum 30. ad D E modulorum 60. quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XXV. THEOREMA.

Fieri potest, vt immoto visu, mutatum obiectum æquale semper appareat.

D MIRVM id quidẽ primo aspectu nonnullus existimabit, quòd obiecti æquè ac oculi mutatione rei phantasiam mutari necesse esse videatur; verùm qui rationem consulet, inueniet profectò non minùs oculo quiescente visile motum, quàm immotum visile oculo transmutato, æquale interdum videri posse. Ac primò obiectum consistens, quamuis oculus loco dimoueatur, multis tamen modis æquale videri sequentes Demonstrationes edocebunt; quas magis exemplorũ gratia in medium adferre decreuimus, quàm vt omnia quæ huc spectant, protulisse videamur: nam ex his similia colligere facilè prudens Lector addiscet.

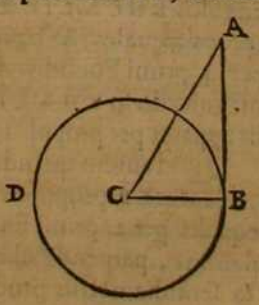
E

I.

Si magnitudo quædam subiecto plano ad rectos sit angulos, positusq; fuerit oculus in aliquo signo ipsius plani, illa circa oculum pari interuallo delata æqualis semper spectabitur.

HVNC modum tradit Euclides Opticorum suorum theoremate 42. sic autem potest demonstrari: Sit A B spectata magnitudo ad subiectum planum recta; oculus autem esto in C puncto plani, connectanturque C & B; & cen-

F tro C, interuallo verò C B circulus describatur B D: dico si in circuli huius circumferentiam agatur magnitudo A B, sic vt subiecto plano recta semper sit, eam ex loco C æqualem semper spectari. Cùm enim æquales semper sint A B & C B, illa quidem ex hypothesi, hæc verò per circuli definitionem; sitque & angulus A B C æqualibus lateribus contentus ex eadem hypothesi perpetuò æqualis, vtpote rectus, erit per 4. primi Euclidis & basis A C semper æqualis, ceterique anguli æquales, per eamdem 4. primi Euclidis. Inter quos cùm sit A C B, sub quo



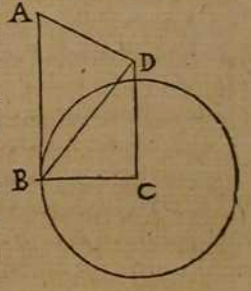
A ctum quodcumque (aut si libet, detur fortuitò in B incidere) dico ad hoc punctum constitutam magnitudinẽ A B minorem apparere; ad oppositum verò, puta E, maiorem.

Quoniam enim A B, F C, & D E positæ sunt æquales inter se & parallelę, erunt & quæ illas connectunt inter se æquales & parallelæ per 33. primi Euclidis, id est A F ipsi B C, & F D ipsi C E: at æquales inter se sunt B C & C E per circuli definitionem: ergo & A F ipsi F D æqualis erit per communem notionem. Rursus cùm parallelæ sint A D & B E, sitque F G ipsi B E ad rectos angulos ducta, erit & eadem F G ipsi quoque A D perpendicularis, rectosque cum ea angulos efficiens per 29. primi Euclidis. In triangulis ergo A F G & D F G latus A F lateri F D ostensum est æquale; latus verò F G vtrique est com-
B mune, angulusque A F G angulo D F G ostensus æqualis, vtpote rectus vterque: est igitur & basis A G basi D G, & angulus A G F angulo D G F æqualis per 4. primi Euclidis. Si autem angulus A G F à recto angulo B G F, & angulus D G F ab angulo E G F etiam recto atque angulo B G F æquali detrahatur, relinquentur per communem notionem anguli A G B & D G E inter se æquales: at angulus D C E per 16. primi Euclidis, maior est angulo D G E; ergo & angulo A G B maior erit per idem axioma: sed angulus A C B per eamdem 16. primi Euclidis, minor est angulo A G B: igitur angulus D C E multo quàm angulus A C B est maior, ac proinde maior apparet D E quàm A B per 10. huius libri propositionem; quod tertiò propositum erat demonstrare.

C III.

Si à circuli centro sublimis erigatur recta linea, & in ipsa positus fuerit oculus: nihilominùs circumacta magnitudo æqualis semper apparebit; si quidem & magnitudo, & ea in qua oculus, ad rectos ambæ persistant angulos.

TERTIVM hunc modum idem Euclides Opticorum suorum theoremate 42. insinuat, potestq́, in hunc modum demonstrari: Esto proposita magnitudo A B subiecto plano rectis insistens angulis: ex C verò subiecti



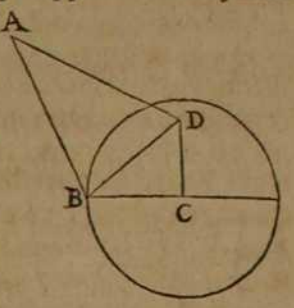
D plani quocumque signo ad rectos quoque angulos excitetur C D per 12. vndecimi Euclidis, in qua oculus sistatur ad punctum D: dico magnitudinem A B circa punctum C pari interuallo nempe B C actam æqualẽ semper apparere. Nam cùm ambæ A B & C D subiecto plano sint perpendiculares, erunt & ipsæ per 6. vndecimi Euclidis parallelæ. Ducta ergo B D, erit per 4. primi Euclidis eadem B D semper æqualis, quoniã videlicet C D inuariata perseuerat, B C verò semper æqualis est per circuli definitionem: sed & angulus B C D perpetuò æqualis, nempe rectus: quare & basis B D, & angulus C B D qui ad basin est, æquales semper erunt. Detracto igitur hoc
E angulo C B D ab angulo A B C recto, relinquetur per communem notionem angulus A B D semper æqualis: at quæ circa ipsum sunt latera A B & D B, æqualia semper sunt, D B quidem per iam factam demonstrationem, A B verò ex hypothesi. Igitur per eamdem 4. primi Euclidis, & basis A D, & qui ipsi adiacent anguli æquales semper erunt: cùm verò illorum altero A D B proposita magnitudo A B conspiciatur, æqualis ea semper apparebit per 10. propositionem huius libri, quod erat demonstrandum.

IV.

Si verò ea quidem, in qua oculus, recta ad planum fuerit; magni-
F *tudo autem visibilis obliqua: hæc si circumlatione obuersionis situm non mutet, æqualis semper; at si mutet, inæqualis interdum spectabitur.*

QVEMADMODVM in secundo superiore modo, ita in præsenti notandum est, lineam subiecto plano obliquam posse duplici ratione per circuli peripheriam circumagi; vno quo idem semper obuersionis situs tenetur, altero quo respectus ad visum mutatur, vt ibidem planiùs est explicatum.

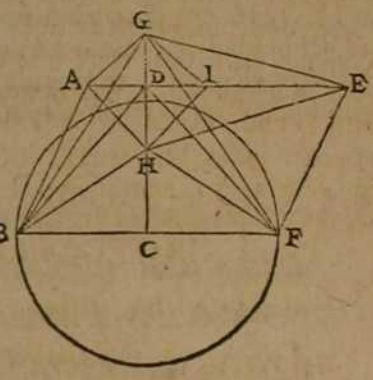
Priori ratione circumlatam magnitudinem æqualem ſemper apparere ex tertij modi demonſtratione probari poteſt. Sit enim obliqua magnitudo A B, cetera verò eadem quæ ſuprà: cùm oſtenſum ſit B D rectum oculi radium, itemq; angulum C B D æquales ſemper manere, ſupponaturque idem ſemper eſſe angulus A B C, detracto ab A B C, angulo C B D, relinquetur A B D angulus perpetuò æqualis, per vulgatum axioma: at circum æqualem angulum A B D, æqualia ſemper conſiſtunt latera A B & B D, illud quidem ex hypotheſi, hoc verò ex ſuperiore demonſtratione. Igitur per 4. primi Euclidis & baſis A D, & qui iuxta eam eſt angulus A D B æqualis ſemper manet. Quare per 10. propoſ. huius libri magnitudo A F in circulum acta à viſu D æqualis ſemper ſpectatur; quod primò erat probandum.



A

B

Poſteriori verò ratione circumactam magnitudinem inæqualem interdum ſpectari ſic demonſtratur: Sit ea quidem in qua oculus C G ad ſubiectum planum recta, è cuius ſigno quopiam obliquam magnitudinē oculus contempletur nunc in A B, nunc in E F tranſmutatam: ſint verò, vt in ſecundo modo ſuperiùs eſt explicatum, A B & E F palelæ, anguluſque A B C acutus, E F C verò obtuſus, iunganturque puncta A & E per rectam A E, quæ cùm æquales & parallelas A B & E F connectat, erit per 33. primi Euclidis, & ipſa lineæ B F æqualis & parallela. quare C G erit ipſi quoque A E perpendicularis per 29. primi Euclidis.



C

B

Dico igitur primò, ſi oculus in D conſtituatur communi ſectione linearum A E & C G, æquales A B & E F apparere. Cùm enim in triangulis D C B & D C F æquales ſint ex hypotheſi B C & C F, vtrique verò communis ſit C D, anguluſque D C B angulo D C F æquis lateribus contento æqualis, erit per 4. primi Euclidis, & baſis D B baſi D F, & angulus C D B angulo C D F ad baſim æqualis. Detracto igitur angulo C D B à C D A recto, & C D F ab C D E item recto, reliqui A D B & E D F æquales erunt per communem notionem. his ergo ſpectatæ magnitudines A B & E F per 10. huius libri propoſ. æquales apparebunt.

D

Deinde dico, ſi oculus ſupra D attollatur, vt in G, minorem ſpectari A B quàm E F. Nam in triangulis A D B & E D F duo latera A B & D B æqualia ſunt duobus lateribus E F & D F vtrumque vtrique, hoc eſt A B ipſi E F ex hypotheſi, & D B ipſi D F per 4. primi Euclidis. Eſt verò angulus A B D angulo E F D æquis lateribus contento minor, quia nimirum ab inæqualibus A B C & E F C æquales deducti ſunt D B C & D F C: reſidui igitur A B D & E F D inæquales ſunt; ac minor quidem A B D, quippe qui à minore relinquitur; E F D verò maior, vt qui à maiore reſiduus eſt. quare per 24. primi Euclidis & baſis A D baſi D E minor erit. Reſecta igitur per tertiam primi Euclidis, D I ipſi D A æquali, iunctiſq; G & I, erit per 4. primi Euclidis G I ipſi G A, & angulus D G I angulo D G A æqualis; quoniam æqualis eſt G I ipſi G A, & D G cōmunis, anguluſque G D I angulo G D A æqualis, vtpote rectus vterque: at maior eſt angulus D G E quàm D G I, nempe totus ſua parte: ergo maior quoque eſt idem D G E, quàm D G A angulus; à quibus ſi æquales detrahantur C G F & C G B, relinquetur B G A quàm F G E minor. quocircà per 10. huius libri propoſ. minor A B quàm E F ſpectabitur; quod erat probandum.

E

Demum ſi viſus infra D ſiſtatur, vt in H: dico maiorem A B quàm E F videri. Nam cùm per 4. primi Euclidis æquales ſint B H & F H, H D verò communis, & baſis B D baſi F D æqualis, erunt per 8. primi Euclidis B H D & F H D anguli inter ſe æquales: ductaq; H I, cùm iam antè poſita ſit D I ipſi D A æqualis, erit per 4. primi Euclidis, & H I ipſi H A, & angulus D H I angulo D H A æqualis. Quare maior erit D H E angulus totus ſua parte D H I: ac proinde & idem D H E maior erit quàm D H A. Hi verò inæquales D H E & D H A ſi ab æqualibus iam oſtenſis B H D & F H D detrahantur, relinquetur per communē notionem B H A quàm F H E maior: ille ſiquidem ex minoris, hic verò ex maioris detractione relinquitur. quocircà per 10. huius libri propoſit. maior videtur A B quàm E F; quod demonſtrandum erat.

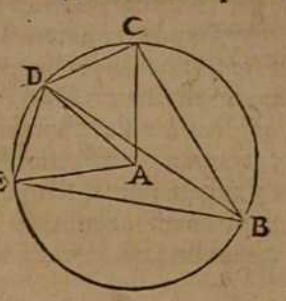
F

A

V.

Visu in circuli centro vel peripheria constituto, si visile ita mutetur, vt vtroque extremo circuli perimetrum tangat, æquale illud semper spectabitur.

B ET hunc modum Euclides habet Opticorum theoremate 45. sic autem potest demonstrari: Visus in A circuli centro, aut in B puncto quocumque perimetri firmus consistat, obiectumq; nunc in C D, nunc in D E translatum, vtraque extremitate circuli peripheriam attingat: dico fore, vt æuqale illud semper appareat. Cùm enim æquales ponantur C D & D E rectæ lineæ, erunt & peripheriæ ab his ablatæ, seu arcus illis respondentes, per 28. tertij Euclidis æquales: ac proinde & anguli qui his insistunt, siue qui ad centrum C A D & D A E, siue qui ad circumferentiam C B D & D B E, per 27. tertij Euclidis æquales inter se erunt. Quapropter per 10. propos. huius libri visibile in hunc modum per circuli ambitum transmutatum



C æquale semper videbitur; quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XXVI. PROBLEMA.

Loca inuenire, quibus mutatum visile, oculo consistente immobili, æquale semper appareat.

D HOC problema ex proximo theoremate facilem habet expeditionem; at non vnius est modi. Primò itaque si visile à subiecto plano in quo est oculus, sublime erectum sit, visu ceu cẽtro, interuallo autem puncto illo cui visile insistit circulus describatur: dico in huius circuli peripheria loca existere, in quibus visile æquale semper apparet, iuxta primum & secundum modum superiùs recensitum.

Secundò, si visus in plano non sit cui visile insistit, à visu in subiectum planum perpendicularis demittatur per 11. vndecimi libri Euclidis; à puncto verò in quod ea cadit, interuallo autem puncto cui visile insistit, circulus describatur. per hunc enim actum visile, vt in tertio & quarto modo superiùs explicato, æquale semper spectatur.

Tertiò, si in eodem plano cum oculi centro visile existat, circulus describatur, cuius centrum idem sit cum centro visus, vel cuius peripheria ex quocumque centro descripta per visum ducatur: dico in huius quoque circuli perimetro loca reperiri, in quibus

E visile sic transmutatum, vt vtraque extremitate circumferentiam tangat, æquale semper videri, vt quintus modus edocet.

Horum demonstrationes, quoniam ex superioribus modis nullo negotio elici possunt, vt breuitati ac labori consultum sit, Lectori colligendas relinquimus.

PROPOSITIO XXVII. THEOREMA.

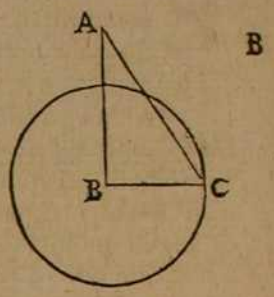
Nil vetat quin & mutato aspectu, visile immotum æquale semper appareat.

F HAEC est propositionis vigesimæ quintæ conuersio, quam Euclides in Opticis totidem exemplis explicauit, quot superiorem illam quam diximus propositionem. Et verò nemini dubium esse potest, quin eadem sit visus ac visilis, si vicissim commutentur, ratio: quocircà si permutato situ visus in locum visilis succedat, eamdem apparentiam obiecti existere necesse est translato visu, quæ priùs visu immoto circa transmutatum obiectum ostendebatur. Igitur totidem modis è conuerso æquale semper spectatur immotum obiectum à visu moto, quot obiectum motum ab immoto visu. Vnde Euclides Opticorum 43. primum huius propositionis casum ita proponit:

I.

Si ☞ visile ad subiectum planum rectum fuerit, mutetuŕq; oculus in circumferentiam circuli, ex signo cui ☞ visile insistit, descripti, æquale illud semper apparebit.

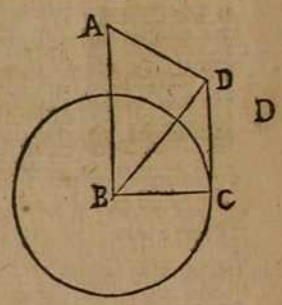
ESTO inquam spectata magnitudo A B sublimis, & ad rectos angulos subiecto insistens plano ad signum B; oculus verò sit C: & centro quidem B, interuallo autem B C circulus decircinetur: dico fore, vt oculo per huius circuli ambitum mutato, visile semper æquale spectetur. Ducta enim A C, erunt in triangulo A B C latera quidem A B & B C semper eadem, angulusque A B C perpetuò rectus; ergo per 4. primi Euclidis & basis A C eadem semper erit, & anguli reliqui semper iidem. Quare per 10. huius libri propositionem magnitudo AB angulo A C B spectata æqualis semper apparebit; quod erat demonstrandum.



II.

Oculus à plano sublimis esto, moueatuŕq; in circumferentiam circuli subiecto plano paralleli, nihilominus æqualis semper, licet immota, magnitudo apparebit.

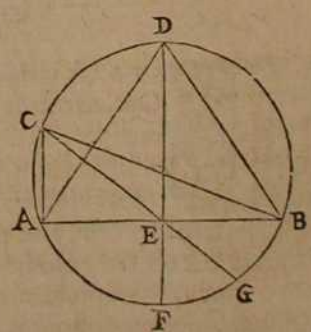
SIT, vt priùs, spectata magnitudo A B subiecto plano rectis insistens angulis, visus autem D sublimis: dico magnitudinem A B visu per circulum subiecto plano parallelam transmutato æqualem semper apparere. A visu namque D ad A & B propositæ magnitudinis extremitates radij procidant D A & D B: itemque ex D per vndecimam vndecimi Element. Euclidis in subiectum planum perpendicularis demittatur D C, quæ per 6. vndecimi Euclidis ipsi A B parallela erit. Quare & angulus A B D angulo B D C æqualis erit per 29. primi Euclidis. At angulus B D C semper est æqualis per 4. primi Euclidis, quia videlicet B C & C D inuariatæ perseuerant, & angulus B C D perpetuò rectus est. Igitur & angulus B D C, & basis B D semper eadem est. Cùm ergo angulus A B D, & quæ circa eum sunt latera A B & B D eadem semper sint, erit per 4. primi Euclidis non tantùm basis A D semper eadem, sed & angulus A D B, sub quo proposita magnitudo spectatur, semper idem. Quare per 10. propos. huius libri æqualis ipsa A B perpetuò videbitur; quod erat demonstrandum.



III.

Si spectatam magnitudinem circulus complectatur, ea, oculo per circuli segmentum circumducto, æqualis semper spectabitur.

HOC theorema Euclides Opticorum theoremate 46. in hunc modum demonstrat: Esto id quod spectatur A B, visus autem sit C, à quo procidant radij C A & C B qui cum spectata magnitudine trigonum perficiant; circa C A B verò per 5. quarti Euclidis circulus describatur: dico oculo per huius circuli ambitum permutato id quod spectatur AB æquale semper apparere: transferatur enim oculus ab C in D, procidantque hinc iam radij D A & D B. Igitur per 21. tertij Euclidis æqualis est angulus A D B angulo A C B, quòd ambo in eodem sint circuli segmento: quæ verò spectantur sub æqualibus angulis, per 10. huius æqualia apparent. Æqualis igitur A B semper conspicitur, oculo



per

A per hoc circuli segmentum transmutato : at eadem est ratio demonstrandi in segmento AFB : igitur perspicuum relinquitur id quod erat propositum.

In hoc casu & alia interuenit aspectus fallacia, mira sanè, & præter vulgi opinionem constituta: quòd nimirum idem obiectum è remotiori loco distinctiùs quàm è propinquiori videri possit, tametsi vterque locus intra iusti interualli metas sit assumptus: eam tantùm ob causàm, quia diuersus est in vtroque aspectu oculi situs. Vt, si A B directè quidem ex D, ex C verò obliquè conspiciatur; quamuis D sit remotius ab obiecto A B quàm C, videbitur tamen A B ex D, quàm ex C distinctiùs perfectiusque: nam ducta D F, quæ ipsam A B secet bifariàm & ad normam in E: quoniam peripheriæ A F & F B
B æquales inter se sunt, erunt & qui his insistunt ad D anguli inter se æquales per 33. sexti Euclidis: quare ipsius A B medietates A E & E B æquali perfectione videntur. Ducta autem C G per E ad angulos obliquos, quoniam maior est arcus A G arcu G B, erit & angulus A C G angulo G C B maior per eamdem 33. sexti Euclidis. Itaque A B ex C propter situs obliquitatem imperfectiùs videri contingit, quàm ex D loco remotiori. Oportet autem, vti dictum est, vtrumque locum C & D intra iustæ distantiæ terminos contineri. nam si D æquo remotius sit, haud dubiè minùs accuratè cernetur A B ex D quàm ex C, quamuis directiùs; vti contrà si C sit propinquius quàm par est, videbitur A B ex C imperfectiùs, non modò propter aspectus obliquitatem, verumetiam ob nimiam propinquitatem.

C

PROPOSITIO XXVIII. PROBLEMA.

Loca definire, quibus oculo moto obiectum immotum æquale semper spectetur.

HOC problema eadem ratione perficitur, qua illud quod propositione 26. est explicatum, à quo etiam istud nihil differt, nisi motus & quietis vicissitudine, cùm hîc visus, illic visile moueatur; illic visus, hîc visile quiescat. Quare si visus in eodem sit plano cui id quod spectatur insistit, circum obiectum circulus describatur, in eoque loca erunt quæ postulantur.
D Nam si visus per huius circuli circumferentiam permutetur, visile æquale semper apparebit, vt iam propositione superiore ostensum est exemplo primo.

Si autem visus sublimis sit, ab eo in subiectum planum perpendicularis demittatur per 11. vndecimi Euclidis, & per punctum incidentiæ, ex loco cui visile insistit, ceu centro circulus describatur, factumque erit propositum. Nam si per huius circuli ambitum perpendicularis ab oculo demissa ita circumducatur, vt à perpendiculo numquam discedat, ipse etiam oculus in orbem mouebitur, motuque circulum imaginabilem velut sui vestigium relinquet subiecto circulo parallelum. Quæcumque enim rectæ lineæ per vtriusque circuli centrum ductæ eadem perpendiculares ab oculo dependentes connectunt, & ipsæ parallelæ sunt inter sese per 33. primi Euclidis, quòd ipsę perpendiculares æquales sint inter sese & parallelæ. Quare per 8. definitionem vndeci-
E mi Euclidis circuli ipsi paralleli sunt. Itaque in illo, quem oculi motus describit, loca existunt è quibus visile quiescens æquale semper spectatur ab oculo translato; cuius rei demonstratio ex propos. superiore petenda est, vbi id exemplo secundo est explicatum.

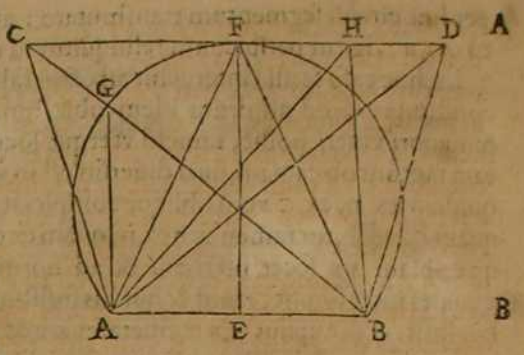
Rursus, si per 5. quarti Euclidis circulus describatur, cuius perimetrus per visum, duoque extrema eius quod spectatur incidat, in illo loca reperientur, vnde visile quiescens æquale semper apparet, vt ex tertio exemplo superioris propositionis palàm est.

PROPOSITIO XXIX. PROBLEMA.

F *Loca in recta linea designare, è quibus immota magnitudo à visu moto, quandoque æqualis, aliàs inæqualis conspiciatur.*

SIT primùm recta illa linea, in quam visus permutatur, propositæ magnitudini A B parallela, literisque signata C D. diuidatur A B in E bifariàm per 10. primi Euclidis, exciteturque ex E ipsi A B perpendicularis E F per 11. primi Euclidis, quæ ipsam C D secet in F; hæc eidem C D ad rectos angulos erit per 29. primi Euclidis: dico ergo ex puncto F maximam spectari magnitudinem A B, è duobus verò punctis æque ab F hinc inde disiunctis æqualem

æqualem : at è punctis inæqualiter ab F distantibus inæqualem.

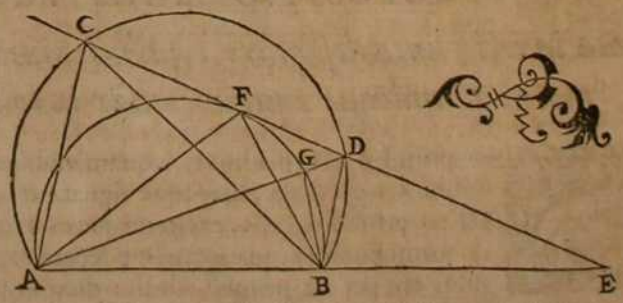


Quod sic ostenditur: Ductis A F & B F circum A F B circuli segmentũ describatur per 5. quarti Euclidis, quod capiat angulũ A F B. quoniam igitur dimetiens est E F, & ad rectos angulos ipsi C D, fit per 16. tertij Euclidis, vt F C & F D extra circulum cadant. Quare sumpto quocumque signo in linea C D, præter F, vtputa C, rectæ ducantur C A & C B; quoniam altera harum C B circulum secat, à sectionis loco G recta ducatur G A. Erit ergo angulus A G B angulo A C B maior per 16. primi Euclidis: at angulus A G B æqualis est angulo A F B per 21. tertij Euclidis: igitur angulus A C B angulo A F B minor est. Itaque ex C quàm ex F magnitudo A B minor spectatur per 10. huius libri propositionem. cumque eadem demonstrandi ratio in omnibus punctis lineæ C D, præter F, locum habeat, probatum relinquitur magnitudinem A B è loco F omnium maximam apparere; quod primò ostendisse oportuit.

Assumpta verò F D ipsi F C æquali, ductisque D A & D B ostendendum sit angulos A D B & A C B æquales esse. In trigonis A F E & B F E æqualia sunt latera A E & E B, latusq; E F vtrique commune, angulusque A E F angulo B E F æqualis; vtpote rectus vterque ex C constructione; erit ergo per 4. primi Euclidis, & basis A F basi B F, & angulus A F E angulo B F E æqualis. Si itaque angulo D F E recto addatur A F E, & angulus B F E recto detur C F E; erunt compositi anguli D F A & C F B per communem notionem inter se æquales. At circum hos æquales angulos latera D F & F A lateribus C F & F B æqualia sunt, vtrumque vtrique, hoc est D F ipsi C F ex constructione, F A verò ipsi F B ex demonstratione. Ergo per 4. primi Euclidis angulus F D A angulo F C B æqualis erit. Rursus si ab æqualibus iam ostensis angulis D F A & C F B idem communis angulus A F B auferatur, reliqui D F B & C F A æquales erunt, qui cum æquis lateribus comprehendantur, nempe F D ipsi F C ex constructione, F B verò ipsi F A ex demõstratione: erit per eamdem 4. primi Euclidis, basis D B basi C A, & angulus F D B angulo F C A æqualis: à quibus si detrahantur anguli F D A & F C B iam ostensi æquales, reliqui A D B & B C A sub quibus magnitudo A B immota spectatur, æquales inter se erunt: quare per 10. propos. huius libri duobus hisce locis C & D magnitudo A B æqualis conspicitur; quod secundo loco demonstrandum fuit.

Demum quòd è signo H inter F & D assumpto minor quidem magnitudo A B appareat, quàm è signo F; maior autem, quàm ex D, per septimum lemma huius libri demonstrari potest. Quoniam enim æquales iam ostensæ sunt A F & B F, quæcumque aliæ super eadem basi A B ad lineam C D cõstituentur, per 7. primi Euclidis inæquales erunt, maiorque semper illa quæ ex A ad F D, aut ex B ad F C longius ab F producitur. Nam cùm maior sit angulus A F H quàm A H F, erit per 19. primi Euclidis A H maior quàm A F; item quia angulus A H D quàm A D H est maior, erit per eamdem 19. primi Euclidis A D quàm A H maior: itaque deinceps quo longius ab F recesseris, eò longiores semper erunt, quæ ex A aut B decussatim educentur. Quare per 7. lemma huius libri minor est angulus A H B quàm A F B, & A H B maior quàm A D B, ac sic deinceps remotior semper minor. Itaque quiescens magnitudo A B, ex loco H maior quàm ex D; minor autem quàm ex F conspicitur per 10. propos. huius libri; quod erat demonstrandum.

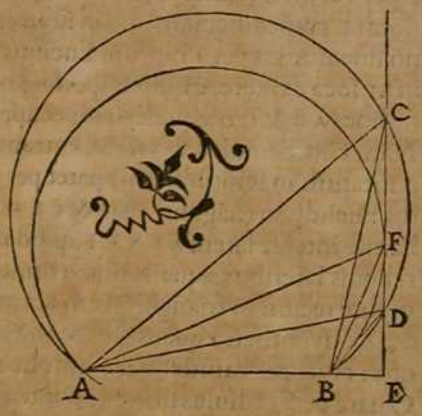
Esto deinde linea C D, in quam visus permutatur, magnitudini spectabili A B obliqua, ac minimè parallela; ambæq; A B & C D, si producãtur, concurrant in E. His positis, inter A E & B E media proportionalis inuestigetur per 13. sexti Euclidis, quæ per 3. primi Euclidis abs C E rescindatur, sitq; E F, ita vt sit quemadmodum A E ad E F, ita eadem E F ad E B. Quare per 17. sexti, quod sub A E & E B comprehenditur, rectangulum æquale est ei, quod ab E F describitur, quadrato.



A quadrato. Iunctis igitur A F & B F, si per 5. quarti Euclidis circa trigonum A F B circulus describatur, hunc E F tanget in F per 37. tertij Euclidis, eritque angulus A F B maximus omnium illorum, qui à basi A B ad obliquam lineam C E excitari possunt. Sumpto enim in linea C E quocumque alio puncto exempli causa D, iunctisq; A D & B D, harum altera nempe A D circulum A F B secabit, quia nimirum tota C E, solo F puncto excepto, extra circulum A F B cadit per 16. tertij Euclidis: secet igitur A D circulum A F B in G, & à G ad B recta ducatur G B; erit ergo angulus A G B angulo A F B æqualis per 21. tertij Euclidis: atqui angulus A D B per 16 primi Euclidis minor est angulo A G B: ergo & angulo A F B minor erit. Idemque in ceteris punctis ab F versus C aut E assumptis ostendi potest: imò
B verò tantò minorem semper angulum fore palàm est, quantò punctum longiùs ab F disiunctum fuerit, sic vt in E, cùm ambæ simul A E & C E coincident, nullus angulus sit futurus. Est igitur A F B maximus angulus omnium illorum, qui super basi A B ad obliquam lineam C E excitari possunt. Quocircà per 10. propos. huius libri ex loco F magnitudo A B maxima spectabitur.

Nunc verò si quodcumque punctum in linea C E acceptum sit, verbi gratia D, & circa perfectum triangulum A D B circulus describatur per 5. quarti Euclidis secans lineà C E etiam in C, iunganturq; C A & C B, erit per 21. tertij Euclidis angulus A C B angulo A D B æqualis; quare per 10. huius lib. prop. duobus hisce locis D & C proposita magnitudo æqualis spectatur. Patet igitur in linea propositæ magnitudini obliqua idem euenire,
C quod in parallela antè ostensum fuit, nempe vt translato per illam aspectu, quiescens magnitudo quàdoque æqualis, quandoque inæqualis spectetur; quod erat demonstrandum.

Denique si linea illa per quam visus defertur, illi quæ spectanda proponitur perpendicularis sit, exempli gratia, E C ipsi A B productæ, si opus sit, in E: accipiatur E F per 13. sexti Euclidis inter A E & E B proportione media. Igitur si per A B F circulus describatur per 5. quarti Euclidis, hunc tanget E C in F per 37. tertij Euclidis, quia nimirum per 17. sexti Euclidis, quod ex E F existit quadratum, æquale est ei
D quod ex A E B fit rectangulo. Quocircà præter punctum F tota linea E C extra circulum A B F cadet. Atque idcircò eodem quo priùs modo ostendemus oculo in F constituto magnitudinem A B maximam apparere, ac eò semper minorem quò longiùs à puncto F oculus dimouetur: duobus autem tantummodò locis videri æqualem, nempe in D & C, vbi scilicet circulus per A, B, & D actus, lineam E C intersecat. Ex quibus propositum problema expeditum demonstratumque relinquitur, quod fecisse oportuit.

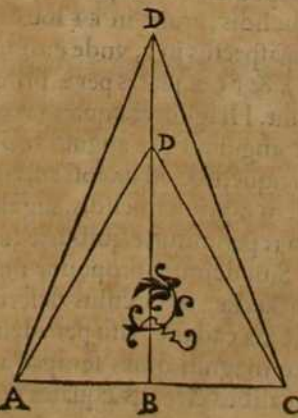


E

PROPOSITIO XXX. THEOREMA.

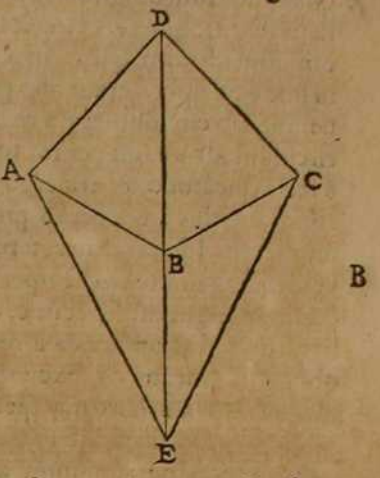
Possibile est, æquales magnitudines visu translato æquales nihilominùs apparere.

SINT primùm æquales magnitudines in vnam rectam lineam compositæ, vt A B & B C; à coniunctionis autem puncto B, quod totius lineæ A C medium est, perpendicularis ipsi A C excitetur per 11. primi Euclidis: dico per hanc lineam si D oculus incedat, magnitudines A B & B C æquales semper apparere. Cùm enim in triangulis A B D & C B D latus A B lateri C B æquale sit positum, sitq; B D vtrique commune, & angulus A B D angulo C B D æqualis, nempe rectus vterque ex constructione, erit per 4. primi Euclidis angulus A D B angulo C D B semper æqualis. Quare per 10. huius libri propos. æquales semper magnitudines A B & B C apparebunt.



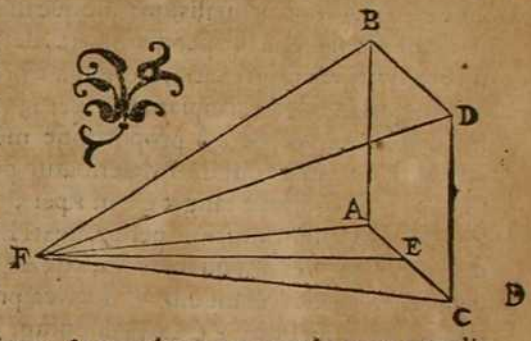
Sint

Sint deinde eædem magnitudines non in rectam lineam extensæ, sed in angulum coniunctæ A B C, diuidaturque is per 9. primi Euclidis bifariàm per rectam B D, in quam si oculus permutetur, æquales nihilominùs A B & B C apparebunt. Cùm enim vt priùs æquales sint ex hypothesi A B & B C in triangulis A B D & C B D, sitq; latus B D commune vtrique, & angulus A B D angulo C B D ex constructione æqualis; erit per 4. primi Euclidis, & angulus A D B, angulo C D B semper æqualis. Quare per 10. propos. huius libri propositæ æquales magnitudines, visu per B D incedente, æquales semper videntur. Quòd si D B protrahatur, & in ea visus cõstituatur ad E aut aliud quodcumque signum, nihilominùs æquales conspicientur magnitudines A B & B C. Nam cùm duo anguli D B A & A B E; item D B C & C B E per 13. primi Euclidis duobus rectis sint pares, resectis æqualibus D B A & D B C; relinquentur anguli A B E & C B E æquales: at circum hos angulos latera A B & B E lateribus C B & B E æqualia sunt; ergo per 4. primi Euclidis angulus A E B angulo C E B est æqualis. Quare & spectatæ magnitudines A B & B C per 10. propos. huius libri æquales ex his etiam locis apparent. A



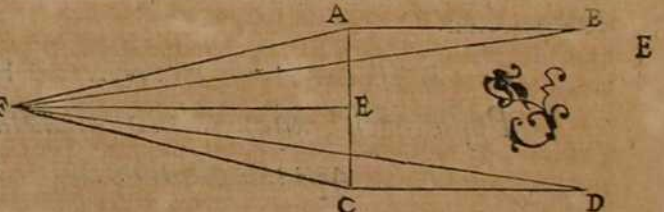
B

Sunto præterea æquales magnitudines A B & C D à subiecto quopiam plano in sublime perpendiculi fide erectæ: iungantur A C & B D, ipsa autem A C bifariàm diuidatur in E per 10. primi Euclidis, atque à signo diuisionis E perpendicularis ipsi in subiecto plano ducatur E F per 11. primi Euclidis: dico in E F loca existere, è quibus spectatę magnitudines A B & C D æquales semper apparent. Nam eductis radiis à visu ad extrema propositarum magnitudinum, patet per 4. primi Euclidis in triãgulis A E F & C E F æqualia esse inter se latera A F & C F, quòd reliqua reliquis lateribus æqualia sint vtrumque vtrique, & angulus A E F angulo C E F æqualis, vtpote rectus: in triangulis verò B A F & D C F non tantùm A F ipsi C F, sed etiam A B ipsi C D ex hypothesi æqualis est, & angulus B A F angulo D C F æqualis, vt pote rectus vterque: ergo per eamdem 4. primi Euclidis & angulus A F B, angulo C F D æqualis est. Quare per 10. huius libri propos. æquales apparent A B & C D ex quouis loco in linea E F designato. C



D

Rursus sint propositæ magnitudines A B & C D eodem in plano cum centro visus F ità dispositæ, vt quæ illarum connectit extrema A C, rectos cum vtraque angulos faciat. Diuisa igitur A C bifariàm per 10. primi Euclidis, atque à signo partitionis E excitata perpẽdiculari E F per 11. primi Euclidis, erunt in E F loca, è quibus A B & C D æquales appareant. Sit enim verbi gratia aspectus in F, vnde emissitij radij in A & C, item in B & D destinentur, erunt vt priùs F A & F C æquales per 4. primi Euclidis, sed & anguli F A E & F C E per eamdem æquales sunt. Hi igitur si æqualibus rectis E A B & E C D addantur, fiet per communẽ notionem & angulus F A B angulo F C D æqualis: circa quos cùm latera cõsistant æqualia, vtrumque vtrique, hoc est F A ipsi F C, vt iam ostẽsum est, & A B ipsi C D ex hypothesi, erunt per eamdem 4. primi Euclidis, anguli A F B & C F D inter se æquales. Quare per 10. huius in E F loca reperiuntur, è quibus æquales magnitudines A B & C D æquales etiã aspectui apparent.



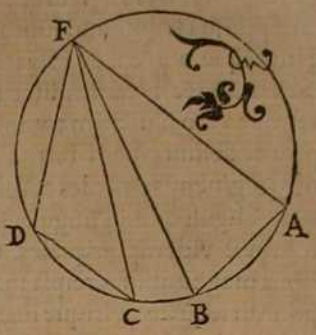
E

Sint demum propositæ magnitudines A B & C D in idem cum visu planum vtcumque proiectæ. Si circulus describi possit, in cuius peripheriam vtriusque magnitudinis extrema cadant, visu per idem segmentum ipsius circumferentiæ transmutato, æquales eæ magnitudines semper apparebunt. Quoniam enim per 28. tertij Euclidis inæqualibus circulis æquales rectę lineę æquales peripherias auferũt, erunt arcus A B & C D

F

æqua-

A æquales, ac proinde per 27. tertij Euclidis angulus AFB angulo CFD æqualis erit. Quare per 10. huius libri propositionem ex quouis eius circumferentiæ loco, qui quidem in simili segmento assumptus fuerit, propositæ magnitudines AB & CD æquales conspicientur. Addenda porrò fuit ea cautio, vt visus per vnum idemque segmentum ipsius circumferentiæ transmutetur. Nam recta linea AB duo segmenta distinguit, vnum maius AFDCB, alterum minus: in hoc ergo si oculus constituatur inter A &
B B, maior erit angulus quo AB quàm quo CD aspiciet, vt per se patet.

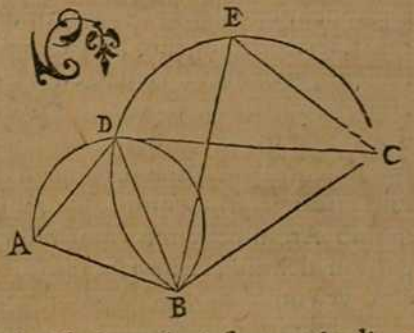


Cùm ostensum iam sit, quot modis, quibusque locis contingat æquales reipsa magnitudines æquales etiam aspectui videri; perspicuum est, extra hæc similiaque loca visu consistente, inæquales videri magnitudines, quæ reuerà æquales sunt: idque fit propter angulorum, quibus comprehenduntur, inæqualitatem, vt sæpè iam citata 10. huius libri propositio demonstrat. Nunc ergo quo pacto contrà inæquales magnitudines oculo
C *æquales aut in postulata proportione appareant, paucis dicendum restat.*

PROPOSITIO XXXI. PROBLEMA.

Est locus, è quo inæquales magnitudines aspectu æquales videntur, quem demonstrare oporteat.

D SINT propositę magnitudines inæquales, minor quidem AB, maior autem BC. super altera illarum puta BC, describatur circuli segmentũ quodcumque BEC, in quo constituatur angulus BEC vtfors tulerit. deinde super AB per 33. tertij Euclidis describatur simile segmẽtum priori, hoc est capiens angulum æqualem angulo BEC. Vbi hæc duo segmenta sese intersecant, nempe in D, hîc aio locum esse vnde AB & BC, inæquales licet magnitudines, æquales tamen spectantur. Iunctis enim DA, DB, & DC, æqualis est angulus ADB angulo BDC per 10. definitio-



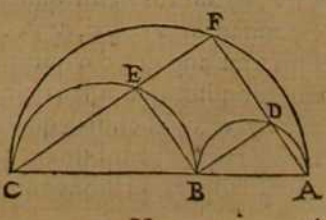
E nem libri tertij Euclidis. Ergo per propos. 10. huius libri æquales ipsæ magnitudines videntur, licet reipsa inæquales sint.

Extra hunc autem locum inæquales apparere ipsas magnitudines ex inæqualitate angulorum, quibus continentur, demonstrari potest: quam probationem, vt per se inuentu facilem, studio prætermittimus, breuitati consulentes.

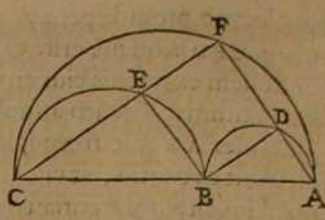
PROPOSITIO XXXII. PROBLEMA.

Postulantur etiam loca, è quibus inæquales magnitudines in idem compositæ, æquales vtrique inæqualium appareant.

F ESTO propositarum inæqualium magnitudinum minor quidem AB, maior autem BC: ambæ verò in vnam rectam lineam compositæ quæ litteris notatur AC. super hac, vti etiam super vnaquaque illarum semicirculi describantur AFC, ADB, & BEC, aut certè similia quæcumque circulorum segmenta per 33. tertij Euclidis. ex A verò recta emittatur AF vtcumque ad extimam peripheriam maio-



ris ſemicirculi, iungaturque F C. quia ergo A F & F C ſecant reliqua ſegmenta, ſunto loca ſectionum D & E, iunganturque D B & E B. His ita conſtitutis dico viſum per loca D, E, & F tranſmutatum conſpicere A B ipſi B C, vtrique verò ſigillatim totam A C æqualem. Cùm enim per 10. definitionem tertij Euclidis in ſimilibus circulorum ſegmentis æquales conſiſtant anguli, erunt A D B & B E C anguli quibus ſingulæ A B & B C conſpiciuntur, tum inter ſe, tum ipſi A F C, quo tota A C videtur, æquales. Quare per 10. propoſit. huius libri loca dantur, è quibus binæ magnitudines reipſa inæquales æquales aſpectu videntur; & quæ ex vtraque componitur æqualis, vtrique inæqualium apparet; quod erat demonſtrandum.



PROPOSITIO XXXIII. PROBLEMA.

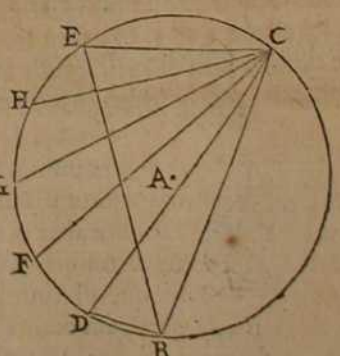
Locum aſsignare, ex quo data magnitudo appareat alterius pars aut multiplex in poſtulata ratione, qua quidem angulum ſecare vel augere conceditur.

APPARENTES rerum magnitudines ita ſe habere, quemadmodum inter ſe ſunt anguli ſub quibus conſpiciuntur, ex 9. propoſitione libri tertij perſpicuum eſt. Quare conſtat ad huius problematis conſtructionem neceſſarium eſſe problema illud, quo angulus expetitur, qui ad datum angulum poſtulatam habeat proportionem; quod ſanè perfici non poteſt, niſi vel additione vel partitione. Praxis verò, licet ex parte cognita ſit, partim tamen hucuſq; ignoratur, partim etiam omnino impoſſibilis eſt. Quod primò quidem oſtendi poteſt in diuiſione.

Si enim dati anguli pars, verbi gratia dimidia, aut tertia, aut alia quæcumque aſſignanda eſt, datus angulus bifariàm, aut trifariàm, aut alias in partes eſt diuidendus. Quod quidem hactenus à nemine vniuerſè eſt demonſtratum, vti nec illud: datam portionem circularis perimetri in quotuis partes ſecare; & circulo figuram æquilateram inſcribere quotcumque laterum. Sunt enim hæc quæſita hactenus, ſed nondum inuenta; vt & inter duas datas rectas lineas duas medias proportionales inuenire, & circuli τὸ ἐμβαδὸν τετραγωνίζειν. Quæ omnia & plura alia eius generis ſumma hominum ingenia fatigarunt, à quibus tamen nulla ad poſteros vtilitas dimanauit, ſi excipias admirabilem illam Paraboles quadraturam, quam ingenioſiſſimus Archimedes propoſuit, rarum ſanè inuentum, & omni commendatione dignum, ac tale omnino quod niſi ab Archimede repertum fuiſſet, ad hanc vſque diem ſub ignorantiæ tenebris ſepultum delituiſſet: ita ſanè procul ab hominum ſenſu atque ingenio conſtitutum id erat, vt à nullo alio, meo quidem iudicio, quàm ab Archimede attingi poſſet.

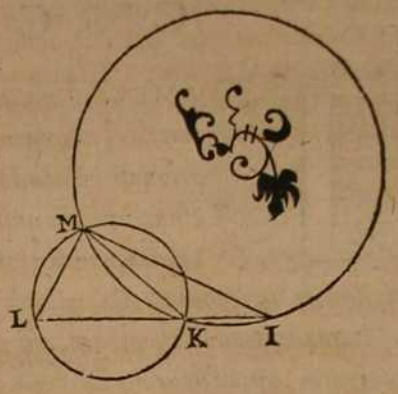
Deinde ſi multiplex quicũque angulus dati anguli poſtuletur, hoc eſt duplus aut triplus, aut alterius rationis: neq; hic dari vniuersè poterit. Nam recti anguli nullus eſt angulus in dupla proportione; neque triplus eius qui in triangulo eſt æquilatero. Conſultò igitur propoſitioni ea pars adiuncta eſt, *qua quidem angulum ſecare vel augere conceditur.*

Nunc quo pacto propoſitum problema ſolui poſſit, ſic accipe: Quærantur in primis duo anguli quicumque in ea ratione, quæ poſtulatur: quod ſic fiet; Deſcripto ex centro A circulo vtcumque, ſi exempli gratia angulus expetitur alterius quintuplus, ſumatur in circuli deſcripti peripheria portio B D fortuitò quidem, at tam exigua, vt quinquies repetita totum circuli ambitum non expleat, ſed partem aliquam relinquat nempe B C E, comprehenſa ſola parte B D E. In parte relicta B C E, ſignum notetur quocumque loco C, ad quod extendantur B C, D C, & E C. His peractis dico angulum B C E anguli B C D quintuplum eſſe, & B C D alterius ſubquintuplum, ſeu quintam partem. Cùm enim per 27. tertij Euclidis æquales ſint anguli qui æqualibus peripheriis inſiſtunt, ſanè æquales eſſe oportet eos qui ſuper æqualibus aſſumptis peripheriis B D, D F, F G, G H, & H E ad punctum C conſti-



A constituuntur. Ergo angulus BCE quinque continens angulos ipsi BCD æquales, ipsius BCB quintuplus erit, & BCD totius BCE subquintuplus.

Sint ergo iam propositæ magnitudines IK & KL (nihil verò interest an æquales eæ sint, an inæquales) sitq; IK spectanda pars quinta magnitudinis KL. super IK per 33. tertij Euclidis describatur segmentum IMK, quod capiat angulũ angulo BCD superioris schematis æqualem. ac simili modo super KL segmentum describatur KML, quod capiat angulũ BCE superioris



B figuræ; iunganturque IM, KM, & LM. Quoniam igitur per constructionem angulus IMK angulo BCD est æqualis, & angulus KML æqualis angulo BCE, angulus autem BCD quinta est pars anguli BCE, vt iam ostensum est: erit & angulus IMK anguli KML pars quinta. Quare per 10. propos. huius libri in M locus inuentus erit, ex quo data magnitudo IK alterius KL apparet pars in postulata ratione; quod erat præstandum.

Si autem postuletur, vt IK ipsius KL multiplex appareat, verbi gratia quintupla; super

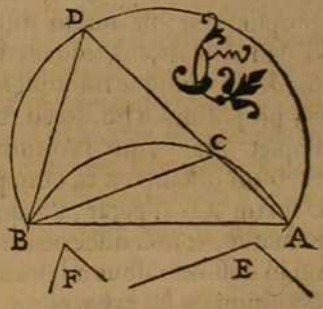
C IK segmentum describatur quod capiat angulum BCE per eamdem 33. tertij Euclidis, & super KL segmentum describatur capiens angulum BCD: tunc enim lineis ductis ad M communem segmentorum intersectionem, erunt hi anguli superioribus æquales, vterque vtrique. Ergo hîc locus inuentus erit, è quo vicissim data magnitudo IK apparet alterius KL multiplex in quintupla ratione, adiuuante eadem 10. prop. huius libri.

PROPOSITIO XXXIV. PROBLEMA.

Loca inuenire è quibus eadem magnitudo appareat suiipsius pars, aut multiplex, in data proportione.

D

HOC problema eamdem fermè habet constructionem cum præcedente. Nam inuentis duobus angulis E & F in ea proportione quæ postulatur, modo superiùs tradito, describantur super proposita linea, quæ sit AB, duo circulorum segmẽta per 33. tertij Euclidis, quorum vnus vnum, alter alterum angulum capiat ex datis. Ducta itaque ab altero extremo propositæ magnitudinis, nempe A, recta linea AD, quæ vtrumque segmentũ intersecet, vnum in C, & alte-



E rum in D, vt casus feret. Hęc intersectionum puncta loca esse aio è quibus proposita magnitudo apparet suiipsius pars, aut multiplex, in data proportione. Cùm enim ex constructione æqualis sit angulus ACB angulo E, erit per 7. quinti Euclidis eadem proportio anguli ACB ad F angulum, quæ est anguli E ad eumdem angulum F: rursus cùm æqualis sit angulus ADB angulo F per constructionẽ, qualis proportio est anguli E ad angulum F, talis est eiusdem E anguli ad ADB angulum. Ergo permutando, vt est ACB ad E, ita est ADB ad F. Quare per 10. huius libri propositionem in signis C & D loca erunt, ex quibus proposita magnitudo AB apparet suiipsius pars, aut multiplex, in data proportione; pars quidem ex loco D, ex C verò multiplex; quod erat faciendum.

F

FALLACIAE ASPECTVS CIRCA SITVM.

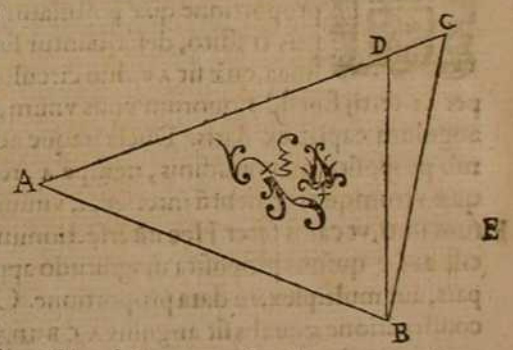
TAMETSI *naturæ consecutione in corporibus situm figura antecedat, vti intimus corporeæ dimensionis terminus ac circumscriptio eam habitudinem, qua res externas intuentes variè respiciunt: tamen quia ex situs diuersitate rerum figuræ quoad aspectum mirum in modum immutantur, vt orthogonium triangulum interdum in oxygonium, aliàs in amblygonium, aut scalenum; circulus item in ellipsin; rursus quadratum in rhombum, aut rhomboides schema, atque aliæ in alias; hanc ob rem errores, qui in situs dignotionem obrepunt, præmittendos esse duximus, ne aduersus doctrinæ leges, quæ de figurarum erroribus deinceps proponere constituimus, per ignota porismata demonstrare cogamur.*

PROPOSITIO XXXV. THEOREMA.

Ob immoderatam distantiam contingit obiecti obliquitatem non perpendi.

EX obliqui situs definitione, quæ habetur ad propositionem 31. libri 3. constat eius, quod oblique aspectui obijcitur, alterum extremum visui propinquius, alterum verò remotius esse debere. Cùm verò propos. 3. huius libri ostensum sit maximarum distantiarum discrimina visu non distingui, rectè concluditur obliquum rei situm ex immoderata distantia non internosci.

Sit enim exempli gratia visui A obliquè opposita magnitudo B C, extremo B quàm C propinquior: sit autem distantia A B plus quàm mediocris, eiq́, æqualis distãtia A D, quę proinde ipsa quoque immoderata erit. Quare per 3. propos. huius lib. excessum D C visus non percipiet. Nam tum primùm immoderata censebitur distantia A D, cùm portio D C, qua A C ipsam A D superat, ita quoad aspectum attenuatur, vt non discernatur, quemadmodum in definitionibus ad primam huius libri propositionem est explicatum. Igitur distantia A C ipsi distantiæ A D æqualis apparebit, & C ab A æquè ac B remotum. Quocircà directè existimabitur opposita linea B C, cuius nimirum extrema pari interuallo ab oculo disiuncta conspiciuntur; quod erat propositum.



CONSECTARIVM.

Quæ à perpẽdiculo desciscunt ex interuallo spectata, seu quà aduersum imminent, seu quà in diuersum propendent, recta iudicãtur.

IN hoc fallaciæ genus ij facilè prolabuntur, qui ex immoderato interuallo turres aut columnas à perpendiculi rectitudine desciscentes intuentur, siue qua parte inclinatum fastigium ad ipsos accedit, siue qua ab ipsis in aduersam partem recumbit. Quæ enim ita spectantur, incertam exhibent inclinationis speciem: propterea quòd perpendiculi linea à supremo fastigio demissa, resque ipsa in eodem sunt cum centro oculi plano. Hoc ergo planum, quoniam, si producatur, in oculum incurrit, necesse est ipsum rectæ lineæ instar apparere per 17. propos. huius libri, omnesque quæ in ipso sunt lineas,

in

A in vnam eamdemque rectam lineam secundùm intuitum incidere. Igitur nullum hoc aspectu apparet perpendiculi & inclinationis discrimen.

Quod vt planiùs intelligas, finge à summo rei inclinatæ cacumine perpendiculum demitti, & per locum incidentiæ centrumque basis rei propendentis rectam lineam ex vtraque parte infinitè protendi: huic inquam lineæ si quis spectator insistat, & ex vtrauis eius parte prospexerit, rem minimè inclinatam videbit; sed pari rectitudine cum perpendiculo expensam: radius enim opticus ab oculo ad perpendiculi lineam emissus, ipsam quoque inclinationis lineam pertransit. Quare si eousque oculus absistat, vt lineæ perpendicularis ac propendentis discrimen non internoscat, vtramque vnius instar li-
B neæ rectæ ac nullo pacto inclinatæ intuebitur.

PROPOSITIO XXXVI. THEOREMA.

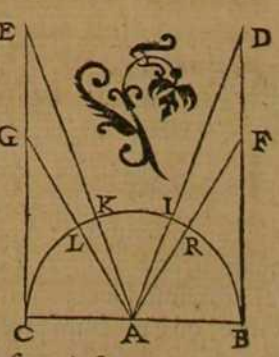
Quæ radiis sublimioribus cernuntur, sublimiora; & humiliora, quæ humilioribus videntur: idem verò, de iis quæ in dextram aut in sinistram vergunt, iudicium esto.

C DE illo aspectu intelligẽda est hæc propositio, qui fit speciebus per medium vniforme delatis. Nam is qui per diuersa media traiectas rerũ formas, aut à solido corpore repercussas excipit, is fractis inclinatisq; fit radiis. Quare illis rebus quæ ita cernuntur, plurimùm vsuenire solet, vt cùm sublimioribus radiis videntur, humiliora appareant, & è conuerso; aut à dextris esse, cùm radij à sinistris proueniunt: nec id tantùm, verumetiam vt quæ à tergo sunt, ex aduerso conspiciantur. Cuius rei hæc profectò est ratio, quòd ea quæ videntur, non in ea cernantur linea, qua formæ visibiles à rebus emittuntur; sed in ea, qua exsolutæ iam à rebus formæ in oculos incurrunt. Hæc ergo si vna est eademque recta linea, in ipsa erit & verus & apparens rei locus; si verò ea non vna sit linea, sed alia qua simulachrum euibratur, alia qua susciptur, non erit quoque idem rei locus verus & apparens; sed pro radiorum diuersitate alius atque alius. Igitur si quis vniuersè accipiendam esse
D propositionem contendat, illos dumtaxat radios intelligat, qui oculis proximi sunt, seu quibus rerum imagines proximè in oculos illabuntur: in his namque quidquid aspicitur, locum apparentem habere necesse est. Sunt enim hi radij proprio loquendi modo optici, ac velut rerum omnium quæ visui offeruntur indices, proprium singularum locum demonstrantes. Et quemadmodum ipsa simulachra solo contactu sentientis organi ad videndum facultatem excitant, ita externo appulsu notionem aliquam loci ingerunt. Nam qua parte organum exstimulant, ex eadem prouenire cognoscuntur: at non aliunde prouenire possunt, quàm à rebus ipsis: igitur primarius sensus in ea recta linea sitas esse ipsas res concludit, per quam earum imagines in organum externi sensus incurrunt. Quocircà quæ sublimioribus cernuntur radiis sublimiora, quæ humiliori-
E bus humiliora, & quorum radij à dextris aut sinistris porriguntur, ea in dextram sinistrámve educi videntur.

PROPOSITIO XXXVII. THEOREMA.

Rerum in anteriora expositarum remotiores partes, quæ à dextris sunt in sinistram, & quæ sunt à sinistris in dextram educi videntur.

F SIT oculus A, cuius dextrum latus B, sinistrum C, in anteriorem verò eius partem duæ lineæ exponãtur B D & C E: dico illius, quæ à dextris est partem D, si à visu remotior sit quàm F, videri in sinistram educi, hoc est sinistrorsum magis spectari quàm F, & E magis in dextram educi quàm G. Centro namque A circulus describatur vtcumque, atque ab oculo radij procidant A F, A D, A G, & A E, qui circulum secent in R, I, K, & L. Quoniam igitur lateri C sinistro propinquius est punctum I quam R, erit radius A D, qui per I transit, radio A F sinisterior, & radius A E dexterior quàm A G, quòd sit K ipsi B propinquius



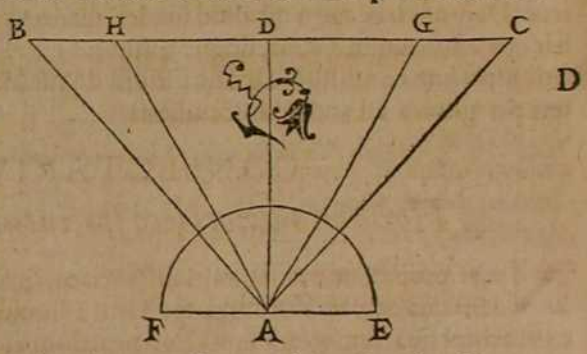
quàm L. Quæ verò dexterioribus radiis cernuntur, dexteriora videntur, finiſterioraA
autem quæ finiſterioribus, per antecedentem propoſitionem. Igitur linearum in anteriora expotrectarum remotiores partes, quæ à dextris ſunt in finiſtram, & quæ ſunt à finiſtris in dextram educi videntur; quod erat demonſtrandum.

Hæc propoſ. non ita intelligenda eſt, vt linearum, quæ in anteriora extenduntur, remotiores partes abſolutè in contrarium poſitionis ſitum abſcedere videantur; hoc eſt, quæ à dextris ſunt abſolutè in finiſtram, & quæ à finiſtris ſimpliciter in dextram; ſed propinquiorum partium comparatione: ſic nimirum, vt linearum quæ à dextris ſunt, remotiores partes finiſtrorſum magis ſpectentur quàm propinquæ; & earum quæ ſunt à finiſtris partes remotiores propinquioribus dexteriores cernãtur, non autem vt dexte-B
riores aut finiſteriores appareant, quàm ſint reuerà. De hoc enim ſitu agemus in fallaciis Loci; vbi oſtendemus, ſi linea aliqua in communẽ radium incidat, eam eius partem quæ ab illo puncto in quod amborum luminum acies defiguntur, & oculos interiacet, illi quidẽm oculo cui ea à dextris eſt, in dextram magis videri quàm ſit reipſa; reliquam verò partem magis iuſto in finiſtram protendi: oculo autem, cui ea à finiſtris eſt, partem quæ eſt inter concurſum axium & aſpectum æquo magis in finiſtram ferri, reliquam verò plus iuſto in dextram obliquari. Ex quo fit vt ea linea vtroque ſpectata oculo geminata appareat, ambæque phantaſiæ ſeſe interſecare videantur in eo ſigno, in quod axes optici diriguntur: quæ omnia in Loci fallaciis diffuſiùs exponemus.

C

PROPOSITIO XXXVIII. THEOREMA.

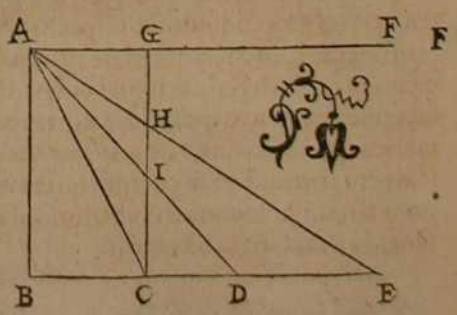
Eorum quæ directè oculis obijciuntur remotiores partes, quæ à dextris dextrouerſum magis; quæ verò à ſiniſtris, propiùs in ſiniſtram accedere videntur.



ESTO oculus A, eique directè obuerſa linea BC, cuius pars D anterior ſit, erit proinde oculi latus dextrum E, F verò ſiniſtrum, & propoſitæ lineæ pars DC à dextris erit, pars autem DB à finiſtris: dico igitur C quàm G dextrouerſum magis educi, ſi nimirũ C longiùs à viſu abſit quàm G; ac eodem modo B quàm H magis in finiſtram vergere. Centro namque A circulus vtcumque decircinetur, radiique ex oculo ad C, G, H, & B proſiliant, qui circulum ſecent. Quoniam itaque radius AC dexterior eſt radio AG, & AB radius ipſo AH finiſterior, conſequens eſt per 36. propoſ. huius libri, vt C quàm E
G in dextram magis; B verò quàm H magis in finiſtram produci videatur; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XXXIX. THEOREMA.

Planorum ſub oculo iacentium remotiores à viſu partes in altum efferri videntur.



VISVS A altiori conſtitutus ſit loco quàm planum, in quo ſpectantur ſigna B, C, D, & E: ſitque E cauſa exempli à viſu remotius quàm D, & D quàm C remotius; B autem proximum: dico E altiori loco aſpectari quàm D, & D quàm C; B autem infimo, vtpote viſui proximũ. Ducta enim AF pari libra cum horizonte, quæ medium proſpectum inter elatum ac depreſſum definiat, vt proproſit. 29. libri tertij

docui-

A docuimus. Huic quò viciniores erunt radij qui in ſubiectum planum procidunt, eò ipſi quidem erunt altiores, vtputa A E altior quàm A D, quòd ipſi A F propinquior ſit; & A D altior ipſo A C eamdem ob cauſam; A B verò infimus, vtpote ab A F remotiſſimus. Igitur per 36. propoſ. huius libri elatior apparet C quàm B, & D quàm C, & E quàm D, ſicq; deinceps, quò remotiores ſumuntur à viſu partes, eò ſemper altiùs efferri videntur.

Deinde ſi ex C recta ſecundùm perpendiculum excitetur C G per 11. primi Euclidis, hanc radij A E & A D ſecabunt in ſignis H & I: ſed H altius eſt quàm I, & I altius quàm C: ergo altior apparet pars D quàm C, & E quàm D. ſiquidem eodem ſpectantur radio D & I, item E & H. Itaque quemadmodum H altiùs quàm I, ſic E quàm D altiùs attolli
B videtur, & D altiori loco quàm C, vt I quàm C altiori conſpicitur; quod erat demonſtrandum.

CONSECTARIVM I.

Templorum pauimenta ingredientibus faſtigiata videntur.

Id profectò manifeſtè patet ex theoremate iam demonſtrato. Hinc verò colligas liceet, non rectè præcipere Architectos quoſdam, qui templorum pauimenta ab ingreſſu ad aram ſupra libellam attolli moderato quodam faſtigio iubent, ea adducti ratione, quòd qui ſacrificant, ſi editiori ſint loco, maiorem præ ſe ferant maieſtatem, & auguſ-
C tius ſit per aſcenſum, quàm per deſcenſum ad ſacrificia accedere. At enim cùm per ſe aſſurgere templorum pauimenta videantur, non eſt cur ampliùs attolli ea debeant, præſertim cùm phantaſia hæc, quam diximus, licet ex aſpectus natura pendeat, non tamen parum offenſura eſſet oculos, ni longa iam conſuetudine in vſum tranſiiſſet. Deinde ſi pauimenta ſupra libellam euehantur, neceſſe erit columnas, quæ in altiore regione conſtituuntur, breuiores fieri, vt ſcilicet eis capitula ad libellæ æqualitatem incumbant, quod etiam ingredientium aſpectui non mediocriter officiet: ſiquidem remotiores ab ingreſſu columnæ licet æquales per ſe, tamen minores ſemper quàm reipſa ſint, apparent. Demum hæc ratio nil aliud ſuadet, quàm vt ad ſacrificia acceſſus populo difficilis fiat, receſſus autem facilis, ſicque à diuino cultu hominum animi auocentur. Quare
D ſatis ſuperque conſultum ſacrificantium dignitati fore arbitror, ſi ipſi, non autem cæteri per gradus ad aram conſcendant.

CONSECTARIVM II.

Horizon editiori loco ſpectatur, quàm ſit reuerà.

Nam propter immoderatam diſtantiam, qua à nobis diſiunctus eſt horizon, in eadem qua oculus altitudine ſpectatur: ſiquidem attolli ſemper magis magisque ea videntur quæ remotiora ſunt: ergo neceſſum eſt vt remotiſſima loco editiſſimo conſpiciantur. Eſt vero hic locus in linea A F, quæ ad libellam conſtituitur, & cuius reſpectu
E altum dicitur id omne quod ſupra eam eminet; depreſſum verò quidquid infra eam decumbit, vt lib. 3. propoſ. 29. docuimus. Quare horizon editiori loco ſpectatur, quàm ſit reuerà.

CONSECTARIVM III.

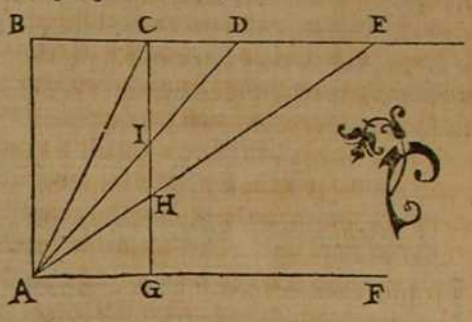
Maris conuexitas gibbi in morem protuberare videtur.

Tametsi namque omnes eius partes infra oculum reipſa ſint, quòd ſphæroides habeat ſchema, in cuius ſummo ad perpendiculum ſpectator conſiſtit; quia tamen eæ quò ſunt à viſu remotiores, eò ſemper in altum efferri magis ac magis videntur, fit, vt remotiores propinquiorum reſpectu aſſurgere quodammodò, & gibbi inſtar prominere
F exiſtimentur. Idcircò qui mare nauigant, ſcandere ſeſe perpetuò arbitrãtur, quòd numquam maris faſtigium attigiſſe videantur. Semper enim aliud atque aliud eſt, quod in ſupremo eminet, & quàm citò illi adnauigant, tam citò phantaſia deportatur. Idem per myricas, deſertosque campos iter facientibus euenit; ſiue enim eant, ſiue reuertantur, ſemper conſcendere ſe putant: quare membrorum defatigationem, quam ex ambulatione ſentiunt, locorum conſtitutioni adſcribunt, dum illa quæ eadem cum horizonte ſunt libra accliuia arbitrantur.

PROPOSITIO XL. THEOREMA.

Planorum verò, quæ supra visum incumbunt, remotiores partes ad ima prolabi videntur.

EADEM est huius & præcedentis propositionis ratio, sed conuersa. Si enim ab oculo A ad planum BE, quod supra visum eminet, radij destinentur AB, AC, AD, & AE, sitque remotior à visu pars E quàm D, & D quàm C, & C quàm B: dico tanto inferiorem videri vnamquamque partem lineæ BE, quanto longiori interuallo ab oculo disiungitur. Acta namque AF ad libellæ æqualitatem quæ infernũ supernúmque locum discriminet, erunt omnes quidem lineæ quæ ab oculo A ad planum BE protenduntur, supernæ: at quæ ex his ipsi AF propinquiores sunt, reliquis inferiores erunt. Est verò AE ipsi AF propinquior quàm AD; & hæc quàm AC. Ergo radius AE radio AD inferior est; & AD inferior quàm AC. Igitur per 36. propositionis huius libri E quàm D, & D quàm C inferior apparet. Quare remotiores à visu partes plani BE ad ima prolabi videntur; quod erat demonstrandum.



Potest etiam, vt priùs, demissa à C perpendiculari CG, ostendi punctum E humiliori loco apparere quàm punctum D, quòd scilicet E eodem radio spectetur quo H, & D eodem quo I. Cùm ergo sit H quàm I depressius, consequens est vt & E quàm D demissiori loco spectetur; quod erat ostendendum.

CONSECTARIVM I.

Contignationes domorum tanto altiori constituendæ sunt loco, quanto ampliora subtus loca habent.

EX iis quæ hac propositione sunt demonstrata, perspicuè apparet inter Architecturæ symmetrias non infimum locum eam tenere, quam in contignationum altitudinibus obseruare hoc consectarium suadet: vt nimirum quò longiora subtus habent loca, eò illæ fiant altiores, ne propter locorum longitudinem in terram procidere, soloque hærere videantur: quod haud dubiè futurum esset, si æquo fierent demissiores.

CONSECTARIVM II.

Porticus, longæq; arborum series ab extremitate inspecta, stringi in angustum videntur.

IN nulla sanè re æquè euidenter superiorum quatuor propositionum veritas elucet, atque in porticibus longo columnarum ordine suffultis; quas cùm ab extremo introspicimus, paullatim in angustum constringi videmus: latera siquidem omnia sensim in punctum vnum contendunt, &

Tecta solo iunguntur, & omnia dextera lævis,
Donec in obscurum coni ducantur acumen.

Eamdem phantasiam exhibent arbores in longas strigas combinatæ: omnes enim sensim coëunt, & quò remotiores sunt ab oculo, eò longiùs à proprio situ diuulsæ medium versus accedunt.

Horum omnium vna est causa quòd superiorum planorum remotiores à visu partes ad ima prolabi, inferiorum verò in altum efferri, dextrorum autem sinistrorsum, & sinistrorum dextrorsum vergere manifestè videantur, vt paulò antè est demõstratum. Ergo in porticibus pauimenta, contabulationes, & latera in illud horizontis punctum secundùm aspectum contendunt, in quod radius opticus planis illis parallelus, atque horizonti æquilibris protensus terminatur.

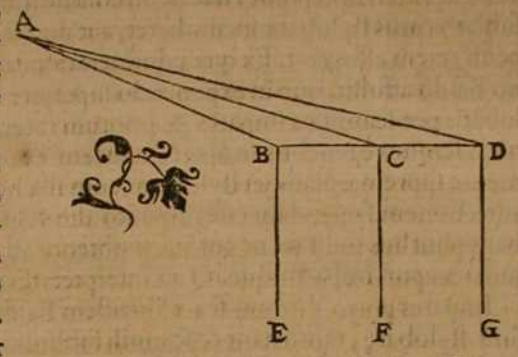
PRO-

A

PROPOSITIO XLI. THEOREMA.

Æqualium magnitudinum, quæ ſub viſu erectæ conſiſtunt, remotiores altiùs erectæ apparent.

B SIT viſus A, ſub eoque erectæ æquales magnitudines B E, C F, & D G, ſitque D G omniũ remotiſſima, deinde C F, tum B E. Excitis igitur à viſu A ad B, C, & D radiis: aio D G quàm C F elatiorem videri; ſic & C F quàm B E. Ducta namque recta B D, quæ omnium magnitudinum extrema connectat; cùm per 39. propoſ. huius libri altior ſit radius A D radio A C, & hic altior quàm A B, altius quoque ſpectabitur ſignum D quàm C, & C quàm B per 36. propoſit. libri huius: ſed & G altius ſpectabitur

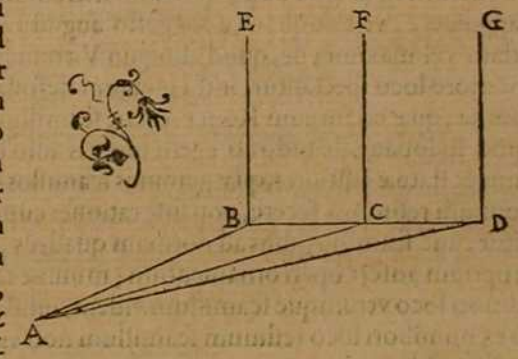


C quàm F, & F quàm E eamdem ob cauſam. Igitur tota D C elatior quàm C F conſpicietur, & hæc quàm B E; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XLII. THEOREMA.

AEqualium item magnitudinum, quæ ſupra viſum propendent, remotiores propinquiorum comparatione depreſſæ videntur.

D REPOSITIS iiſdem magnitudinibus æqualibus quæ priùs, B E, C F, & D G: ſint eæ nunc ſupra oculũ A poſitæ, & ab oculo A ad B, C, & D radij euocentur A B, A C, & A D. E quorum numero quoniam humillimus eſt A D per 19. propoſ. huius libri, & D ſignum humillimum ſpectabitur: deinde C per eamdem 19. propoſit. huius: ac demum B. cumq; eamdem ob cauſam G quàm F, & F quàm E inferiore appareat loco, perſpicuum eſt totam D G quàm C F, &



E hanc quàm B E magnitudinem demiſſiorem videri; quod erat demonſtrandum. Quo autem altiùs ſupra oculum datæ magnitudines euehuntur, eò demiſſiores illæ apparent, quæ longiùs ab oculo abſunt propinquiorum reſpectu: at contrà, quò minùs fuerint elatæ, eò quoque minùs decidere remotiores videntur, ſi cum propinquioribus conferantur; quoad tandem oculo in eadem cum B D linea conſtituto, omnes æqualem altitudinem adeptæ eſſe videantur. Similem porrò diuerſitatem in illis magnitudinibus animaduertere licet, quæ infra oculum exiſtunt. hæ ſiquidem quò ſunt oculo inferiores, eò quæ ex maiore interuallo ſpectantur, demiſſiores apparent; oculo autem in eadem cum B D linea poſito, pari omnes altitudine ſublatæ conſpiciuntur.

F

CONSECTARIVM.

Planæ ſuperficies libellæ expenſæ, cùm viſus altitudinem ſuperant, alueolatæ apparent.

HANC fallaciam acutè notauit Vitruuius libro 3. cap. 3. his verbis: *Stylobatam ita oportet exæquari, vti habeat per medium adiectionem per ſcamillos impares. Si enim ad libellam dirigetur, alueolatus oculo videbitur.* De illis agit ſtylobatis qui ſupra oculi

oculi altitudinem collocantur. horum enim ſupremas ſuperficies ſi ad libellam diſten- A
duntur, alueolatas ſeu alueoli in modum excauatas oculo videri neceſſe eſt. Quemad-
modum ab alueo alueatum dixit Cato de re ruſtica, cùm ait ſulcos, ſi locus aquoſus
eſt, alueatos eſſe oportere: ita ab alueolo alueolatum dixit Vitruuius. Quo pacto verò
alueati ſeu alueolati ſtylobatæ appareant, Bernardinus Baldus Guaſtellæ Abbas inge-
niosè explicauit libello quem de imparibus Vitruuij ſcamillis nuper conſcripſit. Sit in-
quam ſtylobatæ impoſita baſis cuius plinthus ab inferiore loco propter coronicis proie-
cturam videri non poſſit: hac oculi conſtitutione perinde baſis ſpectabitur, ac ſi plintho
ſublato torus ſtylobatæ incumberet; aut non ſecùs ac ſi plinthus in alueolum depreſſus
oculi aciem effugeret. Ex qua conſideratione quidam veritatis radius eidem Bernardi- B
no Baldo affulſit, quo in exponendo ſuperiore Vitruuij loco de adiectione facienda ſty-
lobatis per ſcamillos impares, & priorum interpretum errores detexit, & ipſum genui-
num ſenſum è tenebris in apertam lucem excitauit. Docuit enim ex optima Vitruuij
mente ſupremæ planitiei ſtylobatæ, cùm illa horizonti æquilibris conſtituitur, in medio
adiectionem faciendam eſſe impoſito alio velut plintho, cui ceu ſcamillo ſcamnulóve
baſis plinthus inſiſtat, ne coronicis obtentu ab aſpectu ſubducatur, tamquam in alueo-
lum receptus impactusque. Quæ interpretatio mirè ſanè nobis placet.

Impares porrò Vitruuij ſcamillos idem Baldus ſic explicauit, vt quantò editiori loco
ſunt ſtylobatę, tantò fiant & ſcamilli ſublimiores: cuius rei licet pauca exempla in ve-
terum ſtructuris habeamus; illud tamen præcipuum videri debet, quod Pantheon tem- C
plorum omnium pulcherrimum ac vetuſtiſſimum tribus imparibus coronis in ambitu
cinctum ſit, tamquam ſcamillis, quibus ſingulorum ordinum baſes fulciuntur, vt inte-
græ ex inferiori loco ſpectari poſſint. Infimus, ſeu qui ſupra primum ordinem collo-
catus ſecundum excipit, humillimus eſt; proximus huic, ſeu medius, elatior; tertius om-
nium excelſiſſimus: quorum tota ratio ab opticis radiis, & coronicum proiecturis, mani-
feſtè dependet. Quocircà & in teſtudinibus non ſtatim à ſumma coronicis planitie ar-
cuum flexus inchoandi ſunt, ſed tanto altiùs, quantum radij eorum, qui ex ima cellæ
parte in altum ſuſpiciunt, ab aſpectu ſuffurantur. Scamillis etiam veteres ſapientiſſimè
vſi fuerunt in iis ſtylobatis, quos ſolitariis columnis, aut ſtatuis clariſſimorum virorum
ſuppoſuere, vt tamquam è ſuggeſto auguſtiorem oſtenderent maieſtatem; ac ob id D
etiam vel maximè, ne, quod alioquin Vitruuius fore ait, ſignorum imæ partes, cùm ab
inferiore loco ſpectantur, intra pluteum defoſſæ videantur. Quamobrem Traiani co-
lumna, quæ etiamnum Romæ extat, ſcamillum habet ſubiectum plintho, propterea
quòd ſtylobatæ altitudo ab egeſti montis ſolo humanæ ſtaturæ proceritatem excedat.
Sunt & ſtatuæ editiores, quæ geminos ſcamillos habent, quaſi gradus, è quibus infimum
nonnulli reſimum fecere, non ſine ratione: cùm enim ſcamillo reſimo plinthus impo-
nitur, aut ſcamillus alius ad normam quadrus, prior ille propter ambitus diuerſitatem
proprium adfert operi ornamentum; minimè tamen neceſſarium: ex quo fit, vt qui ex
editiori loco vtrumque ſcamillum vident, nihil aduertant in opere ſuperfluum; qui ve-
rò ex humiliori loco reſimum ſcamillum non vident, his nihil de operis integritate de- E
ceſſiſſe videatur.

Quæ ratio ſcamillos inuexit, eadem ſtatuas ſignaque factis adiectionibus detractio-
nibusque ad naturam loci moderari docuit, vt cùm de conſtituta ſymmetriarum ratio-
ne & commenſu detractum aut adiectum ſit, res ita appareant, vt perfectæ aſpectu vi-
deantur. *Alia enim*, inquit Vitruuius lib. 6. cap. 2. *ad manum ſpecies eſſe videtur, alia in
excelſo: non eadem in concluſo, diſsimilis in aperto, in quibus magni iudicij eſt opera, quid
tandem faciendum ſit. Non enim veros videtur habere viſus effectus, ſed fallitur ſæpè ab
eius iudicio mens.* & paulò pòſt: *Cùm ergo quæ ſunt vera falſa videantur, & nonnulla
aliter quàm ſunt oculis probentur, non puto oportere eſſe dubium, quin ad locorum natu- F
ras aut neceſsitates, detractiones aut adiectiones fieri debeant: ſed ita vt nihil in his ope-
ribus deſideretur.*

Harum rationum peritiſſimus Phidias de Alcamene victoriam reportauit, vt eſt apud
Tzetzem variæ hiſtoriæ libro octauo, hiſtor. 193. Ambo ſtatuariam exactè callebant:
& Phidias quidem Mathematicus cùm eſſet atque Optices peritus, ad aſpectus lociq;
naturam ſigna facere erat ſolitus; Alcamenes verò ad conſtitutas tantùm partium ſym-
metrias. quare cùm aliquando oporteret populum Athenienſem duas ſtatuas Miner-
uæ in excelſis columnis conſtituere, vtrique commiſſum eſt opus; Alcamenes ſpeciem
effinxit gracilem, femineam, & cominùs venuſtam: at Phidias haud ignarus breuiſſima

apparere

A apparere quæ in ſublimi ſunt, fecit ſtatuam hiantibus labris, & naſo diſtracto, ac ceteris membris ad conditionem loci deformatis, quæ in excelſo collocata magnam præ ſe tulit artis dignitatem; Alcamenis autem opus cunctis riſui fuit ac ludibrio. Horum certamen epigrammate deſcriptum placuit adiungere.

EPIGRAMMA DE PHIDIÆ ET ALCAMENIS CERTAMINE.

B

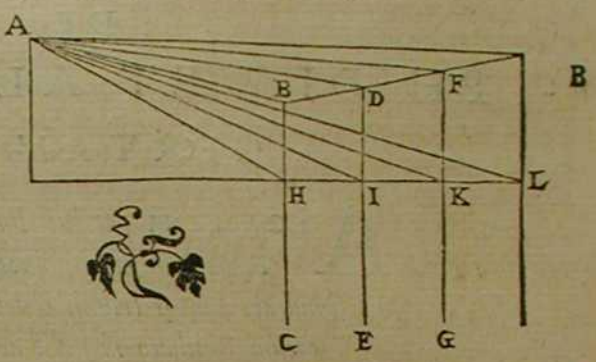
ALCAMENI *patrias olim dedit Inſula cunas,*
Fingere in ære homines ars dedit Alcameni:
Et ſimul ars tantòs tribuit conatibus auſus,
Vt cum Phidiaco mouerit arma ſtylo.
C *Sedulus in formam; ſed in artem & cetera ſegnis,*
Nec Perſpectiuus, nec Geometra fuit:
Captabat tamen immeritus per compita plauſum;
Et plauſum, immerito, compita multa dabant.
Non hæc Phidiacam vulgi poppyſmata mentem
Flexêre, aut populi mouit inane Sophos.
Aſt ſeruans oculíque, reíque, locique, decoríque,
Ipſe ſibi laudis ſcena ſat ampla fuit:
D *Nempe platearum, vulgíque abſtemius, Arti*
Et placuiſſe ſibi, credidit eſſe ſatis.
Tandem igitur patuere aditus ambobus honorum,
Pallada cùm geminam iuſſit Athena ſtrui.
Alcameni altera, Phidiaco datur altera cælo;
Vtraque mox altâ conſtituenda baſi.
Alcamenes facit arridentia comminùs ora,
Qualia credideris poſſe decere Deam:
E *Contrà alter gnarus, quantum vicina remotæ,*
Altaque quantum iterùm diſtet imago humili;
Ora facit, quorum non laudes comminùs artem;
Sed ſi conſpicias eminùs, arte placent.
Nempe, labra expanſis diducit hiantia buccis,
Et nares patulo fingit vtrimque ſinu.
Adijcit & longum moderata cuſpide naſum,
F *Luminaque excelſis cincta ſuperciliis.*
Mox vt in arbitrium ciues venêre vocati,
Phidiacæ Alcamenis præpoſuere manum:
Sed poſtquam in celſa ſtetit æs vtrumque columna,
Phidiacæ Alcamenis poſtpoſuêre manum.
Tum ſuus Artifici decor, & data fama merenti,
Et riſum Alcamenes ludibriumque tulit.

PRO-

PROPOSITIO XLIII. THEOREMA.

Parallela interualla è distantia spectata, si æqualia sint inæqualia apparent, & maiora semper ea, quæ propiùs oculo adiacent.

SINT parallelæ rectæ lineæ B C, D E, & F G, quarum æqualia sint interualla H I, & I K. Visus autem in A constitutus sit, cui propinquius sit H I spatiũ quam I K, ita vt K punctum puncto I, & I puncto H remotius à visu sit, maiorque A K quàm A I, & hæc quàm A H: dico interuallum H I ipso I K maius spectari. Cuius rei demonstratio ex quinto lemmate huius libri manifestè elici potest. Nam in triangulo H A K basis H K bipartitò secta est in I, quòd æqualia supponantur interualla H I, & I K: latus verò A K latere A H maius est propter maiorem K quàm H à visu distantiam. Igitur per quintum lemma minor est angulus K A I angulo I A H. quocircà maius apparet interuallum H I quàm I K per 10. propos. huius libri.



Nihil porrò interest, directéne obiectas parallelas oculus intueatur, vt modo iam explicato; an verò oblique, quemadmodum si in B, D, & F radij oculares procidant. Nam id vniuersè constat per iam citatum quintum lemma, si æquale sit interuallum B D ipsi D F, maiorque distantia A F quàm A B, minorem omnino esse angulum F A D angulo D A B, atque ita B D quàm D F maiorem spectari.

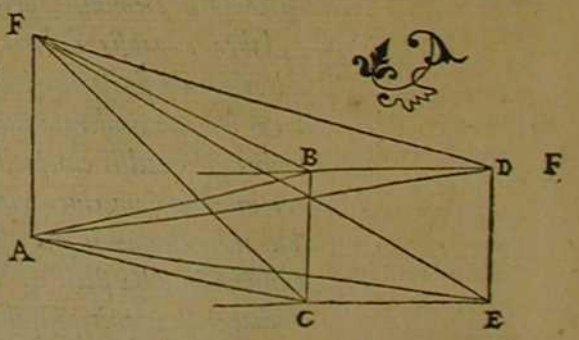
Si parallela, eaque æqualia interualla non continua sumantur, sed interrupta, vt H I, & K L, educto radio A L eadem demonstrandi ratione ostendetur spatium K L spatio H I minus videri, cui præsidio erit sextum lemma huius libri. Patet igitur parallela interualla è distantia spectata si æqualia sint, inæqualia apparere, eaque maiora quæ propiùs oculo adiacent, vt initio propositum fuit.

PROPOSITIO XLIV. THEOREMA.

Parallelæ rectæ lineæ, quò longiùs à visu protenduntur, eò semper propiùs coire videntur.

TRIBVS quidem modis se habere visus potest ad parallelas in anteriora extensas. Primò, si oculi centrum in eodem cum parallelis existat plano: secundò, si altior ille sit: tertiò, si demissior. At omnium vna est demonstratio cuius principium ex nono superiore lemmate desumitur.

Sint enim aspectui A propositæ parallelæ B D, & C E in anteriora ex porrectæ: earum verò æquum interuallum breuissimis, vti decet, lineis B C, & D E acceptum sit, quas proinde perpendiculares ipsis parallelis esse oportet, per corollariũ propositionis 19. primi Euclid. ac per 29. primi Euclid. inter se etiam parallelas. Cùm ergo triangula B A C, & D A E ad eumdem verticem, & super æqualibus basibus sint constituta; basis autem D E ab A remotior sit ex hypothesi quàm B C; erit angulus D A E angulo B A C minor, ac propterea interuallum D E minus apparet interuallo B C per 10. huius libri propositionem.



Si oculus à plano, in quo & parallelæ, sublimis sit, vt in F, promissis inde ad B C & D E radiis,

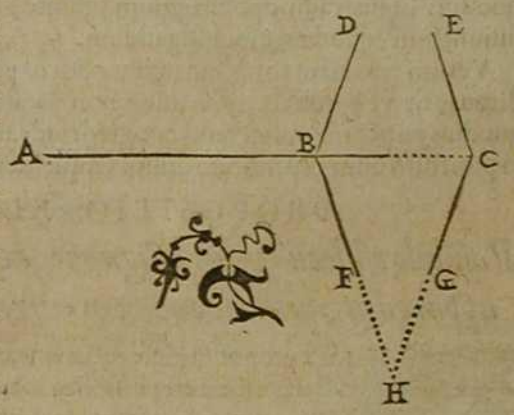
A radijs, quoniam triangulorũ BFC & DFE idem est vertex, baseſq; æquales ac parallelæ; DE autem quàm BC à visu remotior, erit per iam citatũ 9. lemma huius libri angulus DFE angulo BFC minor, ac proinde interuallũ quoque DE ipso BC aspectu minus per 10. huius.

Quod iam ostensum est visui euenire supra planũ, in quo ipsę sunt parallelæ, eleuato, idem omnino locum habet in ea cõstitutione, qua oculus subtus deprimitur, & ab imo superiores parallelas adspectat. nam bases BC & DE parallelæ sunt, & quæ ipsis insistunt triangula ad eumdẽ verticem terminantur. Quare per 9. lemma maior ad verticẽ angulus ille est, cui propinquior basis subijcitur; ille verò minor, quẽ basis remotior subtẽdit.

Cùm autem hunc in modum quantò longiùs parallelæ abeunt, tantò illarum inter-
B uallum minus semper appareat, consequens est, vt stringi sensim videantur, & ad se mutuò propiùs accedere, quousque tandem angulus qui ad oculum constituitur, & remotissimæ insistit basi, insensibilis euadat, vbi ipsæ parallelæ ob immoderatam distantiam exactè coire existimantur. Vnde perspicue patet parallelas rectas lineas, vtcumque spectentur, numquam posse parallelas apparere, sic vt illarum interuallum, quocumque loco sumptum, æquale cernatur. Nam ea est parallelarum natura, vt remotiora ab oculo interualla minora appareant, quod ex dictis facilè cognosci potest.

Ex hac parallelarum proprietate consequi videtur, ipsas neutiquam vt rectas lineas apparere, quod quidem absurdum & à veritate alienum ostendi potest: priùs verò quàm id præstemus, assumptio in hunc modum probabitur:

C Sint DBF & ECG non verè parallelæ, sed eo modo descriptæ, quo parallelæ ab oculo A directè oppositò conspiciuntur, sic nempe vt BC proximum oculo interuallum maximum sit; DE verò & FG æque vtrimque à BC disiuncta, æqualia quidem inter se, sed quàm BC minora: dico fieri non posse, vt DBF & ECG rectæ lineæ sint. Nam cùm minus ponatur interuallum FG quàm BC, protractæ lineæ BF & CG tandem concurrent. Sit ergo H locus con-
D cursus. Quoniam BHC triangulum est, nequeunt duo anguli CBH & BCH duobus rectis pares esse per 17. primi Euclidis. cumque propter directum oculi aspectum BF & CG æqualiter constringantur, æqua-



lia erunt trianguli BHC crura BH & HC, ac proinde & anguli B & C qui iuxta basin existunt, æquales erunt per 5. primi Euclidis. Quare CBH recto minor erit; eodemque modo & CBD minor erit recto. Igitur DBC recta linea esse non potest. Si enim recta esset, quæ in eam incidit recta CB duobus rectis pares efficeret per 13. primi Euclidis: at minores duobus rectis efficit: igitur non est recta ipsa DBF linea. Sed nec ECG recta li-
E nea erit eamdẽ ob causam: itaque neque vt rectæ apparere illæ ipsæ lineæ DBF & ECG possunt. Vti enim nequeunt reipsa rectæ esse, si spatia DE & FG ex vtraque parte medij interualli BC minora reuerà sint: ita nequeunt rectæ videri, si spatia DE & FG minora medio interuallo BC videantur, per primum axioma ad 9. prop. huius libri explicatum.

Id autem fieri non posse iam ostendamus. Radiosa illa superficies, qua simulachrum rectæ lineæ ad obtutum porrigitur, vt recta linea apparet: siquidem perpendiculariter oculo obijcitur. ergo fieri nequit, vt quæ opticam hanc superficiem terminat recta linea, incurua aut inflexa conspiciatur. Nam trigonum efficit optica superficies ab oculo ad rectam lineam protensa, cuius partes omnes per 2. vndecimi Euclidis in vno sunt plano: at si inflexa videretur illa linea quæ hanc radiosam seu opticam superficiem ter-
F minat, non vnum, sed duo trigona opticum radium constituerent. Itaque quemadmodum radius ab oculo ad rectam lineam productus aliter quàm vt recta linea apparere non potest, ob situm eius perpendicularem: ita absurdum est existimare illius radij terminum, aliam quàm rectæ lineæ speciem oculo posse ingenerare.

Huic difficultati occurrendum erit, planè asserendo omnium linearum quæ horizonti æquilibres sunt, solam illam quæ pari est cum horizonte altitudine rectam videri, ceteras verò inflexas: ac illas quidem quæ supra horizontem eminent ab illo puncto in quod aspectus proximè dirigitur, vtrimque procidere; quæ autem infra horizontem procumbunt, vtrimque secundùm aspectum attolli, vt ex 39. & 40. propos. huius libri

manifestè constat. Rursus è perpendicularibus mediam illam in quam obtutus directò A
intenditur videri rectam, ceteras autem quæ à dextris siniſtriſque sunt à punctis oculo proximis mediam versus supernè æquè ac infernè inclinari, eaque ratione inflexas videri. Porrò quæ ad has lineas in speciem fractas euibrantur radiosæ superficies, & ipsæ fractæ apparent, perinde ac si non vna esset, sed duæ ad se mutuò inclinatæ. Quod tametsi non nemo rerum opticarum inexpertus haud ita se videre arbitrabitur, propter necessariæ fallaciæ assuetudinem; is tamen qui rem attentius perscrutatus fuerit, eam ita, vti diximus, se habere omnino comperiet.

PROPOSITIO XLV. PROBLEMA. B

Punctum designare in quod parallelæ conuenire videntur.

PROPOSITIS quotcumque parallelis lineis, si ab oculo radius opticus parallelus educatur: dico illas omnes parallelas lineas procedendo videri ad hunc radium paullatim accedere. nam quæ huic à dextris sunt in siniſtram, & quæ à siniſtris in dextram educi videntur: item, quæ sub oculo sunt, in altum efferri; quæ verò suprà, ad ima delabi cernuntur. Igitur ad eam, quæ ab oculo propositis lineis parallela extenditur, sensim omnes accedunt, quousque tandem longissimè prouectæ ob distantiæ immensitatem perfectè coire, & inter se se, & cum radio optico videantur. Quare punctum, quod postulatur, est C
quoduis huius radij optici signum infinitè, hoc est immoderato interuallo ab oculo disiunctum; quod erat inuestigandum.

Verùm quoniam totus hic radius opticus puncti instar spectatur, vt propos. 15. ostendimus, fit vt parallelæ ipsæ lineæ non modò in illud infinitè dissitum, sed etiam in quoduis punctum optici radij congredi videantur: quandoquidem quoduis radij optici punctum cum illo infinitè dissito vnum idemque appareat.

PROPOSITIO XLVI. PROBLEMA.

Possibile est locum visui assignare, vnde non parallelæ rectæ lineæ sic appareant, quemadmodum veræ parallelæ lineæ spectari solent. D

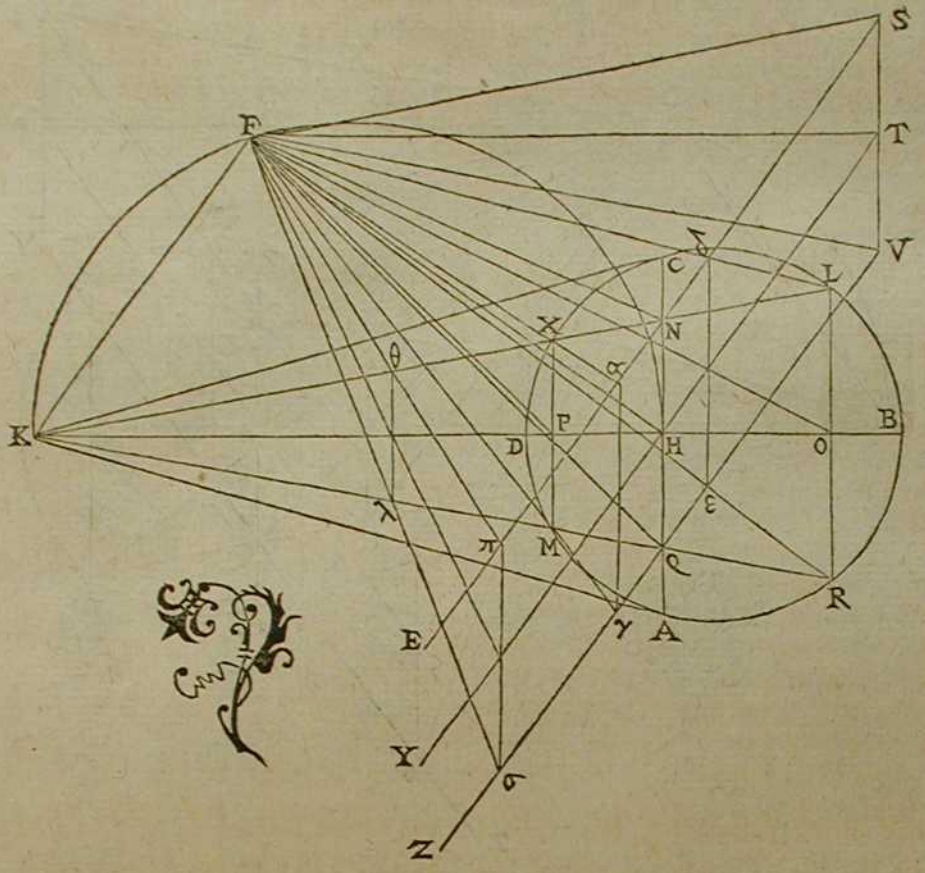
SINT propositæ duæ rectæ lineæ non parallelæ XL & MR, quas quidem parallelas videri est possibile; locus autem postulatur, vnde ita vt parallelæ spectentur. producantur eæ lineæ, qua parte minus est earum interuallum, quousque in K, gratia exempli, concurrant, vnde recta educatur KB, quæ angulum XKM secet bifariàm per 9. primi Euclidis, sumanturque propositarum linearum interualla XM & LR ad rectos ipsi KB angulos, & circum XLRM circulus describatur, ad quem ex K contingentes ducantur KA & KC; per puncta autem contactus ducatur AC, quæ ipsi quoque KB ad rectos erit angulos, per 3. tertij Euclidis. Cùm enim in triangulis AKH & HKC æqualia sint latera KA & E
KC per 26. lemma huius libri, latusque KH commune vtrique, & angulus AKH per constructionem angulo HKC æqualis, erit & basis AH basi HC æqualis. Quare per 3. tertij Euclidis KB ipsam AC ad rectos angulos secabit, ac proinde AC ipsis XM & LR parallela erit per 28. primi Euclidis.

His ita constitutis, super KH ceu diametro semicirculus describatur, in quo si punctum quodcumque assumptum fuerit, vtputa F: dico F locum esse, è quo propositæ rectæ lineæ non parallelæ, XL & MR, vt parallelæ spectantur. nec id modò, verùm etiam vtrimque productas, ex vna quidem parte in K, ex altera verò infinitè, aio semper illas parallelarum more apparere.

Quod quidem non eo sensu est accipiendum, vt quodcumque illarum interuallum F
æquale videri intelligatur; hoc enim parallelarum naturæ aduersatur, vt proximè antè est demonstratum; sed eo modo ipsas apparere dicimus parallelas, sicut veræ parallelæ directè oculis obiectæ spectari consueuerunt: hoc est, quemadmodum in veris parallelis proximum oculo interuallũ maximum; deinceps verò semper minus; & quæ vtrimque proximo æqualiter adiacent interualla æqualia apparent; sic in propositis lineis XL & MR non parallelis quoddam spatium maximum videtur, reliqua verò quæ deinceps semper minora, vtrimque autem bina quædam æqualia conspiciuntur.

Quod vt enucleatius explicetur: dico primò XM & LR interualla apparere æqualia: secun-

A ſecundò dico interuallum, quod per H tranſit, nempe N Q videri maximum: dico tertiò, quæ ad eamdem partem ab N Q remotiora ſunt, ea ſemper minora ſpectari.

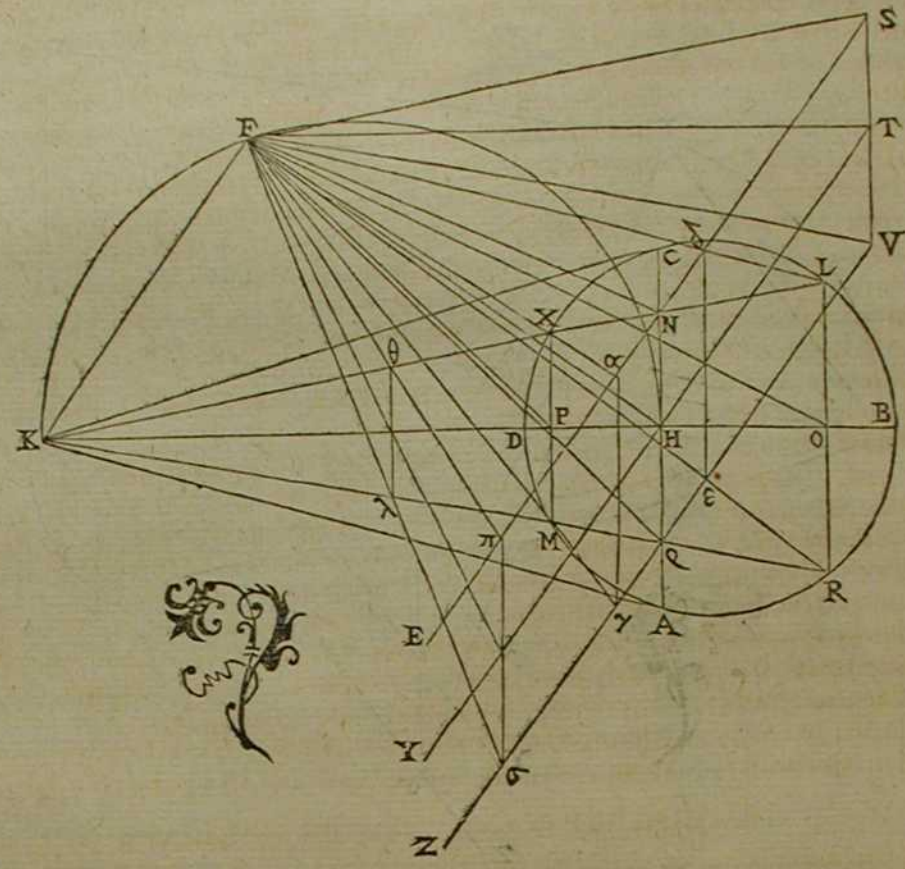


Priùs verò quàm hæc ſigillatim demonſtrare aggrediamur, libet rem ipſam dilucidiore oratione explanare. Finge tres verè parallelas, vnam per H, reliquas per N & Q actas, atque oculo F directè obiectas, ſic vt radij optici F H, F N, & F Q in ſingulas illarum rectis incidant angulis. Ipſæ verò tres parallelæ ſint litteris notatæ E S, Y T, Z V, quæ infernè quidem infinitè, ſupernè verò non vltra S, T, & V producantur, vbi cum plano S F V ipſi L K R parallelo concurrant. Itaque dico lineam N S aſpectui F obtegere lineam N L infinitè verſus L productam; H T verò obtegere infinitam H B; & Q V infinitam Q R. rurſus aio tres K N, K H, & K Q, tribus infinitis N E, H Y, & Q Z, ſecundùm aſpectum congruere. Hoc igitur pacto propoſitæ lineæ X L & M R parallelæ apparent ex loco
E F, quòd parallelis directè viſui oppoſitis exactè reſpondeant.

Hoc ſanè experimento in primis addiſcere facilè quiuis poteſt, figurâ è materia conſtructâ, in qua perſpicuè animaduertet parallelas N E, H Y, & Q Z infinitè productas ſenſim ſtringi, atque in anguſtum premi, vt propoſitione 44. ſuperiùs eſt demonſtratum: eaſdemque longiùs prouectas pedetentim aſſurgere, & ad radium F K propiùs accedere, vt propoſitione 45. demonſtrauimus, quouſque tandem cum radio ipſo F K infinitè extenſo coire videantur, quemadmodum K N, K H, & K Q in eumdem radium F K ad ſignum K reipſa conueniunt.

Deinde hæc omnia & ratio ipſa comprobabit, ſi priùs, quæ paulò antè promiſimus, demonſtremus. Primùm itaque oſtendendum ſit X M & L R æquales videri. Cùm enim
F K A & K C circulum A B C D contingant, erit per 22. lemma huius lib. vt B K ad K D, ita B H ad H D: per lemma autem 23. erit vt L K ad K X, ita L N ad N X: & vt R K ad K M, ita R Q ad Q M. Quare per primam conuerſionem lemmatis 24. erit angulus L F N angulo N F X æqualis: ſiquidem N F K angulus rectus probatur per 3. definitionem libri vndecimi Euclidis, quòd nimirum F K ad planum N F Q rectum ſit. Ergo vt L N ad N X, ita erit L F ad F X per 3. ſexti Euclidis: quòd iam oſtenſus ſit angulus L F X per rectam F N ſectus bifariàm; quare vt L K ad K X, ita L F ad F X: ſed quemadmodum L K ad K X, ita eſt R K ad K M per 2. ſexti Euclidis, & per 4. ſexti Euclid. vt R K ad K M, ita eſt L R ad X M: propterea quòd æquiangula ſunt ipſa L K R & X K M triangula. per ſuperius verò 23. ci-

tatum lemma, vt R K ad K M, sic se habet R Q ad Q M, & vt R Q ad Q M, sic per 3. sexti Eu- A
clidis R F ad F M. Igitur per 11. quinti Euclidis, vt L F ad F X, ita R F ad F M, ac eodem



etiam modo L R ad X M. Quocirca in triangulis L F R & X F M, quorum proportionalia sunt latera, æquales omnes sunt anguli per 5. sexti Euclidis, inter quos L F R & X F M, homologis lateribus contenti, ij sunt quibus L R & X M æquales spectantur per 10. huius libri propos. quod erat probandum.

Præterea quòd superficies opticæ X F L & M F R, quibus X L & M R conspiciuntur productæ, si opus fuerit, in parallelas E S & Z V incidant, ac puncta X & M in puncta α & γ proiiciantur, puncta verò L & R in δ & ε retrahantur, sic ostendetur:

Cùm F H sit ipsi N Q perpendicularis per initio factam demonstrationem, ipsa verò N Q sit perpendicularis lineæ E S ex constructione, erit per 15. lemma eadem E S ipsi quo- E
que F N perpendicularis: quo etiam pacto ostendetur Z V radio F Q perpendicularis esse. Æquales igitur omnes sunt anguli δ N F, F N α; item ε Q F & F Q γ, nempe recti. Ergo ab F L & F R abscindantur F δ & F ε, ipsis F α & F γ æquales per 3. primi Euclidis: quoniam ergo iam antè ostensus est angulus L F R angulo X F M æqualis, erit per 4. primi Euclid. & basis δ ε basi α γ æqualis: sed & parallela est δ ε ipsi α γ per 30. primi Euclid. quòd ambæ eidem N Q sint parallelæ. Igitur & α δ ipsi γ ε est parallela per 33. primi Euclid. At cùm α δ, & E S per idem punctum N transeant, sintque ambæ eidem Y T parallelæ, necesse est vtramque in vnam eamdemque lineam cadere: sic & γ ε cum Z V. Igitur α δ in parallelam E S, & γ ε in Z V parallelam, & punctum X in α, & L in δ; item R in ε, ac M in γ incidit; quod erat demonstrandum.

Iam N Q maximam spectari ex eo probatur, quòd ipsa maior appareat quacumque F
alia intra ipsas parallelas K L & K R infinitè productas assumpta. Sit enim accepta exempli causa X M: hac dico maiorem apparere N Q. Nam productis F X, & F M in α & γ, vbi nimirum cum parallelis E S & Z V conueniunt; (concurrent autem vtiam proximè est demonstratum) erunt in triangulis α F γ & N F Q bases, α γ & N Q æquales: sed latus α F lateri F γ, & N F ipsi F Q æqualia sunt. Igitur æquicrura sunt ipsa triangula α F γ & N F Q: at latus F α maius est latere F N, & F γ ipso F Q maius. Nam cùm in triangulo N F α rectus sit angulus α N F ex superiùs demonstratis per lemma 15. erit angulus N α F recto minor per consectarium propositionis 17. primi Euclid. Quare per 19. primi Euclid.

maius

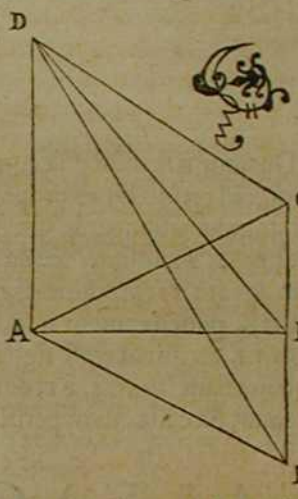
ANGVLVS.

A

PROPOSITIO XLVIII. THEOREMA.

Si in altera linearum angulum continentium punctum quodcumque assumptum fuerit, ab eoq; perpendicularis excitetur ipsius anguli plano: dico è quouis eius perpendicularis lineæ puncto, angulum, si rectus est, rectum videri; si acutus, acutum; B *& obtusum, si obtusus est.*

ESTO primùm propositus angulus A B C rectus, lineis comprehensus A B & B C, in quarum altera, nempe AB, punctum quodcumque assumatur A, ex quo perpendicularis excitetur A D ipsius anguli plano: dico ex D seu alio quouis puncto lineę A D angulum A B C rectum videri. Producatur enim C B in E, fiatque B E ipsi B C æqualis, iunganturque A C & A E; item D C, D B, & D E: quoniam igitur A D ipsi A B, & A B ipsi C E posita est perpendicularis, erit C E ipsi quoque D B perpendicularis per 15. lemma. Quare rectus erit vterque angulorum D B C, D B E, ac proinde æquales ambo: sunt verò & circum ipsos latera D B & B C lateribus D B & B E æqualia: ergo per 4. primi Euclidis & basis D C basi D E, & angulus C D B angulo E D B æqualis erit. Igitur B C æqualis apparet ipsi B E per 10. prop. libri huius: sed & A B vtrique triangulo A B C & A B E apparet communis. itaque demonstrandum relinquitur A C quoque ipsi A E videri æqualem, quod fiet hoc modo: Cùm in triangulis A B C & A B E sint A B & B C ipsis A B & B E, & contenti his ipsis anguli æquales, vtpote recti; erit per 4. primi Euclidis & basis A C basi A E reipsa æqualis. Iam verò quòd etiam æquales appareant, sic probatur: Nam in triangulis A D C & A D E reliqua latera, nempe A D & D C reliquis lateribus A D & D E æqualia sunt: igitur & angulus A D C angulo A D E æqualis per 8. primi Euclidis. quare æqualis apparet A C ipsi A E. Ac propterea per primum axioma ante propos. 9. huius lib. traditum, & angulus A B C angulo A B E æqualis spectabitur, ideoque rectus per 13. primi Euclidis; quod erat demonstrandum.

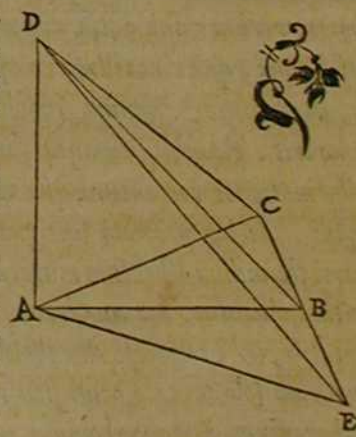


C

D

Sit deinde angulus A B C acutus; angulus verò A B E obtusus, iunctis vt priùs A C & A E; item D C, D B, & D E: dico hunc obtusum, illum autem acutum spectari. Quoniam enim in triangulis B C D & B E D latus B C lateri B E est positum æquale, latusque B D vtrique triangulo est commune; angulus verò D B E angulo D B C maior per 15. lemma (quòd videlicet D A ipsi A B sit perpendicularis) erit per 24. primi Euclidis & basis D E basi D C maior.

E

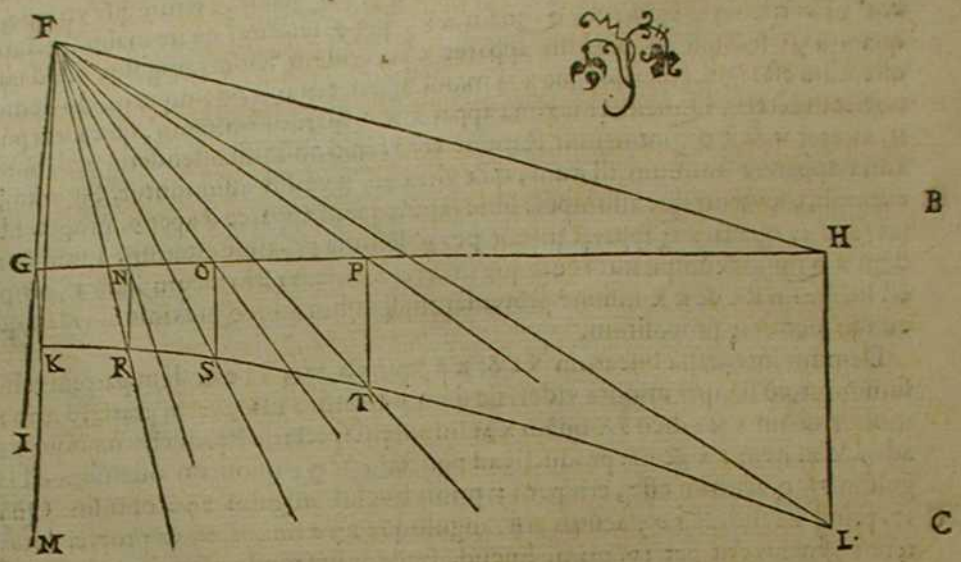


F

Rursus cùm in triangulis A D C & A D E, anguli D A C & D A E recti sint per 3. definitionem vndecimi Euclidis: sitque iam ostensa D E quàm D C maior, habebit D E ad D A maiorem proportionem quàm D C ad eamdem D A per 8. quinti Euclidis. Quocirca per 14. lemma huius libri maior erit angulus A D E angulo A D C. ideoque per 10. huius maior videbitur A E quàm A C; & per 18. primi Euclidis in triangulo A C E angulus A C E angulo A E C apparebit maior. In triangulis verò A B C & A B E communis apparet A B, & basis B C basi B E maior, quòd per 5. lemma huius lib. angulus B D C angulo B D E maior existat. Igitur & B A Ç angulus angulo B A E maior apparebit. Si enim B C ipsi B E appareret æqualis,

cùm

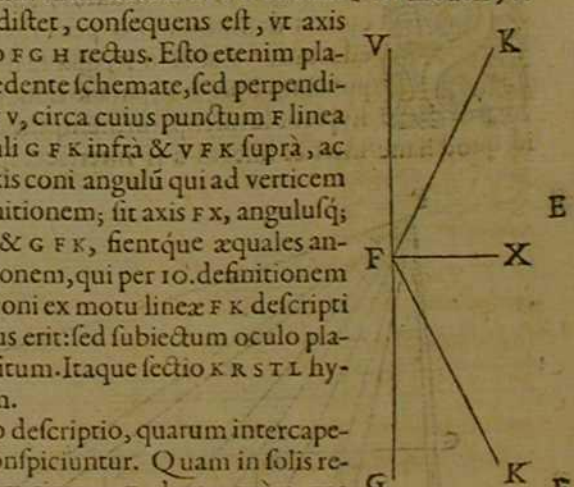
pariter ita moueri in orbem, vt F I numquam à linea G H dimoueatur; sed eam perpetuò secet nunc in N, nunc in O, nunc in P, nunc in H: alter verò F M priorem ita comi- A



tetur, vt N R, O S, P T, & H L quæ communes sectiones radiorum & subiecti plani connectunt, tum ipsi G K, tum inter se sint parallelæ. Hoc inquam motu aio F I quidem planum describere: propterea quòd radij omnes F G, F N, F O, F P, F H numquam à triangulo F G H discedant, cuius proinde & subiecti plani communis intersectio est ipsa G H.

At linea F M in sublimi superficiem coni, in plano verò sectionem producet K L, quam hyperbolen vocant. Nam F M à plano F G H, cui ad F obliquè insistit, ex parte M subleuatur, angulum cum eo efficiens G F K. Quare si F M circum F ita moueatur, vt cum plano F G H angulum semper efficiat angulo G F K æqualem; describet eadem F M mucronatam quamdam superficiem, cuius quidem immotus vertex F erit, basis verò nulla: si- D quidem F M infinita est linea. Reliqua ergo coni superficies, à subiecto plano secta in communi intersectione, lineam progignit K L.

Hanc verò hyperbolen esse dico. Cùm enim statuta sit F K circum F ita moueri, vt æquali semper angulo à plano F G H distet, consequens est, vt axis coni illo motu descripti sit eidem plano F G H rectus. Esto etenim planum F G H non iam directè, vt in præcedente schemate, sed perpendiculariter spectatū, ac linea notatum G F V, circa cuius punctum F linea F K ita moueatur, vt æquales sint anguli G F K infrà & V F K suprà, ac toto etiam ambitu. Quoniam igitur axis coni angulū qui ad verticem est K F K bifariàm diuidit, per coni definitionem; sit axis F X, angulusq; X F K æqualibus addatur angulis V F K & G F K, fientque æquales anguli V F X & G F X per communem notionem, qui per 10. definitionem primi Euclidis recti erunt. Igitur axis coni ex motu lineæ F K descripti ad planum F G H superioris figuræ rectus erit: sed subiectum oculo planum eidem F G H plano rectum est positum. Itaque sectio K R S T L hyperbole est; quod erat demonstrandum.



Sic igitur se habet linearum in plano descriptio, quarum intercapedines ex assignato visui loco æquales conspiciuntur. Quam in solis rectis lineis attentare cassus est labor. Nam circum F plures quàm vna recta linea circumagi nequeunt, quæ planam superficiem motu describant: quandoquidem vna tantum sit, quæ in partem oppositam delata cum primo situ rectam lineam efficiat. Igitur vel curuæ omnes, vel vna solùm recta sit necesse est.

Porrò quemadmodum rectam vnam G H dedimus lineam, alteram curuam K L, ita duæ dari possunt curuæ, nec duæ tantùm, sed & plures; si nimirum quotcumque sectiones conicæ constituantur, siue ex eadem parte lineæ G H, ad quam posita est K L, siue ex altera; quarum omnium interualla ex loco F æqua semper appareant. Vti enim quod inter G H & K L, ita quod inter hanc ipsam G H & quamcumq; aliam coni sectionem interiacet spatium æquale spectatur. Igitur composita ex æqualibus interualla

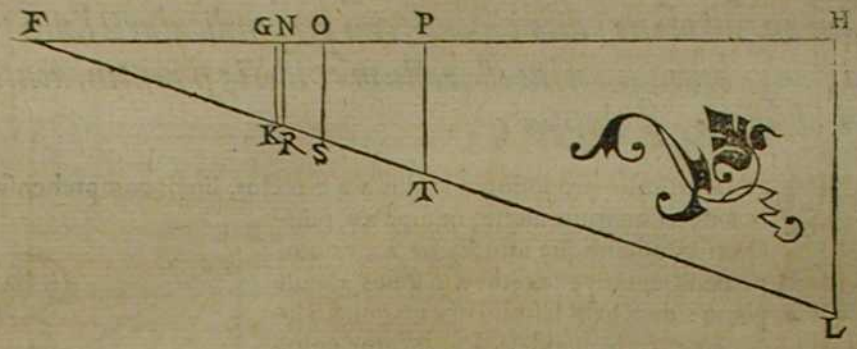
ipsa

A ipsa quoque æqualia videri oportet, per communem notionem.

Et quamuis in præsenti sectio conica K L hyperbole sit, ipsa nimirum F G subiecto plano orthogonaliter incidente; tamen fieri æquè potest, vt vel parabola sit, vel ellipsis, si videlicet F G obliquis angulis subiecto plano insistat. Vniuersè autem coni sectionem esse necessum est, quæ neque recta sit, neque per axem, quod penitus rem intuenti perspicuum fiet.

Nunc si hyperbolica linea K L describi postuletur, id cõpendio fiet in hunc modum.

B



C Ducatur F H recta quæcumque linea infinita, ab eaque resecetur portio F G æqualis illi quæ in primo huius propositionis schemate iisdem literis designatur: ipsi verò F G rectis angulis adiungatur G K illi item æqualis quæ in superiori schemate iisdem litteris notatur, & F K infinitè producatur in L. præterea illis quæ in superiori schemate ab oculo in lineam G H procidunt, æquales quoque hîc fiant iisdem litteris notatæ F N, F O, F P, & F H, à punctis autem N, O, P, & H perdendiculares excitentur in alterum trianguli latus F L terminatæ ad signa R, S, T, & L. His ergo si in superiori quoque schemate æquales fiant N R, O S, P T, & H L, perque signa R, S, T, & L firma manu vniformis linea ducatur, hæc illa erit hyperbolica linea quæ postulatur, vt ex ipsa patet constructione.

D

FALLACIAE ASPECTVS CIRCA FIGVRAM.

E *CVM latissimè pateat ea diuersitas, quæ in figuris cùm planis tum solidis reperitur; plurimæque sint situum differentiæ, quibus ex accidenti res visiles intuentium oculis variè obiectantur; fit, vt ex vtrorumque congressione innumera errorum discrimina proueniant: quæ omnia breui sermone complecti non modò immensi esset laboris, verùm omnino etiam impossibile. Quare illas dumtaxat aspectus fallacias recensebimus, quæ circa illustriora schemata obueniunt, cuiusmodi sunt in planis circulus, quadratum, trigonum; in solidis sphæra, cylindrus, conus: de quibus solis noster sermo erit. Nam quæcumque sunt τὰ πολύεδρα sedibus constant, in quibus eædem hallucinationes versantur, quæ in figuris planis. Porrò cùm figurarum principia sint*

F *anguli, de his primùm hæc pauca velut præambula proponemus. Ex his enim variè secundùm aspectum mutatis, etiam figuræ ipsæ in alias atque alias formas transmutari videntur. Sic quadratum vno oculi aspectu in rhombum, alio in rhomboides mutatur, & è conuerso rhomboides in rhombum, vt vtraque figura in primam exactè quadram solo mutato oculi situ restituitur. Sic vnum idemque triangulum nunc orthogonium, nunc oxygonium, nunc amblygonium apparet, variatis scilicet angulis ex aspectus mutatione. Ergo de angulis primùm hæc quæ sequuntur.*

A maius erit latus F α latere F N, ſic & F γ ipſo F Q latere maius erit, quoniam angulus γ Q F eſt rectus. Cùm ergo iſoſcelia triangula α F γ, & N F Q æquales habeant baſes α γ & N Q, ſintque latera F α & F γ lateribus F N & F Q maiora, vtrumque vtrique; maior erit ad verticem angulus N F Q quàm α F γ per 9. lemma; quare maior ſpectatur N Q quàm α γ: ſed ipſi α γ æqualis apparet X M, eodem ſcilicet angulo, quod iam ante oſtenſum eſt: igitur ipſa quoque X M maior apparet N Q. eodemque modo demonſtratio fiet in ceteris. Quocirca maxima apparet N Q illarum omnium, quæ citra punctum H, inter K N & K Q continentur. Ratione verò haud abſimili oſtendetur eadem N Q maxima apparere omnium illarum, quæ vltra H, B verſus aſſumuntur. Sit enim, gratia
B exempli, L R vtcumque aſſumpta: huic ſanè æqualis apparet δ ε per 9. propoſ. libri huius; at δ ε, quàm N Q apparet minor per 9. lemma proximè citatum. Igitur & L R eâdem N Q minor conſpicitur: cumque in ceteris eadem ratio locum habeat, perſpicuum eſt linearum K L & K R infinitè protenſarum ſpatium ad N Q maximum videri; quod ſecundo loco erat propoſitum.

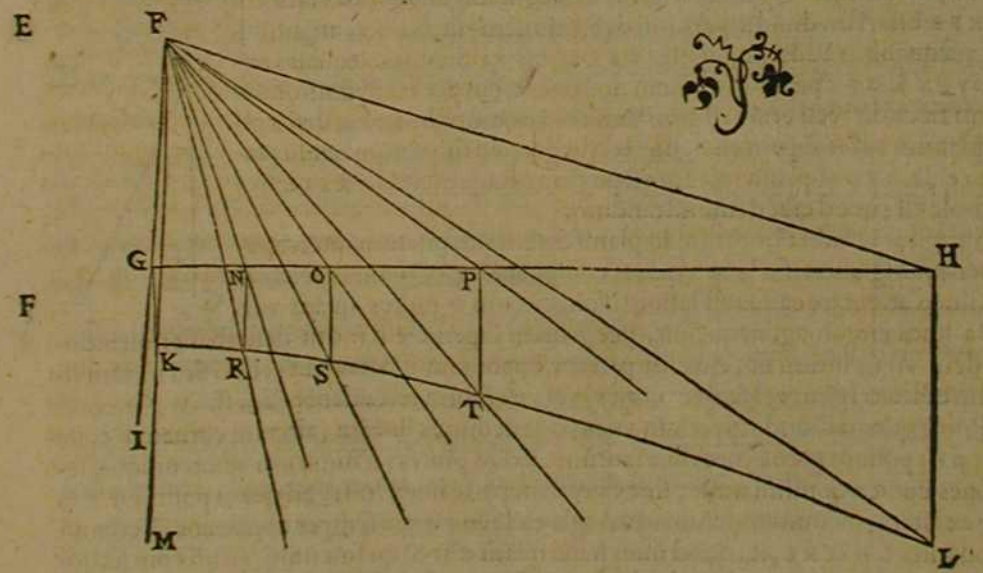
Demum interualla linearum K L & K R, quò ab N Q ad eamdem partem remotiora ſumuntur, eò ſemper minora videri ſic demonſtratur: Eſto, verbi gratia, θ λ ab N Q remotior quàm X M: dico θ λ quàm X M minorem ſpectari. Productis namque F θ & F λ ad π & σ: item F X & F M productis ad puncta α & γ: quoniam oſtenſum eſt iam angulum F γ Q acutum eſſe, erit per 13. primi Euclid. angulus F γ σ obtuſus. Quare per
C 17. primi Euclid. & F σ γ acutus erit, anguloque F γ σ minor, ac ea propter latus F σ latere F γ maius erit per 19. primi Euclid. Eodemque modo oſtendetur latus F π latere F α maius eſſe: ſunt verò ipſa triangula α F γ & π F σ æquicrura, & ſuper æqualibus baſibus α γ, π σ, conſtituta. Minor igitur eſt angulus π F σ angulo α F γ per 9. lemma: ſed θ λ eodem ſpectatur angulo quo π σ, & X M eodem quo α γ. Itaque interuallum θ λ minus apparet quàm α γ per propoſ. 9. huius lib. quod erat probandum.

Ex his patet propoſitas lineas X L & M R non parallelas, ex loco F non modò parallelas videri; ſed etiam eadē his omnia euenire, quæ circa parallelarū inſpectionē contingunt.

PROPOSITIO XLVII. PROBLEMA.

D *Admirabilius erit oculo in ſublimi dato duas lineas ſubiecto plano inſcribere, quarum intercapedo æqualis vbique appareat.*

SIT oculus in ſublimi datus F, ab eoque in ſubiectum planum perpendicularis demittatur F G per 11. vndecimi Euclidis: atque ex G rectæ duæ educantur G K & G H, quæ ſe mutuò ad normam ſecent. Si per quoduis punctum lineę G K, puta K velut per verticem ſectio coni deſcribatur, quę hyperbole nūcupatur, nempe K L ad rectos conicę ſectionis angulos: dico id quod hanc inter & lineam G H interiacet ſpatium, è loco F æquale vbique videri.



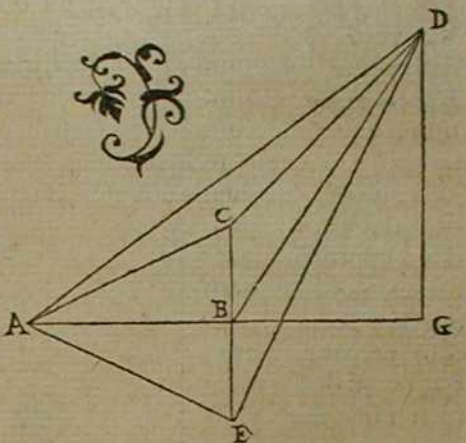
Finge namque ab F per G & K duos radios produci interminatos F I, & F M, eosque

A cùm oſtenſum iam ſit AE quàm AC maiorem videri, conſequens eſſet per 5. lemma huius libri angulum BAC angulo BAE maiorem ſpectari: nunc ergo quando conſtat BC maiorem videri ipſa BE, neceſſe eſt angulum BAC multò quàm BAE ſpectari maiorem. Quamobrem & reliquus ABC reliquo ABE videbitur minor, ac proinde acutus, ABE verò obtuſus; quod erat probandum.

PROPOSITIO XLIX. THEOREMA.

Eadem porrò anguli phantaſia obueniet, ſi in altera earum, quæ
B *angulū continent, exteriùs producta perpendicularis conſtituatur.*

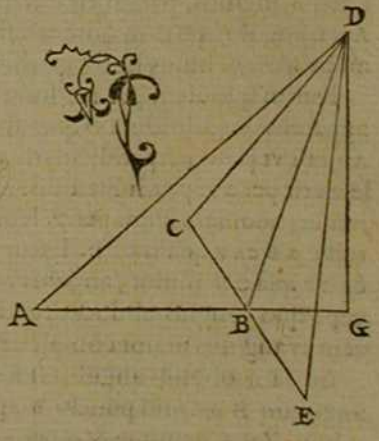
ESTO idem qui ſuprà angulus ABC rectus, cuius alterum latus AB producatur in G vtcumque; inque G conſtituatur perpendicularis DG, in cuius faſtigio eſt oculus ad ſignum D: dico angulum ABC rectum videri. Producta enim CB in E, fiat BE ipſi BC æqualis, iunganturque AC & AE, item DA, DC, DB, & DE. Quoniam in



C triangulis ABC & ABE æqualis eſt BC ipſi BE ex conſtructione, & AB vtrique triangulo eſt communis, angulusque ABC angulo ABE æqualis, vtpote rectus vterque ex ſuppoſitione, erit per 4. primi Euclidis & baſis AC baſi AE æqualis.

Rurſus quoniam DG ipſi GB, & GB ipſi CE poſita eſt perpendicularis, erit per 15. lemma CE ipſi quoque BD perpendicularis. Æquales igitur ſunt DBC & DBE, anguli nempe recti: ſed quæ hos angulos comprehendunt latera DB & BC lateribus DB & BE æqua-
D lia ſunt vtrumque vtrique. ergo per 4. primi Euclidis & baſis DC baſi DE, & angulus BDC angulo BDE eſt æqualis. Quare BC & BE æquales etiam ſpectantur: & in triangulis ADC & ADE, cùm præter æqualia latera DC & DE ſit commune latus AD, baſisque AC baſi AE iam oſtenſa æqualis, erit per 8. primi Euclidis & angulus ADC angulo ADE æqualis. Quocirca AC ipſi AE æqualis quoque conſpicietur: ſed AB communis apparet vtrique triangulo ABC, & ABE. Ergo per eamdem 8. primi Euclid. angulus quoque ABC angulo ABE videtur æqualis, ac proinde rectus vterque per 13. primi Euclidis; quod erat demonſtrandum.

Quòd ſi acutus ſit ABC angulus, reliquus verò ABE obtuſus: dico hunc obtuſum, illum verò acu-
E tum apparere: nam, vt iam oſtenſum eſt, GBC angulus obtuſus, & GBE acutus apparet. At angulo GBC æqualis apparet ABE angulus, & angulo GBE angulus ABC æqualis per primum axioma ad propoſitionem 9. huius libri traditam, adiuuante 15. primi Euclid. Igitur angulus quoque ABC acutus, ABE verò obtuſus apparet; quod erat demonſtrandum.



Poteſt etiam hæc propoſitionis pars eodem modo demonſtrari, quo ſuperioris propoſitionis ſecundam partem probauimus, adiuuante poſteriore parte lem-
F matis 15. verùm quia demonſtratio illa viſa fuit hac paulò prolixior, placuit iam hac vti breuiore, quæ in ſequentibus etiam propoſitionibus ſubinde locum habebit. Habet enim in ſe quiddam omnibus rectilineis angulis commune; quod proinde in reliqua apparentium angulorum ac figurarum mentione vſu veniet, magnamque adferet rebus obſcurioribus perſpicuitatem: quamuis negari non debeat quamplurimis aliis modis hæc quæ tractamus demonſtrari poſſe, quod Lectoris ingenio relinquimus.

PRO-

A

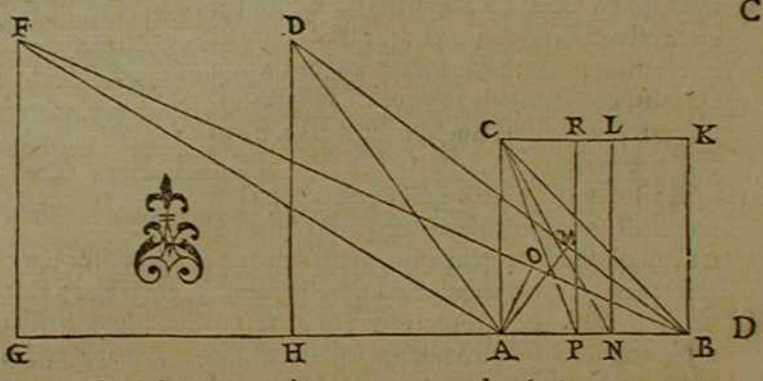
PROPOSITIO L. THEOREMA.

Si autem perpendicularis in qua oculus per lineas angulum continentes atque ex vtraque parte productas incedat; rectus quidem angulus semper rectus apparebit; at acutus accessu minui, recessu augeri videbitur: obtusus verò contrà accessu augeri, recessu minui conspicietur.

B

PRIOR huius propositionis pars, quòd nimirum rectus angulus semper rectus videbitur, ex duabus superioribus propositionibus liquidò constat. Ostensum est enim quocumq; loco rectarum linearum angulum continentium perpẽdicularis constituta fuerit, rectum angulum semper videri rectum. Cùm ergo in indiuiduo posita sit recti anguli essentia, augeri vel minui quoad aspectum haudquaquam poterit, seruata essentiæ ratione. Igitur moto per hanc lineam oculo, rectus angulus semper rectus conspicietur.

At si obliquus fuerit angulus, is translato oculo mutari videbitur. Nam si acutus sit, vti A B C, visu puncto B appropinquante minui, recedente verò augeri videbitur: sit enim perpendicularis, quę oculũ defert nunc in H nunc in G; visus autem nunc in D nũc in F æquè à subiecto plano sublimis: ex puncto verò C, ad rectam G B perpendicularis ducatur C A per 12. primi Euclid. & ex B eidem G B perpendicularis excitetur B K per 11. primi Euclidis, quæ per 29. primi Euclidis parallelæ erunt, iunctaque C K fiat parallelogrammum A B K C, cuius diametrus sit C B. Quoniam A B latitudo parallelogrammi ex loco D minor apparet quàm sit reipsa, per consectarium primum propositionis vndecimæ huius libri; esto apparens eius magnitudo A M, quæ nimirum abscindit D M ipsi D A æqualem; positaque A N ipsi A M æquali, ac ducta N L per N ad rectos ipsi G B angulos, palàm est C N diametrum C B repræsentare ex D spectatum, angulumq; A N C angulo A B C maiorem esse per 16. primi Euclidis, ac etiam videri per 1. axioma ad propos. 9. huius libri superiùs explicatum.



C

D

E

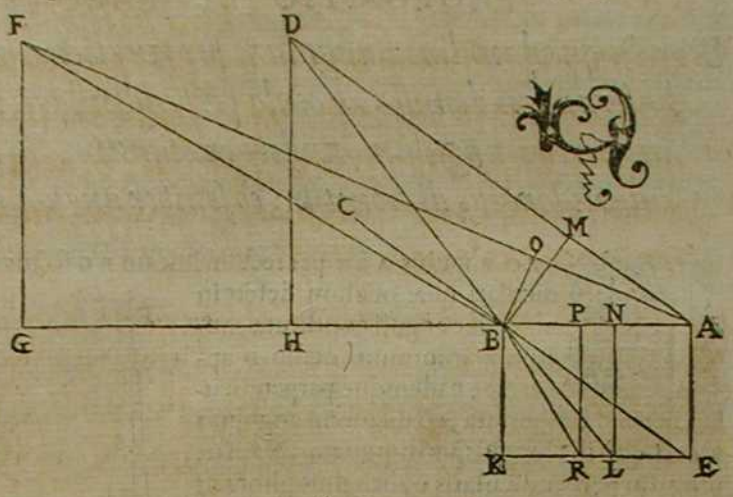
Rursus quoniam per 11. huius eadem A B ex F minor cernitur quàm ex D, sit eius apparens magnitudo A O quæ abscindit F O ipsi F A æqualem, fiatque ipsi A O æqualis A P, cui vt priùs perpendicularis applicetur ad punctum P, nempe P R, quæ ipsi N L parallela erit per 29. primi Euclidis. iuncta igitur C P, erit vt priùs angulus A P C angulo A N C maior, quoniam enim per 7. lemma minor est angulus A F B angulo A D B, minor apparebit A B ex F quàm ex D. Igitur minor erit A O quàm A M, & A P quàm A N, ac proinde & C P ipsa C N minor, angulus verò A P C angulo A N C maior vt priùs. Atque ita deinceps quo longiùs abducta fuerit perpendicularis in qua positus est oculus, eo semper acutus angulus maior conspicietur.

F

Sit iam obtusus angulus H B E, eademque aspectus transmutatio, quæ priùs: dico angulum H B E visu puncto B appropinquante quoad aspectum augeri, recedente verò minui. Per B namque & E perpendiculares ducãtur ipsi G B, nempe B K & E A; iunctaq; E K, parallelogrammum perficiatur A B K E, cuius diametrus sit B E. Quoniam B A longitudo parallelogrammi ex D minor conspicitur, quàm reipsa sit, per consectarium primum vndecimæ huius; esto B M longitudo apparens, cui æqualis ponatur B N, & ab N perpendicularis ipsi B A ducatur N L per 11. primi Euclid. erit ergo parallelogrammum B N L K, parallelogrammi B A E K ex D spectati forma, & B L diametrum B E repræsentabit: sed minor est angulus K B L angulo K B E per 8. lemma, vti etiam per

lemma

A lemma 14. Quia enim BL ipsa BB est minor, erit ipsius BL ad BK minor proportio quàm BE ad eamdē BK per 8. quinti Euclid. est verò BKE rectus angulus. Igitur per iam citatū 14. lemma minor est angulus KBL angulo KBE; addito itaque cōmuni angulo HBK,
B erit per communem notionē angulus HBL angulo HBE minor.



Simili modo cùm per 7. lemma minor sit angulus BFA angulo BDA, consequens est per 10. propos. huius, vt BA longitudo parallelogrammi ex loco F minor spectetur, quàm ex D: sit igitur eius apparens longitudo BO, cui æqualis ponatur BP, atque ex P perpēdicularis ipsi BA excitetur PR. Erit ergo vt priùs parallelogrammum BPRK ipsius parallelogrammi BAEK
C ex F spectati contractura, & BR ipsius BE apparens forma. At verò angulus KBR minor est angulo KBL per 8. lemma superiùs citatum: adiuncto igitur communi angulo HBK, erit HBR angulus angulo HBL minor. Sicque quo longiùs adspectus à puncto B dimouebitur, linea BE eo semper propiùs ad perpendicularem BK accedere conspicietur, ac proinde angulus HBE semper minui. Igitur perspicuum est quod initio propositum fuit demonstrare.

Idem omnino eueniet, si oculus per lineas quæ angulum comprehendunt in oppositam partem productas incedat. Nam sit, exempli gratia, in posteriore hoc schemate angulus acutus ABE, cuius vertex ad B oculum spectet, nunc in D nunc in F transmuta-
D tum: cùm per 13. primi Euclid. ABE & EBH anguli duobus rectis sint pares, & obtusus angulus EBH, vt iam ostensum est, minui visu recedente, appropinquante verò augeri videatur; necesse est contrà acutum angulum ABE visu recedente secundùm aspectum augeri, minui verò appropinquante, quemadmodum in prima oculi mutatione ostendimus.

Eodemque pacto si ABC obtusus proponatur angulus vertice oculum spectans: cùm iam antè demonstratum sit acutum HBC angulum oculo accedente minui, & recedente augeri, consequens profectò est, vt è conuerso obtusus ABC angulus oculi recessu minui, accessu verò augeri secundùm aspectum videatur.

Hæc quamuis ita se habere ex necessariis sit demonstratum; placet tamen experi-
E menti rationem adiungere, & ad oculum rem quoque ipsam exhibere. In amplo solo è duabus regulis non minimis vna alteri leuiter commissa transfixo clauo angulus aptetur, velut norma Lesbia, quæ ad arbitrium inquamcumque formam permutari possit. Secundùm verò alteram illarum spectator incedas: si acutus est angulus, vt in priori schemate ABC, manifestè deprehendes punctum B in recessu nunc in N nunc in P videri, & quò longiùs abscesseris, eò semper B punctum propiùs ipsi A fieri; atque ita ipsam quoque CB lineam nunc in CN nunc in CP mutari perspicies; contrà verò quo propiùs puncto B accesseris. Sic ergo acutum angulum accedente oculo minui, recedente augeri manifestè deprehendes.

Conformato verò ex iisdem regulis angulo obtuso, vt in posteriori figura est HBE,
F videbis in recessu punctum E sensim in L, atque hinc in R transmutari, totamq; BE nunc in BL nunc in BR, eoque semper propiùs adduci, quò longiùs abieueris. Quare & angulum HBE recedente obtutu minui, augeri verò accedente perspicies. Eodem verò modo quasuis angulorum mutationes experiri licebit, atque ex iis rationes adinuenire, quibus a priori, vt Philosophi loquuntur, seu, vt alij, ex necessariis repertæ veritates demonstrentur. Ita namque solemus in rebus arduis, atque inuentu difficillimis, à sensibus rebusque materialibus subsidia mutuari, quas intelligentia per se sola assequi numquam potuisset.

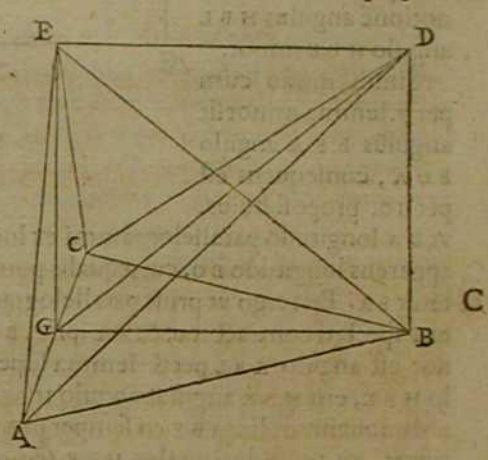
PRO-

A

PROPOSITIO LI. THEOREMA.

Si recta quædam linea angulum per vertícem bifariàm secet; per hanc autem demissa ab oculo perpendicularis transferatur: dico in vertice angulum videri minimum, & quò hinc perpendicularis longiùs dimouetur, eò semper angulũ maiorem spectari.

ESTO angulus ABC per rectam lineam BG sectus bifariàm: dico perpendiculari quæ oculum defert in B vertice anguli constituta, angulum minimum oculo D apparere, eademque perpendiculari per BG trãsportata, eò maiorem angulum videri, quò illa longiùs à B dimouetur. Nam sit primùm perpendicularis ophthalmophora in G, oculus verò in E æquè ac D à plano sublimis: quoniam BGE & GBD anguli recti sunt, ac proinde æquales, & circum hos æqualia consistunt latera GE & BD, BG verò commune vtrique, erit per 4. primi Euclidis, & basis BE basi GD, & angulus BEG angulo GDB æqualis. Itaque ex vtroque loco D & E æqualis apparet ipsa BG, hoc est altitudo trianguli ABC: at verò AG & GC ex E maiores apparent quàm ex D. Quia enim AG ipsi GE ad rectos posita est angulos, & DE ipsi GE ad rectos angulos erit: quare per 15. lemma AE ipsi quoque DE ad angulos erit rectos, & per 47. primi Euclidis maior erit AD quàm AE: ideoque per 8. quinti Euclidis AD ad AG maiorem rationem habebit quàm AE ad eamdem AG. Maior igitur est angulus GAD angulo GAE per 14. lemma. Est enim per 15. lemma AG vtrique GE & GD perpendicularis. Quocirca reliquus angulus ADG reliquo AEG minor est, siquidem per 32. primi Euclidis tres anguli vnius trianguli tribus alterius sunt æquales, vtpote duobus rectis pares: est verò GDC ipsi ADG æqualis per 4. primi Euclidis, quòd latera AG & GD lateribus CG & GD sint æqualia, & angulus AGD angulo CGD æqualis; ac eodẽ modo angulo AEG æqualis est angulus GEC. igitur compositus ADC, composito AEC est minor. Quapropter AC ex D minor spectatur quàm ex E per 10. huius: ideoque & per 8. lemma maior apparet angulus ABC ex E quàm ex D, adiuuante primo axiomate ad 9. propositionem huius explicato.

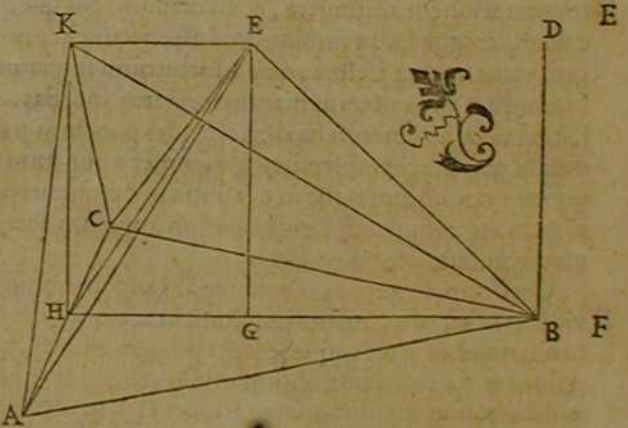


B

C

D

Si iam longius à puncto B visus abducatur, vtputa in K insidens perpendiculari HK: dico angulum ABC, ex K maiorem conspici quàm ex E. Iunctis enim KA, KC, & KB: item EA, EH, EC, & EB: quoniam triangula HEB, & HKB in iisdem sunt parallelis HB & KE, eamdemque habent basin HB, maximum verò illorum, quæ præter basin sunt, latus est KB, erit per 7. lemma minor angulus HKB quàm HEB: quare HB ex E maior spectabitur quàm ex K.



Rursus quoniam AKE rectus est angulus per 15. lemma, erit per 47. primi Euclid. AE ipsa AK maior; atque ita per 8. quinti Euclid. maior proportio AE ad AH, quàm AK ad eamdem AH, ac proinde per 14. lemma maior angulus HAE angulo HAK, cumque æquales sint anguli AHE & AHK vtpote recti, erit reliquus AEH reliquo AKH minor. Sic & HEC angulus angulo HKC minor ostendetur. Igitur totus AEC angulus toto AKC est minor.

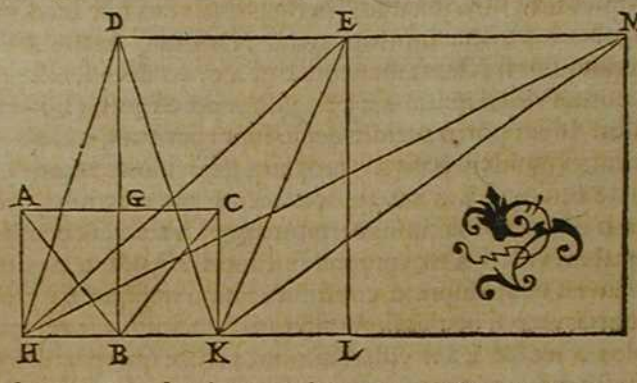
A nor. quare AC basis trianguli ABC ex K maior apparet quàm ex E: altitudo verò HB, contrà maior apparet ex E quàm ex K: ergo angulus ABC ex K multo maior apparet quàm ex E. Nam si altitudo eadem appareret, vt supra GB, adhuc tum maior cerneretur angulus ABC ex K quàm ex E per 8. lemma, adiuuante primo axiomate ad propositionem 9. huius libri explicato: & si basis AC ex vtroque loco æqualis appareret, altitudo verò maior, etiam tum maior videretur angulus ABC ex K quàm ex E per 21. primi Euclidis. Itaque cùm hæc ambo simul conueniant, scilicet basis AC phantasia maior ex K quàm ex E, & è conuerso altitudinis apparentia ex E maior quàm ex K; conuincitur angulum ABC ex K quàm ex E multo maiorem spectari.

B

PROPOSITIO LII. PROBLEMA.

Si ei, quæ propositum angulum bifariàm secat, perpendicularis ducatur: aio contrarium euenire, hoc est oculo communi vtriusq; sectioni insidente angulum maximum videri; hinc verò semper minorem.

C ANGVLVM ABC bipartitò secet BG, cui perpendicularis adiungatur HK infinitè vtrimque producta: per hàc si perpendicularis illa quę oculum defert permutetur, aio aspectui in D posito angulum ABC maximum videri; hinc verò quo è remotiori loco spectatur, eò semper minorem apparere.



D Fiant enim AB & BC æquales per 3. primi Euclidis, adiungaturque AC: ab A verò & C ad HK perpendiculares applicentur AH & CK per 11. primi Euclidis; quæ per 28. primi Euclidis parallelæ inter se erunt, ac parallelogrammum ACKH perficient: ducantur item à visu D radij DH & DK: sic quoque à visu E radij EH & EK, itémque à visu M radij MH & MK protendantur: quoniam BD ad HK est perpendicularis ex hypothesi, æquales sint oportet anguli DBH & DBK, vtpote recti per 10. definitionem primi Euclidis: at circum æquales hos angulos æqualia consistunt latera BH & BK; commune verò vtrique BD. Igitur per 4. primi Euclidis & basis DH basi DK est æqualis.

E Rursus cùm rectus sit angulus BDE, erit HDE recto maior, vt totus sua parte. Igitur quæcumque ex H ad DE infinitè extensam attinere possunt rectæ lineæ, vt HE, HM, omnes ipsa HD maiores esse necessum est; cúmque HD ipsi DK sit iam ostensa æqualis, erit HE ipsa quoque DK maior. Quapropter per 7. lemma minor erit angulus HEK angulo HDK: ergo HK seu AC, hoc est longitudo parallelogrammi minor ex E, imò & ex quocumque alio signo videbitur quàm ex D; atque ita arctari videntur latera AB & BC. Atque adeò angulus ipse ABC ex E quàm ex D, ceteris punctis lineæ DM præter D minor apparet: quocirca ex D maximus videtur; quod primò erat demonstrandum.

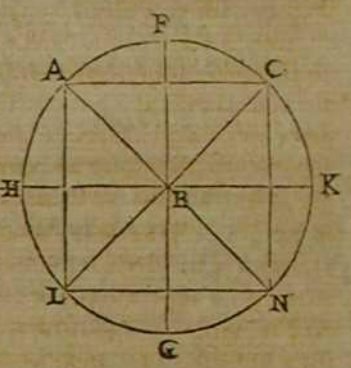
Simili porrò ratione ostendemus, ex locis quantò à D remotioribus, tantò angulum ABC minorem semper videri. Cùm enim HEM obtusus sit angulus, vtpote maior an-

F gulo HDE per 16. primi Euclidis: quæcumque ex H ad EM infinitè protractam ducuntur, ipsa HE maiores sunt per 19 primi Euclidis; ac proinde per 7. lemma angulus HMK angulo HEK minor erit, atque ita vt priùs minor videbitur HK ex M quàm ex E, anguliqúe ABC latera constringi angustariqúe videbuntur, ac proinde ipse etiam angulus ex M quàm ex E, imò ex quocumque ab hinc remotiore loco minor semper conspicietur; quod posteriùs erat demonstrandum.

A

PROPOSITIO LIII. THEOREMA.

Circum anguli ABC *verticem* B *circulus describatur, in eumq; incedat perpendicularis, in cuius fastigio est oculus: dico in* F & G, *vbi arcus* ACLN *anguluſq; secantur bifariàm, angulum maximum videri; minimum verò in* H & K, *vbi* HK *ipsi* FG *normalis est; ac deinceps recessu ab* H *vel* K *angulum semper* B *augeri, accessu verò minui.*



C

PRODVCANTVR AB & CB in N & L, iunctiſq; AC, CN, NL, & LA, perficiatur parallelogrammũ ACNL: quoniam igitur parallelogrammi latus AC nullibi minùs ſecundùm aſpectum mutatur, quàm oculo ad perpendiculum ſigno F incumbenti ob directum ſitum; AL verò & CN ex eodem oculi loco maximam contracturam ſubeunt propter ſitus obliquitatem; perſpicuè fit vt ex hoc loco angulus ABC maximus appareat. Nam quò vertex B propinquior ſpectatur manente baſi AC, eò neceſſe eſt maiorem videri ipſum ABC angulum per 21. primi Euclidis. Idem portò accidit oculo ſupra punctum G elato: hinc ſiquidem baſis AC propinquior oculo cernitur; quare & angulus ABC apparet maior per 9. lemma. Item quoniam ex loco qui ſupra G eminet, maximus cernitur angulus LBN, & per 15. primi Euclidis oportet huic æqualem videri ABC, propter linearum AN & CL communem in B interſectionem, palàm eſt oculo ſupra G conſtituto ipſum quoque ABC angulum maximum ſpectari. Contrà verò ſi oculus ſupra alterum punctorum H vel K attollatur, dico illos ipſos angulos ABC & LBN videri minimos: tum quia parallelogrammi AN latera AC & LN aſpectu maximè contrahuntur, lateribus AL & CN minimè variatis ob ſitum hic directum, illic obliquum; tum quia neceſſe eſt angulos ABC & LBN tantò apparere minores, quantò ABL & CBN maiores conſpiciuntur: at hi, cùm oculus alteri punctorum H vel K imminet, maximi videntur, vt ex iam dictis conſtat: igitur illi ex eodem oculi loco apparent minimi. D

Cùm ergo FG & HK extremæ ſint lineæ è quibus ABC angulus maximus minimuſq; apparet, palàm eſt, ſi perpendicularis illa, quæ oculum defert, per circuli ambitum circumducatur, ab minimo termino ad maximum, hoc eſt oculo ab H & K ad F & G recedente angulum ABC continuò augeri, accedente verò minui. Nam quemadmodum continuus eſt motus, quo oculus circumfertur; ita non interrupta variatione anguli, aſpectus mutatur, atque ab minimo ad maximum continuis incrementis augetur; à maximo verò ad minimum vſque perpetuis decrementis minuitur. E

Quod ſanè eò ſpectat, vt intelligas angulum ABC ſi rectus eſt, viſu ſupra circumferentias AFC & LGN delato, obtuſum apparere, recto ſcilicet ampliorem; incedente autem oculo ſupra arcus AHL & CKN videri acutum, recto videlicet minorem. Nam ex propoſitionibus 48. & 49. conſtat è locis ſupra A, C, N, & L conſtitutis rectum ipſum angulum ſpectari: à quibus proinde locis ſi verſus minimos terminos H & K oculus feratur, acui ipſum angulum ABC neceſſe eſt; vti contrà expandi magis, ſi verſus maximos terminos F & G oculus adſportetur.

Habes hìc Lector paucis explicatam omnem illam varietatem, qua rectus angulus ſecundùm aſpectum variat oculo circa propoſiti anguli verticem circumacto. Eſt verò hæc propoſitio velut compendium præcedentium. Nam quæ de aſpectu anguli acuti & obtuſi ſuperiùs dicta ſunt, facilè poſſunt ad recti anguli normam explicari; quandoquidem iam conſtet angulum ABC, ſiue acutus ſit, ſiue obtuſus, ſiue rectus, ex H & K minimum videri, maximum verò ex F & G. Quare viſu à minimo termino H vel K ad maximum F vel G delato, augeri anguli aſpectum continuo incremento neceſſe eſt; minui autem, oculo à maximo termino ad minimum recedente. F

PRO-

A

PROPOSITIO LIV. THEOREMA.

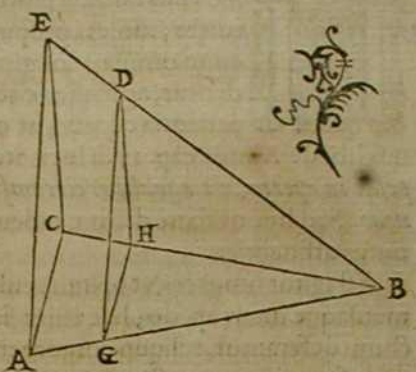
Si à vertice ſpectati anguli per oculi centrum recta infinitè producatur, è quouis eius lineæ ſigno æqualis ipſe angulus conſpicitur.

EX B vertice propoſiti anguli A B C recta educatur, per D centrum oculi infinitè exporrecta: dico ex quouis ſigno lineæ infinitæ D B, vtputa ex E angulum æqualem videri. Iungatur

B enim A C, & ex E ad A & C radij procidant E A & E C, ipſiſque paralleli ducantur D G & D H: in triangulo igitur A B E, quoniam D G ipſi A E eſt parallela, erit per 2. ſexti Euclid. vt A B ad G B, ita E B ad D B: eſt verò angulus A B E vtrique triangulo A B E & G B D communis: igitur æquiangula ſunt ipſa triangula per 6. ſexti Euclid. Quocirca A B ex E æqualis apparet ipſi G B ſpectatæ ex D: ac ſimiliter C B ex E apparet æqualis ipſi H B ex D ſpectatę. Et quoniam

C per 4. ſexti Euclid. vt E B ad D B, ita eſt E A ad D G: & iterùm, vt E B ad D B, ita E C ad D H; erunt per 11. quinti Euclid. eædem inter ſe rationes E A ad D G, & E C ad D H. Sed & eadem ratio eſt A C ad G H per eamdem 11. quinti Euclidis. nam per 4. ſexti Euclid. ita ſe habet A C ad G H, quemadmodum A B ad G B; & vt A B ad G B, ita eſt E B ad D B: eſt verò, vt iam oſtenſum eſt, vt E B ad D B, ita E A ad D G, item & E C ad D H. Igitur vt E A ad A C, ita eſt D G ad G H; & vt E C ad C A, ſic D H ad H G. Sunt itaque triangulorum A E C & G D H proportionalia latera: quare & anguli æquales per 5. ſexti Euclid. Ergo A C ex E, & C H ex D æquales ſpectantur: ſed & A B & C B ex E ipſis G B & H B ex D cernuntur æquales, vt iam oſtenſum eſt; igitur æquilatera ſpectantur triangula A B C & G B H: quare & æ-

D quiangula per 5. ſexti Euclid. Eſt verò vtrique triangulo communis angulus A B C. Hic igitur ex E & D, & quocumque alio ſigno in linea B D infinitè producta aſſumpto æqualis conſpicitur; quod erat demonſtrandum.



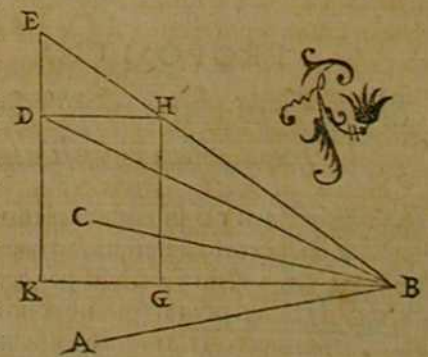
PROPOSITIO LV. THEOREMA.

Motus, quo viſus à ſubiecto plano altiùs ſubleuatur, ei reſpondet motui, quo in eadem altitudine oculus ad ſpectati anguli verticem propiùs adducitur: & contrà, oculi depreſſio proportione

E *reſpondet abſceſſui.*

PRIMVM enim ex altitudine K D propoſitus ſpectetur angulus A B C, deinde oculus in E ſubleuetur: dico ex E angulum A B C ita videri, quemadmodum ex prima altitudine K D loco ipſi B propinquiore conſtituta. Nam ad punctum D ponatur D H ipſi K B parallela per 31. primi Euclidis, quæ ipſam B E ſecet in H, fiatque ipſi D H æqualis K G per 2. primi Euclid. & iungatur H G, quę

F per 33. primi Euclid. ipſi K D parallela & æqualis erit. Quare per 2. ſexti Euclid. vt E B ad H B, ita eſt K B ad G B: ſed vt E B ad H B, ita eſt per eamdem 2. ſexti Euclidis E K ad D K, quòd nimirum D H ipſi K B poſita ſit parallela. Igitur vt E K ad D K, ita eſt K B ad G B, & alternatim vt E K ad K B, ita D K ad G B: ſed E K eſt maior quàm D K ex hypotheſi: ergo & K B ipſa G B eſt maior per 14. quinti Euclid. Eſt ergo punctum C puncto B propinquius quàm punctum K: at per præcedentem angulus A B C ex H



& ex E æqualis videtur: igitur motus, quo visus altiùs à subiecto plano subleuatur, ei A proportione respondet, quo oculus ad verticem spectati anguli propiùs adducitur, & è conuerso; quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO LVI. THEOREMA.

Angulares formæ ex interuallo spectatæ circulares apparent.

HÆc visus fallacia plurimùm obtingit in angularibus structuris, quales sunt turres, moles, propugnacula, præfractæ rupes, aliaque eiusmodi. Hæc B enim omnia è longinquo spectata angulorum summitates deperdere videntur, ac sensim circumduci: quod quidem omnium oculis testata experientia edocet; at causa requiritur, ob quam id fiat. hanc Tertullianus lib. de Anima cap. 17. à lucis atque interualli conditione desumit, *quæ*, inquit, *compellit in aperto, vt æqualitas circumfusi aëris pari luce vestiens angulos, obliteret oculi lineas.* Sed hoc obscure dictum videtur: nec satis apparet quid ad hanc rem conferat luminis affluentia.

Est igitur huius rei, vt opinor, nulla alia causa quàm sola distantiæ longinquitas, immensaque intercapedo; hac enim fit, vt tenues angulorum extremitates extra conspectum deferantur, reliquo corpore etiamnum conspicuo. quod nos in fallaciis magnitu- C dinis superiùs demonstrauimus. Hanc causam Lucretius libro 4. De rerum natura his versibus ingeniosè expressit:

Quadrataq; procul turris cùm cernimus vrbis,
Propterea fit, vti videantur sæpè rotundæ,
Angulus obtusus quia longè cernitur omnis,
Siue etiam potiùs non cernitur, ac perit eius
Plaga, nec ad nostras acies arlabitur ictus;
Aëra per multum quia dum simulacra feruntur,
Cogit hebescere eum crebris offensibus aër:
Hinc vbi suffugit sensum simul angulus omnis, D
Fit, quasi vt ad tornum saxorum structa tuantur;
Non tamen vt coràm quæ sunt, vereq; rotunda,
Sed quasi adumbratim paullùm simulata videntur.

Qua in re hoc etiam ipse prudenter obseruauit, non eodem modo angulosa eminùs rotunda apparere, quemadmodum coràm ea, quæ verè rotunda sunt: hæc enim perspicuam oculis exhibent peripheriam: illa verò confusa quadam specie non tam circulari ambitu reipsa terminari, quàm non longiùs in angulorum productiones excurrere videntur. Eam sanè ob causam, quòd angulorum summitates ob nimium interuallum sese subducant, & aspectum penitus effugiant; quod Alexander quoque Aphrodisæus notauit libro 1. problematum quæst. 37. Quamobrem Vitruuius lib. 3. cap. 2. *Angula-* E *res*, inquit, *columnæ crassiores faciendæ sunt ex sua diametro quinquagesima parte, quòd eæ ab aëre circumciduntur, & graciliores esse videntur aspicientibus.*

CIRCVLVS.

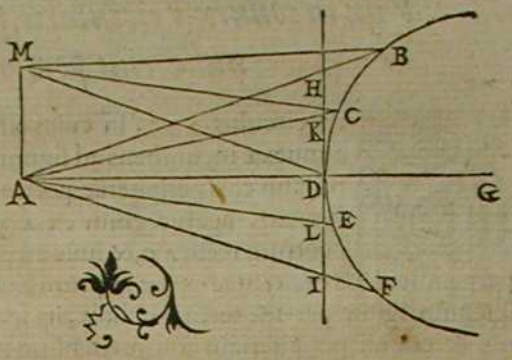
PROPOSITIO LVII. THEOREMA.

Si in eodem plano, in quo & oculus, circulus positus fuerit, recta F *linea ipsius circuli ambitus è longinquo apparebit.*

SVNTO in eodem plano oculus A, circuliq; peripheria BCDEF ex G centro descripta, ad quam ab oculo radij procidant AB, AC, AD, AE, & AF, sitq; AD acta per centrum: ex D verò perpendicularis excitetur ipsi AG per 11. primi Euclidis, quæ sit HI: hæc extra circuli peripheriam cadet per 16. tertij Euclidis; quare reliquos omnes radios ab oculo A eductos secabit: sintq; sectionum loca H, K, D, L, I: cùm ergo B & H in eumdem radium opticum cadant, sibi mutuò quoad aspectum exactè congruent, sic & C ipsi K, & E

ipsi

A ipſi L, ac demum F ipſi I. Quocircà ſi propter oculi diſtantiam exceſſus, quo A B ipſam A C, & hæc ipſam A D excedit, non diſtinguatur, ipſe circuli ambitus nullam inflexionem aſpectui exhibebit. Nam per tertiam propoſitionem huius libri rerum diſtantiæ inæquales, eò ſemper minùs perpenduntur, quò viſile longiùs abeſt. Igitur è longinquo, circularis peripheria, viſu in eodem plano exiſtente, in rectam lineam H I extendi videbitur.

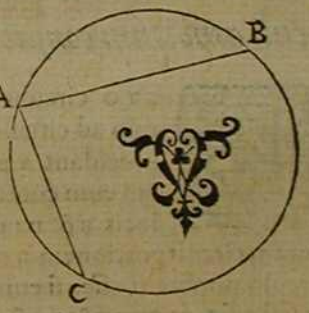


B Si verò in eodem plano non ſint viſus ac circuli ambitus, nequaquã recta linea videbitur. Sit enim aſpectus à plano, in quo circulus, ſublimis, vt in M; & ab M ad B, C, & D, radij porrigantur M B, M C, & M D; ex his ſolus M D lineam H I ſecat, quòd circuli ambitus rectáque linea H I punctum D commune habeant: at M C & M B, lineam H I non attingunt: ſiquidem duæ lineæ in pluribus quàm in vno puncto ſeſe interſecare non poſſunt: ſecant autem ſeſe A C & M C in C, item A B & M B in B; non igitur harũ aliquæ in K aut H vnà conueniunt. Quare ſigna B & C, viſu ſublimi exiſtente, nulla ratione rectæ lineæ H I, in quam D in-
C cidit, ſecundùm aſpectum incumbunt. cúmque idem de ſignis E & F oſtendi poſſit, fit vt circuli ambitus, ſi viſus à plano ſublimis exiſtat, neutiquam vt recta linea conſpiciatur.

PROPOSITIO LVIII. THEOREMA.

Oculus in caua circularis perimetri parte conſtitutus vniuerſum ambitum contuetur.

D NEQVE enim eſt ſignum aliquod in tota circuli peripheria, à quo ad quoduis ſignum eiuſdem circumferentiæ duci recta linea non poſſit. Nam ſit, verbi gratia, in circuli peripheria A B C aſſumptum ſignum vnum vtcumque A, in quo oculus; aliud verò, quod ſpectandum ſit, etiam vtcumque deſignatum B aut C: hoc videri poſſe ex loco A hinc probatur, quòd per 2. tertij Euclidis ſi in circuli peripheria duo quælibet puncta accepta fuerint, recta linea, quæ ad ipſa adiungitur, intra circulũ cadat. Quare poterit forma viſibilis puncti B per radium B A, & puncti C forma per radium C A ad aſpectum perduci: ſiquidem, vt libro primo propoſitione 50. oſtendi-
E mus, ſpecies viſibiles rectis ſemper lineis protenduntur.



Itaque per 2. hypotheſin libri ſecundi B & C à viſu in A conſtituto cerni poſſunt: quod cùm in ceteris punctis ſimilem demonſtrationem habeat, perſpicuum relinquitur circularem perimetrum, in cuius parte caua viſus conſtituitur, totam videri; quod erat demonſtrandum.

CONSECTARIVM.

Circularis forma theatro aptiſſima eſt.

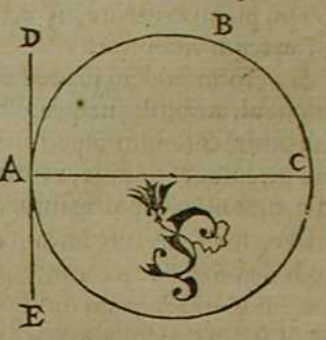
F EX hac propoſitione manifeſta ratio elici poteſt, cur olim theatra hemicycli forma conſtrui fuerint ſolita: non modò enim ob figuræ capacitatem circinabantur, verùm etiam propter aſpectus libertatem æqualitatemque. nam quacumque podij aut orcheſtræ parte ſpectator conſediſſet, vniuerſum theatri ambitum contuebatur, omneſque qui aderant à medio, vbi ſpectacula exhibebantur, pari interuallo diſſidentes, pari quoque libertate atque aſpectu æquali illa cernebant. Quæ ratio etiam in amphitheatris militat, quæ ipſo nomine ſuo non paruam huic propoſitioni fidem adſtruunt. Neque enim alia de cauſa ab Ammiano, Tertulliano, Firmico, aliiſque caueæ nominantur; quàm quòd in iis concaua circuli pars, vtpote ſpectaculis accommodatiſſima, maximè ſit intenta.

A

PROPOSITIO LIX. THEOREMA.

Visu in conuexa circularis perimetri parte constituto nulla eius portio spectabilis est.

SIT circulus ABC, in cuius circumferentia constitutus oculus parti eius conuexæ incumbens ad signum A: dico nullam eius peripheriæ portionem posse spectari. agatur enim ex A per circuli centrum recta AC, & huic ad punctum A perpendicularis excitetur DE per 11. primi Euclidis. Perspicuum igitur per 16. tertij Euclidis, in locum inter DE & circuli peripheriam comprehensum nullum radium cadere posse. Igitur nulla circuli portio ex A videri potest, cùm per secundam hypothesin lib. 2. id solùm aspectabile sit, à quo ad oculum visibilis forma rectà extendi potest. Quare visu in conuexa circularis ambitus parte constituto, nulla eius portio spectabilis est; quod erat demonstrandum.



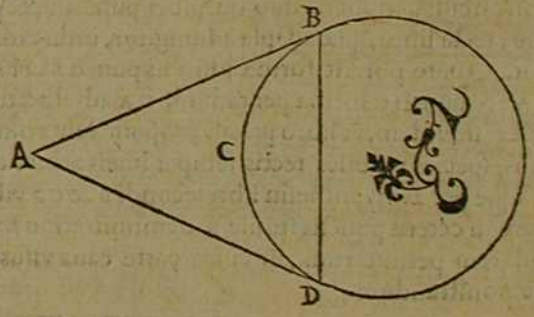
B

Et sanè si fieri possit, vt aliud quodpiam conuexæ peripheriæ signum, præter id in quo constitutus est oculus, cernatur, necesse erit illius imaginem recta linea ad oculũ efferri per eamdem 2. hypothesin libri secundi; at quæ ab vno puncto circularis perimetri, ad aliud (quod videri asseritur) protensa concipitur recta linea, ea intra circulum cadat oportet per 2. tertij Euclidis; hæc proinde vtràque extremitate cauum circuli ambitum attingit, non verò conuexum. Igitur fieri nequit vt præter punctum, in quo est oculus, aliud conuexæ circumferentiæ punctum spectari queat, cùm extra circulum nequeat recta vna linea duci, quæ conuexam peripheriam duobus in locis solùm contingat. C

PROPOSITIO LX. THEOREMA.

Si oculus in eodem quidem plano, in quo & circulus, at extra circuli ambitum constitutus fuerit, pars minor hemicyclo videbitur. D

ESTO circulus BCD spectatus à visu extra ipsum posito ad signum A, à quo ad circulum radij procidant AB & AD, qui eum contingant in locis B & D: dico spectatam circuli portionem BCD semicirculo minorem esse: si enim æqualis ipsi esset, ea quæ B & D cõiungit recta BD, diametrus esset per 17. definitionem libri primi Euclid. ac proinde per centrum transiret. Vnde tandem sequeretur per 18. tertij Euclidis angulos ABD & ADB rectos esse, quod fieri nequit. Sic enim trianguli ABD tres anguli duobus rectis maiores essent, quod propositioni 32. primi Euclidis aduersatur. Non est igitur portio visa BCD semicirculo æqualis. Sed neque maior esse potest. nam tunc ABD & ADB anguli obtusi essent, ac simul duobus rectis maiores, quod longè est absurdius. Igitur minor hemicyclo est ea portio, quæ à visu extra circulum constituto videtur; quod erat demonstrandum.



E

F

Potest idem ex necessariis demonstrari in hunc modum: Quoniam AB & AD radij circulum contingunt, oportebit eam quæ tactus iungit BD circuli diametrum esse; si quidem BCD portio quæ videtur, semicirculus sit: at BD semidiametrus non est, nec per circuli centrum transit: si enim per centrum transiret, recti essent ABD & ADB anguli per 18. tertij Euclidis. hi ergo cùm recti non sint, sed acuti, erit BCD circuli portio medietate minor.

PRO-

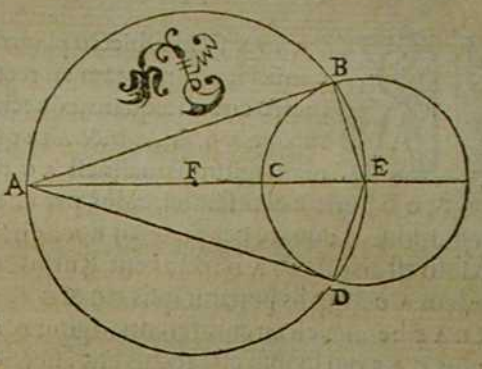
A

PROPOSITIO LXI. PROBLEMA.

Loco visui extra circulum assignato, eam circuli portionem, quæ videtur, definire.

SIT A locus visui assignatus extra circulum B C D, sed in eodem, in quo & circulus, plano; sitque centrum circuli visi E, ad quod

B ab A recta agatur A E, ac circa hanc velut diametrum alius circulus describatur, ex centro F, vbi A E priùs per 10. primi Euclidis sit secta bifariàm: hi duo circuli sese mutuò duobus in locis secabunt, per 10. tertij Euclid. Sint ergo sectionum loca B & D, ad quæ ex centro E rectæ applicentur E B & E D: dico portionem inter vtramque lineam E B & E D interceptam, eam esse, quæ ab oculo



C extra circulum in A constituto videtur. Si enim ex A radij ad B & D educantur; hi circulum tangent in iisdem locis B & D. nam cùm angulus A B E in semicirculo sit, rectus erit per 31. tertij Euclid. Quare per 16. tertij Euclid. inter A B & peripheriam B C D alia recta linea non cadet: igitur A B circulum in B tangit, sic & A D per easdem propositiones Euclidis circulum in D tangit. Est igitur B C D ea circuli portio, quam visus in A constitutus radiorum suorum diuaricatione complectitur, ac proinde quam solam videt per secundam hypothesin libri secundi.

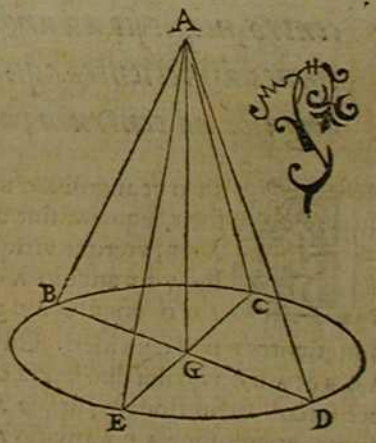
PROPOSITIO LXII. THEOREMA.

D

Visu existente in linea, quæ circuli centro perpendiculariter insistit, omnes diametri æquales apparent.

DESCRIPTVS sit in plano quopiam circulus B C D E, ex cuius centro G recta ad perpendiculum excitetur G A per 12. vndecimi Euclid. in eaque visus constituatur ad quodcumque signum A: dico ex loco A omnes diametros subiecti circuli æquales apparere. Ductis enim quotcumq; diametris B D & C E, ab A ad diametrorum extrema radij procidant A B, A D, A C,

E & A E; hos æquales inter se esse, ex 4. primi Euclidis facilè demõstrari potest. Quoniam enim in triangulis A G B, A G C, A G D, & A G E, latera B G, C G, D G, & E G sunt inter se æqualia, A G verò commune est omnibus; his comprehensi anguli ad commune punctum G æquales sunt inter se, vtpote recti ex hypothesi; erunt & bases A B, A C, A D, & A E inter se æquales per iam citatam 4. primi Euclidis. Rur-



F sus cùm in triangulis A B D & A C E iam ostensa sint A B & A D latera lateribus A C & A E æqualia, vtrumque vtrique; sint verò & bases B D & C E, hoc est, ipsæ diametri per circuli definitionem æquales inter sese, erunt per 8. primi Euclidis & anguli qui ad signum A æqualibus lateribus continentur B A D & C A E æquales. Quare diametri B D & C E circuli ex A conspecti non modò æquales reipsa sunt, sed etiam æquales apparent; quod erat demonstrandum.

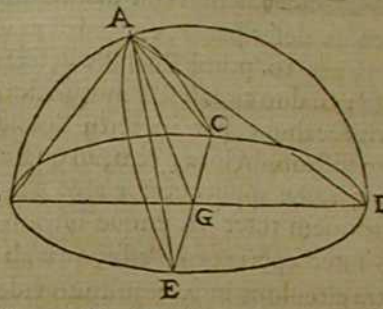
Hinc fit vt circulus eo pacto inspectus circularem formam quoad aspectum retineat. Vti enim circulare illud est schema, cuius dimetientes reipsa æquales sunt; ita illud videtur, cuius dimetientes æquales inter se apparent.

A

PROPOSITIO LXIII. THEOREMA.

Et si quæ ex centro excitatur non fuerit ad angulos rectos ipsi plano; æqualis autem fuerit ei quæ ex centro; dimetientes nihilominùs æquales apparent.

RVRSVS sit in subiecto plano descriptus circulus B C D E, cui ad centrum G insistat A G non iam ad rectos, vt priùs, angulos: sit verò A G semidiametro circuli æqualis, cónectanturque A B, A C, A D, & A E: quoniam igitur æqualis est A G ipsis G B & G D, erit B A D semicirculus per circuli definitionem: quare per 31. tertij Euclidis, qui in ipso est angulus B A D rectus erit. Rursus cùm eadem A G æqualis ponatur ipsis G C & G E, erit & C A E hemicycli circumferentia. Igitur & angulus C A E qui in ipso est, rectus erit: sicque in ceteris diametris ostendi potest, eum qui ad punctum A constitutus ipsis insistit, angulum rectum esse. Consequens igitur est vt omnes diametri inter se æquales, totusque circulus in propria atque æquabili forma appareat. Siquidem recti omnes anguli, quibus diametri conspiciuntur, per 10. communem notionem Euclidis sunt inter se æquales. Hoc tamen diffitendum non est, verum circuli centrum non in ipsius apparentis circuli medio conspici, ac proinde nec semidiametros æquales inter se apparere. Quoniam enim oculus A à puncto D longiùs quàm à puncto B abest, & B G ac G D sunt inter se æquales, erit per 5. lemma huius libri angulus B A G angulo G A D maior, ideoque maior apparebit semidiametrus B G reliquâ G D semidiametro.



B C

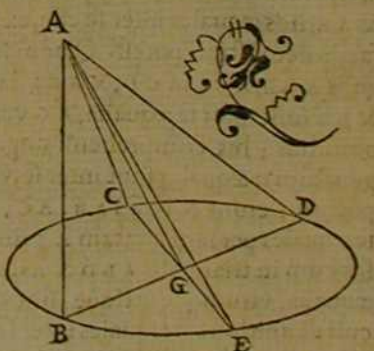
D

PROPOSITIO LXIV. THEOREMA.

Sed iam A G, *in cuius fastigio est oculus, neque æqualis sit ei quæ ex centro, neque sit ad angulos rectos ipsius circuli plano; illæ tamen omnes dimetientes æquales apparebunt, cum quibus illa æquales angulos ad centrum facit.*

ESTO vt anguli A G B & A G D, quos A G cum dimetiente B D ad centrum facit, æquales sint angulis A G C & A G E, vterque vtrique; hoc est, angulus A G B angulo A G C; angulus verò A G D angulo A G E: dico æquales dimetientes B D & C E videri. Cùm enim triangula A G B & A G C æqualia duo latera G B & G C habeant per circuli definitionem; sitque A G vtrique commune, angulusque A G B angulo A G C æquis lateribus contento positus sit æqualis; erit per 4. primi Euclid. & angulus G A B angulo G A C æqualis. Quo demonstrandi genere ostendetur quoque angulus G A D angulo G A E æqualis esse. Si ergo his æqualibus illi æquales addantur, nempe G A B ipsi G A D, & G A C ipsi G A E, æquales consurgent B A D & C A E: quibus cùm dimetientes B D & C E spectentur, æquales dubio procul apparebunt per 10. propos. huius libri; quod erat demonstrandum.

E

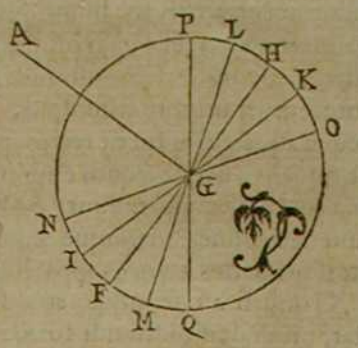


F

Non omnes autem circuli diametros contingit in hac oculi constitutione æquales videri: sed binos dumtaxat simul comparatos, atque æqualiter vtrimque ab ea, in quam A G rectis angulis incidit deflectentes: vt si F H ea sit in quam A G normaliter incumbit;

ab

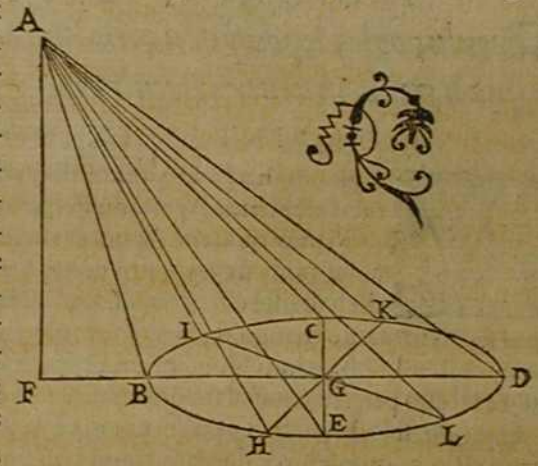
A ab F H verò vtrimque æqualia abſcindantur F I, F M, H L, & H K, continget I K & L M dimetientes æquales videri. Sic & N O, & P Q, ſi quidem æqualis eſt peripheria F N ipſi H P, & H O ipſi F Q. Idemque iudicium eſt de ceteris, atque idem etiam qui ſuprà, demonſtrãdi modus: ſunt enim æquales anguli A G I & A G L, itemq; A G M & A G K. Quoniam igitur circa hos angulos æqualia ſint latera, A G quidem commune, G I verò ipſi G L, & G M ipſi G K per circuli definitionem;
B erunt, vt ſuprà, anguli quoque quibus I K & L M ex A videntur, æquales.



PROPOSITIO LXV. THEOREMA.

Si verò quæ ab oculo ad centrum procidens circuli, neque ad angulos fuerit rectos ipſius circuli plano, neque etiam ei quæ ex centro fuerit æqualis, neque æquos cum his quæ ex centro comprehenderit angulos, diametri ipſæ inæquales apparebunt.

C SIT inquam vt priùs ea in cuius ſummitate oculus conſtituitur A G, quæque in centrum procidens circuli, neque ad rectos plano inſiſtit angulos, neque ei quæ ex cẽtro G B æqualis eſt, ſed nunc quidem maior: neque cum his quę ex centro æquales angulos facit, ſed A G D quàm A G B maiorem, duoſque A G C & A G E minores quidem angulo A G D, angulo autem A G B maiores: dico inęquales haſ-
D ce diametros apparere. A viſu namque A ad ſubiectum planum perpendicularis demittatur A F per 11. vndecimi Euclidis: iunctáque F G recta producatur in D, quæ & circulum in B ſecet: huic prætereà F D ponatur perpendicularis ad punctum G per 11. primi Euclidis; ſitq; C E: ducantur item H K & I L æquales cum A G angulos efficientes, nempe A G H æqualem ipſi A G I, & A G K ipſi A G L æqualem: dico maximam quidem diametrum apparere C E, minimam verò B D, & quæ propinquior eſt ipſi B D remotiore ſemper mi-
E norem; duas autem tantùm videri æquales ad vtraſque ipſius B D partes.



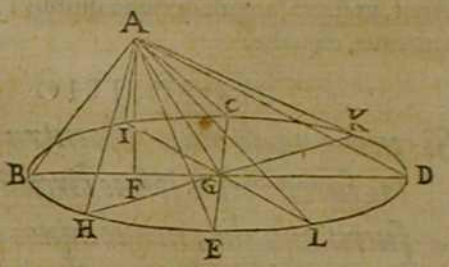
Conſtat enim A G ipſi C E perpendiculare eſſe per decimum quintum lemma: ſiquidem à viſu ſublimi A ad ſubiectum planum perpendicularis acta eſt A F, & à puncto F ad C E ducta perpendicularis eſt F G; ergo A G eidem C E eſt perpendicularis. Conſtat prætereà per decimum ſextum lemma angulum A G F minimum eſſe omnium eorum qui linea A G, & quauis per G ducta continentur; & qui ipſi propinquior eſt remotiore ſemper minorem eſſe; duos autem tantùm æquales ad vtraſque partes conſtitui, nempe A G H ipſi A G I, & A G K ipſi A G L. Promiſſis igitur ab A radiis ad B, H, E, L, D, K, C, & I: quoniam triangula C A E & H A K baſes æquales habent C E & H K ſectas bifa-
F riàm in G, & eſt A G eadem vtrique triangulo ad C E quidem perpendicularis, ad H K verò obliqua, eſtque A G poſita maior ſemidiametro G C, erit per decimum nonum ſuperius lemma angulus C A E angulo H A K maior. Similiterque ducta quacumque alia per G recta linea, cùm A G ipſi C E ſit perpendicularis, oſtendetur angulus C A E quocumq; alio maior eſſe. Maxima igitur omnium apparet ipſa C E per 10. huius lib. propoſ.

Rurſus quoniam triangulorum B A D & H A K æquales ſunt baſes B D & H K, exdemque bipartitæ in G, atque ad punctum G communis vtrique adiuncta eſt A G, eſtq; maior angulus H G A quàm B G A (hic namque minimus omnium oſtenſus eſt per 16. lemma:) licet neutri baſi ſit A G perpendicularis; erit tamen angulus H A K maior angulo B A D, quod idem oſtenſum fuit lemmate vigeſimo primo. Ergo H K quàm B D

maior

maior apparet per 10. huius. Similiterque ostendemus quamcumque aliam ipsa B D A
maiorem videri, ergo B D omnium quæ per G duci possunt diametrorum minima apparet. Eademque demonstrandi ratione probare licebit propinquiorem ipsi B D remotiore semper minorem conspici. Si igitur quæ ab oculo ad centrum procidit circuli, neque ad angulos fuerit rectos ipsius circuli plano, neque etiam ei quæ ex centro fuerit æqualis, neque æquos cum his quæ ex centro comprehenderit angulos, diametri ipsæ inæquales apparebunt; quod propositum fuit demonstrare. Porrò cùm duæ tantùm rectæ lineæ vtrimque æquales angulos cum A G efficiant, duæ etiam tantùm ad vtrasque partes æquales apparebunt; quod superiore propositione est demonstratum.

Quòd si A G semidiametro B G minor existat, simili demonstrandi forma ostendemus B D quidem maximam videri, C E verò minimam, & quæ propinquior est ipsi C E remotiore semper minorem, duas autem tantùm ex vtraque parte ipsius B D vel C E æquales apparere, adiuuantibus superioribus lemmatis vigesimo & vigesimo primo. Ex quibus propositum nullo negotio deduci cõcludiq; potest:



B

cùm ex illis constet angulum B A D omnium esse maximum, minimum verò E A C, ac huic propinquiorem remotiore semper minorem.

C

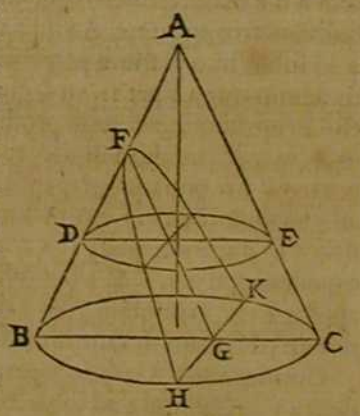
PROPOSITIO LXVI. THEOREMA.

Circulus obliquè conspectus vt ellipsis apparet: oportet autem eam quæ à visu in centrũ circuli procidit, semidiametro inæqualẽ esse.

QVINTVPLEX CONI SECTIO.

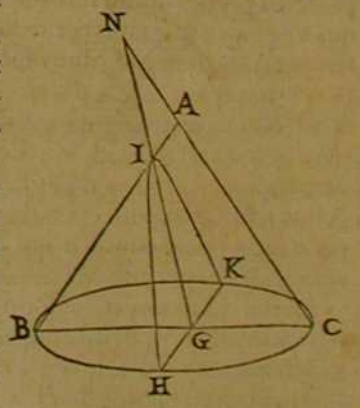
VT planior fiat huius propositionis demonstratio, prænotandum est ex conicis elementis Apollonij Pergæi quinque modis posse conum dissecari.

Primò quidem plano per verticem, cuiusmodi in proposito cono A B C basin habente circulum est A B C. Hæc autem sectio perpetuò triangulũ producit, vt idem Apollonius ostendit lib. primo Conicorum propositione 3. siue ea sectio per axem incedat, siue extra axem cadat.



Secundò, si sectio sit basi parallela, vt in eodem schemate est D E, quæ semper figuram gignit basi similem, nimirum circulũ, si basis sit circulus, vt ibidem Apollonius docet propositione 4. hæc sectio quemadmodum priori directe contraria est, ita figuram gignit tota natura diuersam: hæc enim vnica tantùm peripheria circumscribitur, nullumque angulum habet, illa verò pluribus cùm lateribus, tum angulis constat.

Tertiò, si conus plano secetur per axem, cuiusmodi in eodem schemate est A B C; secetur autem & altero plano ad id quod per axem recto F H K, ita vt communis vtriusque plani sectio F G, alteri laterum trianguli per axem, ipsi nempe A C, sit parallela; erit F H K sectio coni quæ parabola nuncupatur, vt idem demonstrat Apollonius primo Conicorum libro propos. 11.

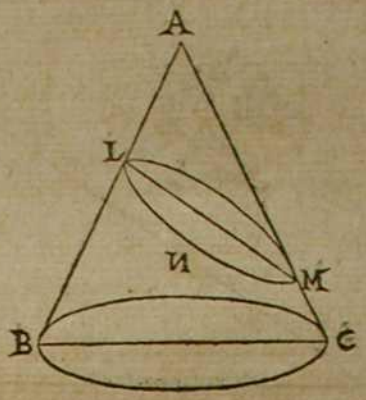


F

Quartò, si conus duobus secetur planis, vno quidem per axem A B C, vt priùs, altero verò ei quod per axem recto I H K, sic tamen vt huius plani eiusque quod per axem, communis intersectio I G neutri laterum trianguli per axem parallela sit, productaque cum altero illorum supernè, hoc est, supra coni verticem conueniat, puta in N, hoc planum posterius in sectione figuram exhibebit, quæ hyperbole dicitur, vt demonstratum habes ab eodem Apollonio Pergæo libro primo Conicorum elementorum propos. 12.

Quintò

A Quintò, ſi præter planum A B C, quod per axem tranſit, idem conus altero ſecetur plano L N M, quod quidem rectum ſit ei quod per axem, at baſi non æquidiſtet, neque ſubcontrariè pŏnatur; communis autem vtriuſque plani ſectio L M producta, vtrumque latus trianguli per axem etiam productum, ſi opus ſit, infra verticem coni ſecet: hoc inquam planum in ipſa ſectione figuram oſtendit, quam ellipſin vocant. Quæ omnia in Conicis elemẽtis fuſiùs explicãtur ab Apollonio propoſ. 13. lib. 1. Huiuſmodi autem figuræ ſpeciem obtu-



B tui exhiberi à circulo obliquè ſpectato mox ex ipſius ellipſeos primogenia definitione demonſtrabimus.

Priùs tamen ad clariorem intelligentiam eorum, quæ de coni ſectionibus breuiter dicta ſunt, id notatu digaum exiſtimo, Parabolam inter extremas ſectiones, triangulum ſcilicet & circulum, vt poſitione medium locum obtinet, ita etiam ſchematis ſimilitudine cum vtraque quodammodò conuenire: nam vnam quidem rectam lineam ceu baſin ſubiectam habet, quemadmodum triangulum ex prima ſectione prognatum; reliqua autem, qua ſola præter baſin conſtat linea, infernè vbi baſin attingit, rectæ

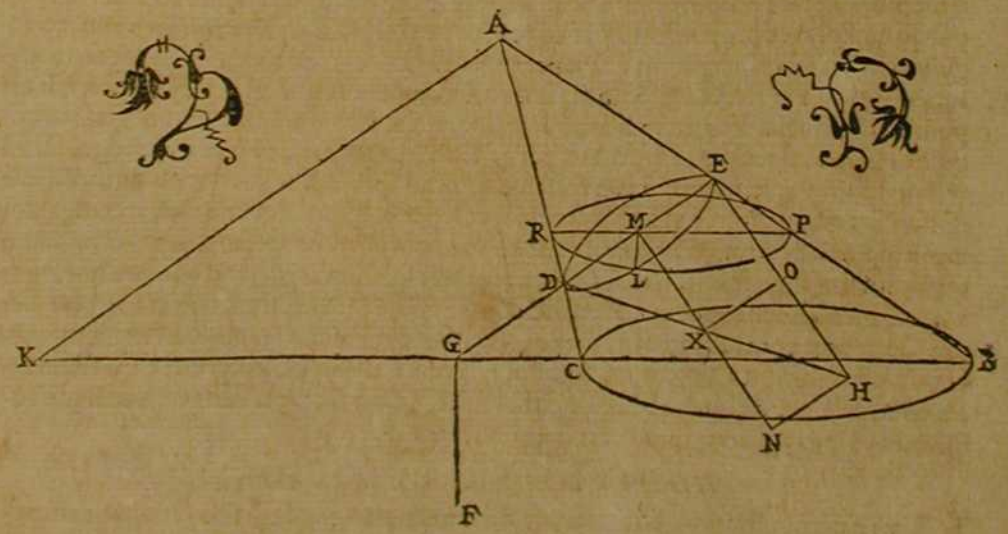
C lineæ naturam veriùs æmulatur, at ſupernè iuxtaque verticem moderata quadam circulatione ab anguli rectilinei acumine deſciſcit, propiuſque ad circuli flexum accedit, qualem altera exhibet extrema ſectio ſecundo loco propoſita.

Rurſus, parabolam inter & triangulum ex prima ſectione procreatum Hyperbole medio conſtituta eſt loco, cuius forma à parabola haud multùm abſimilis eſt. Nam & recta baſi conſtat vt triangulum, & iuxta verticem circuli in modum flectitur, minus tamen quàm parabola, ac tantò etiam minus, quantò propiùs ad coni verticẽ ſectio accedit: hæc enim cùm in verticem coni incidit, iam perfectum triangulum producit. Simili prorſus modo inter parabolã circulumque, quem quinta ſectio exhibet, media ellipſis interiacet, quæ vtraque parte, ſumma videlicet atque infima, circuli conditionem

D affectat: diceres circulum eſſe vna parte productum, alteráve contractum, vt ſi in molli corio circulus deſcriptus ſit, is ſola corij extractione in ellipſin commutatur. Ita ergo gradatim à ſectione baſi parallela quæ circulum gignit, per ellipſin quam ſectio modicè à parallelo deflectens oſtendit, ad parabolam itur; atque hinc tandem velut ab exquiſito medio digrediendo, aucta perpetuò ſectionis declinatione, per hyperbolen ad triangulum conſcenditur, quod alterum eſt conicæ ſectionis extremum. His prænotatis, propoſitum demonſtremus.

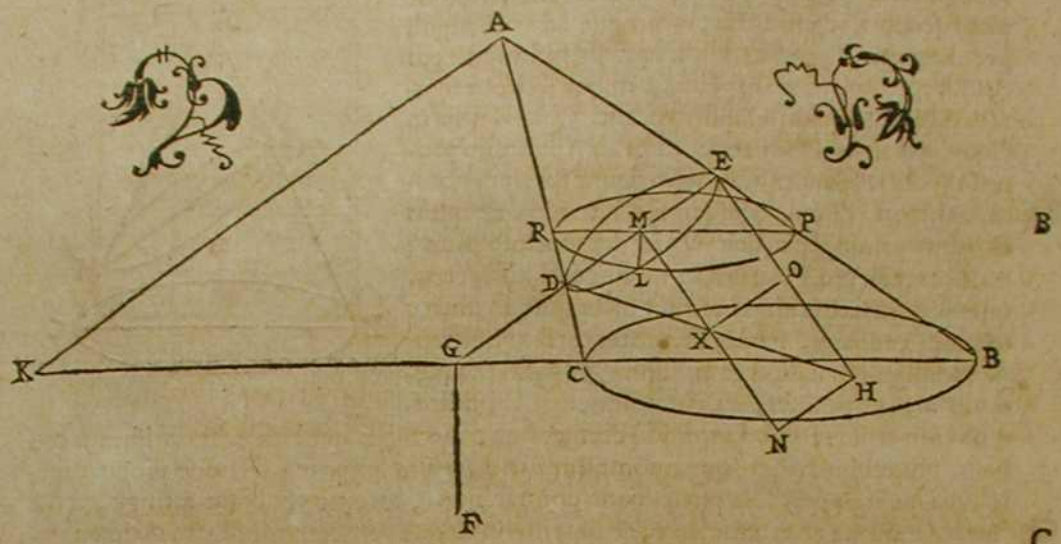
PROPOSITI DEMONSTRATIO.

E Esto conus ſcalenus A B C, cuius vertex A, baſis circulus B C: ſecetur autẽ conus plano recto D E: dico hanc ellipſin eſſe. Producta enim B C in K ducatur à vertice coni A K



diametro ſectionis D E parallela, ipſa verò ſectionis diametrus protendatur vſque in G, fiatq;

fiatq; G F cõmunis sectio plani D E & plani BC, quæ est basis coni. Ab E autẽ educatur E H ad E D perpendicularis, sic vt quemadmodũ quadratum ex A K ad rectangulũ B K C, ita A



C

sit linea D E ad E H lineam. Id verò quomodo faciendũ sit, mox ex Eutocio docebimus.

Hoc iam facto, aio E H illam esse secundùm quam possunt omnes, quæ à sectione recta ad diametrum DE ordinatim applicãtur. Assumpto enim in sectione signo aliquo, vt lubet, L, per L ipsi F G parallela ducatur L M, poterit L M spatium quod lineæ E H adiacet latitudinem habens E M, deficiensque figurâ simili ei quæ D E H continetur. Iungatur etenim DH, perque M ducatur M N æquidistans ipsi E H, secans ipsam D H in X, & per H & X puncta æquidistantes ipsi E M ducantur H N & X O: postremò per M agatur P M R basi B C parallela.

His itaque in hunc modum constructis, quoniam P R ipsi B C est parallela, vt & L M ipsi F G, erit per 15. vndecimi Euclidis planum, quod per L M P R extenditur, plano per D F G B C ducto parallelum. Erit igitur sectio per P L R transiens circulus, cuius diametrus est P R per 4. primi Conicorum Apollonij. Est porrò L M ipsi D E perpendicularis, ideoq; inter P M & M R proportione media: ergo rectangulum P M R æquale est ei, quod ex L M fit quadrato per 17. sexti Euclidis. Cùm itaque sit, vt quadratum A K ad rectangulum B K C, ita D E ad E H; & per 23. sexti Euclidis proportio quadrati A K ad rectangulum B K C componatur ex proportione, quam habet A K ad K B, & ex ea quam eadem A K habet ad K C; vt autem A K ad K B, ita E G ad G B, hoc est E M ad M P per 4. sexti Euclidis; quòd E G ipsi A K, & M P ipsi G B sint parallelæ ex constructione; & vt A K ad K C, ita sit D G ad G C, id est, D M ad M R per eamdem 4. sexti Euclidis; erit proportio D E ad E H composita ex proportione E M ad M P, & ex ea quam D M habet ad M R: sed pro- D E portio cõposita ex proportione E M ad M P, & ex D M ad M R est ea, quam E M D rectangulum habet ad rectangulum P M R per eamdem 23. sexti Euclidis. Quare vt rectangulum E M D ad P M R rectangulum, ita D E ad E H, videlicet D M ad M X, quòd M X ipsi E H posita sit parallela. Vt autem D M ad M X (sumpta M E communi altitudine) ita rectangulum D M E ad rectangulum X M E per 1. sexti Euclid. Ergo vt D M E rectangulum ad rectangulum P M R, ita erit D M E rectangulum ad ipsum X M E rectangulum. Æquale igitur est rectangulum P M R rectangulo X M E per 9. quinti Euclidis: sed rectangulum P M R demonstratum est æquale quadrato L M: quocirca & ipsum X M E rectangulum quadrato L M æquale erit. Linea igitur L M potest spatium M O, quod quidem lineæ E H adiacet altitudinem habens E M, deficiénsque figurâ N O simili ei, quæ D E H continetur. Cùm verò coni sectio, cui ea proprietas conuenit, à prima sui origine ellipsis sit nuncupata per 13. primi Conicorum Apollonij, erit E L D ellipsis. Est porrò E L D sectio recta coni scalem A B C, cuius basis B C circulus est. Igitur hæc ipsa basis ex A obliquè adspectata ellipsis apparet; quod erat demonstrandum. F

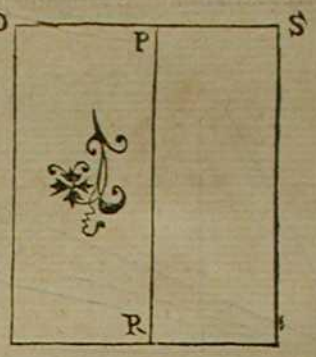
ADDITIO EX EVTOCIO.

HVIC demonstrationi hoc vnum solummodò explicandum supereſt, quonam pacto inueniri queat E H, ad quam E D eam rationem habeat quam quadratum ex

A K ad

A AK ad id quod ex B KC fit rectangulum, quod proinde ex Eutocio ad vndecimam propositionem libri primi Conicorum Apollonij hoc loco adiungemus.

Sit, gratia exempli cuius non requiritur veritas, rectangulo BKC æquale ac simile rectangulum OPR: quadrato autem ex AK æquale id, quod ad lineam PR adiacens rectangulum latitudinem habet PS per 45. primi Euclid. & fiat vt hîc OP ad PS, ita superiùs EH ad DE; factum siquidem erit quod postulatur. Nam quoniam vt OP ad PS, ita est EH ad DE, erit & conuertendo vt DE ad EH,



B sic SP ad PO. Vt verò SP ad PO, ita per 1. sexti Euclid. rectangulum SR, id est quadratum ex AK ad rectangulum OR, quod æquale est ei quod ex BKC fit rectangulo. Igitur quemadmodum ex AK quadratum ad rectangulum BKC, ita facta est DE ad EH; quod fuerat postulatum.

Dixi eam quæ à visu in centrum circuli procidit, semidiametro neutiquam æqualem esse oportere; sed vel maiorem vel minorem: si enim æqualis esset, circulari etiam forma ipse circulus appareret, vt suprà propos. 63. libri huius est demonstratum.

CONSECTARIVM.

C *Curruum rotæ quandoque circulares, quandoque contractæ, & velut ellipses apparent.*

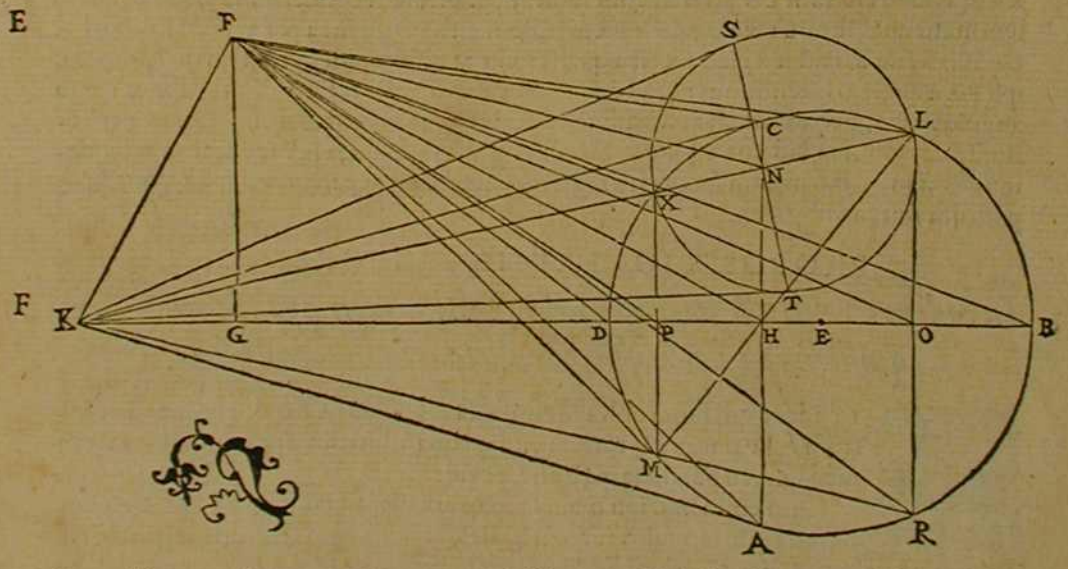
Hoc Euclides proponit Optices suæ theoremate 41. potestque ex iam dictis demonstrari. Si namque ea quæ ab oculo in centrum cadit rotæ, ad angulos fuerit rectos ipsius rotæ plano, vt propos. 62. vel æqualis ei quæ ex centro, vt proposit. 63. æquales diametri apparebunt: atque propterea ipsa rota circularis. Protracto verò curru atque à priore situ dimoto, oculo verò persistente, sic vt is qui ab oculo in centrum rotæ destinatur radius, nec ad rectos sit angulos, nec ei quæ ex centro æqualis, contracta figura apparebit, formaque ellipsis; quod ex iam demonstratis liquidò constat.

D

PROPOSITIO LXVII. PROBLEMA.

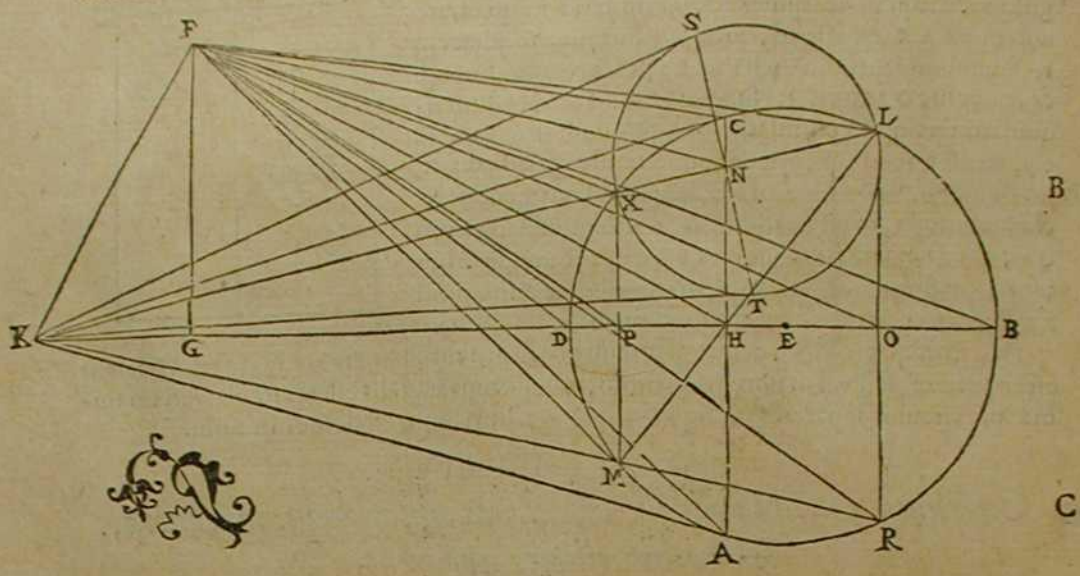
In circulo obliquè spectato punctum designare, quod centrum appareat ellipsis.

Esto circulus ABCD ex signo F spectatus, in quo punctum designare oporteat, quod centrum appareat ellipsis. Ab F ad planum, in quo circulus, perpendicularis demittatur FG per 11. vndecimi Euclid. atque ex G per circuli centrum E recta agatur GE, quæ altera quidem parte producatur in B signum circularis perimetri, altera verò infinitè. Ab F item in



D & B radij protendantur FD & FB; angulusque BFD bifariàm secetur rectâ lineâ FH:

dico visu in F posito circulum A B C D ellipsin apparere, cuius centrum H. nam per H A
ipsi B D perpendicularis agatur A C per 11. primi Euclidis: ducanturque A K & C K, quæ
circulum in A & C tangant per 16. tertij Euclid. & A F, C F iungantur.



His positis, ostendendum in primis est omnes quæ per H ducuntur, vt A C & B D, in
H bifariàm sectas apparere. Cùm A C ipsi B D posita sit ad angulos rectos, sitque B D
per circuli centrum extensa, erit per 3. tertij Euclid. A C in H secta bifariàm. In trianguli
is igitur A F H & H F C latus A H lateri H C est æquale; latus autem H F vtrique commune, & angulus A H F angulo C H F æqualis, vtpote rectus vterque per 15. lemma, quòd
videlicet F G ipsi G H, & G H ipsi A C sit perpendicularis. Igitur per 4. primi Euclid. &
basis A F basi C F, & angulus A F H angulo H F C est æqualis: sed & D F H angulus an-
gulo H F B æqualis est positus. Ergo per 10. huius æqualis apparet H A ipsi H C, & H B D
ipsi H D.

Quòd si alia quæpiam linea per H ducatur vt L M, dico hanc quoque in H bipartitò sectam apparere: iungantur enim L K, K M, & M X: item F M, F X, F N, F L, & F K.
Quoniam igitur per lemma 22. ob contingentes A K & K C, vt linea B K ad K D, ita est
B H ad H D, atque angulus B F H æqualis est angulo H F D, erit per 24. lemma H F K angulus rectus. Et quoniam A H ipsi H F ad rectos antè ostensa est angulos, erit per 15.
lemma F K ipsi quoque F A ad angulos rectos, quare per 4. vndecimi Euclidis erit K F
plano, quod per A F C ducitur perpendicularis, ac propterea per 3. definit. vndecimi Euclid. angulus N F K rectus erit. Cùm verò lemmate 23. ostensum sit ita se habere L K ad
K X, quemadmodum L N ad N X, concluditur per primam conuersionē vigesimi quarti E
lemmatis angulum L F N angulo N F X æqualem esse. Quocirca per 3. sexti Euclidis vt
L F ad F X, ita L N ad N X: sed F X est æqualis ipsi F M, ob eamdem causam qua priùs F C
ipsi F A æqualem ostendimus: & vt L N ad N X, ita per 2. sexti Euclid. L H ad H M: ergo
angulus L F H per eamdem 3. sexti Euclidis angulo H F M est æqualis. Quare per 10.
huius L H ipsi H M videtur æqualis. Similiter si alia recta linea per H ducatur, ostendemus eam in H bipartitam spectari: H igitur centrum est apparentis ellipsis; quod propositum fuit inuestigare.

PROPOSITIO LXVIII. THEOREMA. F

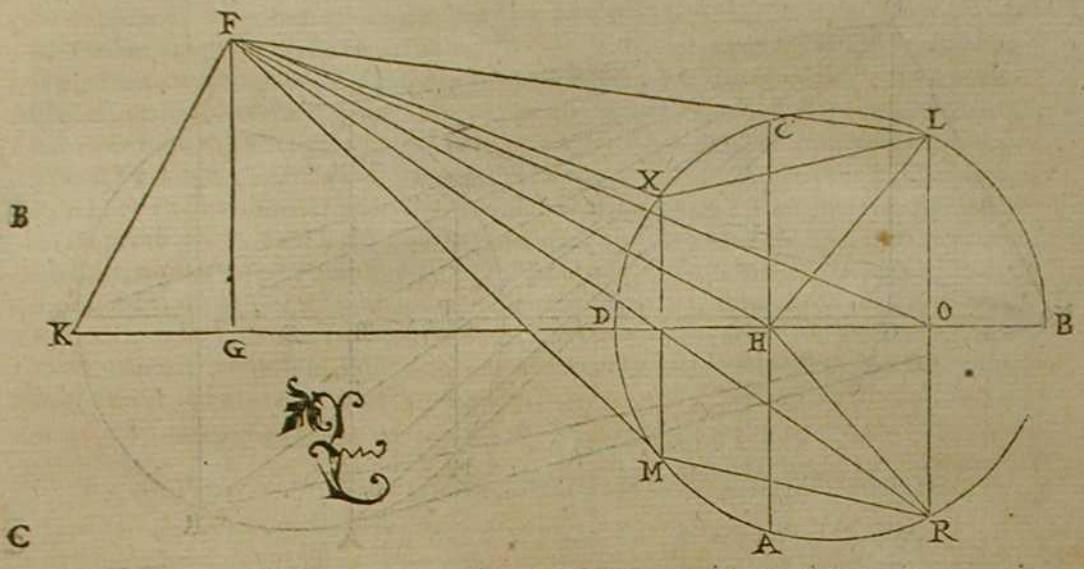
In eodem circuli aspectu, quæ ad B D *ordinatim applicantur, sunt quidem ipsi* A C *reipsa parallelæ, sed & videntur.*

SIT idem qui suprà obliquè conspectus circulus A B C D, perque eius centrum acta D B ex K protecta, ad quam ordinatim applicetur L R: hanc dico ipsi A C parallelam & esse, & videri.

Cùm enim A C ipsi D B ad rectos angulos sit posita, erit & L R eidem D B ad rectos angulos: ergo æquales, & quidem recti erunt anguli A H O & R O H, ac propterea per 28. primi Euclidis parallelæ reuerà sunt A C & L R.

Quòd

A Quòd autem parallelæ etiam appareant, ex eo demonſtrabitur, quòd iidem anguli qui circa H & O conſiſtunt, nempe A H O & O H C, item R O H & H O L recti etiam ad-



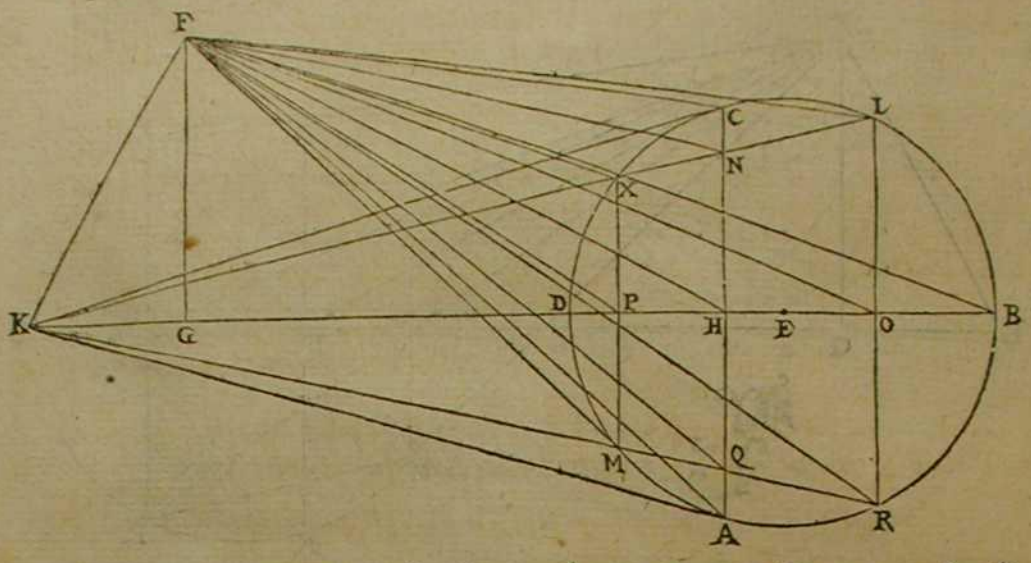
ſpectui videantur. Id verò quamuis perſpicuum ſit ex propoſitione 48. huius libri; poteſt tamen & hoc modo demonſtrari: Ductis H L & H R, atque à viſu F emiſſis radiis F L, F O, & F R: quoniam F G ad planum in quo eſt circulus, recta eſt poſita, & G O ipſi L R in eodem plano ductæ eſt perpendicularis; erit eadem L R ipſi quoque F O perpendicularis per 15. lemma. Quare in triangulis L F O & O F R, angulus L O F angulo F O R æqualis eſt, vtpote rectus vterque: ſed & latus L O lateri O R eſt æquale per 3. tertij Euclid. & latus F O vtrique commune: ergo & baſis F L baſi F R, & angulus L F O angulo O F R eſt æqualis per 4. primi Euclid. Igitur per 10. huius L O ipſi O R æqualis apparet:
D ſed & O H communis apparet vtrique triangulo L O H & R O H; & baſis L H baſi H R non tantùm æqualis eſt per 4. primi Euclidis, quòd in triangulis L O H & R O H ſit L O ipſi O R æqualis, & O H vtrique communis, angulusque L O H angulo R O H æqualis; ſed etiam æqualis apparet, quia in triangulis L H F & R H F præter æquales baſes L H & H R eſt etiam L F æqualis ipſi F R, vt antè oſtenſum fuit, & H F vtrique communis: ergo per 8. primi Euclid. angulus L F H angulo H F R eſt æqualis. Itaque L H ipſi H R æqualis etiam apparet per 10. huius. Quare per eamdem 8. primi Euclid. angulus L O H angulo H O R æqualis apparebit, ac proinde rectus vterque per 13. primi Euclid. Simili autem modo iunctis A O & C O, oſtendemus angulos A H O & O H C æquales inter ſe rectoſque apparere: ergo per 28. primi Euclid. L R ipſi A C parallela apparet. Sic & quæ-
E cumque alia recta linea ad B D ordinatim applicata fuerit, veluti X M, ea oſtendetur ipſi A C parallela & eſſe & videri. Ex quo fit, vt inter ſe omnes illæ rectæ lineæ parallelæ appareant per 30. primi Euclidis; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO LXIX. THEOREMA.

Et quæ ex K *ad circuli peripheriam educuntur non ſunt quidem, videntur autem & ipſi* BD *& inter ſe parallelæ.*

F EST O idem qui ſuprà A B C D circulus ex ſigno F obliquè ſpectatus, in eoque repertum H centrum apparentis ellipſeos, per quod ducatur A C ipſi K B perpendicularis per 11. primi Euclid. Ex K porrò recta educatur K L circulum ſecans in X & L, & ab L ad K B perpendicularis ponatur L R: per 12. primi Euclidis, iungaturque R K, quæ circulum ſecet in M, vnde recta ducatur M X: dico L X & R M parallelas apparere. Atque in primis, quòd L R & X M æquales appareant, ſic demonſtratur: A viſu F radij profiliant F L, F X, F M, & F R. cùm angulus L K R vtrique triangulo L K R & X K M communis ſit, erunt reliqui duo anguli K L R & K R L ſimul ſumpti duobus reliquis K X M & K M X ſimul ſumptis æquales: ſed in iiſdem triangulis quoniam L K & R K æqualiter diſtant à K B, erit per 8. tertij Euclid. L K ipſi R K, & K X ipſi K M æquâlis; quare per 5. primi Euclid. angulus K L R an-

gulo K R L æqualis est, & angulo K M X angulus K X M æqualis: detractis igitur vtrimque A
æqualibus, relinquitur angulus K X M angulo K L R, & angulo K R L angulus K M X



æqualis. Sunt itaque æquiangula ipsa triangula L K R & X K M. Quare per 4. sexti Euclid. vt L R ad X M, ita L K ad K X: sed vt L K ad K X, ita est L N ad N X, per 23. lemma; & vt L N ad N X, ita per 3. sexti Euclid. L F ad F X; quia angulus L F X bifariàm est sectus per rectam F N, quod ex prima conuersione 24. lemmatis potest demonstrari. Ergo à primo ad vltimum ratiocinando vt L R ad X M, ita L F ad F X: sed L F est æqualis ipsi R F, & X F ipsi M F æqualis: igitur triangulorum L F R & X F M proportionalia sunt latera per 4. sexti Euclid. & per 5. sexti Euclid. æquales sunt anguli L F R & X F M, quibus homologa latera subtenduntur: sed cùm L R posita sit ipsi K B perpendicularis, erit L O ipsi O R per 3. tertij Euclid. æqualis, & X P æqualis ipsi P M, ideoque per tertiam sexti Euclidis erit & angulus L F O angulo O F R, & angulus X F P angulo P F M æqualis: atqui æqua- D
lium angulorum L F R & X F M, dimidia nempe L F O, X F P, sunt æqualia per communem notionem. Igitur per 10. huius æquales apparent L O & X P; ideoque ipsæ L X & O P parallelæ apparent per 33. primi Euclid. Nam cùm parallelæ sint L O & X P, appareantq; æquales, & quæ has connectunt L X & O P parallelas apparere necesse est; quod primò erat demonstrandum.

Cumque eodem modo ostendi possit quamcumque aliam rectam lineam ex K eductam ipsi B D parallelam videri, fit per 30. primi Euclidis vt ipsę etiam inter se parallelæ videantur; quod secundò propositum erat.

PROPOSITIO LXX. THEOREMA. E

Omnium item, quæ intra circuli peripheriam ipsi B D *ad rectos angulos applicantur, aio maximam videri* A C, *quæ per* H *centrum apparentis ellipseos transit.*

IN circulo A B C D esto H centrum apparentis ellipseos per propositionem 67. huius libri inuentum, ac per illud acta A C ipsi B D normalis, quam dico maximam apparere omnium illarum, quæ ipsi B D ad rectos angulos applicantur. Sumpta enim quacumque, puta L R, ostendendum est hanc ipsâ A C minorem apparere. Ductis A K & K C per 17. tertij Euclid. quæ F
circulum contingant: quoniam per 16. tertij Euclidis K C extra circulum cadit, quòd præter hanc nulla alia duci possit à K B remotior, quæ ad circulum pertineat; in locum verò inter rectam lineam K C & circuli peripheriam comprehensum altera recta linea non cadit per eamdem 16. tertij Euclidis; fit vt quæcumq; alia, præter K C, ad circulum ducitur, vt K L ipsum necessariò secet, idque duobus in locis L & X, ac proinde X L intra circulum cadat necesse est per 2. tertij Euclidis. Oportet item duo illa puncta ad vtramque partem ipsius contactus C existere: nam cùm K C maxima sit omnium illarum quæ ex K ad conuexam peripheriam attinguntur, breuissima autem illarum quæ in-

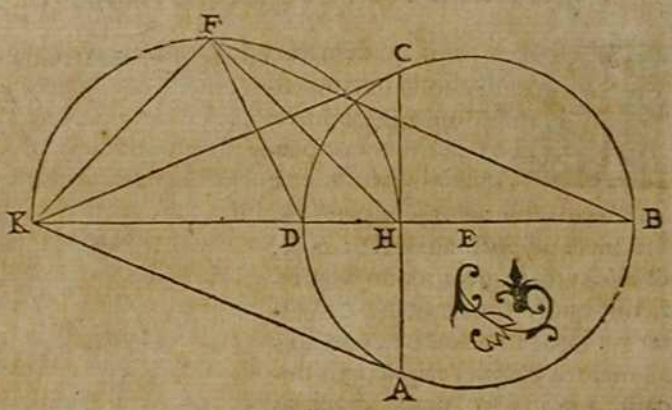
tra

A tra circulum cadunt, vt lemmate 25. est demonstratum, maior erit K L quàm K C, & K X quàm K C minor. Igitur K L ipsam quoque A C secat in N, & similiter K R eamdem A C secat in Q, ac proinde minor est N Q ipsa A C: at N Q æqualis apparet ipsi L R. Nam suprà prop 69. ostensum est omnes quæ ex K ad circuli peripheriam educuntur, parallelas videri: ergo parallelæ apparent L N & R Q. Videntur autem L N & R Q æquales. Cùm enim in triangulis L F N & R F Q latus L F lateri R F iam antè ostensum sit æquale, sitque latus L N lateri R Q æquale propter triangulorum L K R & N K Q similitudinem, item per 8. primi Euclidis & angulus F L N angulo F R Q æqualis, (quoniam in triangulis L F K & R F K latera L F & L K lateribus R F & R K vtrumque vtrique æqualia sunt,
B basisque F K communis) erit per 4. primi Euclid. & angulus L F N angulo R F Q æqualis: quare per 10. huius L N ipsi R Q æqualis videbitur. Quocirca L R, & N Q, quæ illas connectunt, æquales apparebunt per 33. primi Euclidis. Verùm N Q minor apparet quàm A C: quoniam angulus N F Q angulo A F C minor est, vt pars toto. Igitur & L R ipsa A C apparet minor. Cumque in ceteris eadem sit demonstratio, perspicuè sequitur A C maximam apparere omnium illarum, quæ intra circuli ambitum ad rectos ipsi B D angulos applicantur; quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO LXXI. PROBLEMA.

Visui locum designare, vnde datus circulus ellipsis appareat,
C ### *centrum habens intra circuli peripheriam datum.*

DATVS sit circulus A B C D ex centro E descriptus, in eoque sit datum punctũ H; oporteat autem locum visui inuenire, ex quo circulus A B C D ellipsis appareat, cuius centrũ sit H punctum intra circuli peripheriam datum. Iun-



D gatur H E, quæ vtrimque in circumferentiam producatur ad signa B & D, & à D vlteriùs infinitè extendatur versus partẽ K. Rursus per H perpendicularis ipsi B D agatur A C per 11. primi Euclidis quæ circulum secet in A & C, è quibus punctis ad B D productam ad partem K applicentur contingentes A K & C K: ac demum super H K velut diametro semicirculus describatur ad planum dati circuli rectus.

His ita constructis, dico è quouis puncto semicirculi H F K, exempli causa, ex F pro-
E positum circulum A B C D ellipsin videri, cuius centrum sit H datum. Iunctis enim F B, F H, F D, & F K, quoniam ob lineas contingentes A K & C K, quemadmodum B K ad K D, ita est B H ad H D per 22. lemma, & H F K angulus rectus est per 31. tertij Euclidis, quia in semicirculo, erit angulus B F H angulo H F D æqualis per primam conuersionem lemmatis vigesimi quarti: quare B H ipsi H D æqualis videtur. Constat autem & H A ipsi H C videri æqualem, & cetera huic aspectui obuenire, quæ hactenus demonstrauimus. Igitur in quouis puncto semicirculi H F K locus existit, vnde datus circulus A B C D ellipsis apparet, centrum habens H datum; quod erat postulatum.

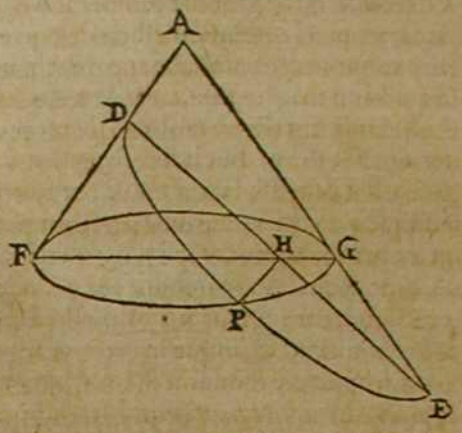
PROPOSITIO LXXII. THEOREMA.

F ### *Vti circulus obliquè visus ellipsis, ita vicissim ellipsis quodam oculi situ vt circulus apparet.*

EX libri secundi definitione 7. & propositione 38. constat radium opticum, quo circulus planè seu directè obuersus aspicitur, conum esse. In cono autem si obliqua quædam sectio animo designetur, siue ellipsis, siue parabole, siue hyperbole, hanc perspicuum est oculo in vertice coni collocato velut circulum apparere: siquidem vniuersus conus ex vertice speculatus, circuli formam oculo exhibet. Quare datis extremis ellipseos diametris, si co-

nus perficiatur basin habens circulum, in cuius sectionem aliquam data ellipsis quadret, oculo in huius coni vertice posito, ellipsis circuli in morem videbitur. A

Exempli gratia, si conus A F G, cuius recta basis circulus F P G datam capiat ellipsin D P E, cuius maxima quidem diametrus D E, minimæ verò pars media H P, dubiũ non est, oculo in A coni vertice constituto, vnum eumdémque esse ellipsis & circuli aspectum Nam radij omnes qui per puncta arcus D P ab oculo A emittuntur, in basis quoque peripheriam F P procidunt; qui autem ad arcum P E destinantur, per P G basis circumferentiam transeunt, propterea scilicet, quòd coni superficies, excepta basi, circuli F P G & ellipseos D P E figuras ambiat. Quoniam igitur distantiæ extremorum signorum D & E vno oculo non perpenduntur per primam propositionem libri tertij, fit vt tota ellipsis D P E obliquè ab oculo A spectata circulari forma appareat, quemadmodum & basis F P G quæ directè oculo obuersatur.

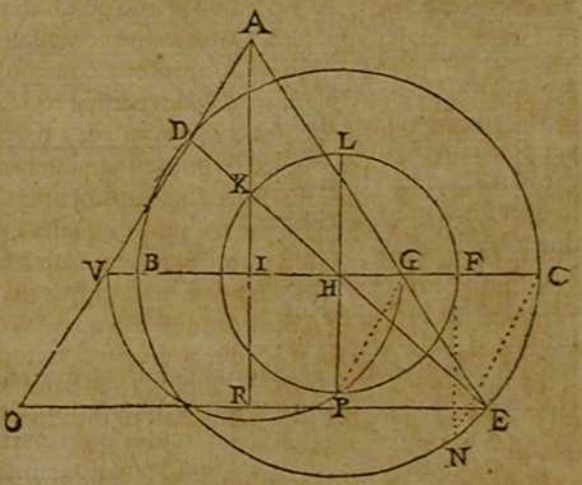


B

PROPOSITIO LXXIII. PROBLEMA. C

Visui locum reperire, ex quo ellipsis vt circulus appareat.

PRIMO quidem non sint ellipseos extremæ dimetientes positione datæ; sit autem maxima illarum æqualis lineæ B C, minima verò æqualis lineæ L P: quæ ita committantur vt se mutuò bifariàm & ad normam secent in H, & circa vtramque circulus describatur, quorum alter sit B D C E, alter P K L F. His peractis ex puncto F ad maioris circuli peripheriam ducatur F N ipsi B C perpendicularis per 11. primi Euclidis, quæ & ipsi L P parallela erit per 28. primi Euclidis, iunganturque N C, & huic parallela excitetur ex puncto P, nempe P G per 31. primi Euclidis.



D

E

hæc triangulum perficiet H P G triangulo F N C æquiangulum: siquidem anguli P H G & N F C recti sunt ex constructione; H G P verò & F C N æquales per 29. primi Euclidis; igitur & reliqui H P G & F N C per 32. primi Euclidis inter se æquales erunt. quare per 4. sexti Euclidis vt F N ad F C, ita est H P ad H G. Accepto itaque centro I in recta linea B C, per duo puncta G & P semicirculus describatur G P V. Quoniam igitur vtraque H P & F N ipsi B C est perpendicularis, erit per 8. & 13. sexti Euclidis F N inter C F & F B, item H P inter G H & H V, proportione media: cumq; ostensum iam sit vt F C ad F N, ita esse H G ad H P; erit quoque vt F N ad F B, ita H P ad H V; ideoque & ex æqualitate vt C F ad F B, sic G H ad H V per 22. quinti Euclidis. Porrò per punctum I perpendicularis ipsi B C agatur A R, ipsiq; L P parallela, quæ minoris circuli peripheriam secet in K, iunctaq; K H vtrimque producatur donec maioris circuli peripheriæ occurrat ad signa D & E; ex E item ducatur E O æquè à B disiuncta, & per D & V recta producatur, quæ altera parte occurrat lineæ E O in O, altera verò lineæ A R in A. Denique A E iungatur, factumq; erit propositum. nam A locus erit ex quo ellipsis cuius maxima diametrus D E ipsi B C æqualis, minima verò L P, vt circulus apparet. Quoniam enim A I per centrum circuli G P V transit, perspicuum est ipsam G V ab A R bifariàm dissecari: sed G V secat ipsam quoque D E bifariam, quia per centrum H maioris circuli incedit: igitur D E in K, & G V in H secundum eamdem rationem diuiduntur. id verò cùm triangulo accidat per 27.

F

lemma,

A lemma, necesse est rectam AE per G transire. Finge itaque AOE coni sectionem esse per axem AK, GPV verò sectionem basi parallelam; quæ cùm circulus sit, erit & basis circulus, cuius diametrus EO per 4. primi Conicorum Apollonij. Rursus quoniam GV secat ipsam DE bifariàm in H, erit HP communi sectioni ellipseos & circuli GPV æqualis; ac proinde æqualis etiam minimæ semidiametro ellipseos propositæ, velut DE æqualis est toti diametro maximæ BC; quod erat demonstrandum.

Deinde sint extremæ dimetientes ellipsis etiam positione datæ BC & LP, facile erit ex iam demonstratis conficere propositum. Nam si super BC ceu basi triangulum constituatur triangulo DAE simile, erit in ipsius vertice locus postulatus, ex quo nimirum
B ellipsis, cuius extremæ diametri sunt positione datæ BC & LP, circuli instar apparebit, vt ex dictis constat.

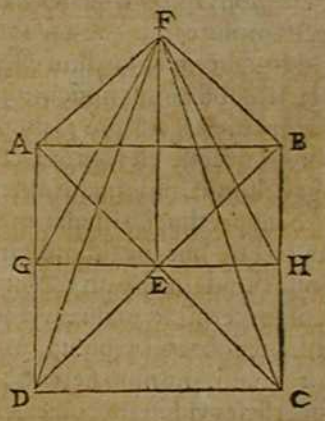
QVADRATVM.

PROPOSITIO LXXIV. THEOREMA.

Si visus positus fuerit in linea è centro quadrati normaliter excitatæ, ipsius quadrati latera æqualia apparebunt, sed & dimetientes æquales.

C

SIT quadratum AC, ex cuius centro E recta ad normam excitetur ipsi quadrati plano per 11. vndecimi Euclidis: in qua visus ponatur ad signum F vtcumque assumptum: ab F verò radij prosiliant FA, FB, FC, & FD: dico primò quadrati propositi latera æqualia apparere. Quia namque æquales sunt EA, EB, EC, & ED, estque EF omnibus communis, & anguli circum EF ad planum æquales nempe recti, erunt per 4. primi Euclidis & bases FA, FB, FC, & FD æquales.

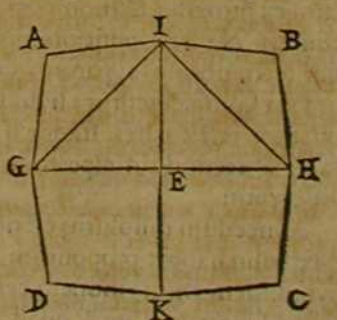


D sed & AB, BC, BD, & DA ex hypothesi æqualia inter se sunt: igitur per 8. primi Euclidis æquales sunt anguli AFB, BFC, CFD, & DFA: quare per 10. huius æqualia spectantur quadrati latera; quod primò erat demonstrandum.

Deinde aio & ipsos dimetientes æquales apparere. cùm enim ostensum iam sit radios omnes ab F ad A, B, C, & D procidentes æquales inter se esse, erunt per 2. communem notionem Euclidis bini AF & FC, binis BF & FD æquales: sunt verò & bases AC & BD æquales; igitur per 8. primi Euclidis & anguli AFC, BFD, quibus dimetientes conspiciuntur æquales: quare & ipsæ æquales appparent per 10. huius; quod secundò erat demonstrandum.

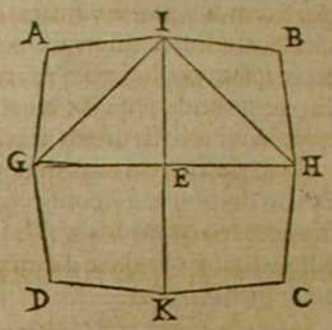
E Hinc fit, vt ea oculi constitutione quadratum in propria ac naturali forma conspiciatur. nam in eo positum est naturale quadrati schema, quòd & latera & angulos æquales habeat: at latera æqualia spectari iam ostensum est. Quod verò & anguli æquales appareant, sic demonstratur: In triangulis ABC & BAD latera AB & BC lateribus BA & AD æqualia videntur, per ea quæ iam demonstrata sunt: sed & basis AC basi BD per eadem iam demõstrata apparet æqualis: igitur per 8. primi Euclidis & ABC angulus angulo BAD æqualis apparet. Quare in propria ac naturali forma quadratum conspicitur.

Non leuis in speciem difficultas obiici hoc loco potest. Nam quæ per centrum quadrati aguntur rectæ lineæ
F GH & IK lateribus parallelæ, ex maioribus angulis spectantur quàm latera, ac propterea maiores etiam lateribus ipsis apparent. Ex quo illud sequi videtur absurdum sane ac etiam impossibile, recta quadrati latera infracta apparere, quemadmodum præsens paradigma ostendit.



Quòd verò GH maiori angulo spectetur quàm AB, ex priori delineatione ita potest demonstrari: Cum EF quadrati plano rectis insistat angulis, sitque EG ad ipsam AD in eodem quadrati plano ductam posita normalis, erit eadem AD ad FG quoque perpendicularis per 15. lemma. Rectus igitur est angulus AGF:

similiter & B H F rectus ostendetur. Quare in triangulis A F G & B F H erit per 9. lemma A
angulus G F H, qui minoribus cruribus continetur, maior angulo A F B, qui maioribus. Ex quo tandem fit per 10. huius, vt A B minor conspiciatur quàm G H: ideoque & D C quàm G H minor conspicietur. & si per idem centrum E ducatur I K ipsi A D parallela, eodem modo ostendetur latera A D & B C ipsa I K minora apparere.



Ex his ita præmonstratis haud erit difficile ostendere A B nequaquam vt rectam lineam apparere, sed in I fractam videri. Iam enim constat A I in præsenti schemate minorem apparere ipsa G E, & A G ipsa I E minorem; apparent autem A I & A G inter se æquales. ducta igitur G I, B
quoniam triangula A I G & E I G in eadem sunt basi I G constituta, & sunt latera A I & A G lateribus I E & E G secundùm aspectum minora, erunt quadrata ex I E & E G quadratis ex A I & A G maiora: sed quadratis ex I E & E G æquale est quadratum ex I G per 47. primi Euclidis; quòd angulus I E G rectus sit, rectúsque appareat per 51. huius. Igitur quadratum ex I G quadratis ex A I & A G maius est. Quare per conuersionem 12. secundi Euclidis, angulus I A G obtusus est, ac proinde angulus A I G minor est semirecto, cùm per 32. primi Euclidis omnes tres anguli trianguli I A G duobus rectis sint pares. Adiecto igitur semirecto G I E, erit totus A I E angulus recto minor: sic & B I E recto C
minor ostendetur. Igitur A B non est recta linea. Si enim recta esset, quæ in eam incidit E I duobus rectis æquales angulos efficeret per 13. primi Euclidis, facit autem duobus rectis minores: itaque A B non videtur recta linea, sed in angulum obtusum fracta.

Hoc autem absurdum esse, ac de numero eorum quæ fieri nequeunt, ex eo cognosci potest, quòd radius opticus, quo recta linea directè vel obliquè obuersa spectatur, sit plana superficies, vt libro 2. propositione 2. docuimus. Hanc autem vt rectam lineam apparere necesse est: igitur recta linea per simplex medium spectata (quod semper intelligi volumus) numquam aliter quàm vt recta linea apparere potest.

Scio per diuersa media rerum species distinctis sæpe radiis ad oculos penetrare, atque ita rectam lineam subinde inflexam videri, vt in aqua remum. Scio pro situs ratione D
posse eamdem lineam minorem quàm reipsa sit, aut magis in dextram sinistrámve protensam cerni: item duas vnius instar, cùm nimirum in eadem sunt superficie perpendiculariter obtutui expositâ. At vnam oculo vno fractam apparere, atq; in angulum conformatam, omnino fieri non potest. iunctis namque extremis per aliam rectam lineam superficies videretur, quæ in rebus non est: impossibile. In ceteris deceptionibus latet semper aliquid, quo prætermisso reliquum falsò conspicitur; nam falso simulachro necesse est eam aliter apparere quàm reuerà sit. Ita cùm superficies perpendiculariter aspectui obiicitur, eius vnica tantùm linea, quæ visui proxima est, videtur, ceteræ autem omnes obliteſcunt; vnde efficitur vt lineæ instar tota superficies conspiciatur: at vt de nouo res aliqua videatur quæ non extat, impossibile est: non igitur recta linea per sim- E
plex medium vnoque oculo fracta potest apparere. Deinde huic rationi manifesta succedit experientia. nemo enim qui quadratum directò intueatur, fracta eius latera arbitratur, sed potiùs ex æquo suas inter partes exposita perspicuè videt.

Respondeo hoc fallaciæ genus ex illis esse quæ necessariò eueniunt, quemadmodum & illud, quæ longiùs absunt minora apparere, atque alia innumera; in quibus ferè solet ratio aliud iudicare quàm oculus sentiat. Fracta videri quadrati latera è loco F spectata, cùm ex proxima demonstratione, tum ex 51. & 53. propositione huius libri manifestè constat. Nam propositionibus illis ostensum est, singulos quadrati angulos, cùm reipsa sint recti, obtusos apparere. quod sanè numquam accideret si latera recta minimeque F
inflexa conspicerentur: siquidem omnes quadrati angulos aut rectos esse oportet, aut quatuor rectis pares. Itaque si omnes quadrati anguli obtusi cernantur, necesse est latera ipsa secundùm aspectum inflecti, ac propius congredi quàm si recti illi omnes viderentur.

At needum dissolutus est nodus. Si namque mente concipias pyramidem opticam, quæ basin habeat propositum quadratum, verticem autem ipsius oculi centrum (per pyramidem enim visionem celebrari libro 2. propos. 38. docuimus) vti singulæ pyramidis superficies, ita & quadrati latera vt rectæ lineæ conspiciuntur, quandoquidem vnus sit idemque quadrati & pyramidis opticæ aspectus.

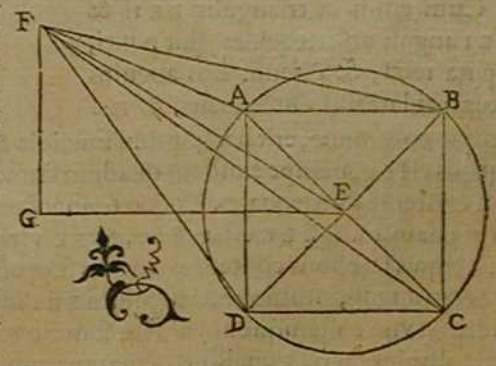
Dicen-

A Dicendum ergo non modò ipsius quadrati latera, sed etiam radiosas illas superficies quæ pyramidẽ claudunt fractas videri; non ea tamen ratione, vt externus oculus à vero aberrans mentem quoque ipsam in eumdem errorem pertrahat: mens enim necessariæ fallaciæ assueta, tum rectam æstimat propositã lineam cùm ea ita cernitur, quemadmodum externus sensus eam intueri est natus, vt propos. 15. libri tertij diximus. Pro ampliore huius difficultatis explicatione consule, si placet, propositionem 44. huius libri, vbi in parallelarum aspectu similis fallacia proposita est & explicata.

PROPOSITIO LXXV. THEOREMA.

B *Si oculus positus fuerit in extremitate lineæ obliquè incidentis in centrum spectati quadrati, eaq; semidiametro quadrati æqualis fuerit, æqualis vtraque diametrus videbitur; sin autem vel maior fuerit vel minor, angulosq; fecerit inæquales, & diametri inæquales apparebunt.*

C IN centrum E quadrati A B C D obliquè procidat F E, in cuius extremitate constitutus est oculus ad signum F, sitque F E primùm ipsi E A semidiametro quadrati æqualis: dico A C & B D æquales apparere. Iunctis enim F A & F C, quoniã æqualis est F E ipsis E A & E C, erunt puncta A, F, & C in semicirculo, cuius centrum E per circuli definitionem. itaque per 31. tertij Euclidis, angulus A F C rectus erit. Eodemque modo rectus ostendetur B F D: igitur æquales apparẽt diame-



D tri A C & B D; quod primò erat propositũ.

Sit deinde F E semidiametro E A vel maior vel minor; faciat autem cum A C & B D diametris, angulos F E A & F E C angulis F E B & F E D vtrumque vtrique æquales: dico dimetientes A C & B D æquales ex loco F conspici: si verò inæquales angulos F E cum dimetientibus A C & B D fecerit, dico ipsas inæquales apparere.

Finge namque circa quadratum A B C D descriptum circulum per 9. quarti Euclidis, erunt igitur quadrati & circuli dimetientes eædem A C & B D. Quare cùm ex demonstratis propos. 64. & 65. huius constet diametros circuli, cum quibus æquos angulos facit ea quæ ab oculo in centrum obliquè pertinet, æquales videri; illas verò inæquales, cum quibus eadem obliquè incidens linea angulos facit inæquales: idem de quadrati

E diametris probatum relinquitur; quod erat propositum.

PROPOSITIO LXXVI. THEOREMA.

Et semidiametri illæ æquales apparent, cum quibus eadem F E *obliquè in centrum quadrati pertinens æquos angulos facit.*

F EST O enim vt suprà quadratum A B C D, in cuius centrum E visus è loco F obliquè procidat, sitque angulus F E A angulo F E D æqualis: dico semidiametros A E & E D videri æquales. Cùm enim in triangulis F E A & F E D æquales ponantur anguli F E A & F E D, sintque circum hos ipsos latera æqualia, nempe A E ipsi E D, & F E vtrique commune, erunt per 4. primi Euclidis, & bases, & qui iuxta bases sunt anguli, æquales. Ergo angulus A F E ipsi E F D angulo æqualis est, ac proinde per 10. huius æquales apparent A E & E D; quod erat demonstrandum.

Simili autem modo demonstrabimus & B E ipsi E C æqualem apparere, quòd nimirum circa æquales angulos F E B & F E C latera consistant æqualia, nimirum B E ipsi E C, & F E commune vtrique. Igitur per eamdem 4. primi Euclid. æquales sunt anguli B F E & E F C, quibus B E & E C æquales spectari necesse est per decimam huius libri propos.

PRO-

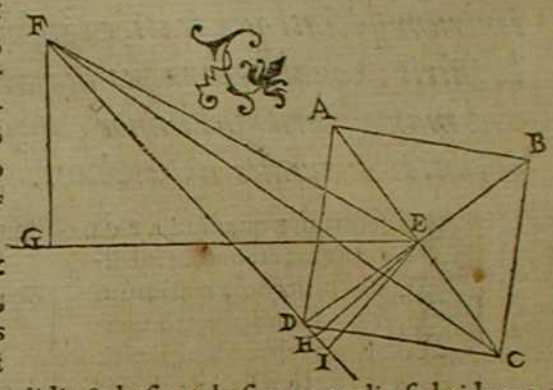
A

PROPOSITIO LXXVII. THEOREMA.

Si verò FE *inæquales angulos cum ſemidiametris quadrati effecerit, quandoque æquales illæ, quandoque maior illa cum qua maiorem angulum* FE *fecerit, aliàs minor hæc eadem conſpicietur.*

SVNTO inæquales anguli, maior quidem FEC, minor verò FED, quos FE cum ſemidiametris EC & ED efficit: ductáque ex E ad FD longiùs protenſam perpendiculari EH per 12. primi Euclidis, fiat HI ipſi DH æqualis, iungaturque EI. Si ea anguli portio, qua FEC angulus angulum FED ſuperat, æqualis ſit angulo DEI: dico ſemidiametros EC & ED ex loco F æquales apparere.

B



Cùm enim in triangulis DEH & HEI anguli ad H æquales ſint poſiti, vtputa recti, & circum hos angulos latus DH lateri HI ſit æquale, & HE vtrique commune, erit per 4. primi Euclidis & baſis IE baſi DE æqualis: ſed eidem DE æqualis eſt EC, nempe eiuſdem quadrati ſemidiametri; igitur per vulgatum axioma IE & EC inter ſe ſunt æquales. Ex quo triangulum FEC triangulo FEI æquale eſſe conuincitur: nam IE ipſi EC eſt æquale; & FE vtrique commune; anguluſque FEI angulo FEC æquis lateribus contentus æqualis ſupponitur. Ergo & FI baſis baſi FC eſt æqualis, ac ceteri anguli, totumque triangulum FEI toti triangulo FEC æquale per 4. primi Euclidis. At vno eodemque angulo ſpectatur DE & EI. Itaque DE & EC æquales apparent per 10. huius, quòd æqualibus cernantur angulis.

C

D

Quòd ſi ea ſit anguli FEC ad angulum FED proportio, vt triangulo FEC ad planum trianguli FED applicato EC non iam in lineam EI vtrante, ſed intra DE & EI cadat: dico maiorem apparere EC quàm DE; minorem autem ſi eadem EC extrà DE & EI incidat. Quod quia manifeſtam habet demonſtrationem, eam Lectori perficiendam cauſa breuitatis relinquo.

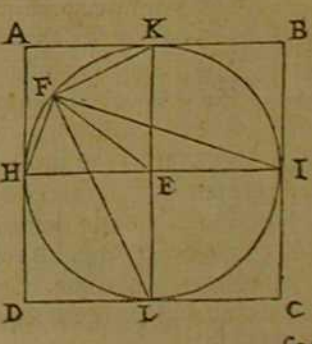
Ex quo fit, vt ſi FE ſemidiametro quadrati minor fuerit, ſemper quoque minor illa ſemidiametrus videatur, cum qua eadem FE maiorem angulum facit: ſi autem maior fuerit FE ſemidiametro quadrati, quandoque maior, quandoque minor, quandoque æqualis illa, cum qua FE maiorem facit angulum, ſemidiametrus apparebit.

E

PROPOSITIO LXXVIII. THEOREMA.

Rurſus ſi ea quæ ab oculo in centrũ quadrati obliquè incidit, dimidio lateri æqualis fuerit; illæ quoque lineæ æquales apparebunt, quæ per centrum ad oppoſita latera perpendiculares ducuntur.

ESTO vt ſuprà quadratum ABCD, in cuius centrum E procidens FE, æqualis ſit dimidio lateri AH vel AK: dico HI & KL, quæ ad oppoſita latera AB & DC, item AD & BC per centrum perpendiculares ducuntur, æquales apparere. Si namque circulus ipſi quadrato inſcribatur per 8. quarti Euclidis, quoniam eædem quæ per centrum ducuntur HI & KL, ſunt etiam circuli ipſius diametri; fit vt quemadmodum circuli diametri hoc aſpectu æquales apparent, quòd ſuperiùs propoſitione 63. eſt demonſtratum, ſic etiam quæ per centrum ad oppo-



F

ſita

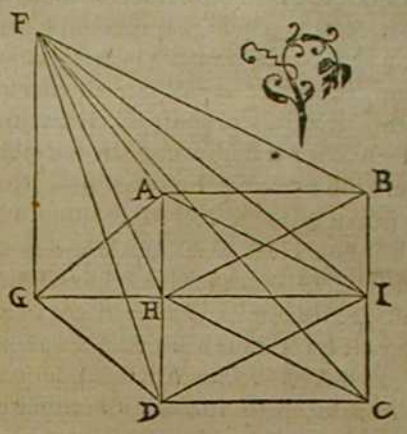
A sita latera quadrati perpendiculares ducuntur, æquales videantur; quod breuitatis studio Lectori examinandum relinquo.

PROPOSITIO LXXIX. THEOREMA.

Quadratum obliquè aspectatum, nec æquilaterum, nec parallelogrammum videtur, nec eius oppositi anguli æquales.

DVOBVS præcipuè modis aspectari obliquè potest quadratum schema.

B Primò si ab oculo F in duo eius latera, puta A D & B C, ad medietates illorum H & I radij optici normaliter incidant, sic vt directè illa obtutui exhibeantur. Quo aspectu aio latera A B & D C apparere æqualia: B C verò & A D parallela quidem, sed B C quàm A D minus: angulosque ad A & D acutos, & inter se æquales: reliquos autem, qui ad B & C æquales item, at obtusos videri: quæ deinceps sigillatim sunt demonstranda.



C Cùm in triangulis F H A & F H D latus H A lateri H D sit æquale ex hypothesi, ac latus H F vtrique commune, angulique F H A & F H D æquis lateribus comprehensi æquales, nimirum suppositione recti, erit per 4. primi Euclidis & basis F A basi F D æqualis: eodemque modo & F B ipsi F C par esse ostendetur. Igitur in triangulis A F B & D F C duo æqualia sunt latera, vtrumque vtrique, hoc est F A ipsi F D, & F B ipsi F C: sed & basis A B basi D C est æqualis ex natura quadrati: itaque per 8. primi Euclidis & angulus A F B angulo D F C æqualis erit, & per 10. huius æqualis spectabitur A B ipsi D C; quod primò propositū fuit.

Deinde quoniam F H & I H ipsi A D perpendiculares positæ sunt, si producatur I H in G, quæ ex F ad I G perpendicularis demittitur, & plano in quo est quadratum A B C D

D recta erit: nam iunctis A G & G D, quadratum, quod ex F D, æquale est quadratis duarum F H & H D per 47. primi Euclidis: sed quod ex F H, est æquale iis quæ ex F G & G H quadratis, quòd angulus F G H rectus sit positus. Igitur ex F D quadratum tribus, quæ ex F G, G H, & H D, est æquale: at quadrata duarum G H & H D, ei quod ex G D sunt æqualia: ergo quod ex F D æquale est duobus quæ ex F G & G D fiunt quadratis. Quare per conuersam 47. primi Euclidis, angulus F G D rectus est. eodemq; modo & F G A angulus rectus ostendi potest. Itaque per 4. vndecimi Euclidis F G ad planum quod per A G & G D ducitur, recta erit: sed cùm F G ipsi quoque G I ad rectos posita sit angulos, erunt per 5. vndecimi Euclidis, tres lineę G A, G I, & G D in vno omnes plano: at G I in eodem est plano, in quo & quadratum A B C D: igitur F G ad idem planum recta erit. Quocirca an-

E guli I H A & H I B recti apparebunt, hic quidem per 49. huius, ille verò per 48. Ac eapropter per 28. primi Euclidis parallelæ videbuntur A D & B C.

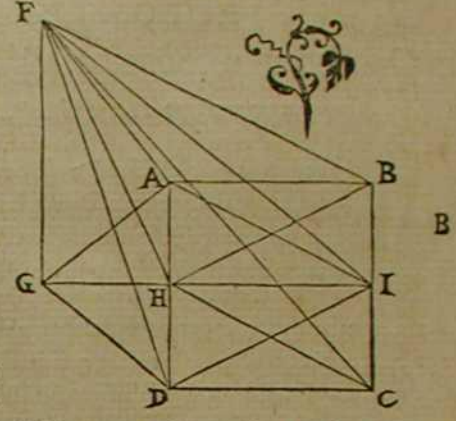
Iam verò quod B C ipsâ A D minor spectetur, ex 9. lemmate conuincitur. Cùm enim Isosceles sint A F D & B F C triangula, & propter obliquitatem aspectus angulus F H I angulo F I H sit maior, erit per 19. primi Euclidis latus F I latere F H maius. Quare erunt & F B, F C, ipsis F A, F D maiora: nam per 47. primi Euclid. F C potest id quod F I & I C; F D verò potest id quod F H & H D: sed cùm æqualis sit I C ipsi H D, & F I ipsâ F H maior, erit quoque duarum F I & I C potestas maior quàm duarum F H & H D: quare & ipsius F C potestas maior est quàm F D, ideoque F C quàm F D longitudine est maior. Nam quę

F plus potest maior est illa quæ potest minus. Sic & F B quàm F A maior ostendi potest: igitur longiore interuallo distat B C à visu F quàm A D. Quocirca per supracitatum 9. lemma maior est angulus B F C angulo A F D: atque ideò per 10. huius minor spectatur B C quàm A D; quod erat demonstrandum.

Rursus quòd anguli A D C & D A B acuti appareant, ex propositione 53. libri huius per se liquet. Cùm enim G D, cui ad punctum G perpendicularis insistit, quæ oculum defert, per anguli A D C verticem transeat, non tamen ipsum angulum secet, perspicuum est ex iis quæ eo loci sunt demonstrata in ea oculi constitutione angulum A D C recto minorem videri: sed eadem est in angulo D A B demonstratio: acutus igitur vterque apparet; quod erat propositum.

Quòd

Quòd autem æquales inter se spectentur hi ipsi anguli A D C & D A B, ex eo primùm A
suaderi potest, quòd idem sit ad vtrumque angulum oculi situs: deinde triangula A H B
& D H C æquilatera spectantur; igitur & æquiangula per 8. primi Euclidis. Assumptio ex partibus facilè demostrabitur: nam in triangulis F H A & F H D æqualia sunt latera A H & H D, latusque F H commune vtrique, & angulus F H A angulo F H D æqualis. Igitur per 4. primi Euclidis & angulus A F H angulo H F D æqualis erit. Quare A H & H D æquales apparebunt per 10. huius: A B verò & D C æqualia videri iam proximè ostẽsum est. Sic & H B & H C æqualia spectari per 8. primi Euclidis probari potest: nam in triangulis H F B & H F C commune vtrique est latus F H; F B verò ipsi F C iam priùs ostensum est æquale: sed & basin H B basi H C æqualem testatur 4. primi Euclidis: quia A H & A B ipsis D H & D C æqualia sunt, & his contenti anguli H A B & H D C recti: igitur æqualis est angulus H F B angulo H F C. Ideoque æquales spectantur H B & H C, ac tota triangula H A B & H D C æquilatera, quod erat assumptum. Æquales igitur inter se spectantur A D C & D A B anguli; quod erat probandum. C

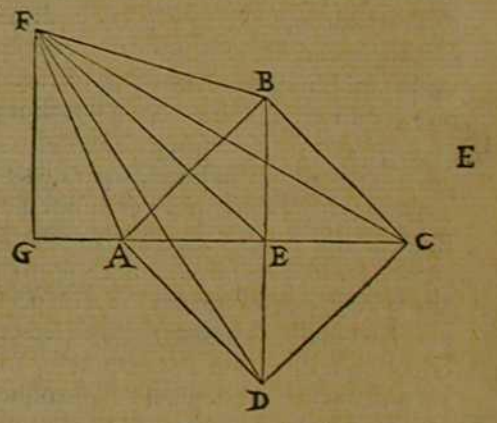


B

Præterea obtusos videri reliquos A B C & D C B angulos, ex eadem propos. 53. huius libri patet. Quoniam enim ea quæ ex puncto G (cui perpendicularis insistit oculum F deferens) ad C verticem anguli D C B ducitur, ipsum angulum secat, fit vt angulus D C B qui rectus est, è loco F maior recto appareat: sed eodem modo A B C rectus angulus maior apparet recto. Igitur obtusus spectatur vterque angulorum A B C & D C B; quod erat propositum.

Sed & æquales iidem anguli A B C & D C B apparent; quod eodem modo probabitur, quemadmodum A D C & D A B æquales apparere paulò antè est demonstratum. Ductis enim A I & I D æquilatera videri triangula A B I & D C I per 4. & 8. primi Euclid. ostendemus vt suprà, quare æquiangula conspicientur: igitur æquales apparent anguli A B C D
& D C B; quod vltimo loco fuit propositum. Hæc de primo quadrati aspectu dicta sufficiant: cetera enim quæ eidem accidunt phœnomena, facilè studiosus Lector ex horum comparatione colliget.

Secundo modo obliquè videri quadratum potest, si nimirum ea quæ ab oculo ad planum, in quo est quadratum, perpendicularis demittitur, in alteram dimetientem productam cadat, sic vt altera saltem directè aspectui obiiciatur. Vt si quadratum expositum sit A B C D cuius diametrus A C producatur, si opus fuerit in G, visus autem eo loci sit constitutus, vnde demissa A G recta ad planum, in quo est quadratum, incidat in productam dimetientem A C ad signum G: dico hac oculi constitutione A B & A D æquales videri, itemq; B C & D C æquales: at B C & D C ipsis A B & A D minores; angulum verò B C D angulo B A D maiorem, sed vtrumque obtusum: A B C autem & A D C acutum vtrumque, sed æquales. Rursus si F E quàm A E maior sit, minorem aio apparere diametrum A C quàm B D: at contrà, si minor sit F E quàm A E, dico A C quàm B D spectari maiorem. quæ omnia, vti priùs, suo quæque F
ordine sunt demonstranda.



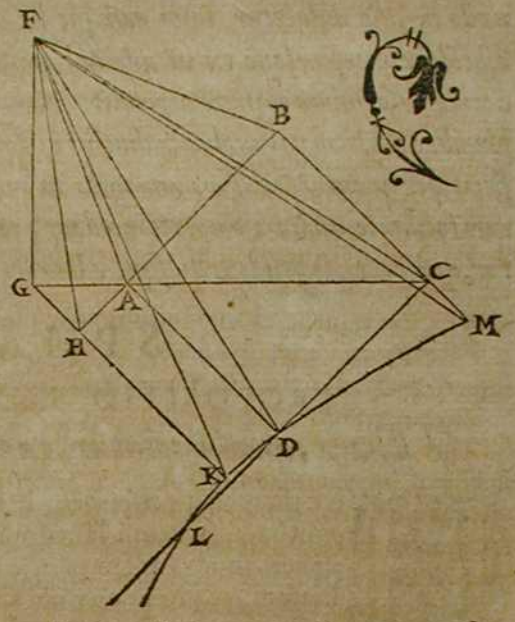
Primùm igitur A B & A D æquales videri, in hunc modum potest demonstrari: In triangulis F E B & F E D latus E B lateri E D est æquale ex natura quadrati, & latus F E vtrique commune, angulusque F E B æquis lateribus comprehensus angulo F E D æqualis: quia rectus vterque ex hypothesi: igitur per 4. primi Euclidis & basis F B basi F D est æqualis. Rursus in triangulis F A B & F A D latera F B & B A lateribus F D & D A æqualia sunt, vtrumque vtrique, hoc est F B ipsi F D per iam factam demonstrationem, B A verò ipsi D A per quadrati definitionem: porrò F A commune est vtrique. Æquilatera igitur

sunt

A sunt ipsa triangula F A B & F A D, quòd æqualia latera & proportionalia habeant. Itaque per 5. sexti Euclid. eadem triangula sunt & æquiangula, æqualesque sunt anguli A F B & A F D, quibus æqualia latera A B & A D subtenduntur. Quocirca per 10. huius æqualia spectantur A B & A D; quod primò propositum fuit.

Eodem verò modo ostendentur triangula C F B & C F D æquilatera & æquiangula esse: igitur & B C ipsi C D æqualis videtur; quod secundo loco erat demonstrandum.

Tum B C & C D ipsis B A & A D minores apparere, sic demonstratur: Producta B A ad partem A infinite, ex G perpendicularis ipsi B A protractæ excitetur G H per 12.



B primi Euclid. quæ etiam versus K extendatur: quoniam per 47. huius præter rectam B H, altera, cuius interuallum æquale vndique spectatur, est sectio quædam coni. Sit iam ea per D descripta, ac literis signata L K D M, verticem habens in linea G H ad signum K, in quod incidat G K æquis ipsi sectioni angulis.

His itaque legibus descripta coni sectione L K D M, consequens est, vt eam C L C intersecet, idque duobus in locis, nempe in D ex constructione, & in L vbi est K L ipsi K D æqualis. Propinquior est igitur K ipsi B H quàm D, & D quàm M. At per eamdem 47. propositionem huius æquales apparent H K, A D, & B M: igitur B C, quæ vt pars totâ minor videtur quàm B M, ipsâ quoque A D apparet minor per 5. axioma ad 9. propositionem huius libri explicatum. Sed A B æqualis apparet eidem A D, quod paulò antè est demonstratum, igitur B C ipsâ etiam A B minor apparet: cum- D que eodem modo ostendere possimus C D ipsâ A D minorem videri, probatum relinquitur B C & C D ipsis A B & A D minores spectari; quod erat probandum.

Præterea angulum B C D angulo B A D maiorem cerni, sed vtrumque obtusum, ex propositione 51. huius potest demonstrari. Cùm enim recti sint anguli B C D & B A D, vtrumque verò bipartitò diuidat G C; profectò per iam citatam 51. propositionem huius, si F G quæ oculum defert, per lineam G C incedat, cùm in A peruenerit, minimus videbitur B A D; cumque in C, minimus ipse B C D angulus conspicietur: at per 52. huius ex loco A rectus apparet B A D angulus, vti & angulus B C D ex loco C apparet rectus; igitur ex loco G vterque apparet obtusus. Rursus cùm per eamdem suprà citatam 51. huius, quò longiùs F G à vertice anguli transfertur, eò ipse appareat maior, absitque F G E à C longiùs quàm ab A, consequens est, vt maior videatur B C D angulus angulo B A D; quod erat ostendendum.

Simili modo ostendemus angulos A B C & A D C acutos videri. Cùm enim eæ quæ ex G ad B & D extendi possunt extra ipsos angulos cadant, nec illos vllo modo secent, minores apparent ipsi anguli, si perpendicularis, quæ oculum defert, in G sistatur, quàm si in aliquo laterum A B vel A D angulos continentium per 53. huius; quòd G B & G D longiùs absint à B D, quæ vtrumque angulum bifariàm secat, quàm A B & A D: sed in A B posita perpendiculari oculum deferente rectus apparet A B C angulus per 48. huius; & similiter posita perpendiculari oculum deferente in linea A D rectus apparet angulus F A D C: itaque ex signo G, quod extra vtrumque angulum excurrit, minor recto vterque spectatur; ac ea propter acutus; quod erat propositum.

Æquales autem hos ipsos angulos A B C & A D C videri sic probatur: In triangulis A B C & A D C æqualia apparent latera A B & B C ipsis A D & D C, per ea quæ iam sunt demonstrata: & latus A C apparet commune vtrique: igitur & angulus A B C angulo A D C æqualis apparet per primum axioma ad 9. huius libri propositionem explicatum, adiuuante 8. primi Euclid.

Demum, si F E quàm A E maior sit, minorem apparere diametrum A C quàm B D; & contrà, si F E quàm A E sit minor, A C quàm B D spectari maiorem, ex ijs colligi potest quæ propositione 65. huius de circuli aspectu proposuimus. Si enim proposito qua-

drato circularis perimeter circumſcribatur per 9. quarti Euclidis, palàm eſt quoniam A
diametris A C & B D quadratum circuluſque conueniant. Eadem itaque in diametris quadrati erit demonſtratio, quæ in circuli diametris.

Hæc de quadrati aſpectu dicta ſufficiant. Cetera enim, quæ tum ex his, tum ex innumeris aliis diſpoſitionibus accidunt phænomena, facilè ſtudioſus Lector ex horum præceptione colliget. Ex quibus etiam in aliarum rectilinearum figurarum cognitionem nullo negotio inducetur. Cùm namque hæ omnes lineis atque angulis conſtent variè aſpectui obuerſis, ſanè ex iis quæ de linearum ſitu, deque angulorum obiectu ſuprà B
docuimus, omnium cognitio dependet. Nobis itaque, ne in re ſatis iam ſuperque compluribus theorematis explicata diutiùs quàm par eſt immoremur, viam aperuiſſe ſufficiat, per quam Matheſeos amatores in rerum arcanarum contemplationem non minori facilitate, quàm voluptate incedant; eamque ſcientiam exiguo labore adipiſcantur, quam meritò prudens quiſque admirari ac ſuſpicere debeat.

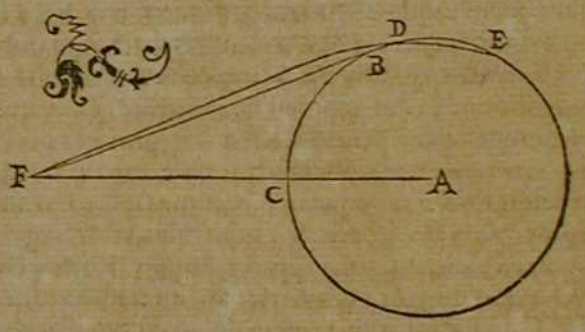
SPHÆRA.

PROPOSITIO LXXX. THEOREMA. C

Id ſphæræ, quod ſpectatur, radiis contingentibus, definitur.

HOC theorema perſpicuam habet rationem: nam qui ſphæram contingunt radij, maximi ſunt omnium illorum qui ad conuexam ſphęræ peripheriam ab eodem puncto duci poſſunt, vt lemmate 25. eſt demonſtratum; ac proinde extimi ſunt.

Si enim præter radium F B, exempli gratia, qui ſphæram ex centro A deſcriptam attingit in B, alia recta ad eamdem ſphæram exteriùs pertineret, hæc vel circulum contingeret, vel eum ſecaret. Si contingeret, aut in eodem puncto in quo F B, aut in alio, puta D, non vtique in eodem: ſic enim ab eodem puncto F ad idem punctum B, duæ rectæ lineæ ducerentur quæ ſpatium concluderent, quod impoſſibile eſt, & communi axiomati repugnans. Si in alio, nempe D; igitur per 16. tertij Euclid. in locum inter F D & circuli peripheriam D B C comprehenſum altera recta linea non caderet, quæ circulum non ſecaret; cadit autem per hypotheſin ipſa F B: igitur vel F B circulum non contingit, quod hypotheſi aduerſatur; vel F D ita extra circulum vagatur, vt ipſum neutiquam attingat.



D

E

Demus iam F D circulum ſecare, id profectò in duobus fiet locis, quæ gratia exempli ſint D & E: ergo per 36. tertij Euclidis, quod ſub tota ſecante F E & F D externa portione comprehenditur rectangulum, æquum eſt ei, quod ab F B tangente deſcribitur, quadrato. Quare per 17. ſexti Euclidis, vt F E ad F B, ita eſt eadem F B ad F D: ac proinde ſi maior ſit F E quàm F B, & F B quàm F D maior erit; cui repugnat 8. propoſ. tertij F
Euclidis: nam ſi F B extima non ſit, ſed ipſa exterior ſit F D, erit F D ab F A, quæ per centrum tranſit, remotior quàm F B. Si remotior, igitur & maior. At minor iam oſtenſa eſt; cumque impoſſibile ſit, vt & maior & minor ipſa F B eſſe queat, neceſſe eſt ipſam F B, & quæcumque demum aliæ maximum ſphæræ circulum contingunt, maximas & extimas eſſe. Quare hæ ipſæ eam ſphæræ portionem definiunt, quæ oculo exteriùs ad ſignum F conſtituto apparet; quod propoſitum erat demonſtrare.

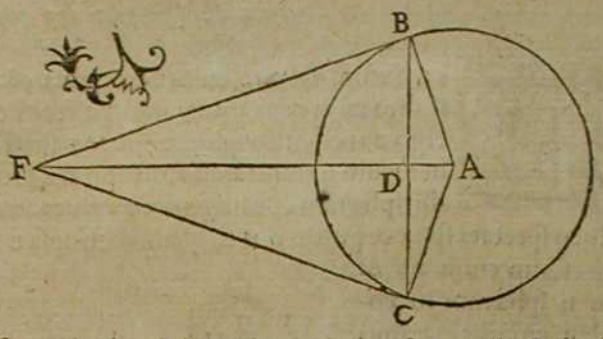
PRO-

A

PROPOSITIO LXXXI. THEOREMA.

Pars sphæræ visa circulo continetur.

SIT sphæra cuius centrum A, ad quam ab oculo F radij ducantur, qui ipsam contingant in circulo maximo ad signa B & C, iungaturque B C: Rursus ex F ad centrum A recta agatur F A, hæc ipsam B C ad rectos secabit angulos in signo D. Quoniam



B enim in triangulis F B A & F C A latera F B & F C circulum contingunt, erunt eadem inter se æqualia per 26. lemma. Sed A B quoque ipsi A C æquale est per circuli definitionem, quòd nimirum è centro A ad peripheriam maximi in sphæra circuli sint eductæ; basis autem F A communis est vtrique: igitur æquilatera sunt ipsa triangula F B A & F C A: ac proinde æquales habent

C eos angulos, quibus æqualia latera subtenduntur per 5. sexti Euclidis, hoc est B A D æqualem ipsi D A C; circa quos cùm iterùm æqualia sint latera B A ipsi A C, A D verò commune vtrique, erit & basis B D basi D C æqualis per 4. primi Euclid. Bifariàm igitur est secta B C in D, ac proinde ad rectos erit F A ipsi B C angulos per 3. tertij Euclid.

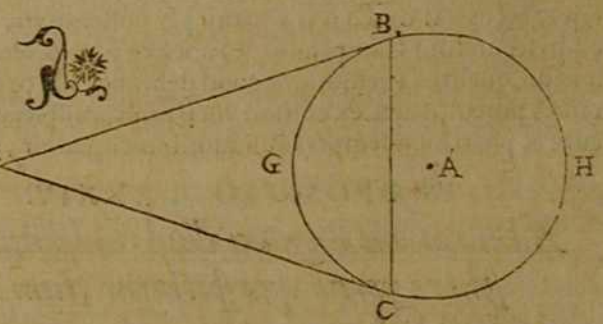
Finge iam triangulum F B D circa immotum axem F D in orbem duci, quousque in eumdem locum restituatur, vnde digressum fuerat. Hoc profectò motu conus producetur, cuius basis B C centrum habeat D, è quo ad circumferentiam eductæ rectæ omnes lineæ, tum ipsi D B, tum inter se æquales erunt; quòd omnes eidem D B congruant ex ratione propriaque natura circularis motionis. Quare circulus erit is, cuius perimeter partem sphæræ visam circumscribit; quod erat demonstrandum.

D

PROPOSITIO LXXXII. THEOREMA.

E sphæra vno oculo conspecta portio quæ apparet, hemisphærio minor est.

SPHÆRAM cuius centrum A, oculus contueatur è loco F, vnde radij procidant qui ipsam contingant in eodem circulo maximo ad signa B & C. Erit ergo pars



E sphęræ visa per superiorem 81. propositionem B G C, quæ circulo continetur, cuius diametrus est B C. Dico itaque B G C portionem sphęræ visam hemisphęrio minorem esse. Si enim hemisphærio æqualis esset, profectò circulus B C maximus esset, ac proinde per 6. primi Sphæricorum Theodosij per sphæræ centrum duceretur; atque ita B C ipsis F B & F C tangenti-

F bus perpendicularis esset per 18. tertij Euclidis: quocirca parallelæ tandem forent F B & F C per 28. primi Euclidis: quòd scilicet anguli F B C & F C B recti essent, & ad easdem partes constituti. At ab eodem puncto F, in quo & oculus, eductæ sunt: itaque B G C pars sphæræ visa non est hemisphærio æqualis: sed neque maior esse potest: sic enim anguli F B C & F C B non iam recti, vt priùs, verùm obtusi forent. Quare lineæ F B & F C non conuenirent in puncto F: sed ex B & C digressæ amplius diuaricarentur per 11. axioma Euclidis. Conueniunt autem in puncto F ex hypothesi; non est igitur B G C portio sphęræ quæ videtur hemisphærio maior: est itaque minor; quod erat demonstrandum.

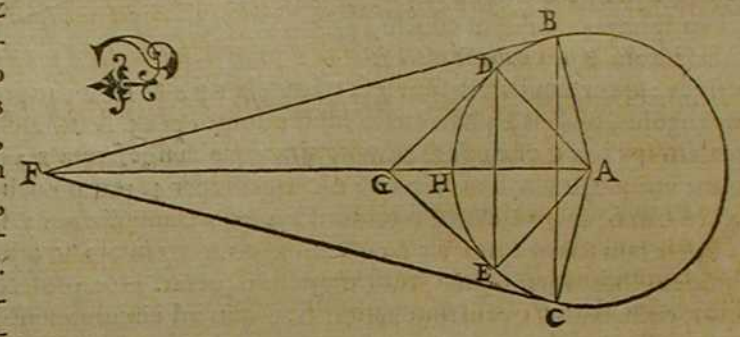
Ex hac propositione intelligas Horizontem illum, qui sensu vsurpatur, hoc est terræ

portionem quæ ab aſpectu noſtro ac termino viſionis circumſcribitur, dimidia terræ portione minorem eſſe: nec enim, vt Proclus ait, in ſphæra ampliùs duùm millium ſtadiorum dimetientem habet, cùm totius terræ dimetiens ſtadia contineat minimùm quinquaginta millia. A

PROPOSITIO LXXXIII. THEOREMA.

Oculo ad ſphæram propiùs accedente, portio quæ ſpectatur fit minor.

ESTO enim ſphæra cuius centrum A; & ab oculo nunc quidem in F conſtituto radij educantur, qui ſphæram contingant in punctis B & C: erit ergo B H C portio ſphæræ è loco F ſpectata per 80. huius. Deinde oculus in locum G transferatur, qui ſphæræ propinquior ſit, ab eoque vt priùs radij ſphæram contingentes producantur G D & G E: erit igitur & ex hoc loco ſpectata ſphæræ portio D H E, quam dico ipſa B H C minorem eſſe. B

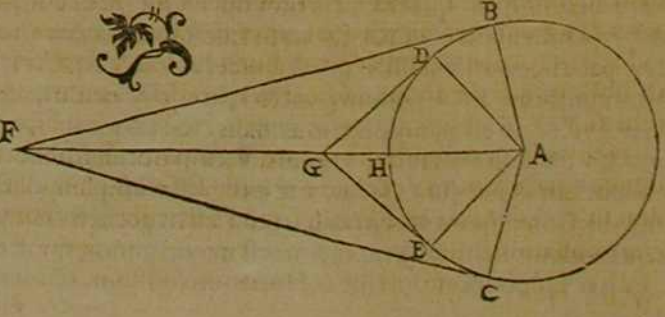


Cum enim F B & G D ſphæram in eodem circulo maximo contingant in locis B & D, erunt A B & A D, quæ ex centro ad loca contactuũ educũtur, eiſdem F B & G D perpendiculares per 18. tertij Euclid. Rectangula igitur ſunt triangula F B A & G D A, in quibus A B & A D latera inter ſe ſunt æqualia: ſiquidem ambo è centro ad circumferentiam proſiliunt. At illorũ quæ rectis angulis ſubtendũtur maius eſt latus F A quàm G A, ex ſuppoſitione; quoniam videlicet F longiùs ponitur diſtare ab H quàm G, erit F H quàm G H maior. Addita igitur vtrique inæqualiũ communi portione H A, erit per tritum axioma F A maior quàm G A. Quocircà per 8. tertij Euclidis, maior eſt proportio F A ad A B, quàm G A ad A D: ideoq; per 14. lemma maior eſt angulus F A B quam G A D: eodemque modo maior oſtendi poteſt angulus F A C angulo F A E. Itaque totus B A C angulus toto angulo D A E maior eſt: ſiquidem ambo ex æqualibus partibus componuntur. Atque ea propter baſis B C baſi D E eſt maior per 24. primi Euclidis, quod ſcilicet latera A B & A C lateribus A D & A E æqualia ſint: at angulus B A C angulo D A E maior. Quoniam verò eſt maior B C quàm D E, vt iam probatum relinquitur, erit & arcus B H C arcu D H E maior per poſteriorem partem propoſitionis 27. tertij Euclidis ſecundùm Campanum. Quocircà è viciniore loco G minor ſphæræ portio conſpicitur, quàm ex F remotiore; quod demonſtraſſe oportuit. ex quo fit vt in mari aduentantes procul naues ex editiori loco priùs conſpiciantur, quàm ex inferiori. Hinc ſpeculæ & phari locis ſemper ſublimioribus eriguntur, vt latiùs ex eis proſpectus pateat. D E

PROPOSITIO LXXXIV. THEOREMA.

Admiratione dignum illud videbitur; quòd dum minor eſt ſphæræ portio quæ ſpectatur, tum ea maior appareat.

TAMETSI primo aſpectu paradoxum id quidem videatur, iis præſertim, qui in Opticorũ demonſtrationibus parum ſunt exercitati; tamen neceſſariam habet demonſtrationem.



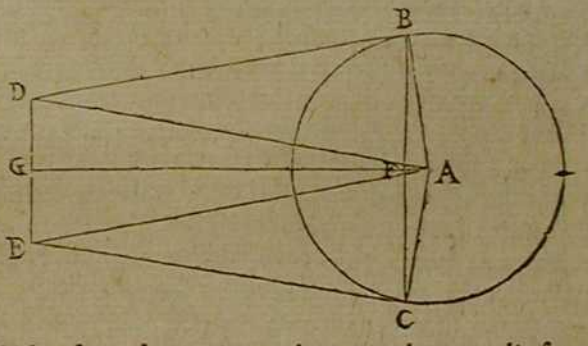
Sit B C ſphæræ portio ex

F loco

A F loco remotiore visa : ea verò quæ è propinquiori spectatur nempe ex G , sit DE, hæcque illâ minor esto per antecedentem propositionem : dico DE quàm BC maiorem apparere. Eductis enim ex centro A rectis lineis AB, AC, item AD & AE, quoniam per 18. tertij Euclidis AB ipsi FB, & AD ipsi FD perpendicularis est, erunt anguli ABF & ADG recti per 10. definitionem primi Euclidis. In triangulis autem ABF & ADG præter hos rectos angulos, duo reliqui simul sumpti vnius trianguli duobus reliquis alterius simul sumptis sunt æquales per corollarium propos. 32. primi Euclidis : at maior iam ostensus est BAF angulus angulo DAG : reliquus igitur DGA reliquo BFA maior est per tritum axioma, quo inæqualia iudicantur quæ ab æqualibus
B facta in æqualium detractione relinquuntur : eodemq; modo EGA maior ostendi potest quàm CFA. Itaque totus DGE toto BFC est maior. Quocirca per 10. propos. huius libri maior apparet pars sphæræ visa minor DHE, quàm maior BHC ; quod erat demonstrandum.

LEMMATION.

Si sphæra ad binos intuentis oculos ita sit constituta, vt communis axis in centrum sphæræ procidat ; dico radios, qui sphæram contingunt, æquales inter se esse, eamq; quæ puncta contactuum
C *iungit , distantiæ oculorum esse parallelam.*



Sit sphęra, cuius centrum A, binis oculis D & E ita obiecta, vt communis axis GA in centrum sphæræ incidat : ab oculis verò radij procidant DB & EC, qui sphæram contingant in punctis B & C, quæ connectantur per rectam BC : dico
D DB & EC inter se æquales esse, itémque BC ipsi DE parallelam. Iunctis enim DA & EA, quoniam in triangulis DAG & GAE æquales sunt anguli DGA & AGE per 29. propos. libri secundi, & circum hos angulos æqualia sunt latera, nimirum DG ipsi GE per eamdem 29. secundi, GA verò commune vtrique ; erit per 4. primi Euclidis & basis DA basi EA, angulusq; DAG angulo GAE æqualis.

Rursus cùm DB & EC sphæram in eodem circulo maximo contingant, eæ quæ ex centro A ad signa contactuum applicantur AB & AC, sunt iisdem contingentibus perpendiculares per 18. tertij Euclidis. In triangulis igitur ABD & ACE recti sunt anguli ABD & ACE : sunt autem æqualia latera DA ipsi AE per iam factam demonstrationem,
E & AB ipsi AC, quia ambę ex centro ad circumferentiam educuntur. Igitur per consectarium lemmatis 14. & reliquum latus DB reliquo EC æquale erit ; quod primò propositum fuit.

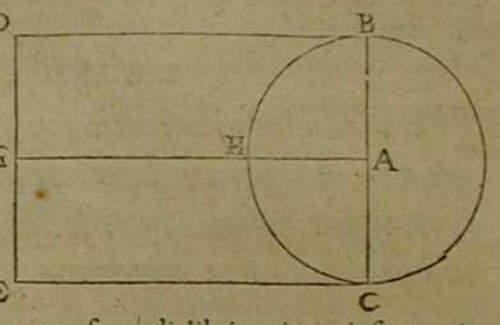
Deinde per idem consectarium lemmatis 14. & angulus DAB angulo EAC æqualis erit. His itaque si addantur æquales iam ostensi DAG & EAG, erunt & compositi GAB & GAC per communem notionem æquales. Sunt autem quæ circum hos angulos consistunt latera AB & AC æqualia, AF verò commune vtrique. Igitur per 4. primi Euclidis basis quoque BF basi FC, & iuxta bases angulus AFB angulo AFC æqualis. Sed eidem angulo AFC æqualis est angulus BFG ad verticem per 15. primi Euclidis : igitur
F AFB & BFG inter se sunt æquales per vulgatum axioma, ac proinde rectus est BAG angulus per 10. definitionem primi Euclidis : sed & rectus est DGF angulus per 29. secundi libri. Itaque per 28. primi Euclidis parallelæ sunt DE & BC ; quod secundò propositum fuit.

Hoc sanè præmonstrasse oportuit, vtpote ad probationes eorum quæ mox dicturi sumus, necessarium : cur autem inter superiora lemmata initio huius libri proposita non sit recensitum, ea est ratio, quòd particularis eius sit vsus, ad sphęræ aspectum accommodatus.

PROPOSITIO LXXXV. THEOREMA. A

Si sphæræ diametrus, ei quæ centra visuum connectit, æqualis fuerit; hemisphærium erit, quod ambobus oculis circum communem axem normaliter actis comprehenditur.

SPHÆRÆ ex A descriptæ diametrus esto B C, ei quæ centra visuum D & E connectit æqualis; axis autem communis sit G A in centrum sphęræ productus: circum quem centra oculorum D & E ita ducantur, vt D E ipsi G A semper normalis sit, hoc est, vt æquales semper sint anguli D G A & E G A: cumque prociderint ab oculis ad sphæram vndique radij, qui ipsam contingant, ostendendum erit hos mediam sphæræ portionem intercipere: cùm enim G A in centrum sphęræ incidat, erit per superius lemmation B C ipsi D E parallela. Quare si ad G recti sint anguli, & qui ad A, nempe G A B & G A C, recti erunt per 28. primi Euclid. Rursus, quoniam vtraque æqualium B C & D E per communem axem A G diuiditur bifariàm, B C quidem in A, quia A centrum est circuli, D E verò in G per 29. secundi libri; erit A B ipsi D G, & A C ipsi G E æqualis. Quare per 33. primi Euclidis D B & E C tum ipsi A G, tum inter se parallelæ erunt: ideoque G A B & D B A duobus rectis æquales per 29. primi Euclidis. at G A B rectus est ex demonstratione: igitur & D B A rectus est, eodemque modo & E C A. Igitur D B & E C sphæram contingunt in B & C per 16. tertij Euclidis, & A B cum A C, quæ ex A sphæræ centro ad loca contactuum B & C applicantur, vnam rectam lineam constituunt per 14. primi Euclidis. Quare A B D G parallelogrammum & rectangulum est: quod si vnà cum oculorum motu circumagi cogitetur circa immotum communem axem G A, quousque in eumdem locum vnde digressum fuerat, restituatur, cylindrum describet per 21. definitionem vndecimi Euclidis, cuius circulares erunt bases, eæque æquales ex diametris B C & D E descriptę: cumque circulus B A C per centrum sphæræ transeat, maximus erit per 6. primi Sphæricorum Theodosij: hic autem sphęram bipartitò diuidit: itaque hemisphærium est B H C normali oculorum motu, qui circa immotum communem axem fit, comprehensum; quod demonstrare oportebat.



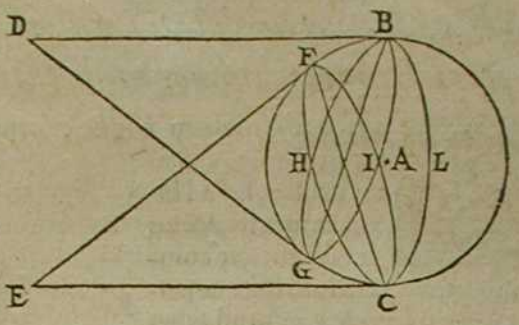
1. *Notandum hoc loco primùm est, non posse hanc sphæræ contuitionem fieri per axes, sed per alios tantùm opticos radios. nam lib. 2. prop. 20. ostēdimus oculorum orbes ita diuaricari non posse, vt axes firmētur paralleli: quod sanè eueniret per 33. primi Eucl. si axes optici* D B *&* E C *æquales ac parallelas rectas lineas* D E *&* B C *connecterent.*

2. *Deinde obseruandum est, nos huic propos. adiunxisse ea verba;* oculis circum communem axem normaliter actis, *quæ in theoremate 25. Opticorū Euclid. sunt subintelligenda, quod sic se habet:* Sphæra binis spectata oculis, si dimetiens sphæræ æquus fuerit rectæ lineæ distanti ab oculis, ipsius hemisphærium spectabitur. *Quæ prop. si verba, non autem sensus pensetur, falsa erit. Vti enim vno oculo minor dimidiâ sphæræ portio cernitur, quæ circulo continetur: ita duobus oculis duæ videntur eiusmodi portiones, quæ partem quidem communem habent: ipsi autem circuli quibus circumscribuntur, duobus locis se mutuò intersecant; vno autem puncto eumdem circulum maximum sphæræ quisque contingit.*

Esto enim F G C *portio sphæræ, quam oculus* E *intuetur, circulo definita* C H F I, *ac hemisphærio minor per 82. huius; accedatque oculus* D, *qui eiusdem sphæræ portionem hemisphærio minorem attingat* B F G, *circulo contentam* B H G I: *cùm verò neu-*

ter

A *ter horum circulorum ſphæram per centrum partiatur, ambo maximo circulo minores erunt per 6. primi Sphæricorum Theodoſij. Quare nihil cum maximo commune habere poſſunt, præter ſolitarium punctũ, in quo circulus* C H F I *maximum circulum* B L C *attingit ad ſignum* C; *& circulus* B H G I *eumdem*

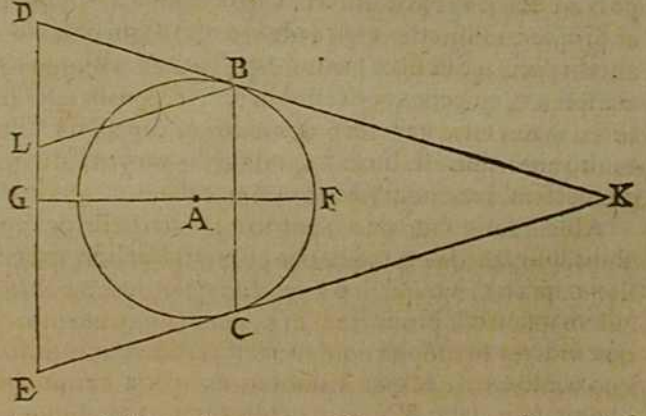


B *circulũ maximum* B L C *contingit ad* B, *per* 18. *tertij Euclidis: quod nimirum* D B *&* E C *ipſi* B C *quæ per centrum ducitur ſint perpendiculares. Itaque quod ſphæræ binis oculis immotis conſpicitur, id hemiſphærio minus eſt, ea ſuperficie bis ſumpta, quæ dimidia peripheria maximi circuli* B L C, *& duobus quadrantibus aſpectorum circulorum* B I *&* I C *continetur. His enim ſeſe minores illi circuli interſecant ad ſigna* H *&* I; *quod erat oſtendendum.*

C PROPOSITIO LXXXVI. THEOREMA.

Si oculorum diſtantia ſphæræ diametro maior fuerit, binis oculis circum communem axem normaliter ductis, pars hemiſphærio maior conſpicua erit.

D ESTO enim oculorum interuallum D E ſphæræ B F C diametro maius: atque ab oculis radij procidant D B & E C ſphæram contingentes in B & C punctis circuli maximi B F C, qui cum D E connectente centra viſuum in vno eodemq; ſit plano: ſint porrò oculi ad ſphæram ita conſtituti, vt illorum diſtantia ſit ei quę puncta contactuum connectit B C parallela, quod fiet ſi communis axis G A in cẽtrum ſphęræ pertingat per ſuperius lemmation. Quoniam igitur D E maior eſt ſphæræ diametro, erit & ipſâ B C, quæ puncta contaE ctuum copulat, maior: hanc enim ſphæræ diametro maiorem eſſe impoſſibile eſt. Quo-



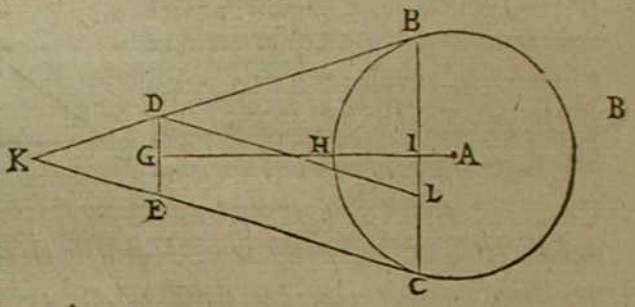
circà D B & E C radij ad partes B & C producti tandem congredientur: nam poſita E L ipſi B C æquali, erit B L ipſi E C parallela per 33. primi Euclidis, & D E ipſa E L maior erit, quòd D E ipſâ B C maior ſupponatur. Itaq; D B in B L incidens ſi producatur, ipſam quoque E C productam attinget, ſecabitque per 10. lemma. Sit igitur coitionis punctum K: quoniam oculo poſito in K, quod ſphæræ videtur B F C hemiſphærio minus eſt per 82. huius, profectò reliquum, quod oculis D & E in orbem, vti dictum eſt, agitatis cernitur, F hemiſphærio maius erit; quod fuit propoſitum.

Poteſt ſanè idem ex radiorum natura facilè probari. Quemadmodum enim paralleli radij ſphæram contingentes à punctis contactuum duo hemiſphæria vtrimque intercipiunt, quòd ipſorum interuallum ex vtraque ſphęræ parte ſit æquale; ita radij non paralleli, quà diducuntur ac magis ab inuicem magiſque abſcedunt, portionem ſphęræ medietate maiorem comprehendunt, vt iam iam eſt demonſtratum; qua verò in anguſtum pre nuntur, congreſſuri aliquando ſi producantur, minorem medietate portionem ſphęræ ambiunt, vt proximè ſequente theoremate demonſtrabimus.

PROPOSITIO LXXXVII. THEOREMA. A

Si sphæræ diametrus distãtia oculorum fuerit maior, ipsíq; oculi vt priùs circumacti, minor medietate portio sub aspectum cadet.

SPHÆRA inquam B H C, ex centro A descripta, cuius diametrus distantiã oculorũ D E maior existat, ita ad binos intuentis oculos sit cõstituta, vt communis axis in centrum sphæræ pertingat: ex D verò & E radij ad sphęram destinentur D B & E C eam contingentes in punctis B & C circuli maximi, qui cum D E in eodem sit plano: finganturque oculi D & E moueri normaliter circa communem axem G A. His ita positis, dico B H C portionem sphæræ quæ videtur hemisphęrio minorem esse.



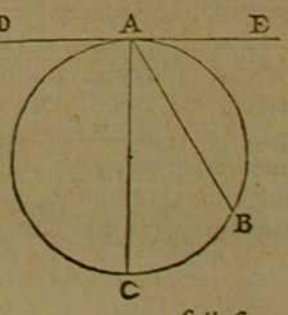
Quoniam enim D E minor cõceditur sphęræ diametro, necesse est eamdem D E ipsâ quoque B C, quæ puncta contactuum iungit, minorem esse. Si namque esset æqualis, C parallelæ forent D B & E C. Nam cùm axis communis G A connectentem centra visuum D E secet normaliter per 29. prop. lib. secundi, æquales erunt anguli D G A & E G A; cumque idem axis communis in centrum sphęræ A pertineat, erit per superius lemmation B C ipsi D E parallela, ac proinde & angulus G I B rectus erit per 29. primi Euclidis, & B C in I per rectam G A diuidetur bifariam per 3. tertij Euclidis. Sed D E in G etiam est secta bifariàm per 29. propos. lib secundi: igitur si æquales sint B C & D E, erunt & B I ipsi D G, & I C ipsi G E æquales: atque eapropter quæ has connectunt D B & E C tum inter sese, tum ipsi G I parallelæ per 33. primi Euclidis. In ipsas ergo incidens recta B C rectos faciens angulos G I B & G I C, reliquos quoque internos, ad easdemque partes, nempe D B I & E C I rectos efficiet. Quare per 19. tertij Euclidis in B C erit circuli centrum, D ac propterea dimetiens erit eadem B C, cui iam quidem ostenditur D E æqualis: initio autem positus fuit diametrus sphęrę ipsà D E maior; quod cùm pugnet, nequit profectò D E ipsi B C, quæ loca contactuum iungit, æqualis esse. Longe verò minus potest D E ipsâ B C maior esse. nam sic probaretur, vt suprà, D E sphæræ dimetiente maior, quod multò absurdius est, quandoquidem supponatur minor. Itaque minor sit D E quàm B C connectens loca contactuum est necesse.

Abscindatur ergo de B C portio C L, interuallo oculorum D E æqualis per 3. primi Euclidis, iungaturque D L, quæ per 33. primi Euclidis ipsi E C parallela erit: cumque maior sit B C ipsâ C L, B D ipsam D L secabit: quare secabit & reliquam E C per 10. lemma. Secet autem ipsam C E productam in K, quoniam oculo in K constituto, sphæræ portio B H C E quæ videtur hemisphærio minor est per 82 huius: sitque eadem sphæræ portio, quæ ab vno oculo ex K, & quæ à duobus ex D & E cernitur propter radiorum K D B & K E C identitatem, sanè & a binis oculis circumactis minor sphæræ portio spectabitur.

PROPOSITIO LXXXVIII. THEOREMA.

Visu in superficie sphæræ existente, vniuersa eius facies caua aspectabilis est: è conuexa autem nil præter punctum apparet.

ESTO sphæra data A B C, in cuius superficie positus sit oculus ad signum A, detur quoque præter punctum A in caua sphæræ superficie aliud punctum B, perque A & punctum B circulus maximus describatur A B C per 20. primi Sphæricorum Theodosij: dico conspicuum esse punctum B per 58. huius. Cum verò eodem prorsus modo, si quoduis aliud punctum assignatum fuerit, per duo data puncta circulum maximum describere liceat, atque ostendere per 58. huius, illud quoque acceptum punctũ posse per rectam lineam



suiipsius

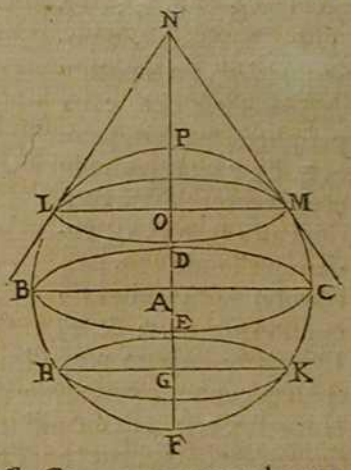
A ſuiipſius imaginem ad oculum deſtinare: patet vniuerſam ſphæræ cauam faciem oculo in ſuperficie poſito aſpectari poſſe; quod primò erat demonſtrandum.

Deinde per punctum A in quo eſt oculus, recta agatur D E, quæ circulum ſphæræ maximum tangat per 17. tertij Euclidis: quoniam per 18. tertij Euclidis D E ei quæ per centrum ducitur A C perpendicularis eſt, ſit per 16. tertij Euclidis vt ipſa D E extra circulum cadat, inque locum hanc inter & circuli peripheriam comprehenſum altera recta linea non cadat, quæ circulum non ſecet. Atque ea propter nullius ſigni aſpectabilis forma è conuexa circumferentia circuli ad aſpectum pertinere poteſt. Cumque eadem ſit in quouis alio circulo per A ducto demonſtrandi ratio, conſequens eſt, vt è conuexa to-
B tius ſphæræ ſuperficie, in qua eſt oculus, nihil præter ſolitarium ſignum appareat; quod ſecundo loco demonſtraſſe oportebat.

PROPOSITIO LXXXIX. THEOREMA.

Viſu intra aut extra ſphæræ ſuperficiem exiſtente, ea portio cauæ ſphæræ videbitur, in quam incidunt ab oculo emiſſi radij: eritq; pars viſa quandoque hemiſphærium, interdum hemiſphærio maior, ſubinde minor.

C PRIMVM conſtituatur oculus in ſphæræ centro A, cuius opticus axis A F inferne proſpectet, ac circa oculũ axemque opticum circulus maximus deſcribatur B D C E per 20. primi Sphæricorum Theodoſij: hunc totum videri ab oculo in A poſito perſpicuum eſt: ſi verò ſub hoc alius quicumque circulus in ſphæræ ſuperficie deſignetur, vti is cuius diameter eſt H K, ſiue ille priori parallelus ſit, ſiue non; dico & hunc totum conſpicuum eſſe, quòd ab omnibus eius partibus libera pateat formarum promiſſio.



D Idemque oſtendere erit in ceteris. Cùm itaque ſimul omnes vniuerſam hemiſphærij ſuperficiem euacuent, perſpicuum eſt hanc totam ab oculo in centro A poſito ſpectari.

Deinde ſit iam oculus ſupra centrum A intra ſphæræ perimetrum conſtitutus in O, axisque opticus O F: dico portionem ſphæræ viſam L F M hemiſphærio maiorem eſſe. Circa O namque velut centrum, interuallo autem O L aut O M, circulus deſcribatur: hic totus videbitur, vt & quæcumque pars ſphæræ infra ipſum accepta, per ea quæ iam oſtenſa ſunt. Igitur totum ſphæræ ſegmentum L F M conſpicuum erit. Quòd autem illud dimidia ſphæra
E maius ſit, ſic probatur: Quoniam O punctum extra ſphęræ centrum aſſumptum eſt; erit circulus cuius diameter L M non maximus per 6. primi Sphæricorum Theodoſij. Itaque per inæqualia ſegmenta ſphæram diuidit, maiusque ſegmentum eſt L F M, quod maiorem axis partem ſibi vendicat.

Rurſus ſi in N extra ſphęræ ambitum oculus deferatur: aio nihilominùs partem ſphęræ cauam, quæ ſpectari poteſt, hemiſphærio maiorem eſſe. Ab N ſiquidem radij procidant N L & N M, qui ſphæram contingant in L & M: quoniam per 82. huius ſphęræ portio conuexa L P M, quæ ab oculo in N collocato conſpicitur, hemiſphęrio minor eſt; reliqua ſanè L F M, quæ obliteſcit, maior erit. At cuius conuexum latet, eius cauum apparet; cùm ideò lateat conuexum, quòd optici radij in concauam ſuperficiem directò im-
F pingant. Illud ergo cauum videtur, cuius conuexum deliteſcit. Itaque tota interna facies L F M, quæ hemiſphærio iam oſtenſa eſt maior, ex loco N conſpicitur, quod proponebatur.

Demum ſi oculus infra centrum A deprimatur, vt in G, eiusque opticus axis ſit G F: dico minorem medietate portionem ſphęræ intus ſpectari. Ducto enim circulo cuius diameter H K circa G velut centrum, hic totus quidem perſpicietur, vti & quicumque alius infra ipſum deſignatus, per ſuperiùs demonſtrata. Cumq; circulus H K ſupremus ſit omnium illorum, qui intra ſphęræ portionem H F K continentur, tota ſphæræ portio H F K conſpicua erit, nihilque eorum quæ ſupra circulum H K exiſtunt, cernetur, obſtante

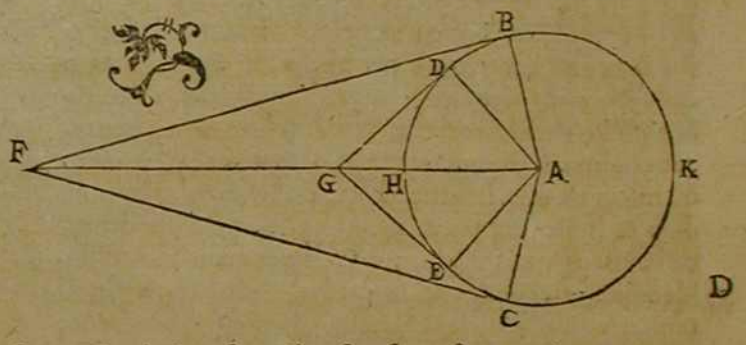
stante opaca oculi postica, quò minùs species inde in centrum visus illabi infractionis A
ope queant. At quoniam G non est sphęræ centrum ex hypothesi, non erit H K circulus maximus per 6. primi Sphæricorum Theodosij. Quare sphæram in segmenta inæqualia partitur, quorum minus illud est, quod minorem portionem axis, nempe G F continet, hoc est H F K.

Libro secundo definitione 8. maximæ pyramidis opticæ basin diximus haudquaquam circularem esse, quòd versus tempora latiùs se visus diffundat quàm circa nasum, & infernè magis quàm supernè: at hoc loco liber consideratur oculi orbiculus, sublatisque nasi, ciliorum, superciliorumque impedimentis. Sic enim cùm extima ipsius superficies, eaque pars quæ Iris nuncupatur, exquisitum habeat circuli schema, ac velut E
torno elaboratum, æquali vndique amplitudine rerum imagines excipit, pariqúe interuallo aspectum diffundit. Quare maximum id quod videtur, hemisphærio aut sphæræ segmento contineri perspicuum est.

PROPOSITIO XC. THEOREMA.

Quò externus oculus propiùs ad sphæram accesserit, eò maiorem portionem cauæ superficiei consequetur, quæ & maior apparebit.

SI ad sphæram B H C K propiùs accedat externus aspectus, nimirum ex F C in G: dico ex G maiorem portionem cauæ peripherię spectari, quàm ex F. Ex F namque radij producantur sphærâ contingentes in B & C, eodemque modo ex G prosilientes radij sphæram contingant in D & E.



Quoniam inquam propositione 83. huius superiùs ostensum est ex G minorem portionem conuexæ peripheriæ spectari, quàm ex F, consequens est, vt cauæ peripheriæ portio D K E, quæ ex G conspicitur, maior sit quàm B K C, quæ videtur ex F: nam vbi spectari desinit sphęræ conuexum, ibi cauum apparere incipit. Itaque quò externus oculus propiùs ad sphæram accesserit, &c. quod erat demonstrandum.

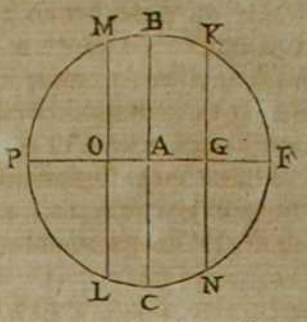
Rursùs dico cauam sphæræ portionem D K E, quæ è propinquiori loco aspicitur, maiorem apparere ipsâ B K C, quæ ex remotiori. Quod eodem prorsus modo demonstrari potest, quo superiùs propos. 84. huius ostensum est conuexam peripheriam D H E è propinquiori spectatam maiorem apparere illâ, quę ex F loco remotiori cernitur, nempe E
B H C. Cùm enim pars conuexa D H E, & concaua D K E, eodem spectentur angulo, sequitur, vt æquales appareant per 9. propos. huius: sic & B H C conuexa, & concaua B K C, æquales apparent. Igitur si D H E ipsâ B H C maior apparet, licet minor reipsa sit per 83. huius, & D K E ipsâ B K C apparebit maior; quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XCI. THEOREMA.

Oculo cauæ superficiei intra sphæram appropinquante minor portio conspicitur: sed quæ æqualis semper appareat. F

INTRA sphæræ ambitum oculus per rectam lineam P F incedat, obtutum in F per axem dirigens, sitque nunc in O, nunc in A, nunc in G: dico portionem cauæ peripheriæ quæ ex G spectatur minorem esse eâ quæ ex A, & quæ ex A cernitur eâ quæ ex O minorem esse. Ductis enim per O, A, & G ipsi P F perpendicularibus L M, C B, & H K per 11. primi Euclidis: quoniam minor est ex hypothesi G F quàm A F, & hæc quàm O F, patet segmentum K F H segmento B F C minus esse, & segmentum B F C minus segmento M F L: igitur quò propior ipsi F oculus fuerit intra sphęræ ambitum, eò semper minor portio

A tio erit, quæ de caua peripheria ſub aſpectum cadit.



Quòd autem ſpectata pars æqualis ſemper appareat, inde conuinci poteſt, quòd maxima pyramide optica conſpiciatur: quamquam nec hoc rectè dicimus, quòd æqualis ſemper ea pars appareat: ſed rectiùs veriuſque infinita ſemper videri pronuntiabitur: maxima ſiquidem pyramis optica nullum ad verticem angulum, nullamque reipſa baſin habet, quę cono ſubſterni poſſit, vt ex iis quę libro 2. definit. 8. docuimus, perſpicuè cognoſci poteſt.

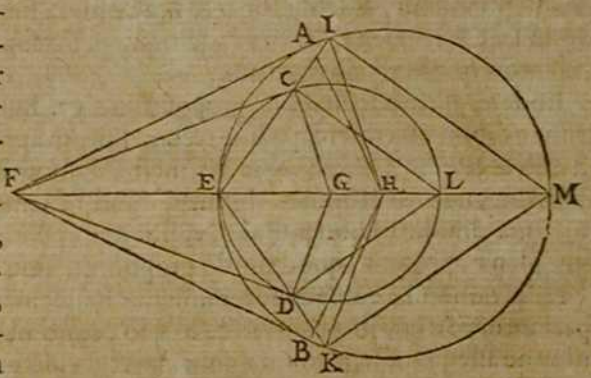
B Perſpicuum igitur eſt, ſignum P, quod in peripheria accipitur, medium terminum eſſe vtriuſque motus, eius ſcilicet quo oculus extra ſphæram, eiuſque quo intra eam tranſmutatur: nam in P maximum ſphæræ eſt, quod intus ſpectatur, totus videlicet ambitus, vt propoſitione 58. huius oſtendimus. Motu verò, quo oculus ab externo loco propiùs ad circuli peripheriam accedit, maior ſemper portio caua apparet, vt propoſitione proximè antecedente docuimus, vſque dum tandem in P venerit, vbi tota peripheria caua videatur. Sic ergo & intra ſphæræ ambitum oculo à P in F tranſlato, minor ſemper pars cernitur; maior autem, cùm verſus P ab F oculus dimouetur, quoad rurſus in P totus ſphæræ ambitus conſpiciatur.

C

PROPOSITIO XCII. THEOREMA.

Si viſus à duabus ſphæris inæqualibus æquè diſtet, maiorem proportionem habebit pars viſa minoris quàm maioris ad totum ſuæ cuiuſque ſphæræ ambitum.

D VARVM inæqualium ſphærarum maximi circuli A E B & C E D ſeſe interiùs cõtingant in puncto E, iunganturque illorum cẽtra G & H per rectam G H, quæ infinitè protracta per E punctum contactus tranſibit per 11. tertij Euclid. Aſſumpto itaque in ea extra vtramque ſphæram quouis puncto puta F, erit F æquè ab vtraque ſphęra diſtãs. Quocirca ſi in F viſus conſtituatur, atq; ab eo radij profluant, qui vtrumque circulum contingant, maiorem quidem in A & B, minorem verò in



E C & D, ſic vt pars maioris viſa ſit A E B, minoris autem C E D: hanc dico ad vniuerſum ſuæ ſphæræ ambitum maiorem proportionem habere, quàm habeat A E B ad totam ſuæ ſphæræ peripheriam.

Excitis namque ex vtriuſq; circuli centro ad loca contactuum rectis lineis H A & H B; item G C & G D: quoniam in triangulis F A H & F C G recti ſunt anguli F A H & F C G per 18. tertij Euclidis, erunt duo reliqui anguli vnius duobus reliquis alterius æquales. Siquidem cùm per 32. primi Euclidis, cuiuſque trianguli tres anguli pares ſint duobus rectis; vno vtrimque ſublato recto, reliqui vtrimque vni recto pares ſint neceſſe eſt, ac proinde inter ſe æquales: at angulus C F G minor eſt A F H angulo vt pars toto: igitur

F per communem notionem C G F angulus angulo A H F eſt maior. Sed eodem modo angulus D G F angulo B H F maior oſtendi poteſt: igitur totus C G D toto A H B eſt maior.

Fiat igitur in maiore circulo angulus I H K æqualis angulo C G D: ductis nimirum I H & H K quæ ab C G & G D æquè diſtent: quoniam in eodem circulo maior eſt angulus I H K angulo A H B, vt iamiam eſt demonſtratum, erit quoque arcus I E K arcu A E B maior per 33. ſexti Euclidis. Quare per 8. quinti Euclidis, maiorem proportionem habebit peripheria I E K ad totum maioris circuli ambitum, quàm A E B ad eumdem. Sed vt I E K ad totum ambitum maioris circuli, ita ſe habet C E D ad totum ambitum circuli minoris: cùm enim æquales poſiti ſint anguli I H K & C G D, erunt & ad circumferentias conſtituti anguli I M K & C L D æquales, vtpote dimidij priorum, qui ad centra G

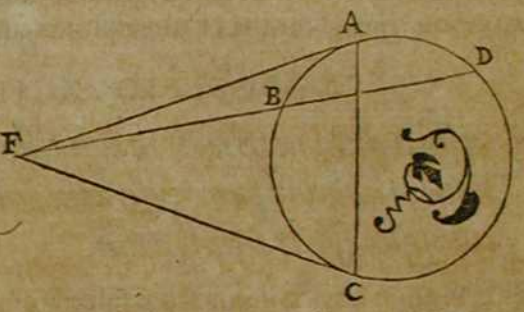
&

& H terminantur per 20. tertij Euclidis. At anguli IMK & IEK duobus rectis sunt A
æquales, vt quoque CLD & CED per 22. tertij Euclidis: ablatis igitur illis qui ad M & L protenduntur, relinquentur IEK & CED æquales per vulgatum axioma. Quare segmenta IEK maioris circuli, & CED minoris, similia sunt inter sese per 10. definitionem tertij Euclidis. Vt igitur arcus IEK ad totum maioris circuli ambitum, sic CED arcus ad totum ambitum minoris. Itaque maiorem proportionem habet CED pars visa minoris sphæræ, quam AEB pars visa maioris, ad totum suæ cuiusque sphæræ ambitum; quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XCIII. THEOREMA. B

Sphæricæ superficies siue concauæ siue conuexæ è longinquo spectatæ, planæ videntur.

SIT sphæra ABCD, cuius spectata portio conuexa sit ABC, concaua verò ADC, ad quas radij pertineant FA, FC, & FBD, ab oculo educti F infinitè distito: quoniam igitur ob immoderatã distantiam visus non dignoscit linearum FA & FB inæqualitatem, sed pares apprehendit per 3. huius; videtur omnino B in eadem plana superficie esse constitutum, in qua & A: sic & C in eadem esse videtur superficie, in qua A & B. Demum, cùm nec distantiarum FD & FB discrimen percipiatur ob nimiam distantiam, videbuntur D & B, ac omnia simul puncta vtriusque peripheriæ, cauæ scilicet & conuexæ, in vna eademque plana superficie constituta esse: planæ itaque videntur; quod erat propositum.



Eodemque modo superiùs propositione 57. huius ostendimus, circularem perime- D
trum ex immensa intercapedine rectam lineam apparere, si oculus in eodem plano sit, in quo & circulus. Ea namque vis inest distantiæ infinitæ, quòd ea quæ plus minúsve dissident, non discriminet. Igitur corporum eminentiæ ac profunditates ex infinita distantia diiudicari non possunt, vt lib. 3. propositione 19. ostendimus: atque ea propter planæ apparent; quod modò propositum fuit.

Hinc nonnullæ consequuntur insignes hallucinationes in iis rebus quæ è longinquo spectantur. Atque in primis in cælo ipso, cuius obiectam nobis cauitatem cùm oculis minimè assequamur, planum ipsum aspectui videtur. Atque ita rem se habere, vt videtur, forsitan mens etiam concluderet, nisi aliundè deprompta euidens ratio quæstionem dirimeret, persuaderetque cælum sphæroides habere schema, idque adeò perfectum, E
Platone teste, nihil vt effici possit rotundius. Ita quoque solis ac lunæ orbes plani intuentibus videntur: nam propter distantiæ immensitatem qua distant à nobis, prominens illorum conuexitas non dignoscitur.

PROPOSITIO XCIV. THEOREMA.

Superficies tum concauæ tum conuexæ ex interuallo spectatæ, non rarò conuersæ apparent.

F

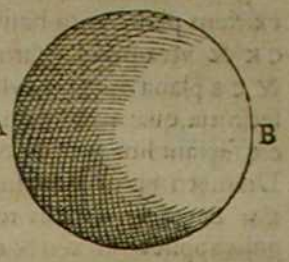
IN augustioribus ædificiorum structuris, præsertim in munitionibus ac propugnaculis, subinde videre est parietibus infixos globos, siue quos hostium tartareus puluis aliquando reipsa immisit, siue quos humana industria posuit, ad repræsentandos hostiles impetus, quos aliquando sustinuerunt: subinde etiam iisdem in locis videre licet excisas scrobes, ceu loca e quibus emissitij tormentorum globi aliquando exciderunt. In aspectu autem harum superficierum, siue extantium, siue excauatarum, non rarò aspectus e longinquo deluditur, cùm id quod cauum est, elatum arbitratur, & è conuerso.

Erroris vna quidem causa est interualli longinquitas, qua ab eis spectator disiungitur,

vt

A vt suprà ostendimus: hac enim caui conuexiq; diuersitas non dignoscitur. Altera verò vmbrarum in vtrisque, cõcauis scilicet conuexisque, similitudo, quæ facillimè imponit, dum minùs attenditur qua ex parte lumen prouenìat. Verùm hoc discriminis interest, quòd in concauis vmbra ad eamdem sit partem, ex qua lumen affulget; in conuexis autem pars opaca auersa sit, atque in oppositum proiecta.

Vt si proposita figura A B vmbram ostendat ad partem A, lumenque ex eadem parte A prouenire deprehendatur, euidens argumentum erit, concauum esse id quod intra A B circulum apparet. Si verò ex parte B lumen adspiret, con-



B uexum esse apparens schema A B conuincetur.

In picturis etiam naturæ æmulis haud absimilis error interdum accidit, etiam in moderata, at verò non minima distantia, scilicet ex sola luminis ignoratione. Sit, exempli gratia, idem quod suprà in plana tabula depictum circulare schema A B, altera parte scilicet A adumbratum: quoniam tabula, qua id cõtinetur, plana est; iam ex ea id habetur, quod priùs ex infinita intercapedine, nempe vt tam conuexa quàm concaua superficies plana videatur. ex vmbra verò extare vel depressa esse eadem obiecta superficies indiscriminatim cognoscitur. Si ergo ex parte A lumen affulgere putetur, caua esse ipsa superficies colligetur; extare verò,

C si ex parte B lumen prouenire existimetur: at si non qua existimatur, parte lumen emicet, falli intuentem necesse est: nam quod extat, depressum; aut quod depressum est, extare arbitrabitur.

CYLINDRVS.

NON *Sphæræ modò, verùm etiam Cylindro, & Cono, ac ceteris corporibus vniuersis conuenit, eam quæ spectatur portionem radiis tangentibus comprehendi. Cùm enim tangentes lineæ extremæ sint illarum omnium, quæ ab vno eodemque signo (in quo oculus positus esse intelligatur) ad*

D *propositũ corpus duci possunt; perspicuè sequitur, eam corporis partem quæ videtur, tangentibus vndique radiis contineri. In hac enim parte nullum punctum reperire est, à quo recta linea ad oculum duci non possit, per quam proinde aspectabilis forma rectà efferatur. Ceterùm pleniorem huius rei demonstrationem vide propos. 80. libri huius, vbi hanc eamdem proprietatem in Sphæra ostendimus: quam modò iis quæ de Cylindri & Coni aspectu dicturi sumus, tamquam communem hypothesin, præmittimus.*

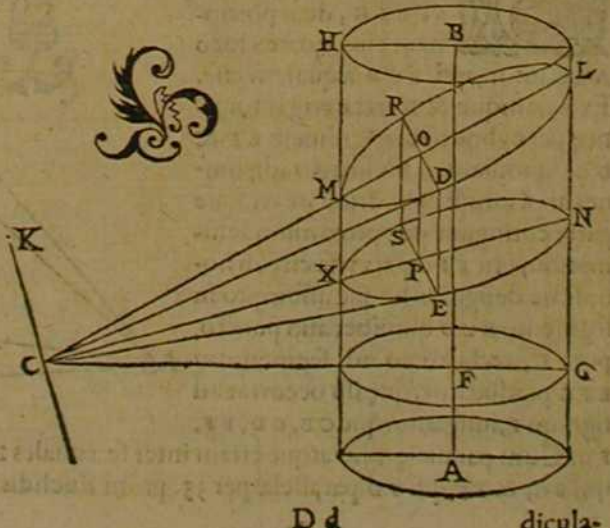
LEMMATION.

E *Quæ ab oculo ad cylindri superficiem tangentes educuntur, ex vtraque parte omnes in rectis lineis tactiones faciunt.*

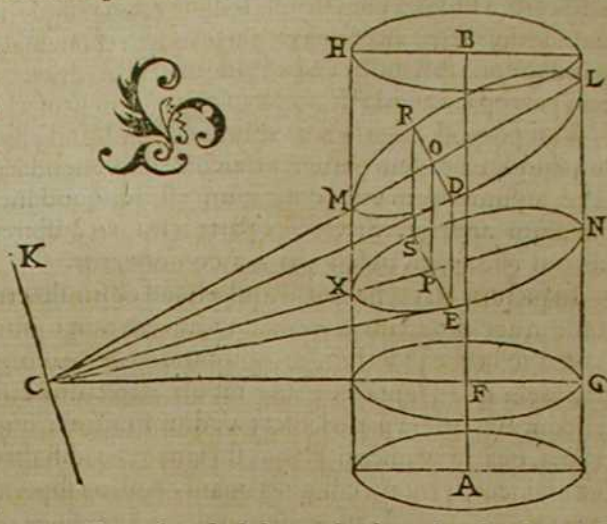
HÆC propositio ex illa vniuersali thesi, quam Serenus libro primo propositione 29. demonstrat, desumpta est, atque ad aspectum quo cylindrus cernitur traducta; quare eodem ferè quo illa modo

F demonstrabitur.

Esto cylindrus cuius axis A B; ab externo verò puncto C radij ducantur C D & C E cylindrum contingentes ex eadem parte in D & E: dico D & E in vna recta linea superficiei cylindricæ constituta esse. Ab eodem namque puncto C ad axem A B perpen-



dicularis agatur C F, & per C F extendatur planum æquidistans basi A, quod faciet in cylindro sectionem circulum circa centrum F: & per axem B F parallelogrammum extensum fingatur G H: ipsi verò F C ad rectos angulos ducatur C K in eodem existens plano cum basi F; & per C K & vtramque ipsarum C D & C E plana ducãtur cylindrum secantia, quæ in cylindri superficie faciant lineas L D M & N E X. Diametri igitur sectionum sunt L M & N X, ad quas rectis angulis applicentur D O & E P, quæ in alteram partem sectionis producantur ad R & S. A

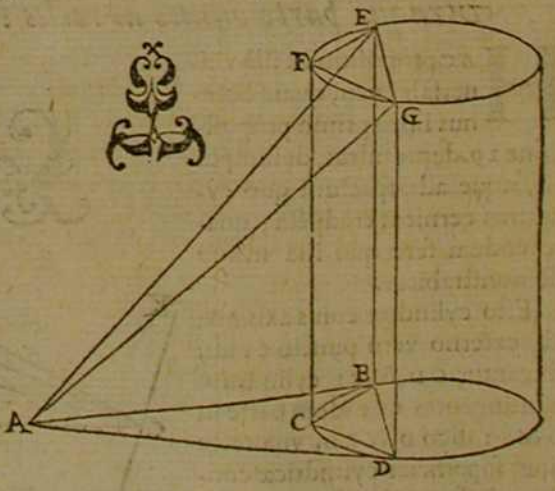


Itaque quoniam C D contingit peripheriam L D M R in puncto D, & huiusmodi sectio cylindri ostensa est ellipsis ab eodem Sereno libro primo proposit. 16. erit vt L C ad C M, ita L O ad O M per 36. primi Apollonij: & eadem ratione vt N C ad C X, ita N P ad P X. Est autem N L ipsi M X æquidistans ex hypothesi: quare vt L C ad C M, ita N C ad C X; & propterea vt L O ad O M, sic N P ad P X per 11. quinti Euclidis. Linea igitur O P vtrique ipsarum L N & M X parallela erit per 2. sexti Euclidis. Rursus quoniam C K ipsi C G, & hæc ipsi G L ad rectos sunt angulos, eadem C K ipsi quoque L C ad rectos angulos erit per 15. lemma huius: quare D O & E P eidé C K parallelæ erũt per 29. primi Euclid. ac proinde etiam inter se per 30. primi Euclid. Quocircà si per eas planum ducatur, hoc secabit planum L X secundum rectã lineam O P per 3. vndecimi Euclid. atque ita erit planum P E D O æquidistans plano alicui eorum quæ per A B ducta secant G H. Planum igitur P E D O sectionem facit in cylindro parallelogrammum, vt ostendit idem Serenus propositione 3. libri primi; & linea E D est communis sectio ipsius & superficiei cylindri: igitur E D est recta linea, sicque fiet demonstratio in S K. Quæ itaque ab oculo ad cylindrum educuntur radiosæ lineæ, ex vtraque parte omnes in vnius parallelogrammi rectis lateribus tactiones efficiunt; quod fuit propositum demonstrare. C D

PROPOSITIO CXV. THEOREMA.

In cylindro æquales sunt omnium circulorum portiones, quas vnicus aspectus comprehendit.

SIT oculus A, atque in cylindro vnius circuli spectata portio B C D: si alius quicumq; circulus in cylindro designetur, vt E F G, dico portionem eius, quæ ex loco A cernitur, ipsi B C D æqualem esse. Ex B namque & D rectæ erigantur lineę per cylindri longitudinem B E & D G: quoniam in his lineis radij omnes ab A emissi cylindrum ex vtraque parte cõtingunt per proximum lemmation, erit E F G pars visa circuli nouissime designati. Itaque assumpto in segmento B C D quolibet alio puncto, puta C, recta ab eo ad segmentum E F G perducatur, quę illi occurrat ad signum F, iungunturque C B, C D, E F, F G. Cùm parallelę sint atque etiam inter se æquales B E, C F, & D G, erunt quoque E F ipsi B C, & F G ipsi C D parallelæ per 33. primi Euclidis: quare per 10. vndecimi Euclidis E



æquales

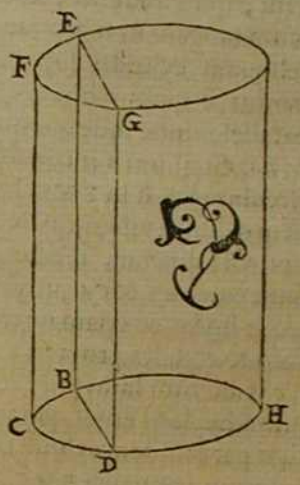
A æquales erunt anguli E F G & B C D: atque ea propter similia ipsa circulorum segmenta per 10. definitionem tertij Euclidis. Cumque rursus parallelæ & æquales sint B E & D G, erit E G ipsi B D æqualis per eamdem 33. primi Euclidis: sed per 24. tertij Euclidis super æqualibus rectis lineis similia circulorum segmenta sunt inter se æqualia: igitur circulorum portiones E F G & B C D, quę ex A ambę conspiciuntur, inter se sunt æquales. Atque eodem modo ceteræ omnes: siquidem vna omnium est demonstratio. Patet itaque id quod initio fuit propositum, quodque demonstrasse oportuit.

PROPOSITIO XCVI. THEOREMA.

B

In cylindro vt se habet circuli portio quæ videtur, ad eam quæ latet; sic visa superficies cylindri ad non visam.

IN cylindro F H esto circuli portio quæ videtur B C D, ea autem quæ latet B H D: dico quemadmodum B C D ad B H D, ita esse cylindricæ superficiei partem, cui B C D adiacet, quæque videtur, ad reliquam quæ obliteſcit.



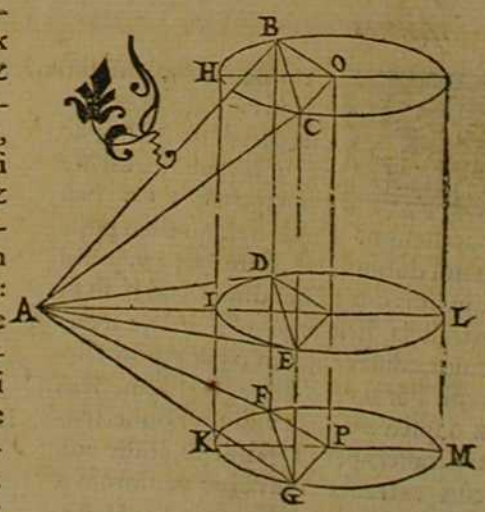
C Cùm enim ex circumuolutione rectanguli circa alterum quieſcens latus cylindrus originem ducat, ipsius quidem rectanguli planum cylindri solidum progignit: at superficiem præter bases, alterum illud latus, quod quieſcenti opponitur; cuius singula puncta in orbem acta singulos producunt circulos: igitur quemadmodum hoc latus punctis constat, atque illorũ quodammodò multitudine completur; sic quoque cylindrum nil pęnè esse aliud dixeris, quàm ordinatam quamdam plurimorum circulorum aggregationem, ita coniunctorum, vt nec spatio aliquo ab inuicem diuellantur, nec
D inter singulos quidquam, quod circulus non sit, intercedat. Itaque cùm per superiorem propositionem æquales sint omnium circulorum portiones, quas oculus vnico aspectu complectitur, vna erit omnium illorum ad eam partem, quæ occultatur, proportio; eademq; & visæ superficiei cylindri ad non visam ratio erit. Quare vt se habet circuli portio, quæ videtur ad eam quæ latet, sic visa superficies cylindri ad reliquam quæ occultatur; quod erat ostendendum.

PROPOSITIO XCVII. THEOREMA.

Pars cylindri visa oppositis parallelis circumscribitur.

E

ESTO enim B H C F K G ea cylindri portio quam oculus ex A contuetur: quoniam B F & C G in quibus radij optici cylindrum vtrimque attingunt, rectæ sint lineæ per superius lemmation, si per has & axem plana extendantur B O P F & C O P G, erunt B O & F P, item C O & G P, nempe communes sectiones planorũ ac basium
F cylindri, æquales per 16. vndecimi Euclidis: sed B O & F P, item C O & G P sunt inter se æquales, vtpote æqualium circulorum semidiametri: igitur per 33. primi Euclidis B F ipsi O P, & C G eidem O P sunt parallelæ. quare inter seſe parallelæ erunt per 30. primi Euclidis. Sunt verò & B C, F G, vtpote parallelarum baseon communes intersectiones, inter se parallelæ. Itaque pars cylindri quæ spectatur, oppositis parallelis circumscribitur; quod erat propositum demonstrare.

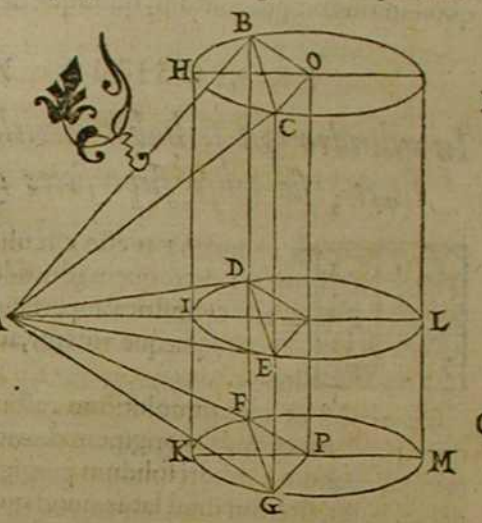


A

PROPOSITIO XCVIII. THEOREMA.

Cylindricæ ſuperficiei vno oculo extrinſecus aſpectatæ minus medietate apparet.

A B oculo A per cylindri axem O P perpendicularis agatur A L pertranſiens cylindri ſuperficiem in I & L: ac circum I L circulus ductus intelligatur D I E L baſi parallelus: quod fieri poſſe perſpicuum eſt, quia I L iuxtà ac K M ipſi axi ad rectos ſunt angulos, ac proinde ambæ inter ſe parallelæ per 29. primi Euclidis.



B

C

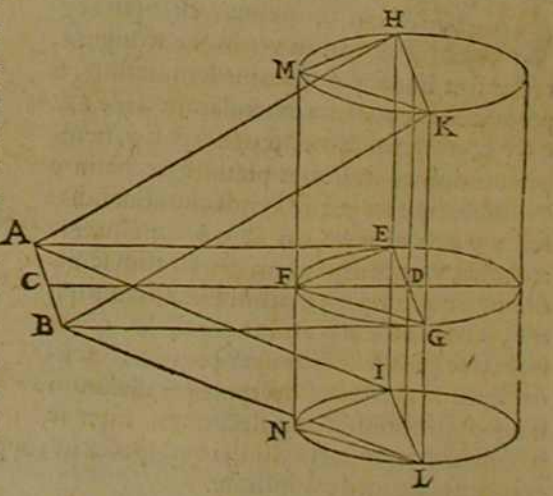
Deinde ab eodem oculo A radij proſiliant, qui circulum per I L animo conceptum tangant in D & E; ac eodem modo ad reliquam cylindri ſuperficiem radij deſtinentur, è quibus bini ſingulos circulos baſi parallelos hinc inde contingant, nempe A B & A C circulum B H C in B & C; & A F ac A G circulum F K G in F & G. Itaque dico portionem cylindri viſam, quam planum B C G F à non viſa dirimit, medietate minorem eſſe. Sunt enim B F & C G, in quibus radioſę ſuperficies A B F & A C G cylindrum contingunt, rectæ lineæ, ac etiam inter ſe parallelæ per proximè antecedentem propoſitionem; ſunt verò & æquales, propterea quòd cylindrus ex circumuolutione rectanguli circum quieſcens alterum latus producțus ſit per 21. definitionem vndecimi Euclidis. Itaque per 33. primi Euclidis erunt quoque B C & F G inter ſe æquales: at circuli B H C & F K G æquales ſunt per eamdem cylindri definitionem: igitur per 28. tertij Euclidis æqualia ſunt circulorum ſegmenta B H C, D I E, & F K G: ſed portio D I E per 60. huius ſemicirculo D minor eſt: itaque & reliquæ ſpectabiles circulorum portiones, quas ſeptum B G à non viſis diſcriminat, ſemicirculis minores ſunt. Cumque ex eiuſmodi circulorum ſegmentis tota cylindri pars, quæ ſpectatur, conſiſtat, perſpicuè concluditur id cylindri quod videtur, medietate minus eſſe; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XCIX. THEOREMA.

Si diſtantia oculorum æqualis fuerit cylindri diametro, ſemicylindri conuexum videbitur: ſi maior, maius; ſi minor, minus.

E

E S T O oculorum diſtantia A B, è cuius medio C axis communis opticus C D ad cylindri axem rectis incedat angulis, ac per C D planum mente concipiatur E F G baſi parallelum. quod fieri quidem poſſe haud dubium eſt, cùm per 29. primi Euclidis C D alicui dimetienti baſis ſit parallela. Erit ergo planum E F G circulus, cuius centrum D per 5. primi Sereni. Per D verò alia agatur dimetiens E G ipſi A B centra viſuum connecteti parallela per 31. primi Euclidis: atq; eius extrema centraque oculorum A & B iungantur rectis lineis E A & G B, quæ radiorum opticorum ſubeant vicem.



F

Cùm

A Cùm ergo parallelæ ſint atque etiam æquales A B & E G, erunt & A E, B G æquales & parallelæ per 33. primi Euclidis, & anguli A C D, E D C, itemque A E D, C D E duobus rectis pares per 29. primi Euclidis: at A C D rectus eſt per communis axis optici definitionem, quæ 5. eſt libri ſecundi: igitur & C D E rectus eſt, ac proinde & A E D rectus. Eademque ratione B G D quoque rectus eſſe probabitur: itaq; A E & B G circulum contingunt in E & G per 16. tertij Euclidis. quare pars circuli viſa E F G ſemicirculus eſt.

Iam ab vtroque viſu radij ad cylindri latera promittantur, ab A quidem A H & A I; à B verò B K & B L: erunt igitur H E I & K G L in quibus tactiones fiunt, rectæ lineę per ſuperius lemmation, eædemque tum inter ſeſe, tum ipſi M F N parallelæ. Sunt verò & ei-
B dem M F N æquales per cylindri definitionem: is ſiquidem ex rectanguli circa quieſcens alterum latus circumuolutione efficitur. Itaque quæ ipſas H E & M F connectunt, H M & E F inter ſe ſunt æquales per 33. primi Euclidis; ac proinde per 28. tertij æquales ſunt, qui ipſis inſiſtunt, arcus H M & E F: ſed eodem modo arcus M K & F G æquales oſtendentur. Compoſiti igitur H M K & E F G æquales conuincuntur per commune axioma: at enim E F G ſemicirculus eſt, per iam factam demonſtrationem: quocirca & H M K, ſimiliq; probandi ratione & I N L, ceterorumque omnium circulorum ſpectatæ portiones ſemicirculis æquales erunt. E quibus cùm ea cylindri portio confletur, quæ ſub aſpectum cadit, probatum relinquitur, ſi oculorum diſtantia æqualis fuerit cylindri diametro, dimidium cylindri conuexum ſpectari; quod erat propoſitum.

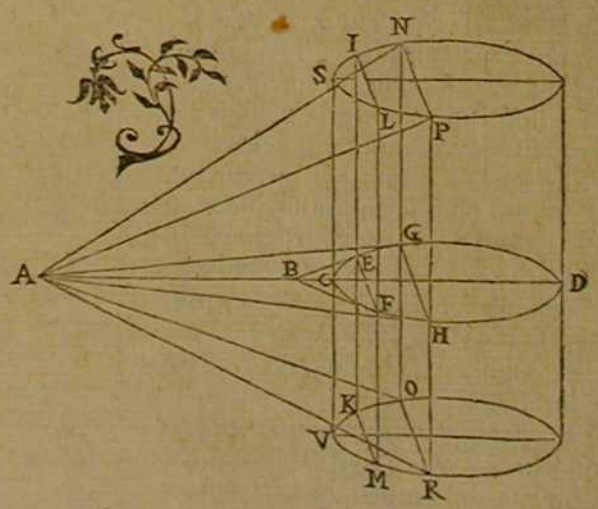
C Si verò maior ſit oculorum diſtantia A B cylindri diametro, eodem modo quo ſuprà propoſ. 86. & 87. huius oſtendemus E F G ſemicirculo maiorem eſſe; minorem verò, ſi diſtantia oculorum A B ipsâ dimetiente cylindri minor fuerit. Quapropter cùm, vti iam demonſtratum eſt, ipſi E F G æquales ſint circulorum portiones H M K & I N L, ac etiam ceteræ omnes, quas planum H E G L reſcindit; palàm eſt, ſi maior extiterit oculorum diſtantia dimetiente cylindri, maiorem eius portionem ſub aſpectum produci: minorem verò, ſi ea minor fuerit; quæ omnia accuratiùs quidem demonſtraſſe oportebat, ſed ea vti perſpicua Lectori colligenda relinquimus.

Porrò quæ hactenus dicta ſunt, tum ſolùm vera eſſe intelligantur, cùm per D recta E G diſtantię oculorum parallela atque ipſi axi ad rectos duci poteſt angulos. Aliàs enim
D propter aſpectus obliquitatem fiet, vt licet A B diametro cylindri ſit æqualis, minor tamen medietate portio ea ſit, quæ de conuexa cylindri ſuperficie conſpicitur. Nam planum per A B actum, axemque ſecans in D, faciet cum parallelogrammo H L quod per axem ducitur, communem ſectionem E G ad eumdem cylindri axem obliquam, ideoq; in cylindro ellipſin progignet E F G per 16. prop. 1. lib. Sereni, cuius maxima quidē diametrus E G erit, minima verò quæ huic ad normam adiungetur. Quare obliqua oculorum conſtitutione media pars cylindri videbitur, ſi A B ipſi E G parallelę æqualis fuerit.

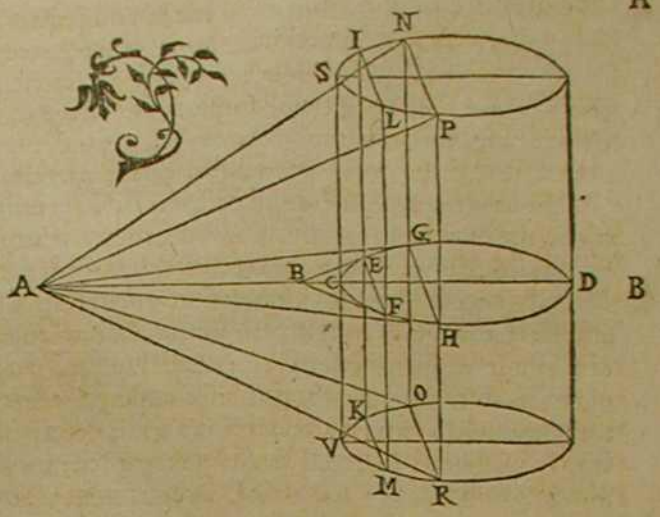
PROPOSITIO C. THEOREMA.

E *Aſpectu appropinquante cylindri conuexo, minus quidem eſt quod apparet, videtur autem maius eſſe.*

PER cylindri axem recta traijciatur A D, rectos cum axe angulos efficiens, ipſiuſq; cylindri ſuperficiem penetrans in punctis C & D, viſuſque in ipſam
F A D incedat, ſitque nunc in A remotior, nunc in B propinquior. Per C D verò planum actum intelligatur baſi parallelum, quod proinde circulus erit diametrū habens C D: hic ſiquidem per cylindri axem tranſit: quare & per circuli ipſius centrum. Axis namque ea recta



A



linea definitur, quæ omnium circulorum centra peruadit.

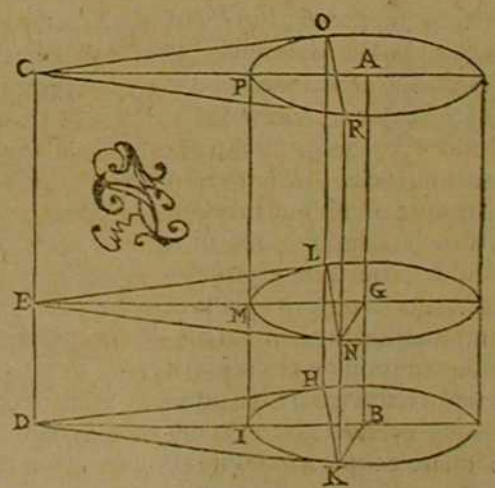
Quoniam ergo A & B in eodem sunt plano, in quo & circulus G C H D, visu in B constituto minor circuli portio aspectui patet, quàm si in A oculus transportetur per 83. huius. Sit itaque pars ex B spectata E C F; ex A verò G C H, ac per extrema linearum E F & G H rectæ in longitudinem cylindri extendantur I K, L M, N O, & P R, in quibus radij ab A & B educti cylindrum contingunt per superius lemmation, ac proinde cylindri portiones, quæ obtutui patent, definiunt. Cùm verò vti in præcedente propositione ostensi sunt arcus H M K & I N L ipsi E F G æquales: ita hîc ostendi æquales possint I S L & K V M ipsi E C F; itemque N S P & O V R ipsi G C H, erit cylindri portio C
I S L K V M, quæ ex B propinquiori loco conspicitur, minor ipsâ N S P O V R, quæ ex A loco remotiore; quod erat propositum demonstrare.

Quòd autem maior esse videatur cylindri pars quæ ex B cernitur, quàm quæ ex A, licet illa minor reipsa sit, eodem prorsus modo poterit demonstrari adiuuante 84. propositione huius. Cùm enim palàm ex ea iam sit portionem E C F videri maiorem quàm G C H, quòd angulus E B F angulo G A H ostensus sit maior; sequitur & totum id, quod de cylindri conuexo ex B conspicitur, illo maius videri quod cernitur ex A. Nam, vt sæpius iam dictum est, totus cylindrus ad visam partem ita se habet, quemadmodum tota basis ad basis partem quæ videtur; & vt pars basis ad partem basis, sic pars cylindri ad cylindri partem: cui quoque adstipulatur 11. propositio duodecimi Euclidis. Igitur si maior apparet E C F ex B quàm G C H ex A, proportione quadam tota cylindri D
pars, quam E C F ceu basis sustinet, quęque ex B videtur, maior apparet ea portione cui G C H substernitur, & quæ ex A spectatur.

PROPOSITIO CI. THEOREMA.

Si visus per lineam axi parallelam incedat, æqualem semper cylindri portionem complectetur.

Esto cylindri axis A B, cui parallela ponatur C D, per quam oculus incedat, & nunc in C, nunc in E, nunc in D paulisper subsistat demonstrationi nostræ obsecuturus: ex C, E, & D verò rectè ducantur lineæ axi normales C A, E G, & D B, centrisque A, G, & B, per cylindri superficiem circuli describantur, qui æquales quidem inter se erunt per cylindri definitionem, axisque his omnibus ad rectos insistet angulos. E



Si itaque ex D radij porrigantur, qui cylindrum contingant in circulo ex B descripto ad signa H & K, erit pars circuli visa H I K. Et si ex H & K rectæ lineæ per cylindri longitudinem explicentur, quę reliquos circulos secent in L, O, R, & N; quoniam radij omnes ex D ad cylindrum educti in rectis lineis tactiones faciunt per superius lemmation, erit pars cylindri ex D visa ea, quam planum O K à non visa disterminat æquis constans

circu-

A circulorum ſegmentis. Cùm enim per 97. huius parallelæ ſint H L & K N, ipſæque inter ſe æquales, vt ex cylindri definitione colligi poteſt, erunt & H K & L N æquales & parallelæ per 33. primi Euclidis. Quare per 28. tertij Euclidis æqualia erunt circulorum ſegmenta H I K & L M N: eodemque modo & O P R, quippe cùm parallelæ & æquales quoque ſint O L & R N.

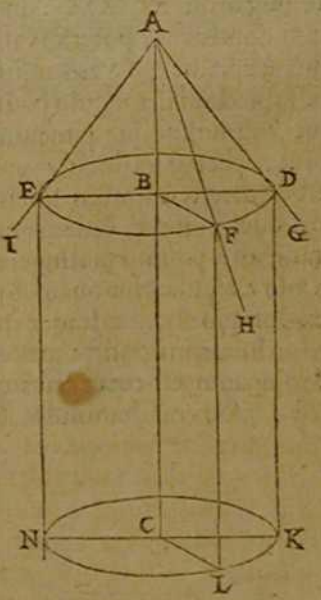
Iam verò ſi aſpectus in E tranſmutetur, oſtendendum eſt eamdem circuli portionem L M N ex E videri, quæ ex D conſpiciebatur. Cùm enim parallela poſita ſit E D ipſi G B; & E G iuxtà ac D B applicitæ ſint ad rectos ipſi B G angulos, erunt & D E G, E D B anguli recti per 29. primi Euclidis. Igitur rectangulum eſt E G B D. Quare & ipſum eſt paralle-
B logrammum per 28. primi Euclidis. Ac proinde quæ ex aduerſo ſunt latera E D & G B inter ſe ſunt æqualia per 34. primi Euclidis: ſed eidem G B æqualis & parallela eſt N K per cylindri definitionem: igitur N K ipſi quoque E D æqualis & parallela eſſe conuincitur; æqualis quidem per communiſſimam notionem, parallela verò per 30. primi Euclidis: ideoque per 33. primi Euclidis & E N ipſi D B parallela eſt, iunctiſque N G & K B, erunt per eamdem 33. primi Euclidis & ipſæ N G, K B parallelæ, quòd ſcilicet æquales & parallelas connectant N K & G B. Quocirca æquales erunt anguli E N G & D K B per 10. vndecimi Euclidis: ſed D K B rectus eſt per 18. tertij Euclidis, quòd D K circulum contingat in puncto K: itaque & E N G rectus erit. Atque ea propter per 16. tertij Euclidis, E N circulum contingit in N. Eodem verò modo E L circulum tangit in L: igitur
C eadem eſt circuli portio L M N, quæ ex E videtur, & quæ ex D. Sic quoque eadem erit O P R viſa ex C, quæ ex E & D. Quare eadem ex omnibus his locis cylindri portio cernitur. ſiquidem qualis videtur pars circuli, talis & cylindri. Perſpicuum igitur eſt, ſi viſus per lineam axi parallelam incedat, æqualem ſemper cylindri portionem videri; quod demonſtraſſe oportuit.

PROPOSITIO CII. THEOREMA.

Viſu cum axe cylindri in rectam lineam incidente, ſola conſpicua eſt baſis.

D

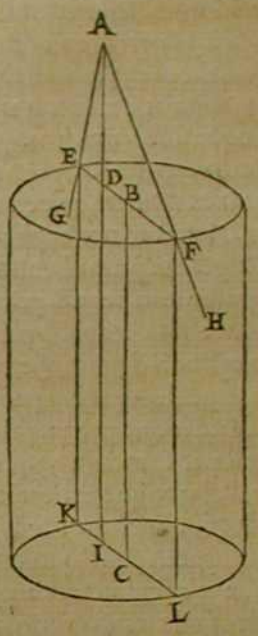
CYLINDRI axis eſto B C, & qui ab oculo A ad B radius procidit opticus, rectam lineam cum B C efficiat: dico è cylindro nil præter baſin D F E oculo A ſpectabile eſſe. Ab A namq; ad circumferentiam D F E radij quotcumque euocentur A D, A F, & A E, qui vlteriùs producantur in G, H, & I: quoniam axis B C ad baſin D F E rectus eſt, per definitionem 21. vndecimi Euclidis, & cum eo linea A B vnam rectam efficit, erit & A B ad baſis planum recta. Quare recti erunt anguli A B D, A B F, & A B E per 3.
E definitionem vndecimi Euclidis. Ex quo vlteriùs efficitur per 32. primi Euclid. angulos B D G, B F H, & B E I rectis eſſe maiores. à quibus proinde ſi recti demãtur B D K, B F L, & B E N, relinquentur acuti G D K, H F L, & I E N: quorum latera quantumlibet producta, cùm in pluribus quàm vno in puncto ſecare ſe nequeant, congrediantur autem in D, F, & E; conſequens eſt vt radiis A D, A F, & A E nil omnino de cylindro præter D, F, & E attingi poſſit. idemque in reliquis eodem modo demonſtrari poteſt. Perſpicuum eſt igitur viſu cum axe cylindri in rectam lineam incidente ſo-
F lam baſin ſpectabilem eſſe.



Et quamuis ſi oculus per lineam C B verſus B infinitè protractam incedat, anguli G D K, H F L, & I E N mutentur, ac oculo obſiſtente minuantur; numquã tamen eueniet, vt radij ab oculo ad D, F, & E ducti, ipſas D K, F L, & E N non ſecent: erunt ergo ſemper anguli aliqui ex radiis opticis & cylindri lateribus D K, F L, & E N conſtituti: quo fiet, vt radij optici ambitum baſis cylindricæ præterfecti, latera cylindri numquam attingant. Quare viſu cum axe cylindri producto incidente, nil præter baſin conſpicuum eſt; quod erat demonſtrandum.

Potest hoc ipsum theorema vniuersaliùs hoc modo proponi: Visu normaliter in basin cylindri incidente, nil præter basin spectari potest.

Opticus radius prolapsus à visu A normaliter in basin cylindri incidat, siue ad signum B, vt priùs, siue ad aliud quodcumque, puta D. Assumptis verò in basis perimetro quotcumque punctis puta E & F, ad hæc ex D rectæ ducantur lineæ D E & D F: quoniam igitur anguli A D E & A D F recti sunt per 3. definitionem vndecimi Euclidis, erunt per 32. primi Euclidis D E G & D F H rectis maiores. è quibus si auferantur D E K & D F L, recti illi quidem per cylindri definitionem, relinquentur G E K & H F L rectis minores: quorum latera cùm in E & F concurrant, indeq; à cylindri superficie longiùs semper abducantur; fieri nequit, vt radiis A E vel A F vlla cylindri pars, excepta basi, conspiciatur; sed neque vllis aliis radiis id fieri poterit, quòd idem in ceteris quibuscumq; radiis demonstrando probari queat, ob communem omnium rationem iam explicatam. Palàm est igitur visu normaliter in cylindri basin incidente, nil eius præter basin spectari posse; quod erat demonstrandum.

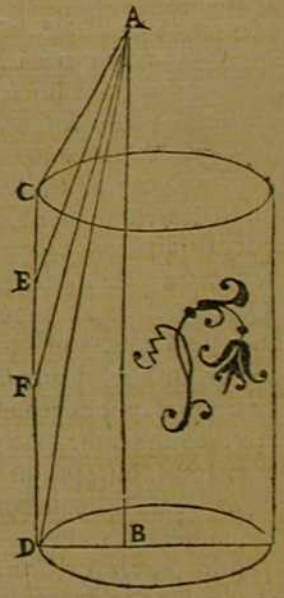


A B C

PROPOSITIO CIII. THEOREMA.

Si radius opticus, qui vel axi parallelus est, vel eamdem cum ipso rectam lineam efficit, intra cylindrum cadat, tota cylindri caua superficies apparet.

SIT visus A, vnde opticus radius A B axi parallelus intra cylindrum cadat: dico totam cauam cylindri superficiem adspectui patentem esse. Assumpta enim in cylindri superficie præter basin recta quapiam linea C D, ad eius extrema ab oculo A radij adiungantur A C & A D: quoniam igitur A C & A D angulum continent, poterit is infinitè diuidi, cùm sit magnitudo quæpiam: qui verò ipsum diuidunt radij A E, A F, &c. in subiectam illi angulo basin C D incidant necesse est. Igitur vnumquodque punctum eorum quæ in linea C D insunt, spectari ex loco A potest. Idemque intelligendum est de ceteris omnibus lineis, quæ in longitudinem cylindri duci possunt: eadem enim facilitate ad illarum puncta radij ab A possunt pertingere; imò eò faciliùs, quò directiùs à visu A aspicientur quàm linea C D, in quam visus maximè ex obliquo incidit. Itaque quia omnes radij, ad singula harum linearum puncta attinentia, intra cylindrum cadunt, perspicuum est totam eius cauam superficiem spectabilem esse; quod erat demonstrandum.



D E F

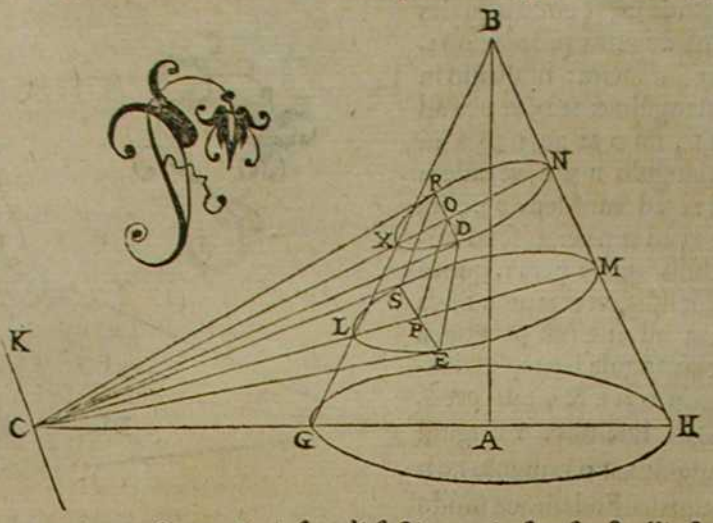
CONVS.

LEMMATION.

Radij, qui ab oculo ad coni superficiem tangentes euocantur, omnes vtrimque in rectis lineis tactiones faciunt.

HÆc Sereni Antinsensis est propositio 32. libri primi de cylindri sectione. Ex C inquam, vbi est oculus, radij educantur C D & C E, conum ex eadem ambo parte contingentes in D & E: dico eam, quæ per D & E in coni superficie ducitur, rectam

A rectam lineam esse. Ipsi namque A C ad rectos excitetur angulos C K, quæ in eodem sit plano cum basi coni G H. Per C K verò, & vtramque ipsarum C D & C E, quæ conum attingunt, plana extendantur conum secantia, quæque in coni superficie faciant lineas N D X & M E L. Sint



B autem sectionum dimetientes N X & M L, ad quas ordinatim applicentur D O & E P, quæ in alteram sectionis partem producantur, cum qua conueniant ad signa R & S. Itaque quoniam C D contingit peripheriam N D X R in puncto D, & eiusmodi sectio coni ostensa est ellipsis ab Apollonio libro primo propos. 13. erit vt N C ad C X, ita N O ad O X per 36. primi

C Apollonij: eademque ratione vt M C ad C L, ita M P ad P L: quare ea quæ P O connectit, producta in verticem coni incidit per ea quæ idem Serenus demonstrat propositione 31. libri primi. Ducatur igitur P O B: quoniam D R & E S ipsi C K sunt parallelæ, etiam inter se parallelæ erunt per 30. primi Euclidis: quare in eodem cum P O plano per 7. vndecimi Euclidis: itaque planum per lineas P O, D R, & E S ductum, sectionem facit in superficie coni; quod quia per B coni verticem transit, erit ea sectio triangulum per 3. propos. libri primi Conicorum Apollonij: quapropter puncta D & E quæ in coni sunt superficie, erunt & in trianguli latere; quocirca recta est linea ipsa D E in coni superficie, sic & R S. Cumque in ceteris eadem sit demonstratio, perspicuum est omnes radios, qui ab oculo ad coni superficiem tangentes emittuntur, vtrimque in rectis lineis tactiones facere;

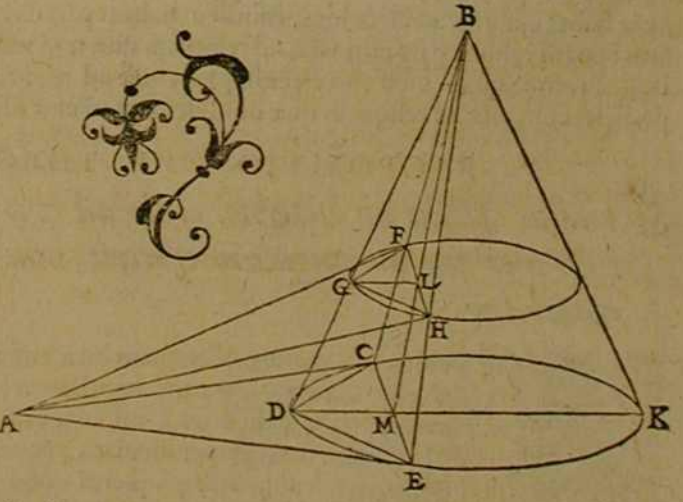
D quod erat probandum.

PROPOSITIO CIV. THEOREMA.

In cono similes sunt omnium circulorum portiones, quas oculus vnico aspectu contuetur.

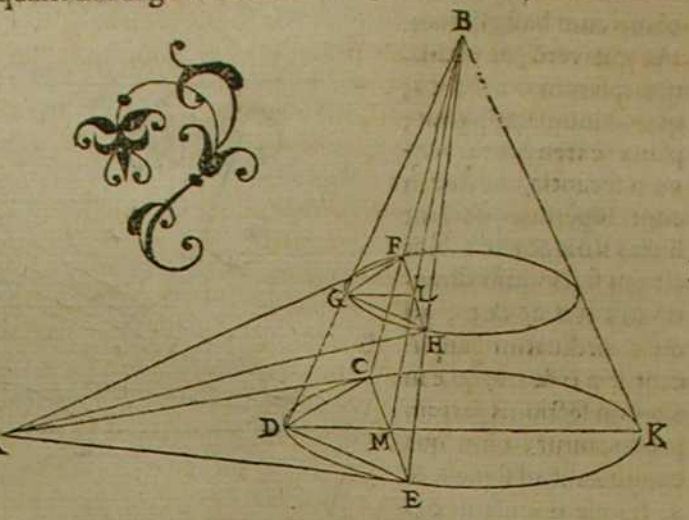
E ESTO oculus A extra conū datus, ac circuli vnius spectata portio C D E: dico huic proportione similes esse quotquot reliquorum circulorū portiones sub eumdem aspectum A cadunt. Sit enim circulus alius quicumque, eiusq; spectata portio F G H, quæ nimirum rectis lineis

F C B & E B per longitudinem coni ductis intercipitur; hanc ipsi C D E similem esse hunc in modum demonstrabitur:



Secetur conus duobus planis, vno per axem B D K, altero per verticem B, & loca contactuum C & E quo circuli C D E partem visam à non visa discriminat: quoniam igitur in cono omnes circuli inter se sunt paralleli, vt ex 18. definitione vndecimi Euclidis colligere licet, erunt G L & D M, nempe communes sectiones plani B D K, & circulorum F G H ac C D E parallelæ per 16. vndecimi Euclidis. eodemque modo erunt parallelę H F & E C

& E C, ex quo fit primò, vt æquales sint anguli G L H & D M E per 10. vndecimi Euclidis. A deinde fit, vt circũ æquales hos angulos proportionalia sint latera: nimirum in triangulo B M D, vt B M ad B L, ita D M ad G L; & in triangulo B M E, vt eadem B M ad eamdem B L, ita E M ad H L per 4. sexti Euclidis. quare per 11. quinti Euclidis, vt D M ad G L, ita E M ad H L: ac propterea æquiangula sunt ipsa triangula D M E & G L H per 6. sexti Euclidis. Est igitur angulus M D E angulo L G H æqualis. Eodemque modo



B

æqualis ostendi potest angulus L G F angulo M D C: itaque totus angulus F G H toto angulo C D E est æqualis per communem notionem. Sunt autem similia circulorum segmenta in quibus anguli inter se sunt æquales per 10. definitionem tertij Euclidis: igitur C segmenta F G H & C D E, ac eodem modo cetera omnia, quæ oculus vnico aspectu contuetur, inter se sunt similia; quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO CV. THEOREMA.

In cono vt se habet vnius circuli portio quæ videtur, ad eam quæ latet; sic visa superficies coni, ad reliquam quæ non apparet.

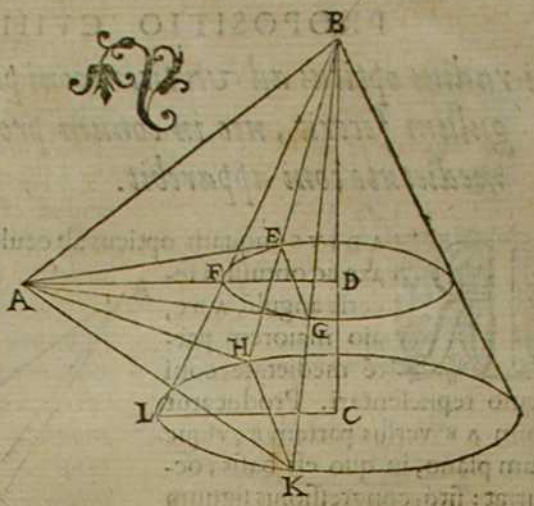
PROPOSITIO hæc eodem prorsus modo demonstratur, quo nonagesima sexta propositio huius libri. Vt enim cylindrus ex æqualibus, ita conus D ex inæqualibus circulis mutuò sibi superpositis consurgit. Cùm itaque per proximè antecedentem propositionem similes sint inter se omnium circulorum visæ portiones, manifestè consequitur has omnes ad reliquas partes quæ non videntur, eamdem rationem habere: nam per quintam quinti Euclidis, *Si magnitudo magnitudinis fuerit æquè multiplex, atque ablata ablatæ; etiam reliqua reliquæ ita multiplex erit, vt tota totius.* Quod ita in cono locum habet, vt si quam rationem habet circulus ad circulum, eamdem habeat pars circuli visa ad partem circuli visam: etiam reliqua pars non visa, ad reliquam quæ non videtur eamdem rationem habeat. Proinde qualis inest vno circulo partis visæ ad non visam proportio, talis erit superficiei coni visæ ad reliquam quæ obliteſcit; quod erat ostendendum. E

PROPOSITIO CVI. THEOREMA.

Si radius opticus ab externo oculo ad verticem coni destinatus cum axe acutum angulum effecerit, minor pars medietate coni videbitur.

SIT oculus in A positus, eò inquam loci, vnde eductus ad B verticem coni radius cum axe B C acutum angulum A B C efficiat: nec tamen A B F in conum incidat; dico ex A minus quàm medietatem coni spectari. Ducatur enim A D axi perpendicularis per 12. primi Euclidis (id autem fieri posse perspicuum est, propterea quòd A B D angulum acutum esse supposuimus) ac per A D planum extensum intelligatur basi parallelum, quod proinde in coni superficie sectionem producet circulum, cuius centrum D per 4. primi Conicorum Apollonij. Ad hunc ergo circulum si radij destinẽtur, qui ipsum contingant, A E & A G, hi per 60. propositionem libri huius minorem medietate portionem intercipient. Sit autem illa E F G, atque ab E & G rectæ per coni superficiem exponantur, quæ ad verticem ac basin pertingant: in his omnes radij ab A ad conum tangentes ducti tactiones

A ctiones faciunt, quia vt ſuperiore lemmatio à nobis eſt præmonſtratũ, radij, qui ab oculo ad conum tangentes ducuntur, omnes in rectis lineis tactiones faciunt: quare B H & B K portionẽ coni viſam cõprehendent, atque à non viſa ſecernent. Cùm autem E F G ſemicirculo ſit minor per 60. huius, & quale eſt circuli ſegmentum E F G, talis ſit
B tota coni ſuperficies aſpectui patens B H L K ad reliquam quæ obliteſcit; perſpicuum eſt, ſi ducta ab externo oculo ad verticem coni acutum angulum cum axe effecerit, minus medietate coni eſſe quod ſpectatur; quod demonſtraſſe oportuit.

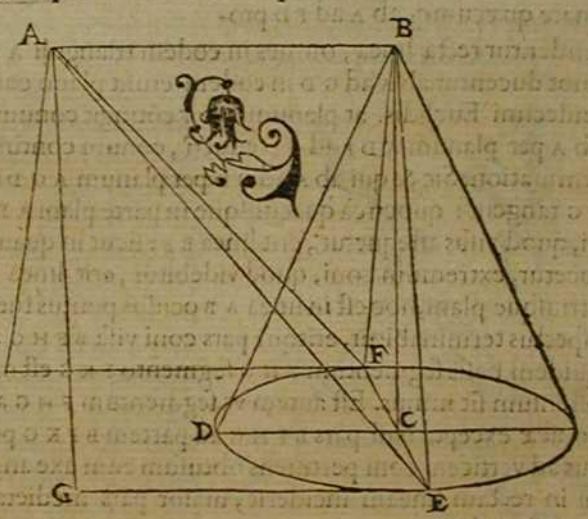


PROPOSITIO CVII. THEOREMA.

C *Si radius opticus axi ad verticem normalis fuerit, mediet as ſuperficiei conicæ excepta baſi conſpicua erit.*



ESTO inquam locus in quo oculus A, & qui ab eo ad verticem coni B radius ducitur A B, ſit axi B C perpendicularis: dico ex loco A medietatem conicæ ſuperficiei excepta baſi videri. In ipſa namque baſi ex centro ducatur C D
D ipſi A B parallela (quod fieri poſſe perſpicuum eſt, cùm axis B C vtrique, nempe radio A B & baſi ſit perpẽdicularis) deinde per idem centrũ C ducatur E F ad rectos ipſi D C angulos per 11. primi Euclidis: ac rurſus ab E & F in eodem plano, in quo baſis, perpendiculares excitentur E G & F H per eamdem
E 11. primi Euclidis, quæ per 28. primi Euclidis parallelæ erunt cùm inter ſeſe, tum ipſi C D: quare per 9. vndecimi Euclidis ipſi quoque A B parallelæ erunt, quòd nimirum A B ſit parallela ipſi C D per conſtructionem. Cùm igitur E G & F H ſint poſitæ ipſi E F perpendiculares, ſitque E F acta per centrum baſis; conſequens eſt vt G E & H F baſin coni tangant in punctis E & F per 16. tertij Euclidis; & vt portio baſis E D F tangentibus comprehenſa ſit ſemicirculus per 17. definitionem primi Euclidis.



Præterea iungantur E B & F B, ipſiſque ponantur æquidiſtantes A G & A H: quoniam igitur æque diſtant A B & G E, quæ ad ipſas applicantur A G & B E in eodem erunt
F cum ipſis A B & G E plano per 7. vndecimi Euclidis. Sic & A H & B F cum A B H F in eodem plano erunt. Cùm verò planum A B E G conum tangat in B & E, vtique in tota recta linea B E tactionem faciet per lemmation paulò antè demonſtratum: eodemq; modo planum A B F H tanget conum in recta linea B F. Igitur in quacumque parte plani A B E G oculus poſitus fuerit, terminabitur coni aſpectus in recta linea B E, ſiquidem radij omnes optici in eodem cum recta B E plano erunt. Similiter & altera ex parte viſu in plano A B F H ad quoduis eius ſignum conſtituto, terminabitur coni aſpectus in recta linea B F eamdem ſcilicet ob cauſam. Itaque ſi in communi vtriuſque plani congreſſu, hoc eſt, in recta A B oculus ſtatuatur, is vtramque lineam B E & B F attinget, aſpectuque mediam coni partem comprehendet; quod erat demonſtrandum.

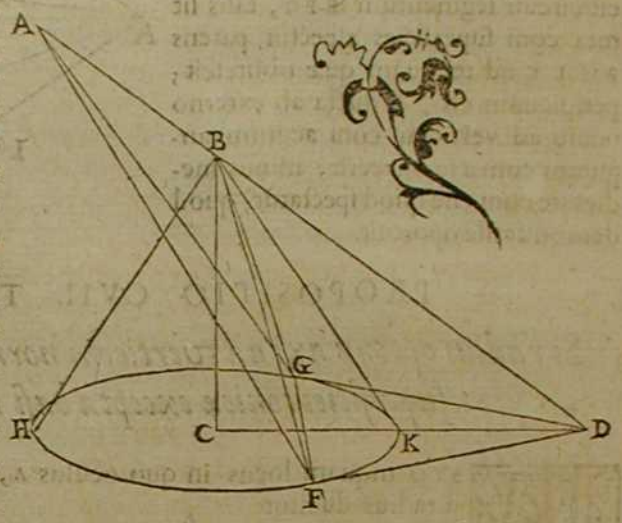
PRO-

A

PROPOSITIO CVIII. THEOREMA.

Si radius opticus ad verticem coni pertinens obtusum cum axe angulum fecerit, nec in conum productus inciderit, maior pars medietate coni apparebit.

RADIVS inquam opticus ab oculo A ad B verticem coni pertinens, si cum axe BC obtusum fecerit angulū A B C, aio maiorem partē medietate coni oculo repræsentari. Producatur enim A B versus partem B, vsque dum plano, in quo est basis, occurrat: sitq; congressionis signum D, à quo rectæ ducantur D F & D G, quæ basin contingant in punctis F & G, iunganturque A F & A G: quoniam igitur A D F triangulum est, erunt tria eius latera, imò & totum triangulum in vno plano per 2. vndecimi Euclidis: quare quæcumq; ab A ad F D protendentur rectæ lineæ, omnes in eodem trianguli A D F plano erunt; ac similiter quotquot ducentur ab A ad G D in eodem erunt plano cum triangulo A D G per eamdem 2. vndecimi Euclidis. at planum A D F cōtingit conum in B & F: igitur radij omnes optici ab A per planum A D F ad F D educti, conum contingunt in recta linea B F per superius lemmation. Sic & qui ab A ad G D per planum A G D extendentur, conum in recta linea B G tangent: quocirca quacumque in parte plani A F D oculus statuatur, extremum coni, quod visus assequetur, erit linea B F: sicut in quauis parte plani A G D si oculus collocetur, extremum coni, quod videbitur, erit linea B G: igitur si in communi sectione vtriusque plani, hoc est in linea A B oculus positus fuerit, ad vtramque lineam B F & B G aspectus terminabitur, eritque pars coni visa B F H G: est autem hæc dimidio maior; siquidem basis segmentum F H G segmento F K G est maius, quòd F K G propos. 60. huius ostensum sit minus. Est autem vt segmentum F H G ad F K G segmentum, ita superficiei conicæ excepta basi pars B F H G ad partem B F K G per 105. huius. Itaque si radius opticus ad verticem coni pertinens obtusum cum axe angulum fecerit, nec cum latere coni in rectam lineam inciderit, maior pars medietate coni apparebit; quod erat demonstrandum.



B C D E

PROPOSITIO CIX. THEOREMA.

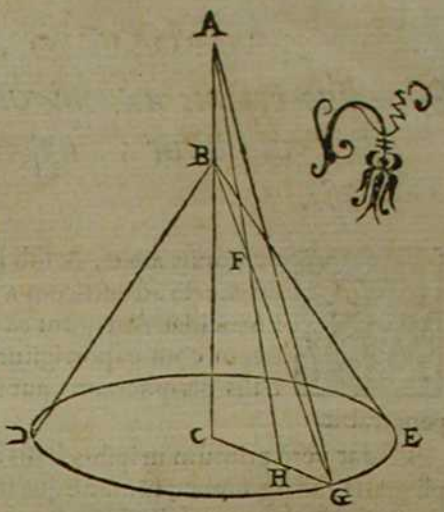
Si axis coni sursum productus centrum visus attingat, vniuersa superficies coni excepta basi spectabitur; apparebit autem circulus.

CONI inquam B D E axis B C supernè productus in centrū visus A incidat: dico ex A vniuersam coni superficiem basi excepta spectari, quòd scilicet nullum in ea punctum existat, à quo ad oculū non liceat rectam lineam ducere. Sit enim acceptum in ea quodcumque punctum F, ducaturque à vertice coni per F recta ad basin vsque protensa B G, & A F, A G iungantur: quoniam A B G triangulum est, cuius basis B G, vertex autem A, licebit à vertice ad quoduis punctum basis, atque etiam ad punctum ipsum F rectam lineam ducere; quæ producta coni solidum penetrabit, & cum basi concurret ad punctum H. Liber igitur est puncti F ex loco A prospectus. Cumque eodem modo in ceteris institui queat demonstratio, perspicue liquet ex A vniuersam coni superficiem basi excepta spectari; quod primò erat propositum.

F

Quòd

A Quòd autem ex A ſpectata coni ſuperficies vt circulus appareat, ex 62. huius probari poteſt. Cùm enim viſus in linea ex centro baſis perpendiculariter erecta ſit conſtitutus, conſtat per eamdem 62. huius omnes baſis dimetientes æquales apparere: atque ea propter coni etiam baſin vt circulum videri neceſſe eſt, ex quo denique & illud neceſſariò efficitur, vniuerſam

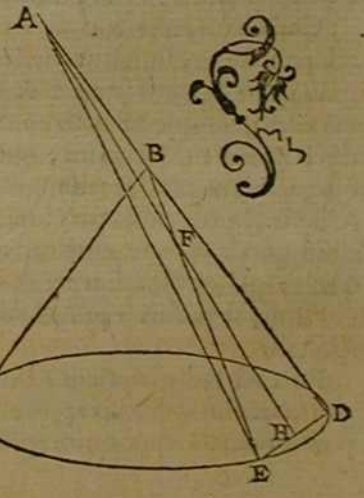


B coni ſuperficiem circuli in modum aſpectui apparere, ſiquidem eius aſpectus ad baſis perimetrum circumquaque terminatur, nec enim vlla recta linea ab oculo A ad extimam baſis circumferentiã duci poteſt, quæ extra coni ſuperficiem excepta baſi non cadat: quoniam igitur totius ſuperficiei conicæ proſpectus intra ſpectatum baſis ambitum incidit, illa profectò vt circulus apparebit; quod ſecundo loco propoſitum fuit.

PROPOSITIO CX. THEOREMA.

C *Si latus coni ſupernè productum in centrum viſus incurrat, tota coni ſuperficies ſub aſpectum cadet; videbitur autem ellipſis.*

LATVS coni B D ſupernè productum, in A centrum viſus incidat: dico igitur primò lineam B D puncti inſtar ſpectari, quod atteſtatur propoſitio 15. huius: deinde dico reliquam omnem coni ſuperficiem, excepta baſi, ſub aſpectũ venire; quòd nimirum, vt in ſuperiore propoſitione, nullum punctum in ea notari queat, à quo non liceat re-



D ctam lineam ad oculum ducere, per quam proinde eius aſpectabilis forma ad obtutum perferatur. Sit enim in ſuperficie coni præter baſin extra lineã B D acceptum punctum F quodcumque, ducaturq; per F rectà à vertice B ad baſin linea B E: hæc in lineam B D neutiquam incidet, quòd F extra ipſam B D ſit acceptum: igitur A B & B E duæ erunt diſtinctæ lineę angulum continentes A B E. Sed & A E ab vtraque diuerſa eſt linea, quippe quæ vtriuſque extrema connectit, angulumque A B E ſubtendit; igitur

E A E triangulum claudit A B E. Cùm verò à quouis ſigno lateris B E ad oppoſitum angulum B A E rectam lineam ducere liceat, etiam ab F ad A rectam porrigere concedetur, quæ longiùs protenſa coni ſolidum peruadet, & ad baſin vſque pertinget ad ſignum H; ſiquidem & A D E triangulum eſt, in cuius plano eſt ipſa B E. Per hanc ergo forma puncti F ad aſpectum in A poſitum tranſcribi poterit, quę obtutum ad ſui dignotionem permoueat. Hæc porrò demonſtratio, quia in ceteris omnibus punctis ſuperficiei conicæ, excepta baſi, eamdem habet oſtenſionem, palàm eſt, ſi latus coni ſupernè productum in centrum viſus incidat, vniuerſam coni ſuperficiem aſpectui pate-

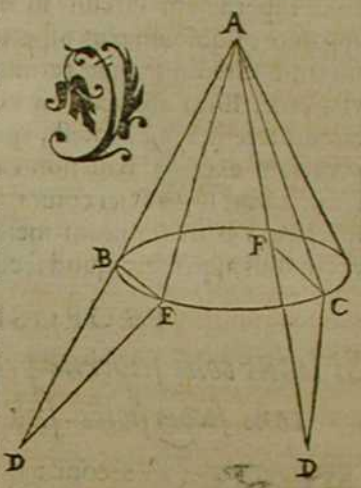
F re; quod demonſtrare oportebat.

Iam quòd ellipſis appareat ſpectata hoc modo coni ſuperficies, hinc oſtendi poteſt, quòd ita baſis propter obliquitatem aſpectus appareat ellipſis per 66. propoſitionem libri huius. Cùm ergo eadem ſit apparentis ſuperficiei conicæ & baſis circumſcriptio ac peripheria, neceſſe eſt ipſam ſuperficiem eius formæ apparere, cuius apparet baſis: at baſis vt ellipſis ſpectatur, vt iam iam oſtenſum eſt: igitur & ipſa coni ſuperficies apparet ellipſis, quod erat probandum.

PROPOSITIO CXI. THEOREMA.

Si radius opticus ad coni verticem ductus in baſin inciderit, hæc ſola videbitur; apparebit autem nunc circulus, nunc ellipſis.

SIT conus A B C, & ſub ipſo conſtitutus oculus in D, eo ſcilicet loci vnde educta ad verticem A recta linea in baſin incidat. Aut igitur ea quæ ex D ad verticem coni exporrigitur, in ipſam cadet baſis peripheriam, aut ſanè eius planum penetrabit.



Cadat verò primùm in ipſius baſis ambitum, exempli gratia, ad ſignum B, ſumaturque in eadem circumferentia quodcumque aliud punctum, puta E, ad quod ex A & D rectæ protendantur A E, quæ quidem in ſuperficie coni erit, & D E, quæ triangulum A D E claudet. Et quoniam triangulum A D E conum ſecat per verticem, eſtque B E communis ſectio trianguli & baſis, perſpicuè patet nullam poſſe rectam lineam ex D ad A E produci, quæ ipſam B E non ſecet, quandoquidem B E in eodem ſit cum triangulo A D E plano. Quare & baſin coni ſecabit quicunque ex D ad A E opticus radius procidet. Ergo tota A E aſpectui eripitur: ſed & ceteræ omnes quæ à vertice ad quoduis punctum circumferentiæ baſis extendi poſſunt, à viſu ſubducuntur: igitur ſola baſis ex loco D ſpectabilis eſt.

Cadat iam recta ex D ad verticem coni protenſa intra ipſam baſis circumferentiam ad punctum F, ſumaturque vt priùs in circumferentia punctum quodcunque, exempli gratia C, iunganturque A C & D C. Quoniam itaque triangulum A D C conum ſecat per verticem, eiuſque & baſis communis ſectio eſt F C, omnes etiam radij ex D ad A C producti ipſam F C ſecabunt, quòd ſcilicet F C in eodem ſit plano cum triangulo A D C: quare iidem radij ſecabunt & baſin; ſiquidem F C in eodem quoque eſt plano in quo & baſis. Igitur nulla pars lineæ A C ex loco D videri poteſt. Cumque eodem modo ſi aliud quodcumque punctum in baſis perimetro aſſumatur, oſtendi poſſit, eam lineam quæ ab ipſa ad verticem per coni ſuperficiem extenditur, penitus obliteſcere; rectè concluditur, ſi radius opticus ad coni verticem ductus in baſin inciderit, ſolam baſin ſpectari.

Porrò ſi radius opticus ad verticem coni ductus in centrum baſis rectis inciderit angulis, circulus ipſa baſis apparebit per 62. propoſ. libri huius; ſin autem, ellipſis per propoſitionem 66. quæ omnia propoſita fuerant demonſtranda.

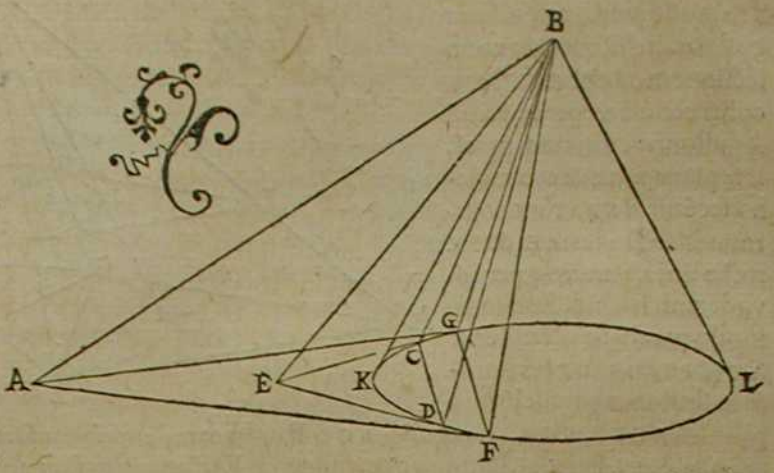
PROPOSITIO CXII. THEOREMA.

Oculo per planum, in quo eſt baſis coni, propiùs accedente, minor conicæ ſuperficiei portio conſpicitur; videtur autem maior.

OCVLVS inquam A in eodem plano, in quo & baſis coni G K F incedat, & in E cono propinquior ſit quàm in A: dico ex loco E minorē coni portionem ſpectari quàm ex A. Nam per 83. propoſ. huius libri conſtat, ſi ex A & E ad baſin contingentes ducantur, ex A quidem A G & A F; ex E verò E C & E D, minorem fore baſis portionem C K D, quæ ex E ſpectatur quàm G K F, quæ videtur ex A. At propoſitione 105. huius oſtenſum eſt, ita ſe habere ſuperficiei conicæ portionem viſam ad reliquam quæ latet, quemadmodum ſe habet vnius circuli (vt eſt hoc loco baſis) ſegmentum viſum ad reliquum quod non videtur. Igitur vt baſis ſegmentum C K D ad reliquum ſegmentum C L D, ita conicę ſuperficiei portio B C K D ad reliquam B C L D. Quare per 18. quinti Euclidis, & componendo, vt baſis ſegmentum C K D ad C L D vna cum eodem C K D, hoc eſt ad totam baſin; ita

ſuperfi-

A ſuperficiei conicę portio B C K D ad totam ſuperficiem, excepta baſi. Ac rurſus componendo, vt baſis ſegmentum G K F ad baſin totam, ita ſuperficiei conicæ portio B G K F ad totam coni ſuperficiem: conuertẽdo autem, vt tota baſis ad ſegmẽtum C K D, ſic tota ſuperficies coni præter baſin ad eius



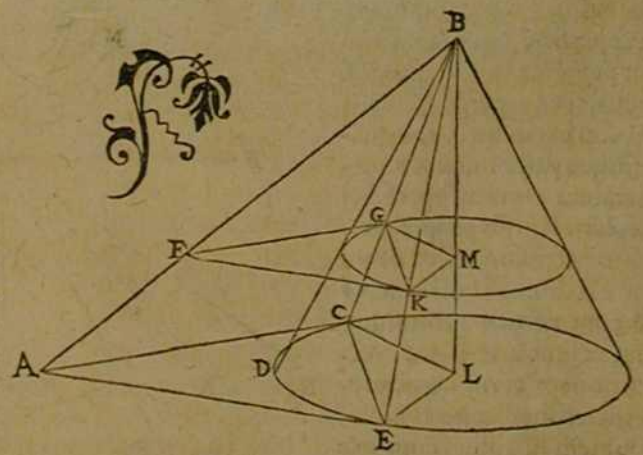
B partem B C K D: & vt tota baſis ad ſegmentum G K F, ita ſuperficies tota ad partem B G K F Igitur per 11. quinti Euclidis, vt ſegmẽtum C K D ad G K F ſegmentum, ita ſuperficiei conicę pars B C K D ad partem B G K F; & permutando, vt baſis ſegmentum C K D ad ſuperficiei conicæ portionem B C K D, ita G K F ſegmentum C baſis ad B G K F conicę ſuperficiei portionem: ſed ſegmentum C K D ſegmento G K F minus eſt per ſuperiùs citatam 83. propoſitionem huius: quocirca per 14. quinti Euclidis & ſuperficiei conicę portio B C K D quæ ex E conſpicitur, minor eſt quàm B G K F quæ videtur ex A. Viſu itaque in eodem plano in quo baſis incedente, conoque appropinquante, minor portio ſuperficiei excepta baſi conſpicitur; quod erat demõſtrandum.

Videtur autem è propinquiori loco viſa portio ſuperficiei conicæ maior quàm è remotiori: ſiquidem planorũ B E C & B E D diuaricatio maior eſt quàm planorũ B A G & B A F. Vti enim A G & A F arctiùs cõſtringuntur, ita & plana B A G & B A F propiùs ad ſe mutuò inclinantur: at quia plana B E C & B E D, quorũ baſes E C & E D ampliori ſpatio diuellũtur, maiorem quoque ſpatij amplitudinẽ continere neceſſe eſt; ac proinde portionẽ quoque D conicæ ſuperficiei B C K D quàm B G K F maiorem apparere; quod erat probandum.

PROPOSITIO CXIII. THEOREMA.

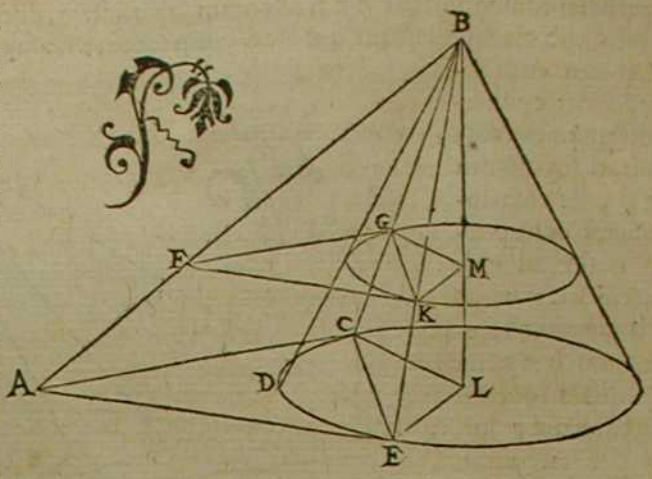
Oculus per eumdem radium opticum ad verticẽ coni exporrectum incedens, eamdem ſemper conicæ ſuperficiei portionem intuetur.

ESTO coni vertex B, ſubiectaque baſis C D E, & axis B L; oculus verò A, vnde ad verticem recta protenſa ſit



E A B: dico viſu in lineam A B tranſmutato æqualem ſemper conicę ſuperficiei portionem ſpectari. Ab A namque ad baſin contingentes educantur A C & A E, quod fieri quidem poterit per 17. tertij Euclid. ſi oculus in eodem ſit cum F baſi plano; ſin minùs, ſecetur conus per A plano quod baſi ſit parallelum, faciatq; in cono ſectionem circulum, ad quem ex A, vti dictum eſt, contingentes euocentur A C, & A E: ab ipſis autem contactibus C & E ad verticem rectæ procedant C B & E B, quæ vnà cum tangentibus ipſaque A B duo triangula perficient, nempe A C B & A E B, quæ quoniam ambo per A & B tranſeunt, erit communis vtriuſque ſectio recta linea A B per 3. vndecimi Euclidis. Quoniam itaque A C & A E baſin contingunt in C & E, conſtat portionem ſuperficiei conicæ ex A ſpectatam eſſe A C D E, quæ tangentibus continetur.

Si ergo viſus in F aliúdve quodcumque punctum lineæ A B transferatur, dico eam-

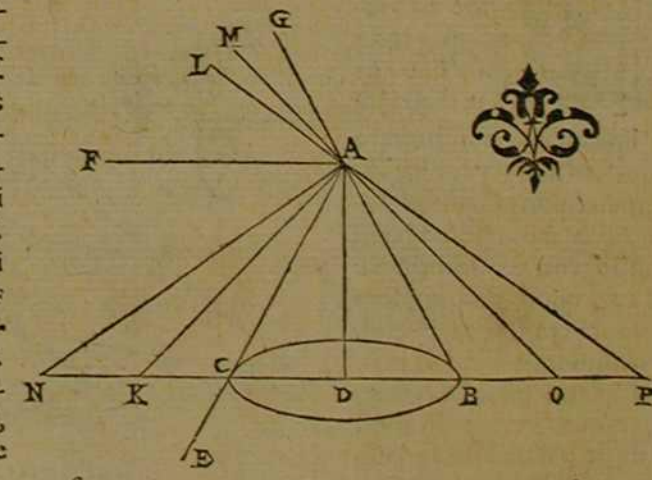


dem conicę ſuperficiei portionem B C D E conſpici. Per F namque planũ extendatur baſi parallelũ, quod in cono ſectionem faciat circulum, cuius centrũ M per 4. primi Apollonij: cùm itaq; parallela plana A C E & F G K plano ſecẽtur A E B, erunt communes ſectiones A E & F K rectæ lineæ parallelę per 16. vndecimi Euclid. Eodemq; modo parallelæ oſtendẽtur A C & F G, communes nimirum ſectiones parallelorum planorũ A C E & F G K, triangulique; A C B. Rurſus eamdem ob cauſam parallelæ erunt C L ipſi G M, & E L ipſi K M. Igitur per 10. vndecimi Eucl. æquales ſunt anguli F G M ipſi A C L, & F K M ipſi A E L: at A C L & A E L recti ſunt per 18. tertij Eucl. quocirca & F G M, F K M recti erunt, ac proinde F G & F K circulũ contingent in G & K per 16. tertij Euclid. Quare cùm eæ quæ à vertice B per G & K ad baſin vſque extenduntur, rectæ lineæ eædem illæ ſint, quæ antè ex C & E ad verticem perductæ fuerant; erit quoque eadem conicæ ſuperficiei portio, quæ ex F & quæ ex A ſpectatur. Eſt verò in ceteris ſtationibus oculi per lineam A B tranſmutati eadem demonſtrandi ratio. Igitur quacumque in parte lineæ A B oculus ſubſiterit, eamdem ſemper coni portionem videbit; quod erat demonſtrãdum.

PROPOSITIO CXIV. THEOREMA.

Quò radius opticus ab externo oculo ad verticem coni deſtinatus maiorem cum axe angulum fecerit, niſi in conum ipſum inciderit, eò maior erit conicæ ſuperficiei portio, quæ ſub aſpectum cadet.

CONVS A B C, cuius axis A D, ſecetur triangulo per axẽm A B C; eiuſq; trianguli alterum latus A C infernè verſus E, alterum verò A B ſupernè G verſus, in infinitũ producantur. Patet igitur per 10. prop. huius lib. è quauis parte lineæ A E nihil conicæ ſuperficiei videri præter rectam lineam A C, quæ vt punctum apparet; è quacumque autem parte lineæ infinitæ A G præter ſolam lineam A B totam coni ſuperficiẽ conſpici. Conſtat præterea ex 107. propoſ. huius, ſi ex A perpẽdicularis axi A D excitetur A F, è quacumque parte lineæ A F medietatem conicæ ſuperficiei ſpectari. Rurſus propoſ. 106. huius oſtenſum eſt, ex omni parte radiorum qui infra A F ad coni verticẽ protrahuntur, vt ſunt A H & A K, &c. portionem cerni conicæ ſuperficiei medietate minorẽ, ſiquidem hi omnes cum axe angulum faciunt recto minorem: ſunt enim omnes recti anguli F A D partes. At ex radijs A L & A M, qui ſupra lineam A F attolluntur, maiorem medietate conicæ ſuperficiei comprehendi ex propoſ. 108. huius liquet, quòd nimirum hi omnes angulos faciant cum axe obtuſos, recto ſcilicet F A D maiores.



Reſtat itaque vt inter ſe conferantur illæ etiam lineæ, quæ vel ſupra perpendicularem A F, vel infra eam ſunt. Quamobrem dico ex linea A H maiorem conicæ ſuperficiei portionem ſpectari quàm ex A K; & ex A M maiorem quàm ex A L; quòd videlicet

angulo

A angulo D A K angulus D A H sit maior, itemque maior angulus D A M quàm D A L; quæ iam sigillatim per se sunt enucleanda.

Ac primò quòd ex quauis parte lineæ A H, quàm ex quauis lineæ A K parte, maiorem conicæ superficiei portionem videri contingat, sic demonstrabitur: B C, quæ & basis coni dimetiens est, & latus trianguli per axem A B C vertici subtensum, producatur versus C quoad lineis A K & A H etiam productis occurrat, sintq; occurrentium linearum puncta H & K: quoniã igitur maior est angulus D A H angulo D A K, vt totus sua parte; erit & D H ipsâ D K maior, vt tota suâ parte. Sublata ergo cõmuni portiuncula D C, relinquetur C H quàm C K maior per communem notionem. Igitur per 83. huius ex H quàm ex K maior
B portio circularis perimetri conicæ basis apparebit: quare & maior portio superficiei conicæ præter basin. Namq; per 105. huius, in cono vti se habet basis portio quæ spectatur ad eam quę latet, sic visa superficies coni, excepta basi, ad reliquam quæ non apparet.

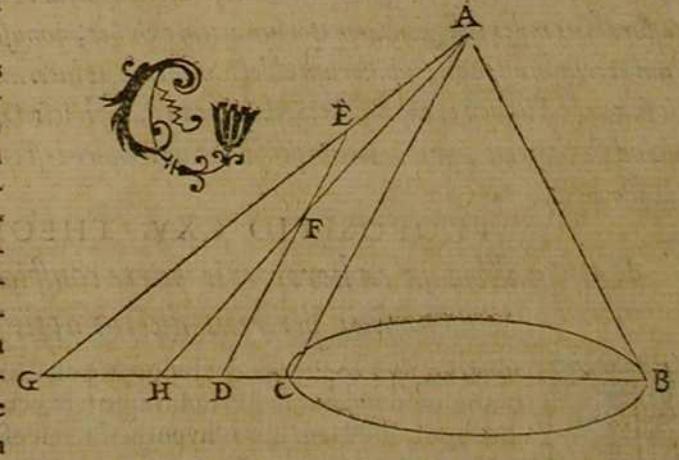
Deinde quòd ex omni quoque parte lineæ A M quàm A L maior portio conicæ superficiei conspiciatur, sic probabitur: Producantur M A & L A infinite, quibus C B similiter producta occurrat ad signa O & P: quoniam igitur anguli M A D & D A O duobus rectis sunt pares per 13. primi Euclidis, itemque L A D & D A P æquales duobus rectis per eamdem 13. primi Euclidis, erunt duo anguli M A D & D A O, duobus L A D & D A P æquales. Ab his igitur si inæquales auferantur anguli, maior quidem D A M, & D A L minor ex hypothesi, relinquentur per vulgatum axioma inæquales, maior quidem
C D A P, minor verò D A O. Quare & his subiectæ bases D P & D O inæquales erunt, hæc minor, illa maior; à quibus si rursus communis portio detrahatur D B, relinquetur B P ipsâ B O maior: quocircà si ex P & O ad basin reliquamque coni superficiem contingentes ducantur, eductæ ex P maiorem portionem tum basis, tum superficiei conicæ comprehendent, quàm quæ ducentur ex O per 83. huius: at quæ ex P, eam partem coni determinant, quæ oculo in linea A L posito occultatur; quæ verò ex O, eam definiunt partem, quæ oculum in linea A M constitutum latet. Cùm itaque aspectui in aliqua parte lineæ A M posito minor pars conicę superficiei subducatur, quàm constituto in linea A L, fit vt ex linea A M maior pars conicę superficiei videatur, quàm ex linea A L: atque ea propter quò maior erit angulus quem radius opticus cum axe facit, eò maio-
D rem fore necesse est conicæ superficiei portionem quæ spectatur, nisi opticus radius in alterum latus trianguli per axem inciderit, quod erat demonstrandum.

Ex his colligi atque etiam demonstrari potest id quod nonnulli proponũt hoc modo:

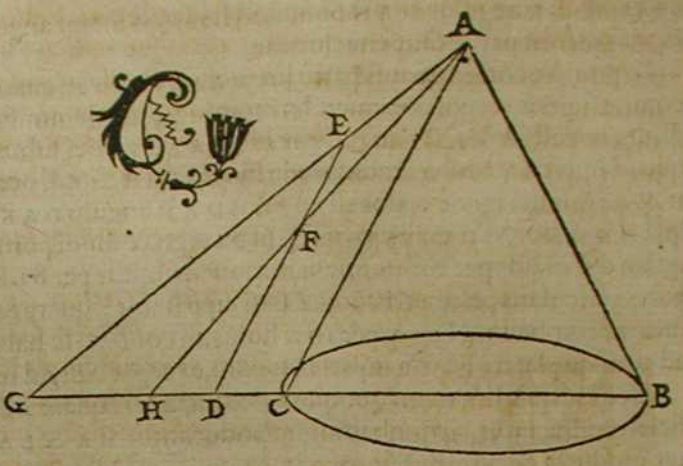
CONSECTARIVM.

Æquali à cono distantia quo sublimiùs oculus attollitur, eò maiorẽ coni portionẽ videt; sed ea minor apparet: quo verò humiliùs deprimitur, eò minus est coni, quod spectatur; apparet autẽ maius.

E Esto conus A B C, atque in eo triangulum per axem A B C, cuius lateri A C parallela ducatur D E, per quam oculus deportetur æquali semper à cono distantiâ: dico ex E loco eminẽtiore maiorem coni portionem spectari, quàm ex F loco demissiore; at quæ ex F cernitur, maiorem apparere eâ quæ ex E cõspicitur. Ducantur enim à vertice coni ad E & F, rectæ lineæ A E & A F, produ-
F canturq; quoad basis diametro B C productæ occurrant ad signa G & H, (concurrent autem, si quidem D E quàm A C minor fuerit, vt quiuis demonstrare facilè poterit) & quoniam maior est angulus C A G angulo C A H, erit & C G ipsa C H sua videlicet parte maior: itaque G longiùs à cono distat quàm H: quare per 12. propositionis huius ex G maior coni



portio videtur quàm ex H: at per 13. huius eadem apparet coni portio ex E quæ ex G, eademq; ex F quæ ex H. Igitur maior est coni portio quæ ex E spectatur, quàm quæ ex F. apparet autè hæc illâ maior; siquidem vt ex demonstratione propos. 13. huius euinci potest, pars coni spectata ex E æqualis apparet ei quæ ex G, & quæ ex F cernitur ei quæ ex H æqualis: sed quæ ex G aspicitur minor apparet eâ quæ ex H per 12. propositi. huius: igitur & quæ ex F, eâ quæ ex E, maior apparet, quod erat demonstrandum.



FALLACIAE ASPECTVS CIRCA LOCVM.

PRIVS *quàm ad Loci fallacias accedamus, perutile visum est, loci proprij atque alieni naturam definitionemque explicare. Proprius is locus dicitur, in quo res & videtur & est. Alienus verò is, in quo res videtur quidem, sed in eo minimè existit. Fit autem subinde vt res alio appareant loco ab illo cui reipsa assistunt: quod non modò radiorum flexu aut imaginum repulsione accidit, verùm etiam recta radiorum euibratione. hunc proinde locum phantasticum seu apparentem nuncupamus.*

Perspicuum porrò ex hac definitione est vnius rei vnum tantùm esse posse locum proprium, plura verò esse posse apparentia. Nam pluribus simul in locis reipsa existere nulla res suapte vi potest; quare nec pluribus simul propriis in locis videri: posse autem pluribus phantasticis in locis eamdem rem spectari, specula in primis testatum faciunt: siquidem vna eademque res toties numero multiplicari videtur, quot specula sunt, à quibus imago ipsius repercussa diuersis lineis in oculum relabitur. Deinde per vitra pluribus planis cælata, res vna toties numeratur, quot vitrum superficies habet, à quibus radij simulachro rei affecti ad obtutum infringuntur. Hoc ludicri genus est, quo cataphractus miles insignem armatorum aciem exhibet, numusq; aureus congestum aureorum aceruum ostendit, cupidorum oblectamentum; ac lucerna vna multis numero æqualis impensius lumen transfundit. Sed de his in Catoptricis Dioptricisque plura: nunc id ostendisse sufficiat, præter locum proprium qui vnicus est cuique rei plurima apparentia esse posse.

PROPOSITIO CXV. THEOREMA.

Res quælibet in ea horopteris parte conspicitur, vbi ipsum radius per rem ductus attingit.

DVPLICI ex capite pendet huius propos. demonstratio. Primum est, id omne quod videtur in illo radio apparere, per quem eius species in oculū inuehitur, quod iam lib. 2. hypothesi 3. vt sensui ac per se notum concedi postulauimus: alterum est, eam esse horopteris naturam ac conditionem, vt omnium quæ sub intuitum cadunt, phantasias excipiat, locaque singulis vera vel apparentia assignet; quod eodem libro secundo fusius est explicatum.

Ex

A Ex quibus sanè id quod propositum est, facilè concluditur. Nam duabus rectis lineis sese secantibus (horoptere inquam radioque optico) in quarum vtraque locum rei existere probatum iam sit; fieri nequit, vt is alia in parte sit, quàm vbi eæ lineæ communi signo congrediuntur, ac mutuo sociantur complexu. Hoc autem nusquam alibi accidere potest, quàm vbi horopterem radius opticus, qui per rem ducitur, attingit, productusque intersecat. Hic igitur locus est apparentis obiecti; quod erat propositum.

PROPOSITIO CXVI. THEOREMA.

B *Vno oculo, res vna vnico spectatur loco.*

HÆC propositio ex iisdem proximè citatis hypothesibus, velut consectaria infertur. Quoniam enim in ea horoptèris parte spectatus rei locus existit, vbi ipsum radius opticus per rem ductus intersecat; nec potest recta linea pluribus in locis quàm vno, rectam lineam secare: consequens est, vt res vna, vno oculo, vnico appareat loco: siquidem ab vno oculo per eamdem rem vnus dumtaxat radius educi potest, qui horopterem vnico secet loco. Quare cùm pluribus locis quidpiam spectatur, id duorum oculorum intuitu contingit; quorum vnus rem vno, alter altero loco intuetur.

C Porrò hæc de aspectu directo sunt intelligenda. etenim repercussione aut infractione optici radij fieri omnino potest, vt vna res visilis, vno oculo pluribus locis aspiciatur; vno quidem proprio, reliquis autem alienis. Verùm hic cernendi modus ad præsens institutum minimè pertinet: nam de illo tantùm agimus, qui per simplex sit medium.

PROPOSITIO CXVII. THEOREMA.

Plura vno spectata radio, eodem apparent loco.

D QVIA namque per 3. hypothesin libri secundi res quælibet in illo apparet radio, quo eius species ad aspectum defertur, in eaque eius parte per 115. propos. libri huius, qua horopterem attingit; perspicuum est, si plures res aspectabiles in eumdem radium incidant, vno eodemq; loco omnes apparere, illo scilicet vbi radius cum horoptere congreditur: siquidem non in pluribus locis quàm vno sese horopter radiusque opticus intersecant, ne aduersus Euclidis duodecimam communemque sententiam, duæ rectæ lineæ spatium concludant. Quamuis verius dixerim plura in eodem radio constituta non tam eodem loco, quàm non diuersis locis spectari. Si enim alio atque alio loco singula viderentur, oporteret singula singulis radiis sui imaginem ad organum destinare, quod hypothesi repugnat, quia in eodem radio omnia collocata esse supponuntur. Quare id solum E quod oculo proximum est videtur, ceteris post eius densitatem latentibus atque ab aspectu prohibitis.

PROPOSITIO CXVIII. THEOREMA.

Vnumquodque eorum, quæ in horoptere existunt, vno cernitur loco.

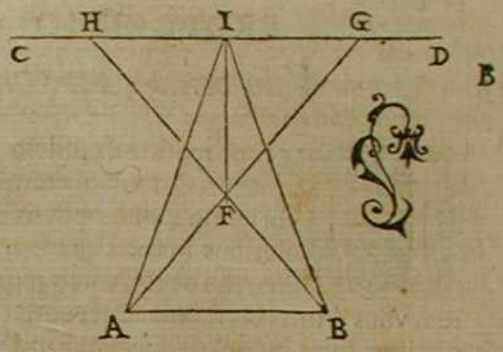
F PROPOSITIO hæc in hunc modum colligitur: Quidquid in horoptere existit, id proprio apparet loco: at quod proprio, id profectò vno loco cernitur; igitur quodcumque in horoptere existit, vno spectatur loco. Propositio ita probatur: Id proprio videtur loco, quod ibi est vbi apparet: sed per 49. propositionem libri secundi, omne quod videtur, seu verum seu apparentem locum in horoptere obtinet: si itaque in eodem horoptere res ipsa sit quæ videtur, vti supponitur; proprius erit is locus, vbi spectatur id quod in horoptere existit. Assumptio verò ex eo confirmatur, quòd vnius rei vnus tantùm proprius locus esse possit. Cùm enim proprius cuiusque rei is locus sit, in quo res simul apparet & est; nequeat verò vna eademq; res naturæ conditione in pluribus simul locis existere; nec in pluribus

simul locis, iisque propriis, videri poterit. Quocircà probatum relinquitur quod propositum, vnumquodque eorum quæ in horoptere existunt, vno dumtaxat loco spectari. A

PROPOSITIO CXIX. THEOREMA.

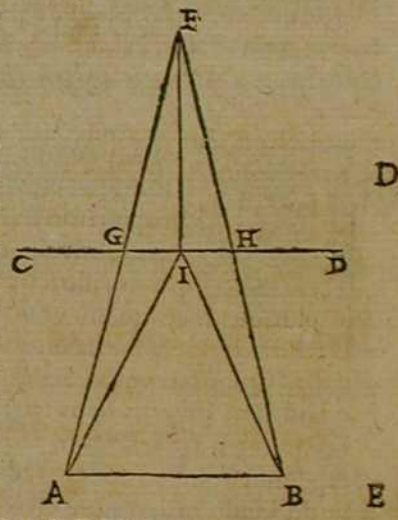
Res vna extra horopterem constituta, vtroque visu geminis locis distincta apparet.

SINT duo centra oculorum A & B, quorum acies in horopterem CD dirigantur, coëantque ad signum I per opticos axes AI & BI: extra horopterem verò sumatur punctum quodcúque, exempli gratia F, ad quod radij destinentur AF & BF: hos inquam productos in diuersa loca, horopteris incidere est necesse: nam si in idem punctum incidant, puta I, & quidem punctum F inter horopterem ipsosq; visus assumptum sit; qui per F ad cómune signum I producentur radij AFI & BFI, habebunt vnum & idem segmẽtum FI commune, quod omnium notioni aduersatur. Cùm itaque radij optici F & BF ad horopterem protensi diuersa capessant loca G & H; dico signú F duobus in his locis, G scilicet & H spectari: in G quidem à visu A, in H verò à visu B. Cùm enim per 115. superiorem prop. in ea horopteris parte vnumquodque conspiciatur, vbi horopterem radius opticus per rem ductus attingit; contingat verò radius AF productus horopterem in G, & BF radius productus eumdem attingat in H; manifestè sequitur signum F ab oculo A in G, & ab oculo B in H spectari; quod erat demonstrandum.



C

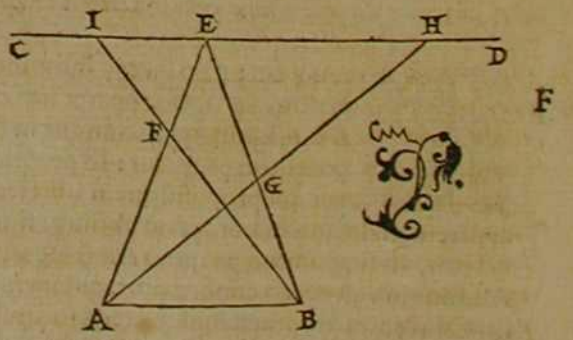
Si verò punctum F vltra horopterem assumptum fuerit, simili modo ostendentur radij AF & BF per diuersa puncta horopteris transire. Si enim vnum idemque sit punctum, exempli gratia I, quo radij ab oculis A & B ad propositum signum F ducti, horopterem intersecant, iam vt priùs rectæ duæ lineæ AIF & BIF segmentum IF commune habebunt; quod cùm fieri nequeat, consequens est vt radij optici ad punctum F vltra horopterem assumptum destinati, ipsum horopterem duobus in locis secent, ac proinde per ea quæ proximè demonstrata sunt, vt eadem res vltra horopterem constituta, duobus in locis G & H appareat; quod etiam demõstrasse oportuit.



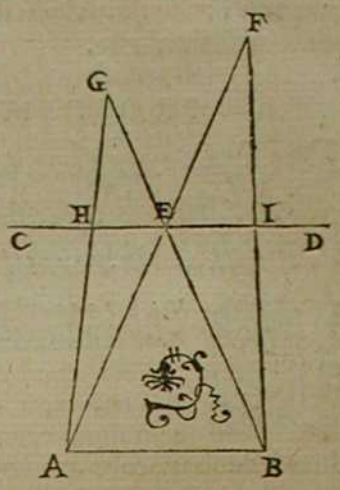
PROPOSITIO CXX. THEOREMA.

Duo signa extra horopterem in axibus opticis constituta, duobus visibus tribus numerantur locis; quorum medius in axium concursum incidit, è duobus effectus vnus.

DVORVM oculorum A & B axes optici, AE & BE in horopterẽ CD procidant ad signum E, sintq; in eisdem axibus assumpta duo signa F & G: hæc aio tribus locis numerari I, E, & H, quorum medius in axium concursum incidit, è duobus vnus effectus: nam signum G à visu A in loco H conspicitur, ea scilicet horopteris parte, quam radius ab oculo A per G ductus attingit per 115. propos. libri huius: signum verò F à visu B in I cernitur, eamdem nimirum

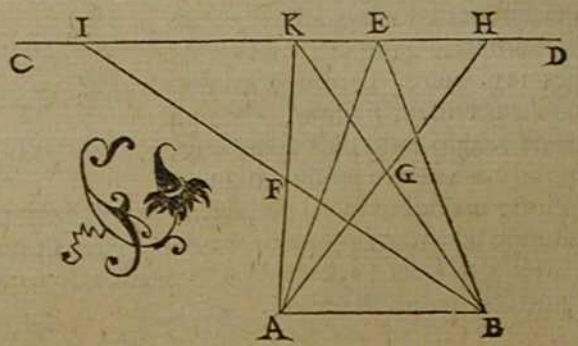


A rum ob cauſam; atque ita duo habentur loca, I & H: tertius autem in E axium opticorum congreſſione exiſtit ex duobus compoſitus: nam F quidem à viſu A, G verò à viſu B, eodem in loco E conſpiciuntur, atteſtante eadem 115. propoſ. huius, quòd nempe axes optici per F & G ad horopterem producti, in eodem puncto E conueniant, vbi vtrique ſigno communem locum præſcribunt; quod erat probandum.



Simili prorſus modo oſtendetur propoſitum, ſi ſigna F & G vltra horopterem aſſumpta fuerint, in opticis ni-
B mirum axibus A E & B E longiùs productis: nam radij A G & B F horopterē duobus in locis interſecantes, duo in primis, eaque extrema loca H & I definiunt: medius verò E ex duobus, quos axes A F & B G deſignant, vnus efficitur. Vti enim axes, ſic loca ipſa in E conueniunt; propterea ſcilicet, quòd E ſit vtriuſque axis & horopteris communis ſectio: quæ omnia ex ſuperiore propoſitione 115. nullo negotio demonſtrari poſſunt.

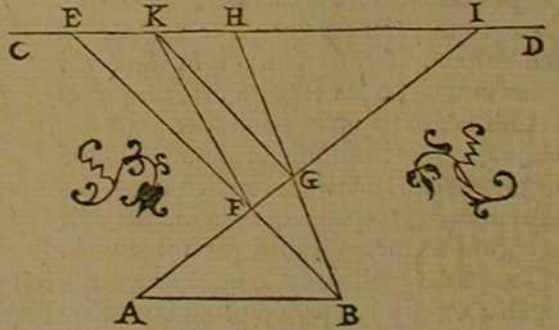
Rurſus idem omnino eueniet, ſi conſpicua ſigna F & G non iam in axibus A E & B E, ſed in quibuſuis aliis radiis opticis
C in horoptere concurſantibus, aſſumpta fuerint. Radij namque A K & B K in horoptere congrediantur ad punctum K, in eiſque aſſumantur ſigna F & G, per quæ radij agantur A H & B I: erunt itaque per 115. ſuperiorem propoſitionem H & I extrema loca, in quibus F & G conſpicientur, nimirum G à viſu A, & F à viſu B; medius verò erit K, è
D duobus conflatus. ſiquidem F à viſu A, & G à viſu B, in eodem loco K ſpectantur, quòd K ſit vtriuſque radij & horopteris communis interſectio.



PROPOSITIO CXXI. THEOREMA.

Res duæ in eumdem incidentes radium extra horopterem aſſumptæ, tribus locis conſpiciuntur, è quibus alter extremorum ex duobus efficitur vnus.

E REPOSITIS viſibus A, B, & horoptere C D vt ſuprà, ſint res duæ ſpectabiles F & G, extra horopterem quidem, ſed in eodem radio A I aſſumptæ: has dico tribus locis ſpectari, vno quidem I à viſu A, vbi vtriuſque F & G phantaſia in vnum conuenit; duobus verò à viſu B, nimirū E & H: quæ omnia ex ſuprà demonſtratis, partim hoc capite, partim libro ſe-
F cundo propoſ 49. manifeſtè poſſunt demonſtrari. Siquidem quia B extra vtrumque punctum F & G, neque in eamdem cum ipſis lineam cadere ſupponitur, neceſſe eſt ex B eductos per F & G radios ad diuerſa puncta horopteris terminari. Si enim in eodem, verbi gratia K, iam duæ rectæ lineæ B F K & B G K ſpatium concluderent, quod communi notioni aduerſatur: ergo in diuerſa puncta horopteris radij B F & B G producti finiuntur. At enim cùm per 115. propoſitionem libri huius in ea horopteris parte vnaquæque res locum ſortiatur, quam radius per ipſam ductus attingit, conſequens fit, vt res duæ F & G à viſu B diſtinctis ſpectentur locis; à viſu autem



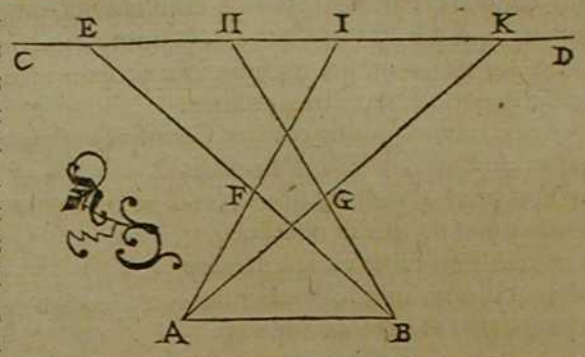
A vno

A vno eas loco cerni iam suprà est demonstratum propositione 117. ergo duæ res in eumdem incidentes radium duobus visibus tribus locis conspiciuntur; quod erat propositum demonstrare. A

PROPOSITIO CXXII. THEOREMA.

Duo signa extra horopterem assumpta, nisi vel ambo in eumdem, vel singuli in concurrentes ad horopterem radios incidant, quatuor numerantur locis. B

DVABVS proximè explicatis propositionibus duo ostensi sunt modi, quibus res duæ à duobus oculis tribus in locis conspiciuntur, eam scilicet ob causam, quòd duo loca in vnum confluant. At modò vniuersè pronuntiamus, extra duplicem illum casum res duas à duobus oculis quatuor locis distractas videri. Id enim postulat ratio conditioque aspectus, vt vnaquæque res à duobus oculis spectata in horoptere gemina loca capessat per 119. huius. Etenim à duobus oculis per idem signum, exempli causa F, duo radij euocari possunt, qui ad horopterem producti, signum ipsum F in duobus locis conspiciendum exhibent E & I: ac eodem rursus modo per signum G educti à duobus oculis radij ipsum in horoptere duobus aliis locis repræsentant H & K. Itaque F & G à duobus oculis A & B, quatuor locis E, H, I, & K cernuntur; quod erat demonstrandum.

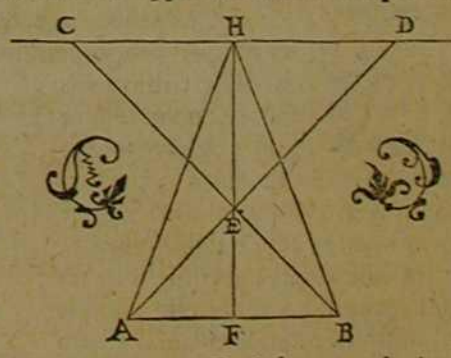


C

PROPOSITIO CXXIII. THEOREMA. D

Si communis radius ei quæ centra visuum connectit normalis fuerit, & in eo statuta res vna duobus appareat locis, phantasiæ æquali spatio ab axium concursu reipsa distabunt, & distare videbuntur.

SIT inquam res vna E, quæ in communi radio F H normali ei quæ centra visuum connectit A B constituta, duobus appareat locis C & D per 119. huius: aio in primis apparentia loca C & D ab H axium concursu æquali interuallo distare. Cùm enim parallelæ sint A B & C D per 10. definitionem libri secundi, erunt intra illas secantium se A D & F H portiones, tum inter se, tum basibus proportionales per 11. & 12. lemma; & si per communem illarum sectionē E, alia quępiam recta linea acta sit F H, quę parallelarum interceptas portiones diuidat, erūt & harum segmenta similia per 13. lemma. Nam æquales quidem erunt anguli E A F & E D H per 29. primi Euclidis: æquales item anguli A E F & D E H per 15. primi Euclidis: ac demum anguli A F E & D H E æquales, quippe ex hypothesi recti. Sunt ergo triangula A E F & D E H æquiangula, atque ea propter per 4. sexti Euclidis eorum proportionalia sunt latera. Eodemque modo ostendi possunt triangula B E F & C E H æquiangula esse, ac latera habere proportionalia: quocirca vt A F ad F E, ita D H ad H E: rursusque vt B F ad eamdem F E, ita C H ad eamdem H E. Igitur per 22. quinti Euclidis si binæ in eadem ratione sumantur, erit ex æquo vt A F ad D H, nempe prima ad tertiam, ita B F ad C H, videlicet quarta ad sextam. Alternatim



E F

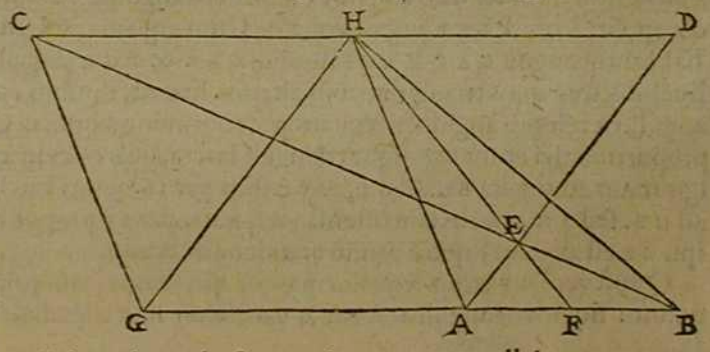
A natim verò per 16. quinti Euclidis, vt A F ad B F; ita D H ad C H: at A F ipsi B F æqualis est ex hypothesi: itaque per 14. quinti Euclidis erit & D H ipsi C H æqualis; quod primo loco erat demonstrandum.

Deinde quòd æquales etiam appareant D H & C H, ex angulorum D A H & C B H æqualitate demonstrabitur. In triangulis enim D A H & C B H æquales in primis ostendentur anguli A H D & B H C. quoniam enim parallelæ sunt A B & C D per 10. definitionem libri secundi, sintque anguli A F H & B F H ex hypothesi recti, erunt & D H F, C H F recti per 29. primi Euclid. ac propterea æquales per vulgatũ axioma. Sunt verò & A H F, B H F æquales per 4. primi Euclidis, quòd nimirum in triangulis A F H & B F H circum
B æquales angulos rectos æqualia consistant latera A F ipsi F B, & F H commune vtrique. Igitur si angulus A H F adiungatur angulo F H D, & angulus B H F angulo F H C, erunt compositi anguli A H D & B H C æquales per communem notionem: at circum hos æquales angulos æqualia latera existere perspicuũ est, A H scilicet æquale ipsi B H per 25. libri secundi; D H verò ipsi C H ex iam demonstratis priore huius propositionis parte. Itaque per 4. primi Euclidis, & angulus D A H angulo C B H est æqualis: ac proinde æqualis apparet C H ipsi H D; quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO CXXIV. THEOREMA.

C *At obliquato aspectu, cùm res vna in communi existens radio duobus apparet locis, phantasiæ pari quidem interuallo ab axium concursu distant; at minus illud videtur, quod obliquioribus radiis comprehenditur.*

D REPOSITIS iisdem quæ suprà visibus A & B, ac solo aspectu in obliquum mutato, sit communis radius F H obliquis angulis in eam quæ centra visuum connectit A B incidens, resque visilis E in C & D ambobus visibus conspiciatur: dico in primis D H & C H, spatia inquam, quibus phantasiæ ab axium concursu distrahuntur, æqualia reipsa esse. Quod eadem omnino demonstrandi forma probari potest, qua prior pars superioris propositionis cõfirmata fuit.



Minorem verò apparere intercapedinem C H obliquioribus radiis B C & B H comprehensam quàm D H, ita demõstra-
E bitur: Producta B A, fiat A G ipsi D H æqualis, cumque D H & A G sint parallelæ ex hypothesi, erunt & A D, G H parallelæ per 33. primi Euclidis. Rursus quoniam A G æqualis iam posita est ipsi D H, & eidem D H antè ostensa est æqualis C H, erunt C H & A G per communem notionem æquales. Sunt verò & parallelæ ex hypothesi; igitur per eamdem 33. primi Euclidis, quæ has connectunt A H & G C parallelæ quoque erunt. Quocirca cùm recta G H in parallelas incidat, rectas lineas A H & G C ea efficiet alternos angulos C G H & G H A æquales per 29. primi Euclidis: ac eodem modo cùm A H in parallelas incidat G H & A D, erit angulus D A H, eidem an-
F gulo G H A, vtpote alterno, æqualis per eamdem 29. primi Euclidis: itaque æquales inter se sunt anguli C G H & H A D. Sed minor est angulus C B H angulo C G H per 7. lemma huius, quòd scilicet eidem ambo insistant basi, ac in eisdem sint parallelis C D & G B: at obliquiores sint radij B C & B H quàm G C & G H: igitur angulus C B H angulo quoque H A D minor erit, ideoque minus apparebit interuallum H C quàm H D; quod demonstrasse oportuit. Atque hanc ipsam aspectus diuersitatem in ceteris quoque signorum phantasiis vsu venire necesse est, quoties communis radius ad horopterem oculorumque distantiam obliquus existit, vt ex iam demonstratis perspicuum relinquitur.

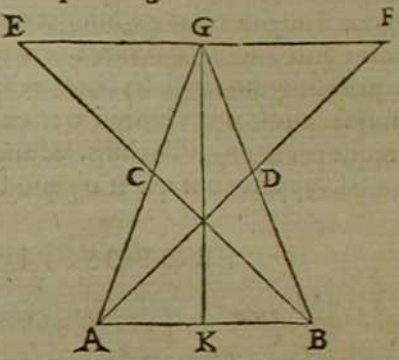
PRO-

A

PROPOSITIO CXXV. THEOREMA.

Si rursus communis radius connectenti centra visuum normalis fuerit, duoq; signa in axibus pari interuallo ab illorum concursu assumpta tribus appareant locis, tres phantasiæ æquè ab inuicem distabunt, & distare videbuntur.

ESTO communis radius G K normalis ei quæ iungit centra visuum A B, axesque optici A G & B G in horoptere congrediantur ad punctum G, à quo pari interuallo distent signa C & D in axibus assumpta. Hæc inquam, tribus conspicientur locis per 120. propos. lib. huius; nempe in E, G, & F: dico verò eorum signorum phantasias, hoc est E, G, & F æqualibus ab inuicem interuallis disiungi, ac ea etiam æqualia videri: quod sanè perspicuum fiet, si primum ostenderimus triangula A G F & B G E æquiangula esse.



B

C

Itaque quoniam communis radius G K ipsi A B normalis est ex hypothesi, erunt A G & B G axes videlicet optici inter se æquales per 25. propos. libri secundi: sed & C G, D G supponuntur æquales: igitur in triangulis A G D & B G C duo iam habentur æqualia latera A G & G D, ipsis B G & G C vtrumque vtrique: est verò angulus A G B communis vtrique. Quare per 4. primi Euclidis, non modò basis A D basi B C, verùm etiam angulus G A F angulo G B E conuincitur æqualis. Rursus cùm isosceles sit A G B, æquales erunt ad basin anguli B A G & A B G per 5. primi Euclidis, sed angulo B A G æqualis est angulus A G E per 29. primi Euclidis, vtpote alterni in parallelis A B & E F. Eodemque modo æqualis erit angulus B G F ipsi A B G angulo: igitur A G E & B G F anguli sunt inter se æquales: quapropter si eis addatur communis angulus A G B, fient per vulgatum axioma compositi A G F & B G E anguli æquales. Cùm ergo in triangulis A G F & B G E duo iam habeantur anguli G A F & A G F duobus G B E & B G E æquales, sintque per 32. primi Euclidis, tres vnius trianguli tribus alterius, hoc est, duobus rectis pares, erit & reliquus angulus E reliquo angulo F æqualis per commune axioma. Quare per 4. sexti Euclidis proportionalia erunt vtriusque trianguli latera, quæ circum æquales sunt angulos. Vt igitur A G ad G F, ita B G ad G E; & vicissim per 16. quinti Euclidis, vt A G ad B G, ita G F ad G E: sed A G æqualis iam ostensa est ipsi B G per 25. propos. libri secundi: itaque & G F ipsi G E est æqualis; quod primò erat demonstrandum.

D

Quòd verò G F & G E æquales quoque spectentur, iam palàm ex demonstratis relinquitur: siquidem anguli G A F & G B E ostensi sunt æquales.

E

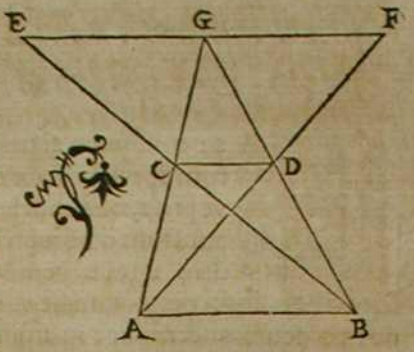
PROPOSITIO CXXVI. THEOREMA.

Si recta quædam horopteri parallela vtrumque axem opticum secet, & in communibus sectionbus duo signa constituantur: dico horum phantasias pari interuallo ab axium concursu distare; at si obliquus sit aspectus, propinquius videri id, quod obliquiori radio continetur.

F

SVNTO visuum centra A & B, à quibus ad horopterem E F promissi axes optici A G & B G secentur recta quadam linea C D horopteri parallela; quæ & oculorum distantiæ parallela erit per 30. primi Euclidis: quòd nempe horopter, oculorumque distantia per 10. definitionem libri secundi sint parallela. In communibus autem sectionibus C & D, duo spectabilia signa constituantur, per quæ radij porrigantur A F & B E, qui extrema loca phœnomenon definiant F & E. Nam medius locus in axium cõcursu est, vt superius est dumon-

A demonſtratum propoſitione 120. huius libri: dico igitur E & F æquè ab G diſtare: at ſpatio G F minus videri ſpatium E G; ſiquidem radij B G & B E quàm A G & A F horopteri ſunt obliquiores.



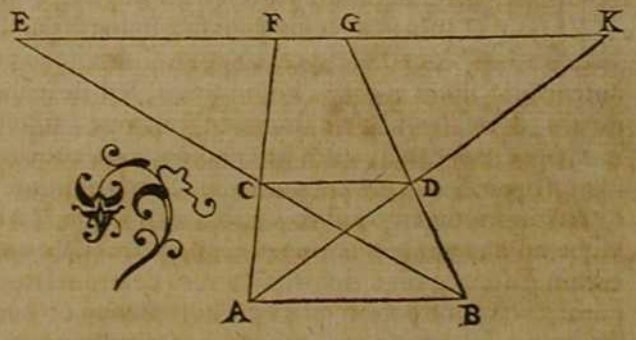
Cùm enim parallela ſit C D ipſi A B, erit per 2. ſexti Euclidis in triangulo A G B, vt A C ad C G, ita B D ad D G; & per 18. quinti Euclidis componendo, erit vt A C ad totam A G, ſic B D ad totam B G. Rurſus cùm parallela ſit C D ipſi E F, erunt per 29. primi Euclidis anguli A C D & A G F, item A D C
B & A F G æquales; nempe alterni in parallelis C D & E F. Quare æquiangula erunt triangula A C D & A G F; quam eamdem ob cauſam & B D C, B G E triangula æquiangula erunt. Itaque per 4. ſexti Euclidis in triangulo A G F vt ſe habet A C ad A G, ita C D ad G F: ſed oſtenſum iam eſt, vt A C ad A G, ita ſe habere B D ad B G: vt igitur B D ad B G, ita C D ad G F: at in triangulo B G E, vt B D ad B G, ita eſt per eamdem 4. ſexti Euclidis D C ad G E: quamobrem proportio C D ad G E & ad G F eadem eſt per 11. quinti Euclidis, quòd proportioni quam habet B D ad B G ſit eadem. Quocircà æquales inter ſe ſunt G F & G E per 9. quinti Euclidis, ſiquidem ambæ ad eamdem C D eamdem con-
C uincuntur habere rationem.

Iam verò quòd in obliquato aſpectu propinquius ipſi G appareat E quàm F, ex propoſitione 124. huius poteſt demonſtrari, quam proinde Lector conſule.

PROPOSITIO CXXVII. THEOREMA.

Si æquè ab horoptere diſtent ſigna, quorum ſingula geminis conſpiciuntur locis, æquales erunt apparentium locorum intercapedines; at non ſemper æquales videbuntur.

D VISVVM centra eadem quæ ſuprà ſint A & B, horopter autem E K, duo verò ſpectabilia ſigna C & D æquè ab horoptere diſiuncta, quorum vnumquodque geminis ſpectetur locis; alterum quidem, nempe C, in E & F; alterũ verò, puta D, in G & K: dico apparentium locorum interualla E F & G K æqualia eſſe; nam cùm C & D æquè ab horoptere
E diſtent, erit recta C D eidem horopteri parallela: quare ex demonſtratione præcedentis propoſitionis facile oſtendi poterit E G æqualis ipſi F K: nam per 11. lemma vt A D ad D K, ita ſe habet B D ad D G; & componendo per 18. quinti Euclidis, vt A D vnà cum D K, hoc eſt tota A K ad A D, ita tota B G ad B D: ſed vt A K ad A D, ita per 4. ſexti Euclidis ſe habet F K ad C D, propterea quòd triangula A F K & A C D æquiangula ſint; eademque de cauſa vt B G ad B D, ita E G ad eamdem C D; ſunt enim triangula quoque B E G & B C D æquiangula. Igitur per 9. quinti Euclidis æquales inter ſe ſunt E G & F K, vtpote quæ ad
F eamdem C D eamdem habent rationem. Ab his ergo ſi communis portio F G ſubducatur, relinquetur E F ipſi G K æqualis, ſuffragante communi notione; quod erat probandum.



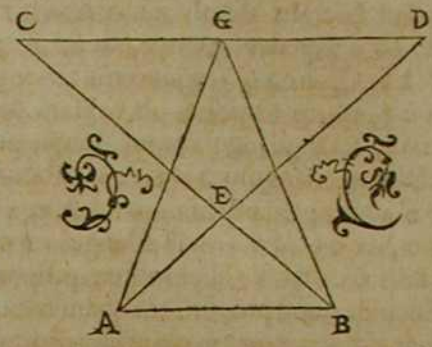
Porrò obliquo aſpectu inæquales apparere intercapedines E F & G K, per 7. lemma huius libri nullo negotio demonſtrari poteſt: nam ex illo lemmate conſtat angulum E B G angulo F A K minorem eſſe, ſi quidem B E & B G obliquiores ſint radij quàm A K & A F; quare minor apparet E G quàm F K: ſublata ergo portione F G, quæ communis vtrique cernitur, relinquetur E F quàm G K aſpectu minor; quod erat probandum.

A

PROPOSITIO CXXVIII. THEOREMA.

Eorum quæ inter horopterem ſpectantur & oculos, phantaſiæ ſitum mutant: nam à dextro conſpecta oculo, in partem ſiniſtram; & à ſiniſtro in dextram porriguntur.

ESTO inquam ſignum E, inter horopterem C D & A B diſtantiam oculorum ſpectatum; A G verò & B G, vt priùs, axes optici ad commune punctum G horopteris terminati: dico ſigni E geminam phantaſiam C & D ſitum permutare; ſic vt locus C, vbi à dextro oculo B cernitur, in ſiniſtram partem vergat; D verò, vbi à ſiniſtro conſpicitur, in dextram. Nam radij optici A D & B C quoniam in ſigno E ſeſe interſecant, neceſſum eſt, vt ab interſectionis loco in contrarias partes abſcedant. Inde ergo à puncto E profecti, cùm ad horopterem perueniunt, loca deſignant oppoſita: ſiquidem ipſi inde à puncto E, vt dictum eſt, in alium ſitum ſunt permutati. Cùm igitur in C & D, ſigni E phantaſiæ locum obtineant per 119. propoſ. huius libri, patet eorum quæ inter horopterem oculoſque ſpectantur phænomena, ſitum commutare; quod demonſtraſſe oportuit.



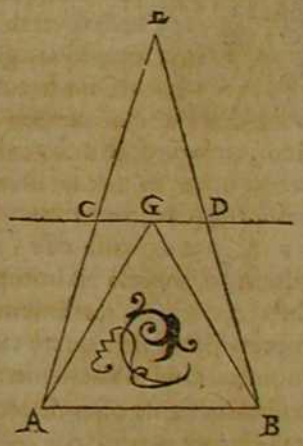
C

PROPOSITIO CXXIX. THEOREMA.

Eorum verò quæ vltra horopterem cernuntur, phantaſiæ ſitum retinent.

RVRSVS eſto horopter C D, & quæ centra viſuum iungit A B, vnde optici axes ad horopterem proſiliant ad punctum G: ſignum autem vltra horopterem ſpectatum ſit E, cuius quidem gemina apparebunt loca C & D, per 119. propoſ. libri huius: dico autem hæc ſitum minimè commutare, ſed dextrum in dextra, & ſiniſtrum in ſiniſtra parte remanere; ſiquidem radij optici A E & B E, cùm vltra horopterem concurrant in E ex hypotheſi, citra concurſus punctum E minimè ſeſe interſecant: totus ergo radius A E ab A ad E vſque, & B E à B vſque ad E, eumdem ſitum retinent; quare etiam omnes earum partes: igitur C ſiniſtrum, D verò dextrum latus occupat, & omnino eorum quæ vltra horopterem cernuntur phantaſiæ ſitum retinent; quod erat demonſtrandum.

D



E

Eſt porrò hoc loco obſeruandum, quod & præcedente propoſitione admoniſſe oportebat, dextrum ac ſiniſtrum non ſumi à nobis abſolutè, ſed medij intuitus comparatione, hoc eſt reſpectu communis radij per ſignum propoſitum tranſeuntis: vel certè ſiniſtrum dicimus, quod alterius collatione minùs dextrum eſt; & dextrum, quod ſiniſtri reſpectu minùs eſt ſiniſtrum.

Quod admoniſſe voluimus, ne quis ex hac figura dictarum phantaſiarum ſitum ſemper metiendum exiſtimet. Contingit enim interdum ita obliquis oculis obiecta ſpectari, vt phænomena non inter ipſos oculos dextrorſum ſiniſtrorſumque verſentur, ſed vtraque in partem aliquam abducta vtrique oculo vel dextra ſint vel ſiniſtra. Sed omnis nihilominùs error facilè declinabitur, ſi reſpectus habeatur ad medium intuitum ſeu radium communem ab eius lineæ medio, quæ centra viſuum connectit, ad terminum viſionis protenſum. hic enim, quantumcumque aſpectus obliquetur, proportione quadam medium ſitum inter phantaſiarum loca obtinet; huius igitur comparatione certam ſuam poſitionem phantaſiæ ſortientur.

F

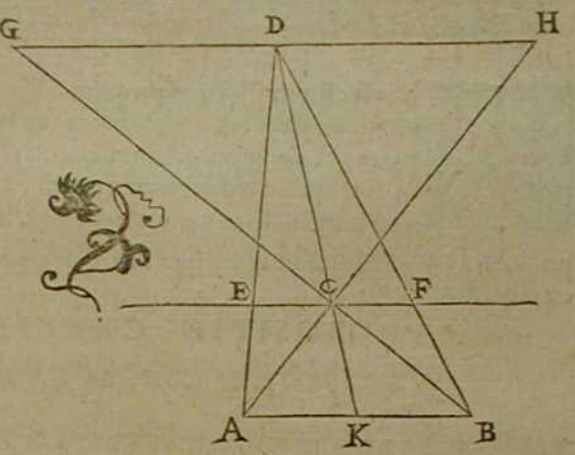
PRO-

A

PROPOSITIO CXXX. THEOREMA.

Propositis in communi radio duobus signis, si alterna vice nunc in vnum, nunc in alterum axes optici defigantur, phantasia eodem semper loco perstare videbuntur.

B SINT centra visuum A & B, communisque radius D K, in quo duo accipiantur signa C & D, in quæ alterna vice axes optici defigantur: ac primò in D: erunt igitur signi C gemina phænomena in G & H per 119. propos. libri huius, quæ à concursu axium D interuallis distabunt G D & D H. Deinde terminentur optici axes in C: erunt itaque signi D binæ phantasiæ in E & F per eamdem 119. huius, quarum interualla ab



C axium congressione in C, erunt E C & C F. Dico verò E C ipsi D H, & C F ipsi D G apparere æqualem, hoc est, distantias phænomenon E & F, à concursu axium C illis interuallis æquales apparere, quibus H & G distant à concursu axium D: nam cùm A D per E vnius phantasiæ locum incedat, & A C producta ad alterius phantasiæ locum pertingat, ambæ autem per vtrumq; concursum axium transeant; fit vt E C & D H eodem angulo conspiciantur: quamobrem æquales apparebunt per 9. propos. libri huius. Sic & C F ipsi D G apparet æqualis: igitur permutata oculorum acie nunc in D nunc in C, phantasiæ signorum D & C loco constare, eodemque semper interD uallo ab axium concursu abesse videbuntur; quod erat demonstrandum.

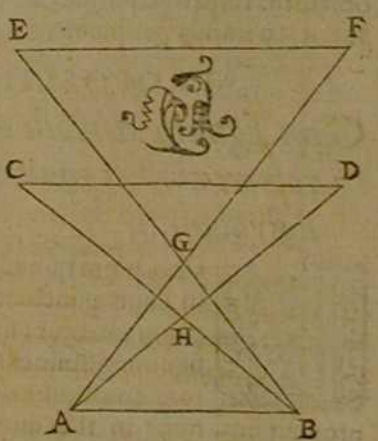
PROPOSITIO CXXXI. THEOREMA.

Si spectata signa oculorumq; distantia non in eodem sint plano, nec in eadem recta linea signorum phænomena conspicientur.

OCVLORVM distantia A B, duoque signa G & H non in eodem sint plano; sed esto G sublimè à plano quod per oculorum distantiam & H ducitur: di-

E co igitur geminam phantasiam signi G non in eadem recta linea conspici, in qua geminum apparet signum H. Cùm enim per 50. libri secundi radij ab vtroque visu per signum aspectabile ducti in horopteris planum terminentur, erunt centra visuum A & B, signumque visile H, eiúsque binæ phantasiæ C & D in vno plano: quoniam verò ab hoc plano sublime ponitur signum G, erunt & radij optici A G & B G sublimes: quare & reliquæ eorumdem radiorum productiones, nempe G E & G F sublimes erunt: neque enim fieri potest per 1. vndecimi Euclidis, vt eiusdem rectæ lineæ pars in subiecto sit plano, pars

F verò in sublimi: itaque & E F in sublimi erit, quia & ipsa in eodem est cum radiis A F & B E plano per iam demonstrata. Atque idcircò linea E F in qua bina spectantur phænomena signi ●, alia erit à C D, in qua geminum apparet signum H, quod erat probandum.



Has porrò lineas inter se parallelas esse oportet, propterea quòd singulę earum distantiæ oculorum A B sint parallelæ: quoniam enim C D communis est intersectio plani horopteris, eiusque quod per A H B ducitur, si per A B planum quoddam actum intelligatur plano horopteris æquidistans, erit A B huius quoque plani, & eius quod per A H B transit,

communis interſectio, proinde erit C D oculorum diſtantiæ A B parallela per 16. vndecimi Euclidis. Simili verò modo oſtendetur E F eidem A B parallela: nam libro ſecundo oſtendimus omnia quę oculis obiiciuntur, vel in horoptere ſpectari, vt propoſitione 49. vel ſaltem in ipſius horopteris plano, eo loci vbi illud radij optici producti attingunt, vt propoſitione 50. eſt explicatum. Igitur C D & E F, omneſque in quibus ſingulorum obiectorum phænomena conſpiciuntur, ſunt inter ſe parallelæ. A

PROPOSITIO CXXXII. THEOREMA.

Cùm quid pluribus apparet locis, nullus illorum proprius eſt. B

NAM ſi aliquis illorum proprius eſſet, oporteret rem eo loco vbi ſpectatur etiam exiſtere: at omnis locus ſeu proprius, ſeu alienus, in horoptere apparet per 49. propoſ. libri ſecundi: igitur rem, quæ loco proprio cernitur, in horoptere exiſtere eſt neceſſe. Quidquid verò in horoptere exiſtit, id vno tantùm loco cernitur per 118. libri huius; pluribus autem videri ſupponitur. Igitur cùm quid pluribus apparet locis, nullus illorum proprius eſt; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO CXXXIII. THEOREMA.

Quod pluribus locis, id minùs perſpicuè videtur. C

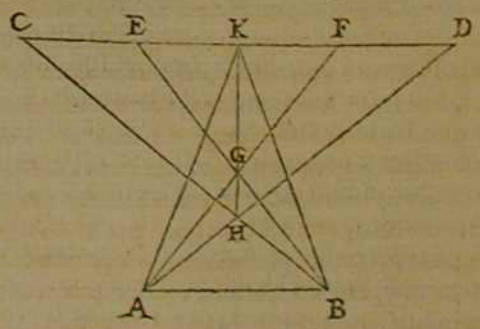
LIBRO primo propoſitione 75. & libro ſecundo propoſit. 10. docuimus, eam intuitionem quæ per axes fit, nobiliorem eſſe illâ quę per quemcumque fit radium. Libro verò primo propoſitione 76. oſtendimus, viſionem ab vtroque ſimul oculo, quàm ab altero tantùm, longè eſſe efficaciorem: ex quibus tandem libro ſecundo eadem propoſitione 10. velut conſectarium ſubduximus, omnium perfectiſſimam viſionem in axium concurſu exiſtere. At cùm ex decima definitione libri ſecundi conſtet axes opticos in horoptere congredi, ſequitur perfectiſſimam viſionem ad horopterem neceſſariò terminari. Id verò quod in horoptere proprium locum ſibi vendicat, id vnico videtur loco per 118. huius. Igitur quod pluribus locis, ſeu quod extra axium congreſſum, id profectò minùs perſpicue cernitur; quod erat demonſtrandum. D

Sunt verò in viſione illarum rerum quæ geminæ, ideoque minùs enucleatè cernuntur, quidam perfectionis & imperfectionis gradus, quemadmodum & propinquitatis atque diſtantiæ. Nam quæ axium opticorum congreſſui viciniora ſunt, ea perfectiùs; quæ autem remotiora, ea imperfectiùs internoſcuntur. Quare ſi res quæpiam in vnius oculi axe ſit conſtituta, illo quidem oculo euidentiùs conſpicietur in cuius eſt axe, altero verò obſcuriùs imperfectiuſque; ac vniuersè quò longiùs ab axium opticorum concurſu abfuerit, eò minùs perſpicuè minuſque accuratè conſpicietur.

PROPOSITIO CXXXIV. THEOREMA. E

Cùm ſignum viſibile duobus ſpectatur locis; quò id longiùs ab horoptere abeſt, eò maiore interuallo phantaſiæ ab axium congreſſu diſtrahuntur.

HOC idem quod hactenus oculorum interuallum A B, horopter verò C D, in cuius puncto K optici axes congrediantur: ſitq; prætereà ſignum viſibile extra horopterem conſtitutum nunc in G propinquius, nunc in H remotius: perſpicuum igitur eſt ex propoſitione 119. huius libri vtrumque ſignum G & H duobus locis ſpectari. Dico verò ſigni H phantaſias C & D longiùs ab axium concurſu K procurrere, quàm phantaſias ſigni G, puta E & F: iunctis enim K H G, quoniam maior ſupponitur K H quàm K G, erit angulus K B H angulo K B G maior, ideoque & K C ipſâ K E maior erit. Si



F

namque

A namque maior non sit, erit aut minor aut æqualis; si æqualis, igitur & angulus K B H angulo K B G æqualis erit, quod absurdum est: si verò minor, erit & angulus A B H angulo K B G minor, nempe totus sua parte, quod longè absurdius est: itaque cùm K B H angulus angulo K B G sit maior, erit & K C ipsâ K E maior. Eadem verò ratione ostendetur & K D maior quàm K F: igitur puncti H binæ phantasiæ C & D in horoptere apparentes maiori interuallo ab axium concursu distant, quàm puncta E & F, in quibus spectatur signum G.

Ex hac proprietate illud subinferre licet, rectam etiam lineam quandoque geminam apparere; ita tamen, vt si ea horopteris plano parallela sit, ambæ phantasiæ parallelæ appareant; sin autem, decussatæ videantur eò loci, vbi proposita linea horopteris planum
B in transitu attingit, vnde etiam in diuersas partes secundùm aspectum abscedunt: nam commune illud punctum spectatæ lineæ & horopteris singulare apparet per 118. propositionem libri huius, reliquorum verò vnumquodque geminum per 119. propositionem huius libri, quorum phantasiæ tanto maiori interuallo ab inuicem disiunguntur, quanto longiùs puncta ipsa ab horoptere absistunt. Igitur ipsa linea ab illo puncto, vbi planum horopteris intersecat, ex vtraque parte diuaricari atque in duas dispesci conspicitur.

PROPOSITIO CXXXV. PROBLEMA.

Ea quæ distinctis apparent locis organicè repræsentare.

C QVAS hactenus circa Locum fallacias aspectus enumerauimus, omnes ab experientia desumptæ sunt. Ita sanè plurimis in rebus vsu venire solet, vt ex ijs quæ externis sensibus antè accepta sunt, intelligendi potentia veritates eliciat, atque ab effectis in cognitionem causarum ducatur. Nobis enim notiora illa sunt quæ sensibus dignoscuntur, quàm quæ solo intellectu, eà vt opinor causâ, quòd sensibiles formæ, seu imagines illæ quibus externi sensus incitantur; proximè à rebus proueniant, quas idcircò exquisitissimas esse oportet, atque ad ciendas sensuũ vires efficacissimas. Deinde, quæ ab his formis velut repercussione quadam proprię internorũ sensuum imagines exsoluuntur, longo interuallo debiliores effectæ, non iam æquè ac superiores ad viuum externas res exhibent, sed longè inferiore gra-
D du: quare & potentiæ earum appulsu concitatæ, obscuriores rerum notiones effingunt. Denique, quas ab hisce simulachris intelligentia formas elicit, rursus fractæ debilitatæq; omnium tenuissimam repræsentandi vim habent. Hæc formarum discrimina in luminis effusione propria analogia expressa videre licet. Nam primus ille fulgor qui à corpore luminoso emicat, ad permouendum aspectum viuacissimus est: cùm verò ipsius radius à corpore aliquo repulsus frangitur, magnam virium partem deponit, & quo frequentiùs obiectorum corporum repercussu aliò atque aliò mittitur, eò semper hebetatur magis, vsque dum tandem penitus eneruetur. Sic ergo & rerum formæ, cùm ab externis sensibus ad internos, & ab his ad intelligendi facultatem transmittuntur, perpetuò debiliores redduntur. Quam equidem existimo germanam causam esse, quamobrem
E ea nobis minimè perspecta sint, quæ solo intellectu cognoscuntur; omnium verò maximè ea quæ externis hauriuntur sensibus, à quibus proinde originem ducit omnis nostra cognitio, illa præsertim quæ in corporeis rebus versatur.

Cùm igitur experientia duce hæc theoremata primùm à nobis constituta sint, non exiguum pretium operæ nos facturos existimamus, si, quem in ea modum rationemque tenuimus, aperiamus. Mensa exponatur non admodum ampla, vel certè planities quædam mensæ haud absimilis, cui erecta ad normam insistat tabula tres quatuórve aut paullò ampliùs digitos alta, sed longitudine mensam æquans, vel etiam superãs, quæ horopteris planum repræsentet. Sit verò ea tabula cursoris ritu mobilis, ac duplici genicu-
F lo à tergo munita, vt pro arbitrio diuersis in locis mensæ seu planitiei collocari firmariq; possit. Præterea à puncto medio eius lineæ, qua cursor seu erecta tabula mensæ committitur, duæ rectæ lineæ excitẽtur, altera in ipsius mensæ planitie quę oppositæ latera bipartitò diuidat, altera huic perpendicularis in cursore, quæ, quocumq; is dimoueatur, à prioris contactu numquam discedat: cursor autem cùm transferetur, obseruandum, vt semper oculorum distantiæ sit parallelus; sic quippe horopteris munere veriùs perfungetur.

His ita comparatis, in parte aliqua eius lineæ, quam mensæ inscripsimus, clauiculus defigatur sphærocephalus amplo aspectabiliq; capite, quod signi visibilis vicem subeat. Spectator porrò ad alteram mensæ partem seu ex aduerso cursoris constitutus, opticos axes in lineam cursoris intendat figatque, clauiculi autem verticem obliquis radijs in-

tueatur: hunc perſpicuè animaduertet, vtroque oculo ſpectatum diuerſis partibus curſoris reſpondere, ita vt geminata phantaſia duobus locis diſtincta conſpiciatur, quod propoſitione 119. oſtendimus: quò verò propinquior fuerit clauiculus ipſius intuentis oculis, eò geminæ phantaſiæ ad remotiores à medio partes curſoris attingent. Rurſus ſi duo clauiculi conſtituantur, hi ſubinde tria, ſubinde quatuor apparentia loca in curſoris plano capeſſent, ad eum, quem propoſitione 120. 121. & 122. diximus modum. Item ſi recta quædam linea ænea ligneáve, ſeu ſtylus, in clauiculi locum ſubſtituatur ad ipſius menſæ planum recta, hæc axibus in curſorem defixis geminari, atque in duas parallelas lineas diſpeſci videbitur: at quæ menſæ inſcripta eſt linea, eádem axium opticorum conſtitutione geminabitur quidé, ſed neutiquam in parallelas lineas ſecundum aſpectum diſtrahetur: concurrent enim apparentes lineæ ad cõmunem curſoris menſæque interſectionem; quæ omnia propoſitione 134. fuſiùs à nobis ſunt pertractata. Denique, curſore clauiculisque variè permutatis, omnes quæ circa locum obueniunt, quasque ſuperioribus theorematibus propoſuimus, fallaciæ organicè exhiberi poſſunt, quo in opere magnam veritatis lucem comperiet, quiſquis ſingula curioſiùs fuerit perſecutus. Eius in imagine expreſſum ſchema habes initio huius libri argumenti loco propoſitum. Cùm enim variæ ac propemodum infinitæ eſſent aſpectus fallaciæ, eas omnes tabellâ comprehendi erat impoſſibile, quare organicam hanc oſtenſionem inſtar omnium delineatam in fronte huius libri exhibuimus.

FALLACIAE ASPECTVS CIRCA NVMERVM.

PROPOSITIO CXXXVI. THEOREMA.

Quod diſtinctis ſpectatur locis, id geminum apparet.

FIERI profectò nequit, vt errorum qui circa Numerum obueniunt, rationes explicare is poſſit, qui cauſam ignoret, cur vnum idemque obiectum geminum videri aliquando contingat; idcircò ſtatuimus hoc caput primo loco explicare, in quo variè diſſentire grauiſſimos ſcriptores reperio, non tam ex propria quàm ex aliena ſententia, cui ſubſcribere vel inuiti non rarò coguntur ij, quibus in re obſcura ac dubia nullus veritatis radius affulget. Ita ſanè plerique cæcorum more prætentis manibus palpitando, ſi quem auctorem prehenderint, illi adhæreſcunt, illum viæ ducem ſequuntur, nec præter ea quæ tradita ſunt & iam paſſim recepta quidquam proprio ingenio freti perſequuntur, ſatius exiſtimantes aliorum ſtare periculo, quàm veritates proprio iudicio exploratas acutiorum ingeniorum cenſuræ committere.

Ex iis igitur, qui cauſam geminati aſpectus reddere ſunt conati, primus occurrit Galenus, qui libro de vſu partiũ decimo ſcribit his verbis: *Secundum autem diſce, quòd corpus quod à ſolo dextro oculo cernitur, id ſi propius eſt, in ſiniſtris magis partibus eſſe putatur; ſin longiùs abeſt, magis quodammodò in dextris: quod verò à ſiniſtro ſolo conſpicitur, in dextris ſitum eſſe, ſi id eſt propinquius, magis autem in ſiniſtris, ſi eſt remotius: quod autem ab vtroque, in medio.* Id verò, quod altero inſpicitur oculo, non eodem apparere loco, quo quando alio oculo aſpicitur: neq; cùm ambobus ſimul oculis ſpectatur, eodem loco cerni, quo quando altero ſolo: ſed in alio quidem loco à dextro oculo; in alio autem à ſiniſtro; in alio denique ab vtriſque videri, experimento oſtendit ab inſpectione columnæ deſumpto. *Stans enim*, inquit, *iuxta columnam aliquam, deinde vtrumque oculorum viciſſim claudens, cùm dextrum quidem oculum clauſerit, quædam eorum quæ priùs à dextro in dextris columnæ partibus cernebantur, ſiniſtro non videbit: cùm verò ſiniſtrum clauſerit, quædam eorum quæ à ſiniſtro antè videbantur in partibus ſiniſtris columnæ, rurſus dextro non videbit: quando autem vtroſq; ſimul oculos aperuerit, vtraque videbit.* Et paulo pòſt: *Quin & ſi à columna pluſculum digreſſus, vtrumque oculum aperire, & claudere viciſſim intuens in columnam volueris, illa tibi repentè ac ſemel tranſilire videbitur, ſi dextrum clauſeris, verſus dextram partem; ſin autem ſiniſtrum, in alteram. Atque etiam aperienti tibi dextrum, ad lævam tranſilire columna putabitur, ſiniſtrum autem, ad dextram.* Hanc geminæ phantaſiæ cauſam aſtruit Galenus Medicorum princeps. At ſi quemadmodum

A modum ab ipso ista proferuntur, ita absolutè verà essent, sequeretur aut omnem aspectũ geminari, aut nullum. Si enim propositæ rei phantasia talis esset, qualem offert singulorum oculorum aspectus, profectò semper gemina esset, secundum Galenum: si verò qualis res apparet duobus oculis vnà conspirãtibus, ita phantasia numeratur, numquam vna eademq; vtroque spectata oculo geminari videbitur. Ex Galeni namque sententia, quod duobus simul cernitur oculis, nec in dextram nec in sinistram educi videtur, sed medio apparet loco, atque ea propter vnum putatur. vel certe nullam propositæ rei Galenus causam attulit. Etũ enim id Galeno demus, ea quæ singulis vicissim apertis cernuntur oculis, alio atque alio loco videri; nondum tamen data est causa, cur subinde,
B quæ vtroque simul oculo spectantur, geminari videantur, cùm explicatum non sit quo pacto contingat ea etiam distinctis locis spectari, quæ à duobus oculis cernuntur.

E Philosophis quamplurimi eam geminati aspectus causam dixerunt, quòd subinde contingat neruos opticos, à loco vbi sese complectuntur, dimoueri; ea verò neruorum constitutione necesse esse singularum rerum aspectus geminari, quandoquidem susceptæ notiones in vnum aliquod commune punctum sensus communis non conueniant.

Verùm & ratio & experimenta huic sententiæ reclamant. Ratio quidem, quia nerui optici non verè in vnum neruum conueniunt, vt propositione 12. libri primi docuimus. Quare omnia geminari oporteret, si neruorum diuulsio geminati aspectus causa existeret. Deinde, illa neruorum opticorũ concretio, quam eodem loco explicauimus, adeò
C firma est, vt citra membranarum quibus conuestiuntur dilacerationem seiungi à se inuicem nequeant. At quis non videt ex ea substantiæ dissipatione, quæ adeò propinqua est neruis, dolorem acerrimum ac propè insanum enasci debere? Equidem existimo causam potius dari esse, qua & visus & visa è medio tollantur, quàm qua res singulares secundùm aspectum geminentur. quod, vt arbitror, nemo inficias ibit, qui humani corporis fabricam, ac præsertim neruorum conditionem perspectam habuerit.

Deinde, experientia docet obiectarũ rerum phantasias tum etiam non rarò geminari, cùm nulla vis intercedit, quæ neruos oculorum à naturali situ abducat, vt cum duo signa ambobus oculis dispari interuallo exponuntur, ac vicissim nunc in vnum, nunc in alterum iugati oculorum axes intenduntur. Illud enim, cuius per axes notio suscipitur,
D vnum apparet; alterum verò geminum. An hîc vis aliqua ostendi poterit, qua optici nerui à communi societate conuellantur? haud equidem video, cum vno eodemque oculorum situ, vna res singularis, altera gemina conspiciatur. Quis verò dixerit illam oculorum constitutionem, qua res proposita accuratissimè cernitur, quaque axes in vnam operationem conspirant, violentam ac præter naturam esse; cùm nullus alius situs æque oculorum conditioni ingenioque sit accommodatus? Itaque alia inuestiganda est huius apparentiæ causa, quam forte apud Mathematicos reperiemus; cùm ad eius præsentiam Philosophi Medicique cæcutiant.

Vitello libro tertio propositione 37. fingit radios opticos, siue qui perpendiculariter, siue qui obliquè in superficiem visus incidunt, ad communem neruorum opticorum
E originem penetrare, illos quidem directe, hos verò per anfractus; ita tamen omnes, vt situm eumdem in congressu retineant, quem decisi à rebus ipsis acceperunt. Ex quo fit, inquit, vt radij illi qui in mediam visus superficiem cadunt, medium quoque nerui optici petant; qui verò ab vmbilico visiui organi æquali spatio declinant, pari quoque interuallo à poro seu meditullio nerui optici deflectãt. Rursus quæ per axes, inquit, amborum luminũ deferuntur visibiles formę, in vnum eumdemq; locum nerui communis incidunt, sibiq; mutuò ita incumbunt, vt vnam formam efficiant, quæ proinde vnius rei singularem notionem ingerunt: vt ipse docet libro 3. propositione 46. & 47. quæ verò per obliquos radios appellunt prouectę ad communem neruorum congressionem,
F non sibi mutuò exactè congruunt: queamobrem fit, inquit propositione 103. & sequentibus libri 4. vt res illæ geminæ conspiciantur.

Hæc in speciem nonnihil significare videntur: & sanè magnam persuadendi vim obtinerent, nisi ex iis quę hactenus demonstrata sunt, hæc potissimùm obstarent. Primum quidem illud, quod libro primo propositione 26. ostẽdimus omnes formarum productiones, quarum appulsu cernendi facultas concitatur in centrum visus, quod crystalloidis esse diximus, illabi congredique, ac velut sufflaminatas subsistere, tandemque commori. Non igitur longius versus neruorum originem proferuntur; aut si progressus aliquis vlterior concedatur, is fiet in partes oppositas, ceterarum linearum more, quæ sese intersecant. Neque enim id fieri posse eodem libro primo ostendimus, quod Vitello as-

ſerit libro 3. prop. 22. & aliàs ſæpè, radios nimirum qui ad aſpectum porriguntur, priùs A
à centro viſus infringi quàm eò perueniant, fractoſque ad communem neruorum complexum pergere, nulla facta in centro viſus congreſſione, ſolumque opticum axem per centrum viſus incedere.

Secundum, quòd eodem primo libro propoſitione 24. luculenter à nobis demonſtratum ſit, præcipuum viſionis organũ non eſſe eam neruorum opticorum partem, qua in vnum conueniunt, aduerſus Vitellonem & Alhazenum: ſed anteriorẽ cryſtalloidis faciem, quæ Aranea nuncupatur. Quorſum igitur aſpectabilium rerum imagines ſupra cryſtalloidem euectas, ad ipſam quoque neruorum communem congreſſionem penetrare comminiſcamur? Hoc profectò Vitelloni conſequens viſum fuit: at vno abſur- B
do dato, vt in prouerbio eſt, alia ſequi, eaque maiora neceſſe eſt.

Tertium rem facit prorſus impoſſibilem, quòd nimirum radij optici ſeu formarum viſibilium productiones cum neruis, à quibus oculorum orbiculi dependent, rectam neutiquam lineam efficiant. Nequeunt itaque eorum quæ ſpectantur ſimulachra per hos ſinus flexuſque transferri, cùm illorum ea ſit natura, vt rectis ſemper lineis ferantur, vt libro primo propoſitione 50. demonſtrauimus. Quamobrem hinc illa etiam noſtra commendatur ſententia, qua viſionem in aranea tunica perfici libro primo propoſitione 27. diximus, ſcilicet quia viſibiles ſpecies ſupra oculos efferri nequeunt. Ab aranea verò accepta rei notio ad communem ſenſum non propriè transfertur: ſed per conſenſum ſuperiores facultates ad ſui dignotionem allicit: ita inquam affecto extremo C
digito phantaſia mouetur; motaque phantaſia, appetitus concitatur; hoc verò imperante, quæ neruis ineſt facultas muſculos agitat, & corpus in eam quæ præcipitur partem dirigit. Quæ omnia non per qualitatum traductionem fiunt, ſed per cõſenſum ſingulis partibus à natura ingenitum, quo vna affecta, & altera compatitur. Sic ergo cùm primum externum viſus organum, araneam dico, admiſſam rei obiectæ imaginem percipit, mox ſenſus communis, ac ceteræ etiam ſuperiores facultates naturali quadam propenſione compatiuntur, & quod proprij eſt muneris exequuntur.

Quartum denique nihilominùs Vitelloni aduerſatur: quòd videlicet ſubſtantia neruorum opticorum craſſa omnino ſit, ac lumini imperuia. Quare fieri non poteſt, vt per hos ſimulachra rerum permeent, quæ lumine velut hypoſtaſi ſuſtinentur. D

Ex his conſtat, neminem eorum qui de geminato aſpectu ſcripſere, propiùs ad veritatis ſcopum acceſſiſſe quàm Galenum, qui hoc rectè ſenſit, toties vnumquodque obiectũ numerari, quot locis diſtinctis cernitur. Nam & propoſitione 42. libri tertij nos ipſi oſtẽdimus Numerum ex diuiſione cognoſci, eaque omnia numerari ſolere, quęcunque ab inuicem loco diſiunguntur, & interuallo diſtant. Vnde & vnum vt multa videmus, cùm vnum pluribus in locis cernimus: quemadmodũ in præfractis ſpeculis, & per vitra multis planis lateribus cælata, ſic multa quoque vnius inſtar vtiq; videremus, ſi fieri poſſet vt abſque ſpecierum perturbatione vno ea loco conſpicerẽtur. Quamuis autem hæc multitudinis notio, quæ ex locorum diſtinctione ſumitur, plurimis erroribus obnoxia ſit; eſt tamen adeò familiaris, vt ſi res eadem pluribus locis reponeretur, (quod fieri poſſe E
nemo diffitebitur, qui de diuina omnipotentia rectè ſentiat) non ſenſus modo, verùm etiam ratio ipſa in errorem prolaberetur, & non vnam, ſed plures iudicaret, ac tot prorſus numero, quot locis diſtingueretur. Itaque quidquid diſtinctis cernitur locis, id toties numeratur, ac velut multiplex conſpicitur: ſiquidem quod pluribus locis videtur, id quodámodò ſæpiùs conſpicitur. *Quod verò* (vt Ariſtoteles loquitur in Problem. ſect. 31. q. 11.) *bis noſter animus inſpexit, id geminum ſe inſpexiſſe exiſtimat. Proximum euenit, cùm digitos mutatis vicibus implicamus, itáque aliquid tangimus: duo namque ſentimus, eò quòd vnum bis tangimus.* In hac porrò fallacia tactum viſus facilè reprehendit. quod ipſe etiam Philoſophus adnotauit libro de inſomniis cap. 2. ſcribens his verbis: *Item perplexis digitis quamuis quod vnum eſt, duo appareat; tamen eſſe duo neutiquam dicimus, quia viſus ſuperior tactu eſt: quòd ſi ſolus tactus eſſet, duo eſſe quod vnum eſt, iudicaremus.* Neque ſi quis cauſam poſtulet cur vnum geminum appareat, alia verior reddi poterit, quàm quòd duobus cernatur locis. Quibus autem modis contingat vnum idemque viſile pluribus locis ſpectari, abundè docuimus in fallacijs quæ circa Locum contingunt; quod Galenus non eſt aſſecutus. F

Supereſt modò vt oſtendamus exemplum à Galeno ſuperiùs adductum non vniuerſè verum eſſe. Si enim columna inter aſpectum & aduerſum parietem collocata ſit, axeſque optici in eam defixi contineantur, ea eodem ſemper loco ſpectabitur, ſiue

vtroque

A vtroque oculo, siue altero tantùm conspiciatur: at si in punctum quoddam parietis axes defigantur, tum sanè eueniet, vt aperto dextro oculo, in sinistram partem prosilire columna videatur; aperto verò sinistro, in dextram. Est enim obiectus paries horopteris loco, quòd in eum axes optici conueniant: in ipso proinde duobus oculis gemina columnæ phantasia recipietur, vna dextro oculo in sinistris, altera sinistro in dextris, vt propositione 119. huius libri ostendimus; nec aliter vtroque simul oculo, quàm singulis vicissim obseratis, contrà quàm Galenus putauit. Nam is axes mutabat, & cùm duobus intuebatur oculis acies in columnam intendebat, quam proinde vnam & medio loco constitutam cernebat; cùm verò altero tantùm, axes in parietem defigebat, in quo tum
B gemina phantasia alternis visibus apparebat, vti diximus: vna in dextris sinistro oculo, dextro altera in sinistris. Qua in re nos quoque aliquando hallucinati fuimus, priusquam horopteris naturam perspectam haberemus. Quòd si Galenus superstes etiamnum existeret, amicè ipsum orarem, vti oculorum acies in signum aliquod inter aspectum & columnam medium defigere, ac tum alterum vicissim oculum claudere & aperire ne grauaretur, videret vtique dextro oculo columnam in dextris, & sinistro in sinistris; non autem, vt antè, situ permutato in sinistris dextro, & in dextris sinistro, quod nos suprà eadem propositione 119. apertè demonstrauimus. Quid porrò ad hæc Galenus? rem credo primò tacitus secum perpenderet, ac tandem experimento conuictus in nostram sententiam manus daret.

C Cùm itaque errorum qui circa Numerum eueniunt eadem sit causa, qua nos circa Locum falli contingit; nil opus est plura hoc loco attexere, præter hæc pauca consectaria, quæ solùm proposuisse sat erit, ne prolixiore oratione tædium Lectori afferamus.

CONSECTARIVM I.

Fieri nequit, vt quod vno tantùm videtur oculo, geminum appareat.

D HVIVS rei ex dictis perspicua est demonstratio: nam superiùs propositione prima ostendimus, vno oculo rem vnam vnico dumtaxat loco spectari. Quoniam itaque secundùm apparentium locorum numerum rerum phantasiæ quoad aspectum geminantur, necessariò efficitur, vt vnum appareat quidquid vno tantùm oculo cernitur; quod erat ostendendum.

CONSECTARIVM II.

Visibile in axium opticorum congressu positum, necessariò vnum videtur.

E ID ex propositione 118. huius libri perspicuè sequitur. Quia enim horopter per communem axium opticorum concursum transit, oportet in horoptere reipsa existere id quod in axium opticorum communi congressu spectatur: id proinde cùm per 118. propositionem proximè citatam vno appareat loco, etiam vnum appareat necesse est. Hinc fit vt visile, in quo concurrit axis communis vel communis radius vnà cum altero axe optico, vnum appareat; quòd scilicet in idem punctum necesse sit alterum quoque opticum axem conuenire. Hinc fit etiam, vt omne quod extra horopterem cernitur, multiplex ambobus oculis appareat; siquidem pluribus spectatur locis, ideoque & secundùm numerum multiplex.

CONSECTARIVM III.

F *Distracta luminum societate cuncta geminari videntur.*

MIRABILIS ille oculorum consensus, quem libro primo propos. 19. explicauimus, non leue suggerit huius veritatis argumentũ. Eam siquidem potissimùm ob causam oculorum orbes naturali quadam velut propensione, insitáque vi eodem semper rapiuntur, vt coniunctis obtutibus res obiectas accuratiùs videant, hoc est proprio in loco, ac singulari numero singulas. Tum porrò sociari obtutus dicimus, cùm axes optici ad rem propositam congrediuntur; vel saltem cùm res quæ cernitur, in ipso existit horoptere, tamquam in visionis termino, vltra quem citraque omnia pluribus locis spectantur;

ctantur; quare & singula vt multa conspiciuntur. Distracta igitur hunc in modum lu- A
minum societate, seu axibus vltra citráve rem visilem congredientibus, geminari phantasiæ videntur, quòd in diuersa loca distrahantur.

Sunt quibus ab vtero id vitij adhæsit, vt firmas acies continere nequeant, inque rem obiectã axes opticos certò defigere: qualis nobis superioribus diebus visus est adolescens, adhuc impubes, corpore bene habitus, oculisq; integerrimis, præter id vnum, quòd cominùs quidẽ res articulatas, eminùs verò confusas spectaret, & quodammodò geminas, quarum phantasiæ diuturniore aspectu non eamdem semper intercapedinem obseruabant, sed nunc maiorem, nunc minorem; ex eo nimirum quòd optici axes interdum propiùs, alias remotius coniungerẽtur. Eius porrò rei causam, posteaquam multa inter- B
rogassemus, in musculorũ imbecillitatem conijciendam putauimus, ea præcipuè coniectura adducti, quòd oculi, quamuis exterius perspicui essent, subtus tamen plurimo humore madere viderentur, non ex accidenti, sed ex vitiato partis habitu: hinc nempe debiliores effecti musculi oculorum motores, ij prẽsertim qui obtutum defigunt, minus etiam prompti ad exequendum arbitrij imperium reddebantur.

Strabonibus ait Aristoteles in Probl. sect. 31. q. 7. omnia geminari, *quòd eis oculus non in suo medio nexus locatusq; sit, ac proinde duplex in eis conspectus, peruersaq; videndi ratio.* Verùm satis constat, vel ipsorum qui distortos oculos habent, proprio testimonio, omnia ipsis singularia videri, in quæ opticos axes defixerint. Cuius rei non satis idoneã causam Alexander adfert Aphrodisęus l. 2. probl. q. 124. quòd oculos nõ sursum deor- C
sumq; deprauatos habeant, sed dextrorsum ac sinistrorsum. Hæc ratio quàm parùm ad rem faciat, ex iis quæ sæpè huc vsque diximus satis constat. Nam & distortis in dextram sinistramq; oculis phantasiæ geminãtur, quod in fallaciis, quæ circa Locum obueniunt, abundè ostendimus. Vera igitur causa cur strabonibus non geminetur aspectus, hæc est, quòd non axes, sed crystallinos dumtaxat humores dissociatos habeant; hinc autem sequi libro primo prop. 10. ostendimus, vt cùm axes iungunt, oculos à rectitudine deflectant; cumque oculos æquali situ continent, non eodem axes spectent quò oculi. Igitur licet oculos in diuersas partes abducant, (dum id proprio quodam pacto faciunt) non tamen illis ita vt nobis cuncta geminari videntur, quòd oculos torquere cogantur, vt axes coniungant. At nolumus hoc loco cum principe Philosophorum con- D
tentiosum funem trahere. nam de iis fortè eius est sermo, quorum oculi spasmo vel paralysi tentantur: qui enim ex his causis efficitur strabismus, oculorum acies distorquet, & eorum quę spectantur phantasias congeminat.

CONSECTARIVM IV.

Res vna geminari etiam oculo suppresso videtur.

Hoc experimenti genus abundè omnibus perspectum est, causaque ex dictis notissima. Constat enim alterius oculi compressione opticos axes in diuersas partes abduci, atque idcircò naturalem illam obtutuum societatem dissipari: non ea prorsus ra- E
tione, qua ad voluntatis imperium aspectus contrahuntur aut diducuntur (hoc namque motu axes in eodem semper sunt plano per 13. propos. libri secundi) sed ita vt nequeat oculus externa vi compressus liberè moueri, eoque sese conuertere, quò alter intenditur. Quamobrem alterius oculi suppressione plurimùm contingit axes ita dissociari, vt non in eodem sint plano, & apparentes phantasiæ ei quæ centra visuum connectit, minimè exæquentur; sed vna altera sublimior depressiórve existat, prout oculorum alter vel surrigitur altius, vel plus iusto deprimitur. Fit etiam, vt quæ presso cernitur oculo, illâ, quæ libero, obscurior appareat: propterea scilicet, quòd hæc per axem, illa per obliquum radium ad obtutum perueniat.

A

FALLACIAE ASPECTVS CIRCA MOTVM ET QVIETEM.

PROPOSITIO CXXXVII. THEOREMA.

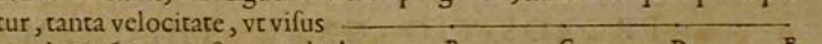
Proiecta ob eximiam motus pernicitatem sæpè non videntur.

B EXEMPLA huius rei quamplurima sunt, in iis rebus quę insigni vi eiiciuntur; vt sunt sagittæ à tensis balistis euibratæ, & plumbeæ glandes quas è bellicis fistulis sulphureus puluis intus accensus explodit. Hæc enim cùm primùm accepta ab impulsu virtute erumpunt, aliquousque omnem obtutus aciem effugiunt: nulla sanè alia de causa, quàm propter eximiam motus pernicitatem, qua priùs asportantur, quàm in eis quiescere aspectus possit. Libro primo propositione 83. ostendimus ad perfectam visionem tempus requiri, quo internus sensus, quem communem dicimus, singulas obiecti partes ac differentias explorare possit. Hoc verò tempus quò longius est, eò profectò accuratiùs obiectum percipitur; C quò verò breuius, eò imperfectiùs. Cùm ergo breuissimum est, ac velut momentaneum, fieri quidem potest, vt externum organum obiectum percipiat, visibili nimirum formâ puncto temporis in eo excitatâ; at vt communis facultas eius notionem aliquam seu internum simulacrum efformet, fieri omnino nequit, ob eam quam supponimus temporis breuitatem. Hæc ergo est germana causa, cur proiecta sæpe non videantur.

PROPOSITIO CXXXVIII. THEOREMA.

Aliàs ocyssimè delata, totum, per quod feruntur, spatium complere videntur.

D HINC titionis accensi aut scintillæ rotatu lucidus orbis emicat: hinc lapsi ignes de suprema ætheris regione igneum post se relinquunt vestigium: quod etiam in emissitiis ignibus videre licet. Hinc trochis insignitæ maculæ, cùm in orbem celerrimè agitantur, perspicuos circulos exhibent: quorum omnium vna est eademque causa, nempe motus quædam celeritas, ob quam fit, vt nequeat aspectus differentias locorum, in quibus res mobiles diuersis temporum momentis existunt, distinguere. Exempli gratia, si mobile quodpiam per spatium A E feratur, tanta velocitate, vt visus



nequeat differentias locorũ interiectorum di- E stinguere, videbitur id per totum spatium simul diffusum esse. Cùm enim ab A latum erit in B, ob temporis breuitatem, qua ab vno in alium locum mobile transcurrit, non poterit communis sensus loci vtriusque discrimen internoscere. Apparebit itaque vnus & idem, atque idcircò res ipsa quæ mouetur eodem tempore in A simul & B existere putabitur. Cùm verò eadem sit in ceteris locis C, D, & E ratiocinatio, totum spatium A E, eò quòd ocyssimè defertur, compleri videbitur.

Si tempus quo spatium A C decurritur insensibile quidem sit, id verò omne quod spatium A C superat sensibile, cùm primum mobile ab A in C peruenerit, totum spatium A C rei motæ phantasia impletum videbitur; mox verò continuata latione, cùm in D mobile delatum fuerit, ipsius quoque phantasia prioribus partibus derelictis, nouas inuadet; F ac portionem spatij B D complebit: denique cùm extremum punctum E mobile attigerit, ipsius phantasia spatium C E occupabit, deserta nimirum portione B C, & ad nouam D E protensa. Hac igitur ratione id quod mouetur, licet puncti formam habeat, tamen continuò delatum lineæ instar apparebit, quæ totum quidem per quod res decurrit spatium minimè complebit, sed priùs ab A C in B D, & hinc in C E spectabitur: cumque in B D erit, partem post se spatij relinquet A B, in qua iam videri desinet, partem verò ante se habebit D E, ad quam contendet, & in qua mox conspicietur. Hæc manifestè videre licet in scintillis, quæ flammæ impetu ab accenso rogo egeri solent: hæ namque velut igneæ quædam lucentesque lineæ apparent, plurimùm sanè incuruæ, ac fortuitò conformatæ, secundùm spatia per quæ scintillæ sursum efferuntur.

PRO-

A

PROPOSITIO CXXXIX. THEOREMA.

Motus circularis perpendiculariter ſpectatus eminùs rectus apparet.

ID præcipuè videre licet in Planetarum motibus, qui ab epicyclis fiunt; ac in illis item, quibus claui peripheriis rotarum infixi circumactis rotis feruntur, cùm perpendiculariter aſpectui exhibentur. Vti enim circuli per quos hi motus fiunt, velut rectæ lineæ eminùs conſpiciuntur per 57. propoſ. libri huius: ita & motus ſpectantibus recti exiſtimantur; vno ſiquidem modo lationes & ſpatia per quæ fiunt, oculis apparent. Hinc fit vt quæ circulari motu cientur, repetita crebriùs eadem orbita, reciproco motu recto ire ac redire perpetuò videantur, cuius extremitates ſeu termini vltimi ſunt puncta illa circularis motus, ad quæ radij optici circulum tangentes definiuntur. Hæc enim extrema ſunt ad quæ viſus pertingit, & à quibus ſe recipit motus. Ergo quoniam mobile ſæpiùs in orbem actum identidem hæc puncta repetit, atque ab vno in aliud perpetuò commeat, non modò rectus hic motus, verùm etiam reciprocus apparet. Porrò inæqualis etiam videtur; ſiquidem mobile æqualibus temporibus inæquales partes apparentis ſpatij emetitur, hoc eſt maiores in medio, circa extremitates verò minores, ideoque hic tardiùs, illic ocyùs promouet: quamobrem Planetæ cùm in epicyclo medias partes inter ſummas imaſque obtinent, Stationarij vocantur ob motus tarditatem; cùm verò ſecundùm ſignorum ordinem feruntur, Progreſſiui dicuntur; at Retrogradi, cùm aduerſus ſignorum ordinem incedunt.

B

C

PROPOSITIO CXL. THEOREMA.

Quæ in orbem celerrimè agitantur, quieſcere videntur.

EXEMPLO ſunt trochi quibus pueri luſitant: illi namque, præſertim ſi torno exactè ſint elaborati, impetu è ſpira excuſſi, tanta pernicitate circumaguntur, vt voluminum diuerſitates ſenſu percipi nequeant, ob temporis breuitatem, quod inter initium ac finem cuiuſque periodi intercedit. Si enim tempus hoc, ſanè breuiſſimum, ſenſum omnem fugiat, etiam circulationes ipſę per ſe ſingulæ imperceptæ tranſcurrent; atque ea propter quieſcere, qui circumagitur trochus, putabitur.

D

PROPOSITIO CXLI. THEOREMA.

Spiritibus concitatis moueri, quæ quieſcunt, exiſtimantur.

E

PERSPICVA huius rei exempla habemus in iis qui vertigine infeſtantur, & in pueris cùm verti deſierint. His enim videntur

Lucret l. 4. de natura.

Atria verſari, & circumcurſare columnæ,
—— vix vt iam credere poſſint
Non ſupra ſeſe ruere omnia tecta minari.

Idem in ebrioſis ſubinde animaduertere licet, ac in iracundis, iiſq; qui vel ex graui febris ardore delirant, aut ex melancholia furunt atque inſaniunt.

Horum porrò effectuum cauſa libro primo propoſ. 25. abundè eſt explicata. Quamuis enim vis efficaciaque cernendi non inſit animali ſpiritui, ceu proprio ac principali organo, multo verò minùs excrementitio humori in ſpiritum reſoluto; hæc tamen non minimam partem probæ functionis ſibi vendicant: faciunt enim ad organi diſpoſitionem; quæ ſi naturæ ſit conſentanea, perfectam facit operationem; ſi verò diſſona, non aſpectus modò, verùm etiam internorum ſenſuum, ac ipſius denique rationis vſum peruertit, omniumque facultatum, quæ imperio voluntatis ſubiiciuntur, œconomiam peſſumdat. Hinc ergo cùm ſpiritus interni concitantur, ſiue illi viuifici ſint & ſalutares, ſiue ab inferiori corporis officina feruore quopiam præter naturam in ſublime elati, & quæ extrinſecus viſui ſeſe offerunt, ſimili motione agitari videntur.

F

PRO-

A

PROPOSITIO CXLII. THEOREMA.

Nauigantibus ipſa, qua vehuntur, nauis ſtare; cetera quæ ſtant, præterire videntur.

ITA de his cecinit Lucretij Muſa libro 4. De natura rerum:

Qua vehimur naui, fertur, cùm ſtare videtur;
Quæ manet in ſtatione, ea præter creditur ire:
B *Et fugere ad puppim colles campiq; videntur,*
Quos agimus præter nauim. ——

Sic arbores, ſic quæ procul cernuntur turres, ſic ipſa ſidera, ſic denique cetera quæcumque ſtabili loco conſiſtunt, delatis nobis,

—— *in aſſiduo ſunt omnia motu.*

Si quæ porrò eam, qua nos vehimur, aliæ naues comitentur, hæ omnes ſtare vnà cum noſtra videntur: quæ verò occurrunt, dupla celeritate præterlabi. Quia enim ex organi viſiui motione, ceterorum quæ mouentur lationes colligimus per 43. libri tertij, ea etiam quæ quieſcunt, præterire exiſtimamus, cùm præteruectis nobis, noſter oculus ad ea pòſt relicta conuertitur: nihil enim eſt præter intelligentiam ipſam, quo nos po-
C tiùs quàm illa transferri cognoſcamus. Cùm verò in eas quæ nobiſcum vehuntur naues obtutum intendimus; quoniam oculi immoti manent, & naues eodem loco conſiſtere arbitramur. Denique ſi occurrat aliqua pari velocitate delata, hanc duplo ocyùs ferri putamus illâ quæ reipſa quieſcit, propterea quòd oculus noſter, dum eam aſpectu inſequimur, duplo celerius moueatur.

His verò omnibus ratio intelligentiaque ſubuenit, quæ pluribus modis veritatem edocta, errantem aſpectum reprehendit: quare nulli in his rebus crebriùs hallucinantur, quàm pueri, qui naturam ignorant aquarum, & ſcopulos littoraque immobilia eſſe non cogitant: idque his quoque vſu venire credunt, quod in ceteris experti ſunt; tum ſcilicet res externas moueri, cùm immoto corpore caput, vel capite immoto oculos ad res
D ipſas conuertunt: nam vt Philoſophus ſcribit libro De inſomniis cap. 2. *Non tantùm quoties ſenſile mouetur, ſed etiam quoties ſenſus ipſe mouetur, error euenit: ſic littus videtur nauigantibus moueri, dum viſus ab alio mouetur.*

Hinc facile eſt veteris cuiuſdam fabellæ commentum explicare. In ponto Euxino binæ ſunt inſulæ Syndromides dictæ, quas & Cyaneas alij, alij Symplegades nuncuparunt, teſte Plinio lib. 4. cap. 13. Has Poëtæ in ipſo ponti ingreſſu committere inter ſe fabulati ſunt. Scribit de his Valerius Flaccus lib. 4. Argonauticῶν in hunc modum:

Hinc iter ad ponti caput, errantesq; per altum
Cyaneas, furor his medio concurrere ponto:
Nec dum vllas videre rates, ſua cominùs actæ
E *Saxa petunt, cauteſq; ſuas, cùm vincula mundi*
Ima labant, tremere ecce ſolum, tremere ipſa repentè
Tecta vides, illæ redeunt, illæ æquore certant.

Hanc ob rem & Planetas nonnulli eas appellarunt, ſicut idem Plinius eſt auctor lib. 6. cap. 12. tamquam πλαγκτὰς πέτρας, id eſt, errabunda ſaxa. *Quoniam*, vt Plinij verbis vtar, *paruo diſcretæ interuallo ex aduerſo intuentibus geminæ cernebantur, paulumq; deflexa acie coëuntium ſpeciem præbebant.* Ita aſpectu deluſi homines, illas, non ſe, moueri, & conflictantium in morem congredi ſunt arbitrati.

Poteſt certè haud abſimili errore ita decipi viſus, vt rerum ſiniſtrè acceptarum imagi-
F nes hominum animum faciant penitus cohorrere: quod quidem in certi generis ædificiis euenire neceſſum eſt, etiam prudenti viro & rerum opticarum perito. Statue tibi ędem, cuius in primis partem imam parietes toto ambitu cingant crebris angulorum flexibus infracti: ex his deinde fornix aſſurgat totidem angulis curuatus, qui in progreſſu in alias atque alias planarum partium commiſſuras diſtrahatur: tum finge in ſingulis partibus planis columnas ſingulas, quarum pars ſuperior ſupra parietes in fornicis ſuperiecti inclinatas partes procurrat, eo tamen modo, vt in ædis limine ſtantibus, columnæ omnes appareant rectæ; id quod hac ratione effici facilè poteſt, ſi angulorum omnium vtraque linea aſpectu recto velut è diametro oculis obiiciatur: ceteri denique ordines qui columnis imponentur, ita per ſingulorum planorum inclinationes duci intelligan-

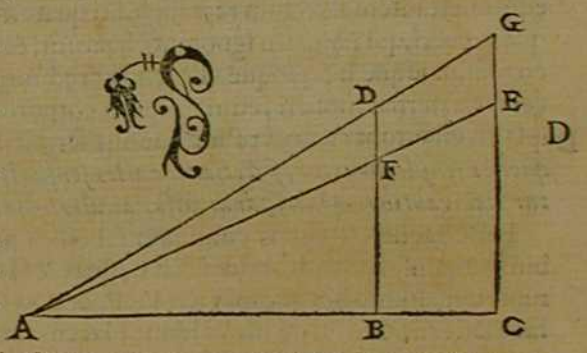
tur, vt qui ex eodem ædis limine in altum ſuſpiciunt, eos inferiorum partium ſeriem A
proſequi arbitrentur. Rebus ita comparatis, illud eueniet profectò, vt ædem deinde concitato gradu ingredienti tibi omnes eæ columnarum partes, quæ ſupra parietes in fornicem excurrunt, prorſum aliæ, aliæ retrorſum labi, ac ipſi etiam ſuperiores ordines pariter diffracti inopinata ruina decidere videantur, & caſu te elidere repentino. Nimirum qui ex ædis limine ſpectati anguli rectarum linearum ſpeciem mentiebantur, alio de loco inflexi eſſe deprehenduntur; quo fit, vt quæ ſtare antè credebantur, mox ſoluta compage ruere ſubitò omnia exiſtimentur.

Proxima huic illa eſt fallacia, qua ſubinde delatis iuxta lunam nubibus, hanc, non illas moueri exiſtimamus; tum illarum quæ accedunt, tum illarum quæ iam præterue- B
ctæ ſunt comparatione: nam ſi has ſpectes, dices lunam ex eis velut è latebris in conſpectum prodire ipſis perſiſtentibus; ſi verò illas conſideres, dices ad ipſas lunam ſenſim promoueri, ac tandem etiam ſeſe in ipſis penitus abdere. Cuius fallaciæ cauſa ex eo prouenit, quòd propter nocturnas tenebras præter lunam ac circumfuſas nubes, nullum aliud vicinum corpus videatur, cuius reſpectu colligi poſſit, è duobus vtrum moueatur; luna, inquam, an nubes? nam libro tertio propoſ. 52. oſtendimus motum non rarò à nobis cognoſci ex vicinia corporis alterius quieſcentis, præcipuè ſi tardus eſt.

PROPOSITIO CXLIII. THEOREMA. C

Eorum quæ pari velocitate cientur, remotiora minùs ſecundùm aſpectum promouent.

SIT oculus A, eique obiecta duo mobilia, vnum quidem B propinquius, alterum verò C remotius, quæ in parallelas lineas B D & C E pari velocitate incedant, hoc eſt, tempore æquali æquales illarum portiones B D & C E emetiantur: dico eo tempore quo mobile propinquius B abſoluerit ſpatium B D, mobile C videri minus ſpatium confeciſſe; proinde & tardiùs promouiſſe: id namque tardiùs moueri dicitur, quod æquali tempore minus ſpatium percurrit. Illud verò ſequi in hunc modum demonſtrabitur: Radij ab oculo procidant A D & A E: quoniam igitur parallelæ ſunt B D & C E, erunt triangula A B F & A C E æquiangula; recti ſiquidē ſunt B & C anguli, A verò vtrique communis: igitur & reliquus A F B reliquo A E C relinquitur æqualis, quando per 32. primi Euclidis cuiuſque trianguli tres anguli duobus rectis ſint pares. Quare per 4. ſexti Euclid. proportionalia erunt E
triangulorum latera, vtque A B ad A C, ita B F ad C E: ſed cùm B propinquius ſit oculo A quàm C ex hypotheſi, minus erit latus A B latere A C. Quare & B F ipſo C E minus erit; at ex hypotheſi C E æquale eſt ipſi B D: igitur B F ipſo quoque B D minus erit. Eſt verò B F ſpatium apparens quod mobile C eo tempore conficit, quo mobile B ſpatium B D emetitur: itaque C tardiùs quàm B promouiſſe videtur; quod oſtendiſſe oportuit.



PROPOSITIO CXLIV. THEOREMA. F

Eorum quæ pari celeritate incedunt, remotiora poſtera fieri videntur.

PRODVCTO enim radio A D verſus partem D, vſque dum lineæ C E item productæ occurrat in G, erit rurſus triangulū A B D triangulo A C G æquiangulum per iam paulò antè factam demonſtrationem prop. præcedente. Igitur per 4. ſexti Euclidis, vt A B ad A C, ita B D ad C G: ſed minor eſt A B ipſâ A C ex hypotheſi: igitur & B D ipſâ C G minor erit: ideoq; & C E eâdē C G minor. Cùm verò mobile C in G delatū fuerit, tum æquè promouiſſe videbitur ac B cùm in D peruenerit, quòd D & G in eodem exiſtant viſus radio, vti quoque B & C. Itaque

A que C in E perlatum minùs ſecũdùm aſpectum promouit quàm B, cùm attigerit ſignum D: nam B D & C G ſpatia æqualia videntur, C E verò minus. Quocircà cùm C eodem tempore perueniat in E quo B in D, poſterum fieri ipſum C videbitur; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO CXLV. THEOREMA.

Fieri etiam poteſt, vt quod ocyùs reipſa mouetur, oculo ſegniùs promoueri videatur.

B PARI velocitate ea moueri oculorum iudicio exiſtimantur, quæ æquis temporibus proportionalia ſpatia emetiuntur, ſeu veriùs quæ æquis temporibus æquales angulos opticos tranſcurrunt: qualia perſpicuè ſunt, quæ circa idem punctum ceu centrum in orbem acta ſimiles circulorum peripherias æquis temporibus permeant. Horum enim ſpatia quoniam paribus angulis ſubtenduntur, vt ex 33. ſexti Euclidis facilè colligi poteſt, æqualia è medio loco ſpectata apparent; ideoque & motus qui per illa fiunt æquales probantur. At perſpicuum eſt, ſi diſpari interuallo diſcretæ ſint à medio res quæ mouentur, fieri omnino poſſe, vt quod ocyùs reipſa mouetur, lentiùs tamen procedere videatur: quia enim C eorum quæ pari velocitate feruntur, id quod remotius eſt, tardiùs promoueri videtur per 143. propoſ. huius libri, neceſſe eſt mobile, quod longiùs abeſt, debere acriùs incitari, vt pari celeritate deferri putetur. Ergo fieri poteſt, vt quod velociùs fertur, ſi maximo abſiſtat receſſu, lentiùs procedere aſpectu iudicetur.

Exemplo ſolis ac lunæ res planior illuſtrioráq; fiet. Quis hominum ignorat vtrumque hoc ſidus propria latione ſecundùm ſignorum ordinem per Zodiaci circulum iter habere? luna verò, cùm ſol expleto anno dierum 365. totam abſoluit orbitam, propemodum tres & decem circulationes confecit: quocircà luna quàm ſol ocyùs ferri videtur: at ſolis motus motum lunæ pernicitate ſuperat; ſiquidem ſolaris eclipticæ ambitus vicies propemodum eclipticam lunæ comprehendit: igitur quoniam luna decies & D ter ſuum peragit circulum, cùm ſol ſuum ſemel abſoluit; ſequitur lunam tardiùs ſole reipſa moueri. Ergo quod velociùs reipſa mouetur, aſpectui ſegniùs tardiuſque ſubſequi exiſtimatur; quod erat probandum.

Hinc diſparia illa principalium luminarium interualla, & reſpectus quotidie varij, vt nunc mutuo congreſſu iungantur, nunc tota cæli diametro diſſideant, nunc medium aliquem inter extrema locum teneant. A congreſſu quidem luna ſolem anteit, & quotidianis ſpatiorum incrementis ſenſim ab eo diuellitur: ab oppoſitione verò rurſus mutuum congreſſum depoſcit: quare ſimilibus interuallis ſubſequens luna ſolem tandem aſſequitur, à quo iterùm digreſſa, eaſdem denuò repetit vices.

E PROPOSITIO CXLVI. THEOREMA.

Quæ loco procul diſsito mouentur, quieſcere ſæpè exiſtimantur.

VTI proximè antecedens, ita hæc quoque propoſitio ex centeſima quadrageſima tertia velut conſectarium elicitur. nam ſi eam ob cauſam mobile tardiùs ſecundùm aſpectum videtur incedere, quòd paulò longiùs ab oculis diſtet; ſanè cùm illud procul aberit, tardiſſimè ſummaque lentitudine promoueri videbitur, ac etiam quieſcere omnino, ſi longiſſimo inter- F uallo diſiunctum erit.

Sic naues in altum mare delatæ, quamuis ocyſſimè prouehantur, ſtare tamen loco putantur, non modò cùm à nobis digreſſæ recta linea abſcedunt, verùm etiam (quod admirabilius eſt) cùm illarum curſus directum viſus noſtri radium tranſuersùm ſecat. Sic aſtra, quæ ſumma alioquin pernicitate in orbem rapiuntur, propter immenſam intercapedinem quieſcere nemo non diceret, niſi aliquanto pòſt tempore locum illa mutauiſſe deprehenderet. Idem euenit cùm

Ingenti clangore grues æſtiua relinquunt
Thracia, cùm tepido permutant Strymona Nilo. *Claud. in bello Gildonico.*

Nam circa Auguſtas Kalendas, aut ſerius ſi minùs frigida eſt regio, ceu condicta aut lege

præſtituta die in eumdem locum vnà omnes conueniunt, vnde in ſublime euectæ ſudo ac ſereno cælo diſcedunt: volant autem ad proſpiciendum altæ atque immotis alis; quo fit, vt, ni diutiùs intenta acie aſpicias, ipſæ immotæ pendere ab aëre videantur. A

PROPOSITIO CXLVII. THEOREMA.

Si per eamdem rectam lineam mobile oculuſq; pari velocitate incedant, quieſcere ipſum mobile videbitur; accedere verò, ſi oculi motus fuerit concitatior; ſi autem ſegnior, abſcedere. B

FREQVENS eſt hæc fallacia, atque in iis præcipuè locum habet qui mare nauigant, à terræ conſpectu procul abducti. His enim ea quæ pari velocitate anteit nauis, ſtare videtur, quòd eodem ſemper interuallo abſit, nullaque propinqua ſint littora, quorum comparatione locum illa mutaſſe deprehendatur. At ſi amplioribus velis ea quæ ſpectantem vehit nauis incitetur, tum altera quæ ſegniùs anteit, accedere exiſtimatur: ſiquidem eius minuitur diſtantia, nec ſe prouehi ſpectator videt aut ſentit. Quam etiam ob rem abſcedere illa putatur, cùm minùs ſpectator promouet, ſcilicet quia diſtantia augetur, ſeque quieſcere ille arbitratur.

C

Huc vſque fallacias enarrauimus, quibus circa communia obiecta aſpectum falli contingit. Supereſt vt his illas adiungamus quæ in mediis obiectis vſu venire ſolent: quando & libro tertio communium obiectorum cognitionibus, mediorum etiam cognitiones adiecimus. Sunt verò errores perpauci quibus circa media obiecta obtutus noſter decipitur: nec in pluribus illi quàm in tranſparentia & opacitate verſantur. Nam circa vmbram & tenebras vix oculus fallitur, cùm in priuatione tota earum eſſentia ſit conſtituta; ac multò etiam minùs circa ſimilitudinem & diſſimilitudinem, item circa pulchritudinem & deformitatem hallucinationes aſpectus obueniunt, quòd D *circa hæc intelligentia potiùs quàm intuitus occupetur, vt eodem libro tertio ad calcem oſtendimus. Igitur ad id quod reliquum eſt huius tractationis, vltimum gradum faciamus.*

FALLACIAE ASPECTVS CIRCA TRANSPARENTIAM, ET OPACITATEM. E

PROPOSITIO CXLVIII. THEOREMA.

Corpus mediodiaphanum opaco oppoſitum, tranſparens videtur; oppoſitum autem perſpicuo, opacum.

DE iis quæ mediodiaphana propriè appellantur, libro primo propoſit. 30. ac multò explicatiùs propoſit. 31. à nobis eſt actum: verùm hoc loco paullò fuſiore ſignificatione quàm eodem libro primo mediodiaphana accipimus, nimirum pro iis omnibus, quæ magis quidem perſpicua ſunt, quam opaca quædam corpora; aliorum autem magis perſpicuorum comparatione, minùs articulate formas rerum tranſmittunt. Hæc aio cum altero extremorum viciſſim collata alterius extremi naturam conditionemque æmulari. An fortè ex illa communi exiſtimatione, quæ de contrariis iuxta ſe poſitis accipitur, ſic vt minùs opacum iuxta opacius conſtitutum magis eluceſcat, hoc eſt magis iuſto perſpicuum appareat: ei verò comparatum quod impenſiùs eſt diaphanum, minùs quàm ſit reipſa perſpi- F

A perſpicuum videatur, ſeu naturæ opaci propinquius? An ideò id quod mediodiaphanum eſt, perſpicuum videtur; quia per ipſum quod à tergo eſt, opacum corpus tranſparet; ideò autem opacum putatur, quia quod poſt ipſum eſt magis diaphanum, non cernitur, tamquam opaci corporis interpoſitione aſpectu prohibitum? Sanè vtraque nobis cauſa probatur: nam & contraria iuxta ſe poſita magis conſpicua eſſe in communi prouerbio eſt; & quod mediodiaphanum dicimus, opacitatis licet tenuiſſima aſperſione poſtpoſito diaphano impedimentum facit, quo minus perſpicuè videatur; contrà verò à poſtpoſito opaco mediodiaphani opacitas abſorbetur, vt lux minor præſentia maioris.

Sunt qui chalcedonio teſſellæ in modum complanato inſignia inſculpunt, ſubie-
B ctiſque propriis coloribus annulo includunt: cùm verò per exiguam ipſius perſpicuitatem ſubiecti colores tranſparent, prorſus diaphanus chalcedonius iudicatur. Et iterùm bullæ aëriæ ſub aquis conſpicuè cernuntur; quod ſanè mirum cuipiam videri poſſet, niſi hac propoſitione explicata iam cauſa haberetur; ſiquidem aër impenſiùs quàm aqua perſpicuus eſt: at quia aqua inter bullam & aſpectum noſtrum interiecta minùs eſt diaphana quàm aër, fit vt hæc opacior quàm reliqua circumfuſa aqua videatur. Quare cùm aquam aëri incumbentem cernimus, bullam ipſam nos contueri exiſtimamus. Eodemque modo ſe res habet in pluribus aliis exemplis, quę quotidianus vſus docet. Igitur corpus mediodiaphanum opaco oppoſitum, tranſparens videtur; oppoſitum verò perſpi-
cuo, opacum; quod erat explicandum.

C

PROPOSITIO CXLIX. THEOREMA.

Terſa corpora, ſiue quà obſcuritatem præ ſe ferunt, ſiue quà lumen à ſe remittunt, interdum tranſlucida putantur.

MIRA profectò eſt vis illa, qua terſa læuigataque corpora lumen, atque vnà cum lumine viſibiles colorum formas à ſe repellunt. Huius quidem virtu-
D tis originem primamq́, cauſam in Catoptricis, diuino adſpirante Numine, inueſtigare conabimur: at in præſenti, quia non puto eam oportere cuiquam eſſe dubiam, cùm ſit omnium hominum experientiâ comprobata, idcircò nobis hypotheſis loco erit. Qua igitur parte terſa corpora lumen ad intuentium oculos remittunt, eâdem ipſorum ſuperficies lumine quodam perfuſa cernitur: qua verò nullum ab eis lumen reſilit, eâdem obſcurus quidam color oculis oſtenditur: atque vtrouis modo ſpectentur læuigata corpora, dico ea interdum tranſlucida intuentibus apparere; quod nunc ſigillatim oſtendemus.

Primò enim quà lumen ad oculum retorquetur, diaphanum interdum videri id quod opacum eſt, ex eo accidit, quòd luminoſi corporis phantaſia vltra ſpeculare corpus cernatur, ac velut in quamdam ipſius profunditatem demerſum. (volumus autem planam eſſe eam ſuperficiem vnde repulſum ad nos lumen porrigitur.) Ergo cùm terſum ſeu
E ſpeculare corpus inter oculum intuentis & ſpectatum idolum interpoſitum ſit, tranſlucidum illud eſſe creditur, quia idolum ita cernitur, vt ſi per interiecti corporis læuis ſubſtantiam tranſpareat. Igitur ea ratione falli aſpectum ſæpiùs contingeret, niſi in propoſito caſu pars illa planæ ſuperficiei, vnde fit radiorum repercuſſio, manifeſtè conſpiceretur; quod nimirum nequaquam accidit, cùm res aliqua trans corpus diaphanum videtur. Hinc itaque ratio intelligentiaque ſagaciorum hominum externam viſus potentiam ſubinde coarguit: ex iis namque quæ vſu didicerunt, faciliùs promptiuſque iudicant, ac ſæpè labentem externum ſenſum reſtituunt.

Deinde quà nullum lumen à terſo corpore redit, eâdem quoque perſpicuum ſubinde iudicatur: ſi enim opacum eſſet, in id viſus definiretur. Nunc ergo quoniam hac
F parte viſum non terminat, ſed obſcuram quamdam atque indefinitam profunditatem oſtendit, qualem exhibet corpus reipſa diaphanum, cum eius poſtica obſcuro claditur; fit vt corpus quod exquiſitè eſt læuigatum, qua parte obſcurum apparet, nullamq; luminis ſpeciem offert, diaphanum videatur: imò quandoque omnino non videtur, ita vt perpetuum aërem nos contueri arbitremur à lucido in obſcurum deſinentem; cuius rei ea eſt cauſa, quòd corporis læuis ſumma planities oculis proximè obiecta non appareat. Sic variè in vna eademq́; re aſpectus noſter deluditur, cùm mens ex aliarum rerum vſu argumenta minùs ſolida deducit, atque ita ſe ipſa in errores varios præcipitat. quod toto hoc 4. Opticorum libro in omni rerum ſpectabilium genere abundè oſtendimus.

A

PROPOSITIO CL. THEOREMA.

Cryſtallus ſuppoſito colore, cùm ex aduerſo ſpectatur, tota infecta videtur.

PERSPICVA eſt huius fallaciæ cauſa ex natura diaphani. Color enim per cryſtalli denſitatem fractis radijs tranſmiſſus, in ipſa tantiſper hęrere, ac fluitantis in morem ludere videtur, priùs quàm ad obtutũ perueniat. Deinde ea cryſtalli planities quæ ſubiecto colori è diametro opponitur, radios B coloris ſurſum elatos ab interna ſeu caua ſui parte ſuſcipit, eoſdemque ad infimam cryſtalli ſuperficiem remittit; qui dum hinc rurſus ad oculos redeunt primis radijs permixti, ſaturatiorem colorem in cryſtalli denſitate, quàm in circumfuſo aëre oſtendunt: quo fit, vt cryſtallus ipſa vniuersè tincta videatur.

Eximium ſanè huius fallaciæ exemplum in factitijs gemmis habemus. Cryſtalli fragmentum natiuæ gemmæ forma cęlatur, ſubſtrataque argentea bractea inſigniter læuigata ac colore proprio infecta, ſuo loculamento committitur quàm fieri poteſt arctiſſimè, ne temere excidat: ita enim fit vt cryſtallus vera ac naturalis gemma eſſe videatur.

Qui propiùs ad verarum gemmarum imitationem hac noſtra tempeſtate accedunt, bina cryſtalli fruſtula ea figura cælant, vt ſimul iuncta vnius gemmæ formam referant: C oportet verò ſuperficies illas, quibus committuntur, exactè planas eſſe; has porrò inter ſe coniungunt expreſsâ è calenti maſtiche puriore lacrymâ, cui intritus eſt perfectęq; miſtus perſpicuus color. Maſtiche namque liqueſcens igne, ac frigore obdureſcens tamquam ferrumen partes cryſtalli in vnum corpus cogit; color autem cùm ex aduerſo ſpectatus per cryſtalli denſitatem profunditatemque tranſparet, ipſam longè viuaciore tinctura imbuit, ob varias vndique repercuſſiones, quàm ſi ſola ſuppoſita ſit infecta argenti bractea. Hæc ars natiuas gemmas ementiendi adeò veris ſimiles exhibet, vt prudentioribus etiam imponant, niſi molę attritu durities exploretur, quę veris ſemper maior quàm factitijs ineſt. Cùm color ad manum non eſt, natura tranſparens, qualis expetitur, vitrea teſſella ſimili colore tincta inter vtrumque cryſtalli fragmentum inſeritur, pura maſti- D ches lacryma perlita ac firmata, quæ eamdem exhibet naturalis gemmæ apparentiam.

Poſſunt verò etiam colores variè permiſceri, vti naturam ipſam in verarum gemmarum coloribus feciſſe animaduertimus. Non enim carbunculi omnes eodem nitore rubent, neque omnes hyacinthi ex æquo flaueſcunt, neque ſmaragdi omnes pari virore perfuſi cernuntur, ſed alij herbaceũ, alij ærugineum æmulãtur; atque vniuerſe omnium propè gemmarum colores aut eſſentia aut gradu perfectionis diſcrepant, ſecundùm varias locorum, quibus velut matricibus increuerunt, proprietates. Ergo qui hanc artem profitentur, magnum habere debent factitiorum colorum apparatum; ſic namque fiet, vt vel ſimplici aliquo, vel pluribus vnà commixtis oblatam quamcumque gemmam perfectiùs imitentur. E

Huic fallaciæ affinis eſt illa, qua interdum homines ludificantur aſpectus errore circumuenti. Patera ex vitro conflatur, duplicata ea ratione, vt duæ quodammodò ſint; quarum vna alteram complectitur exiguo ſpatio inter vtramque relicto, quod cùm vino impletur, ita oculis imponit, vt ſimplex ipſa patera vinoque plena eſſe videatur, ex qua tamen bibere volentibus nihil ſequitur. Quod faciliùs intelliges ſi fingas vitream bullam adhuc à fornace candentem, ductilemque tenui primùm foramine pertundi: deinde media ſui parte reflecti, ſic vt altera medietas alterius cauitatẽ ſubeat, pari vndique diſtans interuallo, ſic item vt foramen priùs factum in ſummitate ambitus relinquatur: huius is erit, quem dixi, fallax vſus. Per foramen, quod in ipſius vaſis ambitu relictum fuit, ſiphunculo impoſito, aqua infunditur, quæ interſtitium nequaquam ad ſum- F mum expleat. Pateram hanc qui intuentur, ex eadem illa parte qua lumen ſuſcipit, ſimplicem putant, cuius cauum aqua infuſa oppletum ſit, ac tum præcipuè oculos fallit, cùm minimè quieſcit; ſiquidem aqua interſtitio coërcita dum pariter agitatur, ſpeciem aquæ in medio paterę fluitantis exhibet, haud ſecùs ac ſi patenti ipſius conceptaculo infuſa eſſet. Nec minùs iucunda eſt hæc impoſtura, cùm in vicem aquæ rubens ex atro merum infunditur; rubello ſiquidem plena patera exiſtimatur, quæ dum epotanda alicui porrigitur, foramine ab ore procul remoto, nihil profundit, moleſtè ferentibus ijs qui bibere ex ea conantur. Facile tamen error detegitur, quando ex aduerſo incidentis

luminis

A luminis inſpicitur. Si enim è pateræ cauo nullus luminis radius ad oculos intuentis porrigitur, tamquam à plana ſuperficie innatantis liquoris repercuſſus, inuincibile eſt inanis vacui argumentum. nullum enim dubium eſſe poteſt, quin ab extima liquoris ſuperficie, ſi quis intra paterę cauum exiſtat, luminis radium in aduerſam partem remitti, ac proinde etiam videri oporteat.

PROPOSITIO CLI. THEOREMA.

Aquæ perſpicuo colore infectæ, cùm ex eo loco cernuntur
B ### *vnde lumen procidit, obſcuræ videntur.*

COLORES quibus aquæ tinguntur, aut craſſi ſunt & fæculenti, minimeq; pellucidi, aut vitri in modum perſpicui ac tranſparentes. Si primi generis ſit color qui aquæ inſperſus innatat, palàm eſt eum ex aduerſo luminis ſpectatum atrum atque obſcurum videri, propterea quòd corporis craſſities luminis radium intercipiat, ac verſus originem repellat. Quod manifeſtè apparet, cùm vitream ampullam aqua tincta plenam luminis radio obiicimus. Idem verò color, ſi vitrum ea parte ſpectatur qua luminis radium ſuſcipit, propriam ſpeciem formamq; exhibet, quam nempe repercuſſus luminis radius ad oculos intuen-
C tis refert. At ſi apprimè perſpicuus ſit aquæ infectæ color, ex aduerſo quidem luminis ſpectatus propriam repræſentat imaginem, tantò viuacius, quantò lumen eſt excellentius: ex eadem verò parte ſpectatus, qua lumen procidit, obſcurus apparet; ac tantò etiam atrior, quantò eſt ſaturatior; tantoque clarior, quantò dilutior eſt. Cùm enim luminoſus radius per aquæ ſimul ac coloris ſubſtantiam directò penetret nullo obſiſtente, nullaque parte ad intuitum repulſa, certè nec aqua nec color videbitur, ſed atræ opacitatis ſpeciem exhibebit: nam quod non videtur, ſimilitudinem quamdam tenebrarum præ ſe fert, vt libro primo non vno loco diximus. Igitur aquæ perſpicuo colore infectæ, cùm ex eo loco ſpectantur vnde lumen procidit, obſcuræ videntur.

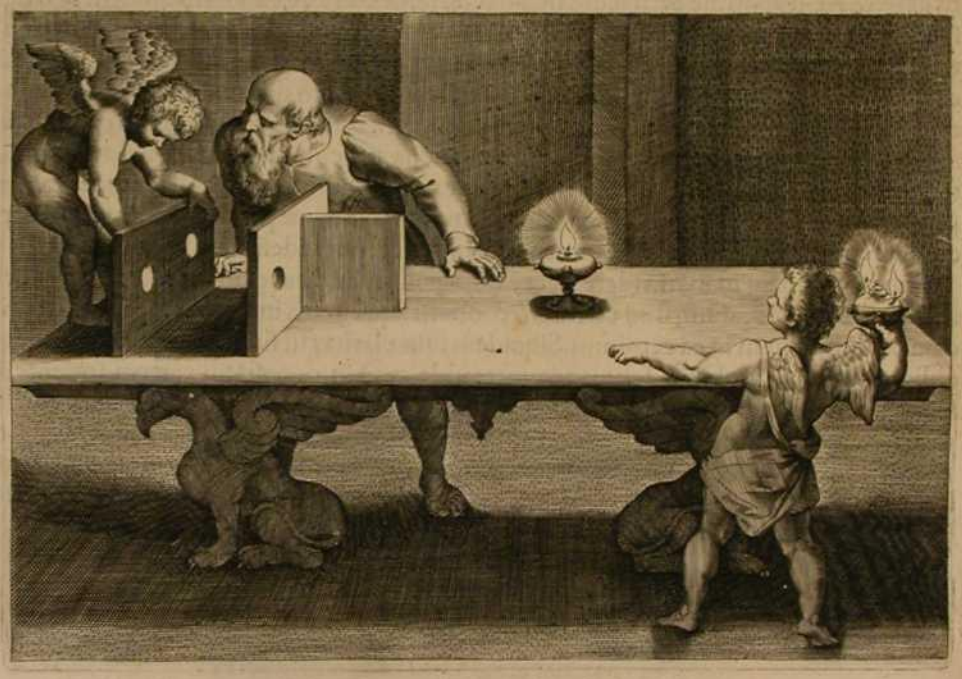
Simile quiddam in mari videre licet, dum poſitis fluctibus planum oſtendit æquor:
D nempe ſub ſolis occaſum; ſi ad orientem conuerſi aquã maris intuemur, opacam quamdam profunditatem in ea cernimus. Siquidem ſolis claritas in ſummam aquæ planitiem obliquè incidens vmbram ſubtus adauget, inde verò in oppoſitam partem (orientem ſcilicet) reiecta, maiorem aſpectui concedit penetrationẽ; ſic ergo fit, vt obſcurior aqua ea parte appareat. At contrà, ſi aduerſo ſole mare aſpicimus, ipſius fulgor aquarum planitiem ita perfundit, vt nullus aſpectui pateat in profunditatem aditus: idemque ab aquæ læuore reſiliens, oculorum aciem ita perſtringit, vt quamuis velit, nihil tamen perfectè videre poſſit.

FRANCISCI AGVILONII

E SOCIETATE IESV

OPTICORVM LIBER QVINTVS

DE LVMINOSO ET OPACO.



ARGVMENTVM.

LIBRO primo propositione 30. & sequentibus explicata est quadamtenus natura luminis, quoad scilicet ad obiectum visus primò attinebat, eiusque cognitio ad intelligentiam visibilium specierum conducibilis erat. Quo etiam loco de coloribus vtcumque est actum, quatenus nimirum ab ipsis alij quidam tenuioris essentiæ colores exoluti ac luminis ope ad aspectum delati, illos qui in rebus sunt, velut propriæ imagines repræsentãt. Nunc de luminis profusione ac propagatione, de luminũ concursu & occursu, de luminis illapsu in varias corporum formas, de vmbrarum productione, deq; varia figuratione luminis per foramen traiecti non pauca proponenda occurrunt,

quæ

A *quæ omnia magnam habent cum Optica cognationem. Nam lucidum corpus est velut oculus, (quare sol à Philosophis mundi oculus nuncupatur:) opacum verò corpus instar obiecti est quod perspicitur: at lumen ceu radius opticus hinc solem corpúsve quod suapte natura collucet, illinc adiopton attingit: sic enim D. Chrysostomus homil. 55. in cap. 9. Ioan. de cæco à natiuitate:* Quod sol mundo, hoc oculus corpori. Extincto enim sole, omnia perduntur & perturbantur; ita amissis oculis pedes inutiles sunt, & manus, & animus. *Item Plato de Rep. lib.* 10. protendi *asserit*
B cæleste lumen per mundum vndique vniuersum, quasi mundanæ animæ visum, quo suum id totum cernat, tangat & foueat. *Est verò opacum corpus à luminoso haud penitus absimile. Nam quemadmodum lucenti corpori congenita est lux, quæ de se lumen velut sobolem gignit: ita opaco corpori obscuritas quædam à prima origine inserta est, quæ vmbram de se profundit. Distant autem, quòd luminosum hoc solum à natura habeat, vt lumen ex se producat; at opacum, lumen vario modo suscipiat, & vmbram in diuersas partes proijciat. Hunc porrò locum propriè sibi vendi-*
C *cat hæc tractatio. Est enim quædam explanatio eorum, quæ hactenus de visu eiusque functione ac radio optico proposita sunt: præceptio autem eorum, quæ sequenti libro de proiecturis vniuersè tractabuntur. Vti enim luminis profusio cum radio optico, ita vmbrarum in planum susceptio cum proiecturis exactissimam habet comparationem: vnde Gnomonicæ horarum descriptiones solaris radij vmbræque in subiectum planum proiectiones quædam esse videntur, quas proinde nullo negotio, ac velut propria Minerua addiscet, qui his primùm rebus operam dederit. Et Vitruuius ait per Opticen* Vitruuius lib. 1. c. 1.
in ædificiis à certis regionibus cæli lumina rectè duci. Quid ita? non aliam profectò ob
D *causam, quàm quia eadem propemodum est luminis atque aspectus productio. Quare idem ita monet: Quoniam aut communium parietum altitudines, aut angustiæ loci* Vitruuius lib. 6. c. 9.
impediendo faciunt obscuritates; linea seu funiculus tendatur ab altitudine parietis qui videtur obstare, ad eum locum cui lumen oporteat immittere, & si ab ea linea poterit puri cæli amplum spatium videri, in eo loco lumen erit sine impeditione; sin autem officient trabes, seu limina, aut contignationes, de superioribus partibus aperiatur: &
ad summam è quibuscunque partibus cælum prospici poterit, per eas fenestrarum loca
relinquantur: sic enim lucida erunt ædificia; vna siquidem eademque est susceptio lumi-
E *nis atque aspectus via. Quocirca post eorum tractationem quæ visui propriè insunt, priùs quàm ad proiecturas accedamus, medias hasce luminosi opacique corporis affectiones inserere placuit, quas partim physicis partim mathematicis rationibus, quod hactenus factum est, confirmabimus.*

DEFINITIONES.

F

I.

Corpus luminosum id esse dicimus, à quo vtcumque lumen profunditur.

PERSPICVA sanè est hæc definitio, & quæ expositione non indiget. Porrò nihil omnino ad præsens nostrum institutum attinet, an per luminosum corpus id solum intelligas, quod proprio coruscat fulgore, vt sol; an verò id etiam, quod non nisi externo lumine affluente splendet, vt luna. Nos id omne intelligimus à quo lumen vtcumque propagatur: sic vt fusiore significatione luminosum, quàm lucidum splendidúmve corpus accipiatur.

II. *Dia-*

II. A

Diaphanum corpus dicitur, quod lumini peruium est.

DIAPHANVM idem est quod Aristoteli Perspicuum, cuius definitio tradita est libro primo propositione 30. atque etiam dilucidè ibidem explicata: quare superuacaneum erit eam in præsenti pluribus verbis enucleare. Fuit verò in memoriam hoc loco Lectori reuocanda, quòd ex ipsius cognitione definitio opaci dependeat, vt mox apertiùs licebit animaduertere. Ita quippe contrariorum alterum ex alterius perceptione internosci plurimùm solet. B

III.

Adiopton siue opacum dicitur corpus, quod lumini imperuium est.

EX natura diaphani facilè colligi potest definitio vmbrosi: vti enim transparens est, per quod lumini transitus patet; ita vmbrosum siue opacum, quod lumen prohibet arcetque. Porrò sitne opacitas propria ac peculiaris qualitas, qua corpora quæ vmbrosa dicuntur lumini obsistunt; an verò à luce coloribúsve eam facultatem mutuentur, libro primo propositione 31. diffusiùs est explicatum. Cuius quæstionis hæc est summa, Omne corpus naturæ conditione translucidum esse, perque colores lucémve, quæ suapte vi aspectum terminant, adiopta fieri. C

IV.

Lux dicitur quæ fulgenti corpori congenita est.

QVÆDAM innata luce fulgent, vt sol reliquaque sidera, præter lunam, quæ primarium lumen soli acceptum referre debet; proprio insuper lumine collucent ignis, nitedulæ, piscium squamæ, ac putres quercus: alia lumen ab aliis mutuantur, vt sunt specula, atque diaphana omnia, cùm luminoso cuipiam corpori obiectantur. Quæ prioribus ingenita est qualitas fulgida atque coruscans, lux propriè nuncupatur; D quæque ab hac velut soboles progignitur, ac per translucidum medium longè lateque diffunditur, lumen dicitur, lucisque imago, illi colori similis qui ab alio colore, corpori penitus inserto, vi luminis appulsi deciditur; atque eiusdem luminis ope nixus, per diaphanum medium transuehitur.

V.

Lumen est aspectabilis qualitas à luce prognata, ac per diaphanum medium longè latéque diffusa.

HAC velut propria nota lux à ceteris manifestis qualitatibus distat, quòd de se sui E similliman qualitatem ceu quamdam propaginem fundat. Id verò nulli alteri per se contingit. Cuius rei explicandæ gratia notandum est qualitates omnes, quæ actiuæ vocantur, duûm esse generum. Quædam enim sunt cæleſtes, aliæ elementares. Cæleſtes sunt, calor solis, lunæ dominatus in humida vniuersa, aliorumque siderum occultæ vires. Quibus persimiles sunt eæ quæ in sublunaribus specificæ vocantur, ita dictæ, quòd per manifestas materiæ qualitates explicari non possint, quas proinde admirari plerique solent propter causæ ignorationem, cuiusmodi sunt magnetis erga ferrum durumque chalybem; nephritidis aduersus renum calculosam saburram; rhabarbari ad exturbandam bilem; aliaque sexcenta, quæ ad profligandas varias noxas F vtilia hominum industria solertiaq; adinuenit. His omnibus id commune in primis est, quòd effectus proferant dissimiles causis. quare nullam cum luce cognationem habent, quæ lumen simillimam sui sobolem procreat.

Deinde cùm hæ omnes virtutes cominùs tantùm suapte natura agant, & quasi per contactum: cæleſtes autem illæ longissimo interuallo à nobis seiunctæ sint, probabilis ratio suadet, eas luminis ope in hæc inferiora influere, cùm videamus astris omnibus quamdam lucis portionẽ esse cõgenitam, ac tum maximè agere, cùm præcipuè fulgent.

Inter elementares duæ in primis, quæ passiuæ vocantur, longissime à natura luminis distant: nam neque humiditas qualitatem, neque humectatio alterationem significat.

Est

A Est enim in aquea substantia humiditas, quod in oleacea pinguedo: & vt pinguedo illita pinguefacit, sic humiditas solo adhæsu humectat. Rursus siccitas humiditatis solius est defectus, exsiccatioque humoris absumptio.

Inter actiuas verò frigus nullam de se frigiditatem effundit: quod etsi mirum fortassis nonnulli videbitur; est tamen à ratione minimè alienum, & experientia hoc ipsum manifestè demonstrat. Nullum siquidem, quantumuis frigidum attactu corpus existat, vt glacies in proximè admota, vllum frigiditatis sensum ingerit: sed sola attrectatione frigidum vnumquodque sentitur. quod sæpè inficiantibus ludicro experimento ostendimus, cùm exporrecta manu obuelatisque oculis edicere ipsos iuberemus, an admoti
B proximè frusti glacialis frigiditatem persentiscerent. Fiebat enim subinde vt sentire se quidpiam dicerent, cùm nihil esset admotum, aliàs se nihil prorsus sentire affirmarent, cùm frigidum corpus adeò propè admoueretur, vt solùm non tangeret. Sic igitur propria sententia conuicti, in veritatis agnitionem veniebant. Quæ verò aduersus hanc veritatem in speciem pugnare videntur, facillimam habent explicationem. Quod sanè luculenter ostendi hoc loco posset, si huius esset instituti: at quia lucem noster opperitur discursus, cœptam qualitatum enumerationem prosequamur.

Superest calor, sui, vt apparet, diffusiuus, quemadmodum lux: siquidem vt hæc lumen, ita calor calorem gignit. Verùm non sine luminis ope à calore qui in igne residet, alius calor propagatur: quocircà non per se primò calor sui est diffusiuus quemadmo-
C dum lux. Deinde verisimilius equidem existimo à materia igni succensa, vaporem item accensum efflari, qui occultè per aërem delatus, obuia quæque attactu calefacit, atque etiam deurit, si densitatem aliquam obtineat.

Hinc enim fit vt luculentiori igni propiùs admota vstulentur, tametsi aspectabilem ipsum ignem non contingant, id quod in charta ac stupa persæpè apparet; at longè manifestiùs in naphtha, asphalto, succinis, aliisque quæ è longinquo flammâ suffurantur.

Fit hinc etiam vt superne validiùs actiusque quàm inferne aut ad latera ignis excalfaciat, quòd scilicet ignitus vapor calore attenuatus superna capessat. Quod sanè qualitati non propriè conuenit, sed substantiæ: non enim rectè calorem leuem dixeris, sed id potiùs quod calidum est; hoc namque caloris vi diductum sit leuius, vti grauius id
D quod materiæ condensatione in angustiorem morem compingitur.

Hinc præterea genuina causa elici potest, cur hieme acrique gelu viuaciores sint flammæ. Frigus namque quod circumstat, expirationem prohibet, spiritusque inflammabiles in vnum cogit: sic ergo propter materiæ vnitatem ignis fit acrior.

Hinc demum superioris quoque experimenti causa perspicuè cognoscitur, cur inquam frigida corpora non perinde frigiditatem ex se effundant, vt calida calorem. Frigus namque corpora quibus inest, arctissimè stringit, calor verò deducit: quare iste expirationem calidorum corpusculorum mouet, quorum subsidio deportatur; illud verò omnem exspirationem prohibet.

Perspicuum est igitur rectè lumen dici eam qualitatem, quæ à luce fulgenti corpori
E ingenita prognascitur, insitaque facultate in omnem circum partem medij diaphani diffunditur. Quæ vis luci ab Architecto naturæ sapientissimè est attributa, quòd sit omnis vitæ actiuitatisque principium, fons & origo.

VI.

Splendor est lumen à terso politóque corpore repercussum.

F Vt lumen à luce, sic à lumine generari aliud lumen interdum potest, cùm nimirum id quod in superficiem exactè perpoliti corporis incidit, inde nouam sui imaginem remittit: hic splendor nuncupatur. Et vt primum corpus lucidum à luce, ita secundum à splendore splendidum dicitur. Est verò splendor multò tenuioris essentiæ, quàm sit lumen; vt & lumen ipsum primaria luce tenuius. Et quamuis à corporibus asperis, minimèque læuibus, aliqua etiam fiat luminis repercussio, cùm insigniter illustrantur; ab his tamen reiectum lumen, propter hebetudinem, splendoris nomine appellari receptus loquendi vsus non permittit.

Sunt porrò varij splendoris gradus ex alia atque alia repercussione prognati. Nam vti lumen à lucente corpore euibratum occursu læuigati corporis in aduersam partem remittitur: ita & hic ipse splendoris radius in aliud tersum corpus incidens, noua propulsione retunditur ac hebetatur, idque toties dum penitus intereat.

VII. *Lu-*

VII.

Lumen primum dicitur, quod immediatè à corpore lucido proficiscitur; lumen secundum, quod à lumine primo est; tertium, quod à secundo, atque eodem ordine cetera.

CVM sol hæc inferiora suo fulgore perfundit, is locus, in quem directi à sole radij procidunt, primo siue primario lumine collustratus dicitur: estque hic ille præcipuus fulgor, quem sol in omnem circum partem directò vibrat, vbi nullo crassiore corpore obsistente prohibetur. Ab hoc lumine propinquus aër participat: pars enim à corporibus, in quæ primarium lumen impingit, repercutitur; pars verò ab aëre, in quo præcipuum lumen nitet, in vicinum aërem traducitur. Non enim vsque adeò perlucida est ista qua fruimur substantia aëris, vt nullius omnino opacitatis sit particeps. Habet namque obscuritatis aliquid ex propriæ naturæ conditione: plurimum verò à vaporibus exhalationibusque, quibus perpetuò distenditur. His igitur primarium lumen insidet, atque inde sese in vicina loca transfundit, non ea excellentia, eoque insigni nitore, quo à natura priusquam retunderetur præditum erat; sed longè inferiore gradu, vt potius imminutum quoddam lumen, quam lumen de lumine dici mereatur. Hoc ergo secundarium est lumen: quodque analogia quadam ab isto fit, vt istud à primo, tertium nuncupatur: atque ita deinceps.

VIII.

Lumen perfectum illud dicitur, quod ab omnibus partibus luminosi procidit; quod verò à parte tantùm, imperfectum.

SOL cùm totus supra finitorem exortus est, perfectum ad nos lumen transmittit: cùm verò pars eius subtus etiamnum latet, lumen ad aspectum nostrum porrigitur imperfectum. Rursus in solis defectione lunare corpus solari obiectum, si partem dumtaxat solis obtegit, quod a reliqua lumen emicat imperfectum est, perfectum mox futurum luna discedente. Ex his similibusque exemplis perspicua relinquitur perfecti imperfectiq; luminis definitio, vt longiore oratione ad ipsius explicationē opus non sit.

IX.

Radius luminosus recta est luminis profluentia.

QVÆCVMQVE libro secundo de radio optico diffusiùs pertractata sunt, ea radio luminoso proportione quadam accōmodari possunt. Quare radius luminosus non propriè est ea recta linea seu vera, seu imaginabilis, per quam lumen traducitur: sed est lumen ipsum rectà euibratum, vt eodem secundo libro propositione prima luculenter ostensum est. Vbi plura ad huius definitionis perceptionem vtilia legi possunt.

X.

Pyramis luminosa est figura luminis à corpore fulgido ad vnum aliquod externum punctum collecti.

HÆC proportione respondet pyramidi opticæ, vt enim optica pyramis verticem habet oculi centrum, ac basin in re visa: sic & luminosa pyramis verticem quodcumq; punctum habet, cui luminosum corpus ceu basis substernitur: cuius profectò ratio inde ducitur, quod ab omnibus partibus corporis luminosi in omnes partes medij perspicui, luminis radij destinentur. Ex quo id etiam subinferre licet, ab vno luminoso corpore pyramides porrigi numero infinitas; quod ex iis liquidò patet quæ primo & secundo libro sæpius sunt inculcata. Et sanè luminosa pyramis non modò similitudine quadam pyramidi opticæ respondet; sed interdum etiam ipsa verè est optica, cùm nimirum eius vertex in centrum visus terminatur; tum siquidem totus luminis processus visibilis forma est qua corpus lucidum cernitur, vt ex propositione 46. libri primi manifestè constat.

XI. *Illu-*

A

XI.

Illuminationis verò pyramis figura est euibrati luminis, quod à puncto corporis luminosi ad superficiem corporis illustrati diffunditur.

B PYRAMIS illustrationis conuersa proportione respondet pyramidi luminosæ: vt enim luminosa pyramis verticem habet vnum aliquod externum punctum, ac basin luminosum corpus; sic illuminationis pyramis verticem habet punctum quodcumque corporis luminosi, basin verò superficiem corporis illustrati. De hac quoque re plura vide Lector secundo libro definitione septima. Dicitur verò hęc illustrationis pyramis, quòd per eam res luminoso corpori obiectæ illustrentur; non secùs ac illa luminosa nuncupatur, quòd per eam luminosi corporis actio euibretur.

XII.

Vmbra est lumen imminutum, maioris quod circumstat luminis comparatione.

C QVEMADMODVM inter obscuros Philosophos non rectè sentiunt, qui vmbram rem aliquam esse existimant, quòd à nonnullis arboribus prolapsæ vmbræ graues infestæque esse deprehendantur

Vsque adeò, capitis faciant vt sæpè dolores,
Si quis eas subter iacuit prostratus in herbis.

ita inter doctiores non parum hallucinantur ij, qui vmbram luminis esse priuationem absolutè pronuntiant. Hæc enim propria est tenebrarum definitio, quas inter ac lumen, mediam naturam vmbra adepta est: hæc namque ex habitu simul & priuatione componitur. Quare lumen primarium vmbræ rationem habere nunquam potest, siquidem D nullius alterius luminis est priuatio: sed quod tertij comparatione est lumen secundarium, id cum primo collatum est vmbra.

Et quamuis perfectæ tenebræ omnino definiantur lucis priuatio; quia tamen eiusmodi supra terræ superficiem existere non possunt, quòd semper aliqua luminis portiuncula vel tenuissima ab excellenti solis fulgore supersit, fit vt familiari quodam loquendi vsu tenebras vocemus eam luminis attenuationem, seu vmbræ obscuritatem, quæ res aspectui eripit, externasque hominum functiones obire non sinit. Densissimas verò appellamus tenebras, cùm nil omnino perspicitur.

Porrò non ex hac luminis admistione prouenit, quòd vmbræ aliquarum arborum noxiæ sint, cùm eò sint nocentiores, quò obscuriores: sed id ab ipsis prouenit arboribus, E quæ solis radiis percussæ æstuant, tetrumque spiritum profundunt; hic verò frigidiora loca ad sui conseruationem suapte vi petens proximum locum opacum inuadit, hominumque aut pecorum corporibus insidens, propriæ substantiæ contagione nocumentum infert. Hinc autem nemo rectè concludet vmbram rem aliquam esse; sed potiùs luminis salutaris absentiam.

XIII.

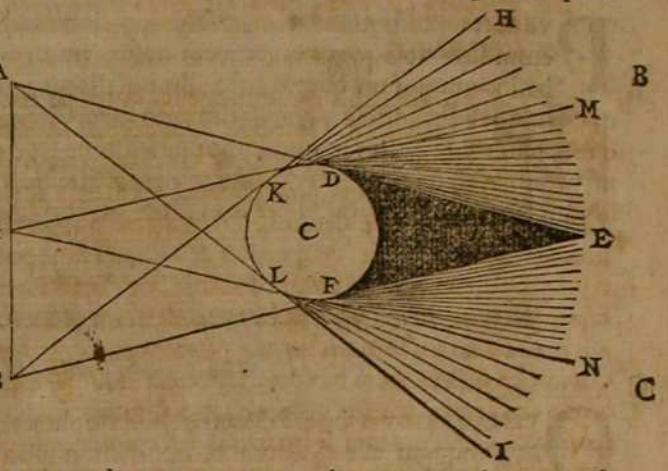
Vmbra prima est absentia primi luminis, secunda secundi, ac sic deinceps.

F VMBRA non secùs ac lumen suos habet intensionis & remissionis gradus: verùm ij luminis gradibus non ex æquo respondent. Nam quod lumen secundum est, hoc prima est vmbra: & quod lumen tertium, id vmbra secunda est; atque ita deinceps vmbra vno semper gradu lumine inferior est. Cuius ordinis ratio ex præcedente definitione perspicua est: ex ea enim constat vmbram lumen esse diminutum. Ergo prima vmbra a primo lumine, & secunda à secundo vno saltem gradu distare debet, vt vmbræ rationem habere queat: quandoquidem in eo posita sit vmbræ qualiscumque essentia, vt alicuius, non verò omnis luminis sit priuatio.

XIV.

Vmbra plena seu perfecta illa dicitur, ad quam nullus radius corporis luminosi pertinet.

PERFECTO lumini, definitione octaua superiùs explicato, similis quodam pacto est perfecta vmbra, sed ratione contraria: vti enim perfectum lumen ex totius luminosi omnium partium conspiratione progignitur; ita vmbra perfecta ex totius luminis priuatione inuehitur. Quod vt apertiùs ostendatur;



Esto corpus luminosum AB, eique obiectum corpus opacum C, per cuius contactum gemini radij ab extremitatibus luminosi corporis protendantur, ab A videlicet AE & AI; à B verò BE & BH: dico corporis C vmbram DEF plenam perfectamque esse; siquidem nullus ad eam radius à corpore luminoso attingit, vt ex schemate ipso patet.

Notandum verò, hanc vmbram, tametsi suapte natura vnius vndique obscuritatis sit, quòd videlicet totius luminis sit absentia, tamen ex accidenti minimè vniformem esse. Cùm enim aliquid semper luminis à circumfuso aëre illustrato in obscurum ipsum locum deriuetur (quod definitione 7. est explanatum) idque non vniforme, fit vt vmbræ partes quæ longiùs absunt, à stipante lumine obscuriores relinquantur.

XV.

Vmbra diminuta seu imperfecta est, in quam aliqui dumtaxat radij à corpore luminoso procidunt.

EIVSMODI est in superiore schemate HKE. Hæc enim nec omnes, nec nullos radios luminosi corporis suscipit, sed aliquos dumtaxat. Cùm enim BH radius ab extremitate corporis luminosi proueniat, erit HK extremus terminus perfecti luminis, quippe ad omnem eius lineæ partem à toto luminoso corpore lumen proficiscitur. Quare si vmba HKE per lineam KM vtcumque diuidatur, hanc productam versus corpus luminosum inter A & B incidere est necesse. Cadat itaque in G. Manifestum igitur à tota parte GB corporis luminosi nullum luminis radium ad vmbram MKE affulgere, sed ab AG tantùm. Quocirca MKE media solummodò est vmbra. Cumque simili modo ostendi idem possit, de quauis parte vmbræ HKE; erit tota vmbra, quæ inter HK & KE comprehenditur, dimidiata, imminuta, & imperfecta.

Hìc quoque idem quod in præcedente definitione obseruandum est, vmbram videlicet HKE minimè vniformem esse. Nam iuxta vmbram perfectam obscurior semper est, propterea quòd pauciores semper radios eò versus excipiat: at versus HK seu perfectum lumen dilucidior semper ex plurium radiorum susceptione efficitur, quoad tandem in perfectum lumen ad HK transmutetur.

Rursus patet radios AE & BE, qui ab extremitatibus corporis luminosi per contactum vmbrosi corporis protenduntur, terminos esse perfectæ imperfectæque vmbræ. Nam vmbram perfectam finiunt, atque ab imperfecta discriminant: AI verò & BH perfecti luminis sunt initia, inter quę ac terminos plenæ vmbræ media vmbra intercipitur. Rursus GM & GN imperfectam ipsam vmbram in magis ac minùs dispescunt: siquidem quæ inter H & M intercipitur, illa quæ inter M & E continetur dilucidior est, ac perfecto lumini propinquior. Quæ omnia in descripta superiùs imagine accuratè conspiciuntur.

LEM-

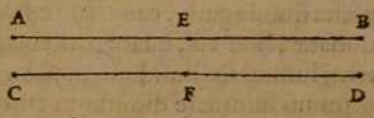
A

LEMMATA.

LEMMA I.

In homogeneis corporibus luminosis ea est proportio totius luminis ad totum corpus, quæ est partis luminis ad partem corporis proportionatam.

B IDEM in primis ex homogenei corporis natura ac definitione sic potest demonstrari: Homogeneum corpus id definitur, cuius omnes partes vnius sunt essentiæ; quare & vnius materiæ vniusque formæ sint oportet. Hæc enim prima sunt essentiæ elementa & partes: non igitur materia hîc rarior, illic densior; sed in æqualibus partibus quantitatis ac molis, æquales sunt materiæ portiones: quapropter & æquales sunt portiones substantialis formæ. Hæc namque cùm ex materiæ sinu educatur, ex copiosiore materia, vberior forma; ex parciore materia, forma contractior; ac demum pro rata materiæ quantitate, maior minórve elicitur substantialis formæ prouentus; sic, vt forma materiæ exactè semper exequetur. Ex quo tandem fit vt accidentaria quoque forma, quæ substantiali propria est
C atque congenita, vti lux corpori lucido, totius corporis magnitudini proportione respondeat. Cùm enim à substantiali forma naturali quadam emanatione proueniat, eamdem habebit in materia extensionem, quam forma ipsa: quocircà quam rationem habet vna pars luminis ad partem corporis cui inest, eamdem pars reliqua luminis ad reliquam partem corporis habeat necesse est.



Esto igitur corpus totum A B, eiusque partes A E & E B. Esto similiter C D totum lumen corporis A B, & C F quidem lumen partis A E, F D autem lumen partis E B: cùm sit quemadmodum C F ad A E, ita F D ad E B, vt iam proximè ex homogenei natura est demonstratum, erit per 18. quinti Euclidis ἀνάπαλιν, vt C F ad A E,
D ita totum lumen C D ad totum corpus A B; quod erat propositum demonstrare.

LEMMA II.

Eadem quoque est proportio virtutis totius luminis ad totum lumen, quæ partis virtutis ad luminis partem.

NAM vt substantialis forma è potestate materiæ euocatur, ita proprietates compositi, ex potentia formæ substantialis, & vis agendique facultas ex ipsis proprietatibus, ceu ex fonte riuuli, naturali quadam scaturigine emanant. Quare
E necesse est hæc omnia ad materiæ amplitudinem ac molem æquali mensura simul extendi, sic vt partes formæ materiæ partibus, & luminis partes partibus formæ, & partes virtutis partibus luminis exacta proportione respondeant. Vnde tandem, vt prius, per rationum compositionem efficitur, vt ita se habeat virtus tota ad totum lumen, vt pars virtutis ad luminis partem; quod erat demonstrandum.

Quod de magnitudine ac mole luminis, eiusque partibus, iam diximus, simili quodam pacto de gradibus intensionis est intelligendum. Hi namque æquales cùm inter se sint, parem quoque vim illos habere conuenit: quare cùm ita se habeat pars virtutis ad virtutis partem, vt pars intensionis ad intensionis partem; erit quoque quemadmodum tota virtus ad totam intensionem, ita pars virtutis ad intensionis partem propor-
F tionatam.

Neque audiendi sunt Philosophi quidam, temerè asserentes gradus intensionis, licet entitate æquales inter se sint, non esse tamen pares dignitate, agendiq; efficacia: sed qui primùm adueniunt, hos imbecilliores esse; robustiores verò illos, qui posteriùs accedunt: quorum hoc potissimùm est argumentum, quòd posterior quisque includat priores, ceu totum suas partes: quare efficaciùs agit posterior quisque ex priorum concursu ac coniuncta virtute, quàm hi per se seorsum valeant.

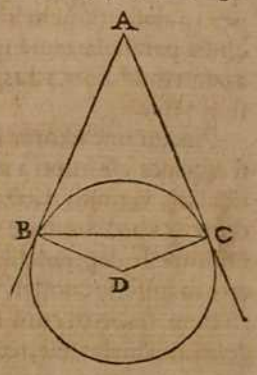
Sanè hoc diffitendum non est posteriores gradus efficaciùs agere collatis priorum viribus, quàm priores agant, cùm nondum posteriores accesserunt: verùm vti posteriores

A AB & AC lateribus AD & AE sint proportionalia, hisque contentus angulus ad verticem A communis, sequitur ipsa triangula ABC & ADE æquiangula esse per 6. sexti Euclidis; quod erat propositum.

LEMMA V.

Si duæ rectæ lineæ circulum tangant concurrentes in idem aliquod punctum; quæ tactus iungit recta linea, rescindit à tangentibus portiones æquales, & cum eisdem triangulū Isosceles constituit.

B RECTÆ AB & AC circulum ex centro D contingant in B & C, quæ verò signa contactuum iungit recta linea esto BC: hanc dico rescindere à tangentibus portiones æquales, nimirum AB & AC. Si enim ex centro D ad loca contactuum B & C, semidiametri educantur DB & DC, erit DB ipsi AB, & DC ipsi AC normalis per 18. tertij Euclidis. Quare rectus erit vterque angulorum ABD & ACD, qui proinde æquales quoque inter se erunt. At angulus DBC æqualis est angulo DCB per 5. primi Euclidis, quòd nimirum DB & DC ex centro sint eductæ,



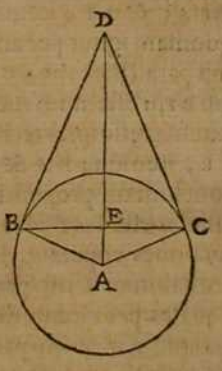
C ideoque inter se æquales per circuli definitionem. Si igitur æquales anguli DBC & DCB ab æqualibus rectis DBA & DCA subducantur, reliqui ABC & ACB æquales inter se erunt per communem notionem. Quocirca & AB, AC, quæ illis opponuntur inter se erunt æquales; si enim negentur æquales, concedatur AC quàm AB maior. Igitur per 18. primi Euclidis angulus ABC angulo ACB maior erit; cùm omnis trianguli maius latus maiorem angulum subtendat: ponitur autem ABC angulus angulo ACB æqualis: fieri igitur nequit, vt AC ipsâ AB maior existat. Eodem verò modo ostendetur nec minorem esse posse AC quàm AB, si angulus ABC angulo ACB æqualis esse concedatur. Itaque AB & AC sunt inter se æquales; quod erat

D demonstrandum. Ex quo tandem fit, vt triangulum Isosceles ex his lineis AB & AC, & ea quæ puncta contactuum iungit BC perficiatur, vt ex definitione Isoscelis, quæ est vigesimaquinta libri primi Euclidis, manifestè constat.

LEMMA VI.

Si duæ rectæ lineæ circulum contingant concurrentes in vnum aliquod punctum; quæ à concursu ad centrum circuli ducitur, eam quæ tactus iungit, bifariàm secat.

E CIRCVLVM ex A centro descriptum duæ contingant rectæ lineæ BD & CD, concurrentes in puncto D, vnde ad circuli centrum A recta agatur linea DA: dico eam quæ tactiones copulat BC ab ipsa DA bipartitò secari in E. A contactibus enim ad centrum rectæ lineæ adiungantur AB & AC: quoniam igitur in triangulis ABD & ACD, latus AB æquale est lateri AC per circuli definitionem, estque latus AD vtrique commune, basis item BD basi CD æqualis per præcedens lemma, erit & angulus BAD angulo CAD æqualis per 8. primi Euclidis. Rursus cùm

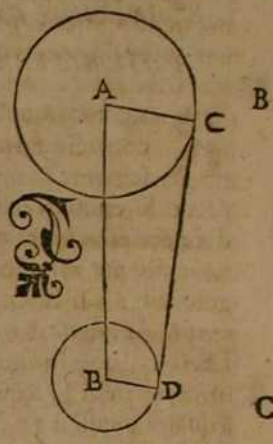


F in triangulis ABE & ACE æqualia sint latera AB & AC, nempe ex centro ad circuli ambitum proiecti radij, sitque AE commune vtrique; angulus autem BAE angulo CAE iam ostensus æqualis, erit per 4. primi Euclidis & basis BE basi EC æqualis. Igitur si duæ rectæ lineæ circulum contingant concurrentes in vnum aliquod punctum; quæ à concursu ad centrum circuli ducitur, eam quæ tactus iungit bifariàm secat; quod erat propositum demonstrare.

LEMMA VII.

Si recta quadam linea duos circulos tangat, erunt, quæ à centris ad contactus educuntur rectæ lineæ, inter se parallelæ.

DVOS inquam circulos ex A & B centris descriptos recta tangat linea C D in punctis C & D, atque à centris ad tactionum signa rectæ applicentur A C & B D: has aio parallelas inter se esse. Quia enim per 18. tertij Euclidis A C & B D ipsi C D sunt perpendiculares, erunt anguli A C D & B D C recti per 10. definitionem lib. primi Euclidis: quare per 28. primi Euclidis parallelæ erunt ipsæ A C & B D rectæ lineæ, quæ nimirum à centris ad contactus procidunt; quod demonstrare propositum fuit.



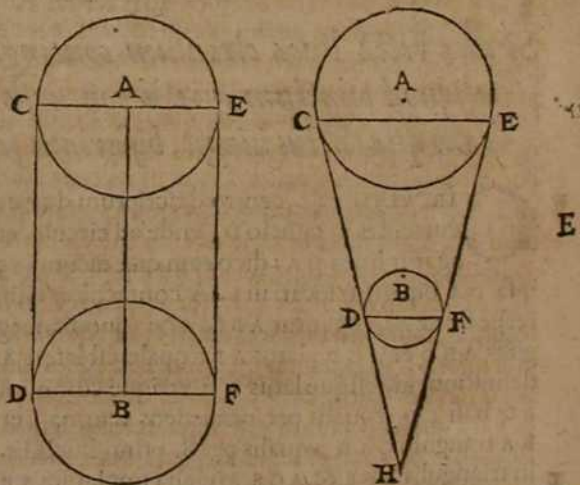
Placuit hoc lemma in circulis inæqualibus demonstrare, ne si æquales assumpti à nobis fuissent, in suspicionem fortè particularis veritatis Lector incidisset. Ita enim sæpè fallimur, dum ex vno schemate vniuersè concludimus, quod in ceteris falsum esse deprehenditur. Iam verò ex circulorum inæqualitate manifestè constat, propositum theorema vniuersalem veritatem habere; cùm semper necesse sit eas quæ ex centris ad contactus ducuntur tangenti normales sese, rectosque cum ea angulos efficere, per 18. tertij Euclidis.

LEMMA VIII.

Si duæ rectæ lineæ duos circulos contingant, erunt eæ, quæ tactus iungunt, parallelæ.

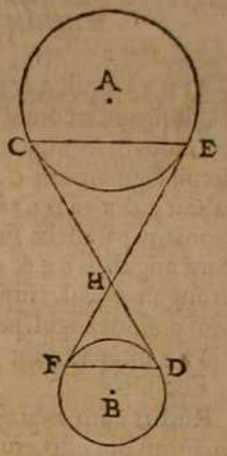
PLVRIBVS quidem modis obuenire potest, vt duę rectæ lineæ duos circulos contingant, qui peculiares exigunt demonstrationes, atque ex propriis principiis deductas. singulos proinde casus sigillatim exponemus.

Primò sint duo circuli æquales, quorum centra A & B, hosque duæ rectæ lineæ contingant C D & E F, quarum tactiones iungantur per rectas C E & D F: has dico inter se parallelas esse. Iungantur enim circulorum centra per rectam A B, atque à centris rectæ ad contactus deducantur A C & A E, itemque B D & B F: quoniam igitur per antecedens lemma parallelæ sunt A C ipsi B D, & A E ipsi B F; si ostensum fuerit in directum extensas esse ipsas rectas lineas C A & A E, itemque D B & B F, perspicuè concludetur propositum, scilicet parallelas esse inter se C E & D F, quæ tactiones copulant. Illud autem sic probabitur: Cùm parallelæ sint A C & B D per præcedens lemma: sint verò & inter se æquales per circuli definitionem, vtpote æqualium circulorum semidiametri, erunt quoque A B & C D parallelæ per 33. primi Euclidis. Quare per 29. primi Euclidis erunt duo anguli A B D & C D B, interni scilicet, & ad easdem partes duobus rectis æquales. Est autem C D B rectus per 18. tertij Euclidis: igitur & A B D rectus erit: quamobrem & rectus erit A B F; atque eodem modo illi quoque, qui iuxta A consistunt, recti ostendentur. Itaque per 14. primi Euclidis in directum constitutæ sunt ipsæ rectæ lineæ C A & A E, itemque D B & B F. Sunt igitur C E & D F, quæ tactus connectunt inter se parallelæ; quod erat demonstrandum.



Sit

A Sit iam vt rectæ lineæ C D & E F, quę circulos ex A & B descriptos tangunt, productę congrediantur ad signum H: quoniam per 5. lemma æquales sunt C H & E H, erunt quoque per 5. primi Euclid. æquales anguli H C E & H E C, quippe qui ad basin consistunt trianguli Isoscelis C H E; eodemq; modo æquales erunt & anguli H D F & H F D. Cùm igitur duobus triangulis C H E & D H F communis sit angulus H, erunt duo reliqui vnius trianguli duobus reliquis alterius trianguli æquales per 32. primi Euclidis, siquidem tres vnius trianguli anguli tribus alterius sunt pares: at per commune axioma æqualium dimidia sunt



B inter se æqualia: itaque angulo H D F angulus H C E, & angulo H F D angulus H E C æquales existunt. Quapropter C E & D F parallelæ sunt lineæ per 28. primi Euclidis; quod erat demonstrandum.

Rursus C D & E F in oppositis partibus circulos ex centris A & B descriptos contingant, sic vt se mutuò inter vtrumque circulum secent ad signum H: dico nihilominùs C E & D F, quæ tactiones copulant, parallelas inter se esse: quia namque per 5. lemma æquales inter se sunt C H & E H, erunt quoque ad basin C E anguli H C E & H E C æquales per 5. primi Euclidis:

C eamdemq; ob causam æquales quoque erunt anguli H D F & H F D, qui ad basin consistunt D F, quòd per idem 5. lemma D H & F H sint inter se æquales. Est porrò C H E angulus angulo D H F ad verticem æqualis per 15. primi Euclid. Itaque residui duo ad basin C E æquales sunt duobus reliquis ad basin D F; quorum proinde dimidij sunt inter se æquales per 7. Euclidis axioma, hoc est, H D F ipsi H C E, & H F D ipsi H E C: quare per 28. primi Euclidis parallelæ sunt inter se ipsæ rectæ lineæ C E & D F; quod demonstrasse oportuit.

LEMMA IX.

Si duæ rectæ lineæ duos circulos tangant, erunt
D ### *tangentes inter se æquales.*

HOC lemma, vti & præcedens, tres casus habet, qui proinde totidem modis, ac iisdem repositis figuris demonstrandi erunt.

Sint igitur primò iidem qui suprà circuli æquales ex centris A & B descripti, hosque contingant duæ rectæ lineæ C D & E F: dico C D & E F æquales inter se esse. Iungantur enim circulorum centra per rectam A B: quoniam igitur lemmate 7. ostensæ sunt A C & B D parallelæ, nempe quæ à centris ad contactuũ loca prodeunt; sunt verò & eædem æquales per primam definitionem libri tertij Euclidis, quòd scilicet æquales ponantur ipsi circuli, erunt & quæ illas connectunt A B & C D æquales per 33. primi Eu-

E clid. Eodem verò modo ostendetur E F æqualis ipsi A B: igitur per communem notionem C D & E F inter se æquales erunt. Quæ enim vni tertio æqualia sunt, & inter se sunt æqualia.

Sint iterùm circuli ex A & B descripti, verùm inæquales, cuiusmodi expositi fuere in secundo casu superioris lemmatis; quæ autem hos circulos contingunt rectæ lineæ propter ipsorum inæqualitatem concurrant productæ in puncto quopiam, exempli gratia H: quoniam igitur per 5. lemma huius libri æquales sunt C H & E H, itemque D H & F H æquales per idem 5. lemma, resectis æqualibus portionibus D H & F H ab æqualibus C H & E H, relinquentur æquales C D & E F per communem notionem; quod

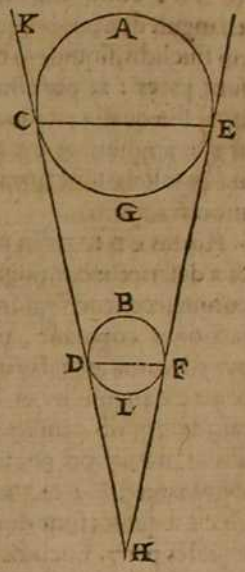
F erat demonstrandum.

Si denique tangentes rectæ lineæ se mutuò inter vtrumque circulum secent, oppositisque in partibus circulos contingant, vt in postremo schemate superioris lemmatis C D & E F, eadem erit quæ suprà demonstrandi forma: siquidem quinto præcedente lemmate æquales ostensæ sunt C H & E H; atque eamdem ob causam ipsæ quoque D H & F H æquales: erunt igitur & compositæ ex æqualibus C D & E F inter se æquales per tritum axioma; quod demonstrasse oportuit.

A

LEMMA X.

Si duæ rectæ lineæ duos circulos tangant, quæ tactiones iungunt, diuidunt circulos in segmenta proportionalia.



B

SINT circuli A & B, quos rectæ contingant lineæ C D & E F, iungantur contactus rectis C E & D F: his dico diuidi circulos in segmenta proportionalia; sic, vt quemadmodum circuli segmentum C A E se habet ad D B F segmentum, ita se habeat C G E ad D L F. Producta enim C D vtrimque in H & K; quoniam parallelæ sunt C E & D F per 8. lemma huius libri, erunt anguli D C E & H D F æquales per 29. primi Euclidis: at his angulis æquales sunt illi, qui in segmentis C A E & D B F constitui possunt anguli per 32. tertij Euclidis: igitur segmenta C A E & D B F inter se sunt similia per decimam definitionem tertij Euclidis.

Rursus cùm æquales sint anguli K C E & C D F per eamdem 29. primi Euclidis, erunt & anguli qui in reliquis segmentis inscribuntur æquales per eamdem 32. tertij Euclidis: quocirca segmenta quoque C G E & D L F sunt inter se similia. Vt igitur segmentum C A E ad D B F segmentum, ita se habet reliquum C G E ad D L F reliquum; quod erat demonstrandum.

C

CONSECTARIVM.

Si inæquales sint circuli, quos duæ rectæ lineæ contingunt, erunt & quæ tactus iungunt inæquales.

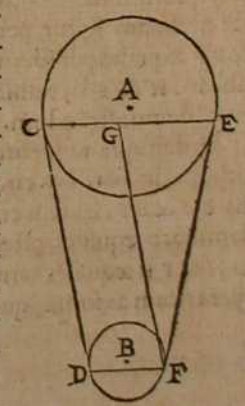
D

VT enim segmentum C A E ad segmentum D B F, ita reliquum C G E ad D L F reliquum, vti iam ostensum est. Componendo igitur per 18. quinti Euclidis, vt segmentum C A E vnà cum reliquo C G E ad segmentum C G E, ita est D B F segmentum vnà cum reliquo D L F ad reliquum D L F; hoc est, vt totus circulus C A E ad segmentum C G E, ita totus circulus D B F ad segmentum D L F. quare & vicissim per 16. quinti Euclidis, vt circulus ad circulum, ita segmentum ad simile segmentum: sed circulus C A E circulo D B F maior est ex hypothesi; igitur & segmentũ C G E segmento D L F est maius: quamobrem maior quoque est C E quàm D F; siquidem per 23. tertij Euclidis fieri nequit, vt super eadem vel æqualibus rectis lineis duo circulorum segmenta similia & inæqualia ad easdem partes constituantur.

E

LEMMA XI.

Quæ duos circulos inæquales contingunt rectæ lineæ, productæ ad partes circuli minoris tandem concurrunt.



F

DVO expositi sint inæquales circuli, maior quidem ex centro A, minor verò ex centro B descriptus, quos duæ rectæ lineæ contingant C D & E F: has dico, si producantur versus D & F, aliquando congressuras. Iungantur enim contactus rectis lineis C E & D F: à C E verò, quæ maior est per consectarium superioris lemmatis, abscindatur portio C G ipsi D F æqualis per 3. primi Euclidis, ducaturque G F: quoniam igitur parallelæ sunt C G & D F per 8. lemma huius libri, erunt & C D & G F æquales & parallelæ per 33. primi Euclidis: quare anguli C G F & G C D duobus rectis sunt pares per 29. primi Euclidis. Sed angulus C G F æqualis est duobus G E F & E F G per 32. primi Euclidis, vtpote externus duobus internis & oppositis; igitur tres anguli G C D, G E F, & G F E duobus rectis sunt æquales: reiecto itaque angulo G F E, reliqui duo G C D & G E F duobus rectis sunt

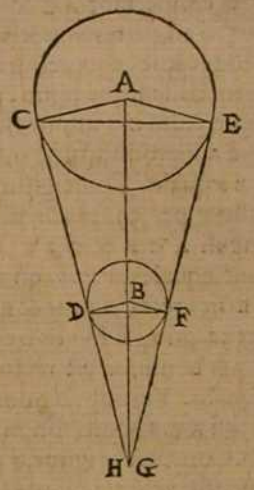
minores.

A minores. Quocircà per 11. Euclidis axioma CD & EF vlteriùs productę concurrent verſus D & F, vbi faciunt duos angulos duobus rectis minores; quod erat demonſtrandum.

LEMMA XII.

Si duæ rectæ lineæ duos inæquales circulos tangant, productæ concurrent in eodem puncto eius lineæ, quæ per vtriuſque circuli centrum tranſit.

B RVRSVS ſint duo inæquales circuli ex A & B centris deſcripti, quos duæ rectæ lineæ contingant CD & EF; & CD quidem producta cõcurrat cum AB, quæ per vtriuſque circuli centrum ducitur in H, EF verò concurrat cum eadem AB in puncto G: dico H & G vnum idemque punctum eſſe. Ducantur enim ex centris ad loca contactuum AC, AE, item BD & EF.

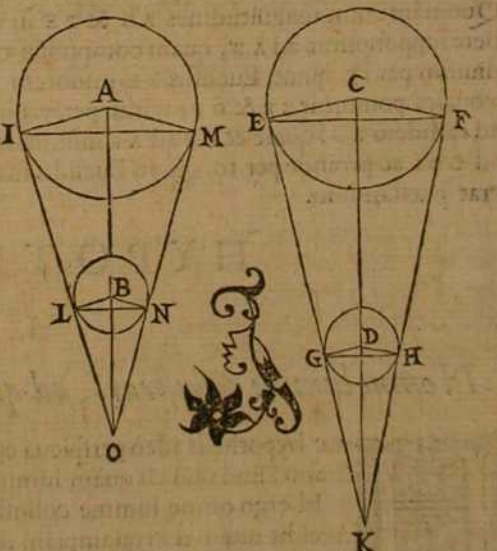


Quoniam igitur parallelæ ſunt AC & BD, itemq; AE & BF per 7. lemma huius libri, erunt per 4. lemma triangula ACH & AEG triangulis BDH & BFG æquiangula vtrumque vtri-
C que, ac proinde per 4. ſexti Euclidis, vt BD ad AC, ita eſt BH ad AH; & vt BF ad AE, ita eſt BG ad AG. Quare ex æqualitate vt BD ad AH, ita eſt BF ad AG; ac viciſſim, vt BD ad BF, ita AH ad AG: ſed BD æqualis eſt ipſi BF; ambæ ſiquidem eiuſdem circuli ſunt ſemidiametri; igitur & AH ipſi AG eſt æqualis. Ex quo perſpicuè conuincitur H & G vnum idemque punctum eſſe, ad quod duæ tangentes CD & EF productæ congrediuntur; quod erat demonſtrandum.

LEMMA XIII.

D *Quæ inæquales circulos tactu complectuntur rectæ lineæ, citiùs concurrunt cùm propinquiores ſunt ipſi circuli, quàm cùm ſunt remotiores.*

INÆQVALES duo circuli ex A & B centris deſcripti ſibi propinquiores ſint, quàm alij duo his pares magnitudine, quorum centra C & D. Iſtos autem contingant duæ rectæ lineæ EG & FH, concurrentes in K; illos verò contingant IL & MN, E conuenientes in O: dico AO quàm CK minorem eſſe. Eductis enim è centro cuiuſque circuli ad ſigna contactuum ſemidiametris, iunctiſque centris per rectas AB & CD, quæ ad concurſus tangentium O & K producantur: quoniam parallelæ ſunt AI & BL, item CE & DG, erit triangulum BOL triangulo AOI æquiangulum, vti & triangulo CKE æquiangulum triangulum DKG per 4. ſuperius lemma.



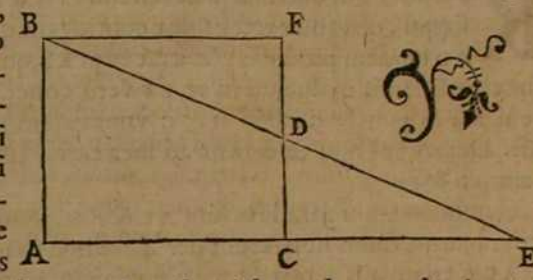
F Quare per 4. ſexti Euclidis vt AI ad BL, ita AO ad BO. Rurſus vt CE ad DG, ita CK ad DK; ſed CE eſt æqualis ipſi AI, & DG ipſi BL ex hypotheſi: itaque vt AI ad BL, ita CK ad DK, & AO ad BO. Quę autem eidem eædem ſunt rationes, & inter ſe ſunt eædem per 11. quinti Euclidis: vt igitur AO ad BO, ita CK ad DK, & diuidendo per 17. quinti Euclidis, vt AB ad BO, ita CD ad DK: at AB minor eſt quàm CD ex hypotheſi, quòd propinquiores ſibi ſint poſiti circuli ex A & B, quàm circuli ex C & D deſcripti.

scripti. quare & BO quàm DK minor erit. Si verò inæqualibus AB & CD inæqualia adiecta fuerint BO & DK, maius maiori, & minus minori, tota inæqualia erunt, ac minor AO cui minus augmentum accessit, quàm CD cui maius, per communem notionem; quod erat probandum. A

LEMMA XIV.

Quæ inæquales parallelas connectunt rectæ lineæ, si producantur, ad partes minoris parallelæ concurrent.

SINT duæ propositæ parallelæ rectæ lineæ, AB quidem maior, minor verò CD, quas connectant AC & BD: has dico, si ad partes minoris parallelæ CD producátur, congressuras in vno quopiam eodemque signo, puta E. Quoniam enim CD minor est ex hypothesi ipsâ AB, producatur CD, fiatque CF ipsi AB æqualis. Erunt igitur BF & AC parallelæ per 33. primi Euclidis: quare anguli ACF & BFC duobus rectis sunt æquales per 29. primi Euclidis. Sed ACF rectus est, quòd CF ad perpendiculum ipsi AE sit erecta. Igitur & BFC rectus est: quocircà angulus BDF recto est minor. Nam per 32. primi Euclidis tres cuiuscumque trianguli anguli duobus sunt rectis pares; itaque & ABD minor est recto: hîc siquidem per eamdem 29. primi Euclidis ipsi BDF est æqualis. Verùm angulus A ex hypothesi rectus est, quòd AB perpendicularis sit posita ipsi AE. Quamobrem duo simul assumpti anguli A & ABD duobus sunt rectis minores. Concurrent igitur, si producantur AC & BD ad partes CD parallelæ minoris per 11. Euclidis axioma; quod erat demonstrandum. B



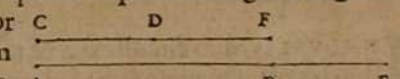
C

LEMMA XV.

Si duabus rectis lineis inæqualibus æquale adiungatur augmentum, ad quam composita minorem rationem habet, illa maior est.

D

SINT duæ rectæ lineæ inæquales AB & CD, quibus æquale adiungatur augmentum, huic quidem DF, illi verò BE, sitq; minor proportio totius compositæ AE ad AB, quàm totius CF ad CD: dico AB ipsâ CD maiorem esse.



Quoniam enim magnitudines AB & BE in vnam compositæ minorem rationem habere supponuntur ad AB, quàm compositæ CD & DF habeant ad CD, habebit quoque diuisim per 17. quinti Euclidis BE minorem rationem ad AB, quàm DF ad CD: sed æquales ponuntur BE & DF; igitur per 7. quinti Euclidis vt BE ad AB, sic quoque DF ad eamdem AB: quare & DF ad AB minorem proportionem habebit, quàm eadem DF ad CD: ac proinde per 10. quinti Euclidis maior esse conuincitur AB ipsâ CD; quod erat præstandum. E

HYPOTHESES.

I.

Id omne lumine collustrari, ad quod luminosi radij attingunt.

F

HÆC hypothesis adeò perspicua est, vt expositione non egeat. Nam collustratio aliud non est quàm luminosi radij appulsus.

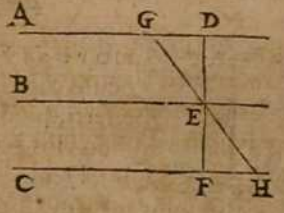
Id ergo omne lumine collustratur, ad quod luminosi radij attingunt. Accidit autem rem quampiam illustrari non solùm radio directè in eam a corpore luminoso destinato; verùm etiam cùm is aliò missus alterius corporis occursu repellitur, indeque ad rem illam redit, quæ extra directam luminis profluentiam existit. Rursus euenire etiam interdum potest, vt res extra rectam luminis regionem constituta radiorum infractione illustretur, cùm scilicet ij per alterius corporis

A ris denſitatem fracti, aliam ab illa, quam cœperant, viam capeſſunt: quæ ſanè omnia propoſitionibus 3. & 4. libri ſecundi in opticis radiis diffuſiùs ſunt explanata: nunc ſatis nobis eſto propoſitæ hypotheſis veritatem conſtare.

HYPOTHESIS II.

Idq; perfundi vberiùs, in quod vel plures ſimul radij, vel magis compacti incurrunt.

B SED & hæc hypotheſis manifeſtam habet intelligentiam: at cetera paria eſſe oportet. nempe illuminantium corporum æqualis nitor, par illuminatorum diſtantia, & ſi quæ alia ad rem præſentem conueniunt: tum verò plures radios in idem obiectum incurrere dicimus, cùm duo luminaria in vnam actionem concurrunt. Plures enim radij ab vtroque ſimul in eamdē obiecti partem procidunt, quàm ab altero tantùm. Compingi autem radij dicuntur, cùm minores partes rei obiectę intercipiunt. Exempli gratia, radij A D, B E, & C F, in obiectam lineam D F perpendiculariter incidant, in lineam verò G H obliquè: dico ad obiectum



C D F radios denſari, ad G H verò diduci, quòd ſpatia D E & E F ſpatiis G E & E H ſint minora. Quamobrem impenſiùs illuſtratur linea D F quàm G H; quod manifeſta etiam docet experientia.

HYPOTHESIS III.

Sublato lumine vmbram inuehi, eóque adueniente profligari.

ID profectò conſtat ex ipſorum terminorum aduerſa natura. Nam habitus priuationem excludit, quam abſentia inuexit. Eſt verò lumen de genere habituum veraque qualitas; at vmbra luminis eſt priuatio, vt definitione duodecima eſt explicatum: igi-
D tur lumine præſente vmbram fugari, hanc autem inuehi abeunte lumine eſt neceſſe. Nemo autem ex iis qui ſe in paucis ſapere arbitrantur nos hic reprehendat, quaſi impropriè locutos: ſcimus enim non propriè luminis abſentia vmbram inuehi, cùm vmbra ſit luminis abſentia: ſed loquimur vt multi, quod plerique etiam doctiores faciunt. ſatis porrò nobis eſt, ſi quod ſupponimus intelligatur.

DE LVMINIS PROFVSIONE.

PROPOSITIO I. THEOREMA.

E

Lumen non à centro tantùm, ſed ab omni parte extimæ ſuperficiei corporis luminoſi emicat.

QVONIAM ſuperiùs definitione prima oſtenſum eſt, luminoſum corpus illud eſſe, quod ſuæ qualitatis eſt diffuſiuū; profectò ſi ſolum centrū lumen effundat, hoc ſolum, nec reliquum corpus luminoſum erit, quod hypotheſi aduerſatur. Supponimus enim totum corpus luminoſum eſſe, è cuius ſolo centro lumen emicare Philoſophi quidam obſcurę mentis ineptiunt.

Deinde ſi ab vnico ſolis aut lunæ centro lumen ad aſpectum noſtrum porrigeretur,
F id ſolum videri poſſet, vt habet 2. hypotheſis libri ſecundi. Namque ab indiuiduo vno puncto ad aliud, hoc eſt à centro corporis luminoſi ad centrum viſus, vnicus dumtaxat radius opticus extendi poteſt, ſecundùm latitudinem inſectilis; quare nil præter punctum, hoc eſt centrum ſolaris aut lunaris corporis, cerneretur, ſi ſolum centrum lumen de ſe profunderet. At quis neget ſolarem totum orbem videri circuli ambitu comprehenſum? quis item non animaduertit lunam menſtruis incrementis ac decrementis mutari, nuncque plenam circuli aream, nunc dimidiatam, nunc prætentis cornibus ſpeciem ſinuoſi arcus exhibere? igitur non à ſolo centro, ſed à toto corpore luminoſo fulgor elucet.

Præter-

Prætereà ſi lux opaci corporis proprietas eſt, vt libro primo propoſitione 31. eſt demonſtratum, non à centro, neque ab alio aliquo puncto corpori immerſo, ſed ab extima tantùm ſuperficie lumen promanat, ad eumdem prorſus modum, quo intentionales colores ſeu viſibiles formæ à ſola ſuperficie corporum procidunt. A

Demum cùm corpus omni parte luminoſum conceditur, quidni reliquæ etiam partes præter centrum luminis radios euibrare poſſint; quandoquidem eamdem cum centro lucidi naturam habeant, eiſque lumen competat, quod agere ſuapte vi poteſt, lumenque profundere? Igitur, quod initio propoſitum fuit, non à centro ſolùm, ſed à tota ſuperficie extima lumen è corporibus emicat.

PROPOSITIO II. THEOREMA. B

Lumen rectis lineis euibratur.

PROPOSITÆ veritati experiẽtia in primis ſuffragatur. Nemo enim tam oculis captus eſt, aut mente hebes, qui non agnoſcat lumen rectis lineis efferri, quod dioptræ ac diauliſci luculenter probant, quorum nullus omnino vſus exiſteret, niſi rectis lineis per eorum extrema lumen traiiceretur. Deinde ipſæ vmbræ teſtes ſunt locupletes, quæ nullæ quoque forent, ſi per ſinuoſos anfractus lumen quocumque liberè permearet. Iam verò is locus vmbroſus relinquitur, ad quem rectæ luminis productiones non pertingunt. Prætereà aſpectus C ipſe atteſtatur vmbras rectis lineis terminari: ſiquidem conſtat eas aut conoides, aut pyramoides habere ſchema: at pyramis planis lateribus conſtat, excepta baſi, per quæ rectæ à vertice lineæ extenduntur; conus autem fit ex motione rectilinei trigoni circum quieſcentem axem, vt habet 18. definitio libri vndecimi Euclidis. Igitur & lumen rectis defertur lineis, cùm ipſum ſit vmbræ terminus ac circumſcriptio.

Cauſa verò huius rei libro primo propoſitione 50. latiùs eſt explicata, quam proinde nunc in ſumma ſic accipe. Cùm lumen neque corpus ſit, neque corporea qualitas, vt libro primo propoſ. 33. & 34. eſt demonſtratum, nil aliud eſſe poteſt, quàm perennis quędam actio, quam ſolum interiectum corpus opacum prohibeat. At omnis naturæ conatus, vis, efficientiaque breuiſſimis, hoc eſt, rectis lineis in res obiectas intenditur, quo D citiùs validiuſque effectum aſſequatur. Igitur lumen, vt & ceteræ actiones vniuerſæ, rectis lineis porriguntur.

Video obiici hoc loco poſſe, calorem oppoſita tabula non ita prohiberi, quin obliquè poſt obiectam tabulam ſeſe inſinuet, & Herculeum lapidem, quem magnetem vocant, interpoſito denſiſſimo vitro, aut ænea lamina, nihil de actione efficaciaq; remittere: imò per obliquum ſinum vim ſuam ad ferrum poſt interſeptũ tranſmittere: prætereà ipſum lumen niſi obliquo incedat tramite, nullum crepuſculi noctiſq; diſcrimen poſſe adferre. at enim mox vt ſol finitorem ſubierit, denſiſſimas tenebras ingruere neceſſe erit, niſi portio aliqua luminis de ſub horizonte ad nos obliquè aſcendere concedatur, tantiſper dum ſol propter horizontem verſatur, idq; ſenſim imminui, dum longiùs prouehitur. E

Ad hæc perfacilis eſt reſponſio: atque ad primæ obiectionis ſolutionem, reuocandum in memoriam id quod definitione quinta huius libri diximus, calorem ignis neutiquam continuata actione traduci; ſed vnà cum ignito vapore occultè per aërem deportari, non aliter quàm odores tacita exhalatione ſubnixi, è corporibus odoriferis expirant, tenuiq; aëre ſuſcepti, huc illucque fortuitò oberrant. Sic inquam igneus calor, ſuccenſo quodam ſpiritu vectus, rectà, quantũ ignis poteſtas valet, extruditur; ſummo quidem impetu ſurſum verſus, at eò ſegnius, quò inferne magis. Solutus verò iam & quaſi rude donatus liberiùs per aërem vagatur, motuque vel leuiſſimo quamuis in partem propellitur, cuius adhæſione propinqua calefiunt, quemadmodum ea quæ iuxta odorifera collocantur, ſolâ exhalationum adhæſione redolent. Experiuntur hoc in caſtris milites, cùm cæſâ ſiluâ medio in campo pyram conſtruunt, accendunt, circumſtant. qui namque ventum à tergo habent, nil propemodum caloris ſentiunt, quamuis proximi adſtent, vento ſcilicet ignitos ſpiritus in oppoſitam partem propulſante; quod ventus præſtare non poſſet, ſi ſola qualitas per aërem traduceretur: hæc enim cùm corpus non ſit, vento liberum tranſitum concederet, quod facit lumen. F

Ad ſecundam obiectionem reſpondendum, vim magnetis non per obliquum ſinum ad ferrum poſt interpoſitum corpus perreptare; ſed rectà per denſitatem corporis obiecti tranſfundi. Vti enim lumini denſitas corporis non obſtitit, ſed ſola opacitas; ita magneti

A gneti nec denſitas nec opacitas impedimento eſt, quo minùs recto tramite vim ſuam effundat.

Ad tertiam ſolutio patet ex 7. definit. vbi oſtenſum eſt ab aëre, qui primario lumine illuſtratur, portionem aliquam in vicinum aërem transfundi ad modum ſecundi luminis: ſic vt non vna ſit curua linea, qua lumen à ſole ad nos poſt occaſum appellit; ſed duæ rectæ, vna qua in ſuperiorem aërem immediatè à ſole radij luminis primi diriguntur; altera qua inde tamquam ab alio luminoſo corpore ad nos ſecundùm quoddam lumẽ remittitur, tantò clarius, quantò inferior aër ſuperiori propinquior exiſtit; tantò verò obſcurior, quantò hic noſter aër ab illo eſt remotior, ſeu quantò ſol longiùs ſub horizontẽ proceſſit.

B

PROPOSITIO III. THEOREMA.

Lumen effuſum circumquaque in ſphæræ modum diſtenditur.

HANC quoque propoſitionem luculenter probat magiſtra rerum experientia. Expoſita enim lucerna, quocumque te conuertas, eius fulgorem conſpicis, niſi interpoſitum corpus opacum proſpectum interpellauerit. an alia cauſa adferri poterit, quàm quia luminis radij nullo corpore prohibiti, ad omnem circum partem ſeſe extendunt?

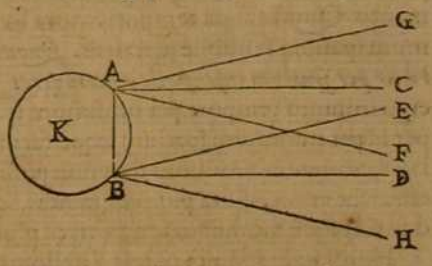
Deinde cur ita conſtituta ſit à prima ſui origine luminis natura, hæc conueniens ra-
C tio adferri poteſt: Quæcunque ad vnam aliquam rem ex naturæ præſcripto determinata ſunt, velut grauia & leuia, hæc eò duntaxat vim ſuam efficaciamque conferunt, quò natura impellit. At lumen cùm totius vniuerſitatis gratia ſit inſtitutum, omnibus ſeſe impertiat, quantum valet, oportet. Duo autem pręſtat lumen in rerum natura; vnum, quòd totius vniuerſi præcipuum decus ſit & ornamentum: quamobrem omnia lumine compleri neceſſe fuit; aureo namque ſplendore amicta illuſtriora pulchrioraque exiſtunt. Alterum eſt, quòd omnia aſpectabilia faciat, quæ aliàs denſis inuoluta tenebris, ac ſi non eſſent, obliteſcerent.

Huius rei gratia ſolem luminare maius diuina iuſſio procreauit, vt præeſſet diei hominumque negotiationi; cui deinde nox ſuccedit apta quieti in ſola hac noſtra inferiori re-
D gione, non autem in cæleſtibus, vbi cùm nulla ſit quies, nulla etiam eſt nox. Nocti verò præeſſe luminare minus naturę auctor voluit, in ſubſidium eorũ, qui aliquid muneris nocte obeunt. Itaq; cùm hæc præſtet lumen, conſentaneũ fuit, vt vim ſuam circumquaque in ſphæræ modum exereret: ſic enim omnia ornat, &, vt ſpectari omnia poſſint, illuſtrat.

CONSECTARIVM.

Radij luminoſi alij æquidiſtant, alij ſeſe interſecant, alij in diuerſa abſcedunt.

E EX hac ſimul & præcedente propoſitione facilè intelligi poteſt, à diuerſis partibus corporis luminoſi triplicis generis radios proſilire. Quidam paralleli ſunt, alij ſeſe interſecant, alij in diuerſa diſtracti longiùs ſemper ab inuicem in progreſſu diuaricantur; vt ſi corpus luminoſum exponatur K, cuius duo puncta A & B connectat recta AB, atque à puncto A radius procidat AC, angulum cum recta AB vtcumque efficiens: dico ex omnibus radiis qui ex B procidunt vnum quempiam

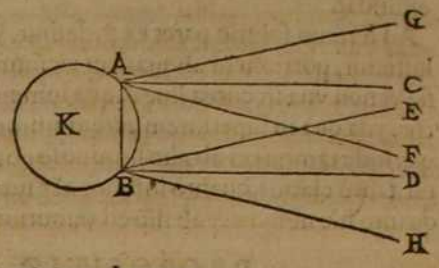


F priori parallelum eſſe, eum nempe, qui cum eadem AB æqualem priori angulum facit ad eamdem partem, puta BD, per 28. primi Euclidis.

Deinde ſi ex A & B radij educantur AF & BE, qui cum eadem AB angulos faciant acutos, vel duobus rectis minores & ad eaſdem partes: dico illos productos tandem concurrere ad eam partem, vbi angulos duobus rectis minores faciunt per 11. communem notionem Euclidis.

Demum productis ex A & B radiis AG & BH, qui cum AB angulos duobus rectis maiores faciant: dico hos radios ab inuicem recedere, ſi longiùs protrahantur, quod maius ſpatium comprehendant. Neque enim parallelῶs incedere poſſunt, quòd ſic duobus rectis æquales anguli forent, qui ſub his & AB continentur per 29. primi Euclid.

neque coire aliquando possunt; sic enim cum eadem AB triangulum concluderent, A
cuius duo qui ad basin AB sunt anguli, duobus rectis minores essent per 17. primi Euclidis: at supponuntur maiores: igitur AG & BH radij protracti ab inuicem distrahuntur; quod erat probandum. Porrò animaduersione dignum hoc loco est, ab indiuiduo puncto luminoso neque parallelos, neque secantes se radios emicare posse. Hi namque cùm diuersas habeant origines, à sola magnitudine sensibili prosilire possunt, quæ partes habeat distinctas vnde ij principium ducant.



B

PROPOSITIO IV. THEOREMA.

Lumen temporis momento totam virtutis sphæram complet.

MINIME placet ea quæ vulgò huius rei causa obtruditur, ideò lumen instanti temporis produci ac propagari, quòd nihil ipsi sit contrarium: nam eadem quæstio est de contrario victo, quæ de victrice qualitate; cur scilicet ipsum contrarium non tollatur in instanti, succedente eodem momento fortiore qualitate. Si concesseris, contrarium quod antecedit, temporis C
puncto de medio tolli; quidni eodem instanti aderit id quod subsequitur, cùm subiectum vtraque qualitate simul vacuum esse non possit? Si dicas antecedens contrarium tempore sensim ad interitum perduci; postulatur eius rei causa: si hanc dederis, quòd subsequens contrarium tempore producatur, principium petes; nam sequentem qualitatem successiuè produci initio dictum fuit, idcircò, quòd contrarium habeat eius productioni renitens. Alia igitur inuestiganda est ratio quàm pugnax contrarium.

Neque Vitellonis demonstratio subsistit libro secundo prop. 2. cùm neutiquam impossibile sit, quod ipse fieri non posse arbitratur. Argumenti eius ab impossibili hæc est summa: Si lumen temporis mora decurrit spatium sibi à natura præfinitum, id est virtutis sphæram; igitur parte temporis partem spatij, & mini no tempore sensibili partem D
spatij minimam, quæ sentiri potest, conficiet. *Quoniam*, inquit, *si in tempore sensibili ferretur per spatium insensibile, contingeret spatium sensibile ex insensibilibus componi.* Feretur ergo tempore minimo sensibili per minimũ spatium sensibile: sed eodem tempore minimo conficiet idem spatium minimum lumen remissum iuxtà ac intensissimum, cùm minus minimo dari non possit, siue in tempore, siue in spatio. Itaque æqualis efficaciæ erunt lumen remissum ac summè intensum; quod fieri non potest: quocirca nequit lumen temporis mora sphæræ suæ amplitudinem sensim permeare.

Sanè si hoc argumentum ad persuadendum efficax esset, probaret vniuersè nullam qualitatis productionem temperaneam esse, imò & ipsam loci mutationẽ puncto temporis fieri conuinceret. Quod in hunc modum ostenditur eodem ipso Vitellonis argu- E
mento: Quod aliqua temporis mora loco mouetur, id minimo tempore sensibili minimum spatium sensibile percurrit. *Quoniam*, vt Vitello inquit, *si in tempore sensibili ferretur per spatium insensibile, contingeret spatium sensibile ex insensibilibus componi.* Fertur ergo minimo tempore per minimum spatium sensibile: sed eodem tempore minimo per idem minimum spatium æquè fertur delapsa per aërem pluma, ac proiectus è funda lapis, cùm minus minimo dari non possit, siue in tempore, siue in spatio. Igitur æqualis efficaciæ erunt, insita plumæ grauitas, & summus lapidi funda incussus impetus. Absurdum. Itaque momento temporis & pluma, & lapis decurrit spatium, locumq; mutat.

Hinc facilè agnosci potest Vitellonis argumentationem paralogismum esse, non de- F
monstrationem. Falsum enim est id quod assumit, tempore minimo sensibili confici spatium sensibile minimum. Nam horologiorum indices, & solares vmbræ, & quæcumque vegetant, sensibili tempore spatium conficiunt insensibile. Quare non moueri ea, sed mota esse longo pòst tempore deprehenduntur. Et è contrario, stellæ firmamenti ac cælum supremum incredibili motus pernicitate insensibili tempore maxima spatia emetiũtur. Non igitur necesse est, vt id quod tempore mouetur, conficiat minimo tempore insensibili spatiũ insensibile minimum. Ad ipsius verò probationem respondeo, nec id absurdũ esse, vt sensibile spatium ex insensibilibus componatur, sed necessariũ prorsus: at vt ex solis insectilibus punctis coalescat, continui natura ingeniumque repugnat.

Genui-

A Genuinam igitur cauſam hanc eſſe arbitror, cur lumen temporis momento totam virtutis ſphæram impleat, quòd nihil omnino eius productionem propagationemque remoretur. Cur igitur calor non æquè puncto temporis producitur ac lumen? Enimuerò nonnullorum opinio eſt, frigus non realem qualitatem, ſed caloris abſentiam eſſe, vt vmbra abſentia eſt luminis. Reſpondeo, quamuis frigus nil niſi caloris abſentia eſſet, exinde non ſequi, calorem inſtanti temporis generari, cùm alia cauſa tardioris generationis ſubeſſe poſſit. Deinde, eſto frigus vera ac realis qualitas calori inimica, nondum ex eo probabitur calor tempore generari, cùm initio huius propoſitionis oſtenſum ſit, non minùs poſſe contrariam qualitatem quæ antecedit, hoc eſt frigus, momento tolli,
B quàm ſequetem, id eſt calorem, generari. Quòd ſi frigus momento temporis tollatur, & calor eodem puncto temporis exorietur; tum quia vtriuſque vna eſt ratio, tum quia ſubiectum vtraque ſimul qualitate vacuum eſſe non poteſt. Nec dicere licebit frigus momento tolli non poſſe, quòd illi contrarius ſit calor; ſiquidem calor nondum exiſtit, qui eius interitum impediat.

Vera igitur ratio cur calor tempore generetur ea eſt, quòd ipſum naturæ neceſſitate loci mutatio comitetur. Nequit enim calor niſi in materia rara diductaque exiſtere: at materia puncto temporis diduci nō poteſt; cùm id ſine partium motu euenire non poſſit: igitur nec in ea calor produci temporis inſtanti poteſt. At lumen omni procul remora momentaneo exortu totam virtutis ſphæram ſimul complet; quod erat probandum.
C

PROPOSITIO V. THEOREMA.

Lumen longiùs prouectum ſenſim langueſcit.

NEMINI incompertum eſt, lumen in progreſſu ſenſim minui, eoque tenuius ſemper euadere, quò longiùs à cauſa auehitur. Hoc experiuntur ij qui ad lucernam aliquid operis faciunt: cùm enim defectu luminis non ſatis vident, propiùs ad lucernam accedunt.

Porrò in aſſignanda huius rei cauſa video præcipuos Philoſophos pluri-
D mùm deſudare, ſcopumque attingere neminem. Qui enim naturam inclamant, veram quidem cauſam adferunt, ſed remotam: quamobrem non faciunt ſatis, cùm proxima, vel ſaltem propinqua poſtuletur.

Fors quiſpiam hanc idoneam eſſe cauſam arbitrabitur, cur lumen progreſſione langueſcat, quòd lumen in ſphæræ modum diffundat ſeſe, vt propoſitione 3. oſtenſum eſt. Erit itaque corpus lucidum velut centrum eius ſphæræ, quam actiuitatis vocant, cuius circumferentia erit illa ſuperficies, ad quam actio corporis lucentis terminatur. Ab hoc ergo centro ſiue corpore lucido, ſi rectos vndique radios ad circumferentiam protenſos animo concipias, animaduertes eos, quò longiùs à medio progrediuntur, eò ſemper ampliori interuallo ab inuicem diuaricari: è conuerſo autem eò ſemper arctius ſtringi, quò
E propiùs ad centrum acceſſerint, quoad tandem in vnum ſimul omnes conueniant, ſeque mutuò amplectantur. At coniunctum lumen efficacius excellentiuſque eſt diſperſo, per communem notionem: igitur iuxta ſphæræ centrum intenſiſſimum eſt lumen; inde verò quò longiùs prouehitur, eò ſemper rarius ſegniúsque euadit.

Hæc ratio, licet ex neceſſarijs concludere videatur, facile tamen conuelli poteſt. Nam quarumdam rerum actiones non in ſphæræ modum ampliantur, ſed in rectam ſolummodò lineam extenduntur; qualis ea eſt, qua Herculeus lapis ſeſe ad Boream conuertit, ferrumque rapit. hæc autem quo pacto ſenſim langueſcat, data cauſa non explicat. Et quamuis lumen longè lateque ſeſe effundat; tamen ea diffuſio in vnoquoque radio foli-
F tariè ſumpto locum non habet. At lumen per rectam lineam protenſum profectione minuitur; igitur hæc quæ aſtruitur decrementi cauſa eſſe non poteſt.

Deinde ſi ea eſſet decrementi cauſa, ſequeretur æqualibus ſpatijs æqualia fieri luminis decrementa: at non ita rem ſe habere ſequenti propoſitione fiet manifeſtum: igitur nequit radiorum diuaricatio cauſa eſſe cur lumen longiùs prouectum paulatim langueſcat.

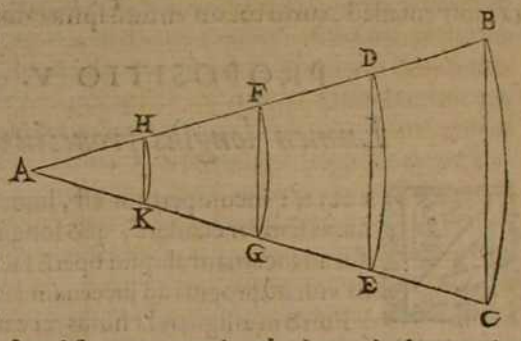
Itaque nobis hæc potior cauſa videtur, quòd luminis actio non infinitè procedat, ſed definito ſpatio abſoluatur. Vniuerſis ſiquidem agentibus, quorum actio extrà effunditur, commune id eſſe conſtat, quòd ipſorum effectus longius producti ſenſim decreſcāt. Eius verò cauſam eam eſſe dicimus, quòd illorum vis certo termino definiatur: hinc

namque consequens est, vt in proximo spatio tenuior qualitas excitetur, quàm in ipsa sit effectrice causa. Si etenim, gratia exempli, primæua illa lux, quæ in fulgido corpore enitet, æquale sibi lumen in proximo medio diaphano excitaret; & hoc lumen aliud, istudque iterùm, atque aliud identidem aliud semper procrearet: cumque eius progressionis nusquam futurus sit status, finisque agendi, in immensum ea actio progredietur. Absurdum: siquidem omnia agentia creata præscriptum habent actiuitatis terminum; disparem tamen, prout singulorum virtus & efficacia breui compendio est definita. Quare in quouis spatio intra actionis orbitam assumpto, obscurius semper lumen existit, quàm in proximè antecedente; quod erat explicandum. A

PROPOSITIO VI. THEOREMA. B

Æqualibus spatiis inæqualia fiunt luminis decrementa.

Si eam ob causam lumen longiùs prouectum sensim lângueſceret, quòd radij à corpore luminoso per amplitudinem sphæræ actiuitatis proiecti, quò longius à medio recedunt, eò magis magisque; ab inuicem distrahantur, manifestè sequeretur æqualibus spatiis lumen æquis portionibus decrescere; quod in hunc modum potest demonstrari:



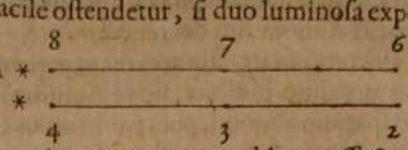
Esto corpus luminosum A, radijque ab A profusi AB & AC, à quibus æquales partes abscindantur per arcus BC, DE, FG, & HK ex eodem centro A descriptos: his verò arcubus rectæ subtendantur chordæ, quas dico parallelas esse. Cùm enim angulus A ad verticem communis sit omnibus triangulis, quorum subtensæ chordæ BC, DE, FG, & HK sunt bases; sublato à singulis triangulis communi angulo A, relinquentur ad basin BC duo simul sumpti duobus simul sumptis angulis ad reliquas bases æquales: siquidem per 32. primi Euclidis tres cuiusque trianguli anguli duobus rectis sunt pares. At cum per circuli definitionẽ æqualia sint latera AB & AC, erunt anguli ABC & ACB, vtpote ad basin trianguli isoscelij, inter se æquales per 5. primi Euclidis. Eodemque modo æquales inter se ostendentur, qui iuxta singulas sunt bases DE, FG, & HK. Igitur æquales quoque inter se erunt anguli ABC, ADE, AFG, & AHK; siquidem æqualium dimidia sunt inter se æqualia per communem notionem: ex quo demum fit vt parallelæ sint inter se bases BC, DE, FG, & HK per 28. primi Euclidis. C D

His ita præmonstratis, colligimus per 4. superius lemma triangula BAC, DAE, FAG & HAK æquiangula esse, ac proinde proportionalia ipsorum latera, tum quæ circa æquales sunt angulos, tum quæ æqualibus angulis subtenduntur per 4. sexti Euclidis. Vt igitur AF ad AH, ita FG ad HK; & vt AD ad AF, sic DE ad FG; vtque AB ad AD, ita BC ad DE: eodemque modo ad finem vsque sphæræ actiuitatis progrediendo. Sed AB, AD, AF, & AH se mutuò æqualibus portionibus superant: igitur ipsæ quoque BC, DE, FG, & HK se mutuò partibus æqualibus excedunt. At verò ex hypothesi lumina inuersàm habent rationem eam inter se, quam triangulorum bases BC, DE, FG, & HK: nam quemadmodum BC ad DE, ita lumen DE ad lumen BC. Tantò etenim remissius est lumen in loco BC, quantò BC maior est ipsâ DE, aut quantò DE ipsâ BC est minor. Sequitur igitur, si eam ob causam lumen protensum langueſcit, quòd radij à corpore luminoso euibrati magis ac magis diuaricantur, lumina æqualibus spatiis æqualia pati decrementa. E

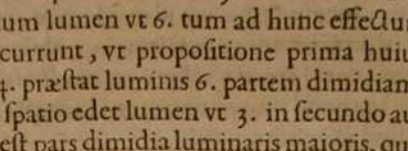
Hæc profectò demonstratio ex necessariis concluderet, si radiorum diuaricatio causa decrescentis luminis probaretur. Nunc verò quoniam ea opinio reiecta à nobis est superiore propositione, exemplo illarum rerum quarum actiones itineris longinquitate minuuntur, tametsi non in sphęræ modum, sed recta tantùm linea intendantur; quia etiam ibidem vera data est causa decrescentis luminis, nihil momenti aduersus propositum ea assumptio habere potest. F

Itaque depulso hoc ariete, id quod propositum est, ratione & experimento firmemus. Si ex æquo luminis profusio spatiumque diuiderentur, sequeretur æqualium causarum vnam altera efficaciorem esse, imòverò & infirmiorem robustiore esse potentiorem; quod

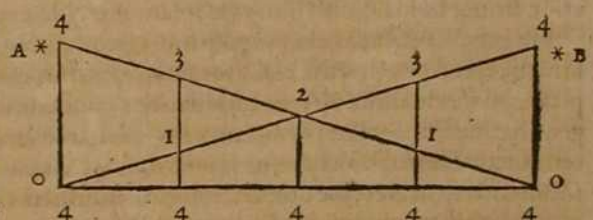
A quod abſurdum cenſeri debet. Id autem ſequi facilè oſtendetur, ſi duo luminoſa exponantur in proportione dupla, quorum alterum A ſit, vt 8; alterum B, vt 4. Illa enim dicitur A cauſa potentior, quæ maiorem edit effectum. At cùm luminoſum maius A per vnum ſpatium producit lumen vt 7. & per ſecundum ſpatium lumen vt 6. tum ad hunc effectum omnes ſimul partes luminaris A pro viribus concurrunt, vt propoſitione prima huius libri oſtenſum eſt. Eius igitur pars dimidia, puta 4. præſtat luminis 6. partem dimidiam, hoc eſt 3. Alterum verò luminare B in proximo ſpatio edet lumen vt 3. in ſecundo autem lumen vt 2. ex hypotheſi. Itaque robuſtior eſt pars dimidia luminaris maioris, quæ graduum quatuor eſt, quàm luminare B, item vt 4. ſolitariè agens: ſiquidem hoc per duo ſpatia lumen tantùm vt 2. progignit; illud verò per duo item ſpatia lumen vt 3. Quare duorum æqualium luminarium vnum altero potentius eſſe conuincitur.



Sic quoque minus luminare maiore efficacius fore ex eadē hypotheſi probabitur. Sunto enim duo luminaria, vnum vt 8 notatum A, alterum B vt 5: vbi A producit 5, ibi eius dimidium, quod eſt 4, producit dimidium quinque, nempe $2\frac{1}{2}$: at ibidem luminare B, quod dimidio luminaris A maius eſt, producit tantùm 2: igitur luminare B quod maius eſt, infirmius eſt dimidio luminaris A, quod eſt minus. Abſurdum: quoniam effectus omnis ſuæ cauſæ proportionatus eſſe debet, & viciſſim cauſa effectum ſuis viribus accommodatum progignere. Non igitur æqualibus ſpatiis æqualia fiunt luminis decrementa.



Deinde in occurſantibus ſibi luminibus, manifeſtiùs apparet propoſitum. Eſto enim luminare A vt 4. in proximum ſpatium lumen profundens vt 3. deinde vt 2. tum vt 1. ac tandem in o, ſeu nihilum deſinens. Sit & luminare B item vt 4. prope finem actiuitatis prioris expoſitum, illic producens 3, vbi A producit vnum; illic verò 2, vbi & A 2. at ibi 3. vbi A 1. ac tandem in loco A deficiens. Quòd ſi hæc concedantur, vti oportet, & æqualibus ſpatiis æqualia fiant luminis decrementa; perſpicuè infertur, toto ſpatio, quod inter vtrumque luminare interiacet, æquale lumen diffuſum eſſe, quod experientiæ aduerſatur. Quis enim adeò luminibus deſtitutus eſt, qui non videat inter duas lucernas centum ſtadiis ab inuicem diſiunctas, minus luminis circa medium eſſe, quàm circa extrema; eſſet autem æquale, ſi æqualibus ſpatiis æqualia fierent decrementa, vt ex appoſito ſchemate conſpici poteſt. Si enim ſingulis ſpatiis ſummę vtriuſque luminis in vnum collectæ ſubſcribantur, hę æquales vbique inuenientur, nimirum 4. Neque neceſſum eſt, vt ad extremitates mutuarum ſphærarum luminaria conſtituantur: ſiue enim extra, ſiue intra mutuas ſphæras exiſtant, æquale lumen, toto ſpatio inter vtrumque diffuſo, ex vtroque conſurgat neceſſe eſt. Ex his igitur perſpicuè colligitur, æqualibus ſpatiis inæqualia fieri luminis decrementa; quod erat probandum.



PROPOSITIO VII. THEOREMA.

AEqualium ſpatiorum quæ longiùs abſunt, minora efficiunt defectionum momenta.

CVM per ſuperiorem propoſitionem nequeant æqualibus ſpatiis æqualia eſſe decrementa, neceſſe omnino eſt ea vel maiora eſſe vel minora. At maiora eſſe non poſſunt: ſic enim grauiora abſurda conſequerentur, quàm ſi æqualia eſſent, vt maximè apparet in luminaribus interuallo diſiunctis, à quibus ad medium interiecti ſpatij lumen, non modò æquale profunderetur; verùm etiam continuò augeſceret, quod longiùs à vero abeſt, cùm experientia doceat lumen ad medium vſque perpetuò minui.

Deinde breuiſſimo actiuitatis termino luminis profuſio definiretur: ſiquidem vix dum à lucido corpore deciſum præcipiti curſu ad interitum prolaberetur: videmus autem

tem lumen habere ſphæram actiuitatis ampliſſimam. Igitur neceſſe eſt vt remotioribus A
ſpatiis minora ſint decrementa.

Prætereà manifeſta accedit experientia. Si namque candidam chartam accenſæ lucernæ proximè obijcias, ſic vt luminis radij in chartæ planum directò procidant, eamque ad ſpatium aliquod, puta palmi vnius aut duorum idemtidem abducas, atque in priſtinum locum reducas, videbis lumen, quod in charta enitet, magnum ſubire augmentum ac decrementum: at ſi longiore id receſſu à corpore luminoſo experiri tentaueris, nullum, aut certè vix vllum animaduertes mutationis diſcrimen, non aliam ob cauſam, quàm quòd lumen remotiori loco, per æquale ſpatium, minus patiatur decrementum; quod propoſitum fuit. B

Adde, ſi placet, & aliam experimenti rationem, ad confirmandũ propoſitum accommodatiſſimam. Exponatur menſa, quoad fieri poteſt, longiſſima; nam quò longior erit, eò maiorem concedet experiundi libertatem: huic iuxta alteram extremitatem duæ lucernæ imponantur, altera ſimplex vnica lucens flammula; gemina altera, cuius duæ flammulæ non procul ab inuicem diſiunctæ ſint, ſic vt ſimul ambæ vnius corporis luminoſi vicem ſubeant, quod alterius duplum ſit & magnitudine & agendi facultate: id verò vt rectiùs fiat, ſingularum flammarum lychnos pares craſſitie eſſe oportet, vt accenſi pari nitore fulgeant. Tres porrò hæ flammulæ ſecundùm menſæ latitudinem recto ordine diſponantur, eiſque tabella obijciatur duobus orbicularibus foraminibus pertuſa, non profectò minoribus quàm vt ouum capere poſſint. Habeat prætereà tabella hæc è C
loco inter vtrumque foramen medio prominens interſtitium, rectis angulis cõmiſſum, quod lucernarum radios dirimat, ne promiſcuè in quoduis foramen illabantur; ſed per vnum quidem foramen ſimplicis lucernæ lumen penetret, per alterum verò geminæ, vti in fronte huius quinti libri rem ipſam imagine expreſſam habes.

His ergo ita comparatis, propoſitum oſtendetur in hunc modum: Simplicis lucernæ lumen, quod per alterũ tabellæ foramen exeritur, candidâ chartâ à tergo oppoſitâ excipiatur ad interuallum ab ipſis luminaribus quodcumque libuerit: atque eodem modo geminæ lucernę lumen per alterum foramen tranſmiſſum, obiecta poſt tabulam charta terminetur interuallo à lucerna prioris duplo. Sanè ſi lumen æqualibus ſpatiis paribus momentis deficeret, hæ duæ chartæ æquale lumen exhiberent; quòd quemadmodum D
vnum luminare alterius eſt duplum, ita & ſpatia duplam rationem inter ſe habeant: at non ita res euenit, ſed geminæ lucernæ fulgor clarius in charta enitet quàm ſimplicis, ſic vt duplicato ſpatio minus quàm duplum factum ſit decrementum; igitur charta quæ geminæ lucernæ radios ſuſcipit, longiore quàm dupla intercapedine abduci debet, vt apparens in ea ſplendor ſimplicis lucernæ lumini exæquetur. Et hæc quidem cùm non procul à lucernis contingunt, ſpatiorum differentiæ minores deprehenduntur, maximè verò cùm longiùs inde res peraguntur.

Nunc quo pacto conuerſa ratione idem eueniat, explicemus. Immotâ iuxta alteram menſæ extremitatem tabellâ, poſt eam charta conſtituatur quæ vtriuſque lucernæ radios excipiat: tum lucernæ ipſæ transferantur, diſpari tamen à charta interuallo, ſic vt E
geminæ lucernæ intercapedo ſit dupla eius qua ſimplex diſtat lucerna: palàm igitur chartam intuenti geminæ lucernæ lumen clarius apparere quàm ſimplicis; vtque paria fiant ea quæ in charta ſpectantur lumina, oportere geminam lucernam longiùs abduci, quia per duplex ſpatium minus quàm duplex factum fuit luminis decrementum. Et hæc item quo longiùs à luminaribus contingunt, illuſtriora certioraq; redduntur, propter ingentia interuallorum diſcrimina, quæ in paribus luminum defectionibus obuenire cernuntur.

Hoc ipſum experimenti genus compendio fiet, ſi geminæ lucernæ loco ſimplex ſubſtituatur: nam ſi tabella pertuſa tantillum obliquetur, fiet vt id quod è tabella prominet interſtitium, alterius lucernæ radios ab altero foramine excludat, & per vnum eius foraF
men vnius tantùm lucernæ lumen, per alterum verò vtriuſque ſimul profundatur, atque ita alterius quodammodò geminum.

Poteſt & manus interpoſitione interſepti munus ſuppleri; quod quidem permoleſtum, ſubinde tamen neceſſarium eſt, cùm nonnumquam procul à luminaribus tabellam dimouere oporteat. Has ac ſimiles praxes, quia vſu facilius quàm lectione diſcuntur, conſultò prætermittimus. Porrò pluribus luminaribus aſſumptis, atque ordine diſpoſitis, inſignes veritates elici poterunt circa luminis profuſionem ac decrementum, quas proinde inueſtigare non pigeat.

PRO-

A

PROPOSITIO VIII. THEOREMA.

Lumen æqualibus ſpatiis proportionalibus decrementis langueſcit.

B DEMONSTRARI hæc propoſitio poteſt ex illo naturalis ſcientiæ vulgatiſſimo theoremate, quod docet effectum omnem ſuæ cauſæ proportionatum eſſe debere. Quod ſanè in illis agentibus, quæ vim ſuam foras exerunt, veriſſimum eſſe comperitur, cum æqualis prorſus virtuti eſſe numquam poſſit: ſed tanto ſemper minor quanto cauſa cùm ex ſeſe, tum ex longinquitate ſpatij, quo actionem producit, redditur imbecillior. Quocircà ſi per æqualia ſpatia actio diuidatur, effectus decrementum ex ſola agentis imbecillitate originem ducet. Quantò igitur hoc infirmius, tantò ille remiſſior; non ſecundùm æqualitatem, ſed pro rata agentis poteſtate.

Exempli gratia, ſi lumen, cuius poteſtas 12. per datum ſpatium diffundit ſui dimidium 6. dico aliud luminare vt 6. per æquale ſpatium proferre 3. ſui item dimidium. Vti enim agens 6. ad agens 12. ita effectus 3. ad effectum 6. Si enim luminare 6. per datum ſpatium lumen maius quàm 3. produceret, aliud quoque luminare ipſi æquale plus lu-
C minis ederet per idem ſpatium quàm 3. quare ſimul iuncta effectum progignerent dimidio vtriuſque maiorem. Eſſent ergo hæc duo luminaria iunctis viribus potentiora, quàm luminare 12. per ſe ſolitariè agens. Siquidem maioris illud eſt poteſtatis, quod aut æqualem effectum ad maius ſpatium profundit, aut quod effectum maiorem per idem ſpatium potens eſt excitare.

Quòd autem duo luminaria vt 6. ſimul agentia effectum edant ex vtriuſque actione compoſitum, ex 2. lemmate huius libri poteit demonſtrari. Vt enim virtus partis ad lumen partis, ita ſe habet virtus totius, ſeu compoſiti agentis, ad totius lumen. At æqualium luminarium æqualis eſt virtus, & virtus æqualis æqualem gignit effectum: igitur duo luminaria & viribus & effectu vni luminari vt 12. æqualia ſunt. Quare vbi lumi-
D nare 12. edit lumen vt 6. ad idem interuallum luminare 6. edit 3. Hæc ſiquidem geminata edunt lumen vt 6. Ex quibus perſpicuè colligitur, lumen æqualibus ſpatiis proportionalibus minui decrementis; quod erat oſtendendum.

Obijciet forſitan aliquis: Si lumen per æqualia interualla proportionalibus, non verò æqualibus decrementis degeneraret, fore vt infinitè protenſum numquam deficeret. Si enim luminoſum vt 12. in proximo medio produceret lumen vt 6. ſui nempe dimidium; hoc deinde lumen in proximo ſpatio ſui ederet dimidiũ, puta 3. atque hoc poſteà dimidium videlicet 1½. itáque deinceps, ſequeretur numquam poſſe lumen omnino de-
E ficere, quantumnis producatur. Semper enim per infinita licet interualla dimidium dimidij produci poterit, cùm ſint numero infinitæ proportionales partes, in quas data magnitudo ſecari poteſt.

Sed occurrendum huic argumento; licet non detur minimum quantitatis, dari tamen minimum luminis naturale, hoc eſt lumen adeò tenue, vt citra interitum magis attenuari non poſſit. Quo pacto & corporum naturalium minima dantur; quæ nimirum, ſi ampliùs diuidantur, formam eſſentiamque deperdunt. Vti namque corpora ad naturalem ſuſtiſtentiam nonnullam expoſcunt quantitatis molem, cùm ipſa nil aliud ſit, quàm ipſius ſubſtantiæ corporeæ modulus; ita & qualitates, niſi aliquo excellentiæ gradu præditæ ſint, ſponte depereunt. Ita ergo cùm luminis profuſio ad minimum intenſionis gradum peruenerit, vltrà non progredietur, ſed in eo velut proprio circumſcriptionis termino finietur, vt infrà propoſitione 15. dicemus.

F

PROPOSITIO IX. THEOREMA.

Lumen vniformi difformitate decreſcit.

HÆC propoſitio elicitur ex præcedentibus. Pro illius autem explicatione prænotandum, difformem dici luminis diffuſionem, quòd, vt propoſitione 5. oſtenſum eſt, non æquale ſit lumen, per totam virtutis ſphæram extenſum; ſed in diſceſſu à corpore lucido ſenſim elangueat, donec tandem penitus intereat.

At duobus modis actio aliqua, motúſve vniformis dici poteſt. Vno cùm per æqualia

interualla, inæqualia quidem, ſed proportionalia fiunt incrementa vel decrementa. A
Quo pacto vniformiter difformis eſt ille motus, quo ſol ab æquatore ad tropicos bis in
anno accedit, totieſque ab eiſdem diſcedens iterùm æquatorem repetit. In receſſu enim
ab æquatore æquis temporibus minora ſemper ſpatia conficit, in acceſſu verò maiora:
quare ſolſtitiorum tropici hinc etiam appellationem obtinuiſſe videntur, quòd æſtiuo
brumaliq́ue initio circa tropicos ſol perſtare, & nec progredi nec regredi longo tem-
pore videatur.

Eiuſmodi quoque ſunt per ſingula anni tempora dierum incrementa ac decrementa.
Nam prope æquinoctiorum tempus maiora ea ſunt æqualibus temporibus, quàm pro-
pe ſolſtitia. Ex quo fit, vt vernalibus atque autumnalibus diebus exiguis temporibus in- B
ſignes fiant acceſſiones vel detractiones: æſtiuis verò atque brumalibus perexiguæ; ſic vt
ſtatum quemdam magnitudinis & paruitatis his menſibus adepti, in eo perſiſtere ali-
quantò diutiùs manifeſtè deprehendantur. Vniformes inquam ſunt hæ mutationes,
quòd inæqualitas, quam temporibus æqualibus ſubeunt, non fortuitò, ſed ordine ac
certa definitaq́ue lege procedat.

Alio modo, eoq; præſtantiori vniformis dicitur actio, motuſq́ue, cùm incrementa ac
decremẽta æqualibus ſeu ſpatiis ſeu temporibus, non modò proportionalia ſunt, verùm
etiam æqualia: id enim propiùs ad vnitatem conſtantiamq́ue accedit. Cùm autem
propoſ. 8. oſtenſum ſit lumen æqualibus ſpatiis proportionalia pati decrementa, rectè
concludimus id quod initio propoſitum fuit demonſtrare, lumen per ſpatium ſibi à na- C
tura conceſſum vniformi decremento minui, quamuis non perfectiſſima illa vniformi-
tate, quam aliæ quædam actiones habent.

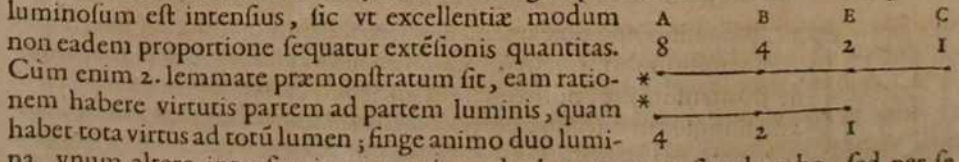
PROPOSITIO X. THEOREMA.

Quò intenſius eſt lumen, eò longiùs prouehitur.

AD huius propoſitionis confirmationem ex phyſicis inſtitutionibus præ-
notandum eſt, qualitatis intenſionem analogia quadam corporum quan-
titati reſpondere (loquor autem de interna corporum extenſione, non D
verò de ea, qua ſecundùm locum extrinſecus diſtenduntur: hæc enim
& corporibus & qualitatibus communis eſt.) Eſt inquam in qualitatibus
intenſio quod interna quantitas in ſubſtantia corporea. Vt enim quantitas nil aliud eſt
quàm materiæ copia atque vbertas, ita intenſio nil aliud quàm qualitatis affluentia
in eadem ſubiecti mole. Et vt maiora illa corpora dicuntur, quæ plus habent materiæ,
ita intenſiores dicuntur qualitates illæ, quæ in eadem molis amplitudine vberiorem ha-
bent qualitatis prouentum, ſic vt intenſio à qualitate non magis quàm à ſubſtantia cor-
porea quantitas reipſa diſtinguatur: & quemadmodum nullum ſine quantitate corpus,
ita nulla qualitas omni expers intenſione animo concipi poſſit: ſiquidem vt corpora
materiæ acceſſione augentur, ita qualitates intenduntur ſimilis qualitatis exortu in ea- E
dem ſubiecti parte.

Hæc cùm ita ſint, perſpicuè oſtendi poteſt, lumen quò intenſius eſt, eò longiùs propa-
gari. Cùm enim remiſſius lumen ab intenſiore ſuperetur portione aliqua, ſanè ea por-
tio otioſa non erit, cùm omne lumen ſui ſit diffuſiuum. Aget igitur: atq; in proximum
diaphanum luminis aliquid transfundet, quo illud impenſius illuſtrabit, quàm ſola pars
remiſſior poterat. Hoc itaque excellentius lumen in proximum deinceps medium ma-
iorem iterùm effectum producet, atq; ita continuata traductione, intenſius lumen aliud
ſemper intenſius gignet, quouſque ad terminum remiſſioris luminis perueniatur: vbi
cùm ea etiamnũ portio relinquatur, qua minus lumen à maiore vincebatur, poterit hæc
naturæ lege vlteriùs actionem lumenq́ue protendere, quouſque ipſum quoque intereat. F
Palàm igitur intenſius lumen remiſſiore longiùs propagari; quod erat demonſtrandum.

Notandum verò hoc loco eſt, non tantò longiùs prouehi luminis actionem, quantò
luminoſum eſt intenſius, ſic vt excellentiæ modum
non eadem proportione ſequatur extẽſionis quantitas.
Cùm enim 2. lemmate præmonſtratum ſit, eam ratio-
nem habere virtutis partem ad partem luminis, quam
habet tota virtus ad totũ lumen; finge animo duo lumi-
na, vnum altero intenſius in proportione dupla, quæ non ſimul ambo, ſed per ſe



ſingula

A ſingula lumen effundant; ſitque lumen validius 8. imbecillius verò 4. eſto item ſpatium quo lumen 8. agendo extenditur A C trifariàm diuiſum per A, B, E & C: quia ergo propoſitione 8. oſtenſum eſt lumina æqualibus ſpatiis proportionalia pati decrementa, ſit B ſpatium, quo lumen 8. ſui producit dimidium, nempe 4; producet ergo in E 2. & in C 1. vbi deficiet; quare luminare 4. in B producet 2. & in E 1. vbi ipſum quoque deſinet. At ſpatium A C vna tantùm portione maius eſt ſpatio A E, cùm hoc ſit vt 2. illud verò vt 3; non igitur quemadmodum lumen maius 8. ad minus puta 4. ita ſpatium A C quo porrigitur lumen 8. ad ſpatium A E, quo lumen minus terminatur. Eadem verò in ceteris numeris eſt demonſtratio. Quocirca vniuersè concludimus non eam-
B dem eſſe luminum & ſpatiorum, quibus actionem intendunt, proportionem; quod erat probandum.

PROPOSITIO XI. THEOREMA.

Luminarium æquè intenſorum, quod maius eſt, longiùs actionem producit.

C IIS qui in naturali ſcientia ſunt verſati id perſpicuum eſſe arbitror, plura agentia, dum ſimul in vnam eamdemq; actionem conſpirant, excellentiorem effectum edere, quàm vnumquodque ſi per ſe ſolum agat. Sic enim coniunctæ hominum vires ingentia præſtant molimina, maximaque corpora promouent, quæ nullus per ſe vel tantillum loco dimouere potuiſſet. Sic multæ congeſtæ prunæ acriùs excalfaciunt: ſic quoque penſilibus lychnis maiora illuſtrantur triclinia.

Quod cùm ita ſit, liquidò apparet ipſum quoque luminare, quò maius eſt, eò impenſius lumen in proximo medio gignere: nam quod maius eſt, plures habet partes eiuſdem rationis, quàm quod eſt minus. Exempli gratia, decempedale corpus plures habet partes pedales quàm corpus bipedale: at per primam huius libri propoſitionem, ſingulæ luminoſi corporis partes proprium effectum edunt: igitur quò maius eſt corpus luminoſum, eò excellétius lumen in proximo medio progignit: quare & longiùs actionem producit;
D ſiquidem per propoſit. proximè antecedentem lumen intenſius longiùs prouehitur.

Confirmari hæc veritas poteſt ignis exemplo, cuius ſcintilla non minùs quidem calida eſt quàm ignis maximus; quoniam calefaciendi vis in igne proprietas eſt ſubſtantiæ, quæ, quia ſimul cum corpore eius diuidua eſt, omnibus particulis inſit ex æquo neceſſe eſt. tamen nemo tam ſtupidus eſt ſenſuſque expers, qui non ſentiat ignem maximum per idem interuallum velociùs pleniuſque excalfacere, quàm ſcintillam vnam; ſcilicet propter multiplicatam ſubſtantiæ agentis quantitatem, non propter virtutis aut proprietatis in ſubſtantia factam acceſſionem.

Et hoc quoque oſtendi poteſt, non eamdem eſſe magnitudinis corporis luminoſi & ſpatij quo lumen diffundit proportionem: nec enim tantò longiùs vnumquodque agit,
E quantò ipſum altero eſt maius. Cuius demonſtratio cùm nihil differat ab ea, qua proximè oſtendimus non ita ſe habere ſpatia, quemadmodum diſſimiles luminarium intenſiones, eam prudentię Lectoris colligendam committimus.

PROPOSITIO XII. THEOREMA.

Singulæ partes luminoſi corporis ad extremam vſque virtutis ſphæram lumen protendunt.

F PROCVL à vero aberrant qui autumant maiores partes vnius luminoſi corporis longiùs, minores verò propiùs actionem ſuam terminare: hoc deluſi argumento, quòd illę vti maiores, ita valentiores ſint; hæ verò ſegniores, vtpote minores. Quamobrem vnamquamque earum ſecundùm menſuram ſuæ magnitudinis agere contendunt.

Hoc ſi ita eſſet, perſpicuè ſequeretur effectum aliquem luminis ita à toto luminoſo produci, vt in eum neque pars aliqua, neque ſimul omnes conſpirent; quod fieri non poteſt, cùm totius actio alia non ſit ab omnium ſimul partium actione. Sit igitur propoſitum luminoſum cubitali magnitudine, lumen ad centum paſſus effundens: quemadmodum totum ipſum luminoſum corpus ex omnium partium aggregatione conſurgit,

ita

ita & lumen quod à toto effunditur, ab omnibus partibus vnà in actionem incumben- A
tibus producitur. Iam peto, cuinam parti adscribi debeat lumen in centesimo passu excitatum? Si dimidiæ dixeris: profectò cùm duę medietates in toto sint, determinandum est, ab vtra illarum in tam longè dissitum spatium effectus luminis proueniat. Nam ab vtraque dici non potest: sic enim non minùs procul ageret pars quàm totum, contrà hypothesin. Ab vtra igitur medietate in vltimo sphæræ termino lumen progignitur? Sanè nulla ratio vni fauet potiùs, quàm alteri. Non igitur à medietate.

Ineptiùs autem respondebis à tertia, vel quarta, aut alia quapiam minore parte luminosi corporis ad centesimum passum lumen propagari. Nam ex hypothesi quò minores sunt partes eiusdem luminosi, eò breuiorem habent actiuitatis terminum. Potiùs B
igitur à maiore parte, quàm sit medietas, ille effectus proficisci credetur. Sed neque id probabile est. At enim maxima ea pars esse deberet; quod fieri nequit. Quauis enim datâ maior dari potest. Si autem non sit maxima, eius actio ad extremum sphæræ actiuitatis totiùs luminosi non perueniet. A nulla igitur parte solitaria extremum illud lumen produci potest. Sed neque ab omnibus simul agentibus, vt iam paulò antè dictum est; ita enim partes & totum æquali virtute pollerent: & si inæquales eæ partes sumerentur, minoris perinde ac maioris partis actio ad vltimum sphæræ actiuitatis terminum attingeret; quæ omnia propositæ repugnant sententiæ.

Deinde sequeretur, nullum omnino corpus luminosum, quantumuis immane, quidquam extra fines proprij subiecti agere posse. Cùm enim corpus luminosum, quanta- C
cumque mole distentum sit, partibus constet, ex quarum actione totius luminosi actio consurgit: sanè non longiùs porrigetur lumen totius quàm partium. Sed minutissimæ quæque particulæ ex minoribus componuntur in infinitum, vt ex diuisibilitate continui perspicuum est. Igitur nullum est spatiolum tam exiguum ad quod lumen diffundi possit à luminoso vel maximo: si enim aliquod detur, huc actio ab aliqua diuidua parte luminosi perueniet. At nullam eiusmodi assignare vmquam licebit, quòd eius actio ex minorum partium actione consistat: sed minores partes ad hoc spatium agendo numquam attingent: igitur nec ea pars quæ fuerat assignata. Cumque eodem modo diuidendo infinitè progredi liceat, sequitur nullum corpus luminosum, etsi maximum, extra propriæ quantitatis limites quidpiam luminis posse effundere. Non igitur luminosi D
corporis partes aliquæ longiùs, aliæ breuiùs lumen profundunt.

Quare dicendum singulas partes luminosi corporis ad extremam vsque virtutis sphęram agendo pertinere. Argumento est patens experientia. Si enim pars vna luminosi corporis obtegatur, breuiorem fieri illustratæ sphæræ diametrum manifestè deprehendimus. Igitur pars aliqua luminis ab extremo sublata est; quæ si producta non erat à parte luminosi prohibita, quid obsecro causæ est, cur interiit? Nihil enim sublato eo, à quo minimè pendet, corrumpitur; nisi alia causa intercedat, quæ interitum adferat.

Petes, qua vi vna pars longiùs agat altera concurrente, quàm ipsa per se valeat. An ex alterius actione conualescit, seque ipsa superat? Haud ita. An propter medij dispositionem promptior fit illuminatio? quia nimirum faciliùs mouetur motum, quàm id E
quod nondum moueri cœptum est. Vnde leuiori impulsu incitantur currus dum mouentur, quàm dum quiescunt; & citiùs calefit aqua tepida, quàm frigida. Et ita vnumquodque ceterorũ agentium faciliùs agit in id quod iam gradum aliquem futuræ formę præcepit, quàm in id quod ea omnino vacuum est. An inquam hoc eodem pacto luminosum corpus minori negotio illuminat proximum medium illustratum, quàm tenebricosum? quòd scilicet partes corporis luminosi ad mutuas actiones proximum medium continuò disponunt, sic vt maiorem effectum vnaquæque illarum in singulis partibus medij producat, quàm per se sola potuisset?

Magna omnino est huius ratiocinationis probabilitas, quippe in multis veritatem ha- F
bet. quare ne cuiquam imponat, monemus axioma illud; *Promptiùs mouetur motum, quàm id quod nondum moueri est cœptum*; in illis tantùm veritatem habere, quorum actiones aliqua repugnantia impediuntur; hac enim aliqua ex parte priùs superata faciliores redduntur actiones: at nihil corporis luminosi conatibus obsistit: igitur ex medij dispositione non redduntur actiones luminosorum valentiores.

Quare genuina causa, cur luminare vnum ex alterius concursione longiùs agat, hæc est; quòd vbi vnum luminosum per se minimum edit naturale, suaque actiuitatis vltimum terminum, illic etiam adsit portio luminis ab altero luminari producta, quę iuncta minimo illi, lumen conflat non minimum, quod proinde longiùs actionem proferre po-

test.

A test. Nec aliter se res habet in vno luminari, quando longiùs singularum partium actio protenditur ceteris vnà conspirantibus, quàm si solitariè vnaquæque sumatur. Quæ omnia illustriora fient, cùm paulò pòst de concursu luminum diffusiùs agemus. Eodem namque modo agunt luminosa distincta, cùm simul in eumdem effectum incumbunt, quemadmodum eiusdem luminosi coniunctæ partes. Nihil enim ad actionem refert, sintne partiales causæ inter se vnitæ, an verò discretæ: sat verò est, vt in vnum mutuas vires conferant, simulque in eamdem partem medij actionem intendant.

B

PROPOSITIO XIII. THEOREMA.

Lumen sublato luminoso ne momento quidem temporis in medio perseuerat.

HVIVS proprietatis eadem omnino causa est, quæ & visibilium specierum, quas libro 1. propositione 52. ostendimus, amoto obiecto illicò euanescere. Neque enim simulacra illa, aut à lucido corpore profectum lumen, firmæ ac stabiles sunt qualitates, neque aliarum more è subiecti gremio excitæ, eius materiæ ad instar habituum pertinaciùs adhærent; sed sunt tenues quædam actiones perpetuò à causis effusæ, longe inferioris essentiæ, quàm sint C materiales illæ qualitates, quas plerisque corporibus congenitas esse videmus, ac perstare sublatis causis, conseruarique formarum substantialium præsidio, cuiusmodi sunt natiui rerum omnium colores, ipsa lux in illo corpore, quod suapte natura collucet. Illæ inquam intentionales, quas vocant qualitates, seu verius profusiones, cùm neque solidam entitatem habeant, neque proprium subiectum aliquod, cuius ope fulciri queant ac sustineri; fit, vt sublata causa, funditus pereant, & ne puncto quidem temporis perdurare possint; quod erat probandum.

Existimare fortasse quispiam poterit, dubiam illam lucem, quæ in aëre post solis occasum superstes manet, crepusculum vocant, esse idem illud lumen, quod ante occasum à sole immediatè excitatum fuerat; non quidem eadem excellentia, sed imminutum. D Verùm non ita se res habet: nam crepera illa lux quæ inter diem noctemque intermicat, longè alia est ab illa primaria quæ directè à sole proficiscitur, vt definitione 7. & propositione 2. huius libri apertè docuimus. Primarium namque lumen à sole ipso originem ducit: at quod post occasum solis interlucet, proximè à stipante aëre, qui primò lumine coruscat, propria efficientia gignitur. Non igitur crepusculi lumen illud idem est imminutum, quod ante occasum in nostro aëre fulgebat, neque illius portio, etiamnum superstes absente sole, quasi principale lumen post corporis luminosi abitum in eodem medio ad tempus perseueret, non quidem in statu, sed in continuo motu quo ad interitum prolabitur. Enimuerò vna eademque est ratio vespertini crepusculi & matutini: at nemo dixerit matutinum crepusculum alicuius maioris luminis reliquias esse, E cùm nullum proximè antecesserit: igitur nec vespertinum aliquid erit à præcedente solis lumine pòst relictum.

PROPOSITIO XIV. THEOREMA.

Lumen medium diaphanum per quod transit, non immutat.

F HVIVS rei potissimum argumentum est, quòd post luminis recessum nihil in medio diaphano à lumine remaneat: sed eodem temporis momento lumen euanescat, quo luminosum corpus de medio tollitur, vel quo per interpositionem corporis opaci luminis radius intercipitur.

Dices à lumine solis diurno tempore aërem manifestè incalescere, eamque affectionem post solis occasum non modico temporis spatio perdurare: igitur lumen id per quod transit, medium immutat. Respondeo calorem illum à lumine solis, velut ab effectrice causa prouenire, non verò tamquam à formali. Nam per radiorum collectionem ignem etiam accendi est possibile, quæ maxima est mutatio. At hæc quoque efficientis est virtus, non autem formalis; lumen verò formaliter aërem nec inquinat, nec ita immutat, vt aliquam sui portionem, sublato vel prohibito luminoso, temporis puncto relinquat, vt mox dicemus.

PRO-

PROPOSITIO XV. THEOREMA.

Luminis profusio in minimum naturale terminatur.

MVLTIS inter se Philosophi disputant de naturalium facultatum terminis, deque finibus eorum quæ incipiunt ac desinunt, quorum opiniones discrepantesque sententiæ ex diuersa potiùs nominum vsurpatione, quàm ex reipsa originem ducunt. Nobis sanè illa semper assertio placuit, omnia intrinsecis terminis inchoari atque finiri, siue illa consistant siue motu fluant. Quod enim primum atque postremum est cuiusque rei, id vel res ipsa est tota, vel pars, vel indiuisibile aliquod; horum autem nihil extrinsecum iure dici potest, cùm omnia in reipsa insint: igitur intrinsecis omnia initiis finibusque oriuntur ac desinunt. Verùm hoc in præsenti non agimus, cùm constet lumen per vniuersam virtutis sphæram totum simul exoriri, ac simul totum occidere: id enim non solùm lumini, sed & illis omnibus commune est, quorum productiones defectionesq; sunt momentaneæ.

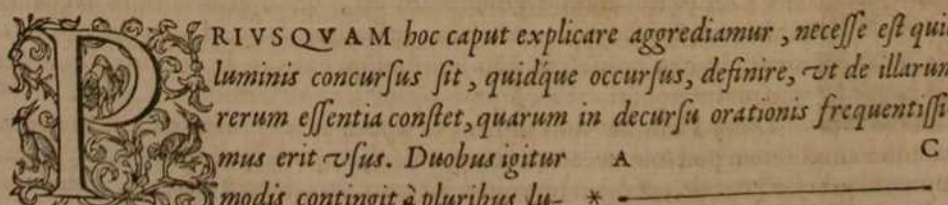
Rursus constat luminis actiuitatem nullo paruitatis termino limitari: quod si de paruitate intensionis intelligatur, dico nullum adeò exiguum lumen mente concipi posse, quin illo minus ad indiuiduum vsq; produci queat, per tritum illud axioma; *Quod potest maius, & id quod minus est in sua habet potestate.* Verùm nec hoc in præsenti tractamus. Siquidem in maiore lumine minores omnes partes intensionis, imò & indiuisibilia ipsa continentur, quæ proinde simul cum illo à luminoso corpore producuntur. Cumq; ea latitudo intensionis, quantulacumque ea sit, infinitas numero partes proportionales complectatur, alias aliis minores; perspicuum est nullum in his dari posse minimum. Igitur luminosi actiuitas nullo paruitatis termino definitur.

Asserimus autem hac propositione lumen non sub quocumque intensionis modulo posse suapte vi solitariè existere; sed aliquem esse paruitatis terminum, vltra quem progredi diuidendo non liceat citra interitum, quem proinde minimum naturalem non incongruè possumus appellare: si autem maiori lumini aliud minus adiungatur, quantumuis exiguum, nil vetat quin hoc illius ope queat sustentari, dummodò vtrumque simul minimum naturale saltem attingat. Est porrò hæc subsistendi imbecillitas non his modò qualitatibus, quæ maioris ac minoris diuersitatem admittunt, verùm etiam omnibus corporibus, quæ magnitudinem variant, communis. Vt enim hæc sine aliqua mole, sic illæ sine aliquo excellentiæ gradu sese ab interitu vindicare non possunt. vltra namque vires attenuatæ, in nihilum collapsæ pereunt, nullo contrario interimente; sed solius mensuræ defectu, quæ ad propriam cuiusque tutelam velut necessaria conditio, irrefragabili naturæ lege exposcitur. Et sanè nisi ita esset, omnis profusio luminis infinitè extenderetur, quòd nimirum proportionalia decrementa æqualibus fiant spatiis, vt propositione 8. apertiùs est explicatum.

DE LVMINVM CONCVRSV ET OCCVRSV.

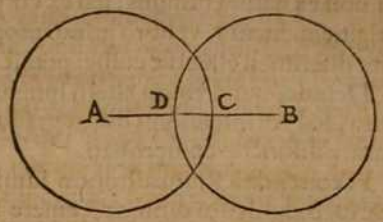
DEFINITIONES.

PRIVSQVAM *hoc caput explicare aggrediamur, necesse est quid luminis concursus sit, quidque occursus, definire, vt de illarum rerum essentia constet, quarum in decursu orationis frequentissimus erit vsus. Duobus igitur modis contingit à pluribus luminaribus idem medium illustrari. Vnus est, cùm ipsa luminosa prope se mutuò constituta iunctis viribus agunt, & velut partes vnius luminosi corporis suum quodque lumen ad eamdem partem vnà protendunt. Hic luminum concursus dicitur: vt si duæ lucernæ*



A *cernæ exponantur* A & B, *quæ ſimul ambæ verſus* C *&* D *lumen profundant, ſic vt* AC *&* BD *ſemidiametri ſint ſphærarum, quibus actio vtriuſque circumſcribitur, concurret vtriuſque lucernæ lumen, ſimulque eundo ſpatium inter* AC *&* BD *interceptum illuſtrabunt.*

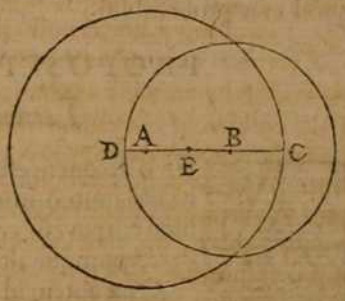
Alter eſt modus, cùm extra mutuas ſphæras actiuitatis abducta, aliquam tamen partem medij ſimul attingunt. Hic occurſus luminum vocatur, quòd ab oppoſitis terminis



B *profecta lumina in medio loco inter vtrumque luminoſum ſibi occurrant, mutuasque actiones inuadant: quemadmodum ſi alterum luminoſum ſit* A, *alterum* B, *extra mutuas ſphæras actiuitatis poſita, lumenque ex* A *profuſum occurrat lumini ex* B *in* D, *illudque inuadat penetretque ad* C *vſque, ac rurſus lumen ex* B *occurrat lumini ex* A *in* C, *illudque ad vſque* D *peruadat. Palàm profectò eſt ea lumi-*

C *na mutuò ſibi occurrere, eamdemque partem medij* DC *ſuo vnumquodque lumine perfundere. Sic ergo ſe habet luminum occurſus.*

Alius præterea quidam mixtus eſt modus, quo lumina partim vnà procedùt, partim ſibi mutuò obuiàm fiunt: cùm nimirum luminaria intra mutuas ſphæras conſtituta non mediocri



ſpatio ab inuicem diſtrahuntur, vt ſi vnum luminoſum A *ſphærâ virtutis definiatur, cuius ſemidiameter ſit* AC; *inque parte aliqua* AC *alterum luminoſum collocetur* B, *cuius ſphæra vltra* A *porrigatur in* D: *perſpicuum eſt lumina ex* A *&* B *vnà in* C *&* D *progredi, verſus medium autem* E *ſibi mutuò occurſare. Eſt igitur mixtus hic modus, atque ex occurſu concurſuque compoſitus. Quæ omnia priùs erant explicanda.*

PROPOSITIO XVI. THEOREMA.

E *Omnia lumina vnius ſunt ſpeciei atque eſſentiæ.*

QVM rerum eſſentiæ longè à ſenſibus noſtris reconditæ ſint, nec mens noſtra quidquam abſque ſenſuum adminiculo comprehendere queat, conſueuimus naturarum diſcrimina ex illis proprietatibus colligere, quas maximè proprias cuique rei eſſe videmus. Hæ namque quò eſſentiæ propinquiores ſunt, eò certius illius diſcrimen indicant. Quare ſi omnium luminum proprias affectiones expendamus, inueniemus profectò præcipuas omnes vniuerſis luminibus eſſe communes; diſtingui verò lumina iis dumtaxat accidentibus, quæ aliun-

F de, quàm ex natura luminis prouenire manifeſtè conſtat: quod ſingulorum enumeratione perſpicuum fiet.

Hoc in primis omnia lumina commune habent, quòd ſui ſint diffuſiua, idque non eo modo quo rerum ſimulachra, quæ ciendi obtutum vim habent; hæc enim non niſi luminis opitulatione, tamquam vehiculo ſubnixa deferuntur; ſed ſuapte ac propria facultate. Deinde eumdem omnia habent diffuſionis modum, nempe in ſphæræ ambitum, rectis item lineis, ac temporis puncto, decremento etiam vniformi, & abſque medij immutatione. Quæ omnia cùm ſint eſſentiæ luminis proxima, magna ſunt ſpecificæ vnitatis argumenta.

Nec dicere quiſquam poterit has generis eſſe notas, non verò ſpeciei infimæ. Nam ſi

generis ſunt, peto cui alteri ſpeciei, præter lumen, conueniant? Genus namque,& quæ A
generis ſunt propria,omnibus ſpeciebus communia eſſe oportet: ſi autem præter lumen
nulli alteri hæc ineſſe oſtendi poſſunt, ſanè non generis, ſed ſpeciei infimæ propriæ
erunt differentiæ.

Diſcrepant verò lumina primò ac præcipuè coloribus, qui in multis diuerſi ſpectantur, vt in prunis ignitis rubicundus; in ſulphurea flamma cæruleus; in accenſa ærugine viridis; in cincindelis argenteus ac nitens; in piſcibus & putri quercu pallidior. Verùm hi non ex natura luminis, ſed ex corporum, vnde lumina procidunt, innatis coloribus originem ducunt, vt libro primo propoſitione 35. docuimus. Quare nullum ex hoc capite diſcrimen eſſentiæ colligi poteſt. B

Deinde, quòd vnum altero longiùs agendo pertingat, cauſa eſt non eſſentię diuerſa ratio, ſed vel intenſionis diſpar gradus, vel inæqualitas molis, vnde etiam nulla poteſt naturę diſtinctio comprobari.

Prætereà cæleſtium aſtrorum lumina varios in his inferioribus effectus edunt, quos hoc loco ſigillatim omnes recenſere ſuperuacaneum foret, cùm plurimi illorum omnium oculis pateant. Igitur eſſentiâ differunt ipſa lumina, à quibus tam diſſimiles effectus proficiſcuntur. Reſpondeo vnà cum cæleſti lumine virtutes quaſdam in hæc ſublunaria deriuari, quas influentias Philoſophi nominant, plurimarum rerum occultiorum effectrices: at hæ luminis comites potiùs ſunt quàm adminiſtrę: ſunt enim cæleſtium corporum vicariæ formę, quibus in hæc inferiora longè diſſita (cùm id per ſe nequeant) vitam & actiuitatem infundunt. Non igitur hinc diſcrimen aliquod eſſentiæ luminibus infertur. C

Ex quibus omnibus liquidò patet lumina omnia vnius eſſe ſpeciei atque eſſentiæ, quod erat probandum.

PROPOSITIO XVII. THEOREMA.

Lumen lumini non obſiſtit.

ADEO frequens eſt ac patens ea experientia, quæ omnino conuincit lumina ſibi mutuò minimè obſiſtere, vt ne Empedocles quidem, tametſi lumen corpus eſſe contenderet, tamen lumina vi quadam ſe mutuò extrudere, vnumque alteri impedimento eſſe crediderit. D

Quæ autem id ſuadere videntur, hæc ferè ſunt. Primum, maiore lumine præſente minus non apparet; ceſſit igitur maioris deuictum potentia. Niſi enim profligatum eſſet, propriam ſui imaginem in oculos aſpectantium transfunderet, qua proinde videretur. At non videtur, vt manifeſta experientia conuincit; igitur efficacius lumen hebetiori obſiſtit.

Secundum eſt, ea potentia, qua corpus tranſparens minoris luminis eſt capax, à maiore lumine tota impletur: itaque maius lumen excludit minus, nec in eodem ſubiecto ſecum patitur. Nam quod in actu iam eſt, alium actum eiuſdem ſpeciei non requirit. E
Hunc ergo reſpuit, non ſecus atque vna albedo, quæ totam materiæ vacuitatem complet, appetentiamque exſatiat, aliam ſecum non admittit. Eodem igitur modo lumen maius, cùm totam potentiam ſatiet, qua minus lumen expetitur, ſuo aduentu illud extrudit, cumque ſedem in ſubiecto fixerit, minori lumini pertinaciter obſiſtit.

Verùm his, vti diximus, manifeſta experientia reclamat. Nemo enim non videt lumen luminis acceſſione in eodem ſubiecto augeri, illuſtriuſque fieri: hinc namque plurium luminarium inuentus eſt vſus, vt ſcilicet ampla vaſtaque loca, quibus vnum luminare ſatis non eſt, pluribus ſimul conſpirantibus affatim inclareſcant.

Deinde & ratio id ſuadet. pro cuius perceptione aduertendum eſt, tribus modis vnum ab altero poſſe excludi. Primus eſt, cùm vnum contrarium ab altero pugnâ victum, loco F
cedere, ac ſtationem relinquere cogitur: qui modus in ſolis pugnacibus qualitatibus locum habere poteſt, quas 1. Metamorph. hoc verſu complexus eſt Ouidius:

Frigida pugnabant calidis, humentia ſiccis.

non verò in luminibus, quæ probabili quidem ſententia vnius ſunt ſpeciei atque eſſentiæ. Cauſa verò expulſionis in illis quæ pugnantes habent actiones, eſt manifeſta victoria.

Alter modus eſt, cùm eiuſdem proximi generis qualitates ſe mutuò in gradu perfecto non compatiuntur, cuiuſmodi ſunt colores. neque enim hi ſpecie diſtincti atque intenſionis gradu perfecti ſimul in eodem ſubiecto pacificè cõmorari poſſunt. Sunt enim illis

A illis hominibus ſimiles, qui eodem contubernio, communiq́ue vtentes menſa, perpetuò rixantur; abſentes verò neceſſitudinis vinculum arctiſſimè retinent, ſummamque animi propenſionem & litteris & factis oſtendunt. Sed neque hic modus in luminibus exiſtere poteſt, cùm ea omnia eiuſdem ſpeciei atque eſſentiæ eſſe exiſtimemus, vt proximè antè oſtendimus. Cauſa porrò diſſidij in his eſt ſola ſubiecti conditio, non verò actio aliqua; tota ſiquidem materiæ potentia, qua colorum eſt capax, vno quocumque vel ſimplici perfecto, vel ex imperfectis miſto completur.

Tertius eſt modus, cùm propter inſitam quamdam craſſitudinem res quædam imperuiæ ſunt, ita vt nec ſe mutuò inuadere, nec in vnum eumdemq́ue locum ſimul con-
B uenire poſſint. Qui modus in ſolis corporibus cernitur: hæc enim præter quantitatem tum propriam ſubſtantiæ, tum externæ molis, aliam quamdam qualitatem habent, qua ſibi mutuò impedimento ſunt; hac autem ſublata, nullo obſiſtente ſe mutuò penetrant atque inuadunt. Hic etiam modus à luminibus alienus eſt, quandoquidem illa nec corpora ſunt, neque corporum ſubſidio, vt odores, deportantur.

Remotis igitur à natura luminis iis omnibus modis, quibus vnum alteri obluctari aut officere poteſt, palàm relinquitur lumen lumini non obſiſtere. Quod etiam inde confirmari poteſt, quòd lumen non modò corpus non ſit, verùm nec corporeum quidem aliquid: ſed longè ab omni corporea mole & craſſitudine remotum; ac proinde ſimile beatis illis mentibus, quæ liberrimè quocumque libuerit tranſcurrunt, nullo prorſus re-
C luctante; ita inquam lumen vniuerſam virtutis ſphæram momento temporis inuadit, & omnia quæ quidem tranſlucida ſunt, abſque noxa tum propria tum aliena permeat.

Ad argumenta igitur in contrarium propoſita, & ad primum reſpondetur, ad præſentiam maioris luminis, minus in ſpeciem obſcurari, non autem reipſa corrumpi. Illud quidem quî fiat paulò infrà propoſitione 19. dicemus: nunc autem negaſſe ſufficiat lumen minus vel ex parte deſtrui maiore aduentante. Quantulũ enim illud eſt, exile ac tenue, ſuum tamen maiori adiungit modulũ, & fœdere inito lumen pro rata adauget.

Ad ſecundum, negatur maius lumen exſatiare potentiam, qua materia minoris luminis eſt capax. Id enim ſolùm præſtat lumen maximum, quod natura medij ſuſtinere
D poteſt. Nam arca mille nummorum capax, ducentis impoſitis, quid ni alios centum admittere poterit? An ducenti capacitatem aliorum expleuere? Nequaquam: ſed illorum tantum, qui vt pars in ducentis comprehenduntur. at ſi mille iniiciantur, aliis centum non ſupererit locus, cùm tota vacuitas ſit expleta. Eodem inquam modo in aëre, qui ſolarem fulgorem, ac etiam maiorem ſuſcipere eſt aptus, non deerit locus ſtellarum lumini, tametſi in eo luna reſplendeat: ſiquidem vtrumque ſimul lumen in vnum coactum, ſolare lumen non adæquat. Idem prorſus in aliis qualitatibus quæ intenduntur ac remittuntur, videre licet. Quod enim calidum eſt, accedente calore alio, licet minore, incaleſcit magis; itemq́ue qualitates ceteræ, paruis licet acceſſionibus, augentur tamen, & ſuum quæque incrementum vt familiare ac naturæ conſentaneum, admittit & retinet.

E

PROPOSITIO XVIII. THEOREMA.

Diuerſa lumina per idem medium diſtincta penetrant.

EXPLICANDVM hoc loco ante omnia, quid ſit confundi lumina, quid item ea ſe mutuò diſtincta penetrare. ſic enim dilucidior erit quæſtionis reſolutio. Confundi ea dicuntur, quæ ita permiſcentur, vt vnumquodque mixtilium in minimas particulas diuidatur, partes autem diſtractæ mutua loca ſubeant. Sic vinũ aqua dilutum duobus conſtat pariter com-
F miſtis atque confuſis. Aqua enim itemq́ue & vinum in minimas particulas diſtrahuntur, quæ propriis relictis ſedibus, mutua loca ſubingrediuntur.

Non autem, quod quidam pertinaciſſimè aſtruunt, aut aqua fit vinum, aut vinum in aquam tranſmutatur, cùm ſemper liceat ex diluto id quod vini facultatem ac vim habet, ſubiecti caloris beneficio ſtillatitiis organis ſegregare, vt experientia compertum eſt. Deinde qua vi, amabo te, vinum aquam in ſe, aut aqua in ſe vinum conuertit? Vitis agnoſco proprietatem, quæ aquam ſuccumque terræ prolectum in vuam traducit, vnde poſtea fit vinum: at vinum iam expreſſum non magis poteſt aquam in ſuam naturam commutare, quàm emortuus arboris ramus alimentum capeſſere ac nutriri: nam vinum nec ſeminalem nec plantalem vim habet. Deinde ſi ceræ liquatæ olei portio

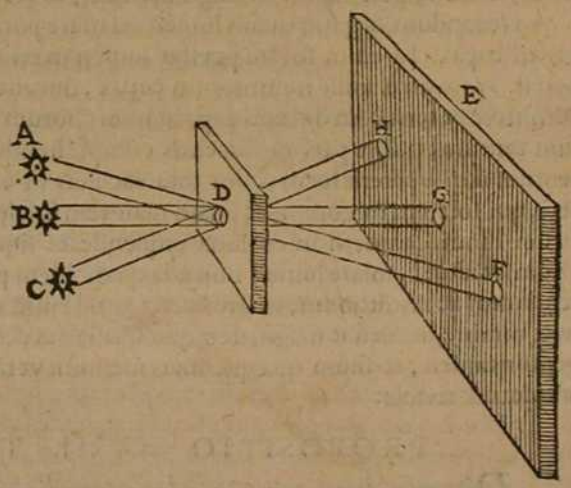
infundatur, fiétne cera? Non autumo. Et plumbum auro mixtum in aurum conuer- A
tetur? Credant illi, qui aquam in vinum mutari contendunt, & cellas diluto repleant,
arcaſque impuro auro.

Sed hac diſputatione prætermiſſa, propoſitam diſtinctionem repetamus. Ex dictis perſpicuum eſt tria poſtulari, vt mixtilia confundi dicantur. Primum eſt, vt in minimas partes vnumquodque diſſoluatur: alterum, vt partes ſingulæ, propriis relictis, mutua loca capeſſant: tertium, vt partes minimæ propriam naturam retineant: ſi enim vnum mixtilium in alterum, vel vtrumque in aliquod tertium permutetur, iam nullæ erunt res quæ permixtæ atque confuſæ dici poſſint, cùm præter illud vnum aliquod nihil ſit reliquum. Cùm autem mixtilium partitio adeò minuta eſt, vt nulla particula à toto re- B
ſecari poſſit, in quam non omnium mixtilium naturæ conueniant, tum homogeneum dicitur ipſum compoſitum.

Diſtinctè ſe mutuò penetrare ea dicuntur, quæ ſeruata totius ſubſtantiæ vnitate ac forma in vnum eumdemque locum conueniunt. Quemadmodum corpora beatorum poſt communem mortalium anaſtaſin, ſubtilitatis munere dotata, denſiſſima quæque corpora inuadent; tum verò nequaquam ea inter ſe confundentur, cùm vnumquodq; propriam vnitatem, formam, figuram, totamque integritatem ac perfectionem retineat. Sic diuerſi generis qualitates in idem ſæpe ſubiectum conueniunt, vt color & calor, quæ tum minimè permiſcentur, non enim partes à propriis ſedibus auulſæ, mutua loca, vt fors tulerit, nullo ordine, ac confuſo quodam modo arripiunt. C

His ita prænotatis, facile erit oſtendere diuerſa lumina per idem medium diſtincta penetrare, quod erat propoſitum. Atque in primis id ex eo probatur, quòd ſi tribus luminibus corpus vnicum opponatur, tres in oppoſitum vmbræ reſultent. Et ſi tribus lucernis obiiciatur tabula foramine pertuſa, tria lumina in oppoſitum reſiliant, aliud quidem in directũ, alia autem duo è tranſuerſo ſe inuicem interſecantia, neutiquã verò confuſa.

Veluti ſi tria exponantur corpora luminoſa A, B, & C, quæ lumen per foramen D in oppoſitam tabulam E transfundant. concurrent quidem omnia ſimul lumina in ore foraminis D; ita tamen vt nequaquam permiſceantur: ſed ſingula proprio tramite, ac recta linea pergant; ex A quidem in F; ex B verò in G; & ex C in H, non ſecùs atque angelici ſpiritus, dum in eumdem aliquem commuem locum conueniunt. Quare ſublato luminari A, ceſſat lumen F; & obducto B, tollitur ipſius lumen G; prohibito verò C, id quod in H fuerat lumen, abſque vlla reliquorum luminum noxa vel diminutione extinguitur. Si autem loco D poſitum fuerit corpus opacum, erit F vmbra luminaris A, & G vmbra corporis luminoſi B, & H vmbra corporis C. Igitur tria lumina, cùm in D conueniunt, nequaquam tumultuariè ac ſine ordine confunduntur: ſed vnumquodque propria integritate ſeruata, ſuam carpit viam, ac recto pergit tramite.



D

E

Accedunt huic experimento validiſſimæ rationes. Ac primò cùm rectis lineis ferantur lumina, impoſſibile eſt ea commiſceri: nam, vt commiſceantur, neceſſe eſt vt ſe mutuò inuadant, id autem fieri nequit, niſi à recto itinere deflectant: aliàs enim vnum- F
quodque ſuo loco remaneret, nec poſſet alterius ſedem occupare; quare nec permiſceri.

Deinde radij, qui à ſingulis partibus luminoſi corporis circumcircà proſiliunt, neutiquam permiſcentur: ſed diſtincti quiſque ſuum rectum iter tenent. Igitur nec lumina, quæ à diſtinctis luminaribus proueniunt, inter ſe commiſcentur: ſed vnumquodque propria pergit via, eò quò vis luminaris impellit. Eſt enim eadem vtriuſque effectus ratio: nam ita agunt duo luminaria diſtincta, quemadmodum duæ vnius luminaris partes: quod omnibus homogeniis commune eſt; nihil ſiquidem actionis intereſt, ſintne coniunctæ luminoſi corporis partes, an verò ſolutæ.

Præterea

A Prætereà cùm oſtenſum iam ſit propoſitione 17. lumen lumini non obſiſtere, quid obſecro cauſæ eſſe poteſt, cur lumen rectà tranſire minùs poſſit per medium iam illuſtratum, quàm per obſcurum? Sanè lumen antecedens obeſſe nequit, cùm id ſequenti non reſiſtat; ſed nec alia cauſa aſſignari poteſt: igitur quemadmodùm permiſſa corporum penetratione, duo corpora ſe mutuò illęſa ſubeunt, ſic lumen dum per aliud lumen fertur integrum penetrat, & id per quod tranſit inuiolatum relinquit.

Demum, quæ commiſcentur tempus exigunt quo in partes diſſoluantur, & hæ mutua loca arripiant: ex quo fit, vt ſub initium quo miſceri incipiunt, plus vnius in vnum locum confluat, quàm alterius: at tale quidpiam neque in luminibus neque in vmbris licet de-
B prehendere: igitur non permiſcentur lumina, ſed illibata per ſe mutuò tranſeunt.

Hinc etiam infertur, data luminum permiſtione non poſſe lumen ob alterius luminis occurſum momento temporis ad extremum ſphæræ actiuitatis peruenire: nam lumini in quod incidit, priùs miſceri debet, quàm vlteriùs progrediatur: at ea commiſtio tempus exigit, cùm non ſine loci mutatione fiat; itaque & luminis progreſſio tempus poſtulat quo abſoluatur: quod cùm abſurdum ſit, ingenuè fatendum diuerſa lumina per idem medium diſtincta penetrare.

Ad extremum duo diſſoluendi ſunt nodi. Qui lumina commiſceri exiſtimant, ſic argumentantur: In illo medio quo duo lumina pariter conueniunt, nullam licet partem aſſignare, in qua non ſit aliqua vtriuſque luminis portio; igitur ambo ſimul permiſta
C ſunt atque confuſa.

Secundò ſic ratiocinantur: Si diſtincta ſunt in eodem medio lumina, poterit hîc vnum, illic alterum deſignari; id autem fieri non poteſt, cùm nuſquam vnum ſit, vbi non ſit & alterum: nullo igitur modo ſunt diſtincta, ſed confuſa.

Ad primum, admiſſo antecedente neganda eſt conſequentia. Inde enim nil aliud ſequitur, quàm quòd vtrumque lumen in eodem ſit loco, ſicut duo angeli cùm ſe mutuò pertranſeunt, vel color & calor dum in eodem ſubiecto conueniunt.

Ad ſecundum, ſi hîc vnum lumen totum, illic totum alterum deſignari poſſet, diſtincta quidem eſſent ipſa lumina, ſed non concurrerent: agimus autem de luminum concurſu in eodem medio. Si verò hîc vnius luminis vna particula, illic vna alterius ſo-
D litaria exiſteret, iam confuſa eſſent ipſa lumina, & nequaquam diſtincta: itaque neganda aſſumptio eſt; nam ſi diſtincta in eodem loco exiſtant lumina, neceſſe eſt, vt vbi vnum, illic ſit & alterum.

PROPOSITIO XIX. THEOREMA.

Lumen maius offuſcat minus.

E IN *magnis Solis defectibus*, inquit Galenus libro 10. de partium vſu, *ſtellæ apparent, quod & ſuis temporibus accidiſſe Thucydides memorat. Sed & ex puteis profundis ſtellæ conſpiciuntur, præſertim quando ſol non eſt in meridie.* Hæc ille.

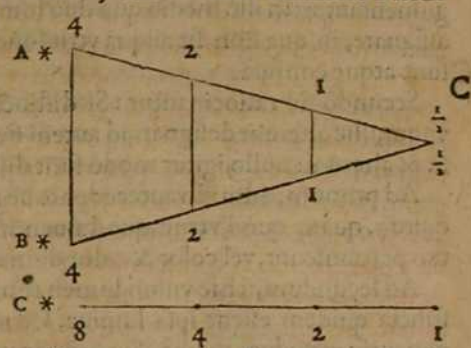
Tametſi his, ac prætereà quotidianis experimentis ſatis conſtet lumen minus à maiore obſcurari; cauſam tamen ob quam id contingat, reddere, ſubtilioris eſt inquiſitionis. Equidem eamdem eſſe huius effectus cauſam crediderim, ob quam oculus inſigni colore imbutus obſcuriores colores qui foris ſunt non dignoſcit; & cur ingens ſonus, vt puta tympanorum aut campanarum, humanam vocem abſorbeat; & cur compoſitorum mixtilia ex odore aut ſapore diſtingui nequeant, vno præ ceteris eminente; & cur maiore dolore membrum vnum laceſſente, minor dolor alterius partis vix per-
F cipiatur; & cur demum in ceteris omnibus minus à maiore obruatur: nempe excellentiore ſenſibili organum externi ſenſus complente, internus, qui communis dicitur, in illius tantummodò dignotionem incumbit, ſic vt præter hoc ſolum, à quo auelli nulla vi poteſt, nil aliud percipere valeat.

Alia quoque huius rei cauſa illa eſt, quòd excellentius lumen, non modò eam araneæ tunicæ ſeu ſentientis organi partem illuſtret, quæ radiis à luminoſo corpore in centrum viſus deſtinatis attingitur; verùm etiam vniuerſam araneam perfundat: quare ceteræ eius partes maiore lumine præoccupatæ minus lumen externum non vident: quod & ictericis vſu venire ſolet; hi ſiquidem flauos colores externos non dignoſcunt, flauabile illorum oculos occupante.

PROPOSITIO XX. THEOREMA.

Singula luminaria dum simul conspirant in qualibet parte medij, non maiorem nec minorem edunt effectum, quàm vnumquodque per se seorsum.

EXPONATVR luminosum corpus A vt 4. primò quidem solitariè agens, cuius actiuitatis semidiametrus in medietatum decrementa diuidatur: palàm igitur omnino est in proximo spatio lumen futurum vt 2. deinde vt 1. qui virtutis A * terminus est. Hæc ita se habere ex propositione 8. huius libri probari potest: ex ea namque constat lumina æqualibus spatiis proportionalia pati decrementa. Cùm itaque tota semidiametrus in tot spatia sit distributa, quot luminosum corpus A continet partes virtutis proportionales, perspicuum est, singulis spatiis vna medietate lumen decrescere, quousque demum in minimum naturale terminetur.



Sit iam idem luminare A quod vt 4. esse diximus, coniunctum luminoso B item vt 4. pariterq; ambo agant: dico in proximo spatio æqualem effectum ab A produci nunc, atque dum solitariè agebat.

Exponatur enim aliud quoddam luminare duobus A & B simul sumptis virtute æquale, nempe C vt 8: quis inficiabitur hoc luminare in proximum medium duplum lumen producere eius quod A per se solùm? cùm propositione 8. sit demonstratum, luminosum quò maius est, eò per æqualia spatia maiorem effectum edere; quod etiam ex primo lemmate conuinci potest. At duo luminaria A & B simul sumpta magnitudine æquant luminare C ex hypothesi: igitur per 3. lemma huius libri æqualia quoque huic sunt agendi potestate. Quare A & B dum simul agunt, lumen producunt singula in proximo medio suis viribus proportionatum, ac proinde nec maius nec minus quàm vnumquodque per se seorsum producere erat natum; quod propositum fuit demonstrare.

PROPOSITIO XXI. THEOREMA.

A pluribus simul luminaribus in eadem parte medij intensius lumen profluit, quàm à singulis.

HOC sanè ex præcedente propositione apertè conuincitur. Cùm enim ostensum ibi sit vnumquodque luminare in quauis parte medij, eumdem semper effectum edere, siue alteri adiungatur, siue per se seorsum agat; necesse est compositum effectum, effectu singulorum maiorem esse, velut totum sua parte. Accedit quoque omnium oculis testata experientia, quam inficiari est nefas. quis enim non videt vnius lucernæ lumen plurium accessione augescere, eamdemque partem medij reddere clariorem? Id sanè perspicuè videre licet cùm maiora triclinia pensilibus lychnuchis polymyxis illustrantur.

Sed dicet fortè aliquis, ex hac propositione sequi, vnumquodque luminosum posse efficere lumen suo gradu intensius. Cùm enim duo luminosa æqualia, puta ambo vt 8. simul concurrunt, datur locus vbi vnumquodque illorum efficit lumen vt 6, quod duplicatum fit æquale 12. at lumen vt 12. intensius esse luminoso vt 8. igitur si singula luminosa ad hunc effectum communem conueniunt, ipsa producunt effectum suo gradu intensionis, suisque viribus maiorem, quod longè à fide alienum est.

Hac difficultate exterriti Philosophi quidam de genere pauidorum, quos propria etiam vmbra percellit, in eam sententiam prolapsi sunt vt dicerent, lumina, quæ ab æqualibus luminaribus in eadem parte medij excitantur, mutua coniunctione non efficere lumen intensius: nec maius lumen aduentu minoris; sed solùm minus maioris accessione

A ceſſione intendi. Sic vnum fugientes ſcopulum, incauti in alium incurrunt. nam lumen in eadem parte ſubiecti augeſcere, quid aliud eſt, quàm intendi? neque minùs propriè dicitur maius lumen à minori intendi, quàm minus à maiore: cùm intendere ſit in eadem ſubiecti parte augere, & intendi idem quod augeri. Verùm non minùs propriè ac verè maius lumen augetur aduentu minoris, ac minus maioris acceſſione, licet non æqua vtrimque portione. Igitur non ſecùs lumen maius à minore, atque æquale ab æquali, ac contrà minus à maiore intendi poſſunt, cùm in eamdem partem medij ſimul confluxerint. Quid ni enim magnum lumen gradu vel minimo intendi poſſit, ſi nondum ad faſtigium peruenerit? Sanè quidquid medietatem latitudinis intenſionalis ex-
B cedit, reliquo eſt maius. Nullo igitur pacto ſupra mediocritatem lumen intendi poterit? Profectò id credere abſurdiſſimum eſt. Quocircà dicendum luminis acceſſione, cùm in eadem ſubiecti parte fit, ſemper lumen intendi.

Ad propoſitam verò obiectionem reſpondendū, intenſius illud lumen vt 12. in eadem parte medij non ab altero tantùm, ſed ab vtroq; ſimul luminari progigni, cumq; ſingula ſint vt 8. erit totalis effectrix cauſa vt 16, quæ lumē producit vt 12. Non igitur hîc oſtenditur luminare aliquod effectū edere propria facultate ſuperiorem ac dignitatis gradu.

Si dicas duo luminaria vt 8. cubitali magnitudine in vnum coniuncta, quantitatis beneficio duplum quidem efficere luminare ſecundùm molem, at non duplum, imò nec maius quidem ſecundùm intenſionem: vnum verò luminare bicubitale intenſum
C vt 8. non poſſe lumen edere intenſum vt 8, cùm nequeat effectum edere ſuæ intenſioni æqualem: igitur nec duo luminaria quorum ſingula ſint cubiti vnius, intenſa verò vt 8, poſſe collatis viribus producere lumen intenſum vt 8, cùm per 3. lemma ita agant plura luminaria per ſe ſingula, quemadmodum vnius partes proportionales; & ita ſimul plura, quemadmodum vnum aliquod omnibus ſimul ſumptis æquale.

Reſpondendum veriſſimum id quidem eſſe quod aſſumitur, videlicet duo luminaria æquè intenſa, ſi vniantur, efficere aliquid maius ſecundùm magnitudinem, at non ſecundùm intenſionem. Quantitas enim extrinſeca adiunctione augetur: at intenſio tum ſolùm, cùm in eadem ſubiecti parte fit acceſſio. Verùm id quoque pro comperto haberi debet, ſi duo illa luminaria per condenſationem in anguſtiorem molem redi-
D gantur, aut certè ſe mutuò penetrent, lumen tantò fore illuſtrius, quantò minùs ſubſtantia ipſa diſtenditur. Atqui eadem facultate pollent duo luminaria iuxta ſe poſita, atque eadem ſi in eumdem locum diuina potentia compingantur, aut in anguſtiorem molem per condenſationem redigantur. ſiquidem magnitudo poteſtatis ex abundantia formæ actiuæ æſtimatur per 1. lemma. Igitur vbi nihil de forma luminis detrahitur, nihilque ipſi accedit, eadem ſemper erit facultas agendi, quocumque tandem pacto materia diſponatur, dummodò tamen agens æquè ſemper ſubiecto patienti applicetur. Ex quo patet quid ad hanc replicam dicendum ſit; nimirum abſurdum non eſſe, lumen vt 12. à duobus luminaribus vt 8. procreari. Cùm namque illa in eumdem effectum ſimul incumbunt, æquiualent agendi facultate vni luminoſo, quod dimidio quidem ſit mi-
E nus, at duplo intenſius. Quod enim hîc præſtat excellentia luminis, hoc illic confert radiorum multitudo in eamdem partem medij confluentium. Sic radiis ſolis à ſpeculo concauo in vnum aliquod punctum repercuſſis, nitidiſſimum lumen excitatur, adeoque exquiſitum, vt etiam ignem ſuſcitare, & admotum plumbum colliquare valeat. Hinc verò non rectè colligitur, effectum produci nobiliorem cauſa, cùm omnia ſimul luminaria vnum luminare exæquent, quod minus quidem ſit magnitudine, at intenſius: ſi nimirum hoc vnum, & illa multa parem habeant luminis prouentum. Nihil enim ad actionem intereſt, ſintne luminaria iuxta ſe poſita, an vnita, an in eodem ſimul loco conſtituta; quippe vis actiua non ex corporis ſitu, ſed ex vbertate formæ penſanda eſt, quæ omnia ex 1. lemmate ſunt manifeſta.

F

PROPOSITIO XXII. THEOREMA.

Singula luminoſa iunctis viribus longiùs agunt, quàm diſiuncta.

HÆC propoſitio ex vigeſima & octaua huius libri facilem habet demonſtrationem. Cùm enim per vigeſimam propoſitionem huius libri ſingula luminoſa dum ſimul conſpirant, eumdem effectum in ſingulis partibus medij proferant, quem vnumquodque per ſe ſeorſum; fit, vt vbi ceſſat actio vnius ſolius, ibi adhuc lumen aliquod ſuperſit communi actione productum, quod proinde vlteriùs extendi poteſt. Igitur coniunctorum

lumen longiùs profertur, quàm diſiunctorum; quod erat probandum. A

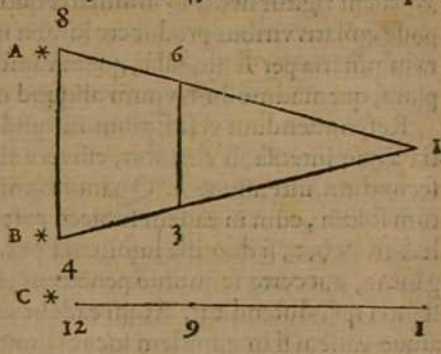
Deinde, cùm per 3. lemma plura luminaria dum ſimul in eumdem effectum incumbunt, eam inter ſe virtutis rationem habeant, quam partes vnius luminaris proportionatæ; finge animo tertium luminare aliquod duobus propoſitis ſimul ſumptis virtute æquale, quod in eam rationem diuidatur, quam habet vnum datorum ad alterũ. Exempli cauſa, ſint duo luminaria, vnum vt 4. alterum vt 8. ſitq; tertium animo conceptum duobus iam datis æquale, nempe vt 12. quod in duas diuidatur partes, nimirum in 4. & 8. quæ eamdem inter ſe rationem habeant, quam primum & ſecundum. Quoniam igitur hoc tertium luminare 12. maius eſt qualibet ſua parte per tritum axioma, longiùs quoq; actionem ſuam diffundet, quàm ſeorſum quælibet ipſius pars per 11. propoſitionem li- B
bri huius: at per 3. lemma primum ac ſecundum luminare ſimul virtute reſpondent luminari tertio: ſeiuncta verò luminare primum & ſecundum tertij partibus æquipollent. Igitur manifeſtè ſequitur primum ac ſecundum ſimul longius agere, quàm alterum per ſe ſeorſum; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XXIII. THEOREMA.

Vnumquodque luminare communi actione in eadem parte medij effectum producit ſuæ magnitudini proportionatum.

C

EXPONANTVR duo luminaria A & B, hoc vt 4, illud verò vt 8. quæ ſimul agendo lumen producant ad 1: dico, quandoquidem luminare A luminaris B duplum eſt, vbi A inducit lumen vt 6, illic B proferre lumen vt 3, nempe dimidium luminis 6. Et quemadmodum 6. ſe habet ad A vt 8; ita ſe habere 3. ad B vt 4. Rurſus 6 & 3 in vnum compoſita, hoc eſt 9, eamdem proportionem habere ad luminare C, ex vtroque A & B compoſitum per 18. quinti Euclidis, quam habent 6 ad A, vel 3 ad B.



Huius porrò analogiæ cauſa eſt vniformitas tum ſubiecti, tum luminis, quæ in homogeneis corporibus reperitur. In his namque cùm per primum lemma qualitas ſit vniformiter diffuſa, & virtus ſequatur vniformitatem qualitatis actiuæ, effectus autem proportione reſpondeat virtuti, neceſſe eſt, vt quemadmodum ſe habet magnitudo vnius corporis ad alterius corporis molem, ita ſe habeat lumen ad lumen, ac eodem modo virtus ad virtutem, ſic denique & effectus ad effectum.

Si itaque luminaris A effectus 6 ſubſeſquitertius eſt, erit & luminaris B effectus 3 ſub- E
ſeſquitertius: itemque & luminaris compoſiti C effectus 9 compoſitus totius 12 erit ſubſeſquitertius. Quocirca vnumquodque luminare, cùm plura ſimul agunt, in eadem parte medij, effectum edit ſuæ magnitudini proportionatum; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XXIV. THEOREMA.

Duo luminoſa non tantò longiùs ſimul agunt, quantò vtrumque compoſitum altero tantùm eſt maius.

F

EXISTIMABIT fortaſſe non nemo, coniunctorum luminarium actiones tanto ampliori interuallo diſtendi, quanto vtrumque ſimul alterum excedit; idque eam ob cauſam, quòd vnumquodque luminare, quantò maioris eſt virtutis, tantò intenſius lumen progignit. Siquidem in homogeneis corporibus effectus ſemper virtuti reſpondet. At quantò intenſius eſt productum lumen, tantò longiùs propagatur: igitur quantò virtus luminaris eſt maior, tantò longiùs profert actionem.

Verumenimuerò per 3. lemma duo luminaria ſimul agentia, eam quidem rationem virtutis habent ad alterum tantùm, quam vnum luminare æquale vtrique ad ſuam

partem

A partem proportionatam: sed hoc vnum luminare non tantò agit longiùs, quantò ipsum maius est sua parte per 11. huius. Itaque & duo luminaria simul agentia non tantò longiùs protendunt lumen, quantò vtrumque simul sumptum altero tantùm est maius.

Ratio verò huius rei ea est, quòd non eadem sit spatiorum atque defectionum proportio. Siquidem lumen per æqualia spatia proportionalia subit decrementa; non verò proportionalia decrementa per spatia proportionalia, aut per æqualia spatia decrementa æqualia. hoc enim si fieret, sane consequens esset, vt tantò longiùs actio produceretur, quantò luminare esset efficacius: nam spatia virtutibus respondere necesse esset. Nunc verò cùm non ita se res habeat, sed oporteat proportionales causas proportionatos sibi
B effectus ad æqualia interualla transmittere, aut certè æquales effectus spatijs edere proportionalibus; sequitur non eamdem esse spatiorum & defectionum comparationem.

Quare si æqualis virtutis sint duo luminosa, non statim duplo longiùs simul agunt, quàm disiuncta, quamuis in vnum composita duplam rationem habeant singulorum. Si item inæqualia fuerint agendi facultate, non ita se habebit spatium, quo duo simul agũt ad spatium alterius solius, quemadmodum vtrumque simul sumptum ad alterum tantùm: veluti si vnum fuerit alterius duplum, non confestim sequitur fore vtriusque simul spatium alterius triplum, cùm proportio quæ in virtutibus effectisque cernitur, non item in spatijs eadem reperiatur.

C

PROPOSITIO XXV. THEOREMA.

Cùm duo luminosa vnà agunt, vtriusq; actio ad extremitatem sphæræ communis actiuitatis attingit.

PROPOSITIONE 12. huius libri ostensum est singulas vnius luminosi partes ad extremum vsq; sphæræ actiuitatis lumen protendere. Cùm ergo per 3. lemma ita se habeant plura luminaria dum simul agunt ad singula seorsum per se agentia, quemadmodum vnum luminosum ad suas partes; manifestè sequitur cùm plura luminosa simul agunt, lumenque ad
D aliquod spatium exerunt, singulorum actionem eôdem pertinere, quò vtriusque simul agentis actio porrigitur.

Hinc fit, vt nulla sit pars medij circumfusi, cùm à pluribus simul luminaribus illustratur, in qua non existat portio aliqua luminis singulorum: quemadmodum per 12. huius omnes partes sphæræ actiuitatis vnius luminosi singularum partium lumen participant. Quam verò ob causam id fiat, eadem propositione 12. est explicatum.

Obijciet aliquis duo ex hac positione absurda sequi, vtpote à sensu ac ratione prorsus aliena: ac primum illud, lucernæ flammulam, si iuxta corpus solare constituatur, longiùs lumen proferre, quàm modò solares radij porrigantur. Alterum, minimæ candelulæ lumen ex hac infima orbis regione ad summa vsque sidera per illustratum aërem
E euehi, ibique occursu nitidissimorum siderum, ac solis præsertim, aliquam facere luminis accessionem.

At mira hæc videri nullo pacto debent. Quantumuis enim exiguum sit spatiolum illud, quo solares radij lucernæ adiunctione longiùs prouehuntur; est tamen illud adeò magnum, vt infinitè diuidi possit, & ei æqualia certo numero repetita totam diametrum actiuitatis solis exæquent. sic portiuncula illa luminis, quæ lucernâ in terris positâ solari fulgori in supremo cælo accrescit, licet exigua reipsa sit; est tamen tanta, vt æquales ipsi numero infinitæ, magnitudine efficere possint infinitam. Non itaque absurdum, si hoc spatiolo, hacque luminis portiuncula, solis sphæra lumenque pro rata augeantur.

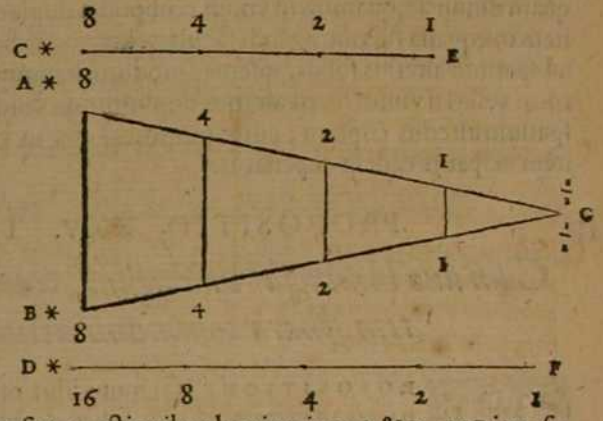
Deinde si fieri posse concedis, vt in ipso solari lumine exiguum aliquem gradum ani-
F mo concipere liceat, illi, quem lucernæ flammula subministrat, æqualem; fateri quoque necesse est, posse hunc gradum è præsentia per cogitationem dimoueri: quod si factum iam sit, numquid imminutum erit solare lumen? At decremento minimo. Esto. Licet verò minimum illud sit, an ideò imminutum esse lumen solis inficiabere? Absit: igitur auctum istud concede, quantumuis exigui luminis appulsu: sic & auctum actiuitatis spatium exigui licet moduli accessione. Haud absimile exemplum habemus in quantitatis augmento: Si enim aquæ gutta oceano infundatur, quis neget auctam esse infinitam propemodum aquarum congeriem quę terris incumbit? sic ergo lumen maximum minimi etiam luminis accessione augetur.

PRO-

PROPOSITIO XXVI. PROBLEMA. A

Propositum sit concurrentium luminum vniforme decrementum numeris explicare.

QVÆ hactenus sigillatim de concurrentium luminum actione, propagatione, & vniformi decremento tradita sunt, ea nunc summatim in vnum sunt colligenda, ac numeris enucleatè explicanda. Qua in re duorum potissimum habenda est ratio, distantiæ scilicet & virtutis. Excellentiora namque remissioribus, & maiora minoribus, & coniuncta solitariis longiùs efficaciusque agunt. B



Sint itaque primo loco exposita duo luminosa æqualia, hoc est pari virtute prædita (nil verò interest, an ea virtus ex magnitudine corporum, an autem ex fulgoris excellentia proueniat.) sint inquam duo æqualia luminosa, vnum A vt 8, alterum B item vt 8, quæ collatis viribus agant vsque in G totius actiuitatis terminum; sit rursus C E alterius actio separata, repræsentans semidiametrum actiuitatis luminosi A vel B solitariè ac seorsum agentis: demum sit D F actio composita ex actionibus luminarium A & B, non iam solitariè, sed coniunctè agentium per semidiametros A G & B G. Postuletur verò, vt minimum naturale in quod diffusio luminis terminatur vnitate æstimare liceat, & vt decrementa per medietates assignari iubeantur. Nam exempli potiùs gratia hæc omnia à nobis dicuntur, quàm vt rem ipsam oculis spectandam proponamus: id enim cùm præstari D nequeat, rem obscuram si non omnino propriis, saltem non impropriis terminis explicare conabimur, quantum ratione & experimentis assequi potuimus, ad eum modum quo pictores in angusta tabella res maximas repræsentare nitùtur. Esto igitur minimum luminis naturale 1, decrementa verò per medietates incedant: nam eadem erit in ceteris ratio: itaque actio luminaris A solitariè agentis per æqualia spatia his numeris proportionalibus minuetur 8. 4. 2. 1. in quos spatium C E diuiditur: coniunctis autem cum B viribus, idem luminare A his numeris actionem promouebit 8. 4. 2. 1. $\frac{1}{2}$. Vbi hoc aduertendum, lumen vt $\frac{1}{2}$, quamuis subsistere suapte vi nequeat, fulciatur tamen illius dimidij ope, quod à B in eamdem partem medij excitatur. Cùm enim ambo dimidia in vnum coalescunt, efficiunt lumen vt 1, minimum scilicet naturale in quod vtriusque E A & B coniuncta actio definitur. Habet autem communis hæc vtriusque agentis actio compositos hos numeros 16. 8. 4. 2. 1. vt in D F patet. Atque ita se habet æqualium luminum per æqualia spatia profusio.

Hîc primùm apparet luminare C, quod pro altero datorum A vel B repositum fuit, ad finem vsque suæ sphæræ, cuius semidiametrus est C E æqualibus spatiis proportionalibus gradibus decrescere, quousque tandem ad E in minimum naturale desinat; quod propositione 8. fusiùs est explicatum.

Deinde quoniam luminaria A & B in vnum composita faciunt 16 duplum singulorũ, fit vt spatium D F, quo communis actio vtriusque A & B extenditur, maius quidem sit F spatio C E, quo alterius tantùm actio terminatur per 22. propositionem huius libri: at non duplum per 24. huius.

Tum patet non tantùm communem actionẽ per spatium D F diffusam; verùm etiam particularem tum solius A, tum solius B, per spatia A G & B G proportionalibus defectionibus minui per 8. & 20. propositionem huius libri.

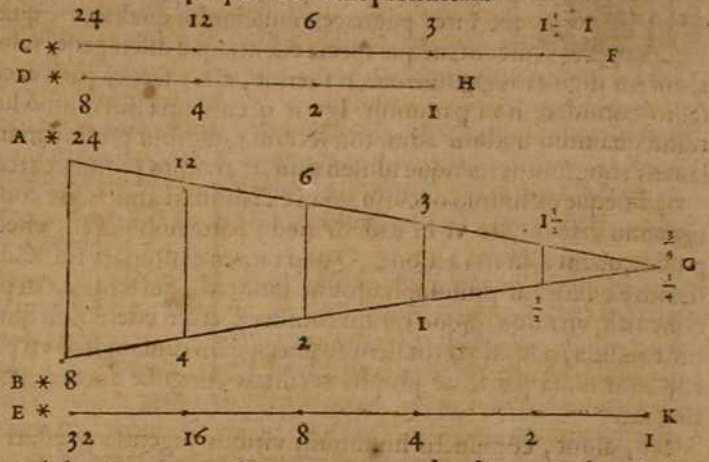
Præterea cùm luminare D compositum scilicet ex A & B, duplum sit singulorum, perspicuum est in eodem medio, vt puta proximo, compositum lumen 8 duplum esse singulorum 4, & interuallo sequente lumen 4 duplum esse luminum 2. atque eo modo deinceps, vt propositione 23. est demonstratum.

Insu-

A Insuper vides hîc etiam singulorum actiones, dum simul conueniunt, ad extremum vsque sphæræ actiuitatis pertinere: atque ita singulos effectus longiùs prouehi, dum causæ conueniunt, quàm dum separatæ agunt, vt propositio 25. edocet.

Demum hoc quoque animaduertere licet, vnumquodque luminare, dum ambo simul agunt, non maiorem effectum in singulis partibus medij edere, quàm si seorsum singula propria agant facultate. nam vbi luminare C producit 4, illic A & B singula proferunt 4; & hæc eadem A scilicet & B coniuncta, singula duos gradus luminis edunt, vbi C item duos; & vbi C minimum naturale, hîc A & B singula eumdem gradum minimum producunt; quæ omnia diffusiùs propos. 20. sunt pertractata.

B Nunc si inæqualia proponantur luminaria A & B simul agentia vsque ad G, A quidem maius vt 24, B verò minus vt 8, eodem modo se habebit numerorũ dispositio, quo suprà. Primò enim singulorum per se actiones exponentur C & D per spatia æqualia proportionaliter diffusę, ita vt crepręsentet luminare A vt 24, D verò luminare B vt 8, quorum proinde actiones in singulis interuallis proportionem inter se habebunt, quam 24 ad 8, hoc est triplam. Rursus adfingatur his luminare E ex vtroque A & B conflatum nempe vt 32, cuius item actio in singulis spatiis sit ex vtroque composita. Obserua insuper ad finem actiuitatis luminosi C inter $1\frac{1}{2}$, & 1 non integrum spatium constitui. Cùm enim minimo naturali, quod 1 D esse diximus, lumen terminetur, sit autem 1 amplius quàm dimidium ipsius $1\frac{1}{2}$ manifestum est non posse inter $1\frac{1}{2}$ & 1 integrum spatium intercedere: nam integro spatio præcedens lumen dimidio minuitur; at sub $\frac{1}{2}$ quod dimidium est ipsius $1\frac{1}{2}$ lumen subsistere per se non potest: igitur ab $1\frac{1}{2}$ ad 1 minus quàm integrum spatium sit necesse est.



Porrò vt singulorum A & B lumen, quod in commune conferunt, numeris exprimatur, eâdem qua antè opus est praxi. Quoniam enim minimum naturale, seu terminus vniformiter decrescentis luminis concessus est 1, & decrementa per medietates produci iubentur, dato primo spatio ad quod luminare A sui profundit dimidium, nempe 12, in secundo spatio constituatur huius dimidium 6, tum sequente spatio 3, prioris item dimidium, posteà $1\frac{1}{2}$, ac demum $\frac{1}{2}$. Eodem verò modo inuenietur vniforme decremen- E tum luminis ex B profusi; si nimirum continuata serie in proximo semper spatio præcedentis luminis dimidium collocetur, vsque ad vnum quadrantem, qui cum $\frac{1}{4}$, quos luminare A in eamdem partem medij contulit, efficit 1, minimum scilicet naturale, totiusque compositi luminis terminum.

Hoc itaque pactò se habent lumina à duobus inæqualibus luminaribus profusa, collatis in vnum viribus. Quo autem modo se habeant in solitaria actione, indicant C F & D H. Eademq; ratio numerorũ obseruanda est, cùm plura quàm duo simul concurrunt. tam diu enim singulorũ actiones vltra fines proprię facultatis procedẽt, quoad omnium effectus in vnum collati minimum æquent naturale: hîc enim iubet natura quiescere.

In hac porrò numerorum constitutione omnes degenerantis luminis proprietates ac F differentias contemplari licet; quas paulò antè in æqualibus luminaribus retulimus exposuimusque. Quare quod reliquum est huius propositi, Lectoris prudentiæ ingenioque committimus.

De concursu luminum tantum: nunc de eorum occursu, quod reliquum est huius capitis, prosequamur. Est porrò in luminum occursu idem vniuersè obseruandum quod in luminum concursu, totam scilicet luminum occurrentium intensionem ex singulorum effectibus componi: nec enim aliter agunt seorsum singula, aliter omnium viribus in vnum collatis.

PRO-

PROPOSITIO XXVII. THEOREMA.

Luminum actiones ex mutuo occursu nec segniores redduntur, nec vegetiores.

PRIOR huius propositionis pars ex 17. huius libri prop. manifestè conuincitur. Siquidem nullo pacto sibi mutuò lumina obsistunt: non enim corpora sunt, vti contendebat Empedocles, quæ se mutuò protrudunt; neque inter pugnaces numerantur qualitates, quæ perpetuò sibi bellum indicunt; neque specie essentiaque discrepant, velut colores, qui cùm ad altiorem dignitatis gradum euecti fuerint, alios secum paris excellentiæ in eodem subsellio considere non patiuntur. Igitur occursantia sibi mutuò lumina liberrimè penetrant, quamdiu nullum adiopton rectam radiorum profluentiam suo obiectu interpellauerit: hoc solùm namque lumen sistit, ac transitu prohibet arcetque.

Sed neque ex mutuo occursu, quasi ex familiari amicoque congressu, luminum actiones conualescunt, sic vt in eadem medij parte nobiliorem effectum excitare eo modo possint, quàm solitaria actione. Quod tamen existimare forsitan quispiam posset, præsertim ex illorum philosophantium numero, qui sentiunt in particularium causarum concursu, vnamquamque earum totum effectum edere, non quidem, vt vulgò loquuntur, totaliter, hoc est vti totalem ac præcipuam causam; sed vti partialem, cum tantum effectum nulla per se ac propria facultate, singulæ autem aliarum præsidio nixæ attingant.

Sic, aiunt, coniunctis hominum viribus ingentia præstari molimina, quæ nullus eorum per se vmquam inchoare potuisset. Et nisi vniuscuiusque vis ad totum effectum pertineat, distinctæ erunt effectus partes, quarum singulæ à singulis particularibus causis proficiscantur: at nihil in effectu signari potest, quod ita ab hac vel illa sit causa, vt non omnium vim efficaciamque persentiat: igitur totus effectus à singulis existit causis. Quod cùm ita sit, consequens est, vt validior sit vnaquæque illarum ex reliquarum societate, quàm per se sola; quippe quæ sola parum, aut nihil potest; ceteris adiuncta totum effectum præstat.

Verùm dicimus fieri omnino non posse, vt luminum facultates ex mutuo occursu valentiores euadant. Nam agentia naturalia, in quorum tribu lumina censentur, maximum semper, quem possunt, effectum moliuntur, efficaci siquidem necessitate naturæ, ceu fato quodam, ac superiore potentia ad agendum compelluntur, cui nec obsistere vllo modo possunt, nec facere satis, nisi quidquid nactæ sunt virium, id totum expromant. Deinde ignobilius lumen nequit producere aliud se excellentius, cùm nihil possit alteri conferre, quod in sua non habet potestate; id autem fieri omnino oporteret, si luminum vires, ex mutuo occursu aliorumque consortio fierent efficaciores. Hoc igitur fieri non potest; quod erat ostendendum.

Ad primum verò argumentum eorum, qui vnamquamque particularium causarum totum effectum attingere sentiunt, respondendum, cum plures homines ingentes simul agitant machinas, ex omnium conatibus in vnum collatis vnam conflari virtutem, vniuscuiusque hominis facultate maiorem, quæ illum effectum, vt adæquata effectrix causa præstat. Nil igitur mirum videri debet, si quod vnus per se non potest, id simul omnes perficiant, cùm vis illa ex omnium viribus conflata effectui sit symmetra atque accommodata. Ex quo proinde colligere nullo modo licet, totum effectum à singulis excitari, aut singularum causarum vires accrescere ex aliarum consortio: siquidem singulæ causæ vti partem virtutis in commune conferunt, ita proportionatam partem effectus edunt, quæ pro rata ipsis respondet.

Ad alterum dicendum, tametsi distingui sensu nequeant particulares effectus qui à singulis agentibus proueniunt, posse tamen eos & mente distingui, & à se mutuò re ipsa separari. Vt si duo luminaria distinctis locis exposita, in eamdem partem medij lumen profundant: dico hoc lumen ex duobus luminibus constare, minimè inter se permistis atque confusis, vt propositione 18. est demonstratum: mente autem ea exactè distinguuntur, cùm vnum illud esse intelligitur, quod rectâ lineâ ab hoc luminari porrigitur; alterum verò, quod ab altero luminari rectâ item procidit lineâ. Quæ enim diuersis radiis perferuntur, ea diuersa sunt lumina. Igitur quod ab vnoquoque luminari in eamdem

A dem partem medij consignatur, mente distingui in hunc modum potest. Sed & reipsa separari queunt. Quod enim sublato altero luminari iam minus est in eadem illa parte medij quàm anteà, hoc non à superstite, sed à sublato luminari productum esse oportuit: nam persistente causa luminosa lumen sponte non interit, eâ autem sublatâ protinus extinguitur.

PROPOSITIO XXVIII. THEOREMA.

B *Lumen alteri occurrens lumini in quacunque parte medij, nec maiorem nec minorem effectum edit, quàm per se queat solitaria actione.*

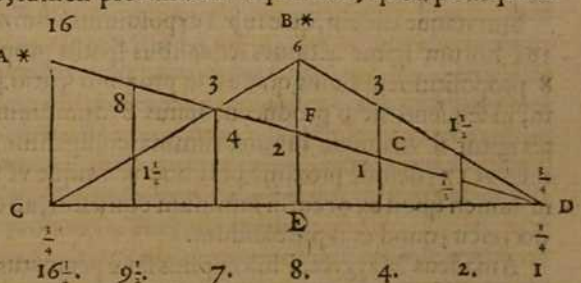
PERSPICVE id colligi potest ex superiore propositione. Si enim luminis virtus ex alterius occursu nec segnior, nec vegetior redditur; nil accidit ex occursu alterius luminis, quo effectus nobilior aut ignobilior procreetur: minorem verò effectum ex agentis ignauia, vti maiorem ex vigore prouenire oportet.

Hoc tamen diffitendum non est, in singulis partibus medij quibus lumina sibi obC uiàm fiunt, insigniorem splendorem affulgere, quàm ex vnius solius actione: siquidem per 17. propositionem huius lumina sibi mutuò impedimento non sunt. Igitur vnum alteri quoquo modo adiunctum, siue per concursum, siue per occursum, in eadem parte medij lumen adauget intenditque; quod & experientia edocet. Videmus enim altero luminarium sublato splendorem imminui; augescere verò, ac magis conspicuum fieri, ex plurium occursu, quippe nil præter opacum corpus luminibus officere potest.

PROPOSITIO XXIX. THEOREMA.

Lumen alteri occurrens lumini longiùs prouehitur.

D ESTO luminare A vt 16, lumen profundens vsque in C, quod per æqualia spatia proportionalibus minuatur decrementis secũdùm hos numeros 8, 4, 2, 1: exponatur & aliud luminare B, vt 6, ab A disiunctum interuallo AB, cuius lumen per æqualia item spatia proportionalibus decrementis effusum, hinc lumini



E ex A occurrat, illinc in oppositam partem abscedens cum eodem lumine ex A concurrat vsque in D: dico lumen ex A procidens occurrente ipsi lumine ex B longiùs prouehi, quàm in solitaria actione. Quoniam enim extremus terminus solitariæ actionis, qua luminare A lumen porrigit, est C, vbi minimus naturæ terminus procreatur; eodem autem loci luminare B excitat lumen vt 3, quæ simul iuncta efficiunt 4; perspicuum est hoc lumen vt 4, posse in proximo spatio edere lumen vt 2: quod nimirum proximè sequitur in continuæ rationis progressione, compositum ex effectu luminaris A, qui est vt ¼. & effectu luminaris C, qui est vt 1¼. Eodem verò pacto hoc duorum graduum lumen in sequente deinceps spatio luF men vt vnum procreabit, compositum scilicet ex ¼. luminaris B, & ¾ luminaris A; quod cùm sit minimum naturale, hìc finis erit coniunctæ actionis, vltimusque terminus ad quem vtrumque luminare A & B, dum simul conspirant, attingere possunt per 15. propositionem libri huius: at longius est spatium AD quàm AC, nempe totum sua parte: igitur lumen alteri occurrens lumini longiùs prouehitur; quod erat demonstrandum.

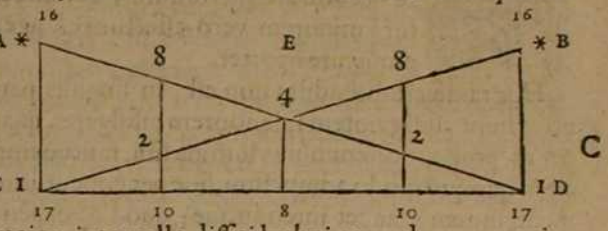
Hæc quamuis in particulari rectè demonstrata esse videantur; possunt tamen & vniuersè probari eadem ratione, qua superiùs propositione 22. simile in concursu luminum ostendimus. Concipe igitur animo tertium quoddam luminare E vt 8, vtrique scilicet B & F simul sumptis æquale, idque in eam rationem secetur, quam habet B ad F, hoc est 6 ad 2: quoniam igitur lumen 8 maius est alterutra sua parte 6, & 2 longiùs quo-

que actionem producet per 11. propositionem libri huius: at per 3. lemma eodem modo agunt distincta luminaria B & F, vt alterius cuiuspiam æqualis luminaris partes proportionatæ: igitur longiùs actionem diffundit luminare E, quàm alterum propositorum B aut F: sed luminare A coniunctis viribus cum luminari B eodem modo spatium B D illuminat, quemadmodum tertium luminare E: igitur & luminis ex A profusio occurrente luminari B longiùs prouehitur, quàm solitaria actione; quod rursus demonstrandum erat. A

PROPOSITIO XXX. THEOREMA.

Duobus luminaribus interuallo disiunctis, quod inter vtrumque diffusum est lumen, ab extremis ad medium vsque perpetuò decrescit. B

SINT duo luminaria A & B, interuallo ab inuicem disiuncta: inter quæ dico profusum lumẽ, quod ab vtriusque simul actione conflatur, ad medium vsque spatium E continuò decrescere. Quod in primis manifesta docet experientia. Videmus quippe in maioribus tricliniis, cùm maiore interuallo diffiti lychni accenduntur, propinquiores mensarum partes impensiùs illustrari; illas verò omnium minimè, quæ propiùs medium accedunt, vtpote quæ non æquè ac priores lumen participant. Verùm quia ad hunc effectum conducit etiam certus quidam radiorum illapsus, quo ij qui longiùs prouehuntur obliquioribus angulis in planas mensarum superficies incidunt, quàm propinquiores; ostendendum est non solùm radiorum incidentiam illius inæqualitatis effectricem esse, verùm lumen quoque inæqualiter per medium diffusum in partem huius causæ venire: quod factu haud erit difficile ex iis quæ hactenus sunt demonstrata. C D



Sint itaque eadem, quæ suprà exposuimus, luminaria A & B, ambo, gratia exempli, vt 16: horum igitur actiones æqualibus spatiis proportionalia subibunt decrementa per 8. propositionem huius; quare si in proximo spatio producant 8, dimidium nempe ipsius 16, in sequenti item producent ipsius 8 dimidium, videlicet 4, tum 2, denique 1. Patet igitur si vtriusque luminis summæ colligantur, in vtraque extremitate futurum lumen vt 17; deinde proximè post hoc vtrimque vt 10; ac tandem in medio, vt 8. Quare lumen quod ex occursu luminum conflatur, ab extremis ad medium vsque continuò decrescit; quod erat probandum.

Amadeus Maygret, Philosophus sanè peracutus, ex fratrum Prædicatorũ familia, in lib. 1. De generat. & corrup. quæst. 2. art. 3. cùm multa pronuntiasset de luminis profusione, partim proprias sententias confirmando, partim diluendo aliorum obiecta, tandem consequens ex propriis dictis esse animaduertit, in occursu luminum debere totum spatium intermedium æqualiter illustrari aduersus manifestam experientiam. Quamobrem vt sibi effugium compararet, hanc sumpsit auxiliarem thesin: Luminosum aduenies medio iam illuminato, non causare tam intensum lumen in eo, quàm produceret si medium non foret aliunde illustratum. Eam verò non aliter probat, quàm ex illo ipso incommodo quod obiiciebatur, scilicet fore alioquin vt in occursu luminum totum spatium interiectum æquali lumine perfunderetur. Ex hac porrò thesi ostendere conatur, quamuis vnumquodque luminare natum sit solitaria actione per æqualia spatia æquali decremento lumen profundere; non ita tamen rem se habere, dum sibi mutuò opponuntur: sed compositum lumen inter vtrumque extremum, versus medium semper minus esse quàm versus extrema. E F

Quod vt enucleatiùs explicet, dicit primò, minore luminari aduentante medio impensius illustrato, nihil propemodum luminis priori adiungi ex minoris actione: at contrà si maius luminare accedat minori, maximam fieri luminis accessionem.

Secundò ait luminosum minus vel æquale aduenies medio illustrato, efficaciùs agere in remotum quàm in propinquum. Vtriusq; verò pronuntiati hanc reddit rationem, quòd tantò segnius agat vnumquodque luminare, quantò reperit medium altiùs è potestate

A ſtate ad actum reuocatum. Quod enim agit, conatur id quod ipſi ſimile non eſt, ſimile reddere: igitur quò liberius eſt ſubiectum magisque vacans, eò maiorem qualitatem ab agente ſuſcipit. Hæc omnia iis manifeſtè aduerſantur, quæ propoſ. 20. & ſequentibus à nobis ſunt demonſtrata. Deinde quod toto ſermonis decurſu ſupponit, luminis profuſionem ſuapte natura æqualibus ſpatiis æqualia pati decrementa, manifeſtæ repugnat experientiæ, quod propoſitione 6. luculenter oſtendimus. Quare cùm falſum illud ſit, cuius gratia Amadeus has actionum varietates excogitauit; decebat potiùs errorem corrigi, quàm admiſſum peregrinis falſisque hypotheſibus obſcurari.

B

PROPOSITIO XXXI. THEOREMA.

Si æqualia ſint ipſa luminaria, erit tenuiſſimum lumen quod ex occurſu luminũ conflatur, inter vtrumq; luminare exactè medium.

REPOSITIS enim iiſdem quæ ſuprà, quoniam æquales ſunt A D & B C, nempe ſemidiametri æqualium ſphærarum, quibus æqualia luminoſa A & B actionem profundunt, erunt & A E & B E æquales, vtpote æqualium ſemidiametrorum dimidia. Ambo ſiquidem A D & B C in E bipartitò exactè diuiduntur, vt ex propoſitione 8. facilè colligi poteſt, quoniam
C proportionalia luminũ decrementa æqualibus fiunt ſpatiis: at 16, 4, 1, ſunt numeri continuò proportionales: igitur ſpatia A E & E D, per quæ lumen ex A numeris 16, 4, 1, continuè decreſcit, ſunt inter ſe æqualia. Quocirca & minimum lumen quod in E, communem radiorum A D & B C interſectionem incidit, medio ſemper loco inter ipſa luminaria exiſtit.

CONSECTARIVM.

A caua ſuperficie ſphæræ luminoſæ, quod minimè illuſtratur, eſt centrum.

D AVCTOR Perſpectiuæ communis, libro primo, vigeſimo primo numero, hanc habet propoſitionem: *In luminoſi concauo lumen efficacius reperitur in centro*. quæ huic noſtro conſectario è diametro aduerſatur. Quod enim ille ait, id nos apertè negamus. Probat ille: *Quoniam ab omni puncto concaui perpendiculares radij, qui ceteris ſunt fortiores, confluunt in centrum*. confirmatque ab effectu, *quòd hanc ob cauſam virtutes corporum cæleſtium, in centro & iuxta ipſum efficaciùs oriantur*. Vnde hanc ait conſequi vtilitatem, *quòd illic conformior ſit hominum habitatio, vbi ſcilicet eorum complexio ad propinquat ſupremi corporis ſimplicitati*. At vim huius demonſtrationis prius videamus, quam noſtrum conſectarium ratione probemus. Attende igitur:

Ait ille: *Ab omni puncto concaui perpendiculares radij, qui ceteris ſunt fortiores, confluunt in centrum*. Primùm noſſe decet cui alteri ſint perpendiculares hi radij, an corpori lu-
E minoſo vnde procidunt, an centro? Nemo proprie centro perpendiculares dixerit, cùm linea in ſolitarium punctum, neque rectis neque obliquis angulis incidere poſſit. Si corpori luminoſo intelligas eſſe perpendiculares, fatebor id lubens. Sed ea aſſumptio nihil conducit ad firmandum propoſitum: nam fortiores dicuntur illi radij qui in oppoſitum ſubiectum ad perpendiculum incidunt; non verò ij qui luminoſo corpori ſunt perpendiculares. A quouis enim puncto cauitatis ſphæricæ luminoſæ pari efficacia radij vndique proſiliunt, nec robuſtior eſt is qui rectà in centrum contendit, quàm ceteri qui quaquauerſus circumfunduntur, cùm à puncto, atque eapropter vno modo omnes deciſi recta via proficiſcantur. Quòd autem robuſtiores illi ſint, qui in oppoſitum corpus re-
F ctis angulis incidunt, id non ex propria ſit radiorum natura, ſed quòd à loco incidentiæ reciprocati congeminentur: quamobrem meridie nobis iuxta terram, & intenſiſſimum lumen, & feruentiſſimus eſt æſtus, quippe ſolares radij à ſummo cæli faſtigio directè prolapſi in ſeipſos redeunt, ſeque ipſos intendunt.

Deinde non quòd ab omni parte cauitatis ſphæricæ radij in idem centrum confluant, idcircò lumen ibi excellentius eſſe conuincitur; cùm non in centrum tantùm, verùm etiam in quoduis aliud punctum præter centrum quod intra ſphæræ cauum ſit, ab omni parte ſuperficiei luminoſæ accurrant. Nec iuuat, quòd qui in centrum conueniunt, æquales inter ſe ſint; qui verò ad cetera puncta, inæquales: nam inæqualium radiorum, quod ſegniùs præſtant longiores, id breuiores compenſant non ex æqualitate, ſed longè

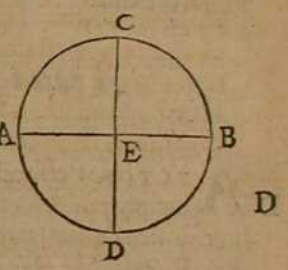
etiam efficaciùs, vt ex 8. propoſitione libri huius colligi poteſt. Ex quo efficitur, vt in ceteris punctis, quæ longiùs à centro diſtant, non modò æquale lumen ſit, verùm multò etiam excellentius, vt mox oſtendemus. A

Hinc apparet falſam quoque eſſe eam aſſumptionem: *Virtutes corporum cæleſtium in centro, & iuxta ipſum efficaciùs dominari*: ſiquidem nuſquam dominantur minus quàm in centro. Quod enim propinquius eſt effectrici cauſæ, id impenſiùs efficientiam ipſius perſentit; à cæleſtibus autem corporibus longiſſimè diſtat centrum.

Demum quod adfertur de commodiore hominum habitatione iuxta mundi centrum, rectè dictum puto; at cauſam non approbo: ſed ideò potiùs id fieri credendum eſt, quòd qui in terra degunt medio loco conſtituta, beneficũ cælorum influxum æqualiter participent. Si enim longè à medio vniuerſi terra abeſſet, qua parte propiùs cælum ſpectaret, Solis ardore torreretur, reliquâ verò intenſiſſimo frigore algeret. Quare ob cæli inclementiam totus pænè terrarum orbis inhabitabilis foret. Sic namque in præſenti cõſtitutione, quamuis terra ex æquo librata ſit; ij tamen, qui propiùs ad Æquatorem accedunt, ingenti æſtu ſoluuntur, ij verò qui longiùs à Signifero abſunt, perpetuo frigore conſtringuntur; quantò magis vtriſque hæc eadem incommoda acciderent, ſi longiùs à centro mundi terra abeſſet? ſanè hinc frigore, illinc calore tota exſugeretur. Quocircà maximè conſentaneum fuit terram in medio vniuerſi conſtitui, non quòd illic cæleſtes virtutes impenſiùs vigeant, ſed quòd illic ſingulis partibus ex æquo magis diſpenſentur. B

Neque huic errori patrocinatur, quòd ſolares radij, qui à concauo ſpeculo ſphærico reciprocantur, in centrum confluere videantur: nam in Catoptricis demonſtrabimus (Deo curſum noſtrum dirigente) radios ſolares à cauo ſpeculo ſphęrico repercuſſos, inter centrum ac ſpeculi ſuperficiem congregari. C

His præmonitis, oſtendendum iam ſit à cauitate ſphæræ luminoſæ deciſum lumen nequaquam præcipuè in centro fulgere. Eſto caua ſphæræ facies A C B D, cuius centrum E, in eaque diametri quotcumque agantur A B & C D, per quas ab extremis punctis A, B, C & D luminoſi radij incedere cogitentur: quoniam igitur per hanc 31. propoſitionem iis ſpatiis quæ inter A B & C D interiacent, diffuſum lumen ad centrum vſque continuò minuitur, idemque in ceteris accidit diametris, perſpicuum eſt in E lumen eſſe tenuiſſimum: tota namque ſphæræ capacitas eiuſmodi diametris completur.



Deinde fingas cælum vniuerſum minutiſſimis ſtellulis perfuſum, quarum lumen ad nos vſque minimè attineat, (quales extare innumeras teleſcopij nuper inuenti beneficio didicimus) ſole porrò lunaque, ac ceteris aſtris ſublatis, quorum fulgorem ex hac infima habitatione manifeſtè contuemur: proh quantæ apud nos tenebræ erunt! Dicent autem perſpicaces illi Optici excellẽtius hìc lumen fore quàm in cælo ipſo. Ridiculum. An deeſſe cælo lumen poterit, vbi tot præſentia ſunt lucidiſſima corpora, quæ totum terrenum orbem multis ſtadiorum millibus magnitudine ſuperant? & quodnam hìc lumen erit, quando propter diſtantiæ immenſitatem ſiderum vis atque actiuitas ad nos vſque non pertingit? Si reſpondeant lumen quod ab omnibus ſtellulis ſimul agentibus manat, longiùs prouehi, atque ex radiorum omnium conſpiratione circa mundi medium, vbi noſtra eſt habitatio, intendi: concipiant illi cælos multò quàm iſti ſunt ampliores, ac minora quàm poſuimus ſidera, ſic vt communis omnium actio priùs deficiat quàm ad nos porrigatur; dicẽntne adhuc medio hoc noſtro loco excellentius lumen enitere quàm in cælo? quomodo hìc excellentius lumen erit, vbi nullum eſt? aut quomodo in cælo minus, vbi maximum? Verebuntur, arbitror, concedere quauis ſphæræ luminoſæ amplitudine id euenire, vt in medio quàm circa ambitum nitidius ſit lumen, ne, ſi infinita ſit ſphæra, infinitam quoque luminis profuſionem admittere cogantur. vbi ergo ſtatus magnitudinis erit? & quæ tandẽ moles hanc luminis proprietatem excludet? Id cùm difficile ſit explicatu ac etiam impoſſibile, ſatius eſt in ſphæræ luminoſæ meditullio tenuiſſimum lumen conſtituere, quod & ratio ipſa probat. Nam quod à luminoſo corpore longiùs diſtat, parciùs illuſtratur: at à caua ſphæræ ſuperficie centrum longiſſimè diſtat; hoc igitur minimè omnium illuminatur. D E F

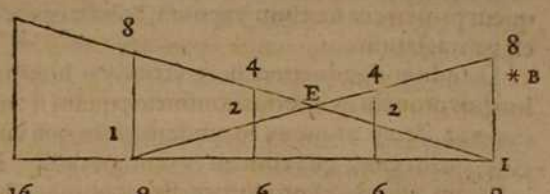
Præterea, ſi in centro ſphęræ luminoſæ præcipuum lumen fulget, propterea *quòd illuc perpendiculares radij confluunt*, idem in centro circuli luminoſi eueniet, cùm in hoc eadem ſit cauſa. At experientia docet, ſi plurimæ lucernæ in amplum circulum diſponantur,

A tur, minimum lumen in centro esse, indeque versus ambitum semper maius. Igitur & in centro sphæræ luminosæ minimum lumen existere oportet; quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XXXII. THEOREMA.

Si verò inæqualia sint ipsa luminosa, minimum lumen infirmiori luminari propinquius erit.

B VELVTI si luminare A sit vt 16, B verò vt 8, erit per 8. propositionem huius libri luminis ex A effusi vniforme decrementú, quod per æqualia spatia distenditur his numeris expressum 16, 8, 4, 2, 1; luminis verò ex B decrementum per æqualia item spatia procedet his numeris 8, 4, 2, 1; vtriusque autem luminis summæ si in vnum colligantur, quemadmodum in singulis spatiis sibi mutuò respondent, prouenient summarij numeri 16, 9, 6, 6, 9. At quoniam per 30. huius, lumen quod inter vtrumque luminare interiacet, ab extremis ad certum quemdam terminum perpetuò decrescit, suntq; luminare B, & lumen 8, quod proximè à luminari A excitatur, inter se æqualia; perspicuum est summum decrementum, seu minimum lumen, inter hæc locum exactè medium sibi vindicare, vtputa in E per præcedentem propositionem. Ex quo facilè patet propositi veritas. Nam longitudo A E longitudinem E B vno interuallo excedit; quocircà breuior est distantia minimi luminis E à luminari B, quàm à luminari A: est autem B ipso A minus ex hypothesi: igitur si inæqualia fuerint ipsa luminosa, minimum lumen, quod ex vtriusque occursu conflatur, infirmiori luminari propinquius erit; quod demonstrasse oportuit.



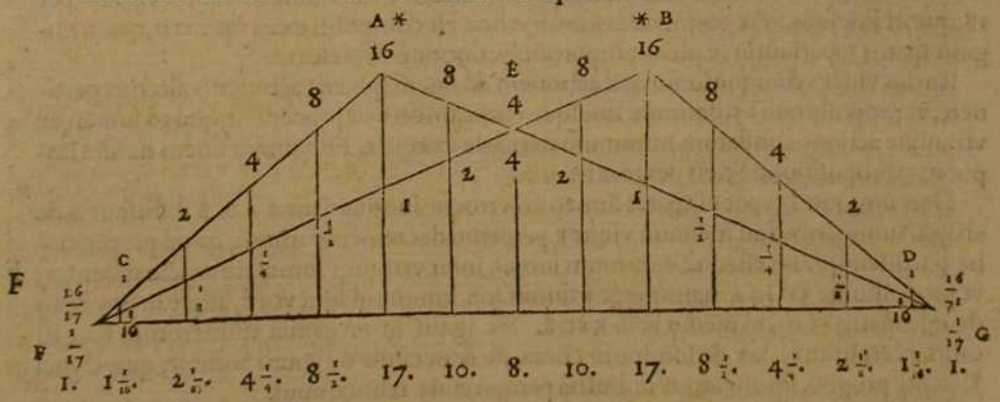
D

PROPOSITIO XXXIII. PROBLEMA.

Propositum sit occurrentium luminum proportiones numeris explicare.

E QVEMADMODVM suprà propos. 26. concurrentium luminum vniforme decrementum propriis numeris expressum, legentium oculis spectandum dedimus; simili modo in præsenti propositum sit, proportiones occurrentium luminum accommodatis numeris exhibere: vt quæ hactenus fusè explicata sunt, hîc velut in compendium breuemque summam redacta, simul omnia vnico intuitu conspiciantur.

F



Duo itaque exponantur luminaria A & B inter se æqualia, vtrumque vt 16, sitque A C semidiametrus actiuitatis luminaris A; B D verò semidiametrus luminaris B: deinde vtriusque luminaris actio ex vtraque parte producatur numeris continuè proportionalibus, qui per medietates incedant, iuxta propositionem 8. quousque ad partes F & G

duorum ſimul luminum ſummaria in minimum naturale definiantur per 15. propoſit. A libri huius: tum ſummæ ex luminum compoſitione ſingulis ſpatiis ſubſcribantur, quæ quidem partim occurſum indicabunt, qui inter A & B intercidit; partim concurſum, qui fit ab A verſus F, & à B verſus G, vt in definitionibus ad propoſitionem 16. eſt explicatum. Sic itaque ſe habebit luminum profuſio, ſiue per concurſum, ſiue per occurſum, in qua ea omnia quæ hactenus ſparſim ſunt demonſtrata, ſimul congeſta intueri licebit.

Primò namque apparet ſingulorum luminarium actiones ex mutuo concurſu vel occurſu nec ſegniores fieri, nec vegetiores; ſed eumdem prorſus effectum in ſingulis interuallis à ſingulis luminaribus produci, quem ſuapte natura ac vi præſtare ſunt apta, & B quem proferrent ſeorſum expoſita, & ſolitaria actione; vt propoſitione 20. & 27. fuſius eſt pertractatum.

Deinde animaduertere licet vtriuſque luminaris A & B actionem ex vtraque parte longiùs prouehi ex alterius conſortio, quàm ſi vnumquodque per ſe ageret, vt propoſitione 22. & 29. atque ex ea quidem parte, qua vnum alteri occurrit lumini, multò longiùs, quàm ex ea qua cum altero congreditur. Exempli cauſa, luminare A (idem verò iudicium eſto de B) proportionalibus numeris lumen effundens, terminum propriæ actiuitatis habet C, vbi minimum naturale progignit vt 1. At cùm eodem loci luminare B, propter concurſum proferat $\frac{1}{2}$ eum ſcilicet numerum, qui continuata proportione per octo ſpatia ordine ſubſequitur, fit vt in C lumen ex A nondum deficiat: ſiquidem ſum- C ma totius luminis in C ſuperat minimum naturale parte vna decima ſexta. Igitur parte aliqua ſpatij C F, quæ vnum æqualium ſpatiorum non exæquet, longiùs prouehetur, eò ſcilicet vſque vbi lumen quod vt 1 eſſe dicimus producat $\frac{1}{2}$, lumen verò quod vt $\frac{1}{10}$ proferat $\frac{1}{20}$. At enim hi numeri $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{20}$ in vnum compoſiti minimum naturale exæquant, & eam inter ſe rationem habent, quam 16 ad 1, quales ipſos eſſe oportet, cùm ij qui in A, ac ceteris item interuallis inter A & C interiectis exiſtunt, eamdem proportionem habeant.

Nunc quòd idem luminare A multò longiùs actionem ſuam protendat verſus B, quà alteri lumini occurrit, quàm verſus C, ex eo manifeſtè probatur, quòd verſus B concurſu ſimul & occurſu alterius luminis ipſius actio promoueatur; illic verò ſolo concurſu. D Verum oſtendi id ipſum poteſt in deſcripto ſchemate: nam cùm quatuor interuallis diſtet B ab A, vbi A propria facultate producit vnum, ſcilicet minimum naturale, ibi B primùm agere incipit; cumque in D eius actio peruenerit, nondum finem agendi facier, ſed tantumdem progredietur vlteriùs verſus C, quantum actio luminaris A ex C progreſſa fuit in F; ſic vt æquale futurum ſit ſpatium D G ipſi C F: at diſtantia A D maior eſt quàm A C: igitur A G quàm A F maior erit. Quare longiùs protendetur actio luminaris A verſus B, quà ipſi occurrit lumen ex B, quàm verſus C; quod oſtendiſſe oportuit.

Præterea videre eſt ab A ad C, & à B ad D, quibus ſpatijs lumina vnà congrediuntur, per ſingula ſpatia compoſitum lumen per medietates decreſcere. Quoniam enim in conſtructione ſchematis ex B in D alterum lumen per medietates progreditur his nu- E meris 16. 8. 4. 2. 1. alterum verò etiam per medietates his numeris 1. $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{8}$. $\frac{1}{16}$. fit per 18. quinti Euclidis, vt & eorumdem ſummæ, hoc eſt compoſiti ex ijs numeris, qui in ſingulis ſpatijs reperiuntur, eadem proportione continuò decreſcant.

Rurſus vides vtriuſque luminaris actionem ad finem ſphæræ actiuitatis alterius pertinere, vt propoſitione 25. diximus. Eouſque enim ambo vnà procedunt, quoad lumen ex vtriuſque actione conflatum minimum naturale exæquet. Hic autem finem natura imponit, vt propoſitione 15. eſt demonſtratum.

Demum, quod caput eſt, patet lumen ab vtroque luminari inter A & B diffuſum inde ab ipſis luminaribus ad medium vſque E perpetuo decremento minui, quod propoſitione 30. oſtendimus; eſſeque minimum lumen inter vtrumq; luminare exacte medium, F vt propoſitione 31. In A namque & B ſummaria luminum ſunt vt 17, atque in proximis deinde ſpatijs vt 10, in medio verò E vt 8. Sic igitur in propoſita numerorum ſerie ea omnia cernuntur, quæ de luminum concurſu & occurſu diſputari poſſunt, quæ ſagaci Lectori proprio ſtudio atque induſtria perquirenda relinquimus.

Porrò ſi inæqualia ſint ipſa luminoſa, nihil ab hac diſcrepabit numerorum conſtitutio; modus autem eos in ordinem redigendi, & quæ circa ipſos verſantur explicandi, tum ex hac deſcriptione, tum ex ijs quæ propoſitione 26. propoſuimus, deſumi poterit. Itaque de his ſatis: nunc ad luminis illapſum gradum faciamus.

DE

A

DE LVMINIS ILLAPSV.

PROPOSITIO XXXIV. THEOREMA.

Lumen ad opacum corpus appulsum, non fit per se intensius.

B EA fuit quorumdam Philosophorum opinio, vt dicerent lumen obiectu corporis opaci prohibitum illustrius fieri, seu, vt loquuntur ipsi, impeditum ab extensione lumen conferre se ad intensionem, quasi compensando in proprio subiecto, quod in alienum transfundere non potuit: eiusque rei causam in antiperistasin retulerunt, cuius etiam vi subterranea loca æstate frigidiora, hieme verò calidiora euadunt.

At priùs huius sententiæ originem inspiciamus quàm eam confutemus. Quando lumen per diaphanum corpus translabitur, nec vlla inde recta profluentia ad adspectum nostrum porrigitur, fit, vt in diaphano nullum lumen conspicuum sit: prohibitum verò corpore opaco terminatur, indeque ad nos reflectitur, quo ipsum opacum corpus videatur tamquam nitore quodam, quà luminosum spectat perfusum. Hinc igitur arbitrati
C illi sunt lumen corpore opaco prohibitum, velut aduersus obsistentem vim conualescere, fierique intensius.

Verùm cùm nihil lumini aduersetur quod ei interitum machinari aliquando possit, non intendetur lumen ipsius occursu, velut contrarij circumstantia, quam Antiperistasin dicunt; fatendum tamen est, radijs ab opaco corpore repercussis, vicinum medium excellentiori gradu inclarescere. Quod namque proximo deinceps medio impertiri debuerat, obsistente opaco, in se reciprocando sibi ipsi impendit; sicque ex accidenti, non verò per se prohibitum ab vlteriore progressu lumen intenditur.

PROPOSITIO XXXV. THEOREMA.

D *Quatuor de causis obuia quæque corpora impensius illustrantur, vel propter lucidi magnitudinem, vel ob propinquitatem, vel propter fulgoris excellentiam, vel propter directum radiorum incursum.*

PRÆNOTANDVM hoc loco est, cùm ab hisce modis vberiorem illuminationem prouenire dicimus, cetera paria esse oportere. Fieri namque
E potest, vt maius luminare propter luminis imbecillitatem segniùs agat, vti etiam si remotiùs existat. Eodem modo interdum fit, vt quod procul situm est, longiùs actionem producat, si aut grande sit, aut exquisito nitore fulgeat. Item contingit subinde id quod obscuriùs lucet, si aut propè sit, aut magnũ, rem obiectam illustriorem reddere. Denique quod remotum est, subinde plus luminis recipit quàm quòd propinquum, etiam ab obscuriori luminari, si directò in id radij procidãt: quocircà iure vti cetera paria sint deposcimus. Iam verò singulas huius propositionis partes ordine explicemus.

Quòd ad insigniorem illustrationem plurimùm conducat lucentis corporis magnitudo, secunda hypothesis huius libri aperte conuincit. Vbi namque vberior est luminis profusio, illic amplior est obiecti corporis illustratio: at à maiore luminari maior radiorum affluentia subministratur: igitur luminare maius impensiùs rem propositam illu-
F minat. Assumptio probatur, quia maius luminare plures partes habet, à quibus cùm singuli radij procidant per primam propos. huius libri; consequens est, vt maior prouentus luminis à maiore luminari obueniat, ac proinde & maior illuminationis effectus; quod primò ostendendum erat.

Deinde quòd & propinquitas non parum ad hanc rem faciat, ex quinta propositione huius libri demonstratur. Cùm enim longiùs effusum lumen sensim langueſcat, quò propinquius illud erit suæ origini, eò erit excellentius, ac propterea rem quoque propiùs adductam vberiùs perfundet, impensiusque illustrabit.

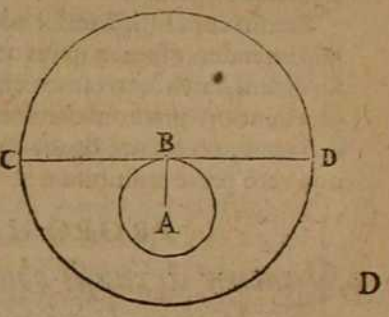
Tum & ab exquisitiore fulgore nobiliorem effectum emanare ex ipsa causæ essentia,

iisque quæ sæpè hactenus sunt repetita, facilè potest demonstrari. Etenim effectus omnis A
causæ naturam ingeniumque æmulatur, tantumque accipit, quantum illa conferre suapte vi potest: at lumen intensius ipsum quoque est efficacius: igitur quod luminis apprimè est particeps, exquisitiùs ea quæ obijciuntur illuminat; quod tertiò erat demonstrandum.

Denique, quòd directa radiorum procidentia efficaciùs res obiectas illustret, quàm obliqua, ex secunda hypothesi huius libri manifestè patet. Nam si propiùs ad normã accedit radiorum illapsus, clariùs id quod obiecto corpore suscipitur lumen enitet, quod sanè nemo inficiabitur, qui intelligat radiorum extremitates, quibus obiectum corpus attingitur, tum minimo à se spatio dissidere, cùm ad normam exactè incidunt, tum verò B
maximo, cùm angulos faciunt quàm maximè obliquos. id quod experimento etiam facilè addisces, si lucernæ obijcias fragmentum chartæ, nunc directè, nunc obliquè: perspicies enim chartam longè clariùs directo radiorum illapsu illustrari, quàm obliquo.

PROPOSITIO XXXVI. THEOREMA.

A puncto sphæræ luminosæ medius dumtaxat virtutis orbis illustratur.



Esto lucida sphæra A, eiusque punctum B radios de se profundens B C C & B D, qui sphæram quidem in B contingant, minime autem secent: hos dico radios rectã lineam efficere. Ducta enim ex sphęræ luminosæ centro A ad B recta quadam linea A B, constat per 18. tertij Euclidis hanc vtrique B C & B D perpendicularem esse. Quare æquales sunt anguli A B C & A B D, vtpote recti. Ac proinde recta erit C B D linea per 14. primi Euclidis: inter hanc igitur & sphęrę nitentis ambitum altera recta linea non cadet per 16. tertij Euclidis. Quapropter B C & B D extremi sunt radij, qui à puncto B lucentis sphęræ porriguntur. Quòd si ergo centro B, interuallo autem B C vel B D sphæra actiuitatis descripta intelligatur, erit C D eius dimetiens, planumque per C D actum sphæram bipartitò diuidet per 6. primi Sphęricorum Theodosij. Itaque quod demonstrasse oportuit, à puncto sphęræ luminosæ medius dumtaxat virtutis orbis illustratur.

Porrò nomine puncti luminosi non intelligimus hoc loco indiuiduum omnino signum, quod sola mens assequitur, verùm sensibile quiddam perexiguum, quod Philosophi quidam indiuisibile physicum appellant, alij minimum naturale. Illud siquidem vti nullam habet extensionem, ita nec qualitatem aliquam corpoream suscipere, nec ad minimum interuallum actionem effundere potest. Quod quia in sequenti sermone sæpè E
intelligendum occurret, semel præmonuisse sufficiat.

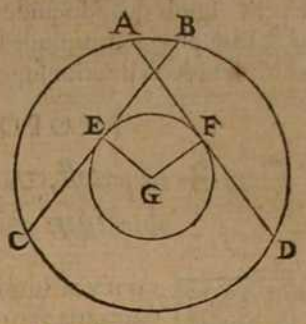
PROPOSITIO XXXVII. THEOREMA.

Quæ à luminoso æqualiter distant, ea pari illustrantur vigore, propinquiora vberiùs, remotiora parciùs.

Nam quia per quintam propositionem huius libri lumen à corpore luminoso longè lateq; diffusum continuo decremento minuitur, sic vt in æquali distantia æquale lumen existat, in propinquiori maius, & in remotiore mi- F
nus, consequens omnino est, vt ea quæ lucido corpori sunt viciniora, insigniori lumine perfundantur; obscuriore verò, quæ sunt remotiora; æquali autem, quæ pari interuallo à prima origine, seu sphęræ centro distant. Nam æquè intensa lumina æquali vigore, pariq; gradu obiecta illustrant: at lumẽ intensius maiore pollens virtute clariora reddit obiecta, obscuriora verò id quod tenuius est atque infirmius. Cetertum, quod non semel monuimus, paria esse oportet reliqua omnia quæ circũstant.

Quod de puncto luminoso est dictum, simili, at proprio quodam pacto de sphæroide luminoso est intelligendum. Hoc enim si in medio sphæræ luminosæ amplioris constituatur,

A tuatur, eius cauam ſuperficiem æqualiter vndique illuminabit. Eſto namque ſphæroides luminoſum E F, cuius centrum G; quodque circumſtat opacum corpus eſto C A B D orbi lucido parallelum, atq; ex eodem centro G decircinatum: dico à ſingulis punctis corporis luminoſi æquales partes opaci æquali lumine perfundi. Sint enim in ſuperficie luminaris accepta quæcumque puncta E & F, per quæ rectè agantur tangentes A D & B C, per 17. tertij Euclidis: atque ad loca contactuum E & F, ex centro G rectè educantur G E & G F, quæ



B per 18. tertij Euclidis ipſis A D & B C perpendiculares erunt. Quamobrem A D & B C, æqualiter à centro diſtabunt, per 4. definitionem tertij Euclidis; ſiquidem G E & G F, æquales ſunt inter ſeſe per circuli definitionem. Igitur & ipſæ A D & B C, inter ſe æquales erunt per 14. tertij Euclidis, quæ proinde æquales peripherias de maiore circulo C A B D auferent per 28. tertij Euclidis. Ex quo tandem id quod propoſitum fuit apertè concluditur. Nam per tertiam tertij Euclidis æquales ſunt inter ſe radij E B & E C, ac eodem modo F A & F D, inter ſe æquales. Cùm verò tota A D, toti B C oſtenſa iam ſit æqualis, erunt & E B & E C ipſis F A & F D, ſingulæ ſingulis æquales. Igitur qui ab vnoquoque puncto ſphæroidis luminoſi in cauam ſuperficiem opaci corporis procidunt ra-

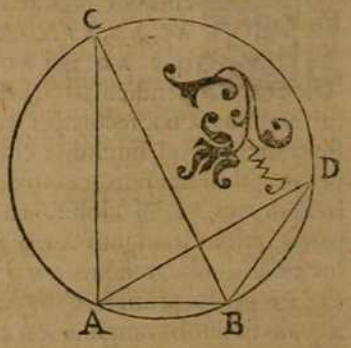
C dij, ſunt inter ſe æquales: quare & lumina vndequaque diffuſa ipſam C A B D ſuperficiem ex æquo perfundunt; quod erat probandum.

PROPOSITIO XXXVIII. THEOREMA.

Poſſibile eſt opacum corpus ex inæquali diſtantia ſigni luminoſi radiis ex æquo perfundi.

D CONSTAT ex 35. propoſitione huius libri, impenſius lumen in obiecto opaco poſſe & ex propinquitate luminaris, & ex directa procidentia radiorum prouenire. Itaque nil vetat quin id quod luminis radios directò ſuſcipit, tametſi longiùs abſit, æquè tamen illuſtretur, ac id quod propiùs eſt, ſi in id radij obliquioribus angulis procidant. Nam quod minùs præſtat luminaris diſtantia, id ſupplet directus radiorum illapſus, & quod confert propinquitas luminaris, id minuit corporis illuſtrati obliquitas. Ergo in vtraque conſtitutione, quoniam pares inter ſe cauſæ decertant, par ſit vtrimque pugnæ euentus neceſſe eſt.

Porrò locum, in quo hæc æqualitas ſuſcepti luminis contingit, circulo deſignat Franciſcus Maurolycus in Photiſmis recèns in lucem editis, theoremate quinto, in hunc modum:



Eſto id quod illuſtratur A B, C verò locus vnde ſignum luminoſum radios promittit: circa C A B circulus deſcribatur per 5. propoſitionem quarti Euclidis, in cuius peripheria ſumatur alius locus D, ipſi A B quàm C propinquior: ait Maurolycus ex D & C obiectum A B radiis ex æquo perfundi, quòd ſcilicet per 21. tertij Euclidis æquales ſint C & D anguli, vtpote ſegmento eodem comprehenſi; ideoque in eis par denſitas radiorum, ad eamdem A B quæ vtrique

E ſubtenditur baſin.

PROPOSITIO XXXIX. THEOREMA.

F *Radioſum ſignum in centro, vel peripheria ſphæræ conſtitutum, totam cauam ſuperficiem æquali nitore perfundit.*

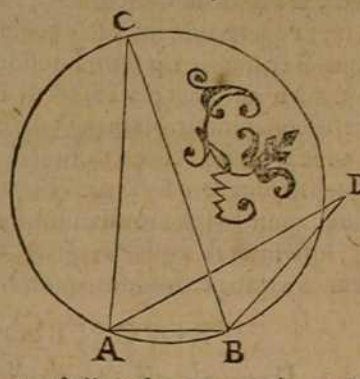
HOC idem proximè citatus Maurolycus theoremate 7. ex eo demonſtrat, quòd per vltimam ſexti Euclidis in circulo anguli inter ſe eam rationem habeant, quam peripheriæ quibus inſiſtunt, ſiue ad centrum, ſiue ad circumferentiam anguli ſint conſtituti. Ergo, inquit, æquè denſi radij à centro vel ſigno quopiam circularis perimetri, ad omnem partem cauæ peripheriæ incidunt. Quod verò in circulo, id quoque in ſphæra locum habet. nam omnibus

bus quotquot per ſignum radioſum ducuntur, circulis id euenit, vt ex æquo lumen participent. Igitur quandoquidem ſphæra ex circuli ductu circum immotum axem confletur, & toti ſphæræ commune hoc erit, vt à radiante ſigno, in caua parte centróve conſtituto, vniuerſa interior ſuperficies æquali nitore perfundatur; quod erat propoſitum. A

PROPOSITIO XL. THEOREMA.

Fieri & id poteſt, vt radioſum punctum è propinquiori loco rem obiectam minùs illuminet, quàm è remotiori. B

SIGNVM luminoſum C, vt ſuprà, ſubiectum opacum corpus A B irradiet. Circa tria verò hęc puncta A, B, & C, circulus deſcribatur per 5. propoſitionem quarti Euclidis: extra circuli verò ambitum locus alius ſignetur D, opaco A B propinquior quàm C: ait Maurolycus theoremate 4. è loco D viciniore minùs, quàm ex C remotiori obiectum A B illuſtrari, quòd angulus A D B angulo A C B ſit minor, vt ex 21. prop. tertij libri Euclidis facilè colligi poteſt: ſiquidem ſi ad alterum punctorum quibus A D & B D circulum interſecant ſuper communi baſi A B triangulum conſtituatur, erit huius ad verticem angulus angulo A D B maior per 21. primi Euclidis; at æqualis eſt ille ipſi A C B angulo: igitur A D B angulus angulo A C B eſt minor; atque idcircò ex D quàm ex C minùs conferti radij procidant, minorque luminis affluentia in obiectum opacum corpus ſuſcipiatur.

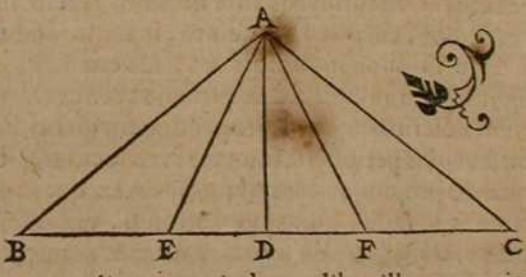


C

PROPOSITIO XLI. THEOREMA.

Opacum planum à puncto lucido illic apprimè illuſtratur, vbi radius ad normam incidit; hinc verò quò longiùs abducuntur eò ſemper obſcuriùs. D

ESTO punctum luminoſum A, ex quo in planum opacum B C radij quotcumque procidant A B, A C, A E, A F & A D, ſitque A D ipſi B C perpendicularis. Erit igitur angulus A D E rectus per 10. definitionem primi Euclidis: cumque per 32. primi Euclidis, cuiuſcumque triáguli tres anguli duobus rectis ſint pares, erit in triangulo A E D angulus A D E duobus reliquis A E D & E A D æqualis, ac proinde vtrolibet illorum maior. Quare per 19. primi Euclidis, radius A E radio A D maior erit. Rurſus cùm angulus A E B æqualis ſit duobus angulis A D E & E A D, internis ſcilicet, & oppoſitis trianguli A D E, per 16. primi Euclidis, ſitque A D E rectus, erit A E B recto maior, ideoque & maximus trianguli A E B. Quocirca qui ei ſubtenditur radius A B, maximum latus trianguli A E B claudet, eritque proinde radio A E maior per eamdem 19. primi Euclidis. Atque ita deinceps, quò remotiores erunt à perpendiculari A D radij, eò ſemper longiores eſſe conuincentur. Itaque per 37. ſuperiorem propoſitionem planum opacum B C à puncto lucido A ad partem D maxime illuſtratur, vbi perpendicularis radius A D omnium breuiſſimus incidit: deinde verò ad ceteras partes tantò vberiùs, quantò fuerint perpendiculari viciniores, ad quas ſcilicet radij breuiores attingunt: tum denique omnium minime ad remotiſſimas, quę longiſſimos radios excipiunt, quod erat enucleandum. Accedit huic rationi quæ ex prolixitate radiorum deſumpta eſt, obliquus etiam remotiorum radiorum illapſus, quo obiectum minus illuſtrari contingit, vt propoſit. 35. docuimus.



E F

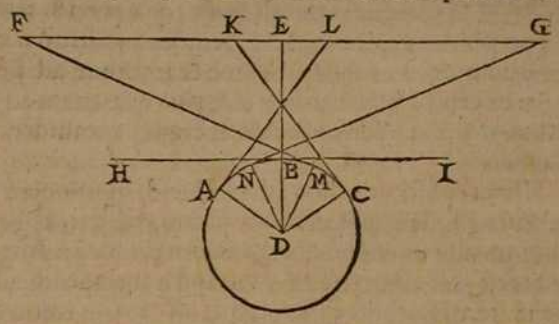
PRO-

A

PROPOSITIO XLII. THEOREMA.

Sit lucida ſphæræ portio hemiſphærio minor, è cuius medio perpendicularis excitetur: dico circa hanc præcipuum lumen exiſtere, inde verò ſemper minus.

B Esto ſphæra cuius centrum D, parſque luminoſa A B C, hemiſphærio minor, per cuius medium B ex centro D recta agatur D E: ſit item opacum corpus ita oppoſitum, vt D E ipſi ſit perpendicularis per 11. primi Euclidis: deinde ducatur H I per 17. tertij Euclidis, quæ ſphæram contingat in B: eodemque modo contingentes ducantur A L, C K, N G, & M F, quæ omnes per 18. libri

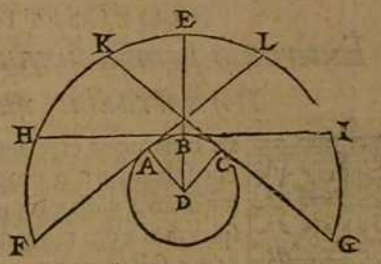


C tertij Euclidis perpendiculares erunt ſemidiametris A D, C D, N D, & M D, qui à contactibus ad centrum G deſtinantur.

Dico igitur partem K L omnium impenſiſſimè illuminari, quòd omnium punctorum A, N, B, M, C radios excipiat: minùs verò illuſtrari partes F K & L G, à perpendiculari D E remotiores, quòd quatuor tantùm punctorum, N, B, M & C, radij eò pertingant: ſiquidem ex A nequit radius vltra L verſus G protendi, per 16. tertij Euclidis, quòd A L ſemidiametro A D ſit perpendicularis per 18. tertij Euclidis: ſic neque ex C vltra K radius educi poteſt verſus F. Igitur partes perpendiculari D E viciniores magis, ceteræ verò quò remotiores, eò minùs illuſtrantur; quod erat demonſtrandum.

At quoniam in præſenti conſtructione non ob hanc ſolam cauſam contingit par-
D tes E K & E L magis colluſtrari, quàm partes K F & L G, per 2. hypotheſin, quòd hæ pauciores luminis radios excipiant; verum etiam quia à luminoſo corpore longiùs abducuntur, vt propoſitione 37. eſt explicatum: nam parcior illuminatio tum à paucitate radiorum, tum à cauſæ imbecillitate prouenit, vt propoſitione 35. docuimus: idcircò fit vt partes lineæ F G ab E ad extremitates vſque maiorem in modum minuantur ob plurium cauſarum concurſum.

Eapropter lubet huius theorematis veritatem etiam in opaco corpore, quod à luminoſo æquidiſtet, oſtendere. Sit enim corpus luminoſum A B C portio ſphæræ cuius centrum D: opacum verò corpus æquidiſtans, hoc eſt ex eodem
E centro deſcriptum ſit F E G, in cuius ſinum lumen recipitur: diuiſo primùm arcu A B C bifariàm in B, è centro recta per B educatur D E: deinde per 17. tertij Euclidis ducatur H I contingens corpus luminoſum in B: tum ex A & C, rectæ excitentur A L & C K, ſemidiametris A D & C D perpendiculares



per 11. primi Euclidis, quæ vtrimque productæ corpus opacum duobus in locis attingant; hæc nempe in K & G, illa verò in F & L.

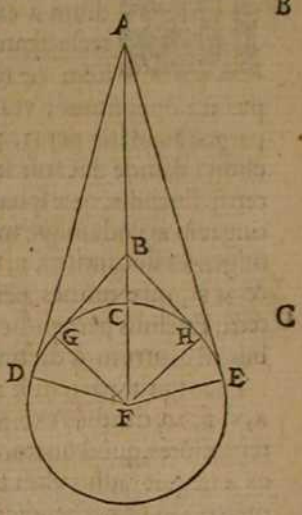
His ita conſtructis, manifeſtum eſſe aio partem K L omnium maximè illuminari, quòd trium punctorum A, B, & C radios excipiat; minùs verò illuſtrari K H & L I, quòd
F duorum dumtaxat punctorum radij eò pertingant; K H quidem à punctis A & B, L I verò à punctis B & C: ſiquidem à puncto C nullum lumen in partem K H incidit, ſed in punctum K ſolum per 16. tertij Euclid. Ac ſimiliter à puncto A nullum lumen in partem L I deriuatur, cùm vltra L lumen ex A verſus I non progrediatur per eamdem 16. tertij Euclidis. Omnium denique minimè illuminantur H F & I G, quòd vnius tantùm puncti radio perfundantur: nempe pars H F radio puncti A: I G verò radio puncti C. Itaque partes radio perpendiculari viciniores magis, ceterę verò tantò minùs illuſtrantur, quantò fuerint remotiores; quod erat demonſtrandum.

PRO-

PROPOSITIO XLIII. THEOREMA.

A sphæra luminosa ad externum signum remotius plures radij attingunt, quàm ad propinquius.

SIT punctum A longiùs à sphæra lucida D C E dissitum quàm punctum B: dico punctum A à maiore parte sphæræ lumen recipere quàm punctum B. A sphæra namque ad signum A radij procidant D A & E A, qui sphæram contingant in D & E: & à centro F ad puncta contactuum D & E rectæ educantur F D & F E, quæ per 18. tertij Euclidis ad contingentes D A & E A perpendiculares erunt: eodemque modo ad B radij prosiliant contingentes sphæram in G & H, atque ad hos quoque rectæ ex centro applicentur F G & F H; quæ etiam ad tangentes radios G B & H B perpendiculares erunt per eamdem 18. tertij Euclidis.

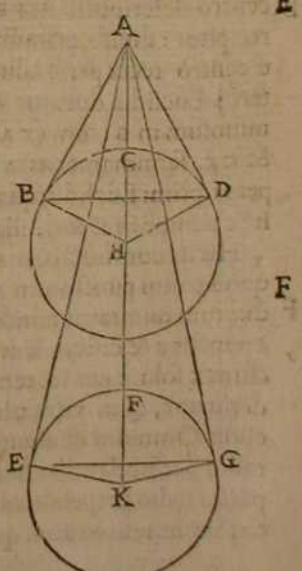


His ita constitutis, dico sphæræ lucidæ portionem D C E, quæ punctũ A illustrat, maiorem esse portione G C H, à qua punctum B illuminatur, quod in hunc modum probatur: Angulus A D F rectus est; ostensum est enim F D ipsi A D perpendicularem esse per 18. tertij Euclidis, eamdemque ob causam rectus est & B G F angulus: est verò latus G F lateri D F æquale, per circuli definitionem: sunt enim eiusdem circuli semidiametri. Igitur si linea F G lineæ F D, & angulus F G C angulo F D A superponi intelligatur, exactè sibi mutuò congruent: quare linea quoque G B in lineam D A incidet. Ponatur ergo mente D I ad punctum D ipsi G B æqualis per 2. primi Euclidis, erit quoque F I æqualis ipsi F B per 4. primi Euclidis: quoniam D I æqualis est ipsi G B, & F D ipsi F G æqualis, angulúsque F D I angulo F G B æquis lateribus comprehenso æqualis. Quare reliquum latus F I, reliquo lateri F B, ac totum triangulum F D I toti triangulo F G B æquale erit per eamdem 4. primi Euclidis. At maior est angulus D F A angulo D F I, nempe totus sua parte. Igitur & angulo G F B, idem angulus D F A maior erit per communem notionem. Cùm itaque angulus D F A angulo G F B sit maior, erit & arcus D C, cui ille insistit, arcu G C maior per 33. sexti Euclidis, & per scholium Clauij ad 27. tertij Euclidis; quod erat demonstrandum.

Hinc porrò non sequitur punctum A magis illuminari quàm punctum B. quod enim puncto A confert multitudo radiorum à maiore parte luminosi promissa, hoc puncto B præstat luminis excellentia ex propinquitate orta, vt ex 35. propos. huius manifestè patet.

PROPOSITIO XLIV. THEOREMA.

Externum signum luminosum maiorem partem sphæræ remotioris irradiat, quàm propinquioris.



ESTO namque externum signum luminosum A, cui sphæra B C D propinquior sit quàm sphæra E F G: ab A verò radij procidãt luminosi A B, A D, sphæram B C D tangentes in B & D, radij item A E & A G sphæram E F G contingant in E & G: erunt igitur B C D & E F G portiones sphæratum, quas signum illustre A suo fulgore irradiat per 80. propositionem libri quarti.

Dico verò partem E F G remotioris sphęræ maiorem esse parte B C D propinquioris. Namque sphæræ ita disponantur, vt ab A per vtriusque sphæræ centrum recta extendi possit A H K: à centris autem ad loca contactuum rectæ educantur, quæ tangentibus perpendiculares erunt per 18. tertij Euclidis: quare recti erunt anguli A B H & A E K, triangulaque ipsa rectangula; in quibus æquale quidem est latus H B lateri K E per circuli definitionem: at eorum qui rectis angulis subtenduntur, maius est A K quàm A H ex suppositione: maiorem igitur per 8. quinti Eucl. rationem habebit A K ad K E, quàm A H ad H B: quamobrem per 14. lemma libri quarti maior est angulus E K A quàm

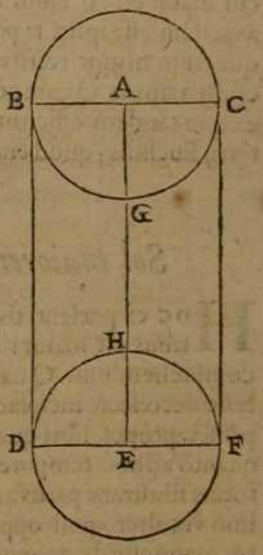
A BHA angulus: sed angulo BHA æqualis est angulus DHA per 4. primi Euclidis, quòd scilicet circa æquales angulos rectos ABH & ADH æqualia consistant latera, HB ipsi HD per circuli definitionem, AB verò ipsi AD per 5. lemma huius libri: eodem verò modo æqualis est angulus GKA angulo EKA: itaque trianguli EGK angulus EKG maior est trianguli BDH angulo BHD: siquidem inæqualium duplicia sunt inæqualia per communem notionem. Igitur duo reliqui anguli trianguli EGK, duobus reliquis trianguli BDH angulis sunt minores. cùm enim vnius trianguli tres anguli tribus alterius sint pares per 32. primi Euclidis, si ab æqualibus inæquales detrahantur, anguli relinquentur inæquales. igitur duo anguli KEG & KGE, duobus HBD & HDB sunt mi-
B nores. Est verò KGE ipsi KEG, & HDB ipsi HBD æqualis per quintam primi Euclidis: erunt itaque & horum dimidij inæquales, hoc est angulus KEG angulo HBD minor. Hi ergo si ab æqualibus rectis detrahantur, relinquetur angulus AEG angulo ABD maior, per communem notionem. Ex quo tandem colligitur per 32. tertij Euclidis, angulum in segmento EFG minorem esse illo qui segmento BCD inscribitur: ac proinde segmentum EFG segmento BCD est maius per 31. tertij Euclidis; quod erat demonstrandum.

Huic etiam veritati patrocinatur vltima propositio sexti libri Euclidis, qua ostenduntur æqualium circulorum peripheriæ eam inter se rationem habere, quam anguli ad centrum constituti. quoniam ergo ostensus iam est angulus EKG angulo BHD maior,
C erit & peripheria EFG ipsâ BCD maior.

PROPOSITIO XLV. THEOREMA.

Si sphæra luminosa sphæræ opacæ æqualis fuerit, media pars opacæ à media luminosa colluſtrabitur.

D HÆC & sequentes duæ propositiones ex Aristarcho Samio depromptæ sunt, libro De magnitudinibus & interuallis solis & lunæ: sunt verò & ad lunæ illustrationem, & ad defectiones vtriusque astri, & ad vmbram terræ, aliaque eius generis phænomena explicanda, apprimè vtiles. Hæc enim quæ imperitum vulgus summopere admirari solet, quo pacto fieri contingat, ex his velut propriis ex causis primisque principiis nullo negotio demonstrari poterit.

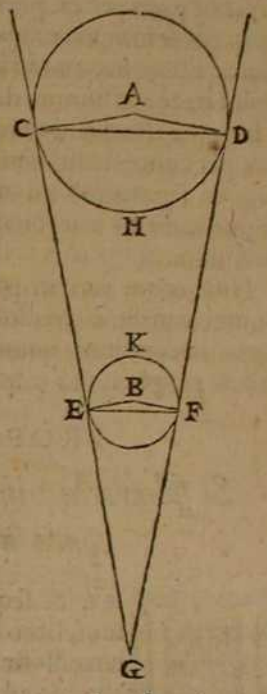


Propositio autem ita potest demonstrari: Esto luminosum corpus sphæricum A, corpus verò opacum E item sphæricum, ac luminoso æquale; per quorũ centra A & E dimetientes agantur BC & DF ei quę centra connectit AE perpendiculares per 11. primi Euclidis; quæ æquales erunt, quòd sphæræ supponantur
E æquales; ac proinde erunt & quæ à centro AB, AC, ED, EF, item AG & EH inter se æquales. Igitur & dimidiæ sphæræ BGC & DHF inter se æquales erunt per 7. Euclidis axioma. At si ab extremitatibus B & C radij porrigantur, qui sphæram opacam E contactu amplectantur, aio hos in D & F opacum corpus attingere. nam cùm BC & DF orthogonales constitutæ sint ipsi AE, erunt anguli, quos AE in BC & DF incidens facit, omnes recti per 13. primi Euclidis. Quare parallelæ erunt ipsæ BC & DF per 28. primi Euclidis, ac proinde & quæ has connectunt BD & CF
F parallelæ inter se erunt per 33. primi Euclidis: cumque anguli BDE & CFE recti ostendi possint, opitulante 18. tertij Euclidis, erunt & anguli DBA & FCA recti per 29. primi Euclidis. ex quo tandem efficitur rectas BD & CF vtramque sphæram ita contingere, vt eas minime secent. Cum ergo in punctis B, C, D & F tactiones fiant, radij BD & CF duo hemisphæria sibi obuersa complectuntur, nempe BGC & DHF: itaque si sphæra luminosa sphęræ opacæ æqualis fuerit, media pars opacæ à media luminosa colluſtrabitur; quod demonstrasse oportuit.

PROPOSITIO XLVI. THEOREMA.

Si sphæra luminosa maior fuerit opacâ, à minore parte luminosæ maior pars opacæ illustrabitur.

SIT sphæra luminosa A, maior; opaca verò B, minor: dico à minore segmento sphæræ A ad opacam sphæram B lumen pertinere, maiorem autem medietate partem sphęræ B illustrari.



Prima huius theorematis pars sic demonstratur: Ductis à luminosa A radiis C E & D F, qui vtramque sphęram contingant in punctis C, D, E & F, iungantur puncta contactuum rectis C D & E F. Cùm igitur maius sit corpus A corpore B, erit angulus E C D minor recto. si enim rectus esset, & F D C rectus foret; siquidem per 5. lemma huius libri angulus F D C angulo E C D est æqualis. quare C E & D F parallelæ essent per 28. primi Euclidis; ac proinde esset E F ipsi C D æqualis per 33. primi Euclidis. Est autem posita E F minor ipsâ C D: ergo & angulus E C D recto est minor: nam maior recto esse non potest per 11. axioma Euclidis; quoniam C E & D F productæ tandem in G concurrunt. Est igitur E C D angulus minor recto: quocircà per 32. tertij Euclidis erit angulus in segmento C H D recto maior. Vnde fit per 31. tertij Euclidis, segmentum C H D, à quo lumen in corpus opacum prouenit, reliquo minus esse; quod primò erat persuadendum.

Altera item pars huius theorematis, nempe maius segmentum corporis opaci illuminari, sic probatur: Angulus C E F recto maior est: si enim rectus esset, sequeretur vt suprà, C D æqualem esse ipsi E F: posita est autem maior: ergo & angulus C E F recto est maior: neque enim minor recto esse potest, cùm E G & F G concurrant in G per vndecimum Euclidis axioma. Quare per 32. tertij Euclidis erit angulus in segmento E K F recto minor. ex quo tandem efficitur segmentum ipsum E K F reliquo segmento maius esse per 31. tertij Euclidis; quod erat ostendendum.

CONSECTARIVM I.

Sol maiorem portionem corporis lunaris illuminat.

HOC ex præsenti theoremate perspicuè sequitur. Etenim sol lunari orbe multis partibus est maior: itaque radij ab ambitu solis profusi maiorem lunæ portionem comprehendunt. Quæ sanè causa est cur non statim ab oppositione solis luna manifestè decrescere incipiat: siquidem pars lunæ quæ à nobis aspicitur, medietate minor est per 82. propos. libri quarti. Cùm ergo illa quæ illuminatur, hemisphærio sit maior; aliquanto adhuc tempore, postquam ab oppositione sol ac luna discessere, pars lunæ visa totius illustratæ partis ambitu continetur; atque eapropter nondum videtur decrescere. imò vix altero post oppositionem die præcisus imminutúsve esse circularis ipsius ambitus manifestè deprehenditur, quod menstrua docet obseruatio.

CONSECTARIVM II.

Terræ maiorem medietate plagam sol perlustrat.

ID quoque ex eodem theoremate manifestè consequitur: quippe sol terrestri orbe longè maior existit. Fuit autem id mortalium habitationi peropportunum, vt scilicet in illa aëris temperie, qua singula procreantur, viuunt ac conseruantur, non ex æquo perfectaque iustitia calor & frigus decertarent; sed plus viuifici caloris quàm nocentis frigoris admitteretur; quod profectò contrà eueniret, si sol minorem medietate partem terræ suo fulgore illustraret, vt ex dictis manifestum est.

CON-

A

CONSECTARIVM III.

Sol ante exortum, & post occubitum etiam tum spectabilis est.

EX secundo consectario illud inferre licet planè paradoxum, solem posse à nobis spectari priusquam exoriatur, & posteaquam occubuit. Quod ita est explicandum, vt tum oriri sol intelligatur, cùm supra verum horizontem assurgit; occumbere verò, cùm infra deprimitur. Est porrò verus horizon circulus sphæræ maximus, ipsam bipartitò diuidens in hemisphærium superum, & in hemisphærium inferum, qui pro regio-
B nis varietate alius semper atque alius est. Nos igitur in fastigio nostri hemisphærij consistentes, quadrante vndique à finitore absumus, ab iis verò qui nobis tota diametro aduersantur, integro distamus semicirculo. Si itaque à pedibus nostris ad nostros antipodas semicirculus descriptus in terræ superficie intelligatur, per eam lineam quæ à sole ad centrum mundi extenditur, isque mundi centro affixus, animo circumducatur, hemisphærium describet, vltra cuius ambitum solis radij vndique pertingent per 2. consectarium. Sint autem, gratia exempli, duo gradus ad quos vltra fines concepti hemisphærij sol radios protendit. Palàm igitur solem gradu vno sub horizonte mersum adhuc à nobis conspici posse: quippe eius imago, adspectabilisque forma, hoc est lumen, recta ad nos linea protenditur, cùm gradu vno vltra stationem nostram proferatur. Sic itaque
C ante exortum, postque occubitum sol adhuc spectari à nobis potest; quod erat explicandum.

PROPOSITIO XLVII. THEOREMA.

Si sphæra luminosa minor fuerit opacâ, à maiore parte luminosæ ad minorem opacæ lumen proueniet.

D HÆC propositio eodem modo demonstrari potest, quo præcedens. Eadem namque manet figuræ species, eademque partium dispositio; sola verò permutantur nomina, vt nunc luminosum dicatur, quod antè opacum erat, & è conuerso: quocirca eadem quoque demonstratio solis terminis commutatis subsistit. Habet autem locum hoc theorema in sphæroidibus corporibus, quæ ab accensis lychnis illustrantur: item in luna, terræ comparatione; hac siquidem luna est minor ex Astronomorum sententia: quæ etiam causa est cur terræ vmbra à sole promissa, subinde totum lunare corpus non inuoluat, quamuis hæc duo sidera è diametro sibi mutuò opponantur, vt inferius suo loco dicemus.

CONSECTARIVM.

Luna oriens non videtur, & ante occubitum disparet.

E MIRVM id prima fronte videbitur, & præter sapientum etiam opinionem constitutum: nam qui fieri potest, vt luna, posteaquam finitorem subiit, nondum appareat, & priusquam subtus mergatur, aspectui nostro eripiatur, præsertim si terræ impedimenta sublata intelligantur: sed si rectè explicetur, mox veritas elucescet. Oriri atque occumbere tum astra dicuntur, cùm verum horizontem attingunt, cumque assurgendo sensim supra horizontem emerserunt, tum perfectè exorta esse intelligendum; quemadmodum absolutè occubuisse, cùm tota infra horizontem procubuere. Est autem verus horizon, vt paulò antè dicebamus, circulus sphæræ maximus, qui ipsam bipartitò diuidit, superumque hemisphærium ab infero disterminat.

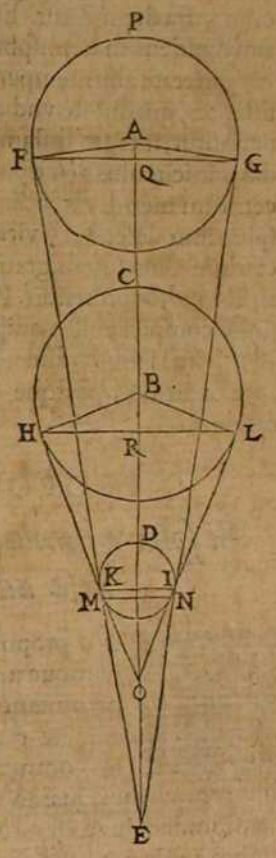
F Cùm igitur luna terreno orbe sit minor, consequens est per iam demõstratum theorema, terræ portionem medietate minorem à luna illustrari. Cùm ergo media lunæ pars supra horizontem scandendo peruenit, aut subtus occumbendo demersa est, tum terrestris plagæ, quæ illustratur, ambitus procul à nobis disiunctus est: nos siquidem terræ fastigio insistẽtes, quarta orbis parte ab horizonte absumus. Quare si ad nos vsque orientis vel occumbentis lunæ splendor attineret, media terræ portio illuminaretur; quia igitur minorem medietate plagam suo fulgore luna irradiat, cuius extremitas non exiguo spatio à nobis disiungitur, palàm est lunam orientem necdum videri, & ante occubitum aspectibus nostris eripi.

A

PROPOSITIO XLVIII. THEOREMA.

Sphæroides luminoſum maius è propinquo ampliorem partem opaci irradiat quàm è remoto.

ESTO lucida ſphæra A remotior à ſphæra opaca M D N quàm ſphæra B: dico à B maiorem portionem opacæ irradiari quàm ab A. Sint namque ſphęræ ita conſtitutæ, vt rectà A E per omnium centra tranſeat, radiiq́ue procidant tangentes F K, G I, H M, & L N, qui omnes producti ad partes ſphęræ opacæ in lineam A E congrediantur per 12. lemma, F K quidem & G I remotiùs puta in E; H M verò & L N propiùs, nimirũ in O, per lemma 13. ſic vt maior ſit A E quàm B O: quoniam igitur in triangulis A F E & B H O rectus eſt vterque angulorum A F E & B H O, latusq́ue A F lateri B H æquale per circuli definitionem, maiorem proportionem habebit A E ad A F, quàm B O ad B H per 8. quinti Euclid. Itaque per 14. lemma libri quarti maior erit angulus F A E quàm angulus H B O.



Rurſus cùm A E, quæ per ſphærarum centra extenditur, ſecet vtramque F G & H L bifariàm per 6. lemma huius libri, & ad angulos rectos ipſas ſecabit per 3. tertij Euclidis. In triangulis igitur A F Q & B H R anguli A Q F & B R H recti ſunt: quare duo reliqui vnius trianguli ſimul ſumpti, duobus reliquis alterius ſimul ſumptis ſunt æquales; quippe per 32. primi Euclidis cuiuſcumque trianguli tres omnino anguli duobus rectis ſunt pares. Ab illis proinde ſi inæquales detrahantur anguli, maior quidem F A Q & H B R minor, relinquetur A F Q, altero B H R minor. Atque hi rurſus ſi ab æqualibus rectis A F E & B H O ſubducantur, relinquetur angulus Q F E angulo R H O maior per communẽ notionem. At qui in ſegmento F P G inſcribitur angulus, æqualis eſt angulo Q F E per 32. tertij Euclidis: qui verò ſegmento continetur H C L, æqualis eſt angulo R H O per eamdẽ 32. tertij Euclidis. Igitur ſegmentum H C L ſegmento F P G maius eſt: quod ſcilicet minorem angulum capit, ſegmentum maius eſt; quod verò maiorem, minus, vt ex propoſitione 31. tertij Euclidis facilè colligi poteſt. Verùm ſegmento H C L ſimile eſt ſegmentum M D N, ſegmento verò F P G ſegmentum K D I ſimile per 10. lemma huius libri: itaque M D N ſegmentum ſegmento K D I eſt maius: quare ſphæroides luminoſum maius, quò propiùs ad opacum accedit, eò ampliorem eius partem irradiat; quod erat demonſtrandum. E

CONSECTARIVM.

Luna numquam illuſtratur minùs quàm cùm eſt plena.

HOC quoque inſigne eſt paradoxum. Quis enim non arbitratur lunam tum maximè ſolis fulgore perfundi, cùm plenitudinem fuerit adepta? Ea eſt vulgi æſtimatio: verùm non ita ſe res habet; quippe eius ſemper maior medietate portio illuſtratur, vt ex propoſit. 46. liquidò conſtat: ſiquidem ſol ex Aſtronomorum auctoritate lunarem globum multis partibus magnitudine excedit, cùm ipſo etiam terrarum orbe luna ſit minor. At ea portio, quæ lumine ſolis illuſtratur, non ſemper æqualis eſt; ſed iiſdem ex cauſis nunc maior, nunc minor, quibus luna ſoli propinquior efficitur vel remotior. Eſt porrò ea cauſa duplex: vna ſcilicet motus lunæ menſtruus, quo nunc ſoli coniungitur, nunc aliqua cæli plaga ab eo diſcedit, nunc terra interpoſita tota ei dimetiente opponitur; altera eſt motus ille, quo nunc ad augem euecta longiſſimè à medio vniuerſi abducitur, nunc ab auge redux terræ proxima fit. F

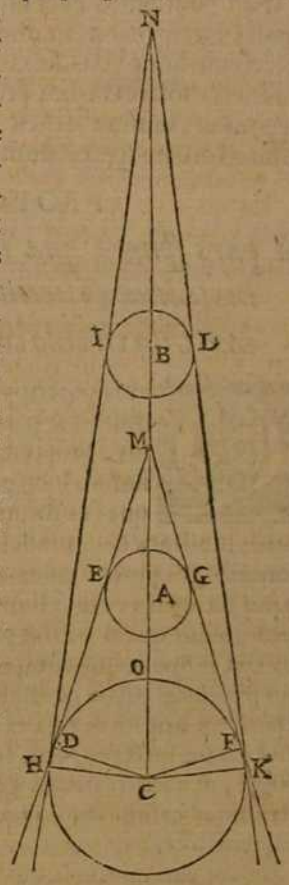
Perſpicuum igitur eſt, lunam cùm ad faſtigium augis conſcendit, tum & ſoli proximam, & à ſole remotiſſimam fieri. Atque in coniunctione quidem proxima eſt, in oppoſitione

A sitione verò remotissima: quippe in coniunctione, si in auge emineat, nihil solem inter & lunam intercedit, præter duorum cælorum Mercurij & Veneris densitates: hac ergo constitutione soli proxima est. In oppositione verò, cùm nimirum plenam nobis faciem obuertit, si in eodem sit auge, longissimè à sole dissidet: tum enim non modò cæli ipsi Mercurij & Veneris, sed etiam tota lunaris cæli diametrus ad conuexam peripheriam vtrimque extensa inter vtrumque astrum intercipitur. Palàm igitur per præsens theorema lunam numquam illustrari minùs, quàm cùm est plena; quod erat ostendendum.

PROPOSITIO XLIX. THEOREMA.

B *Contrà sphæroides luminosum minus, si propinquius est opaco, minorem portionem illustrat, quàm si remotius existat.*

SIT sphæra luminosa nunc in A opacę C maiori propinquior, nunc in B ab ea remotior: dico ab A quàm à B minorem partem sphæræ opacæ illuminari. Ducantur enim contingentes radij D E & F G, qui producti concurrant in M: similiqúe modo ducantur H I & K L, qui protracti in N conueniant; rectaqúe per omnium sphærarum centra agatur C N. A centro au-



C tem C ad contactus sphæræ opacæ semidiametri euocentur C D, C F, C H, & C K. Quoniam igitur in triangulis C D M & C H N, C D ipsi D M, & C H ipsi H N sunt perpendiculares per 18. tertij Euclidis; erunt anguli C D M & C H N recti. Sunt verò C D & C H inter se æquales per circuli definitionem; C N autem quàm C M maior per 13. lemma: igitur per 8. quinti Euclidis, maiorem proportionem habet C N ad C H, quàm C M ad C D: quare per 14. lemma libri quarti maior est angulus H C N quàm D C M angulus. Eodemqúe modo ostendetur angulus K C N angulo F C M maior.

D Compositus itaque H C K composito D C F est maior per communem notionem: igitur & arcus H O K arcu D O F maior conuincitur. Nam per vltimam sexti Euclidis in æqualibus circulis eamdem rationem habent anguli cum peripheriis quibus insistunt, siue ad centra siue ad peripherias constituti sint. Quare si sphæricum luminare minus, propinquius opaco fuerit, &c. quod erat demonstrandum.

Hæc & quæ proximè antecedit propositio, apprimè vtilis est ad intelligendum siderum illorum phænomena,

E *quæ vel excentrici orbis beneficio, vel etiam propria epicycli circumlatione, & à terra, & ab inuicem nunc longiùs nunc propiùs distant; cuiusmodi præcipua sunt sol ac luna. Sequentes verò septẽ propositiones ad lunæ incrementa ac decrementa pertinent; crescit enim perpetuò aut senescit, & modò curuatur in cornua, modò æqua portione diuiditur, modò sinuatur in orbem, eademqúe subitò enitet orbe pleno, ac repentè fit nulla, morata verò in coitu solis biduo, rursus ad easdem vices exit.*

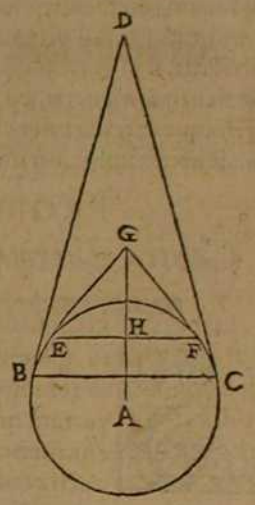
PROPOSITIO L. THEOREMA.

F *Si pars sphæræ collustrata, pársque visa bases habuerint parallelas, lumen aspectatum circulare & erit, & apparebit.*

ESTO sphæræ A pars collustrata B C, eaqúe parallela secundùm basin atque ambitum parti visæ E F; aut permutata vice sit pars illuminata E F, pars autem visa B C: dico E F eam scilicet partem, quæ illustratur & videtur, circularem esse, hoc est circulari ambitu circumscribi, & vt circulum apparere.

Prior huius theorematis pars ex propositione 81. libri quarti manifestè conuincitur. A

Posterior verò ita demonstratur: Ex G ad sphæræ centrum A recta ducatur G A: hæc quoniam ipsam E F iungentem contactus radiorum G E & G F bifariàm diuidit, per 6. lemma, & ad angulos rectos eam secabit per 3. tertij Euclidis: simili autem modo secat & reliquas quæ tactus radiorũ ex G ad sphæram procidentium connectunt: igitur G H & ad rectos angulos insistit basi eius segmenti, quod ex G conspicitur, & per eiusdem basis centrum transit. Quare per 62. libri 4. omnes dimetientes æquales visui repræsentantur, ipsaq; spectati segmenti basis, vt circulus conspicitur per circuli definitionem; quod secundo loco erat demonstrandum.



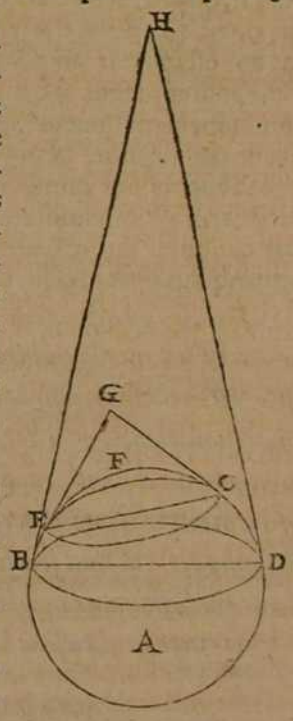
B

Eiusmodi porrò esset lunæ portio, quæ, nisi immanis terræ moles interpellaret, in directa solis oppositione à nobis conspiceretur: nunc verò quia terræ crassities inter vtrumque sidus interiecta solares radios prohibet arcetque, illa, cùm directè opponitur, lumine deficit; nullum proinde à sole acceptum luminis orbem spectandum exhibere potest. C

PROPOSITIO LI. THEOREMA.

Si pars sphæræ quæ illuminatur, non fuerit parallela parti visæ, nec se mutuò secent; sit autem quod videtur, minus; pars luminis visa circulo continebitur, & vt circulus apparebit.

QVEMADMODVM superioris propositionis, quæ bases partis visæ partisque illustratæ parallelas supponit, geminus est casus, propterea quòd oculus corpusque luminosum loco permutari queant; ita huius quoque constitutionis, quæ bases partis visæ ac partis illustratæ nec parallelas supponit, nec sese intersecare concedit, duplex est casus: aut enim oculus sphæræ propinquior est quam corpus luminosum, aut certe contrà corpus luminosum quàm oculus propinquius. Superiores duos casus vna propositione complexi sumus, quòd vna sit in vtroque spectatæ partis & illustratæ forma, eademque demonstratio: at hoc loco, quia ex oculi corporisque luminosi permutatione spectatæ partis forma magnam diuersitatem admittit, maioris claritatis gratia, distinctis propositionibus vtrumque casum studio proposuimus, quorum alter hac, sequenti alter explicabitur.



Igitur pars sphæræ A quam punctum H illustrat, esto BFD; pars autem quam oculus in G positus contuetur, esto E F C, cuius basis E C basi B D nec parallela sit, nec æqualis, sed minor, seque mutuò bases B C & E C non secent: dico E F C segmentum circulo contineri, ac circuli instar aspectui exhiberi: siquidem per 81. propos. libri quarti id sphæræ, quod spectatur, circulo definitur. At portio E F C, quæ ab oculo in G posito cernitur, tota luminosa est, cùm nulla eius pars extra segmentum B F D excurrat: igitur pars luminis visa circuli peripheria circumscribitur. Quòd autem eadem vt circulus appareat, ex præcedentis propositionis demonstratione manifestè conuincitur. Itaque si pars sphæræ collustrata non fuerit parallela parti visæ, nec se mutuò secent; sit autè quod videtur, minus; pars luminis visa vt circulus apparebit; quod secũdò erat demonstrandum.

Id in luna manifestè videre licet: illa enim primo ac etiam secundo ab oppositione die luminis plenitudinem retinet, nec minus circulare apparet eius lumen, quàm si è diametro soli opponeretur; vti e conuerso, non statim à coniunctione discedens, splendorem suum nobis ostendit.

CON-

A

CONSECTARIVM.

Apparens lunæ fulgor non ſtatim ab oppoſitione ſolis decreſcit.

EX hoc theoremate perſpicuè ſequitur, lunam, quamuis non mediocri ſpatio ab oppoſitione ſolis diſceſſerit, nihilominùs plenam nobis videri, totoque circulo lumen de ſe ad nos profundere. Cùm enim maior medietate portio lunaris corporis à ſole illuſtretur per conſectarium primum propoſitionis 46. minor verò pars medietate à nobis conſpiciatur per 82. libri quarti; ſanè aliqua erit ea latitudo, qua licet ab oppoſitione ſo-
B lis aſpectuſque noſtri directa interpoſitione diuellatur, nihilominùs lucida appareat tota illa portio, quæ à nobis conſpicitur, vt liquidò ex dictis conſtat.

Eſt porrò non minimum vtriuſque partis diſcrimen, eius ſcilicet quæ illuminatur, & eius quæ videtur; quod facilè conijcere quis poterit, ſi intelligat non priùs lunæ plenum ambitum manifeſtè incidi ſeu minui, quàm altero aut tertio ferè die à directa oppoſitione diſceſſerit, vt aperta docet experientia. Cumque luna tredecim circiter gradus proprio motu diebus ſingulis conficiat, conſequens eſt, vt magnum eſſe debeat partis illuſtratæ ac viſæ diſcrimen.

C

PROPOSITIO LII. THEOREMA.

Si rurſus pars ſphæræ illuſtrata, & ea quæ videtur, non fuerint parallelæ, nec ſe mutuò ſecent, ſit verò pars viſa maior; erit quidē ambitus ſpectati luminis circularis, videbitur autem ellipſis.

D ESTO in præcedente ſchemate ſphæræ A pars illuſtrata E F C à puncto luminoſo G; pars autem, quam oculus in H poſitus contuetur, B F D: palàm igitur ſegmentum E F C circulo definiri per ea quæ propoſit. 81. lib. 4. ſunt demonſtrata. Quòd verò eadem pars E F C ellipſis appareat, ſic probatur: Quoniam ſegmenti E F C baſis E C minor eſt baſi B D, nec eam interſecat, neceſſe eſt ſegmentum E F C totum videri. Rurſus cùm E C ipſi B D parallela non ſit, fieri nequit vt E C directè aſpectui obijciatur, quandoquidem B D ſit directè viſui oppoſita. Obliquè igitur E C oculo in H conſtituto exhibetur. Quare per 66. libri quarti ſegmenti illuſtrati ſimul ac viſi E F C baſis E C vt ellipſis apparet, niſi eæ obſtent conditiones, quæ eadem propoſitione continentur; quod erat probandum.

In hac luminoſi corporis oculique conſtitutione, id neceſſariò efficitur, vt pars ſphæræ quæ lumine perfunditur, tota ſemper ſub aſpectum cadat: nam extremus quidem terminus quo oculum in dextram dimouere licet, eſt linea E G, in quam ſi linea B H incidat vnam efficiens, radius ab H ad ſphæram demiſſus, ipſam continget in E cómune
E ſignum partis viſæ & illuſtratæ, quæ proinde extrema eſt: vltra hanc enim ſi oculus ab H dextrouerſum abſcedat, ſic vt punctum G extra triangulum B H D relinquatur, fiet profectò vt radius ab H promiſſus ſphæram inter E & F contingat; cùm verò maior ſupponatur baſis partis viſæ baſi partis illuſtratæ, radius ab H procidens ſphæram in puncto quopiam vltra C continget in parte oppoſita conſtituto. Igitur quæ hos contactus iunget recta linea, ipſam E C interſecabit, quod hypotheſi aduerſatur. Quocirca fieri omnino nequit, vt ſaluo propoſito caſu oculus à puncto H longiùs dextram verſus dimoueatur, quàm vt radius opticus ab oculo delapſus in lineam E G incidat, ſphæramque in E contingat.

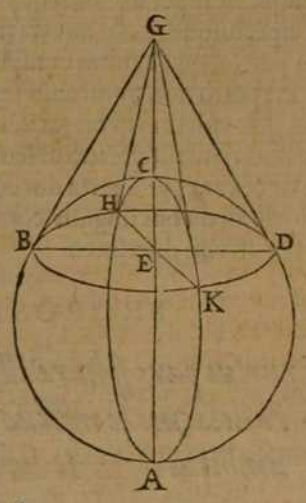
F Simili prorſus ratione oſtendemus in parte altera lineam C G extremum terminum eſſe, quo oculus ab H ſiniſtram verſus abduci poteſt: nam cùm eouſque oculus in ſiniſtram abierit, vt radius ſphæram contingens, in lineam C G incumbat, nondum ſeſe partis viſæ, partiſque illuſtratæ baſes interſecarunt, quod propoſitio poſtulat; ab vlteriore verò loco ſi ſphæra ſpectetur, ſeſe baſes interſecabunt, vt proxime eſt demonſtratum. Igitur in præſenti conſtitutione oculi ac corporis luminoſi, qua ſe mutuò pars lumine colluſtrata parſq; viſa nequaquam interſecant, pars ſphæræ illuſtrata tota ſemper aſpicitur; quod erat oſtendendum. Hinc autem conſequens eſt per proxime demonſtrata, ambitum ſpectati luminis E F C circularem eſſe; videri autem forma ellipſis, quod initio fuit propoſitum.

A

PROPOSITIO LIII. THEOREMA.

Si hemiſphærij illuſtrati, partíſque viſæ baſes ſe mutuò ſecundùm normam ſecent, quod de lucido hemiſphærio cernitur, ſector quidem eſt ſphæricæ ſuperficiei: at ſemicirculus apparet.

SIT ſphæræ ABCD media pars ABC illuſtrata; oculus autem in G conſtitutus, eò inquam loci vnde portionem ſphæræ BCD cõſpiciat, cuius baſis BKDH baſin AKCH ad normam ſecet: dico illuſtrati hemiſphærij portionem BKCH quæ videtur, ſectorem eſſe ſphæricæ ſuperficiei, cui duo circulorum ſegmenta vtrimque aſſiſtunt, nempe KBH ſemicirculus, & KCH ſemicirculo minus, qualis eſt lunæ dimidiata facies cùm quarta cæli parte à ſole diſtat. Quòd KBH ſemicirculus ſit, ex Sphæricis Theodoſij patet: cùm enim ABC hemiſphæriũ eſſe ſupponatur, quod lumine perfunditur, erit eius baſis AKCH circulus ſphęræ maximus per 6. primi Sphæricorũ Theodoſij, quippe qui per centrũ ſphęræ tranſit. Quoniam igitur ex hypotheſi AKCH circulus maximus ſecat BKDH ad rectos angulos, & bifariàm eum ſecabit per 13. primi Sphæricorum Theodoſij. Eſt itaque KBH ſemicirculus; ſiquidem per 18. libri quarti portio BKDH, quæ videtur, circulus eſt.



C

Iam quòd KCH ſemicirculo ſit minor, ſic probatur: E ſphæra vno oculo quod ſpectatur, hemiſphærio minus eſt per 82. libri quarti; igitur BCD ſegmentum circuli maximi, ſemicirculo minus eſt: at ſegmento BCD æquale eſt ſegmentum KCH per 24. tertij Euclidis, quòd ſcilicet KH æqualis ſit ipſi BD, nempe diametri eiuſdem circuli BKDH: D igitur & KCH ſegmentum eſt ſemicirculo minus.

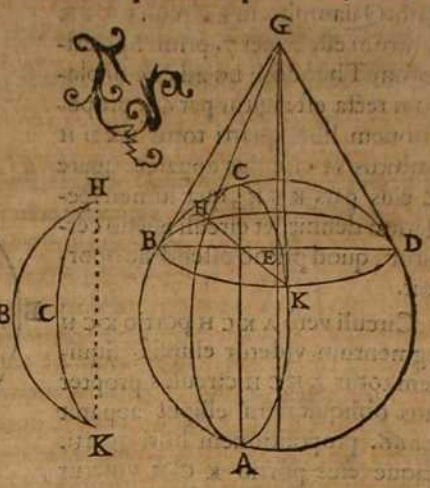
Demum quòd BKCH ſuperficies ſphæræ illuſtrata ſimul ac viſa vt ſemicirculus appareat, ex eo demonſtrari poteſt, quòd arcus KBH ſemicirculari forma conſpiciatur per 62. libri quarti. Cùm enim EG ſphæræ centrum pertranſeat, ea per 6. lemma diuidet ipſas BD & KH, quæ oppoſitas tactiones radiorum ex G procidentium iungunt bifariàm. Quare E circuli BKDH centrum erit, è quo EG ad circuli planum ad rectos angulos excitata erit per 7. primi Sphæricorum Theodoſij. Quocirca totus BKDH circulus vt circulus videbitur per eamdem 62. libri quarti: eius proinde medietas KBH ſemicirculi inſtar conſpicietur. At verò KCH propterea quòd perpendiculariter aſpectui G obijciatur, vt recta apparebit linea per 57. libri quarti. Quod autem rectâ lineâ & dimidiato E circuli ambitu continetur, ſemicirculus eſt: itaque BKCH portio ſphęræ illuſtrata iuxtà ac viſa vt ſemicirculus conſpicitur; quod erat probandum.

PROPOSITIO LIV. THEOREMA.

Si rurſus partium, luminoſæ & aſpectatæ, baſes ſe mutuò normaliter ſecent; ſit autem pars illuſtrata hemiſphærio minor; quod de fulgido ſegmento conſpicitur, ſector quidem eſt ſuperficiei ſphæricæ, at μηνοειδὴς ſchema repræſentat mixtum ex arcu circulari & F arcu ellipſeos intus curuato.

REPONATVR eadem quæ ſuprà ſphæra ABCD, cuius pars illuſtrata ſit hemiſphęrio minor ABC; pars autem ab oculo in G poſito aſpectata, eſto BCD: harum verò partium baſes ſe mutuò normaliter ſecent; ſitque communis ſectio HK: dico portionem ſub KBHC comprehenſam, quæ nimirum ſimul illuſtratur & videtur, ſectorem quidem eſſe ſphęricæ ſuperficiei, vt ex ſuperiore demõſtratione conſtat; ſpeciem autem figuræ exhibere

A bere è duabus curuis lineis mixtam, quarũ altera circularis perimetri portio eſt, altera ellipſeos peripheria intus ſinuata: qualem nobis ſpeciem exhibet lunæ ſplendor tertio ac quarto, ad ſeptimum vſque poſt coniunctionem die, cùm illa nobis corniculata apparet.



His explicatis, portionem K B H, vt circuli ſegmentum apparere, in hunc modum probatur: Quoniam G E à concurſu radiorum, ſeu ab oculo per ſphæræ centrum acta eſt,
B eadem ſecat ipſam B D, quæ tactiones B & D iungit, bifariàm in E, per 6. lemma. Igitur & ad rectos angulos eam ſecat per 3. tertij Euclidis. Quare per 62. libri quarti circulus B H D K propria forma, hoc eſt vt circulus apparet; ac proinde eius ſegmentum K B H circuli videtur ſegmentum, ac portio circularis perimetri: hac igitur parte aſpectabile lumen circulare conſpicitur.

At circuli A K C H portio K C H ellipſis ſegmentum videtur. Cùm enim totus ipſe
C circulus A K C H propter aſpectus obliquitatem ellipſis appareat per 66. libri quarti, eius quoque portio K C H, vt pars ellipſis conſpiciatur neceſſe eſt. Quòd verò intus curuata verſus B hæc portio ellipſeos ſpectetur, inde oſtenditur, quòd radij optici ex G per circumferentiam K C H ad planum K B H ducti, omnes intra ſegmentum K B H cadant, ibiq; phantaſiam peripheriæ K C H ſiſtant: tota ergo forma luminis aſpectati mixta eſt ex circuli & ellipſeos peripheria.

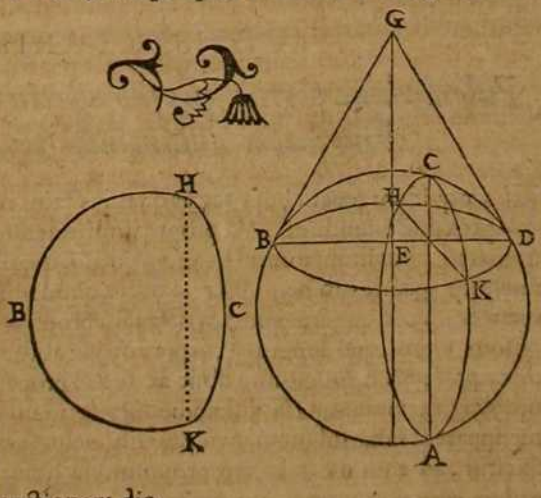
Porrò apparentis luminis ſchematiſmum ichnographicè hoc loco adſcripſimus iiſdem litteris deſignatum, quibus in ſphæra ipſa rem explicare conati fuimus, vt clariùs appareat cuiuſmodi ſit ea apparentis luminis forma, quam fortè ex oculari inſpectione promptiùs quàm ex demonſtratione quiſpiam aſſequetur.

D

PROPOSITIO LV. THEOREMA.

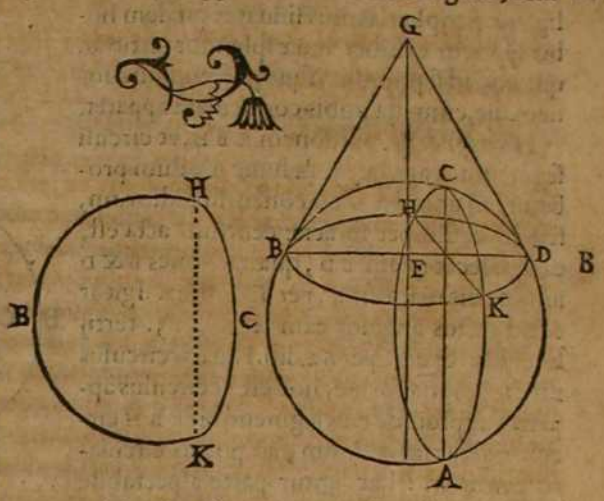
Si denuò baſis partis ſphæricæ illuſtratæ baſin portionis viſæ ad normam ſecet; ſit autem hac illa maior, quod de ſplendido ſegmento cernitur, ſector eſt ſphæricæ ſuperficiei: at mixta figura apparet ex circulari ambitu, & ellipſeos peripheria exteriùs curuata.

E ESTO vt ſuprà ſphæra A B C D, eiuſque pars illuſtrata A B C; pars autem conſpecta B C D, quarum baſes A K C H, & B K D H ſe mutuò ad normam ſecent, ſitque communis ſectio K H: dico portionẽ ſphæricæ ſuperficiei ſub K B H C comprehenſam, quæ nimirum ſimul & illuſtratur & videtur, ſectionem quidem ſphæricæ ſuperficiei eſſe, vt ex dictis iam perſpicuè patet;
F apparere autem formâ vtrimque gibboſâ, partim circulari, partim ellipſioide exteriùs prominẽte. Qualem refert ſpeciem luna ἀμφίκυρτος, cùm, vt Hermolaus ait, *in ſolis triquetro ſemiambitur orbe*, vti videre eſt decimo & duodecimo poſt coniunctionem die.



Quòd K B H vt circuli fragmentum appareat, eodem modo, quo ſuperiùs, probari poteſt. Cùm enim G E per centrum ſphęræ acta ſit, ea per 6. lemma ſecabit ipſas B D, K H, ac

ac ceteras omnes, quæ radiorum ex G procidentium oppositas tactiones iungunt, bifariam. Quamobrem E circuli B K D H centrum est, & per 7. primi Sphæricorum Theodosij E G ad circuli planum recta est: igitur per 62. propositionem libri quarti totus B K D H ambitus vt circulus apparet: quare & eius pars K B H, quæ lumen spectatum definit, vt circuli portio cernitur; quod primò ostendisse oportuit. A



Circuli verò A K C H portio K C H segmentum videtur ellipsis; siquidem totus A K C H circulus propter situs obliquitatem ellipsis apparet per 66. propositionem libri quarti. Itaque eius portio K C H videtur segmentum ellipsis, ad eum modum, quo hîc eius formam propriumque apparens schema pro rudiorum captu ichnographicè adscripsimus iisdem litteris insignitum, quibus in sphæra ipsa singulæ partes notantur: sic enim genuina phantasia luminis aspectati oculis repræsentata clariùs perspicitur. B C

CONSECTARIVM I.

Apparens lunæ splendor in quadrato aspectu semicirculo maior est.

CVM quadratus lunæ aspectus ille sit, quo luna quarta cæli plaga à sole distat, iamque ex consectario 1. propos. 46. huius libri constet, maiorem hemisphærio partem orbis lunaris à sole illuminari, consequens est, vt in ea constitutione radius à sole ad lunam exporrectus, recto angulo inde ad nos flectatur. Nam quarta circuli portio lineis rectum angulum continentibus intercipitur: est igitur quadratus lunæ aspectus proposito schemati similis; siquidem B E luminis solaris radius est, C E verò radius opticus, & segmentum A B C semicirculo maius lunæ portionem illustratam repræsentat, B C D autem eam quæ videtur; quarum communis sector sub B K C H comprehensus, qui inquam simul & illuminatur, & cernitur, maiorem semicirculo portionem aspectui exhibet, vt iam ostensum est. Etenim circuli portio K B H vti semicirculo reipsa est maior, ita maior semicirculo apparet: cui præterea accedit H C K ex obliquo aspectu portionem ellipseos repræsentans, quæ exteriùs protuberat, & spectatum lumen sua proiectura adauget, vt ex demonstratis perspicuè conuincitur. D

CONSECTARIVM II. E

Fulgida lunæ portio, quæ sub aspectum cadit, in quadrato situ, ob ingentem distantiam semicircularis apparet.

EST quidem reuerà lunæ facies quæ spectatur in quadrato situ, semicirculo maior, vt proximè ostendimus. At propter immoderatam distantiam fit, vt quamuis sol lunâ multis partibus sit maior, lunæ tamen portio, quæ illustratur, minimo interuallo eoque insensibili penitus ab hemisphærio distet, quod nullo negotio demonstrari potest. Quoniam enim per quadragesimam octauam propositionem libri huius sphæroides luminosum maius, quò longiùs à corpore opaco abfuerit, eò minorem eius portionem irradiat; profectò si longissimè absit ac spatio propemodum infinito, partem illustrat hemisphærio proximam; siquidem hemisphærio minor pars illustrata esse non potest. Igitur apparens lunæ fulgor in quadrato situ, velut semicirculus à nobis in terra positis conspicitur, ad eum modum qui propositione huius libri 53. superiùs est explicatus. Hæc eadem veritas proprio oculorum testimonio confirmatur: cùm siquidem lunam intuemur medio loco inter coniunctionem & oppositionem constitutam, eam exactè semicircularem videmus. F

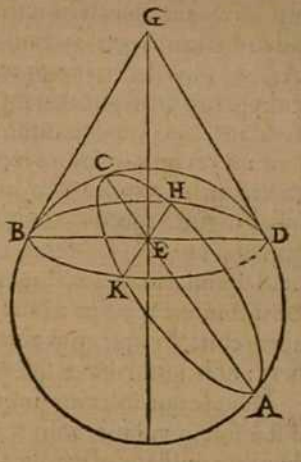
PRO-

A

PROPOSITIO LVI. THEOREMA.

In sphæra si bases partis illustratæ, partisq; visæ, se mutuò obliquè secent, portio luminis quæ sub aspectum cadit, mixta è circulo & ellipsi apparebit.

B SIT pars visa BCD eadem quæ suprà, eiusque basis BKDH; pars autem illustrata sit vel ABC, vel ADC, cuius vtriusque communis basis AKCH basin BKDH obliquè secet in communi linea KH: si itaque luminosa sphæræ pars sit ABC, erit portio luminis visa ea, quæ sub KBHC continetur, videbiturque mixtum schema ex circulo atque ellipsi intus curuata, vt propositione 54. libri huius docuimus, quale est nascentis & senescentis lunæ, cùm solem auersis cornibus è proximo intuetur. Si verò luminosa sphęrę pars sit ADC, erit portio luminis aspectata KDHC, videbitur autem figura mixta ex circulo, & ellipsi exteriùs prominente, qualem prop. 55. huius lib. exC posuimus. Quò verò magis obliquatur aspectus, post diē octauum, eò luna orbem nobis exhibet propensiorem.



Hæc quia ex dictis perspicua esse arbitror, possuntque ex iisdem principiis iam sæpiùs repetitis nullo negotio demonstrari, quod reliquum est huius propositionis sagaciæ Lectoris committimus, ne prolixitas in rebus per se notis fastidium pariat.

DISPVTATIO.

D

Quo pacto luna à sole lumen accipiat, susceptumq; ad nos transmittat.

QVONIAM de vario lunæ aspectu dicere cœpi, gratum Lectori, nec minùs pretium operæ me facturum putaui, si hoc loco velut parergon eam quæstionem explicare connitar, quę plerosque Philosophos latuit, ceteros aut suspensos, aut falsa persuasione imbutos tenuit. Constans est omnium Astronomorum sententia, planetas à sole lumen mutuari, quibus etiam Philosophi consentiunt, præter Auicennam & Macrobium, qui lunam dumtaxat soli acceptū lumen referre debere asseruerunt, reliquos verò de suo ac proprio nitore collucere. Inficiari certè hi ea minimè potuerūt, ex quibus potissimùm lunam à sole illustrari E conuincitur, vt sunt menstrua incrementa ac decrementa, eiusdemque defectiones, quæ terræ interpositione subinde eueniunt. at quónam pacto luna solares radios excipiat, eosdemque ad nos remittat, potissimùm erat inuestigandum.

Nonnulli solis radios à lunari corpore tamquam à conuexa speculi superficie ad nos transmitti crediderunt. Qui hanc sententiam complexi sunt, in primis statuerunt lunare corpus opacum existere. quod sanè ita fieri oportuit, nam specula omnia è corpore definito seu terminato esse debent: ergo si luna speculi ratione habet, necesse est eam exquisitè opacam esse: ita siquidem in his inferioribus specula omnia vel suapte natura, ingenitaque opacitate terminata sunt, vt illa quæ ex variorum metallorum commistione in matrices primùm funduntur, posteà cotibus tergentibusq; puluiscu lis poliuntF tur; vel arte terminari opus habent, vt ea quæ ex materia fiunt translucida, nempe vitro aut crystallo, hæc enim plumbo aut stanni bractea hydrargyro perlita terminantur. Quæ namque transparent, susceptos radios transmittunt: quare nisi lunaris orbis intensè opacus sit, nullos poterit ad nos solis radios destinare; siquidem omnes in aduersam solis partem penetrabunt, longiusque à nobis diuellentur. Lunaris corporis opacitatem ex eo probant, quòd luna soli è regione obiecta nobis ipsius radios surripiat, quâ proinde eclipsin vocant, quòd tum nobis sol lumine deficere, viribusque delinquere videatur: quod sanè haud accideret, nisi corpus lunæ perfectè opacum esset. Igitur hoc primo ad huius sententiæ robur & fundamentum erat constituendum.

Alterum,

Alterum, quod apud omnes ratum probatumque est, illud fuit, extimam lunaris corporis superficiem exquisitissime tersam ac læuem esse. nam & ceteras omnes cælestium orbium superficies tum cauas tum conuexas tales esse oportet, ne motus reddantur difficiles propter eminentiarum collisiones; deinde ne in depressionibus vacuum admittatur, aut in eminentijs corporum penetratio. His ergo duabus proprietatibus instructus lunaris orbis, susceptos solis radios à se velut à speculo ad nos transfundit, quando ea est læuis atque opaci natura, vt incidentes luminis radios continere non possit: quare cùm permeare nequeant obsistente opacitate, resiliant necesse est. A

Hæc sententia ex communi vsu originem accepisse videtur. nam cùm viderent homines rerum obiectarum simulachra à vulgaribus speculis, quæ plurimùm plana sunt, ad intuentium oculos transmitti, idem confestim lunari corpori accidere existimarunt. At scire illos decebat conuexa specula longè diuersum effectum edere ab illo qui à speculis planis producitur: nam plana specula res obiectas eadē magnitudine per imaginem reddunt, nisi quòd quantum hæc aspectantis recessu secundùm apparentiam minuitur, tantum res ipsæ longiore recessu minores videntur. Specula verò conuexa res exhibent multò quàm reipsa sint minores, ac tantò etiam idola attenuantur magis, quantò res ipsæ longiùs à speculo absistunt. Cùm ergo tanto interuallo sol à luna dissideat, puto si quis iuxta lunam existeret, indeque solis imaginem intueretur, fore vt ne minimæ quidem stellulæ magnitudinem solis phantasia exæquaret. Nunc verò cùm & nos tanta iterùm intercapedine à luna absimus, Deus bone, quàm exiguus sol in lunę conuexitate apparebit! Perspicuum autem, à media fermè parte lunaris orbis radios ad nos pertinere: non igitur lunæ splendor est solis imago velut à speculi conuexitate repercussa. B C

Deinde qui in terris positi solem in conuexo speculo è propinquo intuentur, stellæ instar solem vident: nam & Canicula quā ęstiuis mensibus in conuexo speculo sub aquis demerso quidam ostendunt, non Canicula est; sed solis imago conuexitate speculi ad stellæ paruitatem contracta, & è fundo ad superficiem aquæ infractione delata, ibique apparens. Huius rei argumentum è pluribus illud vnum est, quòd planis speculis hæc phantasia exhiberi non possit: alterum quòd solis figura tantò appareat minor, quantò minoris sphæræ portio speculum fuerit: tertium quòd ea anni tempestate stellæ phantasia borealis appareat, cum tamen Canicula vltra Æquatorem Austrum versus excurrat. Cùm ergo in conuexis speculis solis imago tantilla cernatur, dubitandum non est, quin si ea experientia tanto accideret interuallo, quanto luna à sole distat dum ei è diametro opponitur, solis imago adeò exigua foret, vt visum effugeret, præsertim si nos in terris positi eam contemplaremur. Non igitur solis simulachrum est id quod à luna ad nos lumen transmittitur. Hoc sanè argumentum adeò est efficax, vt reuinci à nemine queat, imò ne impugnari quidem, nisi ab eo qui conuexorum speculorum naturam penitus ignorauerit: nam constat specula conuexa numquam ab hemisphærio rerum formas exhibere (nisi forte adeò sit immane corpus obiectum, vt qui ab eius extremis in centrum specularis sphęræ pertinent radij, hemisphęrium comprehendant;) quomodo igitur asserere quispiam non dubitabit, solares radios a parte lunaris orbis hemisphærio maiore tamquam à speculo ad nos transfundi? D E

Nunc tandem ad lunæ maculas, quid? dicéntne, Plinio auctore lib. 2. Nat. hist. c. 9. lunæ maculas sordes quasdam esse vnà cum terrę vapore sublatas, atq; lunæ, quòd terrę proxima sit, inhærentes. Ita locuti fuere olim Stoici, vt & illi qui cælum animal esse crediderunt, terrenoque humore pasci. Verum postquam luna occumbens, vultum à pastu conspurcatum, Oceano abluit, cur non maculis deterśis, pura nitidaq; rursus exoritur?

Alij cum cæcutientibus quibusdam lippísve dicent, macularum in luna aspectum inter fallacias visus numerari debere, quasi hic visus hallucinetur inani quadam specie circumuentus. At quam dabunt huius fallaciæ causam? & vnde ea quam cernimus macularum constantia, vt ab omnibus intuentibus, omnique tempore eædem, ac situ eodem conspiciantur? denique si hic error esset, emendaretur profectò aliquando, sublata occasione. F

Nonnulli lunæ maculas, vallium, nemorum, atque opaciorum in terris locorum imagines esse dixerunt, inde velut à speculo ad nos redeuntes. Verùm cùm singulis horis ac momentis terræ lunæque respectus mutetur, oportebit lunæ maculas continuò situm variare, ac neutiquam constantes esse. Deinde quis nescit formas rerum obliquè in specula incidentium, in aduersam partem abire? Eorum igitur quæ in terris sunt simulachra non ad nos redeunt, sed in cælum prouolant.

Aptiùs

A Aptiùs fortè dicet alius lunæ maculas non earum rerum imagines esse, quæ in terris sunt, sed macularum, quas superiore anno Christophorus Scheiner, è Societate nostra, atque in Ingolstadiensi Academia Matheseos professor, nomine Apellis post tabulam primus in sole deprehendit, has scilicet vnà cum solis phantasia in luna tamquam in speculo à nobis conspici. Sed neque hoc rectè affirmare quispiam poterit: nam speculi ratio iam satis superque est refutata. Deinde constat solis maculas quotidie situm mutare, lunæ autem partes omnes constantes esse: non ergo hæ illarum imagines esse possunt.

Tandem dicent partes lunæ quæ ob claritatem videntur montes reuerà esse; eas verò quæ obscuritatem præ se ferunt, valles. At non omne quod ex tanto interuallo quantum ad cælos vsque extenditur, magis conspicuum est, mons confestim credi debet, aut vallis id quod obscurius videtur. Nam eadem ratione totam illam cæli plagam, quæ lactea appellatur, arduum esse iter ad superos dicere oporteret, montibus, vallibusque, ac præruptis saxis asperum; totum item lunæ occiput resecandum esset; cælum denique vniuersum de medio tollendum, præter eas partes quæ luce spectabiles sunt.

Respondebit fortè aliquis, nullam admitti in cælo asperitatem, sed valles appellari eas partes quæ iuxta aspectabiles peruiæ videntur. Ridiculum. Valles enim loca sunt inter extantes montes, non aspectui tantùm, verùm etiam lationi peruia. Faceſſant igitur hæc commenta, quibus nulla ratio adstipulatur quæ fidem faciat; nec si plurima eis appensa sit hedera, probabiliora fient.

Aliorum opinio est (quæ etiam nobis magis arridet) alterum lunæ hemisphærium exquisitè diaphanum esse: alterum verò, quod scilicet humani vultus speciem nobis ostendit, medio-diaphanum tantùm, hoc est, quadam opacitate respersum, quæ aliquid luminis transmittat: potiorem verò partem non solùm in extima superficie, verùm etiam in profunditate retineat; quod etiam in lacteo illo cæli circulo eodem modo accidere arbitrantur.

Volunt præterea lunæ orbem propriæ cauitati insertum esse, atque arctissimè coërcitum, sic vt caua epicycli conuexaque lunæ superficies, licet discretæ, perpetuo tamen contactu cohæreant. Rursus & hoc addunt, lunæ orbem in ea cauitate nullo motu concitari, sed firmum stabilemq; persistere, eo situ, vt pars medio-diaphana perpetuò versus terræ centrum dependeat, non quasi opacitatis admixtione ea pars facta sit grauior (absit enim vt elementorum sordes cælo inferamus) sed quia Deo rerum omnium creatori ita à prima origine placuit, & vt lunæ incrementa ac decrementa faciliorem haberent explicationem. Solis namque lumen dum circa lunæ orbem fertur, alias continuò atque alias partes illustrat, ac nunc quidem id totum quod opacius est, nunc id solùm quod perfectè translucet, nunc vtriusque simul partem aliquam. quare nunc plena, nunc obscura, nunc corniculata, nunc gibbosa vtrimque, nunc mediâ figurâ atque hemicycli formâ conspicitur.

Est, inquam, ea pars lunaris orbis quæ opacior est, nubi haud absimilis. hæc siquidem qua parte lucidos solis radios admittit, cãdida apparet, ac tantò etiam alba magis, quantò densior est: soli verò prætenta nigra cernitur & obscura, solisque aspectum prohibet: hoc tamen discriminis intercedit, quòd nubes quia demissæ sunt, nisi ingentis sint magnitudinis, breuem tantum modò terræ tractum opacent; luna autem propter altitudinem, magnam terræ portionem radiis solis destituit: ex quo consequitur in solis defectionibus magnas subinde tenebras in terris existere, quod nubium obtẽtu numquam euenire solet, nisi immanis sint magnitudinis. Porrò quando vtrumque astrum, solem videlicet lunamque, interdiu simul videmus (quod longioribus diebus non rarò euenit, etiam in ipsorum oppositione) tum propter solaris nitoris præsentiam, non luminosa luna, sed candida ac nubeculæ instar apparet; estque hic eius aspectus adeò nubi similis, vt nisi figura obstaret, nubeculæ portiunculam à maiore secretam esse nemo dubitaret. eadem namque ratio est, qua luna & qua nubes à sole lumen mutuatur.

Rursus simile quiddam in Sacris litteris memoriæ proditum habemus in columna nubis & ignis, quæ diuina assistente virtute filios Israël per deserta incognitaque loca quadraginta annorum spatio circumduxit, vsque dum ad terram antepromissam peruenirent. de hac re lege cap. 13. Exodi. Erat igitur columna illa ex rariore quadam substantia seu vapore seu exhalatione nubis in morem concreta, ita vt verè ac propriè Sacræ litteræ eam columnam nubis appellẽt, hoc est, nubem columnæ specie efformatam. Habebat verò ea nubes lumen quoddam diuinitus insitum, solaris luminis excellentiâ longe in-

gè inferius; par tamen lunari ſplendori, non illi quem luna reipſa habet, ſed quem nobis A
impertit maxima itineris longinquitate hebetatum, ne nimius fulgor quieſcentium Iſraëlitarum oculos noctu perſtringeret, ac quietem interturbaret, quos vix vmquam noctu iter habuiſſe legimus.

An verò ea lux à vero igne, quo accenſa columna arderet, profecta fuerit, diſputant Theologi. Qui aiunt, illo argumento nituntur, quòd paſſim columna ignis in Sacris litteris appelletur. Qui verò negant, notarunt eam ſubinde nominari ſpeciem ignis, vt lib. Numer. cap. 9. *Sic fiebat iugiter: per diem operiebat i llud nubes, & per noctem quaſi ſpecies ignis.* Nobis placet ignem quidem illum fuiſſe, at non alium quàm erat rubi ardentis, non tamen conſumpti; hoc eſt, non lumen abſque igne, ſed potiùs ignem prohibita B
vrendi facultate, qui propter obſcuritatem quamdam & ruborem, quem forte à natura coniunctum habebat, communis ignis imaginem præ ſe ferebat.

Ergo vna eademque columna ob naturæ raritatem interdiu ſolis radijs percuſſa nubem repræſentabat, noctu verò ignis ſubobſcuri ſimilitudinem, propter inſertum diuinitus ſplendorem abſque vrendi poteſtate. Non fuiſſe autem diuerſas columnas, vnam nubis, alterá ignis, quæ ſibi mutuò in vicem ſucceſſerint, ex cap. 14. Exodi colligi poteſt, vbi ſic legitur: *Et erat nubes tenebroſa & illuminans noctem.* Et mox: *Et reſpiciens Dominus ſuper caſtra Aegyptiorum, per columnam nubis & ignis interfecit exercitum eorum.*

Quantæ autem molis fuiſſe hanc columnam credendum ſit, ex eo colligit Benedictus Pererius in cap. 13. Exod. diſp. 3. quòd Iſraëlitarum caſtra propè tricies centena ho- C
minum millia numerauerint, quibus certè non minùs quàm 10. vel 12. millia paſſuum figendis tabernaculis opus erant. Stabat porrò dum quieſcebat columna tabernaculo inſiſtens, baſi illud operiens, capitulo verò in ſublime erecto: at dum profectionis tempus aderat, in altum ſublata per aërem conſpicuè ferebatur caſtra præcedens, non alia vi, quàm Angeli miniſterio, vt Exod. c. 14. diuina Scriptura teſtatur: *Tollens ſe Angelus Domini qui præcedebat caſtra Iſraël, abijt poſt eos, & cum eo pariter columna nubis.*

Ex his id rectè colligi poteſt, noſtram de lunæ illuſtratione ſententiam nihil à ratione alienum continere, quandoquidem perfectam eius ſimilitudinem in columna nubis & ignis Sacris litteris conteſtatam habeamus. Et verò Deus Opt. Max. etiam in miraculorum oſtenſione naturales modos plurimùm ſolet vſurpare: nec aptiùs, meo quidem iu- D
dicio, eam nubis ac fulgoris coniunctionem in eadem materia conciliare poterat, (ſic enim ſalua Numinis potentia, humano noſtro modo loqui liceat) quàm aſſumpta ſubſtantia quę medio modo pelluceret, eidemque inſerto lumine, quod quidem ſolis radijs vinceretur, at nocturnas tenebras ſuperaret.

Ad extremum explicandum ſupereſt quid de lunæ maculis ſentiendum ſit. Eius rei gratiâ notandum eſt, eam opacitatis aſperſionem, quam ſuperiùs deſcripſimus, non omni ex parte æquabilem atque vniformem eſſe. Nam qua parte luna plus luminis ſuſcipit, ea opacior eſt; qua verò minus, ea magis tranſlucet: ſiquidem perſpicuę partes lumen ebibunt, opacæ reddunt. Itaque lunę maculæ (ſic enim eas appellant) partes ſunt ab opacitatis infectione liberiores. quòd enim tranſlucet, nullos à ſe radios repellit, ſed inciden- E
tes ſuſcipit, ſorbetque ac tranſmittit; quo fit, vt eæ partes lunæ quæ minùs opacæ ſunt, non viſæ prætereantur, atque ita obſcuritatis ſeu macularum ſpeciem præ ſe ferant.

Sic intelligendos eſſe exiſtimo Philoſophos illos noſtri ſæculi, qui eas partes lunæ denſiores eſſe dixerunt, quas nos opaciores; illas verò rariores, quas ab opacitatis infectione puriores eſſe diximus. Mirari verò nemo debet nos opacitatis nomen in cælis admittere, quandoquidem eam lumini propriam ac connaturalem eſſe propoſ. 31. lib. primi oſtenſum ſit; minùs autem nobis probantur raritatis ac denſitatis appellationes: nam quæ corruptioni obnoxia ſunt, has primùm in materia velut conditiones exigunt, vt ad nouæ formæ ſuſceptionem diſponatur; quare inter præcipuas corruptibilitatis notas ſolent numerari. F

Supereſt enodanda quorumdam difficultas, quo pacto fieri poſſit, vt in maioribus ſolis defectibus tantæ apud nos tenebræ exiſtant, cùm alterum lunæ hemiſphærium omnino diaphanum, alterum non prorſus opacum concedatur: mirum enim non aliquam luminis intenſionem per medio-opacam lunæ medietatem tranſparere. Reſpondeo duplici de cauſa id euenire: altera quidem, qua etiam nubes ſoli obiectæ nigreſcunt propter luminis prohibitionem; quod tum maximè vſu venit, cùm nubes denſæ ſunt ac profundæ. Ad eum ergo modum antica lunæ, quæ nubium magnitudinem innumeris partibus ſuperat, in coitu non cernitur; quòd ob ingentem profunditatem multò difficiliorem

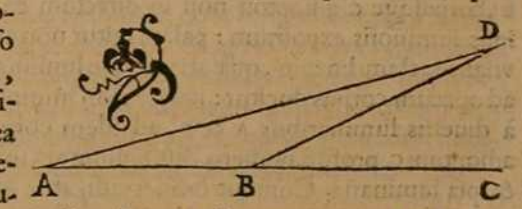
A ciliorem lumini traiectum præbeat, hauſtumque omnem lucis auerſa illò regerat vnde accepit. Altera eſt figura ſphærica, quæ profectò facit, vt qui lunæ diaphanam præterue-
huntur radij, mox in punctum vnum conueniant, indeque in omnem circum partem diffuſi procul ab aſpectu noſtro abſcedant, id quod in cryſtallinis ſphærulis manifeſtè apparet, quæ proinde ita conſpectæ, obſcuritatis potiùs quàm fulgoris ſpeciem oſtendunt. Quamuis fateri ingenuè oporteat, tenuem aliquam luminis portiunculam per lunæ obſcuriorem partem tranſparere; quæ ad nos delata eo potiſſimùm tempore, quo ſol penitus delinquit, obſcuram illam exhibet lucem, quæ à pleriſque Philoſophis lunæ
B propria eſſe exiſtimatur.

DE VMBRIS.

PROPOSITIO LVII. THEOREMA.

Radius vmbroſus, cum radio luminoſo à quo procedit, in directum extenditur.

C ESTO radius luminoſus A B, cuius profluentia corpore opaco B intercipiatur: dico vmbram corporis B cum radio luminoſo A B in directum extendi, hoc eſt rectam lineam efficere, nempe A C. Si enim vmbroſa linea cum luminoſa A B non efficiat vnam rectam lineam, ſit vmbra corporis B à luminoſo A proiecta B D, angulum cum luminoſo radio A B efficiens A B D, cui recta ſubtendatur A D, quæ cum luminoſa A B & vmbroſa B D triangulum efficiat. Quoniam igitur angulus B A D infinitè diuidi poteſt more ceterarum magnitudinum, poterunt &
D infinitæ rectæ lineæ à puncto A ad oppoſitum latus B D produci: at per 2. prop. huius libri oſtenſum eſt rectis lineis lumen efferri: ergo per ſingulas haſce rectas lineas poterunt quædam luminis productiones à luminoſo corpore A ad lineam B D deriuari. imò nullum punctum in linea B D ſignari mente vel reipſa poterit, ad quod radius aliquis luminis non pertineat: itaque linea B D non eſt vmbroſa, ſed luminis particeps contra hypotheſin, quod fieri nequit. Eodemque modo ceteræ omnes rectæ lineæ, præter B C, quæ ſola cum A B in directum extenditur, lumen ab A aecipere oſtendi poſſunt. Igitur radius vmbroſus, cum luminoſo à quo procedit, in directum extenditur; quod erat demonſtrandum.



PROPOSITIO LVIII. THEOREMA.

E *Vmbra finita partim opaco corpore, partim lumine circumfuſo velut extrinſeco termino definitur.*

LVMINOSVM exponatur corpus A B, opacum verò C D, cuius vmbra in punctum E terminetur: dico vmbram C D E partim corpore opaco C D, partim lumine vndique circumfuſo velut extrinſeco termino definiri. Cùm enim opacum corpus C D radios omnes, qui ab A B in ipſum incidunt, intercipiat, nullumque
F eorum longiùs penetrare patiatur, erit ipſum velut commune luminis atque vmbræ interſtitium, ac proinde & communis erit vtriuſque terminus. Deinde cùm radij luminoſi A C & B D, ad extrema puncta corporis opaci porrigantur, erunt quoque C E & D E extremi radij vmbroſi; ſiquidem per præcedentem propoſitionem radius vmbroſus cum luminoſo à quo procedit, in rectam lineam extenditur. Igitur quodcumque punctum extra vmbram C D E aſſumptum fuerit, id omne luminis particeps erit, cùm ad illud rectus luminis proceſſus deriuari poſſit. Quare vm-



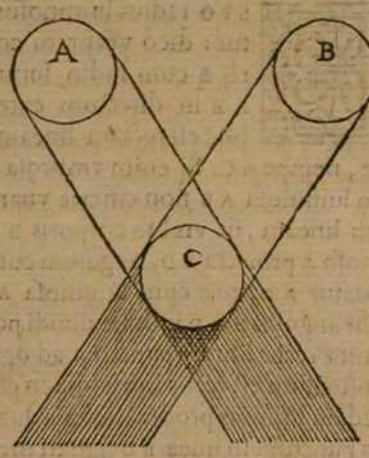
bra C D E hinc lumine circumfuso, inde corpore opaco C D ceu termino extrinseco definitur; quod erat demonstrandum. A

PROPOSITIO LIX. THEOREMA.

Idem corpus opacum tot de se vmbras fundit, quot opponitur luminaribus.

QVOTIDIANA experientia illustriorem facit huius theorematis veritatem, quàm vt ratione probari debeat. Quis enim non videt in maioribus tricliniis, vbi pensiles lychni accenduntur, à variis luminibus vndique promissis, plurimas vmbras huc illucque passim oberrare, quasdam obscuriores ex plurium luminum interceptione, quasdam clariores pluribus luminibus expositas, quasdam velut insectas, atque ex diuersis compositas. Hæc licet omnium oculis pateant, libet tamen hanc etiam adiungere demonstrationem. B

Cùm propositione 18. huius libri ostensum sit diuersa lumina per idem medium se mutuò distincta penetrare; nunc autem propositione 57. probatum sit compositos ex lumine & vmbra radios rectas lineas efficere; perspicue sequitur vmbras luminum multitudine numerari. Sint enim duo luminosa A & B, corpusque C adiopton non in directum cum ipsis luminosis expositum: palàm igitur non esse vnam rectam lineam, quæ ab vtroque luminoso ad opacum corpus ducitur: itaque radij luminosi à diuersis luminaribus A & B, ad idem corpus adiopton C profusi numero distinguuntur, sicut & ipsa luminaria. Cumque omnes radij ab A & B promissi in corpore opaco C vnà congrediantur, si producti illi fuerint, se mutuò necessariò intersecabunt per 11. axioma à Clauio Euclidi additum. At per præcedentem 57. propositionem radij vmbrosi cum luminosis à quibus proueniunt, rectas lineas constituunt: igitur vmbrosæ lineæ eadem multitudine numerantur, qua ipsæ luminosæ, quibus cohærent. Si enim vmbrosæ, posteaquam iam inde ab opaco corpore in oppositas partes discessere, non distinctas, sed vnam dumtaxat lineam efficiant, habebit hæc vna plurima segmenta communia, omnes scilicet illos luminosos radios, quibus hic vnicus vmbrosus continuari asseritur. At per 10. axioma Euclidis ex Clauij additione, plures rectæ lineæ nequeunt habere idem segmentum commune: itaque distincti sunt vmbrosi radij, qui à distinctis luminosis radiis proficiscuntur: quocirca idem corpus opacum tot de se profundit vmbras, quot opponitur luminaribus; quod erat demonstrandum. E



PROPOSITIO LX. THEOREMA.

Corpus opacum in aduersam luminis partem vmbram proïcit.

CORPVS vmbrosum luminoso expositum in duas distinguitur facies: altera luminosum prospectat, ab eoque vicissim nitentibus perfunditur radiis; altera benefico illo splendore destituta, mœstaque sui consortis luget absentiam: hanc aio fulgenti corpori oppositam esse; siquidem per 57. propositionem huius libri vmbrosus radius cum luminoso à quo procedit, vnam rectam lineam componit, cuius partes opacum corpus ceu commune vinculum copulat, & hinc luminosam, illinc vmbrosam ab inuicem dispescit. At maximè ea opponuntur, quæ per eamdem rectam lineam à medio quodam signo vtrimque discedunt: igitur luminosum corpus, & quæ ab intercepto eius radio vmbra progignitur, opaci corporis respectu maximè opponuntur. hæc etenim in eadem linea constituta, medium corpus opacum relinquunt. Sic opaci quoque corporis ea facies quæ obumbratur, ei quæ lucido corpori directè obijcitur, è diametro aduersatur: siquidem vnius eiusdemque corporis eæ partes maximè distant, quæ oppositas plagas respiciunt: itaque F

siue

A siue extrema cum medio, siue medium cum extremis comparentur, semper corpus opacum in aduersam luminis partem vmbram proijcit. Nam & vmbra luminoso corpori, respectu medij opaci, opponitur; & opaci corporis facies quæ obtenebrescit, opponitur ei quæ lumine colluſtratur, si ambæ cum extremis, ad quæ respiciunt, conferantur. Patet igitur id quod propositum fuit.

PROPOSITIO LXI. THEOREMA.

Corpus opacum quò plures radios luminosi intercipit, eò ampliorem vmbram producit.

B OBSERVA hoc loco non agi de vmbræ longitudine, cùm fieri queat, vt minimum corpus opacum vmbram proijciat longitudine infinitam; sed de latitudine, crassitieque, quam eò ampliorem esse dico, quò opacum corpus plures luminis radios intercipit. Cùm enim vmbra lumini quodammodò aduersetur, velut habitui priuatio; necesse est eadem quæ lumini, ipsi etiam vmbræ, sed contrariè obuenire. Itaque quemadmodum lumen eò est maius, quò plures radios continet, & obiectum corpus tantò latiùs illustratur, quantò plures radios susci pit; ita vmbra tantò est maior, quantò plures continet vmbrosos radios. At tot continet vnaquæque vmbra radios vmbrosos, quot luminosos opacum prohibet, cùm nil aliud sit vmbra, quàm luminis prohibitio. Vt igitur vnius radij luminosi interceptio vnus est radius vmbrosus, ita plurium luminosorum absentia, plures vmbrosos inuehit per 3. hypothesin; & veluti plures luminis radij maius lumen, sic plures vmbrosi ampliorem vmbram conficiunt. Corpus igitur opacum quò plures radios luminosi puncti intercipit, eò ampliorem vmbram de se fundit; quod erat ostendendum.

C

CONSECTARIVM.

Maius opacum corpus, maiorem vmbram progignit.

D HOC perspicuè sequitur ex iam explicato theoremate. Siquidem quò maius est obiectum corpus, eò plures susci pit luminis radios: at hos omnes sistit arcetque idem opacum, ac tot vmbrosos radios gignit, quot luminosis transitum prohibet: igitur quò maius est opacum corpus, eò maiorem vmbram de se fundit; quod erat probandum.

PROPOSITIO LXII. THEOREMA.

Vmbra iuxtà ac lumen proprio quodam pacto intendi ac remitti potest.

E SVPERIORE propositione obiter diximus nonnulla eorum, quæ lumini propria sunt, ipsi quoque vmbræ, sed contrariè obuenire. Est autem id longè verissimum. Cùm enim vmbra sit luminis absentia, erit maior vmbra maioris luminis, & minor minoris, & maxima omnis luminis absentia. Huic rei illa in primis fauet obseruatio, quòd videamus densissimas tenebras exiguo luminari non statim depelli, sed maximo ad id opus esse. Est igitur non in lumine tantùm, verùm etiam in vmbris ipsis latitudo quædam secundùm magis & minùs æstimata.

F Hinc obscuriores tenebras densas appellare solemus, nec omnino impropriè. Nam lumen ac ceteræ qualitates omnes, quæ in eadem subiecti parte incrementum aliquod adipiscuntur, qualitatis accessione augentur; cùm autem in eadem subiecti parte accessio fit qualitatis, tota quodammodò qualitas densatur, non secùs ac plura corpora cùm in angustum locum arctiùs compinguntur, densari ac propemodum coire videntur. Eodem igitur modo vmbra minor, quoniam portiunculam aliquam luminis retinet, vt ex duodecima huius libri definitione liquet, cùm hoc etiam lumine destituitur, tota vmbra densior quodammodò iam facta videtur, sed contrariè quàm lumen: nam lumen luminis accessione densatur, vmbra verò luminis priuatione, quæ velut vmbræ accessio est; cùm vere vmbra sit luminis priuatio.

Ex hac augmenti & decrementi varietate diuersi existunt obscuritatis gradus: nam

vmbra & tenebræ ſola intenſionis ac remiſſionis inæqualitate diſtinguuntur. ſiquidem vmbra minimè omnium obſcura eſt, omnium verò maximè tenebræ: quæ ſi ſolaris luminis comparatione ſpectentur, vmbra minoris luminis eſt abſentia, maiore aſſeruato per 12. definitionem huius libri; tenebræ autem eam ſignificant obſcuritatem, quæ externa hominum opificia interrumpit, aſpectusque vſuram tollit. Tenebras inter ac ſolis vmbram media illa eſt crepera lux, quæ ſolis exortum proximè antecedit, atque occaſum ſubſequitur: hanc Philoſophi propter ambiguitatem, qua dubitare meritò quis poſſet, ſitne vmbra an tenebræ, dubiam eſſe voluerunt, propriaque appellatione Crepuſculum appellarunt. A

Rurſus ſingulæ iſtæ obſcuritatis differentiæ varios gradus ſecundùm magis & minùs ſortiuntur. Vmbra enim ſecunda obſcurior eſt quàm prima, & tertia quàm ſecunda, ac ſic deinceps, vt paulò infrà oſtendemus. Crepuſculi item dubius ille fulgor, quantò ſol propiùs accedit ortiuo finitori, tantò clariùs eluceſcit; at poſtquam ſol occubuit, quò altiùs ſub finitore demergitur, eò magis magiſque aër obtenebreſcit. Demum ipſe quoque mediæ noctis tenebræ tum quidem denſiſſimæ ſunt, cùm nubilo cælo ſol lunaque coniunguntur: mediocres autem, cùm aliquis aſtrorum ſplendor ſereno cælo ad nos profunditur. B

Ex his itaque perſpicuum eſſe arbitror, vmbram iuxtà ac lumen quadamtenus intendi ac remitti, non, vt veræ qualitates aſſolent, qualitatis acceſſione, cùm ipſa non qualitas ſit, ſed qualitatis priuatio: ſed contrariè; hoc eſt, auctioris luminis prohibitione; quod erat demonſtrandum. C

PROPOSITIO LXIII. THEOREMA.

Vmbra multiplicata obſcurior eſt.

HÆc quoque proprietas quamdàm cum lumine affinitatem habet. Vti enim lumen alterius luminis acceſſione augeſcit, ita & vmbra accedente alia vmbra, obſcurior euadit. Nam ſi duo luminaria exponantur, hisque opacum corpus obiiciatur, non in eadem recta linea cum illis conſtitutum; palàm eſt totidem vmbras opacum ipſum corpus profundere, quot exſtant luminaria per 59. propoſit. huius libri. Verùm vbi eæ ſeſe interſecabunt, perſpicuum eſt vel ipſis oculis teſtibus obſcuriorem vmbram iuxtà corpus opacum exiſtere: non verò aliam ob cauſam, quàm quia hic locus vtriuſque luminaris fulgore deſtituitur; reliquus autem alterius tantùm. Quod profectò nil aliud eſt, quàm locum illum corpori opaco proximum duplicata vmbra obſcurari: ſiquidem duplex luminis priuatio quid aliud eſſe poteſt quàm gemina vmbra? cùm definitio vmbræ priuatio ſit luminis. Multiplicata igitur vmbra proprio quodam pacto obſcurior eſt, ac tenebris propinquior; quod demonſtrare oportebat. D

PROPOSITIO LXIV. THEOREMA. E

Vmbra ſecunda obſcurior eſt quàm prima, & tertia quàm ſecunda, atque ita deinceps obſcurior ſemper illa, quæ proximo gradu ſubſequitur.

RATET hæc propoſitio ex decima tertia huius libri definitione, ex qua conſtat vmbram primam nil aliud eſſe quàm lumen illud imminutum, quod definitione ſeptima ſecundum eſſe diximus, eodemque modo ſecundam vmbram cum lumine tertio conuenire. Hoc autem cùm ita ſit, probatum relinquitur vmbram ſecundam prima obſcuriorem eſſe, & tertiam ſecunda; ſiquidem lumen tertium, quæ ſecunda eſt vmbra, ſecundo ignobilius eſt, & quartum tertio, eodemque ordine ſequens ſemper vno dignitatis gradu inferius eſt. nam tertium lumen excludit ſecundum; & quod quarto ſequitur loco, tertium ſimul & ſecundum. Igitur ſequens ſemper lumen maioris luminis priuationē comitem habet. Quamobrem & vmbræ ordine ſeſe mutuò conſequentes, vnum ſemper obſcuritatis gradum nanciſcuntur, cuius acceſſione tamdiu augentur, quoad tandem in denſiſſimas tenebras permutentur. F

PRO-

A

PROPOSITIO LXV. THEOREMA.

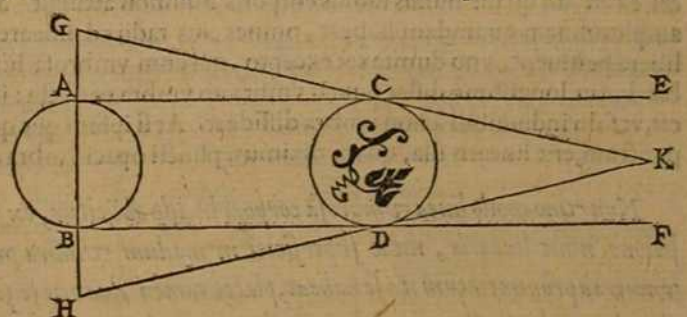
Vmbra corpori opaco propinquior, obscurior est; & longè etiam quàm reipsa sit, obscurior apparet.

B DE plena atque perfecta vmbra hæc propositio est accipienda; non autem de media atque imperfecta, quam definitione decimaquinta huius libri plenâ vmbrâ minùs obscuram, & in se minimè vniformem esse ostendimus: quod in ceteris quoque, quæ hactenus de vmbris dicta sunt, præmonuisse oportuit.

Non rectè Vitello libro 2. suæ Opticæ propositione 31. in huius theorematis demonstratione ratiocinatur: nam assumptio quidem eius vera est, eam scilicet ob causam obscuriorem esse vmbram corpori opaco viciniorem, quòd hæc maius lumen excludat: at probatio assumpti ex falsis elicitur. Argumenti hæc est summa: Lumen à fulgenti corpore longiùs prouectum sensim velut contabescit: igitur prope opacum corpus quàm hinc deinceps robustius est. Quare vmbra inter extremos luminis radios coërcita, quò propinquior est opaco corpori, eò excellentius lumen à se excludit, ac proinde ipsa obscurior est, quandoquidem obscurior illa sit, quæ maius lumen excludit.

C In hac probatione illud quidem verissimè assumitur, lumen à primo suo exortu longiùs prolapsum continuò languescere, vt propositione 5. libri huius est demonstratum, ac maius proinde lumen circum corpus opacum, quàm hinc deinceps existere. Verùm nequaquam ex eo conficitur, vmbram quæ iuxta opacum corpus versatur maius lumen excludere, cùm posterior quoque vmbra hoc ipso priuetur: opacum siquidem corpus omne lumen intercipit, quod rectis lineis in ipsum incurrit. Quare totum id spatij, quod ambientibus radiis continetur, toto lumine directè in opacum corpus procidente destituitur. Ac proinde si hæc sola causa spectetur, toto spatio quod directis interdicitur radiis, vmbra æqualiter diffusa est, contra Vitellonis sententiam.

Fit autem ex accidenti, vt in loco corpori opaco proximo maior vmbra existat, quia
D scilicet circum luminosum corpus diffusus aër luminis quodammodò est particeps, à quo proinde in remotiores ab opaco corpore partes non minima portiuncula deriuatur, qua cùm viciniores destituantur, hæ magis obtenebrescunt. Exemplo res fiet illustrior. Esto corpus luminosum A B corpori opaco C B æquale, sitque vmbra perfecta id totum quod radiis C E & D F continetur: circum verò luminosum corpus
E sit diffusus aër G H: hic quoniam tum propter ingenitam aliquâ densitatem, tum propter



vapores quibus distenditur, portiunculam aliquam luminis retinet, eiusque particeps fit spatium C E K vti & D F K, perspicuè colligitur remotiores ab opaco corpore partes C E K & D F K minùs quàm C K D obumbrari: nam C E K & D F K, seu spatium quod intimam vmbram C K D circumcingit, solo lumine directe in corpus opacum incidente destituitur; non verò illo quod circumfusus aër promittit: at C K D vtroque priuatur.

Nunc explicanda supereſt altera propositionis pars, quòd videlicet circa opacum cor-
F pus vmbra obscurior etiam quàm re ipsa sit, appareat. Cùm vmbra lumen sit imminutum, maioris quod circumstat luminis comparatione, per 12. huius libri definitionem: quò excellentius erit circumstans lumen, eò efficacius perstringet intuentium acies, vberiusque id quod minus est obtuscabit. obscurius ergo hoc, quàm reipsa sit, apparebit.

Hæc apparentiæ inæqualitas non ita euidenter in solis vmbra cernitur, vt in illa, quæ ab impedito lucernæ radio prouenit: nam solis fulgor propter excellentiam, ingentemque solis intercapedinem, totam ferè hanc nostrâ aëris regionem qua fruimur, ex æquo perfundit: vnde fit, vt iuxta opacum corpus non exquisitius lumen appareat, quàm in partibus procul dissitis. at lucernæ flammula breuem aëris ambitum conspicuè illumi-

nat, ac mox non longo hinc receſſu inſigniter immutatur. Itaque vbi maior eſt ſplen A
dor, ibi vmbra manifeſtè obſcurior apparet, ob eam quam diximus cauſam.

PROPOSITIO LXVI. THEOREMA.

Puncti vmbra ſemper eſt linea infinita.

PERSPICVA eſt huius veritatis demonſtratio. cùm enim vmbræ magnitudo ex magnitudine intercepti luminis æſtimetur, tanta erit vmbra cuiuſque corporis opaci, quantum eſt lumen, quod interiectu corporis vmbroſi ſiſtitur, ac tranſitu prohibetur. At punctum maiorem luminis partem prohibere non poteſt, quàm indiuiſibilem; ſiquidem id tantum luminis impeditur, quod in ipſum corpus opacum cadit: in punctum verò opacum indiuiſibile lumen procidit indiuiſibile: igitur indiuiſibile eſt id luminis, quod ab indiuiduo puncto opaco arcetur: quocirca vmbra puncti ſemper eſt linea, illa ſcilicet, quæ cum interrupto luminis radio in directum extenditur. B

Eſt porrò infinita longitudine hæc linearis vmbra: quippe eouſque procedit, quouſque luminis affluentia prohibetur. At hęc prohiberi non poteſt: nam præter vnicum radium nullus omnino alius poteſt à puncto luminoſo ad vmbram puncti opaci attingere. Quòd puncti luminoſi radius, vmbraque puncti opaci, in rectam lineam extendantur per 57. propoſitionem huius libri. quo fit vt qui eò peruenturi erant radij, occurſu puncti opaci prohibeantur; qui verò non per opacum punctum porriguntur, quò longius abeunt, eò ampliori interuallo ab vmbroſo radio diuellantur. Igitur quantumuis producta fuerit linearis vmbra, numquam deficiet, cùm ad ipſam nullus lumini acceſſus pateat, obſiſtente à principio opaco puncto, ne vel tenuis aliquis luminis radius ad oppoſitam vmbram pertineat. C

Notandum hoc loco eſt, nos per punctum luminoſum atque opacum, itemque per linearem vmbram non intelligere eiuſmodi indiuidua, qualia ſubtilitate mathematica ſola mens aſſequitur: ſed craſſiora ac phyſica, queis ſcilicet minora externus ſenſus non caperet, licet ea mentis aciem minimè fugiant: quod & in ſequenti ſermone ſæpiùs erit aduertendum. D

Deinde hoc etiam notandum eſt, puncti vmbroſi nullam eſſe poſſe vmbram perfectam, ſi corpus ipſum luminoſum amplitudine aliqua præditum ſit. Nam vmbra perfecta ea eſt, ad quam nullus radius corporis luminoſi attingit. Sed ſi corpus luminoſum amplitudinem quamdam habeat, omnes eius radij ad linearem vmbram puncti opaci liberè pertinent, vno dumtaxat excepto, qui cum vmbroſa linea in directum procumbit. Igitur longiſſimè diſtat puncti vmbra ab vmbra perfecta: illa ſiquidem adeò tenuis eſt, vt ſolo indiuiſibili à non vmbra diſſideat. At ſi ipſum quoque luminoſum corpus ſit punctum, erit linearis illa, quam diximus, puncti opaci vmbra omnium perfectiſſima.

Non vno modo linea vmbroſa corpori lucido obijcitur; ex varia autem eius diſpoſitione, nunc linearis, nunc ſuperficiei in modum vmbra proijcitur: quod quamuis vniuersè pronuntiatum ita ſe habeat, placet tamen duabus ſequentibus propoſitionibus ſingulos modos ſigillatim enucleare, tum vt res clarior euadat, tum quia non vna eſt vtriuſque explicatio. E

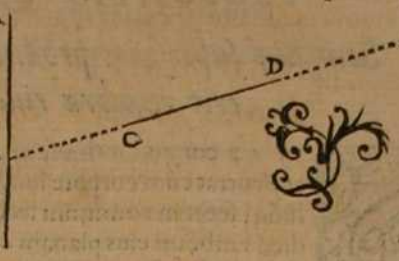
PROPOSITIO LXVII. THEOREMA.

Si linea opaca lucenti corpori ita obiecta fuerit, vt producta ipſum ſecet, erit vmbra eius linea interminata. F

IVCIDO corpori A B recta obiiciatur linea C D, eo inquam ſitu, vt verſus luminoſum producta, illud ſecet in E; nihil porrò intereſt rectos ne an obliquos angulos cum A B ad ſignum E faciat: dico vmbram D F rectam lineam eſſe, eamque interminatam. Quoniam enim ex hypotheſi E D recta eſt linea, & per 57. propoſit. huius libri E C & D F in directum ſunt conſtitutæ, erit tota E C D F in directum expoſita: quare & pars eius D F ex æquo ſuas interiacet partes. Verùm quòd hæc ipſa D F latitudinis ſit expers, ex eo probatur, quòd

vmbra

A vmbra à puncto luminoso & opaco indiuisibili profecta latior esse non possit quàm punctum, vt propositione superiore est demonstratum. At cùm C D linea sit secundùm latitudinem insectilis, erit & E luminosi corporis punctum indiuiduum: igitur vmbra D F quæ ab indiuiduo luminis puncto E insectilique linea C D proficiscitur, latitudinis est expers: quocirca ipsa recta est linea per 2. definitionem primi Euclidis.



B

Quòd autem interminata ea sit, eodem modo probari potest, quo superiore propositione vmbra puncti ostensa est infinita. Quoniam enim D F cum puncto E in directum est sita, quantumuis producatur, nullum vmquam luminis radium à puncto E suscipere potest, ideoque interminata conuincitur; siquidem omnis vmbra eousque procedit, quousque nullis à luminoso corpore euibratis radiis prohibetur.

Idem quoque hoc loco obseruandum est, quod propositione 66. notandum esse diximus; videlicet à linea vmbrosa nullam posse obuenire perfectam vmbram, si corpus luminosum magnitudine aliqua præditum sit, & linea vmbrosa eam habeat constitutionem, vt producta luminosum secet. Cuius proprietatis eadem est causa, quæ & vmbræ

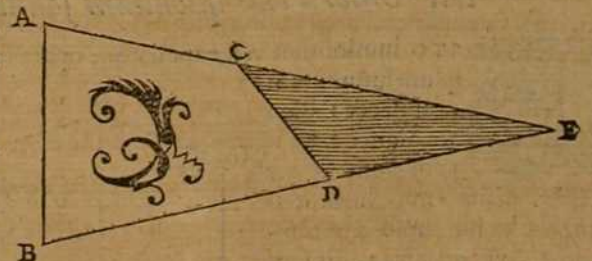
C puncti: siquidem ab vtraque parte corporis luminosi A B, scilicet ab A E & E B, ad vmbram D F radij luminosi protenduntur. Quòd si luminosum corpus sit solum punctum, idque cum linea vmbrosa in directum expositum, erit vmbra D F plena atque perfecta, cùm proueniat à totius luminis interceptione. Cuiusmodi etiam vmbra proueniet, si luminosum fuerit linea, vmbrosæ seu opacæ lineæ parallela, aut quæ ita saltem illam respiciat, vt vtramque intuenti inuicem se non videantur intersecare: tum enim ex totius luminis exclusione, perfecta itidem vmbra produceetur. (cuius qualisnam futura sit figura, sequenti propositione declarabimus.) Si verò se mutuò intersecuerint, tum certè perfectæ vmbræ productionem luminis in ipsa intersectione circumfusio prohibebit.

D

PROPOSITIO LXVIII. THEOREMA.

Si recta linea vmbrosa producta corpus luminosum non secet, erit vmbra eius plana superficies.

Esto corpus lucidum A B, eique linea opaca C D ita obiecta, vt, si producatur, corpus luminosum non secet, sed vel attingat tantùm, vel omnino non tangat: dico huius lineæ vmbram planã esse superficiem C E D: nam illud omne spatium vmbrosum est, ad quod radij luminis non pertingunt. At productis radiis A C & B D ab extremitatibus corporis luminosi, per extrema lineæ opacæ; hi vmbram illam definiunt, ad quam nulli, præter hos, radij attinere possunt, cùm ipsi extremi sint. Igitur C E D vmbra est lineæ C D à prohibito fulgore corporis A B proiecta. Cùm verò recta sit linea C D ex hypothesi, itemq; C E & D E ex constructione rectæ, erit vmbra C E D plana superficies. nam per 2. vndecimi Euclidis, quod tribus rectis lineis continetur, plana est superficies.



E

F

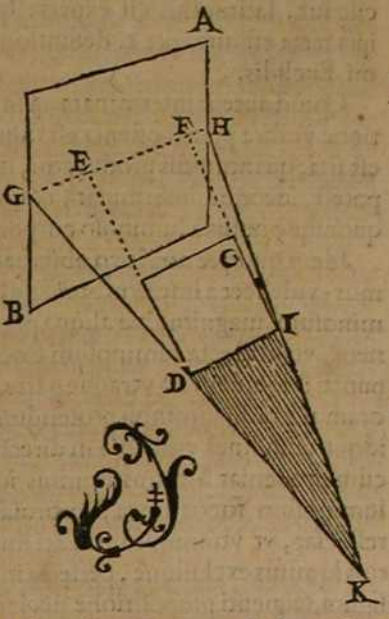
Quemadmodum linea, ita & plana superficies duobus modis luminoso corpori obijci potest. Igitur qualem hæc vmbram proijciat, ex sequentibus duabus propositionibus fiet manifestum: quarum altera quo situ superficiei vmbra sit superficies, altera quo situ eiusdem superficiei vmbra sit corpus, ostendet.

PRO-

PROPOSITIO LXIX. THEOREMA.

Si opaca ſuperficies producta corpus luminoſum ſecet, erit vmbra eius plana ſuperficies.

SIT A B corpus luminoſum, eiq́ue obiecta ſuperficies C D, ſic vt producta concurrat cum corpore luminoſo, illudq́; ſecet in communi ſectione E F: dico vmbram eius planam eſſe ſuperficiem. Producatur enim vtrimque ipſa E F communis ſectio corporis luminoſi, & ſuperficiei opacæ, ſintq́ue productæ ipſius E F extrema G & H, à quibus per D & I extremitates ſuperficiei opacæ radij producantur G K & H K: quoniam ergo per 58. propoſit. libri huius vmbra cuiuſque rei partim radiis luminoſis vndique ſtipantibus, partim reipſa opaca circumſcribitur, patet vmbram obiectæ ſuperficiei C D eam eſſe, quæ lineis D K, I K, & D I continetur: at rectæ hæ lineæ D K, I K, & D I triangulum claudunt I K D: igitur per 2. vndecimi Euclidis vmbra ſuperficiei C D plana eſt ſuperficies; quod erat demonſtrandum.

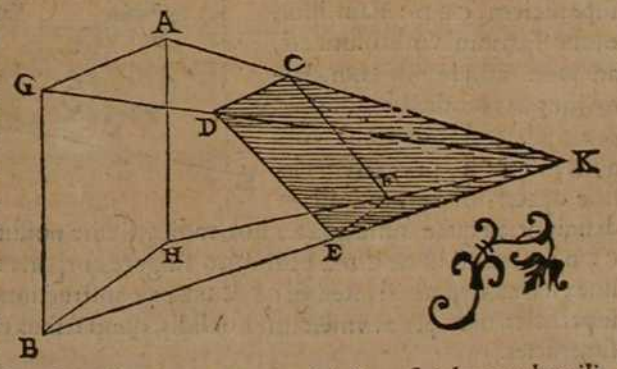


Eſt porrò hæc quoque vmbra dimidiata ſeu imperfecta: ſiquidem ſolius luminis, quod ex G H proficiſcitur, prohibitione exoritur. Nam quod ex A G & H B profunditur, ab vmbra I K D interpoſitione ſuperficiei C D minimè arcetur: non poteſt itaque à plana ſuperficie, perfecta vmbra plana prouenire, niſi luminoſum ipſum recta ſit linea in eodem exiſtens plano, in quo & opaca ſuperficies quæ vmbram facit. Nam ſi corpus fuerit, vel ſuperficies ſecundùm latitudinem ab opaca ſuperficie interſecta; ab omni eius parte, non qua ab opaca producta non interſecatur, radij promiſſi vmbræ perfectionem imminuent.

PROPOSITIO LXX. THEOREMA.

Si opaca ſuperficies producta non ſecet luminoſum corpus, erit vmbra eius quoddam ſolidæ figuræ genus.

ESTO luminoſum A B, expoſitaq́ue opaca ſuperficies C D E F, quæ producta ipſum luminoſum non ſecet: dico vmbram C D E F K genus eſſe figuræ ſolidæ. Cùm enim linea C D corpori ita luminoſo A B obijciatur, vt producta, ipſum non ſecet ex hypotheſi, erit vmbra eius C K D plana ſuperficies per 69. propoſitionẽ huius. Eodemq́ue modo oſtendentur vmbræ linearum D E, E F, & F C planæ ſuperficies eſſe: igitur vmbra ſuperficiei C D E F, quæ his ſuperficiebus vmbratilibus definitur, ſolidam figuram obtinet. etenim ſolidum eſt, quod longitudinem latitudinemq́ue & craſſitudinem habet per primam definitionem vndecimi Euclidis: at vmbra C D E F K, longitudinem habet C D, latitudinem verò C E, craſſitudinem autem quæ à baſi C E ad verticem K interiacet: igitur quæ à ſuperficie C E profunditur vmbra, ſi illa corpus luminoſum nulla ſua parte interſecet, figuram quamdam nanciſcitur de genere ſolidarum, cuius modus extremaq́ue circumſcriptio ex corporis luminoſi & opacæ ſuperficiei comparatione dependet; quod erat demonſtrandum.



PRO-

A

PROPOSITIO LXXI. THEOREMA.

Vti puncti vmbra semper est linea, ita corporis vmbra semper est corpus.

B PROXIMIS superioribus propositionibus ostendimus lineæ vmbram quandoque lineam, quandoque superficiem esse: itemque vmbram superficiei interdum esse superficiem, interdum corpus. Cuius profectò ea est ratio, quòd & linea & superficies quodammodò sectiles sint, quodammodò insectiles. Quoniam enim puncta omnia lineæ in directum extendi possunt, fit vt quodam situ vmbra eius recta sit linea, quemadmodum & puncti, cum nimirum longo pòst se ordine collocata simul omnia idem luminosum punctum spectant: tum enim vnius puncti rationem obtinent: quare omnium vna est linearis vmbra sicut & puncti. Rursus quoniam longitudo rectæ lineæ sectilis est, fit, vt cùm ipsa longitudo qua sectilis est, luminoso obuertitur, vmbra eius sit superficies: at verò quia latitudinis est expers, fieri nequit vt eius vmbra aliquando sit corpus, cùm necesse sit corpoream vmbram à gemina dimensione, quæ in linea neutiquam reperitur, prouenire.

Vti de linea, ita de superficie ratiocinari oportet. Hæc namque quoniam nequit omnia puncta in rectam lineam constituta habere, etiam fieri non potest vt linearem
C vmbram proiiciat. Est verò eius vmbra subinde plana superficies, sicut & lineæ vmbra, quòd omnes quotquot in ipsa sunt lineæ, ex æquo distendi possint, eaque ratione luminoso corpori obiectari. At quoniam præterea secundùm latitudinem spectare ipsum luminosum potest, fit vt si ea ratione luminoso corpori obiiciatur, tum eius vmbra sit corpus. Siquidem longitudini latitudinique quæ in proposita superficie ceu basi vmbræ reperitur, etiam profunditas accedit ex vmbrosi radij profusione.

Iam vti punctum vndequaque insectile est, ita è contrario corpus omni ex parte diuiduum est. Ex quo illud consequitur, vtrumque vnicam dumtaxat vmbram producere: punctum quidem linearem, vti superiùs est demonstratum; corpus verò solidam siue tergemina dimensione extensam; quod secundo loco fuit propositum.

D

PROPOSITIO LXXII. THEOREMA.

Si sphæra luminosa sphæræ opacæ æqualis fuerit, erit vmbra illius cylindrus interminatus.

SIT luminosum sphęroides A B æquale opacò D; à luminoso autem ad opacum radij tangentes procidant, è quorum numero duo sunto A C & B D, qui infinitè producantur versus
E E & F, quemadmodum & ceteri, qui à luminoso corpore ad opacum tangentes porriguntur: dico vmbram radiis contingentibus,



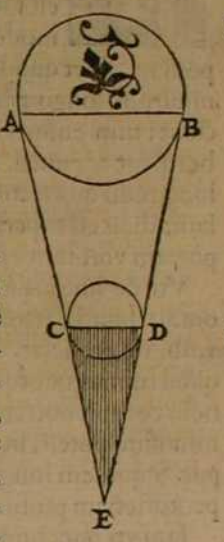
inter quos C E & D F, comprehensam, cylindrum esse interminatum. Quoniam enim æquales ponuntur sphæræ luminosa scilicet & opaca, erunt radij A C & B D, & quotquot eosdem circulos maximos attingunt, paralleli. A centris namque ad loca contactuum rectæ ducantur H A, H B, K C & K D: quoniam igitur æquales ponuntur sphæræ, erunt & semidiametri H A & K C æquales. Sunt verò iidem & paralleli per 7. lemma huius li-
F bri: igitur quæ has connectunt A C & H K, sunt parallelæ per 33. primi Euclidis. Eodem verò modo quotquot alij vtramque sphæram contingunt vt B D, parallelæ ipsi H K ostendi possunt. Itaque A C & B D, ac ceteri omnes qui sphæras attingunt, inter se sunt paralleli per 30. primi Euclidis. Producti igitur versus E & F, licet infinite, numquam tamen concurrent, per 35. definitionem primi Euclidis: quare infinita erit corporis C D vmbra. hæc enim eousque procedit, quoad radiis concurrentibus terminetur: hoc autem cùm nusquam eueniat, infinitam esse vmbram oportet; erit porrò ea vmbra cylindrus: quoniam si bases ipsi ad rectos angulos subtendantur, hæ circuli erunt, maximis qui in sphæra C D sunt circulis æquales.

PRO-

PROPOSITIO LXXIII. THEOREMA.

Si ſphæra luminoſa maior fuerit opacâ, erit vmbra illius conus baſin habens circulum ex radiorum contactu deſcriptum, verticem autem in radiorum concurſu.

LESTO ſpæra luminoſa A B maior opacâ C D; radij autem luminis vtramque ſphæram circumcircà contingant, inter quos numerentur A C & B D: hos aio productos ad partes minoris ſphæræ C D, tandem aliquando congreſſuros per 11. lemma huius libri. Palàm igitur vmbram C D E conum eſſe, cuius baſis circulus ſit, circa diametrum C D exaratus, in quo nimirum omnes luminoſi radij à ſphæra A B delapſi, opacam ſphæram C D attingunt. Vertex autem ſit punctum E, in quod iidem radij producti vnà omnes congrediuntur.



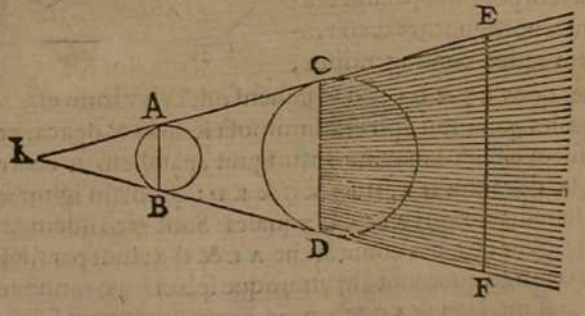
Hic porrò conus, ſi corporum intercapedo mutetur, nec eamdem ſemper habet baſin, nec ſemper altitudinem eamdem: nam ex 48. propoſitione conſtat ſphæricum luminoſum maius è propinquo maiorem partem opaci corporis illuſtrare, quàm è remoto: igitur coni vmbroſi baſin ex diſtantiæ incremento vel decremèto augeri minuíve oportet. Quòd verò etiam altitudo mutetur, ex lemmate 13. perſpicuam habet demonſtrationem: quia namque per iam citatum lemma, qui vtramque ſphæram contingunt radij, tum longiùs concurrunt, cùm ſphæræ longiùs ab inuicem diſtrahuntur, iamque conſtet ex propoſitione 58. vmbram radiis tangentibus contineri, fit vt aucto corporum interuallo prolixiores vmbræ euadant. Mutatur ergo coni vmbroſi & baſis & altitudo, mutatâ corporum diſtantiâ; quod erat oſtendendum.

Hæc obſeruatio in Aſtronomicis rebus non leue momentum habet: ſi enim fingas A B ſolare corpus eſſe, C D verò lunare, nullo negotio ea omnia demonſtrari poterunt quæcunque circa vtriuſque aſtri diſtantias, defectiones, ac magnitudines phænomena nobis in terra conſtitutis apparent, vt ex conſectariis, quæ ad ſequentem propoſitionem adiungemus, perſpicuum fiet.

PROPOSITIO LXXIV. THEOREMA.

Si ſphæra luminoſa minor fuerit opacâ, vmbra continuò aucta tum longitudine, tum latitudine in infinitum abibit.

LVMINOSA ſphæra A B minor exiſtat quàm opaca C D; radij autem procidàt, qui vtramq; ſphærâ toto contingant ambitu, in quibus cenſeantur A C & B D, qui verſus E & F infinitè cum ceteris producantur: dico vmbram corporis C D radiis C E, D F, ac ceteris circumambientibus contentam in infinitú abire, ac in progreſſu perpetuo latitudinis incremento ampliari, forma turbinis coluri, reſecto ſcilicet mucrone, quam celebris ille Callimachus, ab Athenienſibus Catatechnos appellatus propter artis ſtatuariæ elegantiam, capitulo Corinthio primus attribuit, vt ſcribit Vitruuius l. 4 c. 1. Hanc à calathi ſimilitudine καλαθοειδῆ rectè poſſumus appellare. Nunc propoſitum oſtendamus.



Cùm ſphæra A B minor ſit ſphærâ C D ex hypotheſi, qui has contingunt radij A C & B D producti ad partes ſphæræ minoris, tandem aliquando concurrent per 11. lemma huius

A huius libri. Sit ergo commune congressionis signum K, & C K D triangulum, cuius basi C D si parallela ducatur E F, à cõcursu K remotior quàm C D, erunt triangula C K D & E K F æquiangula per 4. lemma huius libri. quare proportionalia erunt latera, quæ circum æquales sunt angulos, per 4. sexti Euclidis: igitur, vt K E ad E F, ita K C ad C D; & permutando, vt K E ad K C, ita E F ad C D, sed K E maior est quàm K C, cùm remotior E F quàm C D à concursu K esse supponatur: itaque & E F quàm C D maior erit. Sic ergo quò longiùs itur, eò semper dilatari magis magisque vmbra conuincitur: siquidem vt iam ex 4. sexti Euclidis ostensum est, ita se habent inter se dilatationum incrementa, quemadmodum longitudinum productiones.

B Licere autem eo pacto infinitè progredi, inde potest demonstrari, quòd radij luminosi versus E & F, quantumuis producti, numquam tamen congrediantur: scilicet anguli E C D & F D C, duobus rectis sunt maiores; oportet autem vt ad eas partes coëant, vbi sunt anguli A C D & B D C duobus rectis minores per lemma 11. huius libri. Cùm itaque radij A C & B D, ad partes E & F numquam possint concurrere, sequitur necessariò vmbram corporis C D infinitè protendi: non enim priùs vmbra deesse potest, quàm aduentante lumine profligetur per 3. huius libri hypothesin.

Habet hæc etiam vmbræ forma suos incrementi & decrementi modulos, ex corporis luminosi atque opaci propinquitate distantiaque oriundos. Nam cùm duo hæc corpora sibi mutuò viciniora fiunt, minuitur quidem C D basis, vt ex propositione 49. con-
C stat; at in recessu vmbra diducitur, atque ampliorem in modum dilatatur: contrariè namque se habent vmbrosi luminosique radij. vti ergo per 13. lemma huius libri, radij luminosi A C & B D, cùm propinquiora fiunt ipsa corpora, arctiùs versus luminosum A B constringuntur; ita è contrario vmbrosos radios C E & D E, oppositam in partem productos expandi, latitudinisque incrementum capere est necesse.

CONSECTARIVM I.

Sol altiori cælo est constitutus quàm luna.

D NAM si oculus in K transportetur, fiantque optici, qui antè luminis radij erant, K C & K D: quoniam igitur in solis ac lunæ perfecta coniunctione, quando scilicet vtrumque sidus in rectam lineam cum aspectu nostro dispositum est, solis aspectus surripitur interiectu lunaris globi, necessariò concludimus solem lunâ altiorem esse. nequit enim quod propinquius est, eo quod longiùs distat ab aspectu nostro arceri. optici namque radij sola corporis opaci interpositione prohibentur: igitur in solis defectionibus luna inter aspectum nostrum ac solem interuenit; quo fit vt sol altiori cælo sit constitutus quàm luna. Nec mirum videri debet maioris astri prospectum à minori interpellari, cùm demonstratum iam sit radios K E & K F, quò longiùs prouehuntur, eò semper ampliùs diuaricari; minus autem corpus A B omne illud obumbrat, quod intra radios A E & B F infinitè protensos coërcetur.

E

CONSECTARIVM II.

Solis defectiones non semper æquales existunt.

ESTO namque, vt suprà, A B lunaris globus, oculus autem in K radiorum concursu constitutus: quoniam igitur qui ante luminis radij erant, nunc optici sunt, idem modò aspectui eueniet circa solis defectiones, quod priùs luminoso corpori, vmbræ proiectæ comparatione. Cùm enim sol propter excentricum motum nunc propior nobis sit, nunc à nobis remotior; consequens est, vt aliquandò maiori, aliquando minori radiorum interuallo comprehendatur: siquidem dum propior est, minori radiorum
F spatio ambitur: quare tum breuiori temporis mora ab aspectu nostro ereptus post lunare obstaculum delitescit; dum verò remotior est, ampliori intercapedine radiorum circumseptus, diutiùs post lunam demoratur.

Sed & lunæ accessus recessusque non parum huic rei conducit. Namque tunc maximam esse oportet solis defectionem, cùm luna proxima nobis est, sol autem hinc remotissimus. luna enim quò propior est, eò maiori angulo conspicitur per primum lemma libri quarti: quare & amplior est tum radiorum diuaricatio. Rursus sol quò remotior à nobis est, eò longiùs à se dissitos habet circumquaque radios illos, qui per ambitum lunaris globi producuntur: palam itaque in hac astrorum constitutione maximam esse

debere ſolis defectionem; omnium verò minimam, cùm luna quidem longiſſimè à nobis abeſt, ſol autem proximus eſt. Vtriuſque præclara exempla habes recenſita à Clauio in cap. 4. Sphęræ Ioannis de Sacroboſco, quæ & ſe vidiſſe affirmat: Alterum Conimbricæ, anno partæ ſalutis 1559. circa meridiem, quo ſol multo tempore poſt lunæ opacitatem delituit, tantæque fuerunt tenebræ, vt vbi quis pedem figeret non videret, & ſtellæ clariſſimæ in cælo apparerent, aueſque ex aëre in terram deciderent præ horrore tam tetrę obſcuritatis. Alterum Romæ, anno 1567. etiam non procul à meridiano tempore, quo luna totum ſolis orbem complecti non potuit, quamuis rectiſſima linea prætenderetur: rarum profectò exemplum, ita vt lucidus quidam ambitus, coronæ in modum, lunare corpus vndique cingeret. A B

CONSECTARIVM III.

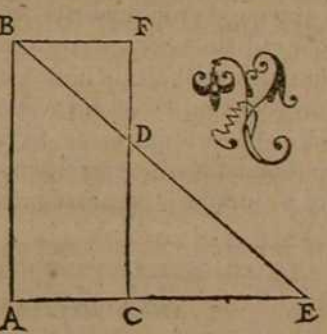
Luna à ſolari corpore longo magnitudinis interuallo ſuperatur.

DEPREHENSVM ſiquidem eſt aliquando in ea conſtitutione, qua ſol quidem nobis eſt proximus, luna autem hinc remotiſſima, aliquando ſolis ambitum ipſos viſus radios circumcircà exceſſiſſe, ſic vt luminoſus quidam ambitus circum lunare corpus manifeſtè cõſpiceretur. Ex quo ſanè efficitur ſolem lunâ maiorem eſſe. Quoniam enim radij optici, qui lunare corpus amplectuntur, altiùs prouecti magis ſemper ac magis à ſe inuicem diuelluntur, maius profectò eſſe oportet ipſo lunari orbiculo quodcumque corpus ſupra lunam intra iam dictos viſus radios coërcetur; ac multò etiam maius C id, quod eoſdem radios ſua mole vndequaque excedit. Sol porrò cùm terræ proximus aliquando eſſet, luna autem altiſſima, vtpote in ſummo ſui cæli faſtigio conſtituta, viſus eſt extra radios opticos proſilire, ab eoque conſpicuum quoddam lumen circum lunare corpus emicare. Quod ſuis temporibus anno partę ſalutis 1567. Romæ accidiſſe Clauius memorat in commentatione libri de Sphæra Ioannis de Sacroboſco, ad caput quartum; vt ſuperiore conſectario annotauimus.

PROPOSITIO LXXV. THEOREMA.

Si maior fuerit luminoſi quàm opaci corporis altitudo, erunt extremitatum radij altitudinibus proportionales. D

SIT luminoſi corporis altitudo A B, opaci verò altitudo C D, hæcque illa minor: quoniam rerum altitudines perpendiculo æſtimantur, eſto A C E velut terræ ſuperficies, aut planum quodcumque ad horizontem perlibratum, cui ad perpendiculum inſiſtunt A B & C D: ſi iam à luminoſo B per ſummitatem opaci corporis D radius agatur B D, hunc in primis productum cum A E congredi neceſſe eſt per 14. lemma huius libri; ſit autem congreſſionis punctum E: dico igitur, quod initio propoſitum fuit, radium luminoſum D E, eam rationem ad vmbroſum D E habere, quam habet altitudo A B ad C D altitudinem. Cùm enim triangulum ſit A B E, eiuſque baſi A B parallela conſtituatur C D, erunt triangula A B E & C D E æquiangula per 4. lemma huius libri; ac proinde per 4. ſexti Euclidis homologa erunt latera, quæ æqualibus angulis ſubtenduntur: igitur quemadmodum B E ad A B, ita D E ad C D: & viciſſim per 16. quinti Euclidis, vt radius B E ad D E radium, ſic altitudo A B ad C D altitudinem; quod demonſtraſſe oportuit.

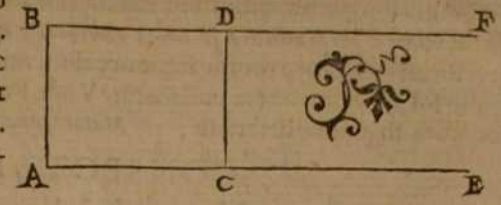


PROPOSITIO LXXVI. THEOREMA.

Si altitudo corporis opaci altitudini corporis luminoſi æqualis fuerit, erit vmbra, quæ projcitur, interminata. F

FIAT luminoſi corporis altitudini A B æqualis altitudo corporis opaci C D; ex B autem ad D radius porrigatur B D: quo prohibito, dico à puncto D vmbram protendi verſus F infinitam. Cùm enim, vt ſuperiore propoſitione diximus, altitudines rerum perpendiculo examinentur, ſunto A B & C D ipſi A E perpendiculares: erunt igitur anguli iuxta A & C recti; ac proinde per 28. primi Euclidis parallelæ erunt A B & C D; ponuntur autem & æquales:

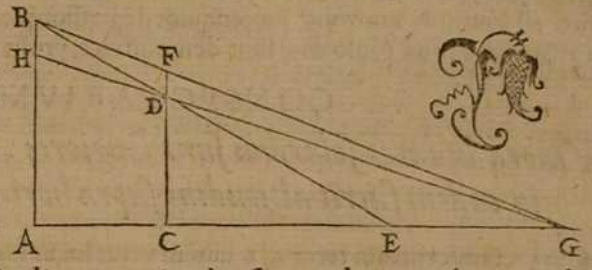
A æquales: itaque ipſæ quoque A C & B D parallelæ erunt per 33. primi Euclidis. Quantumuis igitur productæ fuerint A C & B D, numquam ſibi mutuò incident per 35. definitionem primi Euclidis. Quare infinita erit vmbra D F; quod demonſtraſſe oportuit.



PROPOSITIO LXXVII. THEOREMA.

B *Quò altitudo corporis luminoſi ad opaci corporis altitudinem minorem proportionem habuerit, eò maior vmbra producetur.*

RVRSVS, vt ſuprà, ſit corporis luminoſi altitudo A B, opaci verò altitudo C D, ambæ ipſi A E perpendiculares, ac proinde parallelæ: radius autem per B & D actus in lineam A E procidat ad ſignum E per 14. C lemma huius libri; ſitque vmbræ projectę longitudo C E: dico ſi minor fiat proportio altitudinis corporis luminoſi ad altitudinem opaci, quàm ſit A B ad C D, vmbram produci maiorem.



Duobus porrò modis euenire poteſt, vt minor ſit proportio luminoſi ad opacum, quàm ſit A B ad C D; vel ſcilicet aucto corpore opaco minore vſque in F; vel luminoſo A B, quod maius eſt, in H diminuto. Augeatur primò corpus opacum C D in F, ita tamen vt adhuc minor ſit C F quàm A B, producanturque radij B F & B D, donec concurrant cum A G; concurrent enim per 14. ſuperius lemma in puncto aliquo, altera in E, altera D in G: dico vmbram C G vmbrâ C E longiorem eſſe. Quoniam enim parallelæ ſunt A B & C F, erunt per 4. lemma huius libri æquiangula ipſa triangula A B G & C F G: eodemq; modo erunt & A B E, C D E triangula æquiangula. Quare per 4. ſexti Euclidis ſic ſe habet A B ad C F, quemadmodum A G ad C G; & vt A B ad C D, ita A E ad C E: ſed minor eſt ratio A B ad C F, quàm eiuſdem A B ad C D, per 8. quinti Euclidis, quòd videlicet ex hypotheſi maior ſit C F quàm C D: igitur minor quoque erit proportio A G ad C G, quàm A E ad C E. Cùm ergo duabus C E & C G idem augmentum adiunctum ſit A C, ſitque minor proportio C G cum additamento A C, hoc eſt totius A G ad C G, quàm ſit C E cum augmento A C, id eſt totius A E ad C E, erit per 15. lemma huius libri C G maior ipſâ C E; quod erat demonſtrandum.

E Deinde manente C D altitudine corporis opaci, minuatur ipſius luminoſi altitudo vſque in H, ſic tamen vt A H maior ſit quàm C D, radiuſque ab H per D extendatur H D, qui per 14. lemma huius libri productus concurret cum linea A G in puncto quopiam, puta G: dico igitur vmbram C G longiorem eſſe vmbrâ C E. Nam per iam factam demonſtrationem vt A B ad C D, ita eſt A E ad C E; rurſus vt A H ad C D, ita A G ad C G. At quia minor eſt ex ſuppoſitione A H quàm A B, erit per 8. quinti Euclidis minor proportio A H ad C D quàm A B ad eamdem C D: igitur minor quoque erit proportio A G ad C G quàm A E ad C E. Cùm autem duabus C E & C G idem adiungatur augmentum A C, erit rurſus per 15. lemma huius libri vmbra C G maior vmbrâ C E; quod erat demonſtrandum.

F

CONSECTARIVM I.

Circa exortum atque occaſum ſolis, maiores ſunt vmbræ quàm in meridie.

SEQVITVR profectò id ex poſteriore huius propoſitionis explicatione. Quò namque ſol depreſſior eſt, ac propior finitori, eò minorem proportionem habet eius altitudo ad eamdem altitudinem corporis opaci, vt ex 8. quinti Euclidis facilè colligi poteſt. Quare per ea, quæ iam proximè demonſtrata ſunt, minimam quidem meridie

vmbram esse oportet, quòd, vt Philosophus ait problematum sectione 15. q. 4. *sol meridie maximè è perpendiculo se nobis exhibeat*; quamobrem tum quoque minimæ fiunt accessiones: at prope ortum atque occasum mirum in modum augescunt, exiguo licet spatio sol ad horizontem prolabatur. Vnde Poëta declinationem diei per vmbræ incrementum ingeniosè descripsit: *Maiorésque cadunt altis de montibus vmbræ.* A

CONSECTARIVM II.

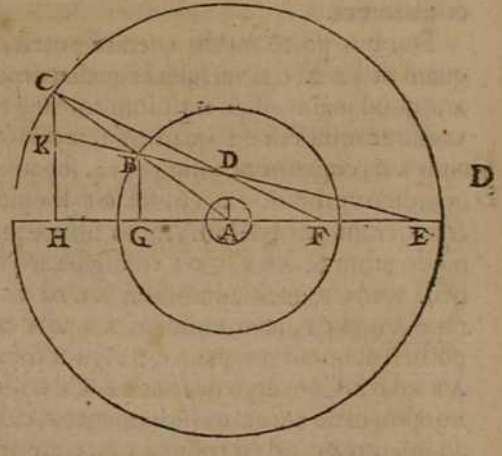
Meridianæ solis vmbræ brumali tempore, quàm æstiuo nobis sunt prolixiores. B

NAM eo motu, quo sol per obliquam signiferi viam incedit, æstiuo tempore verticí nostro propinquior fit, remotior verò brumali: siquidem quæ Boream spectant signa, eadem sunt & æstiua; quæ autem ad Austrum vergunt, hiemalia. Igitur sol brumali tempore, cùm diurno motu summum attigit cæli fastigium, remotior quidem à nostro est apice, at horizonti propinquior depressiorque omnino, quàm tempore æstiuo. Quare per ea quæ paulò ante sunt demonstrata, prolixiores tum vmbras esse oportet.

CONSECTARIVM III.

Vmbræ lunares solaribus sunt longiores, cùm vtrumque astrum in eadem fuerit altitudine supra horizontem constitutum. C

SIT enim centrum terræ A, B autem verus locus lunæ, at solis verus locus C, ambo in eadem altitudine graduum, verbi gratia 40. supra horizontem H E constituti, sic vt recta A B, quæ à centro mundi educitur, per C quoque transeat: demum sit A D corpus vmbrosum, cuius summitas D sit vtriusque astri, solis scilicet lunæque altitudine demissior: ac per D radij porrigantur B D & C D, qui producantur donec cum horizontali plano conueniant in E & F: concurrent autem per 14. lemma huius libri.



Dico igitur lunæ vmbram A E vmbrâ solis A F longiorem esse. Ex B namque & C demittantur in horizontalem lineam perpendiculares B G & C H per 12. primi Euclidis, quæ proinde altitudini corporis vmbrosi A D, (quod etiam ad perpendiculum erectum est) parallelæ erunt. Cùm verò D extra triangulum A C H existat, producta D B secabit vtrumque trianguli latus A C & C H, istud quidem in K, illud verò in B: minor igitur erit H K quàm H C. quare & H K minorem proportionem habebit ad A D, quàm H C ad eamdem A D, per 8. quinti Euclidis. Sed per ea quæ iam sunt demonstrata, vt se habet H K ad H D, ita se habet H E ad A E: & vt H C ad A D, ita H F ad A F. Igitur H E minorem rationem habet ad A E quàm H F ad A F: sublato itaque communi additamento H A, maior relinquetur A E quàm A F, per 15. lemma huius lib. quod erat demonstrandũ. D E

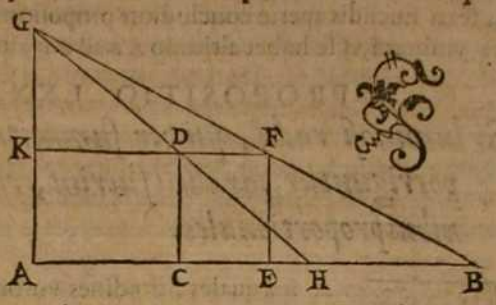
PROPOSITIO LXXVIII. THEOREMA.

Si corpora aliquot opaca æqualia fuerint secundùm altitudinem; quod lucido corpori eminentiori propinquius est, breuiorem vmbram facit. F

SINT in superficie horizontis A B erecta secundùm perpendiculum duo corpora opaca C D & E F, æqualia secundùm altitudinem, sitque C D corpori luminoso G eminentiori propinquius: dico vmbram C H vmbrâ E B minorem esse. Producantur enim radij G D & G F, donec cum superficie horizontis A B congrediantur: (concurrent autem per 14. lemma huius libri) sint verò puncta congressuum H & B: connectantur etiam puncta D & F:

iam

A Iam quoniam ex hypotheſi C D & E F æquales inter ſe ſunt & parallelæ, erunt & quæ illas connectunt C E & D F æquales & parallelæ per 33. primi Euclidis. Rurſus cùm ex cõſtructione C & B in vna ſint recta linea, erit quoque D F lineæ H B parallela, at minor illâ; ſiquidem per 4. lemma huius libri æquiangula ſunt ipſa G D F & G H B triangula, erit itaq; per 4. ſexti Euclidis vt G D ad G H, ita D F ad H B: ſed G D B minor eſt ipſâ G H, vt pars totâ: igitur D F ipſâ quoque H B minor erit. Eſt verò iam oſtenſa C E ipſi D F æqualis; erit igitur & C E ipſâ H B minor per 7. quinti Euclidis: quare ſi vtrique inæqualium addatur communis portio E H, minor erit C H quàm E B per communem notionem; quod erat demonſtrandum.



CONSECTARIVM I.

In æqualibus altitudinibus corporum opacorum, diſtantiæ eam inter ſe proportionem habent, quam proiecta in planum vmbrarum longitudines.

C

PRODVCATVR enim F D in K: quoniam igitur ob triangulorum A G H & C D H ſimilitudinem, vt A G ad C D, ita eſt A H ad C H; & vt A G ad E F, ita A B ad E B, eademq; eſt proportio A G ad C D, quæ eiuſdem A G ad E F per 7. quinti Euclidis, quòd nimirum æqualis ſit C D ipſi E F ex hypotheſi; erit quoque eadem proportio A H ad C H, quæ A B ad E B: & viciſſim per 16. quinti Euclidis, vt A H ad A B, ita C H ad E B: ſed vt A H ad A B, ita eſt K D ad K F per 4. ſexti Euclidis; itaque C H ad E B eſt, quemadmodum K D ad K F: at K D ipſi A C & K F ipſi A E ſunt æquales per 33. primi Euclidis: igitur eamdem proportionem habet vmbra C H ad E B vmbram, quam A C diſtantia habet ad diſtantiam A E;

D quod erat demonſtrandum.

CONSECTARIVM II.

Tota vmbra C D H, *totâ* E F B *eſt minor.*

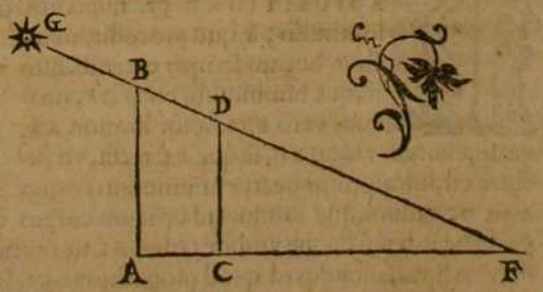
CVM enim vtrumque triangulum C D H & E F B in eadem ſint altitudine, in eiſdemque parallelis A B & K F ex ſuppoſitione, erunt ipſa inter ſe triangula, quemadmodum baſes C H & E B per 1. ſexti Euclidis: at iam oſtenſa eſt baſis C H baſi E B minor: igitur ipſa quoque vmbra C D H, minor eſt vmbrâ E F B; quod erat demonſtrandum. Atque eodem modo quò propinquiora fiunt vmbroſa corpora, eò totum ſpatium, quod vmbrâ completur, minus efficitur; augetur verò opaci corporis receſſu.

E

PROPOSITIO LXXIX. THEOREMA.

Si idem luminis radius è ſublimi delapſus, per plurium inæqualium altitudinum vertices tranſeat, erunt vmbræ altitudinibus proportionales.

F VNA quidem inæqualium altitudinum ſit A B, altera verò C D; à corpore autem luminoſo ſublimi G per vtriuſque altitudinis verticem B & D radius procidat G B D: hic profectò cum A C, ſi ambo producantur, concurret per 14. lemma huius libri. Eſto ergo congreſſionis ſignum F, quo vtriuſque altitudinis vmbra terminabitur: dico ita ſe habere vmbrã A F ad C F vmbram, quemadmodum ſe habet altitudo A B ad C D altitudinem. Quoniam enim parallelæ ſunt

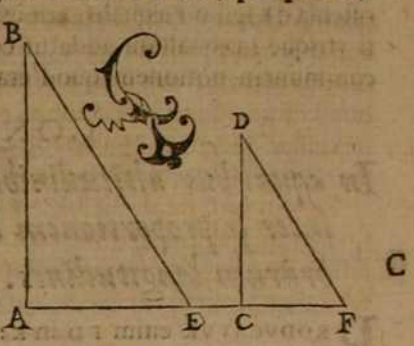


A AB & CD, erunt triangula ABF & CDF æquiangula, per 4. lemma huius libri. Quare per 4. sexti Euclidis aperte concluditur propositum, ita nimirum se habere vmbram AF ad CF vmbram, vt se habet altitudo AB ad CD altitudinem; quod demonstrare oportebat.

PROPOSITIO LXXX. THEOREMA.

Si luminosi radij, qui per summitates inaqualium altitudinum porriguntur, paralleli fuerint, erunt sic etiam vmbræ altitudinibus proportionales.

B DVÆ inæquales altitudines vmbrosæ exponantur AB & CD, per quarum summitates in subiectum horizontis planum AF radij procidant paralleli BE & DF: dico ita se habere vmbram AE ad CF vmbram, quemadmodum altitudo AB se habet ad CD altitudinem; & vicissim per 16. quinti Euclidis, vt vmbra AE ad altitudinem AB, sic vmbram CF ad CD altitudinem. Quoniam enim AB & CD perpendiculares horizontis plano AF supponuntur, erunt anguli BAE & DCF recti per 10. definitionem primi Euclidis. Rursus quoniam parallelæ sunt ex hypothesi BE & DF, erunt anguli AEB & CFD æquales per 29. primi Euclidis. Quare & reliquus angulus B, reliquo D æqualis erit; siquidem per 32. primi Euclidis, tres vnius trianguli anguli, tribus angulis alterius pares esse oportet. Sunt igitur æquiangula ipsa triangula ABE & CDF: ac proinde per 4. sexti Euclidis, vt vmbra AE ad CF vmbram, sic altitudo AB ad CD altitudinem: & alternè, vt vmbra AE ad altitudinem AB, ita vmbra CF ad CD altitudinem; quod erat demonstrandum.



CONSECTARIVM.

D *Ex vmbra notæ altitudinis incognitam altitudinem inuestigare.*

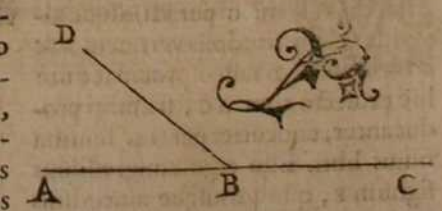
PERFACILE est ex iam demonstrato theoremate hoc quoque problema explicare. Cùm enim propter ingentem solis distantiam vmbrosi radij, quos intercepto lumine opaca corpora proijciunt, nil à veris parallelis dissideant quoad sensus æstimationem; erunt, vti iam demonstratum est, solares vmbræ ab inæqualibus altitudinibus proiectæ, ipsis altitudinibus proportionales.

Itaque si ignota quæpiam altitudo, verbi gratia AB, per vmbram solis exploranda sit: defixo in terram bacillo CD notæ altitudinis, puta 3. pedum, metienda in primis erit eius vmbra CF, sitque ea pedum 2. deinde accipienda erit per rectam terræ lineam vmbra AE ignotæ altitudinis, quæ, gratia exempli, reperta sit pedum 20. dico igitur si vmbra duorum pedum ab altitudine pedum trium proficiscitur, vmbram pedum 20. ab altitudine 30. pedum prouenire, vt ex proportionum regula aperte colligitur. Ignota igitur altitudo 30. pedum esse reperitur, quæ erat inuestiganda. E

PROPOSITIO LXXXI. THEOREMA.

Moto seu luminoso, seu opaco, & vmbra pariter mouetur.

PROPOSITIONE 57. huius libri ostensum est vmbrosum radium cum luminoso, à quo procedit, in rectam lineam semper extendi. Esto itaque luminosum corpus A, opacum verò B, radiusque; luminis AB, vmbræ autem radius BC, sitque AC recta, vti dictum est, linea: promoueatur luminosum corpus A in D, radiumque luminis ad opacum corpus profundat DB: si itaque vmbræ radius BC immotus perstet, consequens erit vt DBC non sit recta linea, aduersus id quod propositione 57. huius libri est demonstratum; vel certè duæ rectæ luminosæ lineæ AB & DB habebunt idem segmentum BC commune, quod



F

decimo

A decimo axiomati Euclidis ex additione Clauij repugnat. Fieri ergo nequit, vt moto corpore luminoso non pariter vmbra moueatur.

Si autem opacum ipsum corpus transmutetur, longè patentiùs ostendemus vmbram vnà moueri: nam opacum corpus, vt propositione 58. libri huius docuimus, alter est vmbræ terminus. Moto autem rectæ lineæ termino totam lineam moueri est necesse, ne idem contingat inconueniens, quod suprà, duas scilicet rectas lineas idem habere segmentum commune: etenim partes omnes mutuò sibi cohærent. Igitur translato corpore opaco, & vmbram transferri inuincibili quadam naturæ sequela oportet, non aliter quàm adducto primo catenæ annulo, sponte sequuntur reliqui, in quos per consensum
B vis primò impellentis deriuatur.

His demonstrationibus, quæ ex necessariis deductæ sunt, ratio quoque ex ipsa vmbræ natura deprompta adstipulatur. Cùm enim vmbra sit luminosi radij absentia, obiectu corporis opaci inuecta; sanè distinctorum & numero & loco radiorum prohibitio, distinctas & numero & loco vmbras inducet. vti namq. luminarium multitudine vmbræ numerantur (quod propositione 59. libri huius demonstrauimus:) ita idem luminare si successiuè pluribus reponatur locis, in loca distincta suam vmbram proijciet; tum enim plurium subit vicem. Ex quo cõsequens est, vt moto luminari, & ipsa vmbra moueatur.

Eodem verò modo, quoniam opacum ipsum corpus loco transmutatum alium continuò atque alium ab immoto luminari radium excipit, eiusque interceptione vmbra
C procreatur, fit profectò, suo vt motu aliò semper atque aliò propriam vmbram circumferat; quæ proinde videbitur,

—— nobis in sole moueri,
Et vestigia nostra sequi, gestúmque imitari.
Nimirum, quia terra locis ex ordine certis
Lumine priuatur solis, quacunque meantes
Officimus. ——

Lucret. lib. 4. de naturæ.

Porrò cur solis vmbræ extremum tremere videatur, quærit Aristoteles in suis problematis sect. 15. q. 12. Manifestè verò eum tremorem perspicimus, cùm longius vmbra profunditur; cuius causa sol esse non potest: nam sol in partes moueri contrarias nequit,
D tremorem autem ita fieri manifestum est. Quare idcircò id euenire Aristoteles affirmat, *quia corpuscula contenta in aëre agitantur, quæ vulgò ramenta nominantur, conspicua in solis radiis, qui transmeant per fenestras. Hæc enim moueri solent etiam sine vllo spiritu. Ergo cùm vicissim modò de vmbra in lucem, modò de luce in vmbram moueantur assiduè, terminus quoque lucis ac vmbræ communis continuò moueri videtur: partim enim veluti vmbram, partim lucem sua ipsa mutatione efficiunt: itaque moueri vmbra videtur, cùm non hæc, sed illa hunc in modum soleant agitari.* Quod de corpusculis dixit Philosophus, longè maximè intelligendum est de vaporibus, qui per aërem continuò vagantur mutuo occursu leuiter protrusi. Nam simili de causa sol ipse primo exortu tremere aspicientibus videtur, quòd educti è terra vapores totum id spatium, quod solem inter aspectumque
E nostrum interiacet, conferti impleant: cumque perpetuò agitentur, qui illis inest motus, soli tribuitur propter aspectus hallucinationem. Rursus eadem de causa, cùm iam solares radij terram acriùs feriunt, si quis proximos agros aspiciat, trepidare illos, glebasque inter se committere arbitrabitur: sic accensis prunis, quamuis nulla flamma adsit aut aspectabilis fumus, ipsi tamen ignei vapores, qui occultè exhalant, quamdam aëris agitationem ostendunt. His omnibus satis perspicuè explicatam esse arbitror genuinam causam cur vmbrarum extrema tremere videantur, ac tum potissimùm cum illæ longiùs protenduntur.

Eamdem ob causam stellas quasdam ex ijs quæ firmamento inhærescunt minùs constantes videri Philosophi quidam existimarunt, tremere nimirum illas non reipsa, sed
F videri, cùm vapores per aërem sparsi agitantur. Quemadmodum enim, inquiunt, si inter obiectum & oculos nostros fumus interceserit, videmus obiectum tremere; sic inter stellas & visum nostrum perpetuus est motus corporum mediorum; hic ergo minimè dubiam scintillationis causam manifestat. Verùm ista sententia multis reuinci potest, atque in primis ex eo, quòd eadem vaporum quantitas inter errantes inerrantesque stellas interiecta sit: cur ergo non æquè omnes scintillant, cùm vna sit communis omnibus inquietudinis causa? Deinde stellæ illæ quibus hæc proprietas inest, sudo etiam ac sereno cælo, & iuxta cæli fastigium intermicant (quamquam prope horizontem acriùs, ob duplicis causæ concursum:) non ergo vapores interiecti istius motus sunt causa.

Alij ſolares radios flexo mucrone repelli ad nos, eamque ſcintillationis cauſam eſſe dixerunt. Quod ſi ita eſt, cur non etiam planetæ omnes eadem inquietudine agitantur, quando & ab his omnibus ſolares radij ad nos reflectuntur? A

Vitello lib. 10. ſuæ Optices propoſ. 55. formarum motui cauſam adſcribit; formas autem moueri ait, cùm illarum radij ſublunarem regionem varie infracti penetrant. Statuit enim fundamenti loco id totum quod inter nos ac lunæ cauam ſuperficiem interiacet, ignem atque aërem perpetuo motu cieri, partim vaporum aſcenſu impulſuque, partim ventorum procellis agitatum. Cùm ergo hoc corpus in continuo ſit motu, qui à ſtellis procidunt radij varie fracti ſcintillationis atque inquietudinis cauſam præbet. Quod exemplo aquarum confirmat, quæ dum leuiter criſpantur, inconſtantes reddunt imagines. Quo pacto verò non eadem affectio æquè in planetas atque in ſtellas fixas pertranſeat, aut cur non pari agitatione omnes fixæ ſtellæ micent, non ſatis explicat. Quare id ratum ſanctumque eſſe debere exiſtimo, non poſſe eam ſtellarum apparentiam in ſublunaribus rebus cauſam habere, vtpote quæ planetas iuxtà ac ſtellas ceteras comprehendat. Prætereà quod Vitello ait de ventorum procellis, id potiùs ipſius ſententiam euertit, quàm roboret: nam venti procellis agitati ampliſſimis lationibus mouetur; quare oporteret ſtellas non breui reciprocatione agitari, ſed procul è loco deferri. Si verò non aliter ſtellas quàm ſolem à vaporibus tremulas fieri affirmet, nil agit; nam ſtellæ etiam prope cæli verticem micant, at ſol non niſi cùm primùm oritur: & ſi eadem cauſa ſtellæ fixæ micant, qua & ſol, quid quæſo grande inclamant Philoſophi, ſtellas firmamenti ſcintillare, planetas non item, cùm eadem cauſa qua ſol ceteri etiam planetæ ſcintillent? B C

Ariſtoteles micantium ſtellarũ cauſam longinquitati attribuit: ita enim ſcribit lib. 2. de cælo, cap. 8. text. 48. *Viſus enim longè ſe extendens verſatur ob infirmitatem; quæ quidem fortaſſe cauſa eſt, vt & ſtellæ fixæ micare, vagantes autem non micare videantur. Vagæ namque ſtellæ ſunt propè: quare viſus ſui compos ad iſtas accedit; ad fixas autem longè ſe extendens, ob longitudinem tremit; tremor autem ipſius facit, vt hæc motio ſtellæ ipſius eſſe videatur: nihil enim intereſt viſus, an id quod cernitur, moueatur.* Hæc ille. Quid porrò cauſæ ſit, cur ſtellæ remotiores inquietæ, planetæ verò, quia propinquiores ſunt, conſtantes perſtent, & cur Saturnus firmamento proximus inter planetas minimè ſcintillet, non explicauit Philoſophus. Quare D

Cardanus alijque quàm plurimi potentiæ imbecillitate euenire dixerunt, vt ſtellæ quidem fixæ tremere ac ſcintillare videantur, planetæ verò non item. Cùm enim ſtellæ longè à nobis abſint, ſimulque earum fulgore aſpectus noſter ſuapte natura imbecillis, etiam hebetetur magis; porrecta acie ægrè ad ipſas attingit: quare laſſatus nutat ac tremit. Hæc Platonicam philoſophiam ſapiunt, quæ viſum extrà efferri docet: & quamuis ea concedatur, nihil tamen efficitur; nam cauſa nondum apparet cur maiores quædam ſtellæ nonnullis minoribus inquietiores ſint; & è minoribus, cur quædam alias ſuperent maiores, cùm ad omnium aſpectum cæcutiat oculorum acies longinquitate itineris hebetata. Deinde lib. 1. propoſ. 56. oſtendimus viſum ſuapte natura infinitè extendi; nulla ergo intercapedine definietur, dummodò cetera adſint ad viſionem neceſſaria. E

Alij formarum naturam incuſarunt, quia ſcilicet ſpecies à ſtellis fixis promiſſæ ob longiſſimi ſpatij intercapedinem deficiunt, ac præ tenuitate vix iam actionem aliquam in viſum inferre poſſunt, ideò dum potentia intuitiua viſionis actum elicere conatur, niſu fatiſcit ac tremit, cuius affectio in rem viſam tranſit. At quid intereſt an procul ſint ſtellæ, dummodò ſat magnæ ſint vt ſui imagine ad obtutum deſtinata videantur? eadem enim harum ratio eſt, quæ & planetarum: qui licet multis partibus minores ſint ſtellis, videntur tamen, quia propinquiores. Rurſus pleræque ſtellæ ex ijs, quæ primæ notæ vocantur, nonnullis planetis, vt Mercurio, Saturno, & Ioue apparent maiores atque illuſtriores: quæ ergo ratio ſuadet, vt ad illarum aſpectum vacillet oculorum acies? F

Sunt qui ob motus diurni pernicitatem id fieri crediderunt, nempe idcircò radios à ſtellis fractos ac tremulos procidere. Verùm ſi hæc cauſa foret, ſtellę omnes, ac ipſi etiam errabundi planetæ nullo diſcrimine ſcintillarent, cùm pari circumactu ab ortu in occaſum vnà cum fixis aſtris rapiantur. Deinde hac cauſa nullæ iuxta polos ſtellæ micarent, ob motus tarditatem: at plurimæ ibi inquietiſſimæ cernuntur; non ergo hæc vera eſt ſcintillationis cauſa.

Ad extremum Iulius Scaliger exercit. 63. omnibus hiſce coniunctim ſtellas micare arbitratus eſt, adiuuantibus ſcilicet cauſis. At miror profectò, hunc virum latere potuiſſe

cauſarum

A cauſarum omnium conſpirationem errantibus æquè ac inerrantibus ſtellis patrocinari. Deinde omnibus cauſis vnà agentibus, quo pacto fiet, vt fixarum ſtellarum nonnullæ crebrioribus ictibus micent, at velocioribus; aliæ maioribus, ſed rarioribus? Cur etiam è minoribus ſtellis quædam, ac quædam item è maiorum numero præ ceteris viuaciores ſint? ſanè ex omnium cauſarum concurſu, iunctaque actione, prouenire iſta poſſe nemo facilè oſtenderit.

His ſententijs ſæpiùs à nobis expenſis, cùm neque ex parte organi, neque ex parte obiecti, neque ex parte medij, aut ceterarum rerum quæ ad viſionem cõferunt, quidquam occurreret, cui admirabilem hunc effectum adſcribere poſſemus; cœpimus, vti decebat,
B diuinam admirari ſapientiam, ac præcipuè ſpiritum illum Domini, qui ornauit cælos; *Iob cap. 26* cumque identidem hæc cogitatio in mentem rediret, in eam ſententiam adducti fuimus, vt crederemus ſcintillationem ſtellarum à nulla externa cauſa prouenire, ſed inſitam eis fuiſſe à prima origine hanc conditionem, vt intermicare non deſinant, aliæ plus, aliæ minùs, prout ſingulis diuina ſapientia præſcripſit.

Porrò quo pacto reipſa id fiat, non eſt noſtrum definire: id enim ſolus nouit qui cæleſtes naturas condidit, Deus. Si verò quiſpiam ſcire id ſaltem velit, qua ratione id fieri poſſit; dicam, licet multis id quidem modis Deo poſſibile ſit, inter ceteros tamen hunc ab humanis rationibus non omnino alienum eſſe: Finge animo ſtellarum globos (quos de ſuo lucere equidẽ exiſtimo) non vndique pari nitore perfuſos eſſe, voluiq; in proprijs
C cauitatibus raptu celerrimo: cùm igitur lucidiores partes obſcurioribus, atque hæ viciſſim illis identidem ſuccedant, hae luminis inconſtantia videri ſtellas quadam motus reciprocatione agitari. Quod ſi ita ſit, omnis illa inquietudinis diſparitas, quæ in micantibus ſtellis animaduertitur, ex lucis inſitæ inæqualitate originem ducet. quæ namque ſtellæ extremis partibus conſtant lucidiſſimis ſcilicet atque obſcuriſſimis, hę acriùs incitari videntur, quòd ampliora oſtendant extremorum interualla: quę verò ex medijs partibus conſtitutæ ſunt, eamdem ob cauſam obſcuriùs micant: rurſus quæ in ſuis cauitatibus ocyùs circumaguntur, hæ crebriores faciunt viciſſitudinem recurſus; illæ autem tardiores, quæ longiores nactæ ſunt motuum periodos. Hæc ſi tuo palato ſapiunt, amice Lector, probato; ſin minùs, ſtude, vt meliora inuenias: at caue ſis; vt non ſolùm illa
D tuo, verum etiam noſtro palato ſapiant.

PROPOSITIO LXXXII. THEOREMA.

Lumen, vmbráque circum immotum opacum corpus oppoſitis mouentur lationibus.

E HÆC proprietas ex natura ingenioque ſecantium ſeſe linearum pendet. Duæ inquam lineæ dum ſe mutuò ſecant, poſitionum, quas vocant, differentias mutant; vt ſi pars vna ſecantis dextera ſit ei quæ ſecatur, eiuſdem ſecantis pars altera ſectæ futura ſit ſiniſtra: vnde efficitur, vt cùm ſol ab Oriente per Meridiem fertur in Occidentem, tempore eodem terræ vmbra ab Occaſu per mediæ noctis terminum Orientem verſus incedat: omnes ſiquidem rectæ lineæ ex luminoſis vmbroſisque radiis compoſitæ ſeſe ad opacum corpus, ceu ad commune circulationis centrum interſecant. Quantum igitur verſus vnam cæli plagam ſpatij conficit luminoſus radius, tantum vmbra promouet in oppoſitam.

CONSECTARIVM.

Luminoſus vmbroſúſque radius pari motus velocitate cientur.

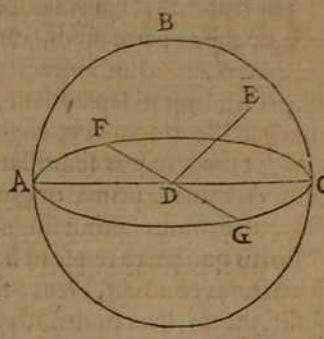
F PATET ſanè hoc ex iam explicata propoſitione. Eſt verò ita accipiendum, vt æquali ab opaco diſtantia motiones æſtimentur. Si enim circum opacum corpus velut centrum circulus deſcribatur, perſpicuum eſt æquis temporibus luminoſum vmbroſumque radium pares circuli peripherias tranſcurrere: ſiquidem anguli qui aduerſis peripheriis inſiſtunt, ad centrum circulationis conſtituti, perpetuò ſunt æquales per 15. propoſitionem primi libri Euclidis: æqualibus autem angulis æquales peripheriæ eiuſdem circuli ſubtenduntur per 26. tertij Euclidis: igitur luminoſus vmbroſuſque radius æquis temporibus pares circuli peripherias tranſcurrunt; ideoque pari velocitate mouentur; quod erat explicandum.

PRO-

PROPOSITIO LXXXIII. THEOREMA.

Si ſol per ambitum circuli in ſphæra maximi incedat, vmbra centri eumdem percurret circulum.

ESTO ſphæræ A B C, cuius centrum D, maximus circulus A F C G; per cuius ambitum ſol incedere animo concipiatur, iamque in ſignum A peruenisſe: quoniam luminis radius A D ad cẽtrum ſphęræ pertinens in ipſius eſt circuli plano, erit & vmbræ radius D C, qui ex centro prodit, in eodem plano in quo & circulus: ſiquidem D C & A D radij vnam efficiunt rectam lineam per 57. propoſitionem huius libri. Fieri autem nequit, vt rectæ lineæ A C pars A D, hoc eſt luminoſus radius, in plano quidem ſit circuli, pars verò D C, id eſt radius vmbroſus ſit à circuli plano ſublimis, velut in D E, quod Euclides demonſtrat libro vndecimo propoſitione prima. Itaque & vmbroſus ipſe radius D C in eodem eſt circuli plano in quo & A D.

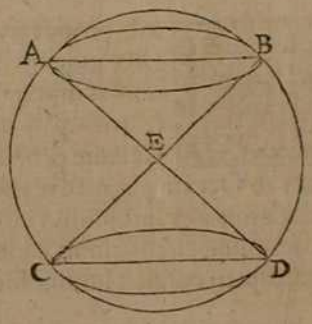


Deinde fingatur ſol in F promotus, radium F D ad centrum protendere. Quoniam igitur per 1. vndecimi Euclidis vmbræ radius D G luminoſo F D in directũ coniunctus nequit à plano, in quo F D, ſublimis eſſe, verbi gratia in D E, erit is in eodem cum F D plano. Eodemq; modo ad quemcumque locum ſol peruenerit, ſemper oſtendetur vmbroſus radius in eodem plano verſari, in quo & luminoſus: igitur cùm ſol totum orbem decurrerit, & vmbræ radius eumdem emenſus erit; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO LXXXIV. THEOREMA.

Si ſol per ſphæræ circulum non maximum incedat, duæ conicæ ſuperficies ad centrum ſphæræ ceu ad communem verticem conuenient; vna luminoſa ex radio circumacto, altera opaca ex ea vmbra quam centrum profundit.

SIT ſphæra A B D C, cuius centrum E, in eaque circulus non maximus ex diametro A B deſcriptus, per quem ſi ſol circumduci intelligatur, radius eius, qui ad centrum E pertinet, circumactus, metę ſuperficiem deſignabit coni in modum, vt ex ipſius coni definitione conuincitur: propterea quòd baſin habeat circulum in quem ſol conuertitur, verticem autem immotum ſphæræ centrum. Cùm verò luminis radius A E in rectum continuumque productus, obiectu opaci cẽtri E in vmbroſum commutetur E D: dico hunc quoque circumactum conoidem ſuperficiem deſcribere, cuius quidem vertex perſpicuè idem eſt qui & luminoſi coni, nempe ſphæræ centrum E. At baſis circa diametrum C D circulus eſt: ductis enim A B & C D, quoniam A E & B E æquales ſunt ipſis E D & E C per ſphæræ definitionem, eſtque angulus C E D angulo A E B æqualis per 15. primi Euclidis; erunt & A B, C D æquales: cumque eodem modo æquales oſtendi poſſint omnes vtriuſque baſis dimetientes, patet baſin circum C D circulum eſſe, & quidem baſi circum A B æqualem: quare figura ſub veſtigio conuerſi radij vmbroſi, & baſe C D contenta, conus eſt verticem habens cum ſuperficie conica ex motu luminoſi radij deſcripta communem, ipſum ſcilicet ſphæræ centrum; quod erat demonſtrandum.



Hæc de vmbris dicta ſufficiant. Nam quo pacto eæ in varia corpora incidant, quaſque figuras earum ſectiones oſtendant, in Proiecturis docebimus, de quibus, Deo conatus noſtros benignè proſequente, ſequẽti libro ex profeſſo agemus: vbi inter ceteras vmbra-

A *Vmbrarum quoque proiectiones explicabimus, ea quæ ponemus fundamenta, quibus poterit ſtudioſus Lector ſcioterica omnis generis abſoluere, eorumque rationes reddere, ac etiam plurima alia promptè adinuenire, quæ meritò cunctis admirationem pariant. Sed priuſquam ad illa progrediamur, quæ reliqua ſunt luminis abſoluamus.*

DE LVMINIS TRAIECTV.

B

PROPOSITIO LXXXV. THEOREMA.

Radius luminis à puncto lucido per orbiculare foramen traiectus, coni figuram induit.

APOLLONIVS Pergæus initio Conicorum elementorum, conum appellat eam figuram, quæ baſin habet circulum, ac præter baſin ſuperficie cingitur à circuli ambitu ad vnum quodpiam idemque punctum (qui vertex eſt coni) protenſa. hanc figuram Latini Metam vocant, ſeu formam turbinis mucronati. Eſt verò eius generis figura luminis à puncto per circulare
C foramen transfuſi: quippe foramen, quod loco baſis eſt, circulare ſupponitur; lumen verò ipſum ſuperficie ambitur à puncto ad foraminis peripheriam extenſa: igitur conoides eſt ipſum lumen. Et quidem ſi ea quæ à vertice ad centrum foraminis ducitur linea, quam axem vocant, foraminis plano recta fuerit, rectus erit ipſe conus; ſin verò, ſcalenus, vt idem docet Apollonius. Rurſus ſi axis ei, quæ ex centro baſis ducitur, æqualis fuerit, erit conus orthogonius; ſin minor, amblygonius; at ſi maior, oxygonius erit, vt Euclides oſtendit libro 11. definitione 18.

Hæc licet patentiora ſint, quàm vt demonſtrationem expoſcant, ea tamen præmiſiſſe oportuit, quoniam ad ea quæ deinceps habemus dicere, conducibilia ſunt, vt ex ipſo ſermonis decurſu fiet manifeſtum.

D

PROPOSITIO LXXXVI. THEOREMA.

Lumen à puncto per multilaterum foramen transfuſum Pyramis eſt.

PYRAMIDEM definit Euclides libro 11. definitione 12. figuram ſolidam, quæ planis continetur ab vno plano ad vnum punctum collectis. Ex quo in primis illud perſpicuè patet, inter conum & pyramidem hoc diſcrimenis intereſſe, quòd pyramis excepta baſi pluribus conſtet planis: conus verò dumtaxat ſuperficie baſin totumque ſolidum corpus circumambiente.
E Quare lumen quod per multilaterum foramen traijcitur, neutiquam conus eſſe poteſt. etenim quæ à puncto luminoſo ad ſingula foraminis latera rectæ luminis profluentiæ emicant, planas efficiunt ſedes, eaſque triquetras: quæ cùm totidem ſint numero, quot ſunt baſis latera, omneſque ad punctum lucidum colligantur, erit lumen quod per foramen polypleuron transfunditur, in modum pyramidis conformatum; quod oſtendiſſe oportuit.

PROPOSITIO LXXXVII. THEOREMA.

Lumen à puncto lucido per foramen tranſmiſſum vnius eſt intenſionis, ſi in eadem diſtantia à prima origine aſſumatur.

F

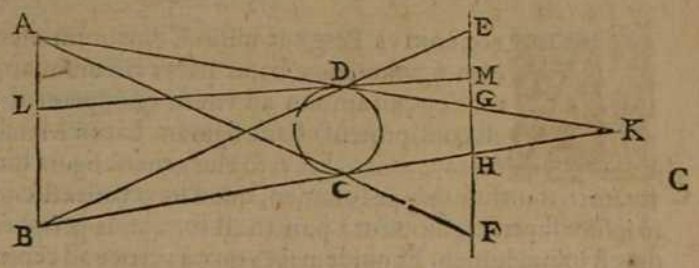
SECVNDA huius libri hypotheſi oſtenſum fuit, ex plurium radiorum congreſſu lumen intendi, idque impenſiùs illuſtrari, in quod plures ſimul radij conueniunt. At cùm lumen ab indiuiduo puncto per amplum licet foramen tranſmittitur, inque oppoſitum directè planum excipitur, puncta vniuerſa eius quod illuſtratur, ſingulos excipiunt radios, neque vllum eſt, in quod plures, aut in quod pauciores radij confluant: tota igitur pars obiecti plani à lucido puncto æquabili nitore perfunditur: quare & lumen ipſum vnius eſt intenſionis,

nis, si in æquali distantia à prima origine assumatur; quod expressisse oportuit. nam suprà propositione 35. inter causas quibus intendi lumen docuimus, propinquitatem adnumerauimus. siquidem hoc insitum est lumini, vt longiùs ab origine prouectum continuò decremento langueſcat. Tantò ergo est exquisitius, quantò lucenti corpori propinquius existit. A

PROPOSITIO LXXXVIII. THEOREMA.

Lumen quod à corpore lucido per foramen in oppositum planum profunditur, in medio quàm in ambitu impensiùs nitet. B

CORPVS lucidum AB per foramen CD lumen profundat, obiectumque lumini planum sit EF; ductis ab extremitatibus corporis luminosi A & B per extrema foraminis C & D radiis AF, AK, BE, & BK: dico portionem luminis CKD exquisitam perfectamque esse per 8. definitionem huius libri, quòd scilicet omnium partium luminosi corporis radios excipiat: quare GH portio obuersi plani apprimè illustratur: hinc verò deinceps versus E & F, quò longiùs proceditur, eò semper planum EF illuminatur obscuriùs; siquidem puncta à G & H remotiora, extremisque E & F viciniora, à paucioribus semper partibus luminosi corporis lumen admittunt, quousque tandem ad extrema E & F totum imperfecti luminis decrementum terminetur, vbi nimirum à solis punctis A & B lumen superstes existit.



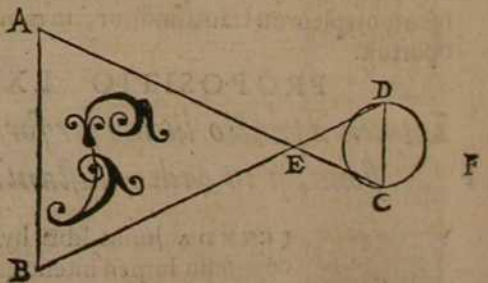
C

Quod palàm fiet, si in eodem schemate inter puncta G & E signetur punctum aliud quodcumque, puta M, ab eoque per foraminis extremitatem D ad luminosum corpus recta agatur linea ML. erit namque LM extremus luminis radius eorum omnium, qui à portione luminosi corporis BL ad signum M pertinent: quare nullus à portione LA ad signum M radius luminosus affulget; quòcircà non æquè lumen participat M atque G, minusque E quàm M, quippe E solius puncti B radium susciput. Eademque in ceteris punctis quæ inter G & E signari possunt, est demonstratio. quæ namq; à G versus E remotiora existunt, parciore semper luminis affluentia perfunduntur; quod explicare propositum erat. D

PROPOSITIO LXXXIX. THEOREMA.

Qui ab extremitatibus corporis lucidi, per oppositas extremitates foraminis radij procidunt, inter foramen corpusq; lucidum se mutuò secant. E

SIT luminosum AB expositum foramini CD, per cuius oppositа extrema C & D ab extremitatibus luminosi corporis A & B decussati procidant radij AC & BD: dico horum communem intersectionem E inter foramen corpusque lucidum incidere. Nam radij AC & BD, cum vtraque dimetiente foraminis, scilicet CD, lucentisque corporis AB, duo triangula constituunt, mutuò sese aduersis mucronibus respectantia AEB & CED: quorum bases AB & CD cùm maximè distent, necesse est ipsos vertices inter vtramque medios existere. Est porrò radiorum AC & BD intersectio E communis vtriusque trianguli vertex: illa igitur inter foramen corpusque luminosum cadit; quod erat demonstrandum.



F

Si corporis luminosi atque foraminis dimetientes AB & CD æquales fuerint, erit E signum inter vtrumque exactè medium: si inæquales, erit E minori semper propinquius,

vt

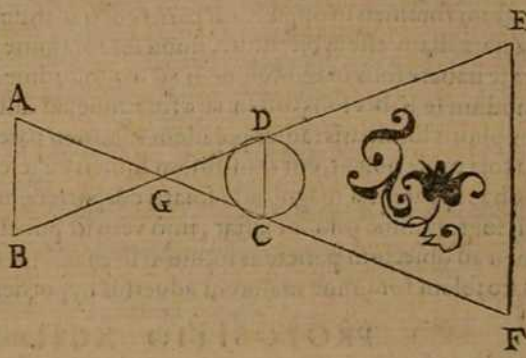
A vt ex 4. sexti Euclidis facilè potest demonstrari. Quare imminuto sensim luminoso, ipsa quoque communis radiorum intersectio E sensim adducitur, ac minore semper interuallo à corpore luminoso distat, quousque tandem indiuiduum fiat ipsum luminosum, hoc est adeò exiguum, vt si diuidatur in partes, hæ solitariæ sub sensum non cadant; quod sensibile indiuiduũ antè non semel nominauimus: hoc inquam si fiat, nullum quoque erit diuiduum interuallum à corpore luminoso ad radiorum intersectionem E. Quamobrẽ roborari etiam hinc potest, quod non semel hactenus diximus, à puncto videlicet luminoso secantes se radios prosilire non posse, vt nec parallelos, quippe à sola magnitudine ij proueniunt, quæ partes habet, vnde eiusmodi radij originem ducunt.

B

PROPOSITIO XC. THEOREMA.

Si pari interuallo à foramine distent, hinc corpus lucidum, illinc directe obuersum planum, erit lumen plano exceptum corpore luminoso maius.

LVMINOSO corpori AB directè obuersum sit planum EF, ambo pari interuallo disiuncta ab interposito foramine CD; radij autem ab A & B per C & D in obuersum planum decussati penetrent AF & BE: dico lumen EF plano exceptum luminoso corpore AB maius esse. Quoniam enim directè opponi planum luminoso corpori supponitur, erunt AB & EF parallelæ, vt facilè colligi ex iis potest, quæ libro tertio ante propositionem 31. definiuimus: quare angulus A ipsi F angulo, & B angulus angulo E æqualis esse conuincitur per 29. primi Euclidis. Est verò AGB angulus angulo EGF æqualis per 15. primi Euclidis: æquiangula igitur sunt ipsa AGB & EGF triangula: ideoque per 4. sexti Euclidis homologa sunt latera quæ æqualibus angulis subtenduntur. Vti igitur AG ad AB, sic FG ad FE: sed FG ipsâ AG est maior, quoniam ex hypothesi AC æqualis est ipsi CF; at FG maior est quàm FC per proximè antecedentem propos. igitur & ipsa AC maior est FG. Est verò AG minor eâdem AC, vt pars totâ: itaque FG quàm AG multò est maior: quapropter ipsa quoque FE maior est quàm AB per iam citatam 4. sexti Euclidis, quod erat demonstrandum.



C

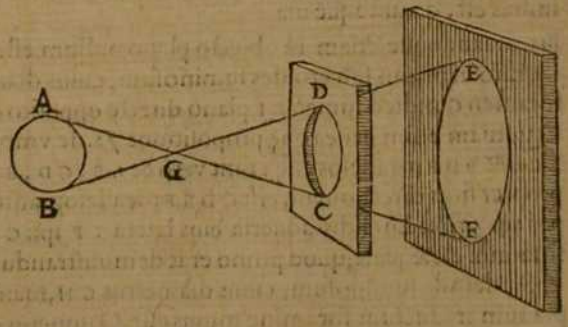
D

E

PROPOSITIO XCI. THEOREMA.

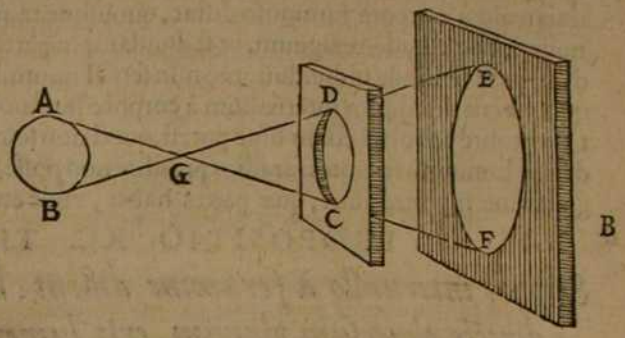
Luminis per foramen in oppositum directè planum transfusi perimetrus ambitu foraminis semper est maior.

ESTO corpus luminosum AB, cui directè obiiciantur foramen DC, & planum EF. A luminosi autem corporis extremitatibus A & B per opposita extrema foraminis C & D radij, vt suprà decussati incedant AF & BE: dico lumen EF plano exceptũ perimetrum habere ampliorem, quàm sit foraminis ambitus. Quoniam enim radij AC & BD inter foramen corpusque lucidum sese intersecãt per 89. propos. huius libri, sit intersectionis locus G: itaque iidem radij GC & GD ad planum vsque producti, vbi plano ac foramine intercipiuntur, duo efficiunt triangula CGD & EGF, quorum bases,



F

ſes, foramen ſcilicet & planum, cùm parallelæ ſint ex hypotheſi, propter directum oppoſitionis ſitum, erit per 29. primi Euclidis angulus G D C angulo G E F, & G C D angulus ipſi G F E angulo æqualis; eſt verò G angulus vtrique triangulo communis: igitur æquiangula ſunt ipſa triangula, vt lemmate 4. huius libri eſt demonſtratum. Quare per 4. ſexti Euclidis, vt G E ad G D, ſic ſe habet lumen E F ad foramen C D: ſed tota G E maior eſt ſua parte G D per communem notionem: igitur dimetiens luminis E F foraminis dimetiente C D eſt maior. Perimetri autem circulorum eam inter ſe rationem habent, quam dimetientes: itaque luminis perimetrus ambitu foraminis maior eſt; quod erat demonſtrandum. A



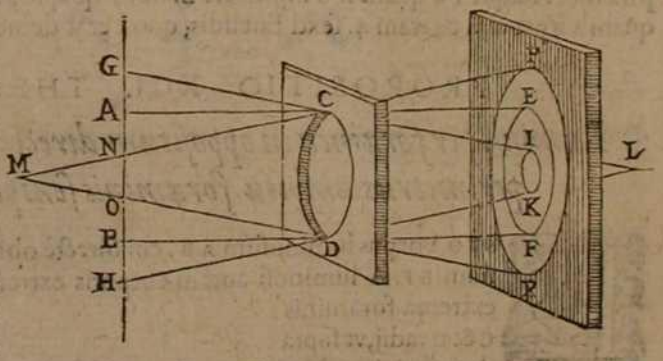
B

Ex quo perſpicuè apparet hallucinari illos, qui cùm videant ſolis ſplendorem per anguſtum foramen in oppoſitum parietem transfuſum, maiorem in modum ampliari, eius cauſam illam eſſe arbitrantur, quòd ſol foramine ipſo ſit maior. Vnde etiam colligunt ita ſe habere ſolis magnitudinem ad magnitudinem luminis in pariete ſpectati, quemadmodum ſe habet ſolis diſtantia à foramine, ad diſtantiam luminis. Inficiandum non eſt amplioris luminaris radios per idem foramen patentius circumquaque diffundi: at cùm ea ſola cauſa non ſit, cur transfuſum lumen augeſcat, latiusque ſeſe expandat, non rectè ex hac apparentia magnitudo ſolaris corporis demonſtrari poterit. Accedit quòd quamuis ſol foramine minor exiſtat, imò verò ſit puncti inſtar, nihilominus tranſmiſſum lumen ad obiectum parietem futurum ſit maius ipſo foramine. Recténe igitur hoc etiam dato ſolem foramine maiorem aduerſus hypotheſin pronuntiabis? C

PROPOSITIO XCII. THEOREMA. D

Perfectum lumen in obiectum planum per idem foramen tranſlapſum, ab æquali corpore luminoſo, æquale eſt; à maiore, minus; & à minore, maius.

QVÆ ſuperiùs dicta ſunt, non de ſolo perfecto lumine, ſed de toto illo quod per foramen tranſlabitur, intelligenda ſunt. Perfectum verò illud lumen, de quo nunc tantùm agimus, non vno modo ſe habet ad foraminis amplitudinem: pro varietate enim corporis luminoſi quandoque foramini æquatur, quandoque minus eſt, quandoque maius, quandoque etiam in obiecto plano nullum eſt.



E

Eſto in primis ſphæroides luminoſum, cuius diametrus A B, eique par magnitudine foramen C D: dico lumen E F plano directe oppoſito exceptum æquale eſſe foramini C D. Quoniam enim per ea quę propoſitione 72. de vmbris ſunt demonſtrata, conſtat radios A C E & B D F parallelos eſſe: ſunt verò & A B, C D, E F parallelæ ex hypotheſi, nimirum propter ſitus directionem, erit C D E F parallelogrammum per ipſius definitionem: quare per 34. primi Euclidis aduerſa eius latera E F ipſi C D, hoc eſt lumen plano receptum, foramini eſt æquale; quod primò erat demonſtrandum. F

Sit deinde luminoſum, cuius diametrus G H, maius foramine C D: dico lumen I K in planum traductum foramine minus eſſe. Quoniam enim per 11. lemma huius libri radios G C & H D ad partem foraminis producti tandem congredi neceſſum eſt, ſit congreſſio-

A greſſionis ſignum L, idemque vertex luminis conoidis, cuius triangulum per axem C L D ſecans planum in I & K: cum itaque parallelæ ſint C D & I K ex hypotheſi, erunt triangula C L D & I L K æquiangula per 4. lemma huius libri. Quare per 4. ſexti Euclidis, vt L I ad L C, ita I K ad C D: ſed L I minor eſt quàm L C, nempe pars totâ: igitur & I K ipsâ C D, hoc eſt lumen quod in planum tranſcribitur, ipſo foramine eſt minus; quod ſecundò demonſtrandum erat.

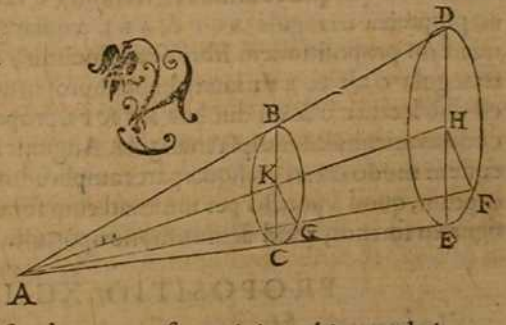
Præterea ſit luminoſum corpus N O foramine C D minus: dico lumen P R foramine C D maius eſſe. Siquidem per idem 11. lemma huius libri, radij P N & R O ad partes N O protracti tandem conuenient; eſto igitur coitionis punctum M, idemque vertex luminis
B conoidis N O R P, cuius coni triangulum per axem ſit P M R, in quo cùm parallelæ ſint ex hypotheſi C D & P R, erunt triangula C M D & P M R æquiangula per 4. lemma huius libri: atque eapropter per 4. ſexti Euclidis, quemadmodum M P ad M C, ita P R ad C D: ſed tota M P maior eſt ſuâ parte M C: itaque & P R ipsâ C D, hoc eſt lumen exceptum plano, ipſo foramine eſt maius; quod tertio loco demonſtrari poſtulabatur.

Poſtremò ſi planum longiùs à foramine dimoueatur, ſic vt punctum L inter foramen planumque incidat, nulla perfecti luminis portio ad planum attinget: ſiquidem per 8. huius libri definitionem punctum L extremus eſt perfecti luminis terminus. Itaq; quodcumque hunc terminum præteruehitur planum, nullo perfecto lumine irradiatur, ſed imperfectum ſolum lumen participat; quia ad id aliqui ſaltem luminis radij attingunt,
C tametſi non ab omni parte luminoſi corporis profuſi; quod vltimò erat explicandum.

PROPOSITIO XCIII. THEOREMA.

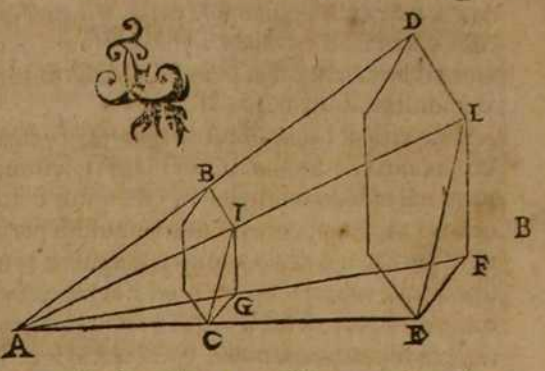
Si planum foramini parallelum fuerit, erit lumen puncti luminoſi, quod plano excipitur, eiuſdem cum foramine figuræ.

QVANDO iam partim ex natura radiorũ, partim ex propoſitione 85. & 86. huius lib. perſpicuè conſtat, lumen puncti per foramen prolapſum vel conũ eſſe vel pyramidem, propoſitum explicaturi, primùm in cono, deinde in pyramide demonſtrationem inſtituemus.



Propoſitione 85. huius libri oſtendimus, ſi foramen circulare ſit, puncti lumen in figuram coni effingi. Eſto igitur punctum luminoſum A expoſitum foramini circulari B G C, illiuſque radij profundantur per foraminis ambitum ad planum
E vſque D F E: dico lumen quoque plano exceptum, vti & foramen, circulare eſſe. Quoniam enim per 85. prop. huius libri conoides eſt lumen A D E, eſto eius axis A H per K centrum foraminis actus: ſunto etiam triangula per axem A H E & A H F: igitur cùm planum quò lumen recipitur ſit foramini parallelum ex ſuppoſitione, erunt quæ ex centris educuntur rectæ lineæ K C & H E parallelæ per 16. vndecimi Euclidis. ſunt namque K C & H E communes interſectiones, quibus triangulum per axem A H E, lumen plano exceptum ſimul ac foramen interſecat. Eodemque modo parallelæ erunt K G & H F, ac ceteræ item omnes, quæ ex centris ad eamdem rectam lineam à vertice ad circumferentiam baſis ductam terminantur: igitur æquiangula erunt triangula A K C & A H E; itemque A K G & A H F, per 4. lemma huius libri: quare per 4. ſexti Euclidis vt A K ad
F A H; ſic K C ad H E: ſed vt A K ad A H, ita & K G ad H F, per eamdem 4. ſexti Euclidis: itaque vt K C ad K G, ita H E ad H F, per 11. quinti Euclidis. Eſt verò K C ipſi K G æqualis ex hypotheſi, quòd ſcilicet foramen circulare eſſe ſupponatur, cuius centrum K: igitur & H E ipſi H F æqualis erit per 9. quinti Euclidis. non enim illæ ſolummodò æquales inter ſe eſſe probantur rectæ lineæ, quæ ad eamdem; verùm etiam quæ ad æquales eamdem habent rationem. Cumque eodem modo æquales inter ſe oſtendi poſſint ceteræ omnes, quotquot ex centro H ad peripheriam luminis in plano fulgentis educuntur lineæ, neceſſariò concluditur lumen ipſum circulare eſſe per circuli definitionem, eiuſdemque cum foramine figuræ.

Esto deinde multilaterum foramen B I G C, ceteraque eadem quæ suprà: dico & lumen D L F E totidem similiumque esse laterum, atque æqualium angulorum. Quod si ostensum fuerit, perspicuum erit luminis figuram foraminis figuræ similem esse per primam definitionem libri sexti Euclidis. A



Cùm verò duas conditiones ad figurarum similitudinem Euclides ea definitione exposcat, nempe laterum analogiam, & angulorum æqualitatem: primò quidem ostendemus singula latera luminis plano excepti singulis lateribus foraminis proportionalia esse: deinde & æquales esse angulos singulos singulis qui homologis lateribus continentur: ex quibus tandem propositum per se explicatum probatumque habebitur. B

Quoniam planum, in quod lumen procidit, ipsumque foramen sunt parallela ex suppositione, erunt in triangulo A F E communes sectiones F E & G C parallelæ per 16. vndecimi Euclidis: ideoque æquiangula ipsa triangula A G C & A F E per 4. lemma huius libri: ac per 4. sexti Euclidis vt A G ad A F, ita G C ad F E. Sed vt A G ad A F, ita & G I ad F L per eamdem 4. sexti Euclidis, quòd scilicet G I & F L æquè ac G C & F E sint parallelæ per 16. vndecimi Euclidis: igitur per vndecimam quinti Euclidis vt G C ad G I, sic F E ad F L. Eodemque modo demonstratio locum habet in ceteris omnibus vtriusque figuræ lateribus: sunt igitur latera luminis in plano nitentis lateribus foraminis proportionalia. C

Rursus quòd & anguli æquales sint, hoc modo demonstratur: Ductis C I & E L, quoniam triangulum A L E secat simul & foramen & planum, quæ ex hypothesi sunt parallela, erunt quoque communes sectiones C I & E L parallelæ per 16. vndecimi Euclidis: ac propterea triangula A C I & A E L æquiangula per 4. lemma huius lib. Quare per quartam propositionem libri sexti Euclidis, vt A C ad A E, sic C I ad E L: igitur duo triangula C G I & E F L latera habent proportionalia; siquidem proximè antè ostensum est duo latera C G & G I duobus E F & F L proportionalia esse. Quocircà per 5. sexti Euclidis æquiangula sunt ipsa triangula. Angulus itaque C G I angulo E F L æqualis est. Sed eodem modo ceteri, reliquis pares amplitudine ostendi queunt: igitur lumen plano exceptum, quod à puncto per multilaterum foramen traducitur, eamdem cum foramine figuram sortitur; quod demonstrasse oportuit. D

PROPOSITIO XCIIII. THEOREMA.

Si planum obliquum fuerit, erit figura luminis à puncto emissi obliqua sectio coni vel pyramidis. E

Hoc in primis supponendum videtur, foramen aut circulare esse, aut multilaterum: at propositione 85. ostensum est lumen à puncto luminoso per circulare foramen coactum figuram habere conicam; per multilaterum verò foramen profusum, pyramidem æmulari, vt propositione 86. demonstrauimus. Liquidò igitur patet lumen à puncto dato luminoso per foramen in obiectum à tergo planum effusum sectionem quamdam coni vel certè pyramidis repræsentare, eamque obliquam, si planum obliquè luminosum conum vel pyramidem secet. F

Quot autem modis secari possit conus, docet Apollonius Pergæus initio libri primi Conicorum elementorum, & nos libro quarto propositione sexagesima sexta compendio exposuimus. De pyramidis autem sectione nihil attinet dicere, cùm ea per se à quouis vel mediocriter in Geometricis rebus exercitato satis superque explicari possit. Itaque perspicuum quidem est id, quod proponebatur: at quando spectatum in obliquo plano lumen Parabola sit, quando Hyperbole, aut quando Ellipsis, ex conicis sectionibus ad discendum erit.

PRO-

A

PROPOSITIO XCV. THEOREMA.

Si foramen corpusq; luminosum diuersæ fuerint figuræ, lumen plano exceptum foraminis simul ac corporis figuram imitabitur.

B ESTO inquam sphæroides luminosum, quod per foramen quadrangulare lumen profundat: quoniam igitur lumen, quod à singulis punctis corporis luminosi deciditur, per quadrangulare foramen coactum, in obiecto plano quadrangularem figuram ostentat per præcedentem 93. propositionem; manifestè patet figuram totius luminis in planum profusi compositam esse ex innumeris basibus quadrilaterarum pyramidum, sibi mutuò incumbentibus: quarum mediæ quidem totæ sibi permiscentur, ideoque exquisitissimum lumen progignunt; extremæ verò circumcirca secundùm partes dumtaxat se inuicem complectuntur; quamobrem lumen in extremo ambitu remissius efficiunt.

Cumque extremæ hæ luminosæ bases ex iis punctis porrigantur, quæ in ambitu luminosi corporis existunt, hoc est in circuli peripheria, perspicuè sequitur luminis in plano nitentis figuram nec quadrangularem esse, neque exactè circularem; propiùs tamen ad circularem accedere: siquidem infinitæ quadrangulares figuræ eo modo dispositæ,
C vt omnium centra in eamdem circuli peripheriam incidant, circulum propiùs imitantur quàm quadrangulum; quòd nimirum ipsæ quoque angulorum prominentiæ in orbem digestæ sint, atque eapropter in perfectum circuli ambitum continuari videantur.

CONSECTARIVM.

Sol per quadrilatera profluens, non rectis lineis figuram describit; sed circulum propiùs æmulatur.

D HVIVS rei luculentissimum experimentum in cratibus videre licet, per quarum angulos radij solis in obiectum parietem prolapsi, circulum verius quam quadrangulum describunt. Cuius geminam causam Philosophus in problematis, sectione 15. quæst. 5. persuadere conatur his verbis: 1. *An quòd aspectuum procidentia turbine agitur: turbinis autem basis in orbem se colligit: quamobrem quocumque radij solis incurrerint, nimirum circulares apparent.* 2. *An quod solis quoque figuram rectis lineis contineri necesse est: siquidem recti radij proueniunt.*

Verùm non est hoc loco Philosophus, meo quidem iudicio, genuinam apparentiæ causam assecutus. nam quod primò assumit, *aspectuum*, seu luminis, *procidẽtiam turbine fieri*; verum quidem subinde est, at non omnino: etenim radij qui à puncto corporis luminosi quaquaversus porriguntur, non ad circulare tantùm, sed ad cuiusuis figuræ cor-
E pus sese adiungunt. Non itaque *quocumque radij solis incurrerint, in orbem sese colligunt:* sed nunc quidem eo modo, alias alio. Cùm verò à toto luminoso corpore in vnum quodpiam punctum lumen procidit, nec sic quoque turbinis figuram perpetuò lumen adsciscit, sed eam, quam luminosum corpus variam suggerit. Non fit igitur vniuersè in modum coni luminis procidentia, quod Aristoteles assumit.

Deinde in altera responsione partem quidem assignat veræ causæ, nimirum orbicularem solis figuram, quam rectâ promissi luminis radij vndique cingunt. at quo pacto hinc effectus ille consequatur nequaquam ostendit. Non enim satis est ad propositi explicationem solis figuram circularem esse, lumenq; rectis lineis efferri, nisi etiam ostendatur, quo pacto per cratium angulos lumen prolapsum hebetetur, atque ab angulo-
F rum processibus sese retrahat, sicque corporis potius luminosi quàm foraminis schema affectet, cratium figura repugnante.

Ioannes Archiepiscopus Cantuariensis in sua perspectiua communi huius effectus causam ex propria sententia ita describit: *Sciendum est igitur figuram sphæricam luci esse cognatam, & omnibus mundi corporibus principalioribus consonam: vtpote naturæ maximè seruatiuam, quæ omnes suas partes suo intimo perfectissimè contingit. vnde & scintilla in rotunditatem incidit. Ad hanc igitur lux naturaliter mouetur, & eam protelata distantia paulatim acquirit.* Quibus verbis lumini eam proprietatem attribuit, quam ceteris quidem corporibus; at maximè conspicue aquæ hydrargyroque inesse videmus, vt sese in orbem

colligant, ea nempe figura, qua ipſorum partes minimè diſtrahuntur, ſeque efficaciùs aduerſus hoſtiles qualitates tueantur. A

Sane ſi quidpiam extaret lumini aduerſum, quod eius actionem peſſumdaret, ipſique luminoſo interitum machinaretur, dicere oporteret lumen non modò per foramen quadrilaterum tranſmiſſum rotundari, ſed etiam parciſſimè ſeſe effundere, ſemperque naturæ ductu originem repetere, imò vix ſepta corporis luminoſi tranſilire. Verum cùm lumini nihil penitus aduerſetur, ſed omnia lucis vſuram expetant, ceu vitæ omnis auctricem & conſeruatricem, ratio ſuadet, vt eius profuſionem nullo modo coarctemus, quin potiùs, quod oculis omnino cernimus, fateri oportet, lumen omnium maximè ſui eſſe diffuſiuum, ſuamque actionem longiſſimè latiſſimeque, atque in omnem B circum partem diffundere, ne quid ſit quod eius benefico appulſu deſtituatur.

Eſt igitur huius rei ea cauſa, quam paulò antè diximus: nempe quòd illuminationum pyramides, quæ à ſingulis punctis ſolaris corporis per quadrilatera cratium foramina procidunt, in orbem diſponantur: at enim earum axes iuxta foramina decuſſati, hinc vertices, illinc centra baſium attingunt: quapropter circulum ex vtraque parte complent, quorum alter ſolarem orbem, alter eum locum plani occupat, ad quem ſoli axes pyramidũ attingunt. Hunc porrò circulum extantes circumcircà baſium portiones ambiunt: ex quo nimirũ fit, vt totum lumẽ, quod plano excipitur, circulũ æmulari videatur.

PROPOSITIO XCVI. THEOREMA. C

Si foramen corpuſq; luminoſum figuram quidem eamdẽ habuerint, at non eumdem ſitum, erit luminis plano excepti figura mixta.

QVOD ſuperiore propoſitione figurarum diſſimilitudo, hoc in præſenti efficit ſimilium figurarum reſpectus ſituſque diſſimilis; vt ſi triangulare luminoſum foramini item triangulari ita opponatur, vt anguli vnius alterius lateribus reſpondeant, dico fore, vt lumen plano exceptum hexagonam formam quodammodò imitetur. Erit enim luminis figura ex innumeris baſibus trilaterarum pyramidum compoſita, quæ quidem omnes triangulares erunt, atque in triangularem ordinem digeſtæ, ſed ita vt non idem ſit ordinis atque baſium reſponſus: hæc enim contrariè quodammodò ſe habent; nam baſium latera angulis triquetræ diſpoſitionis reſpondent. Erit itaque figura luminis velut hexagona, qualis conflatur ex plurimis triangulis in trilateralem ordinem contrariè diſpoſitis. Si quadrilateræ ſint figuræ corporis luminoſi atque foraminis, lumen in plano nitens octogonam figuram affectabit. Atque eodem modo ſe res habebit in ceteris, præterquam in circulo, qui ad alterum circulum eumdem ſemper habet reſpectum, niſi obliquetur: at hoc etiam caſu tranſmiſſum lumen planoque ſuſceptum à vera coni ſectione nonnihil deſciſcet, propiuſque ad circuli rotunditatem accedet, ſicque mixta ſemper erit apparentis in plano luminis figura; quod erat oſtendendum. D E

PROPOSITIO XCVII. THEOREMA.

Si foramen corpuſq; luminoſum figurâ diſſideant, quò propius erit foramen luminari, planumq; remotius, eò perfectiùs tranſmiſſum lumen figuram lucidi corporis æmulabitur.

ORGANICE primùm eius rei periculum fiet, ſi tabula lignea comparetur palmi vnius aut plurium magnitudine, in cuius medio bractea ænea committatur, tenui foramine perforata: huic enim ſi vna ex parte lucerna, ex altera candida charta opponatur recto ordine, ſic vt flammulæ lumen per foramen in chartam tranſpareat: dico ſi foramen chartæ propinquius fuerit, lumen figurâ magis foraminis apparere; ſi verò contrà foramen lucernæ fuerit propinquius, formam flammæ diſtinctiùs chartæ impreſſam ſpectari. Quod idem in cratibus videre eſt lucente ſole. Illis enim cùm planum propiùs admouetur, anguli exacuuntur, nitidiuſque figura tranſennæ conſpicitur: aucto verò interuallo, anguli hebetantur, formamque circuli affectant. F

Nunc ſi quis rationem poſtulet, cur id fiat, illam eamdem dabimus, quæ modò eſt explicata: nempe quia luminis configuratio nequaquam ſimplex eſt atque vnius modi,

ſed

A ſed ex duabus mixta, foraminis ſcilicet corporiſque luminoſi, fit, vt cùm planum foramini propiùs admouetur, euidentiùs perſpiciatur id quod foramen de ſua confert figura in illam radiorum miſcellam; idque cum aucto interuallo depereat, cratium forma obliteſcit, hocque iam ſenſim incipit apparere, quod à corporis luminoſi figura proficiſcitur.

PROPOSITIO XCVIII. THEOREMA.

Formæ per foramen tranſparentes, inuerſæ cernuntur.

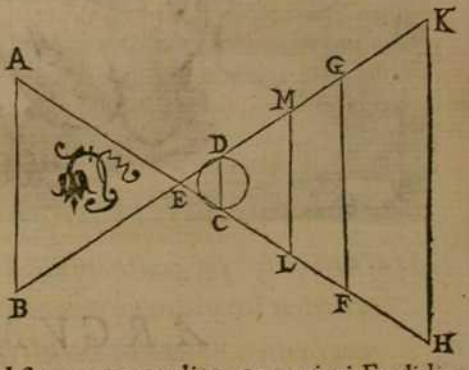
B SI feneſtris omnibus obſeratis obſcurum reddatur conclaue, tenui tantùm relicto foramine per quod externo lumini aditus pateat, formæ externarum rerum, quas ſolis ſplendor foris illuſtrat, in obſcurum locum vnà cum lumine ſubeunt, obiectáque chartâ, in ea velut propriis lineamentis expreſſæ conſpiciuntur, ſubobſcuriùs tamen quàm res ipſæ ſint, propter luminis tranſlapſi imbecillitatem; cuius rei libro primo propoſitione 42. mentionem fecimus: nunc autem cur inuerſo ſitu imago appareat, altiùs eſt repetendum, proprióque fundamento ſtabiliendum.

Cùm propoſitione 89. huius libri oſtenſum ſit, eos luminis radios, qui ab extremitatibus corporis luminoſi per oppoſitas extremitates foraminis procidunt, inter foramen corpuſque luminoſum ſeſe interſecare, perſpicuum eſt hos ipſos, poſteaquam foraC men præterierecti fuerint, in contrarias partes abire: quo fit, vt formæ earum rerum, quæ luminis ope per foramen deferuntur, permutata incedant via, atque in poſtpoſitum planum incurrentes, externis rebus contrariè reſpondeant, ſic vt ſuperior pars infrà, & inferior ſuprà; dextraque ſiniſtrorſum, ac ſiniſtra dextrorſum tendat. Ea eſt enim ſecantium ſeſe linearum natura conditioque, vt ab interſectionis loco ſitum permutent, longiúſque productæ in contrarias partes abſcedant: quare & in eas quoque res quadrat hæc proprietas, quæ rectis lineis feruntur, vt ſunt lumen atque aſpectabiles formæ.

PROPOSITIO XCIX. THEOREMA.

D ### *Formæ, quæ poſt trans-foramen apparent, interdum rebus ipſis æquales, aliàs vel maiores, vel minores exiſtunt.*

ESTO AB res quæpiam aſpectabilis, cuius forma luminis beneficio per foramen CD tranſpareat radiis decuſſatis AH & BK, quorum commune interſectionis punctum ſit E: igitur ſi planum aliquod rei aſpectabili parallelum poſt foramen cõſtituatur, ac primò quidem in FG, vbi ſunt



E radiorum ſegmenta EF & EG ſegmentis EA & EB æqualia; dico formam rei AB plano FG terminatam ipſi AB æqualem fore. Quoniam enim parallelæ ſunt AB & FG ex hypotheſi, erit angulus A angulo EFG æqualis, & B angulus æqualis ipſi EGF angulo per 29. primi Euclidis. Eſt verò & reliquus reliquo ad ſignum E æqualis per 15. primi Euclidis: æquiangula igitur ſunt ipſa triangula AEB & FEG: quare per 4. ſexti Euclidis erit vt AE ad EF, ſic AB ad FG: ſed EF ipſi EA eſt æqualis ex ſuppoſitione. Itaque & FG ipſi AB conuincitur æqualis; quod erat propoſitum.

F Deinde ſi planum longiùs dimoueatur, vt in HK, vbi nimirum eſt EH maior quàm EA: dico & formam HK re ipſa AB maiorem fore. Cùm enim, vt ſuprà, oſtendi poſſint æquiangula triangula HEK & AEB, erit per eamdem 4. ſexti Euclidis, quemadmodum EH ad EA, ſic HK ad AB: ſed EH ſupponitur ipſâ EA maior: igitur & HK ipſâ AB maior erit.

Demum ſi propiùs ad planum adducatur, vt in LM, vbi eſt EL quàm EA minor; ſimili prorſus modo demonſtrabimus & LM formam re ipſa AB minorem eſſe; quod erat præſtandum.

FRANCISCI AGVILONII
E SOCIETATE IESV

OPTICORVM LIBER SEXTVS DE PROIECTIONIBVS.



ARGVMENTVM.

TAMETSI *fateri oportet, ea quæ ſuperioribus quinque libris ſunt pertractata, magnam habere & voluptatem & vtilitatem; hæc tamen pars, quæ de Proiecturis eſt, longè habet maximam. Etenim poſt Geometriæ elementa, quæ in Mathematicis rebus principatum tenent, neſcio an quidpiam extare poſſit aliud, quod vel per ſe iucundius ſit, vel æquè ceteris diſciplinis deſeruiat. Nam Aſtronomus, Coſmographus, Architectus, belli Dux, Nauarchus, Pictor, Cælator, & ſi qui alij his ſubijciũtur artifices, huius ſcientiæ præſidio deſtituti ratiocinari quidem vtcumque poſſunt, multaq; verbis inani faſtu iactare, vt plurimùm imperiti ſolent: at velut truncati manibus, præſtare omnino*

A *omnino nihil. Quod quidem longum fortaſſe putabitur in ſingulis propria ratione demonſtrare: non exiguum verò pretium huic noſtræ operæ conſtitutum fore arbitror, ſi oſtendero præcipuas illas Matheſeos facultates, nobiliſſimaſque Reipublicæ artes, è Proiecturis traxiſſe originem.*

Atque in primis, vt ab Aſtronomiæ ſcientia ordiamur, quæ ceteris dignitate præſtat, recenſitis eius primordiis atque incrementis, facilè quiuis perſpiciet non minimam eius partem in Proiectionum rationibus poſitam eſſe. Maiores noſtri (ſic enim fas eſt
B *credere) animi primùm oblectandi gratia cælum ſuſpexerunt, vt nimirum ſiderum varietate ac nitore oculos mentemque paſcerent. Deinde quæ in aſtrorum lationibus ipſi obſeruarunt phænomena, poſteris velut theſes longo vſu probatas commendarunt. Hi poſteà eorum, quæ à maioribus acceperant, veraque ipſi compererant, cauſas inueſtigantes, cùm eas propter obiectorum longinquitatem aſſequi pro arbitratu non poſſent, hypotheſes ipſis theſibus ſubſtituerunt, hoc eſt, ea in cælis mente cõfinxerunt, quæ quidem in ſe nihil à ratione alienum haberent, iis autem poſitis apparentes effectus conſe-*
C *qui neceſſum eſſet. Sic inquam Aſtronomi non tam quid in cælo reipſa ſit, quærunt, quàm quibus poſitis ſaluari poſſint phænomena. Cumque in earum hypotheſeon explicatione laborarent, nec quod ipſi animo præcipiebãt, id aliis æquè inculcare poſſent, ſolidos quoſdam globos efformarunt ad amuſſim ſphæricos, in quibus vniuerſam cæli faciem, varioſque circulos velut à motu aſtrorum relicta veſtigia conſignarunt. Quod inuentum Atlanti primùm acceptum fertur, qui cùm illud poſteà Græcos docuiſſet, magnam inde conſecutus eſt gloriam, quòd cælum velut humeris ſublatum in Græciam deportaſſet. Tum verò ſublimiori quodam artificio ſolos ipſos circulos mutuis interſe-*
D *ctionum locis commiſerunt in modum ſphæræ, quæ reſecta globi ſoliditate aſpectibus peruia eſſet, inque eius medio terram axe transfixo collocarunt, vnde apertiùs cæli motiones atque aſpectus cognoſcerentur. Quæ res eouſque progreſſum habuit, vt pluribus orbibus in vnum impactis totam cæli harmoniam organicè ſpectabilem exhiberent. Hoc verò in opere Syracuſius ille ſummo ingenio vir Archimedes ceteros facilè antecelluit, de cuius vitreo opere hos elegantiſſimos verſus cecinit Muſa Claudiani:*

Claudian. Epigr. 22.

Iuppiter in paruo cùm cerneret æthera vitro,
Riſit, & ad ſuperos talia dicta dedit:
E Huccine mortalis progreſſa potentia curæ?
Iam meus in fragili luditur orbe labor.
Iura poli, rerumque fidem, legeſque Deorum
Ecce Syracuſius tranſtulit arte ſenex.
Incluſus variis famulatur ſpiritus aſtris,
Et viuum certis motibus vrget opus.
Percurrit proprium mentitus Signifer annum,
F Et ſimulata nouo Cynthia menſe redit.
Iamque ſuum voluens audax induſtria mundum
Gaudet, & humana ſidera mente regit.

Verùm necdum ex ſatiata tam præclaris inuentis hominum induſtria, cùm animaduerterẽt craſſos hos corporeosq; circulos minùs idoneos eſſe, quibus exactè demonſtrarentur aſtrorum ortus, occaſus, diſtantiæ, ſitus, aſpectus, congreſſiones, oppoſitiones, acceſſus, receſſus, ceteræque motiones; quæ certa lege, definito tempore, ac propriis locis ſuas ab-

ſoluunt

soluunt periodos, abstrusa quadam inuestigatione, longeque à sensibus dissita Astrolabia, Horolabiaque, & Gnomones, & quadrantes, sola regula normaque, ac circino planis tabulis inscribere didicerunt, quæ profectò nil aliud erant, quàm cælestes circuli ac signa in planum proiecta. Quantam autem eæ proiectiones vtilitatem rei Astrariæ attulerint palàm omnino est, nec quisquam adeò parum illius est gnarus, qui testari ingenuè non debeat, eas & ad accurratissimas schematum delineationes, & ad omnem demonstrandi rationem fuisse non modò vtiles, verùm etiam apprimè necessarias. Harum namque ope cælestes obseruationes, quæ antè rudi quodam modo tradebantur, ad exactum calculum minutissimarum partium sunt reuocatæ. Et quamuis cælestes circuli in solido globo descripti, perfectiùs quàm in plano cæli imaginem præ se ferant, propter figuræ rotunditatem torno elaboratam; tamen ob exquitissimam formam, quam habere globus ipse debet, difficillima redditur eius constructio, vt vix quisquam perfectum se globum aliquando consecutum sperare audeat, ac proinde nec circulum in eo vmquam valgo aut varo circino accuratè decircinasse. In plano autem quis non videt lõgè præstantius quidquid libuerit designari, cùm circinus regulaque, certissima sint ad planas descriptiones instrumenta? Præterea non omnes circuli, qui in sphæra ad astrorum quæstiones explicandas necessarij sunt, in solido globo describi possunt, quales nimirum sunt paralleli horizontis, quos altitudinum circulos vocant, & verticales, itemq; illi qui cælestes domos discriminant, & quicumque demum mutata cæli plaga, pariter situm constitutionemque mutant. Quare hoc etiam nomine vtilissimas existimare oportet Proiectionum leges, quòd his ea omnia ac longè etiam plura in planis tabulis facilè, accuratè, & compendiosè inscribi possint. Quamobrem si non licet, aut minùs lubet integrum Astrolabium seu Planisphærium circumferre, satis erit regula ac circinus, quorum ope ex Proiectionum institutionibus, quicumque sphæræ circuli extemplò describi possunt. Proposita itaque quæstione, cuius solutio ex sphæra pendeat, si nec sphæra, nec Astrolabium præstò sit, cuius beneficio quæstio elucidetur, in assumpta charta illi tantummodò circuli designari è vestigio poterunt, quorum vsus ad propositam quæstionem postulatur, ceteris prætermissis. Neque enim id necesse est, vt is qui rationem tenet describendorum in plano omnium circulorum, sphæram vel Astrolabium semper penes se habeat, cùm ex ea arte quam possidet, queat nunc hos, nunc illos circulos pro libitu repræsentare. sic verò paucorum circulorum descriptione consequemur id, cuius gratia Planisphærium circumgestare non sine graui molestia oporteret. Ac multò etiam perfectiùs solo circino ac regula, quàm per Astrolabium ea omnia perágemus: siquidem plurima Astrolabia imperfectissimam habent deformationem, qualia illa sunt, quæ ex impressis chartis tabellæ agglutinatis concinnantur. Humectatæ siquidem chartæ distenduntur, sicque lineamenta non parum à vero situ discedunt. Quæ verò in æreis scalpuntur laminis, tametsi videantur punctim elaborata, hoc tamen habent incommodi, quòd paralleli circuli, qui per singulos gradus, atque etiam minuta ducendi erant, omitti debeant propter loci angustiam. Sunt autem illi omnes perneceſſarij, vt exquisitè omnia ostendi possint, quæ in Astrolabij vsu continentur. Si quid enim propositum sit, cuius demonstratio eorum circulorum assumptionem deposcat qui in Astrolabio prætermittuntur, necesse est eius vsum hac in parte incertum esse ac diminutum. Nam ad prudentem oculorum æstimationem confugiendum erit, magisque coniectura assequi id quod quæritur oportebit, quàm certa necessariaque demonstratione: & si illorum dumtaxat

circu-

A circulorum vſus percipi poteſt, qui in eo pauci expreſſi cernuntur, manifeſtum eſt Aſtrolabij vſum anguſtiſsimis terminis circumſcribi. Quare propoſitum nobis hoc libro erit ampliſsimas omnium Proiectionum leges ſancire, quarum periti omnes ſphæræ circulos in planum tranſcribere vniuersè poterunt: vnde eadem, quæ & ſphæræ Aſtrolabiique vtilitas longè vberior emanabit. Atque hæc ſanè maxima eſt Proiectionum dignitas, quòd, qui earum rationem teneat, cælum ſecum deferre videatur. Patet itaque iam quantum ad rem aſtrariam momenti habeat Proiectionum ſcientia; quod
B primo loco oſtendiſſe oportuit.

Nunc ad Coſmographiam veniamus. Hæc duobus conſtat: Hiſtoria & Delineatione. Hiſtoria docet quo pacto infimus iſte vniuerſitatis orbis in maria primùm ac patentes terras diſtribuendus ſit. Deinde in cõtinente, quæ regna, quæ prouinciæ, quæ vrbes, quæ promõtoria, quæ littora, qui ſinus, qui iſthmi, qui montes, quæ plana, quæ flumina: extra verò quæ inſulæ, quæ freta, quæ vada, qui ſcopuli, qui vortices, & quæ ſunt reliqua eius generis; quibus item hæc omnia ſita ſint locis, & ſub qua cæli plaga. Quæ omnia
C ad Proiecturarum inſtitutum minimè pertinent. Eſt verò Proiecturæ velut propria ſoboles Delineatio, quæ primùm quidem in ſolidis globis inſtituta fuit: at cùm ij circumferri ſine magno incommodo non poſſent, ad planas chartas, quas Mappas vulgus à ſimilitudine appellat, tranſlata fuit, docuitque ea omnia quæ in ſolido globo deſignantur, ſic in planum repræſentando deſcribere, vt velut in propria imagine partium omnia vera loca ac ſitus accuratiſsimè dignoſcantur. Quod multis quidem modis factitatum eſſe ex illis Mappis conſtat, quæ à variis variè conſcriptæ paſſim venales proſtant. Quarum omnium rationes deſcriptionumque modos, nos etiam hoc libro tradere
D inſtituimus. In præſenti autem ſatis omnino factum eſſe arbitramur, ſi conſtet Proiectiones in rebus coſmographicis plurimùm deſiderari.

Simili quadam ratione oſtendemus & ad Architectonicam Proiectiones fuiſſe perneceſſarias, ſi ædificiorum origines ac progreſſus altiùs repetamus. Viuebant olim primi mortales beluarum ritu palabundi, per auia montium atque ſiluarum diſperſi, ſub patulis arborum frondibus ferina contenti alimonia: cùm cæli inclementiam crebrò experti, id magno certatim ſtudio agere ſunt aggreſſi, vt ſe ſuaque aduerſus externas iniurias tuerentur; ſolis ardores, pluuias, niues, grandines, tectis, ventorum procellas parietibus
E arcerent: quos, qui ceteris ingenio præſtabant, ex arborum ramis terra defixis intextiſque, ac luto illitis conficiebant; quæ prima fuere artis ſtructoriæ incunabula. Hos verò qui proximè ſunt ſecuti, minimè contenti iis initiis, quæ ad humanæ vitæ conſeruationem neceſſaria erant, ad ea quoque animum appulerunt, quæ ad expeditas commoditates non parum conducere experientia in dies edocebat. Hinc primùm tuguriola, humileſque attegiæ, ac ruſticana mapalia; deinde ædiculæ, tum domus ampliores; exinde vici; demum oppida frequenteſque vrbes, ad priuatum & communem vſum conſtructæ fue-
F runt: aduerſus autem hoſtiles inſultus machinæ, tormenta, caſtra, propugnacula. Atque in hunc modum parentes noſtri partim conſiliis prudentium virorum permoti, partim diſertorum orationibus deliniti, à fera agreſtique vita ad humanum ac ciuilem cultum ſunt traducti. In omnibus verò quoad per bonos mores licuit, ea ſemper parſimonia adhibita fuit, quam Natura hominibus à prima origine inſeuerat, ac ratio ſeruandã præſcripſerat. Porrò cùm iam rerum omnium affluentia atque otio abundarent, à commoditatibus ad voluptates, à frugali vita ad lautitiem, à bonis honeſtiſque moribus ad omne

flagitio-

flagitiorum genus sunt prolapsi; & necessitati feciſſe satis leue quidem existimarunt, A
commoditati autem prospexisse ingratum, nisi ea quoque molirentur, quæ vel ad corporis mollitiem splendidamque habitationem facerent, vt sunt, porticus, palatia, thermæ, aquæductus; vel ad singularem animi voluptatem, vt amphitheatra, circi; vel ad nominis amplitudinem, decusque stemmatis, vt pyramides, columnæ, obelisci, trophæa, arcus triumphales, mausolea; vel ad deorum cultum ac venerationem, vt aræ, delubra, templa. In quibus præcipuè admirari licebat immanes operũ moles, miraculosas substructiones, insanas altitudines, stupendos fornices. Quæ magna illi ædificabant, vt posteris B
magni esse viderentur. Verùm cùm hæc ad effectum perduci non possent, nisi conceptus animi, quas Ideas vocant, externis quibusdam imaginibus iis artificibus repræsentarentur, qui ad perficienda opera necessarij essent: hinc primùm ex solida materia conceptum opus construere cœperunt, minori quidem forma, at partibus omnibus absolutum ceu ideam quãdam breuioribus modulis ad viuum expressam: pòst minori quidem impendio, pari verò vtilitate chartis vniuersum opus inscribere didicerunt, adiuti Proiectionum scientia. Cumque hac ratione non possent simul omnes structuræ facies C
simplici aspectui exhibere, primùm substructionum lineamenta velut insistentis operis vestigium ichnographicè designarunt, vt omnium partium responsus, situs ac interualla vnico intuitu apertè cognosci possent: deinde assurgentis fabricæ singulas per se facies quasi directè obuersas ex Orthographices præceptionibus depinxerunt. Est porrò Orthographice frontis obuersæ imago, vt infrà docebimus. Demum Scenographices præsidio, quæ frontis simul & abscedentium laterum adumbratio est, vniuersum opus ex partibus compositum, quantum eius vnicus intuitus complecti poterat, spectabile fecerunt, vt quales futuræ essent ædificiorum distributiones, qualis omnium membrorum D
consensus atque commensus, rectiùs posset æstimari. Hæc sanè præparamenta eò spectabant, vt Architecti futura prospicerent errata, & paruo dispendio antè cauerent, quàm instituerent ædificia, ne factis operibus, grauia incommoda posteris relinquerentur. At quid obsecro hæc sunt aliud, quàm solidorum ædificiorum proiectiones, seu formæ in planum transcriptæ? Vides ergo, quantum eæ ad Architectonicam sint necessariæ. Vnde Vitruuius l. 1. c. 1. Optices non ignarum vult esse Architectum. Ego verò puto earum vsum in re structoria tanti esse momenti, vt qui eas ignoret, non possit iure se E
profiteri Architectum.

Nec minùs ad res faciunt bellicas, quarum vsus Ducem postulat in designationibus & peritum & exercitatum. Cùm namque bellicæ scientiæ proprium sit, quouis in loco diiudicare, quibus præsidiis sese tueri milites quàm optimè possint, hostíque grauissima damna inferre, Duci incumbet munitionum, propugnaculorum, machinarum, ceterarumque extructionum, quæ aduersus hostiles impetus parandæ erunt, commodas ideas animo concipere, earumque formas minoribus modulis expressas artificibus præstare, qui posteà de fundo, de materia, de firmitate, deque iis omnibus quæ ad executionem F
pertinent, ex propriis Architecturæ principiis statuent. Præterea oportet belli Ducem topographicis & chorographicis descriptionibus non mediocriter instructum esse. ex his enim tota ratio ducendi exercitus pendet. At hæc omnia ad proiecturas propriè spectant: igitur liquidò constat eas & ad bellicam administrationem omnino esse necessarias.

Sed & iis qui longos maris tractus enauigãt, peropportunus est Proiectionum vsus.

Nisi

A *Nisi enim expeditam illarum notitiam Nauarchi habeant, fieri nequit, vt ad præstitutos terminos nauigia dirigãt: siquidem ex cælestium phænomenon obseruationibus, locorum longitudines latitudinesque perdiscuntur; at illæ præcipuè habentur Astrolabij & Quadrantis adminiculo, descriptisq. idemtidem in plano cælestium lationum circulis, vt eorum collatione habitudines inferiorum locorum per incognita maria dignoscantur. Quamobrem ad Nauarchos pars aliqua Astronomiæ & Cosmographiæ pertinet, vt-*

B *pote quorum interest cælestes apparentias non paucas perspectas habere, ac maritimorum locorum designationes facere, quæ cum partibus continentis aptè cohæreant.*

De Pictoria nil attinet dicere, cùm per se constet propriam eius definitionem non esse aliam, quàm solidorum in planas tabulas proiectionem. Porrò cùm quatuor sint Picturæ partes, Delineatio, Lumen, Vmbra & Color; non intelligo eam, quæ colores temperat, appositeque rebus accommodat; sed tres reliquas, ac præcipuè, γραμμὴν, hoc est Designationem, quæ Anaglyptices, & Sculptoriæ, & Cælatoriæ, & Statuariæ, & Plasticæ est mater. Quare has etiam artes perspicuũ est ex Proiectionum rationibus pende-

C *re. Nam qui signa facere instituunt, primùm planas eorũ delineationes calamo, creta, aut carbone ducunt: deinde è cera aut figulina proplasmata effingunt, quibus propositum veriùs adumbrant: tum ad horum similitudinem signa ipsa quàm possunt accuratissimè perficiunt. Sic Pasiteles facere erat solitus, teste Plinio lib. 35. cap. 12. qui cùm esset in his artibus summus, nihil fecit antequam finxit. Igitur ectypa ex protypis fiunt, hæc verò ex designationibus, quæ vox propria vsurpatione Proiectiones significat.*

Ex his satis superque constare arbitror, quantum momenti ceteris Mathematicæ disciplinis adferat scientia Proiectionum: quod ita per singulas ostendisse oportuit, vt

D *quisque intelligat, sibique persuasum habeat, eâ ignoratâ nullam omnino Matheseos partem ex fundamentis posse adquiri; vti contrà, eum qui illam percalleat, nullo in posterum indigere præceptore, cùm principia habeat, quorum præsidio mathemata omnia, quantumuis ardua, attingere possit, sibique etiam plurima velut propriæ inuentionis fœtus adscribere.*

Vt verò in re tam præclara atque vtili non oscitanter pauca duntaxat, eaq; leuiter perstringamus, ante omnia lemmatia quædam, vt superioribus libris; deinde præ-

E *notationes quasdam præmittemus, quæ omnibus Proiectionibus vniuersè deseruiant: tum ad singula genera descendendo, proprias cuiusque regulas explicabimus. Ex quarum præceptione, tametsi nullo negotio poterit Lector quidquid libuerit in quoduis planum suopte ingenio transcribere; tamen non pigebit variis exemplis illarum regularum vsum ostendere, vt illis quoque consulamus, quibus ingenium vel tardius, vel obscurius, vel minùs laboris patiens nouerca natura largita est. Denique varia quoque consectaria sparsim adiungemus ad vsum accommodata, vt ex illis Lector similia colligere*

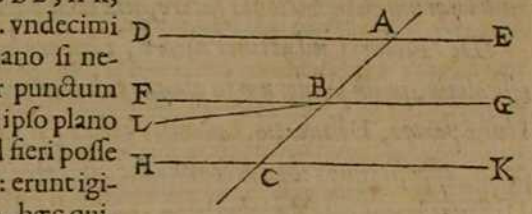
F *addiscat. Ac speciatim docebimus omnia quæ in Pictoriæ arte rectis aut circularibus lineis continentur; in planas tabulas expeditè transferre; quouis item Proiecturæ genere omnes sphæræ circulos repræsentando designare; rursus quasuis Astrolabiorum formas conficere, non tantùm quæ ad vsum, verùm etiam quæ animi tantùm gratia describi possunt; denique Horologiorum solarium varias praxes proponemus, hactenus inusitatas; non vt vulgares supprimamus, quas suspicimus & ambabus vlnis amplectimur: sed vt ampliorem campum aperiamus, quo Proiectionum studiosi liberius vagari possint; quod & singulari ipsorum voluptate futurum confidimus.*

LEMMATA.

LEMMA I.

Si recta quædam linea in rectas quotcumque parallelas lineas incidat, erunt omnes in vno eodemq; plano.

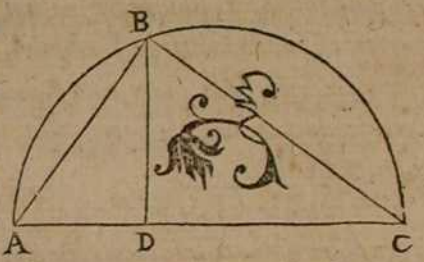
ESTO vt recta A B C in quotcumque parallelas rectas incidat lineas D E, F G, & H K: dico has omnes in vno eodemque plano existere. Vnum enim primis est planum, in quo D E, H K, & A C distenduntur per 7. vndecimi Euclidis: in hoc ergo plano si negetur esse ipsa quoque F G, concedatur punctum eius F sublime esse. A puncto verò B in ipso plano recta ducatur B L ipsi A D parallela; quod fieri posse docet Euclides libro 1. propositione 31: erunt igitur ambæ B F & B L eidem A D parallelæ, hæc quidem ex constructione, illa verò ex hypothesi: quare & inter se parallelæ erunt per 30. primi Euclidis; quod absurdum est, ac parallelarum conditioni repugnans, cùm in idem punctum B vnà congrediantur. itaque fieri nequit vt F B à plano, in quo sunt D E & H K, discedat. Quocirca si recta quæpiam linea in rectas quotcumque parallelas lineas incidat, erunt omnes in vno eodemque plano; quod erat demonstrandum.



LEMMA II.

Si à circuli peripheria ad diametrum perpendicularis ducatur, hæc inter diametri segmenta mediam proportionem habebit.

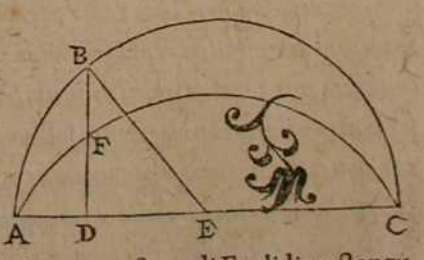
A CIRCVLI inquam peripheria A B C, ad ipsius diametrum A C recta ducatur B D, ad normam rectosque iuxta D angulos: dico B D proportione mediam esse inter A D & D C, vtq; A D ad D B, sic esse eamdem B D ad D C. Iungantur enim A B & B C: quoniam igitur per 31. tertij Euclidis angulus A B C in semicirculo rectus est, erunt per 8. sexti Euclidis, quæ ad perpendicularem triangula A B D & B D C, inter se similia: quare per primam definitionem sexti Euclidis, quemadmodũ in triangulo A B D, A D ad D B; sic se habebit in triangulo B D C, B D ad D C: igitur B D perpendicularis, eadem quoque est inter diametri segmenta A D & D C proportione media; quod erat demonstrandum.



LEMMA III.

Si recta quædam linea sit media proportionalis inter eius, cui secundùm normam adiungitur, segmenta, adiuncta extremitas in circulum cadet, cuius diametrus illa est, ad quam applicatur.

HÆC propositio parum aut nihil distat à quarta propositione libri primi Sereni Antinsensis Mathematici, estque conuersio præcedentis lemmatis. Demonstrari autem potest hoc modo: In rectam A C recta incidat B D secundùm normam, sitque B D inter A D & D C proportione media, ita vt quemadmodum A D ad B D, ita se habeat eadem B D ad D C: dico signum B circuli peripheriam attingere, cuius diametrus sit A C; ideoque circa ipsam A C per punctum B semicirculum describi. Ipsa namque A C bifariàm secetur in E: quoniam igitur per 5. secundi Euclidis rectangulum



A ſum A D C vnà cum quadrato D E, æquale eſt ei quod ab A E quadrato; eſtque per 17. ſexti Euclidis rectangulum A D C quadrato B D æquale, erunt quadrata B D & D E ſimul ſumpta quadrato A E æqualia: ſed eadem quadrata B D & D E ſunt æqualia quadrato B E per 47. primi Euclidis; eſt enim angulus B D E ex ſuppoſitione rectus: quare per communem notionem quadrata A E & B E inter ſe ſunt æqualia; ac proinde ipſæ quoque rectæ lineæ A E & B E ſunt inter ſe æquales. eſt verò A E æqualis ipſi E C ex conſtructione. igitur & B E ipſi E C eſt æqualis per eamdem communem notionem: quocircà per circuli definitionem tria puncta A, B & C in circulum cadunt, cuius centrum E, ac diametrus A C; quod demonſtrandum erat.

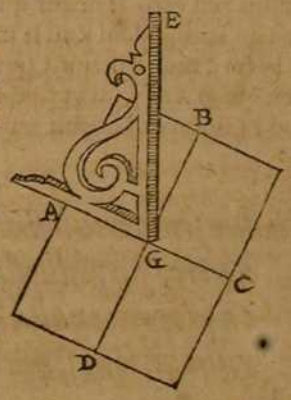
B Poteſt verò & ab incommodo idem confirmari. Niſi enim circulus ſit is qui per A B C incedit, neceſſe eſt verum circulum, aut ſupra aut infra B perpendicularem B D interſecare: ſecet igitur eam in F. Quoniam itaque A F C circulus eſſe aſſeritur, cuius A C diametrus, erit F D media proportionalis inter A D & D C per præcedens lemma: at ponitur B D inter A D & D C proportione media: igitur vtraque B D & F D ad A D vel D C eamdem habet rationem: quare per 9. quinti Euclidis æquales ſunt inter ſe B D & F D, nempe totum ſuæ parti, quod abſurdum eſt: nequit igitur circulus circa A C velut diametrum deſcriptus alio in loco quàm in B, perpendicularem B D attingere; quod probaſſe oportuit.

LEMMA IV.

C *Cùm recta linea è ſublimi in planum obliquè incidit, propoſitum ſit extremas illas lineas in plano inuenire, ad quarum alteram incidens linea ad rectos eſt angulos, ad alteram maximè obliqua.*

In planum A B C D obliquè incidat recta linea E G ex ſublimi delapſa; oporteat autem primùm inuenire in plano eam lineam cui E G ad rectos ſit angulos. Ænea aut lignea norma plano adiungatur eo modo, vt eius caput ſeu recti anguli vertex puncto G, erectum verò latus lineæ E G congruat, reliquum autem G A planum contingat, & per locum huius contactus linea ſigne-

D tur A G, quæ producatur in C: dico igitur A C eam eſſe lineam cui E G ad rectos incidit angulos, quòd ſcilicet ambæ A G & E G normæ congruant, quæ recti anguli menſura eſt ac regula.



Deinde altera quoque cui E G maximè obliqua eſt inuenietur, ſi per 11. primi Euclidis in ipſo plano à puncto G ducatur G B ad rectos ipſi A C angulos, producaturque in D. Hæc enim cum A G angulos faciet maximè obliquos, hoc eſt B G E minimum, & E G D maximum: quoniam enim A G vtrique E G & B G eſt perpendicularis ex conſtructione, erit

E eadem A G ducto etiam per E G B plano recta, per 4. vndecimi Euclidis. Quia verò A G ipſi B G, id eſt communi interſectioni planorum E G B & A B C D recto adiuncta eſt angulo, erit planum E G B ad planum A B C D rectum per 4. definitionem libri vndecimi Euclidis: itaque ſi à quolibet puncto lineæ E G ad planum A B C D perpendicularis ducatur, ea in lineam B G cadet per 38. vndecimi Euclidis: quocircà per 16. lemma libri quarti angulus E G B minimus eſt omnium illorum, qui lineâ E G, & quacumque aliâ in plano A B C D per G ducta continentur; reliquus verò E G D omnium maximus, quòd per 13. primi Euclidis ambo ſimul ſumpti duobus ſint rectis æquales.

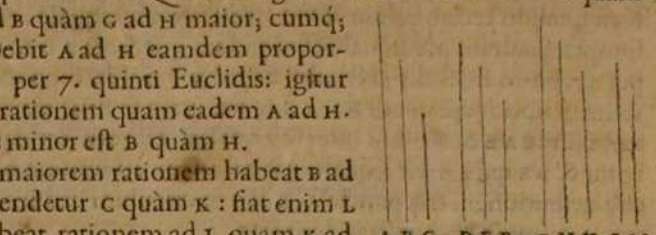
F

LEMMA V.

Si ſint quotcumque magnitudines, & aliæ ipſis numero æquales, quæ binæ in maiore aut minore proportione ſumantur; & ex æqualitate in maiore aut minore proportione erunt.

Habeat, inquam, A ad B maiorem rationem, quàm D ad E, & B ad C item maiorem rationem, quàm E ad F: dico & ex æqualitate A ad C, quàm D ad F maiorem rationẽ habere. Fiat enim G ipſi A æqualis, & H eam habens rationem ad C quam

E ad D, K item ad H eamdem quam F ad E. Quoniam igitur maior est ratio A ad B quàm D ad E, erit quoque ratio A ad B quàm G ad H maior; cumq; æquales ponantur A & G, habebit A ad H eamdem proportionem quam G habet ad H per 7. quinti Euclidis: igitur & A ad B maiorem habebit rationem quam eadem A ad H. Quare per 10. quinti Euclidis minor est B quàm H. A



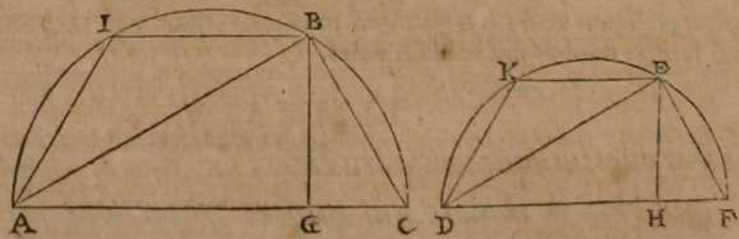
Eodem verò modo cùm maiorem rationem habeat B ad C quàm H ad K, minor ostendetur C quàm K: fiat enim L ipsi B æqualis, & M eam habeat rationem ad L quam K ad H: quoniam igitur maior est ratio B ad C quàm H ad K, erit quoque ratio B ad C ratione L ad M maior: quare, vt suprà, minor est C quàm M: at M minor est quàm K: siquidem L quàm H est minor, cùm sit L sumpta ipsi B æqualis, B autem ostensa sit minor quàm H. Ergo & M quàm K minor est, cùm sit M ad L, vt K ad H. Quamobrem C multò minor erit quàm K. Ac propterea proportio A ad C maior quàm G ad K: est enim G æqualis ipsi A: igitur vtralibet maiorem habet rationem ad C quàm ad K per 8. quinti Euclidis. Est autem ex constructione vt D ad E, ita G ad H, & vt E ad F, sic H ad K. Ergo per 22. quinti Euclidis ex æqualitate vt D ad F, ita G ad K: sed iam ostensa est ratio A ad C, quàm G ad K maior: erit itaque ex æqualitate eadem A ad C ratio etiam ratione D ad F maior; quod erat demonstrandum. B

Eademque est demonstrandi methodus in proportione minore. Si enim minorem rationem habeat D ad E quàm A ad B, & E ad F quàm B ad C, dico & D ad F quàm A ad C minorem rationem habere. Sumatur enim G ipsi A æqualis, fiatque H ea proportione ad G quam habet E ad D; & K ad H, vt F ad E. Erit igitur & G ad H minor proportio quàm A ad B: ac proinde per 10. quinti Euclidis H quàm B maior est. Rursus fiat L ipsi B æqualis, & M eam proportionem habens ad L quam K ad H: quoniam itaq; minorem rationem habet H ad K quàm B ad C, habebit quoque L ad M minorem proportionem quàm B ad C: sed L ipsi B posita est æqualis: igitur M ipsâ C est maior per eamdem 10. quinti Euclidis: est verò H maior quàm B: ac proinde etiam maior quàm L, quare & K maior quàm M: siquidem K ad H ita se habet, vt M ad L: igitur cùm M ipsâ C sit maior, erit & K eâdem C multò maior. Quocircà per 8. quinti Euclidis G ad K minorem rationem habebit quàm A ad C: at vt G ad K, ita D ad F per 22. quinti Euclidis: igitur & ex æqualitate D ad F minorem habebit rationem quàm A ad C; quod erat demonstrandum. C D

LEMMA VI.

Si duo semicirculi similiter secentur; à locis autem sectionum ad diametros perpẽdiculares ducantur: dico & diametrorum segmenta proportionalia esse: & contrà, si hæc proportionalia sint, ipsorum quoque semicirculorum segmenta esse proportionalia. E

SINT duo inæquales semicirculi, maior quidem A B C sectus in B, minor verò D E F similiter sectus in E, sic vt quemadmodum peripheria A B ad peripheriam B C, ita se habeat peripheria D E ad E F peripheriam: dico si ducantur B G & E H diametris A C & D F perpendiculares, esse quoque vt A G ad G C, ita D H ad H F. Ducantur enim rectæ A B & B C, itemque D E & E F; circulorum verò segmentis A B & D E anguli inscribãtur A I B & D K E, qui per definitionem 10. tertij Euclidis æquales inter se erunt: quoniam igitur per 22. tertij Euclidis A I B & A C B anguli, itemq. anguli D K E & D F E duobus sunt rectis pares, deductis æqualibus I & K, reliqui A C B & D F E sunt inter se æquales. Eodem verò modo æquales ostendi possunt B A C & E D F: igitur triangula A B G & D E H, quibus præter angulos A & D anguli quoque ad G & H æquales sunt, vtpote recti ex hypothesi, æquiangula sunt per 32. Euclidis. Sic quoque æquiangula sunt ipsa B G C & E H F



A & E H F triangula. Quare per 4. ſexti, vt A G ad G B, ita ſe habet D H ad H E: rurſus vt G B ad G C, ità H E ad H F; ac proinde per 22. quinti Euclidis, ex æqualitate eſt quoque vt A G ad G C, ita D H ad H F; quod erat demonſtrandum.

E conuerſo autem, ſi proportionalia ſint diametrorum ſegmenta, hoc eſt vt A G ad G C, ita ſit D H ad H F: dico & ipſorum circulorum ſegmenta proportionem habere, id eſt vt arcus A B ad arcum B C, ita eſſe D E arcum ad reliquum E F. Quoniam enim B G & E H ipſis diametris ad rectos ſunt angulos, erunt eæ per 2. lemma huius libri mediæ proportionales inter ſuorum diametrorum ſegmenta: quare erunt tam A G, G B & G C, quàm D H, H E & H F continuè proportionales. Cùm igitur ex hypotheſi, vt A G ad G C, ita ſe habeat D H ad H F, neceſſe eſt & medias proportionales G B & H E, ad extremas ſimiliter
B ſumptas eamdem rationem habere: ſi enim id negetur, fatendum A G ad G B maiorem aut minorem rationem habere, quàm ſit D H ad H E. At impoſſibile eſſe vtrumque, ſic oſtendetur:

Eſto primùm proportio A G ad G B proportione D H ad H E maior: erit igitur & proportio G B ad G C illâ, quam habet H E ad H F, maior per 13. quinti Euclidis: ſiquidem vt ſe habet G B prima magnitudo ad G C ſecundam, ita ſe habet A G tertia ad quartam G B, quòd per 2. lemma huius libri A G, G B & G C ſint continuè proportionales: at A G ad G B maiorem rationem habere aſſeritur, quàm D H quinta ad ſextam H E: igitur per iam citatam 13. quinti Euclidis G B ad G C, quàm D H ad H E maiorem rationem habebit. Rurſus vt D H ad H E, ita per 2. ſuperius lemma H E ad H F: itaque G B ad G C
C maiorem rationem habebit, quàm H E ad H F: quare per præcedens lemma 5. & ex æqualitate A G ad G C, quàm D H ad H F rationem maiorem habebit. Conceſſum verò eſt ab initio vt A G ad G C, ita ſe habere D H ad H F: nequit itaque A G ad G B maiorem habere rationem, quàm D H ad H E.

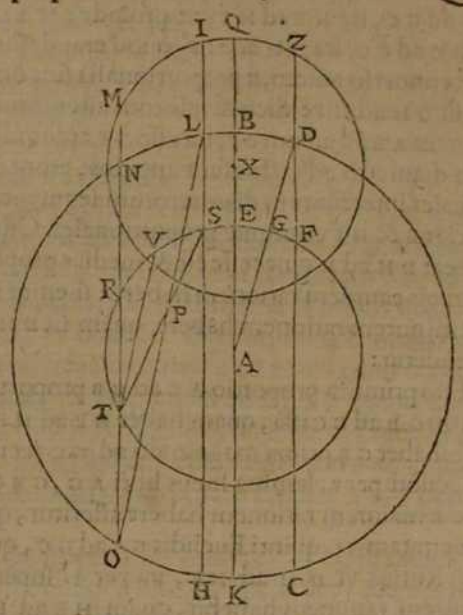
Sed nec minorem habere poſſe A G ad G B, quàm D H ad H E, eodem modo poteſt oſtendi. Cùm enim G B ad G C eamdem rationem habeat, quam A G ad G B per 2. ſuperius lemma, habebit quoque G B ad G C minorem rationem quàm D H ad H E per 13. quinti Euclidis. Et rurſus cùm vt D H ad H E, ita ſit H E ad H F, habebit quoque G B ad G C, quàm H E ad H F rationem minorem per eamdem 13. quinti Euclidis: quocircà per 5. præcedens lemma, & ex æqualitate minorem rationem habere conuincetur A G
D ad G C, quàm habeat D H ad H F: at ſupponitur ratio A G ad G C rationi D H ad H F æqualis: nequit ergo illa eſſe minor: quocircà æqualis erit continuata vtrimque analogia, & in triangulis A G B & D H E, vt A G ad G B, ita D H ad H E, itemque vt G B ad G C in triangulo G B C, ita in triangulo H E F, H E ad H F. Sunt verò vtrobique anguli ad G & H recti, qui ſcilicet proportionalibus lateribus continentur: igitur æquiangula ſunt triangula A G B & D H E, itemque G B C & H E F per 6. ſexti Euclidis. Ex quo facilè, vt ſuprà, oſtendi poteſt ſegmenta quoque A B & B G ſegmentis D E & E F proportionalia eſſe, hoc eſt vt A B arcus ad arcum B C, ita eſſe arcum D E ad E F arcum: ſi enim ſegmentis A B & D E anguli inſcribantur A I B & D K E; quoniam per 22. tertij Euclidis anguli I & C duobus rectis ſunt æquales, itemque K & F æquales duobus rectis, erunt hi duo illis duobus
E æquales. Ab vtriſque igitur ſi æquales detrahantur C & F, reliqui I & K æquales inter ſe erunt; ac proinde per definitionem ſimilium ſegmentorum erunt ipſa ſegmenta ſimilia. Eodemque modo & ſegmenta B C & E F oſtendentur ſimilia: itaque demonſtratum relinquitur id quod initio propoſitum fuit.

LEMMA VII.

Si duo circuli inæquales ex eodem centro deſcripti duabus rectis lineis
parallelis ſecentur: dico arcum minoris circuli parallelis compre-
F *henſum ad totum ſui circuli ambitum maiorem rationem ha-*
bere, quàm habeat arcus maioris circuli ad totam ſui circuli
peripheriam.

ESTO in primis, vt duo circuli inæquales circum idem centrum A deſcripti, à duabus parallelis rectis lineis ſecentur K B & C D, quorum altera K B per centrũ tranſeat: dico arcum E F minoris circuli ad totam ipſius peripheriam maiorem habere rationem, quàm B D habeat ad totum maioris circuli ambitum. Ducatur enim ex centro A recta A D quæ arcum E F ſecet in G: erunt igitur arcus E G & B D ſimiles per

ea quæ à Clauio demonſtrãtur in ſcholio propoſitionis 22. tertij lib. Euclidis. Quare vt arcus E G ad minorem circulum, ita erit B D ad circulum maiorem: at E F arcus maior eſt ipſo E G, vt totus ſua parte: igitur E F ad minorẽ circulum, maiorem habet rationem quàm E G ad eumdem per 8. quinti Euclidis: quocircà & E F ad minorem circulum maiorem rationem habet, quàm B D ad circulum maiorem; quod demonſtraſſe oportuit. A



B C

Deinde neutra parallelarum per centrum agatur, quales in eodem ſchemate ſunt H L & O N, quarum hæc quidem minorem circulum ſecet in R & T, maiorem verò in N; illa minorem ſecet in S, at maiorem in L: igitur oppoſitæ extremitates linearum T O & S L, iungantur rectis lineis T S & L O in P decuſſatis. Quoniam itaque P T O triangulũ eſt, erit per 16. primi Euclidis angulus S T R angulo L O N maior; ac proinde & arcus S R arcu L N proportione maior, ſi ad totum ſui quiſque circuli ambitum comparetur. Nam ducta T V ipſi O L parallela, erit angulus V T R angulo L O N æqualis per 29. primi Euclidis. Ideoq; arcus V R arcui L N ſimilis per ſcholion Clauij ad 22. prop. tertij Euclidis: eſt autem S R ipſo V R maior: igitur S R quàm V R ad totum minorem circulum maiorem habet rationem per 8. quinti Euclidis: quocircà & S R ad minorem circulum maiorem habet rationem, quàm L N ad circulum maiorem; quod erat demonſtrãdum.

LEMMA VIII.

Si duo circuli inæquales non ex eodem centro deſcripti, duabus rectis lineis ſecentur, cùm inter ſe, tum ei quæ centra circulorum connectit parallelis: dico minoris circuli interceptam portionem portione maioris circuli ad totum ambitum, maiorem rationẽ habere. D

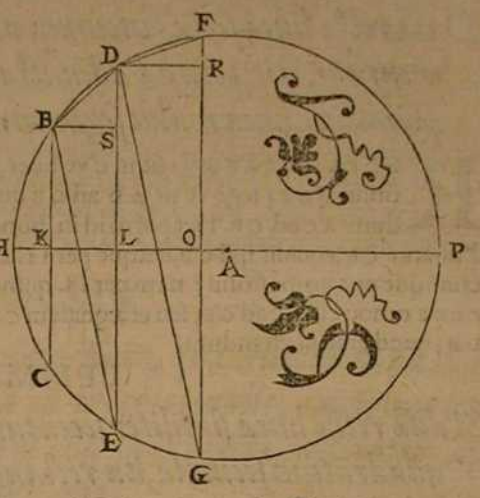
QVÆ in circulis ex eodem centro deſcriptis oſtenſa ſunt, veritatem quoque habent in illis, quorum centra in eadem recta linea exiſtunt, quæ quidem ceteris ſit parallela; vt ſi ex centro X in linea K B aſſumpto circulus deſcribatur circulo T R F æqualis, producanturq. parallelæ K B in Q, C D euin Z, H L in I, & O N in M: dico peripheriam Q Z peripheriæ E F & I M ipſi S R æqualem eſſe. Quod quia multis rationibus demonſtrari poteſt, id ſtudioſo Lectori probandum relinquimus: nos interim inde colligimus arcum Q Z ad totam circulum M I Q Z maiorem rationem habere, quàm habeat B D ad totam maioris circuli peripheriam. Nam quoniam æqualis eſt peripheria Q Z peripheriæ E F, ſuntque circuli M I Q Z & T R F poſiti æquales, habebit peripheria Q Z ad circulum M I Q Z eamdem rationem, quam habet peripheria E F ad circulum T R F per 7. quinti Euclidis: at iam oſtenſum eſt ſuperiore lemmate maiorem rationem eſſe ipſius E F ad circulum minorem, quàm ſit B D ad circulum maiorem: igitur & Q Z ad totum circuli M I Q Z ambitum maiorem rationem habebit, quàm B D habeat ad totum ambitum circuli maioris. E

LEMMA IX. F

Parallelæ rectæ lineæ, quæ æquales circuli peripherias intercipiunt, quò à centro ſunt remotiores, eò minori interuallo ab inuicem diſiunguntur.

IN circulo ex A deſcripto ſint rectæ parallelæ lineæ B C, D E, & F G, inæquali à cẽtro diſtantia abductæ, ſed quæ æquales circuli peripherias intercipiunt B D & D F: dico ſi per illas ad rectos angulos recta agatur P H, quæ ipſarum interualla ex æquo metiatur,

A tur, minorem fore KL ipsâ LO. Quoniam enim BC quàm DE, & hæc quàm FG à centro remotior est, erit BC minor quàm DE, & hæc minor quàm FG per 15. tertij Euclidis: igitur arcus DHE arcu FHG minor erit per scholion Clauij ad 28. tertij Euclidis; ac proinde arcus DPE arcu FPG maior: quare ductis BD & BE, item DF & DG, erit per scholion eiusdem Clauij ad 27. tertij Euclid. an-



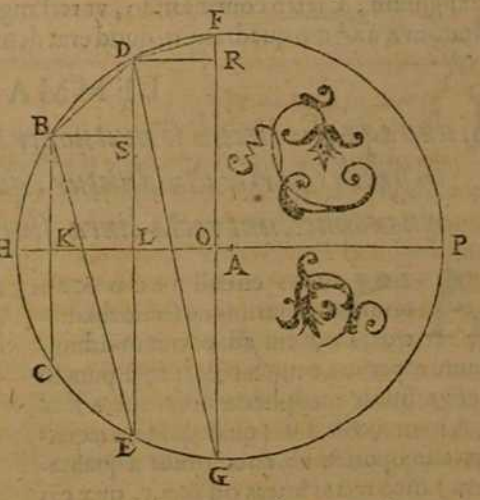
B gulus DBE angulo FDG maior; ac rursus si ab horum angulorum verticibus B & D rectæ agantur BS & DR, ipsi HP parallelæ, continget in triangulis BES & DGR angulos BSE & DRG æquales esse, nempe rectos per 29. primi Euclidis: sed & anguli E & G æquales inter se sunt per 27. tertij Euclidis, vtpote qui æqualibus peripheriis BD & DF insistunt: igitur & reliquus EBS reliquo GDR æqualis erit per 32. primi Euclidis: quocirca

C si æquales hi ab inæqualibus DBE & FDG subducantur, relinquetur DBS angulus angulo FDR maior per communem notionem. Quapropter per conuersionem decimi quarti lemmatis libri quarti, maiorem habebit portionem BD ad BS, quàm DF ad DR. Itaque per decimam propositionem libri quinti Euclidis minor est BS quàm DR: at BS æqualis est ipsi KL, & DR ipsi LO æqualis per trigesimam quartam primi Euclidis: quòd scilicet parallelogramma sint spatia BL & DO: igitur minor est KL quàm LO; quod erat de-monstrandum.

LEMMA X.

D *Parallelæ rectæ lineæ æquali interuallo dispositæ, quò sunt à centro remotiores, eò maiores arcus de circuli peripheria intercipiunt.*

In circulo, cuius centrum A, sint parallelæ rectæ lineæ BC, DE & FG æquali interuallo dispositæ sic vt KL & LO sint inter se æquales: dico arcus his parallelis interceptos inæquales inter se esse, maioremque BD ipso DF, quòd BC longiùs distet à centro A quàm DE, & hæc longiùs quàm FG. Quoniam enim minor est DE quàm FG, per 15. tertij



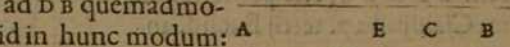
E Euclidis, erit arcus DHE arcu FHG minor, per scholion Clauij ad 28. tertij Euclidis; ac proinde arcus DPE arcu FPG maior. Iunctis igitur BE & BD, item DG & DF, erit per scholion Clauij ad 27. tertij Euclidis angulus DBE angulo FDG maior: rursusque actis BS & DR ipsi HP parallelis, seu ad rectos angulos ipsis DE & FG, erunt eædem BS & DR inter se æquales: quoniam ve-

F rò DG circuli centro A propinquior est quàm BE, erit eadem DG quàm BE maior per 15. tertij Euclidis; ideoque per 8. quinti Euclidis habebit DG ad DR maiorem rationem quàm BE ad BS: quo fit vt per 14. lemma libri quarti maior sit angulus GDR quàm EBS angulus: qui si ab inæqualibus GDF & EBD subducantur, relinquetur FDR angulus minor angulo DBS; quo tandem fit per conuersionem lemmatis 14. iam citati, vt BD ad BS maiorem rationem habeat quàm DF ad DR. Quare per 10. quinti Euclidis maior conuincitur BD quàm DF; ideoq; & arcus BD arcu DF maior: si enim æquales essent arcus BD & DF, hos æquales rectę subtenderent lineæ per 29. tertij Euclid. Cùm ergo maior probata sit BD quàm DF linea, erit & arcus BD arcu DF maior; quod erat demonstrandum.

LEMMA XI.

Datæ rectæ lineæ sectæ vtcumq; adiungere oporteat eiusmodi augmentum, vt tota ad adiunctam ita se habeat, quemadmodum primitiuæ lineæ maius segmentum ad minus.

RECTA linea AB secta sit in C vt libet, adiungere autem oporteat eidem AB portioné BD ea lege vt sit AD ad DB quemadmodum AC ad CB. Fiet porrò id in hunc modum:

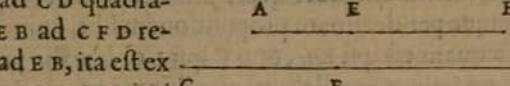


Ponatur CE æqualis ipsi CB, fiatque per 12. sexti Euclidis vt AE ad EC, ita AB ad BD, factumque erit propositum: nam per 18. quinti Euclidis erit & componendo vt AE vnà cum EC, hoc est AC ad CE, seu ei æqualem CB, ita AB vnà cum BD, hoc est tota AD ad DB; quod erat præstandum.

LEMMA XII.

Si duæ rectæ lineæ similiter secentur, erit vt quadratum primæ ad quadratum secundæ, ita rectangulum quod fit è primæ partibus, ad id quod è secundæ segmentis fit rectangulum, & contrà.

RECTÆ namque AB & CD eadem proportione secentur in punctis E & F: dico in primis vt quadratum AB ad CD quadratum; ita esse rectangulum AEB ad CFD rectangulum. Quoniam enim vt AE ad EB, ita est ex

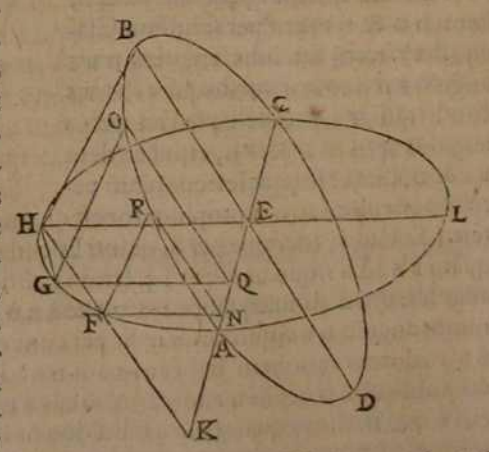


hypothesi CF ad FD, erit & vicissim per 16. quinti Euclidis vt AE ad CF, ita EB ad FD. Quare per 20. sexti Euclidis rectangulum AEB ad CFD rectangulum duplicatam habebit rationem lateris AE ad CF, hoc est AB ad CD. Nam cùm sit vt AE ad EB, ita CF ad FD, erit etiam componendo AB ad AE velut CD ad CF per 18. quinti Euclidis; & permutando, vt AE ad CF, sic AB ad CD: sed per eamdem 20. sexti Euclidis quadratum quoque AB ad CD quadratum duplicatam habet rationem ipsius AB ad CD, hoc est AE ad CF: igitur per 11. quinti Euclidis vt quadratum AB ad CD quadratum, sic AEB rectangulum ad id quod sub CFD comprehenditur rectangulum, & retrò commeando, vt rectangulum AEB ad CFD rectangulum, ita quadratum AB ad CD quadratum; quod erat demonstrandum.

LEMMA XIII.

Si duo æquales circuli se mutuò per centra secent, eorumq; peripheriæ in similes partes diuidantur, quæ vnius partes partibus alterius connectunt rectæ lineæ sunt inter se parallelæ.

AEQVALES circuli ABCD & AHCL sese per centrum E secent, erit proinde communis vtriusque sectio diametrus AC, cui ad normam adiungantur per centrum BD & HL; à puncto verò A similes peripheriæ notentur AR & AF, item AO & AG (quas quidem æquales esse oportet ob circulorum æqualitatem) dico rectas lineas OG & RF, quæ eas peripherias connectunt, parallelas inter se esse: ductis enim ab R & F ad AC perpendicularibus, has ostendendum est in vnum idemque punctum N incidere. Quoniam enim BE & RN sunt ipsi AC perpendiculares, erunt per 13. primi Euclidis earum anguli ad AC recti, ideoq; æquales, ac proinde per 29. primi Euclidis ipsæ BE & RN parallelæ. Eodem verò modo parallelæ ostendentur HE & FN, quòd scilicet ambæ ipsi AC sint

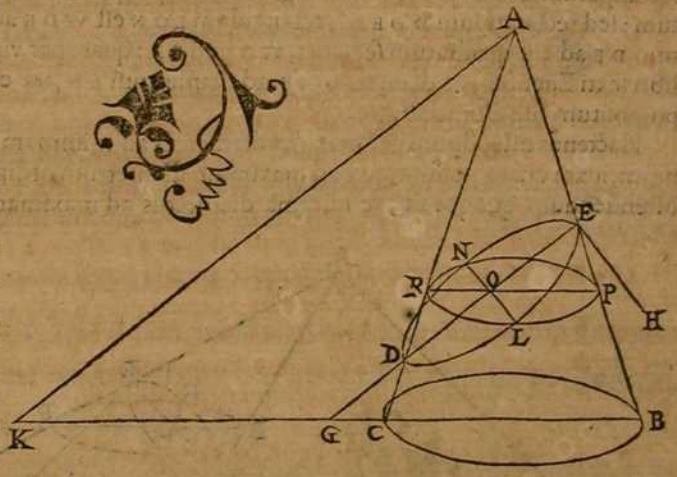


A AC sint perpendiculares. Rursus quoniam BE & HE ipsam AC ad rectos angulos & bifariàm secant, erunt arcus AB & AH æquales, vtpote æqualium circulorum quadrantes. Sunt autem & peripheriæ AR & AF æquales: igitur per communem notionem & BR, HF, æquales inter se erunt: quocircà EN, vtrique subtensa vna eademque linea erit, inter vtrasque parallelas RE & RN, item HE & FN intercepta, per 29. tertij Euclidis: itaque planum per RNF ductum plano quod per BEH extenditur, parallelum erit per 15. vndecimi Euclidis; quæ rursus si mente intelligantur secari plano quopiam per B, H, & K ducto, erunt communes illorum sectiones RF & BH inter se parallelæ per 16. vndecimi Euclidis. At simili prorsus modo ostendi potest OG eidem BH parallela:
B igitur per 9. vndecimi Euclidis, & inter se ipsæ OG & RF sunt parallelæ; quod demonstrandum erat.

LEMMA XIV.

In ellipsi ea recta linea, iuxta quam possunt, quæ ordinatim ad diametrum adiunguntur, tertia est proportionalis, cui primo loco proportionalis est illa diametrus, ad quam rectæ ordinatim applicantur; secundo verò loco reliqua.

C NOMEN ellipsis tametsi in multis rebus locum habeat, tamen primò omnium in coni sectionibus fuit vsurpatum, eiusque hæc fuit origo: Dato cono ABC, cuius basis circulus circa diametrum BC, sectioq. DE, si ducatur AK parallela ipsi ED, quæ cum BC producta concurrat
D in K, fiatque vt quadratum AK ad BKC rectangulum, ita recta DE ad EH ipsi DE perpendicularem: ex his demonstrat Apollonius libro 1. conicorum, propositione 13. omnes quę ad DE



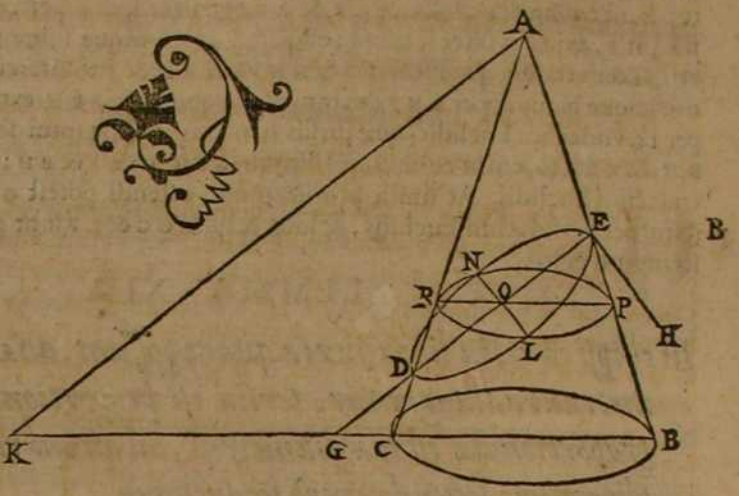
ordinatim applicantur, posse spatium quod ipsi EH adiacet, latitudinem habens eam lineam, quæ inter applicitam & E continetur, deficiensque figura simili ei quæ sub DE &
E EH continetur: eamq; figuram, cui id accidit, omnis Antiquitas ellipsin nuncupauit, vel quòd à circulari amplitudine capacitateque deficiat, (est enim ellipsis circulus diminutus) vel ob id, quòd quæ ordinatim ad diametrum adiunguntur, possint spatium recto lateri adiacens, deficiénsque figura simili ei quæ sub diametro seu transuerso latere & recto latere continetur; velut hyperbole quæ ellipsi quodammodò contraria est, sic est appellata, quòd quæ ad transuersum ipsius latus ordinatim adplicantur possint spatium recto lateri adiacens, atque excedens figura simili ei quæ sub recto & transuerso latere continetur. Illam porrò ellipsis proprietatem Serenus posteà in obliqua sectione cylindri æquè ac in sectione coni inesse ostendit libro primo De sectione cylindri, quę proin-
F de cylindri sectio etiam ellipsis est appellata.

Nobis verò propositum iam sit demonstrare lineam EH tertiam esse proportionalem, ad quam nempe minima sectionis diametrus LN eam proportionem habet, quam maxima diametrus DE ad LN minimam. Per centrum sectionis O ducatur planum PLRN basi BC parallelum, quod per 4. primi Apollonij circulus erit, communemque habebit cum sectione DLEN rectam lineam LN: itemque DE producatur, in G: quoniam igitur per 23. sexti Euclidis proportio quadrati AK ad rectangulum BKC ex laterum proportionibus componitur, erit vt quadratum AK ad rectangulum BKC, ita proportio quam habet AK ad BK, ad proportionem quam eadem AK habet ad KC: at EG parallela est ipsi AK ex constructione, & PR parallela ipsi BG per 16. vndecimi Euclidis

(quòd

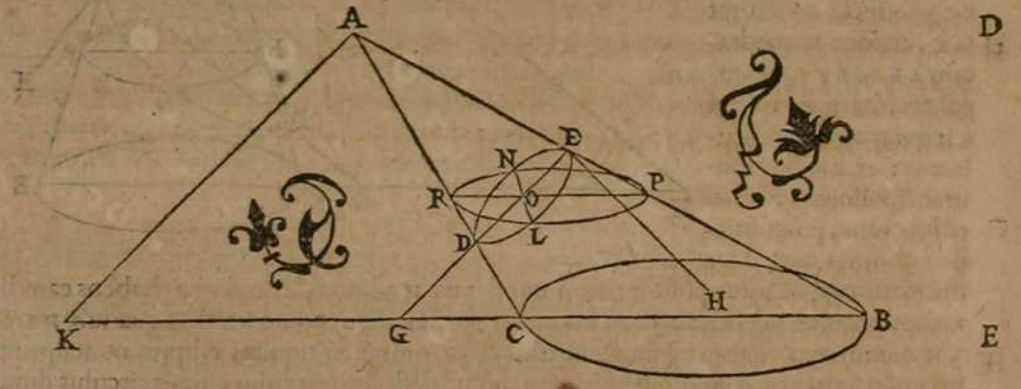
(quòd videlicet planum PLRN & coni basis secentur plano ABC in communibus sectionibus PR & BC:) igitur ED, DG, & PR de maioribus triangulis similia abscindunt, & æquiangula triangula per 4. lemma libri quinti. Quocircà vt AK ad BK, ita est EG ad BG, & EO ad OP: vt verò AK ad KC, ita DG ad GC, seu DO ad OR per 12. lib. 4. Vt autè proportio duarum EO & OP, ad proportionem duarum OD & OR, ita est per 23. sexti Euclidis rectangulum EOD ad POR (seu LON, quod illi per 35. tertij Euclid. æquale est) rectangulum. Cùm porrò ambæ ED & LN in eamdem rationem secentur ad punctum O, nimirum bifariàm, erit per 12. lemma, vt rectangulum EOD ad LON rectangulum, ita quoque quadratum DE ad LN quadratum: sed rectangulum DOE ad rectangulum LON est vt DE ad EH: itaque & quadratum DE ad LN quadratum se habet, vt DE ad EH: quare per vigesimam propositionem libri sexti Euclidis, vt diametrus DE ad diametrum LN, ita eadem LN ad EH; quod propositum fuit demonstrare.

A



C

Hactenus ostendimus, vt maxima diametrus ad minimam, sic esse hanc ad eam lineam, iuxta quam possunt, quæ ad maximam diametrum ordinatim applicantur. Nunc ostendendum quoque sit, vt minima diametrus ad maximam, ita esse maximam ad



eam lineam, iuxta quam possunt, quæ minimæ diametro ordinatim adiungũtur, quod in conis scalenis manifestè deprehenditur.

Esto enim conus scalenus ABC, cuius basis BC circulus; sectio autem DLEN nec basi parallela, neque eidem subcontrariè posita, neque per verticem; cũius etiam diametrus DE lateri trianguli, quod per axem, parallela non sit, neque cum producto latere supernè conueniat. Ducatur AK parallelõs ipsi DE, quæ cum BC producta concurrat in K, fiatque vt quadratum AK ad BKC rectangulum, ita DE ad EH, erit EH rectum sectionis DLEN latus, seu ea iuxta quam possunt quotquot ad DE ordinatim applicantur: quamobrem & DLEN ellipsis erit, cuius minima diametrus DE, maxima verò LN, quę omnia libro quarto propositione 66. luculenter sunt demonstrata. F

Nunc autem si propositum sit edocere, vt priùs EH tertiam esse proportionalem, ad quam nimirum ita se habet maxima diametrus LN, vt ad hanc minima DE, eadem ratiocinandi forma id fiet, qua proximè vsi sumus; atque idcircò satis prudenti Lectori esse existimamus, propriam dumtaxat figuram hoc loco adiunxisse iisdem litteris claritatis gratia explicatam.

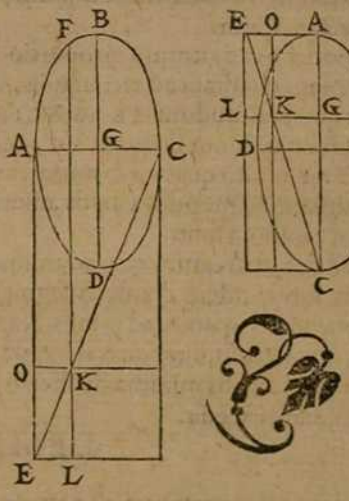
LEM-

A

LEMMA XV.

Si in ellipſi ſit vt vna diametrus AC *ad alteram diametrum* BD, *ita hæc ad quamdam* AE *ipſi* AC *perpendicularem; iunctâ* CE, *ductâque* FK, *quæ ipſam* AC *ordinatim ſecet in* G, *dico quadratum* FG *rectangulo* AGK *æquale eſſe.*

B HÆC propoſitio, vti & ſuperior, geminum admittit caſum. Aut enim conſtituitur AE tertia proportionalis maximæ & minimæ diametri, ceu primæ & ſecundæ, ſic vt quemadmodum maxima diametrus ad minimam, ita hæc ad AE; aut certè ſit AE tertia proportionalis minimæ & maximæ, ita vt quemadmodum minima diametrus ad maximam, ſic maxima ad AE. Vtrouis autem modo veritas proponatur, eodem modo demonſtrabitur: nam cùm per antecedens lemma ſit AE ea, iuxta quam poſſunt ad diametrum (quæ proportione prima eſt) ordinatim applicatæ, poterit FG ſpatium, quod lineæ AE adiacet latitudinem habens AG, deficienſque figura ſimili ei, quæ ſub AC & AE continetur. At eiuſmodi eſt ſpatium AGKO quod lineæ AE adiacet, latitudinem habens AG, deficienſque figura OELK, ſimili ei quæ ſub AC & AE comprehenditur per 24. ſexti Euclidis; ſiquidem circa diametrum parallelogrammi CAE conſiſtit: igitur quadratum FG rectangulo AGKO eſt æquale; quod erat demonſtrandum.



C

D

LEMMA XVI.

Iiſdem repoſitis quæ ſuprà, dico rectangulum AGC *ad rectangulum* AGK, *ſeu ad quadratum* FG *eamdem rationem habere, quam diametrus* AC *ad* AE.

QVONIAM enim rectangula AGK, & id quod ſub AGC comprehenditur, eamdem habent altitudinem AG, erunt ipſa inter ſe vt baſes GC & GK per 1. ſexti Euclidis: at GC ad GK ita ſe habet, vt AC ad AE: cùm enim ſit GK ex conſtructione parallela ipſi AE, erunt triangula CGK & CAE æquiangula, per 4. lemma libri

E quinti: itaque per 4. ſexti Euclidis vt CA ad AE, ita CG ad GK: quare & rectangulum AGC ad AGK rectangulum ita ſe habet, vt AC ad AE. Eſt verò rectangulo AGK æquale quadratum FG per proximum ſuperius lemma: igitur eſt etiam rectangulum AGC ad FG quadratum, vt AC ad AE, quod erat demonſtrandum.

LEMMA XVII.

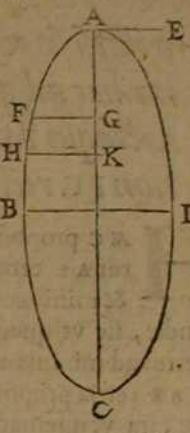
Si maxima diametrus ellipſis in quotcumque partes ſecetur, à punctis autem ſectionum rectæ ordinatim educantur, erunt harum

F *quadrata, vt à diametri ſegmentis rectangula, ea ratione, quæ vocatur minoris ad maius.*

HOC lemma, quia vniuersè proponitur, caſum propriè non habet. Eſto igitur ellipſis ABCD, eiuſque diametrus AC diſſecta vtcumque in locis G & K, vnde ad circumferentiam ellipſis rectæ ordinatim excitentur GF & KH: dico vt quadratum GF ad rectangulum AGC, ita eſſe KH quadratum ad AKC rectangulum. Ducatur enim BD altera diametrus ipſi AC coniugata, fiatque per 11. ſexti Euclidis vt AC ad BD,

ita

ita BD ad AE, quæ ipsi AC rectis angulis adiungatur. Quoniam igitur per præcedens A
lemma est rectangulum AGC ad quadratum GF, vt diametrus
AC ad rectum figuræ latus AE: itemque vt AC ad AE, ita quoque
AKC rectangulũ ad id, quod ex KH fit quadratum; erunt quoque
per 11. quinti Euclidis, rectangulorum quæ ex diametri segmentis fiunt, ad quadrata rationes inter se eædem. Itaque vt rectangulum AGC ad quadratum GF, ita se habet AKC rectangulum ad
KH quadratum; & inuertendo, vt quadratum GF ad AGC rectangulum, ita quadratum KH ad rectangulum AKC: & alternando,
vt quadratum GF ad KH quadratum, ita rectangulum AGC ad
AKC rectangulum.



B

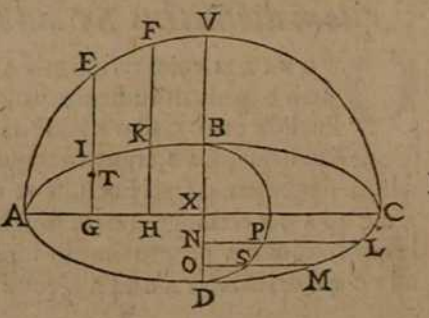
Est porrò quadratorum proportio ad rectangula minoris ad maius. Nam quadrata ad rectangula, vt iam ostensum est, ita se habent quemadmodum AE ad AC: at AE minor est quàm AC; cùm enim BD minor sit quàm AC, & AE quàm BD minor, necesse est AE multò quàm AC minorem esse. Igitur & quadrata earum, quæ ordinatim ad maximam diametrum ellipsis adiunguntur rectangulis, quæ ex diametri segmentis constant, minora sunt.

Quadrata verò earum quæ ad minimam diametrum ordinatim applicantur, ad rectangula sub eiusdem diametri segmentis comprehensa, eamdem quidem proportionem habent, sed maioris ad minus. Nam ita inter se sunt, vt tertia proportionalis ad minimam diametrum, inter quas maxima diametrus proportione media est. Est autem ea tertia proportionalis minima diametro maior; siquidem maior est diametro maxima, quæ minimam excedit. C

LEMMA XVIII.

Si circum extremam diametrum ellipsis circulus describatur, rectæ omnes lineæ quæ à circuli peripheria ad diametrum rectis angulis protenduntur, à peripheria ellipsis secundùm eamdem rationem dissecantur. D

ESTO ellipsis ABCD, circa cuius extremam diametrum eamque maximam AC circulus describatur AEFC; à punctis autem E & F, in ipsius peripheria assumptis ad diametrum AC perpendiculares ducantur EG & FH, quæ ab ellipsi secentur in I & K: dico vt EI ad IG, sic esse FK ad KH. Nam per 2. lemma cùm EG inter AG & GC, itemque FH inter AH & HC medię sint proportionales, erit per 17. sexti Euclidis quadratum EG æquale rectangulo AGC, atque eodem modo FH quadratum rectangulo AHC æquale. Vicissim igitur, vt quadratum EG ad FH quadratum, sic rectangulum AGC ad AHC rectangulum. Sed vt rectangulum AGC ad rectangulum AHC, ita quoque est quadratum IG ad KH quadratum per præcedens lemma: itaque per 11. quinti Euclidis, vt quadratum EG ad quadratum IG, sic quadratum FH ad KH quadratum. Quocirca per 22. sexti Euclidis, vt EG ad IG, ita FH ad KH; & diuidendo per 17. quinti Euclidis, vt EI ad IG, sic FK ad KH; quod erat probandum.



E

Simili modo si circum minimam diametrum BD circulus describatur BPSD, & ab F
ellipsi ad diametrum perpendiculares ducantur LN & MO: dico has à circuli peripheria in eamdem rationem secari; sic vt quemadmodum LP ad PN, ita sit MS ad SO. Quoniam enim per 2. lemma vt BN ad NP, ita se habet NP ad ND; rursusque vt BO ad OS, ita OS ad OD, erit per 17. sexti Euclidis, quadratum PN rectangulo BND, & quadratum SO rectangulo BOD æquale, & vicissim quadratum PN ad quadrum SO, sicut rectangulum BND ad BOD rectangulũ: at per præcedens lemma est quoque vt rectangulum BND ad BOD rectangulum, ita quadratum LN ad MO quadratum: quare per 11. quinti Euclidis, vt quadratum PN ad quadratum SO, ita quadratum LN ad MO quadratum: ideoque &

quemad-

A quemadmodum recta P N ad S O, ita recta L N ad rectam M O, per 22. sexti Euclidis; diuidendoque per 17. quinti Euclidis, vt L P ad M S, ita P N ad S O, & vicissim vt L P ad P N, sic M S ad S O; quod erat demonstrandum.

CONSECTARIVM I.

Si vt E I *ad* I G, *ita sit* F K *ad* K H, *sitq;* K *in ellipsi: dico &* I *in ellipsin incidere.*

B Si enim id negetur, fatendum erit ellipsin vel infra vel supra punctum I transire. Detur ergo primum, vt infra transeat, puta per T: erit igitur per præcedés lemma quemadmodũ F K ad K H, ita E T ad T G. Sed est quoque ex hypothesi E I ad I G, vt F K ad K H: itaque per 11. quinti Euclidis E T ad T G eamdem rationem habet, quam E I ad I G, quod cùm sit absurdũ, nequit ellipsis infra punctum I transire: sed nec suprà, quod eodẽ modo ostendi potest. Quamobrem ellipsis in ipsum punctum I incidit; quod erat probandum.

CONSECTARIVM II.

Vt E G *ad* I G, *vel* F H *ad* K H, *ita maxima diametrus* A C *ad minimam* B D.

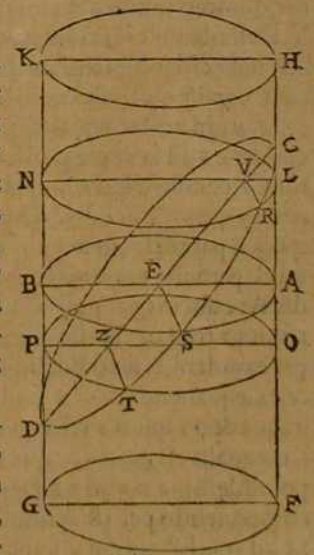
C Nam quia per 35. tertij Euclidis rectangulum A G C quadrato E G æquale est, erit per 7. quinti Euclidis, vt rectangulum A G C ad quadratum I G, quemadmodum quadratum E G ad idem I G quadratum: sed vt rectangulum A G C ad quadratum I G, sic se habet rectangulum A X C, hoc est quadratum A X ad B X quadratum per 17. præcédens lemma; quadratum autem A X ad quadratum B X, est vt quadratum A C ad quadratum B D: igitur vt quadratum A C ad quadratum B D, ita quadratum E G ad I G quadratum: ac proinde per 22. sexti Euclidis, vt E G ad I G, ita est maxima diametrus A C ad minimam B D.

Aliter ac breuiùs idem demonstrari potest hoc modo: Quoniam per præsens lemma vt E G ad I G, vel F H ad K H, ita quoque est V X ad B X. Vt autem V X semidiametrus maioris circuli ad B X semidiametrum circuli minoris, sic tota A C diametrus ad totam diametrum B D: igitur vt E G ad I G, vel F H ad K H, ita se habet A C maxima diametrus ellipsis ad minimam B D; quod demonstrasse oportuit.
D

LEMMA XIX.

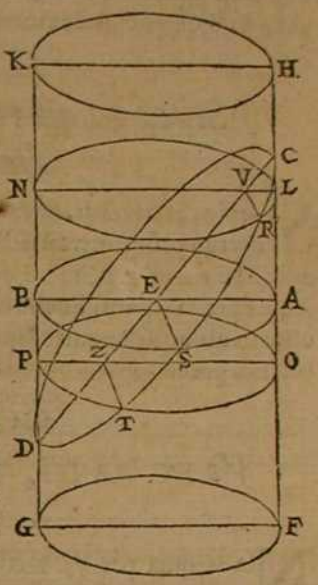
Si extrema diametri ellipsis in eamdem rationem secentur; quæ ab vna diametro ad ellipsin perpendiculares excitantur, æquales sunt iis, quæ à reciprocis punctis alterius diametri ad circuli peripheriam rectis angulis protenduntur.

E



F Esto inquam A B minimæ diametro ellipsis æqualis, à cuius extremis duæ perpendiculares erigantur A H & B G, quæ producantur in F & K, sic vt F K cylindrum repræsentet bases habentem circulos circa H K & F G descriptos; in quo accommodetur linea C D datæ maximæ diametro ellipsis æqualis, secetq; C D ipsam A B in E: ipsi verò A B parallelę ducantur quotcúque lineæ L N, & O P, quæ C D secent in punctis V & Z, & per L N, A B, O P plana extensa intelligantur basibus cylindri æquidistantia L R N, A S B & O T P, quæ per 5. lib. primi Sereni Antinsensis circuli erunt, iique inter se æquales, & ad planum F K recti. Eodemque modo planum actum per C D ad idem planum F K rectum, quod per ea quæ à Sereno demonstrantur lib. 1. de cylindri sectione ellipsis erit circum C D descripta, secansque circulos in C, R, S, T & D. Quoniam igitur tam ellipsis, quàm circuli recti sunt ad planum F K, erunt quoque per 19. vndecimi Euclidis communes illorum sectiones V R, E S & Z T, ad idem planum F K rectæ. At cùm parallelæ sint F H &

G K, erunt C D & L N in V sectæ similiter per 11. lemma libri 4 : igitur V R, quæ à maxima diametro ellipsis C D perpendiculariter excitatur, æqualis est ei (imò eadem) quæ à reciproco puncto V diametri L N ad R circuli peripheriam rectis item angulis protenditur. Quod cùm in ceteris circulis eodem modo eueniat (nam diametri A B & O P, in E & Z eadem ratione secti sunt, qua ellipsis diametrus per idem 11. lemma libri 4.) perspicuum est, si extremę diametri ellipsis in eamdem rationem secentur, eas quæ à maxima diametro ad ellipsin perpendiculariter excitantur, æquales esse iis quæ à reciprocis punctis minimæ diametri ad circuli peripheriam rectis angulis protenduntur; quod demonstrandum fuit.

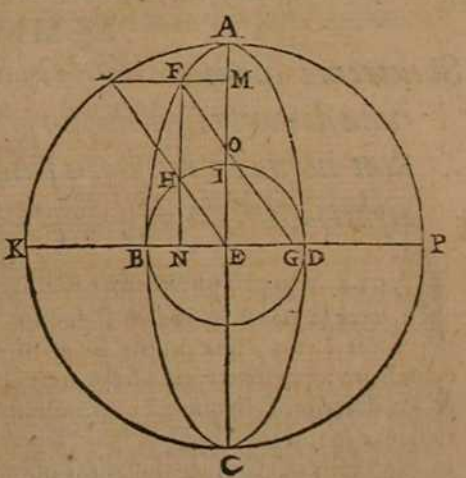


Eodem verò modo, si obliquus sit cylindrus, eiusque basis C R S T D circulus, ostendemus eamdem esse, aut saltem æqualem eam, quæ à minima diametro ellipsis L N excitatur, ei quæ à proportionali puncto diametri C D ad circuli peripheriam rectis item angulis extenditur, vt hoc loco est V R; quare vniuersè concluditur propositum: porrò si C R S T D circulus sit, ellipsin fore L R N, cuius minima diametrus L N ex propos. 21. huius libri constabit.

LEMMA XX.

Si in ellipsi extremæ diametri se mutuò bifariàm & ad normam secent, & ab aliquo puncto circumferentiæ ad minorem diametrum recta adiungatur dimidio maioris æqualis; hæc à maiore diametro ita secabitur, vt segmentum puncto in circumferentia assumpto proximum dimidio minoris diametri sit æquale.

In ellipsi A B C D extremæ diametri A C & B D se mutuò in E bifariàm & secundùm normam secent: à puncto autem F in peripheria ellipsis assumpto ad minorem diametrum B C productam, si opus est, recta adiungatur F G, quæ ipsi A E, dimidio scilicet maioris diametri, sit æqualis: dico F G à maiore diametro A C ita secari in O, vt F O segmentum, quod puncto F proximè adiacet, dimidio minoris diametri B E sit æquale. Describatur enim circa A C circulus A K C, ad cuius circumferentiam ex E recta ducatur E L ipsi F G parallela, quæ æquales inter se erunt, cùm ambæ æquales sint ipsi A E; iunctaque L F ad M vsque producatur: erit igitur L F parallela ipsi E G, eidemque æqualis per 33. primi Euclidis. Ducatur item F N ipsi A E parallela; quæ cùm parallelogrammum perficiat F M E N, erunt eius opposita latera F M & N E æqualia per 34. primi Euclidis. At cùm in triangulis N G F sit O E ipsi N F parallela, erit per 2. sexti Euclidis vt N E ad E G, ita F O ad O G: rursusque in triangulo M L E, quoniam F H parallela est ipsi M N, erit per eamdem 2. sexti Euclidis vt M E ad F L, sic E H ad H L: quare per 22. quinti Euclidis & ex æqualitate erit vt N E ad F M, ita F O ad H E. Sed N E æqualis iam ostensa est ipsi F M: itaque & O F ipsi H E est æqualis. Est verò H E dimidio minoris diametri B E æqualis: nam E L æqualis est ipsi E K, vtque L F ad F M; ita L H ad H E; sed vt L F ad F M, ita quoque est per 18. lemma K B ad B E: igitur per 11. quinti Euclidis, vt K B ad B E, ita est L H ad H E; & componendo per 18. quinti Euclidis vt K B vnà cum B E, hoc est tota K E ad B E, ita tota L E ad H E. Est autem K E ipsi L E æqualis per circuli definitionem: igitur & B E ipsi H E



æqualis

A æqualis erit: quocirca & F O eidem B E, hoc est dimidio minoris diametri, æqualis erit; quod erat demonstrandum.

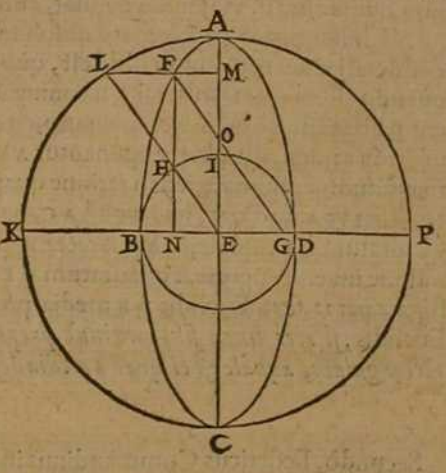
LEMMA XXI.

Si in ellipsi extremæ diametri se mutuò bifariàm & ad normam secent; à quopiam autem puncto minimæ rectæ educatur dimidio minoris æqualis, de qua maxima diametrus portionem abscindat dimidio minoris æqualem: dico eius extremum punctum

B *in ellipsin cadere.*

IN ellipsi A B C D extremæ diametri A C & B D se mutuò ad normam secent in E; à puncto autem quocumque, puta G, minimæ diametri B D, si opus est productæ, recta educatur ipsi A E æqualis, nempe G F, de qua A C rescindat portionem F O ipsi B E, hoc est dimidio minoris diametri æqualem: dico punctum F in ellipsin cadere, cuius extremæ diametri A C & B D. Descripto namq;

C circum A C circulo, ex centro E ducatur E L ipsi G F parallela, iunctaque L F in M protendatur: quoniam igitur L E ipsi A E est æqualis per circuli definitionem, eidem autem A E æqualis est G F ex hypothesi, erunt E L & G F inter se æquales per communem notionem. Quare per 33. primi Euclidis parallela erit L M ipsi B D: ac proinde L M ipsi A E ad rectos erit angulos per 29. primi Euclidis.



Rursus ab F parallela ipsi A E demittatur F N, quæ ipsam E L secet in H: erit igitur in pa-

D rallelogrammo E H F O, latus E H ipsi O F æquale: sed & B E ex hypothesi æqualis est eidem O F: itaque B E ipsi quoque E H est æqualis. Quare si ab æqualibus E L & E K æquales subducantur E B & E H, relinquentur B K & H L inter se æquales. Cùm verò in triangulo E L M est F H, basi M E parallela, erit per 2. sexti Euclidis vt L F ad F M, ita L H ad H E, id est K B ad B E. Igitur per 1. consectarium lemmatis 18. punctum F in ellipsin cadit, cuius extremæ diametri A C & B D; quod erat demonstrandum.

LEMMA XXII.

Circa extremas diametros datas ellipsin describere.

E FVERVNT ante nos viri doctissimi, qui de ellipsi scripsere, atque in his non pauci, qui in perueſtiganda commoda eius descriptione plurimùm desudarunt, nec quidquam protulerunt, quod posteris satis esse debeat ad communem vsum. Fecit hoc potissimùm ea disparitas, qua ellipseos diametri & magnitudine & proportione plurimum discrepant. Non enim vna semper est in illis proportio, sed nunc maior, nunc minor: & vt eadem aliquando sit, non vna semper est magnitudo. Quamobrem nulla, vt dixi, hucusque expedita ratio designandi ellipsin est reperta; multò verò minùs instrumentum aliquod excogitari potuit, quo, vt circulus, beneficio circini, ita ellipsis vna circumlatione accuratè describatur, quamuis id varijs modis plurimi sint conati.

Nobis in præsenti propositum non est præter ea, quæ à maioribus inuenta sunt, nouum aliquid proferre, quod desiderio illorum qui huic rei incumbunt faciat satis; sed

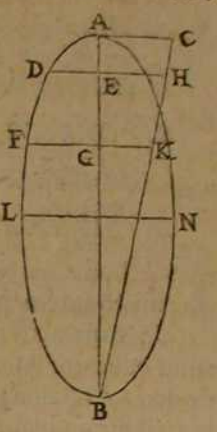
F tantùm aliorum lucubrationibus gradum aliquem facilitatis adiungere, quò & praxis expeditior fiat, & demonstratio clarior: aliàs enim, Deo adiuuante, hac de re proprium tractatum instituemus, cùm ea quæ de Coni sectionibus meditari cœpimus, perfectionem nacta erunt.

Modi omnes describendi ellipsin, qui hactenus reperti sunt, & excogitari posse videntur, ad duos vniuersè sumptos reuocantur. Alter puncta primùm quotcumque designat, per quæ posteà diligenti manu ellipsis ducitur. Alter vnico ductu ellipsin totam, vel partem eius aliquam efformat, non ea quidem exquisita ratione, qua circulus describitur, sed longè inferiore perfectione.

A

I.

Inter eos qui per puncta ellipsin ducere sunt aggressi, primo loco occurrit Eutocius, qui ad propositionem 21. libri primi Conicorum Apollonij ita scribit: *Exponatur recta linea* A B; *à puncto autem* A *ad rectos angulos ipsi* A B *ducatur* A C, *iunctáque* B C *sumantur in linea* A B *puncta quædam* E *&* G, *à quibus ipsi* A C *æquidistantes ducantur* E H *&* G K: *& fiat* A G K *rectangulum æquale quadrato* F G, *& rectangulum* A E H *æquale ipsi* D E *quadrato. Transibit iam ellipsis per puncta* A, D *&* F. Huius problematis demonstrationem colligendam relinquit prudenti Lectori ex eadem 21. propositione primi Apollonij proximè citata. Potest verò & ex 15. lemmate huius libri demonstrari, vt liquidò constat, cùm hęc illius sit conuersio.

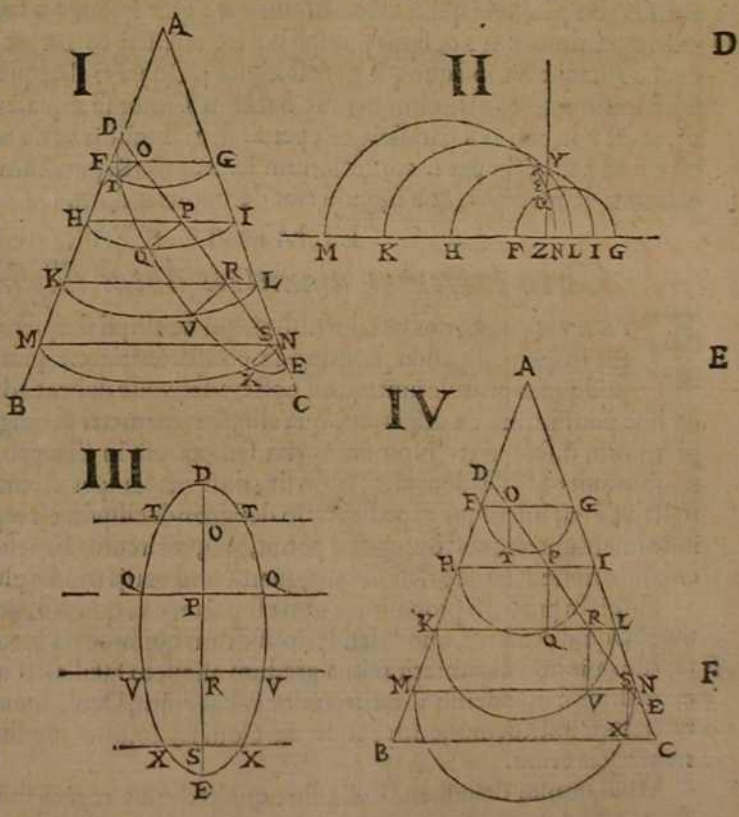


B

Ad huius porrò problematis absolutam constructionem duo desiderari videntur. Vnum illud est, quo pacto inuenienda sit A C quando altera diametrus ipsi A B coniugata præbetur. Quamuis enim libera sit A C ad A B comparatio, cùm sola diametrus A B detur; non tamen, si ambæ proponantur A B & L N, collibitum erit ipsam A C quacumque magnitudine assumere, sed in ratione quapiam definita. Quare ex eodem 15. lémate patet, si fiat vt A B ad L N, ita hæc ad A C, haberi quod postulatur; nempe rectangulo A E H C quadratum D E æquale; & A G K rectangulum, æquale ipsi F G quadrato. Alterum, qua ratione inuenire oporteat quadratum D E rectangulo A E H æquale. Fiet autem id inuestigata per 13. sexti Euclidis D E media proportionali inter A E & E H: nam per 17. sexti Euclidis, *si tres lineæ sint continuè proportionales, quod sub extremis comprehenditur rectangulum, æquale est ei quod à media describitur quadrato.*

II.

Secundò, Federicus Commandinus in libello de Horologiorum descriptione, quem Analemmati Ptolemæi adiunxit, ex ipso cono rationem deducit inueniendi puncta per quæ ellipsis incedat, quam nos hîc trademus, quòd libellus ille Ptolemęi ex Commandini editione paucis ad manum sit. Esto igitur conus A B C, eiusq; sectio D E ellipsin exhibens; ducantur autem rectæ quotcumque lineę F G, H I, K L & M N omnes ipsi B C parallelę, ipsamque D E secantes in O, P, R, & S: quoniam itaque sectiones, quę per F G, H I, K L & M N ducũtur parallelæ sunt basi B C, erunt eædẽ circuli vti & basis B C, per 4. primi Conicorum Apollonij, & ipsarum plana ad triangulum A B C, quod per axem transit, recta; siquidem conũ ipsum rectum supponimus: sit verò & eidem triangulo A B C rectum planum sectionis obliquæ D E: igitur per 19. vndecimi Euclidis O T, P Q, R V & S X, communes nempe sectiones ellipsis D E, & circulorum F G, H I, K L & M N, ipsi quoque triangulo per axem A B C



D

E

F

rectæ

A rectæ erunt: quare per 3. definitionem vndecimi Euclidis O T vtrique scilicet D E & F G ad rectos est angulos. Eodemq; modo P Q ipsis D E & H I, ac similiter ceteræ R V ipsis D E & K L, itemque S V ipsis D E & M N; & hæc quidem in prima figura exposita esse intelligantur.

Iam verò si quæ isthic secundùm oculi aspectum contracta exhibuimus, hæc eadem in secunda figura reipsa fiant, propiùs nonnihil ad puncta ellipsis, quæ inquirimus, accedemus. Sit in secunda figura linea M G vtrimque infinita, eique rectis angulis insistat Y Z, fiatque F Z æqualis ipsi F O primæ figuræ; Z G verò æqualis ipsi O G, sic vt tota F G secundæ figuræ æqualis sit ipsi F G primæ figuræ, & vt hæc in O, ita illa sit secta in Z:

B in secunda itaque figura circum F G describatur semicirculus F α G, qui semicirculo primæ figuræ F T G æqualis erit, & Z α ipsi O T æqualis. Simili modo fiat H Z æqualis ipsi H P, & Z I, ipsi P I æqualis, ducaturque semicirculus H Y I; hic quoque ipsi H Q I æqualis erit, & Z Y ipsi P Q æqualis propter diametrorum æqualitatem. Rursus fiat K Z æqualis K R, Z L verò æqualis R L: erit ergo & hic semicirculus K λ L semicirculo K V L, & Z λ ipsi R V æqualis. Demum fiat M Z æqualis M S, Z N verò ipsi S N æqualis; eritque vt priùs semicirculus M ε N semicirculo M X N, & Z ε ipsi S X æqualis.

His confectis, in tertia figura ponatur D E æqualis ipsi D E primæ figuræ, sitque vtraque in O, P, R & S, eadem secta ratione, perque O, P, R & S, in tertia figura perpendiculares ducantur ipsi D E: ab ea verò quæ per O transit, abscindatur ex vtraque parte O T ipsi Z α se-

C cundæ figuræ æqualis: deinde ab ea, quæ per P incedit sumatur vtrimque P Q æqualis ipsi Z Y secundæ figuræ: similiter fiat R V hinc inde æqualis ipsi Z λ: ac demum S X æqualis ipsi Z ε. Perspicuum igitur est in tertia figura ellipsin per puncta D, T, Q, V, X, E incedere, cùm rectæ O T, P Q, R V & S X, æquales sint iis, quæ in prima figura à diametro ellipsis D E ad communes intersectiones ellipsis & circulorum basi parallelorum applicantur. Igitur si in tertia figura per puncta D, T, Q, V, X, E linea quæpiam constanti manu ducatur, ea ellipsis erit.

Constat autem quò crebriora assumpta fuerint puncta in diametro D E, eò accuratiùs rem peractam fore, cùm facilius sit per exigua interualla lineam manu exactè ducere, quàm per longiora.

D

III.

Quæ duabus primis figuris ostendimus, ea fortè minori linearum dispendio vna operatione præstari poterunt hoc modo: Sit in quarta figura conus A B C, in eoque sectio D E ellipsin exhibens: diuidatur D E in partes quotcumque, siue æquales siue inæquales, puta O, P, R, S, perque hæc lineæ ducantur basi B C parallelæ, vt suprà F G, H I, K L, & M N, quibus semicirculi circumscribantur, atq; ad eorum peripherias rectæ adiungantur O T, P Q, R V, & S X ipsis parallelis orthogonales: dico T, Q, V, & X, in ellipsin incidere. Sunt enim eadem puncta quibus in prima figura circuli F T G, H Q I, K V L, M X N ellipsin D E intersecant: quare si quemadmodum à prima figura in secundam, & hinc in tertiam, ita nunc à quarta immediatè in tertiam puncta, T, Q, V, X, transferantur ducta figura per

E D, T, Q, V, X, E, ellipsis erit.

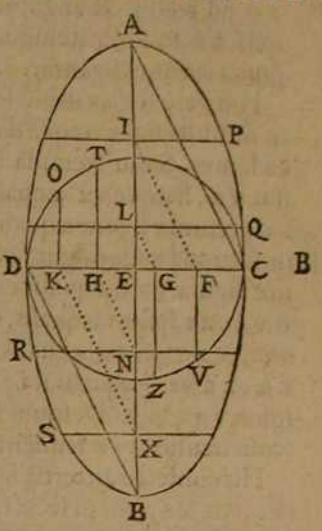
Eadem hac arte & ceteræ coni sectiones, nempe Parabola atque Hyperbole, per puncta duci possunt, quod Federicus quidem Commandinus paucis, Clauius autem pluribus libro primo Gnomonices, propositione 8. ostendit. Verùm hæ inuentiones plurimum operę requirunt, & vsum præstare cùm debeant, solam propemodum habent contemplationem: quare faciliores hasce, quæ sequuntur, accipe.

IV.

Quemadmodum ex coni sectione, ita ex sectione cylindri modus elici potest sanè percommodus, quo puncta ellipsis, cuius datæ sunt extremæ diametri, inueniantur. Sic

F autem se habet: Esto proposita A B maxima diametrus ellipsis, minima verò C D, quæ ita aptentur, vt se mutuò bifariàm & ad normam secent. Ducto itaque circum C D circulo, secetur C D in partes quotcumque F, G, H, K, vnde perpendiculares ad circuli peripheriam excitentur. Iunctis item A C & B D, his parallelæ ducantur F I, G L, H N, K X; atque hinc rursus perpendiculares erigantur ipsi A B, à quibus abscindantur I P, L Q, N R, X S ipsis F V, G Z, H T, K O singulæ singulis æquales: dico ellipsin circa extremas diametros A B, C D descriptam per puncta P, Q, R, & S transire. Quoniam enim F I, G L in triangulo A E C basi A C sunt parallelæ ex constructione, erunt per 2. sexti Euclidis partes lineæ A E partibus lineæ C E proportionales. Si igitur quispiam neget ellipsin

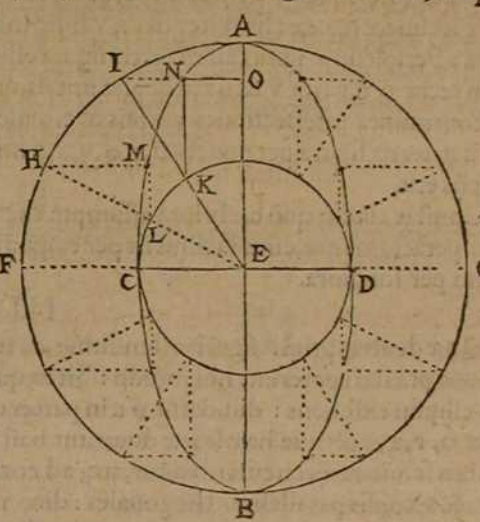
per punctum, exempli gratia P incedere, fateatur neceſſe eſt eam vel extra vel intra punctum P cadere: igitur quæ ab I ad ellipſin perpendicularis ducetur, ipſi I P æqualis non erit: at æqualem eſſe oportere conſtat ex 19. lemmate, vbi in cylindro oſtendimus eas, quæ ab vna diametro ad ellipſin perpendiculares excitantur, æquales eſſe iis quæ ab altera diametro rectis item angulis ad circuli peripheriam protenduntur: itaque conſequens eſt vt ellipſis in P incidat. A



Simili modo ducta D B, vt initio dicebamus, parallelæ eidem conſtituantur K X & H N, atque ex K & H perpendiculares ipſi D C excitentur K O & H T: his porrò ſi æquales fiant X S & N R, ipſi quoque A B perpendiculares; perſpicuum eſt ex iam proximè demonſtratis S & R puncta eſſe, per quæ ellipſis incedit. Eademque cùm ſit in ceteris omnibus demonſtratio, reperta iam erunt quotlibet puncta, per quæ ductu manus ellipſis vtcumque deſcribi poterit.

V.

Similis huic eſt modus ille, qui ex obliqui cylindri ſectione originem ducit, neque etiam minùs expeditus. Is ita explicabitur: Sint datæ extremæ diametri futuræ ellipſis maxima quidem A B, minima verò C D, eæque ita aptentur, vt in E ſe mutuò bifariàm, & ad normam ſecent. Deinde circa vtramque circulus deſcribatur, & C D ex vtraque parte producatur, vſque dum maiori circulo occurrat in F & G. Tum ex centro E per vtriuſque circuli peripheriam rectæ quotcumque lineæ euocentur E L H, E K I; ab H autem & I ducantur H M & I N ipſi C D parallelæ: item ab L & K agantur L M & K N parallelæ ipſi A B: dico M & N in ellipſin cadere, cuius extremæ diametri ſunt A B & C D. Nam cùm in triangulo E I O, ſit K N parallela E O, erit per 2. ſexti Euclidis vt I K ad K E, ita I N ad N O: ſed I E ipſi F E eſt æqualis per circuli definitionem; ab vtraque autem æquales reſecantur E K & E L: igitur & reliquæ I K & F C ſunt inter ſe æquales per communem notionem. Quare eſt quoque vt F C ad C E, ſic I N ad N O: ac proinde cùm C in ellipſi ſit per hypotheſin, & N in ellipſin cadet per primum conſectarium lemmatis 18. quod demonſtraſſe oportuit. C D E

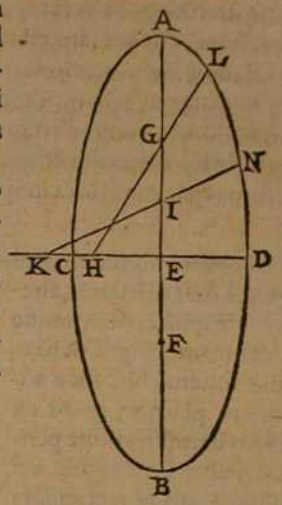


Chriſtophorus Clauius in corollario propoſitionis 26. libri primi Gnomonices hanc praxin demonſtrat in duorum circulorum æqualium inclinatione: ſed ea demonſtratio parum aut nihil diſcrepat ab ea, qua nos infrà propoſitione 21. oſtendemus in cylindro obliquo, cuius baſis circulus ſit, rectam ſectionem ellipſin eſſe. Quoniam verò neque Clauij demonſtratio omnibus ad manum eſt, neque illa noſtra etiamnum exhibita; vtraque autem nonnihil operoſior, placuit ex præmiſſo 18. lemmate propoſiti demonſtrationem elicere.

VI. F

Omnium demum expeditiſſima ratio inueſtigandi puncta ellipſeos ex 21. lemmate ſuperiùs propoſito elici poteſt, quam Guidus quoque Vbaldus ſuggerit libro ſecundo Theoricæ planiſphæriorum vniuerſalium: ſed nos eam paulò magis ad praxin accommodabimus. Sit maxima ellipſis diametrus data A B, minima verò C D, quæ ſe mutuò in E bifariàm & ad normam ſecent: ab E B dimidio ſcilicet maioris diametri, reſecetur E F dimidio minoris diametri E D æqualis; ac circini beneficio, cuius interuallum ſit F B, conſtituantur quotcumque lineæ, puta H G, K I inter ſe æquales, vno ſcilicet pede in E C producta ſi opus fuerit defixo, altero autem ad ipſam A E delato. Deinde mutato

A tato circini interuallo, vt iam dimidio minoris diametri DE sit æquale, adiungatur regula primùm ipsi H G, positoq; pede altero in G, altero secundùm regulæ longitudinem extenso, signetur punctum L, quod quidem in ellipsin cadet per 21. lemma, sicque ordine ceteris, vt puta K I applicetur regula, defixoque pede vno circini in puncto I, altero notetur punctum N, quod item in ellipsin incidere necesse erit.



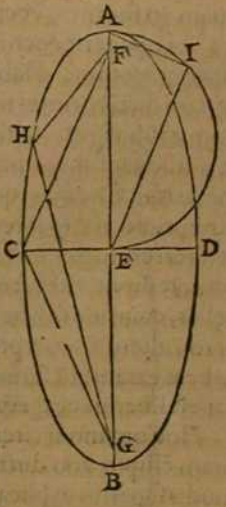
Eodem igitur modo quotcumque libuerit puncta negotio sanè perfacili reperientur, per quæ ellipsis firma manu du-
B ci possit: quòd si regula ad manum non sit, aut ea vti non placeat, producantur H G & K I versus L & N, ab eisque, vti iam dictum est, abscindantur G L & I N dimidio minoris diametri E D æquales. Sic enim eadem, quæ priùs, puncta habebuntur, per quæ figura, quoad fieri poterit, accuratè descripta ellipsis erit, per 21. lemma huius libri.

VII.

Inter eos, qui organicè, vnoque ductu ellipsin describere cum laude docuerunt, pal-
C mam obtinet Guidus Vbaldus è Marchionibus Montis, summi ingenij vir, qui in ea, quam scripsit, Theorica planisphæriorum vniuersalium libro secundo duos præcipuè modos refert, quos hoc loco placuit recensere.

Alter est incerti quidem auctoris: sed inter architectos & cæmentarios vsitatissimus, qui dum ad cameras struendas asseres parant, lapideis fornicibus sustinendis accommodos, filo circa duos clauiculos circumacto mechanicè ellipsin describunt. Cuius praxis sic se habet:

Datis extremis diametris, maxima quidem A B, minima verò C D, ad rectos sese angulos bifariamque secantibus. Centro C, interuallo autem A E circuli peripheria describatur, quæ ipsam A B secet in F & G, hoc est, fiant C F & C G ipsis
D A E & E B æquales. Hoc facto in F & G duo figantur clauiculi, eisque filum aptetur, quod duplicatum, colligatisque extremis, longnitudinem A G vel F B exæquet. Deinde filo clauiculis circumiecto graphicus stylus inseratur, isque tenso semper filo circumducatur, sic vt cuspide primùm tangat punctum A, deinde H, tum C, posteà B, ac tandem cetera quæ sese ordine consequuntur, vsq. dum in A, vnde moueri cœperat, restituatur. Hoc namque ductu ellipsin describi idem Guidus ex 52. propositione libri tertij Conicorum Apollonij acutè demonstrat. Cùm enim triangula F C G, F H G isoperimetra sint, hoc est æqualium simul sumptorum la-
E terum, quòd scilicet eodem filo contineantur; si commune latus F G subducatur, reliqua duo latera F H, H G simul sumpta duobus reliquis F C & C G simul sumptis æqualia erunt. At cùm F C æquale sit A E, & C G ipsi B E æquale ex hypothesi & constructione, erunt F C & C G simul sumpta toti diametro A B æqualia: quare & F H H G eidem A B æqualia erunt: atque eapropter per 52. tertij Conicorum Apollonij figura per A H C B D descripta ellipsis erit.



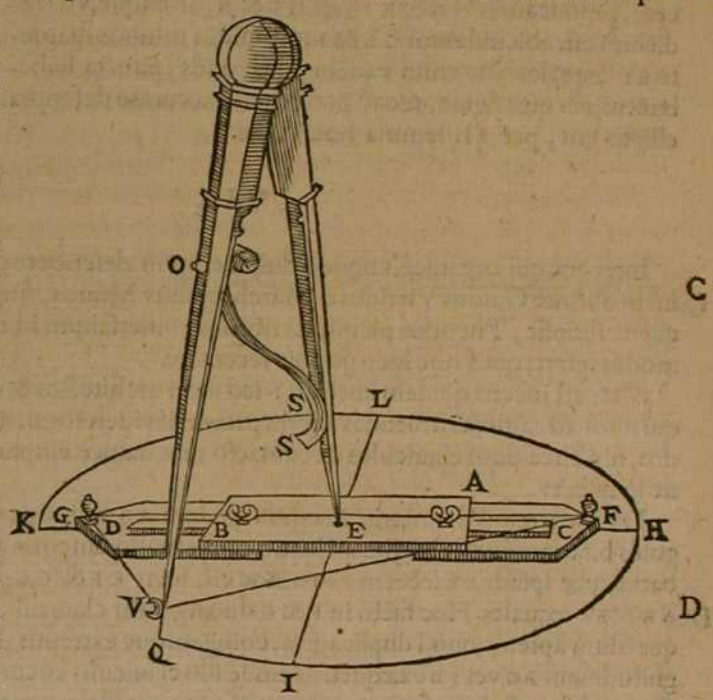
Quoniam verò subinde euenit, vt A B obliquis admodum angulis secetur à circuli peripheria, quæ ex centro C per F & G ducitur, quod præsertim fit cùm C E ipsi A E propemodum est æqualis, hanc ob causam alium modum Clauius præscribit, quo loca cla-
F uiculorum accuratè designari queunt. Descripto nimirum circum A E semicirculo, accommodetur in eo A I dimidio minoris diametri C E æqualis, & E I iungatur. Erit igitur E I æqualis ipsis E F & E G. Quoniam enim in triangulis C E F & A I E anguli E & I recti sunt, erit per 47. primi Euclidis quadratum C F quadratis C E & E F; itemque quadratum A E ipsis A I & I E quadratis æquale: sed quadratum C F æquale est quadrato A E, propterea quòd C F ipsi A E sit æqualis: igitur quadrata A I, I E quadratis C E & E F æqualia erunt. Est verò A I quadratum quadrato C E æquale ob laterum A I & C E æqualitatem: itaque & quadratum I E ipsi E F quadrato erit æquale: ac proinde & latera I E & E F æqualia; quod erat ostendendum.

Poterat igitur ex conſectario lemmatis 14. libri quarti breuiùs demoſtrari, hoc modo: A
Cùm in triangulis rectangulis C E F & A I E ſit latus C F lateri A E & A I ipſi C E exconſtructione, erit per iam citatum conſectarium & reliquum latus I E reliquo E F æquale.

Clauius libro primo Gnomonices, propoſitione 8. loco clauiculorum circinum deſcribit, cuius inſecta ſunt crura, cochleiſque aſtricta, vt inflecti cùm libuerit poſſint, & clauiculorum locis ad rectos angulos infigi; vult etiam vt eadem crura canaliculos habeant iuxta extremas cuſpides per circuitum inciſos, quibus filum contineatur ne aut ſurſum repat, aut infrà in ipſam cuſpidis extremitatem prolabatur.

VIII.

Nos verò alium circinum aliquando conſtruximus, cuius vna circulatione ellipſis B
egregiè deſcribebatur, altero crure quieſcente, atque in centrum ellipſis defixo; cuius ſchema hoc loco adiungere placuit, quòd ex eadem demõſtratione pendeat. Fabricetur regula A B oblonga atque rectangula ex orichalco, aut alia materia ſolida, in cuius medio ſignetur punctum E, quod centro reſpondeat futuræ ellipſis: ſecundùm longitudinem verò canalem ſubtus habeat excauatum per quem curſores duo C & D, liberè moueantur, ſitque is in imo latior paululùm, quàm in ſummo, vt curſores vbi opus erit cochleolis aſtringi poſſint. Habeant & iam dicti curſores in extremitatibus clauiculos F & G alicuantulum inciſos, vt circumiectum filum circini ductu à proprio loco non dimoueatur. Circinus quoque comparetur à vulgari haud multùm diſtans, niſi his tantùm: primò vt caput remiſſius ſit ac minùs, quàm in alijs ſolet, firmiter aſtrictum; deinde vt alteri crurum intus affixa ſit tenſilis lamina ex chalybe leuiter temperato, quæ circini compreſſione vltra ſtatum coacta proprio renixu alterum crus in aduerſam partem diuellat, cuiuſmodi hoc loco ſignatur literis o s, ad o quidem circino adhęreſcens, parte verò s alterum crus premens. Denique idem circinus ad mobilis cruris extremitatem E
habeat extantem lunulam notatam litera v, quæ filum excipiat contineatque, ne quàm par eſt liberiùs euagetur.



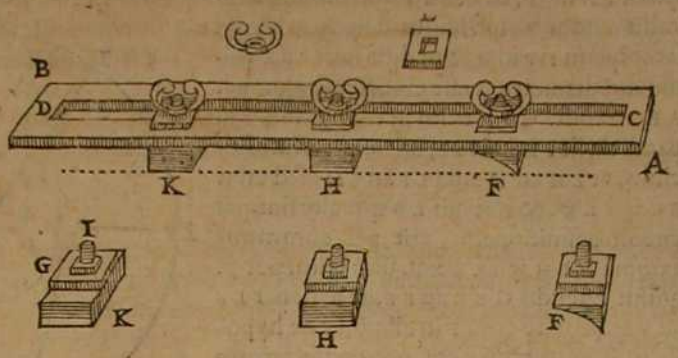
Hoc organo ſi circum extremas diametros H K quidem maximam, I L verò minimam ellipſis vno ductu decircinanda ſit: inueniantur primùm loca clauiculorum F & G modo ſuperiùs explicato: deinde curſores pari interuallo ab E dimoueantur, donec ipſorum clauiculi diſtantiam capiant lineæ F G: tum filum his circumponatur, quod duplicatum iunctiſque extremitatibus æquale ſit alteri linearum F K vel G H, vnoque circini pede in E defixo, altero autem nonnihil compreſſo filum intra lunulæ v ſinum excipiatur. Hic porrò pes circumactus mucrone Q ellipſin deſcribet, vt priùs: nam lamina o s F
mobile quidem crus circini aſſiduè premens à centro propellit, at filum renitens intra ellipſeos fines coërcet, nec longiùs abire permittit.

IX.

Alter modus, quem Guidus Vbaldus propoſuit, ex 21. lemmate huius libri originem ducit, ſolaque regula & tribus curſoribus rem peragit, cuius primùm conſtructionem, deinde vſum, qui ad ellipſes æneis laminis inſculpendas accommodatior eſt, exponemus. Eſto igitur A B regula ſolida atque rectangula, quæ in longitudinem pertuſa ſit longo canali rectangulo, ac parallelis lateribus contento C D, per quam tres curſores

F, H

A FH & K liberè diſcurrant, qui & cochleolis, vbi opus erit, firmari poſſint. Habeant porrò duo è curſoribus ſubtus quadratas teſſeras, velut baſes; tertius autem præacutum mucronem ex chalybe durè temperato, qui cum teſſerarũ lateribus in eam-

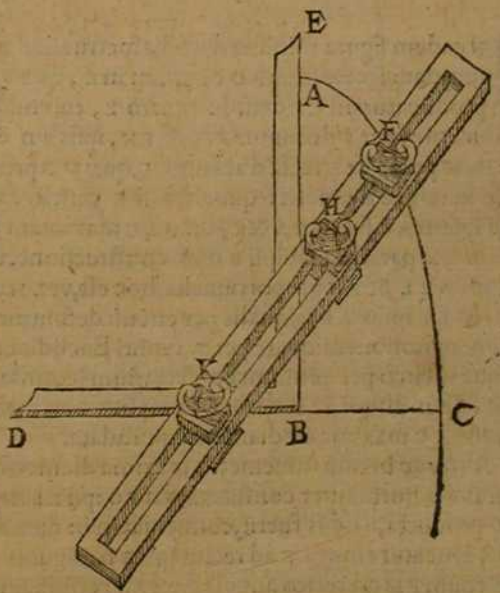


B dem rectam lineam coincidat. Vt autem hæc planiùs intelligantur, ſeorſum breuiter curſorum ac ſtyli formam oſtendere operæ pretium erit.

Sit vnius curſoris ſolitariè expoſiti ima teſſerã K, cui alia incumbat teſſella G, paulò quidem anguſtior, ſed quæ latitudini canalis exactè reſpondeat, ſic tamen vt curſor liberè moueri poſſit; altitudo verò craſſitiem laminæ proximè exæquet: ex huius medio teres cylindrus emineat I helicen à ſummo ad imum inſculptam habens, cui mater M he-

C lice quoque intus incisâ perfectè congruat. ſit quoque L tenuis lamella quadrato foramine pertuſa, per quod I traijci poſſit. Huic curſori tribus partibus compoſito, alter H per omnia ſimilis conſtruendus eſt; tertius autem F id tantummodò peculiare habeat, quòd pars eius infima loco teſſeræ in cuſpidem deſinat præacutam, qua ellipſis deſignatur. Igitur vt ad vſum hoc inſtrumentum aptetur, curſores omnes in canalem laminæ inſerantur; deinde lamellæ, cuiuſmodi vna eſt L, in ſingulas extantes cochleas inijciantur; hæ demum matribus perſtringantur.

Propoſitis iam futuræ ellipſeos extremis ſemidiametris A B & B C, ad rectos angulos compoſitis, norma ipſis applicetur E B D; curſores verò inſtrumenti ita



D diſponantur, vt interuallum duorum H & K ſemidiametro B C ſit æquale, extremi autem F & K maximam ſemidiametrum capiant A B. Iam ſi regula ita moueatur, vt duorum curſorum F & H, quibus teſſeræ ſubſunt, latera normam perpetuò premant, nec vmquam ab eius contactu diſcedant; perſpicuũ eſt ſtyli mucronati inceſſu quartã partem ellipſis A K C vno ductu

E deſcribi, quòd per 21. lemma eius ſtyli cuſpis perpetuò in ellipſi ſit, quocũq. tandem loco exiſtat. Eodemque modo quadrantes reliqui delineabuntur, tranſlata, ſi opus erit, norma ſtyloque.

Sed hoc obſerua, normæ craſſitiem minorem paululum eſſe debere curſorum F & H teſſeris, ne dum regula ſupra normam mouetur, ipſa regula normaque inuicem confricentur.

F

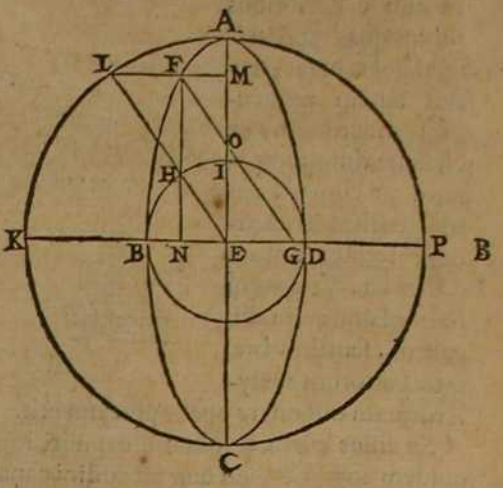
LEMMA XXIII.

Data maxima diametro, & alio quopiam puncto per quod ellipſis incedat, minimam diametrum reperire.

ESTO maxima diametrus data A C, punctumque F per quod ellipſis incedat; ſit autem inueſtiganda minima diametrus: circa maximam diametrum circulus deſcribatur A K C P, ipſamque A C bifariàm & ad normam ſecet K P in E; ab F verò ad A C perpendicularis producatur F M, quæ producta in circuli peripheriam incidat ad

ſignum

signum L: simili modo ab F ad K P perpendicularis demittatur F N, iunctaque E L secet A
ipsam F N in H, & centro quidem E, interuallo autem E H circulus describatur, qui secet ipsam K P in B & D: dico igitur B D minimam diametrum esse eius ellipsis, quæ per A F C transit. Cùm enim in triangulo E L M parallela sit F H ipsi M E, erit per 2. sexti Euclidis, vt L H ad H E, ita L F ad F M: sed cùm E L ipsi E K, & E H ipsi E B æquales sint per circuli definitionem, erit per commune axioma & L H ipsi K B æqualis: igitur per 7. quinti Euclidis vt K B ad B E, sic se habet L F ad F M. Quare cùm F in ellipsi sit ex hypothesi, & B in ellipsi erit per consectarium primum 18. lemmatis; atque eapropter B D minima diametrus est, quæ fuerat postulata: ipsa namque per centrum E, & ad rectos ipsi A C angulos ducitur.



Aliter idem ac etiam breuiùs hoc modo perficietur: Ab F ad K B ducatur F G ipsi A E æqualis, quæ secet A E in O: dico F O æqualem esse minimæ semidiametro postulatæ. C
Quare si à puncto E ex linea K P vtrimq. abscindantur portiones E B & E D ipsi F O æquales, erit per 20. lemma tota B D minima diametrus, quam inuestigare oportuit.

LEMMA XXIV.

Data minima diametro, & alio quouis puncto per quod ellipsis incedat, maximam diametrum inuenire.

In eadem figura minima data diametrus sit B D, punctumq; datum F, per quod ellipsis incedat: seceturque B D bifariàm in E, ex E verò perpendicularis excitetur E A, quæ D
producatur in C: deinde centro E, interuallo autem E B vel E D circulus describatur: tum per F ducantur F M & F N, ipsis B D & E A parallelæ, secetque F N circulum in H, ac per H ex E recta ducatur E L, quæ M F productam secet in L: dico E L dimidium esse maximæ diametri: quocircà si E centro, & interuallo E L circulus describatur qui ipsam A C secet in A & C, dico A C maximam esse diametrum postulatam. Quoniam enim L M parallela est ipsi B D ex constructione, erunt per 11. lemma lib. 4. segmenta linearum E L & F N proportionalia, hoc est, vt L H ad H E, sic F H ad H N: sed cùm E H ipsi E I, & E L ipsi E A sit æqualis per circuli definitionem, erit L H ipsi A I æqualis, per communem notionem: quare per 7. quinti Euclidis erit quoque vt A I ad I E, sic F H ad H N;
atque idcircò per primum consectarium lemmatis 18. cum F ex hypothesi in ellipsi sit, E
erit & A in ellipsi. Est verò A C ex ipsius B D medio puncto E ad rectos angulos excitata: itaque A C maxima est diametrus postulata.

Aliter ac breuiùs inuenietur maxima diametrus quæsita hoc modo: A C ad medium ipsius B D normaliter constitutà, fiat F O ipsi E B æqualis, producaturque F O quoad cum B D producta, si opus fuerit, conueniat in G: dico F G dimidio maioris diametri æqualem esse. Ducatur enim F N ad rectos ipsi B D angulos, quæ circulum B I D secet in H; ducatur etiam F M ad rectos angulos ipsi A E: erunt igitur F N & F M ipsis A E & B D parallelæ; ex E autem per H recta agatur E H, quæ producta cum M F item producta conueniat in L: quoniam igitur in triangulis E H N & F O M anguli N & M recti sunt, & latus E H lateri F O ex hypothesi est æquale, itemque N E latus æquale lateri F M per 34. primi Euclidis, erunt ipsa triangula E H N & F O M æquiangula, & æquilatera per consectarium conuersi lemmatis 14. libri quarti: æqualis igitur est angulus E H N angulo F O M: sed eidem angulo E H N æqualis est angulus H E O per 28. primi Euclidis, quòd videlicet F N & A E constitutæ sint parallelæ: igitur & H E, F O parallelæ erunt per 29. primi Euclidis: quare tota E L ipsi F G parallela erit. Sunt verò & L F, & E G ex constructione parallelæ: itaque æquales inter se erunt E L & F G, per 34. primi Euclidis: à quibus si æquales detrahantur F O & E H, relinquentur O G & L H æquales: at iam proximè ostensum est E L dimidio maioris diametri æqualem esse: quòd sit vt L H ad H E, sic F H ad H N:

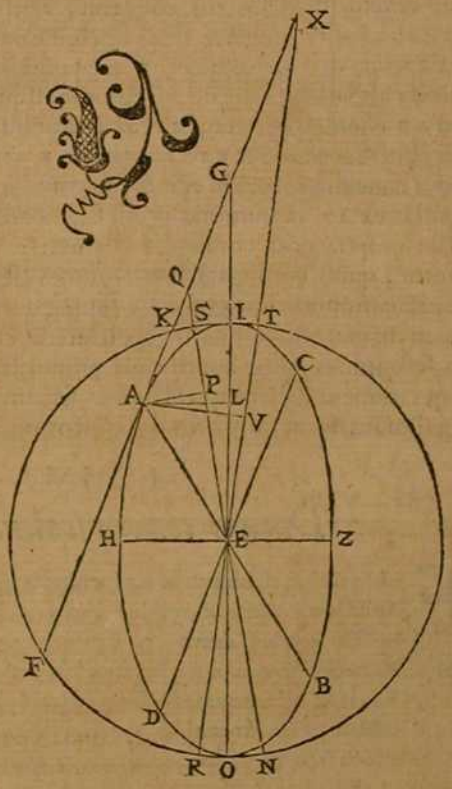
igitur

A igitur & F G dimidio maioris diametri æqualis erit. Quare si circa E L velut semidiametrum ex centro E circulus describatur qui secet A C (normalem scilicet minimæ diametro B D) in A & C, erit eadem A C maxima diametrus quæ fuerat postulata, vt ex vigesimo lemmate huius libri manifestè constat.

LEMMA XXV.

Datis quibuscumque diametrorum coniugationibus ellipsis circulo inscribendæ, extremas diametros seu axes inuestigare.

B ELLIPSIS datæ axem, seu maximam diametrum reperire docet Apollonius Pergæus libro 2. Conicorum, propositione 47. at quoniam eius constructio ellipsin iam descriptam supponit, subinde autem hoc in libro axes quærendi sunt inscribendæ circulo ellipsis, alia nobis ratio ineunda fuit. Sunto igitur A B & C D coniugatæ quidem, at non extremæ diametri ellipsis nondum descriptæ, quæ sese decussent in E ipsius ellipsis centro. Sit verò I K F O circulus, cui ellipsin inscribere oportet, quæ æqualem C maximã diametrum habeat ipsius quidem circuli diametro æqualem, sed cuius positio situsque ignoratur: igitur per A recta ducatur alteri diametro C D parallela, quæ circulum secet in F & K, versus K autem ea infinitè producatur: hæc per 32. primi Conicorum Apollonij ellipsin continget in A. Deinde per 11. lemma fiat vt F A ad A K, ita F G ad G K: à G autem per centrum E recta D traijciatur G O circulum secans in I: dico I O maximam esse ellipsis diametrum postulatam. Si enim id negetur, necesse est dicere maximã diametrum ellipsis productam cum F G tangente vel infra vel supra punctum G conuenire. At impossibile vtrumque hoc pacto ostenditur.



Sit primò maxima diametrus N S, eadem videlicet, quæ & circuli; hæc autem E producta concurrat cum F G ad signum Q: à puncto verò A rectis ipsi N S angulis ducatur A P: quoniam igitur per 32. primi Conicorum Apollonij F G ellipsin contingit, erit per 36. eiusdem primi Conicorum Apollonij vt N P ad P S, ita N Q ad Q S. Quare erit quoque per lemma 23. libri quarti, vt F A ad A K, sic F Q ad Q K: quod fieri nequit, cùm per constructionem effecta sit F G ad G K, quemadmodum F A ad A K. Non est igitur N S, aut quæcumque demum producta infra punctum G in lineam tangentem F G cadit, maxima ellipsis diametrus.

Eodem verò modo demonstratio instituetur in illis, quæ productæ supra G cum F G concurrunt, veluti in proposito schemate est R T, quæ producta in F G item productam incidit ad signum X. Si enim ducatur A V ad rectos ipsi R T angulos, quoniam A X ellipsin tangit, erit per 36. primi Conicorum Apollonij vt R V ad V T, ita R X ad X T, & per F lemma 23. libri quarti vt F A ad A K, ita F X ad X K, quod cùm fieri non possit, (siquidem facta est F G ad G K, vt F A ad A K) nec R T maxima diametrus ellipsis esse poterit: sed nec alia vlla, quæ producta supra vel infra G cum F G concurrit: igitur I O à G per centrum E ducta maxima est ellipsis diametrus postulata; cui si ad rectos angulos per centrum quoque E adiungatur H Z, vt lemmate vigesimo tertio superiùs ostendimus, hæc minima erit priori coniugata.

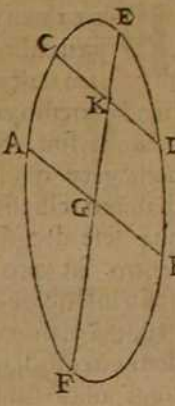
LEMMA

A

LEMMA XXVI.

Data ellipſi, vnáque eius diametro, alteram ei coniugatam aſsignare.

NON erit difficile in ellipſi vna diametro data, alteram ei coniugatam reperire, ſi data diametrus ſit figuræ axis, ſeu extrema linearum quæ per centrum duci poſſunt. Nam ſi data diametrus ſecetur bifariàm, ac per ſectionis punctum alia agatur ad rectos eidem angulos, quæ vtrimque in peripheriam figuræ incidat, factum erit propoſitum: hæc enim erit altera diametrus poſtulata; ſiquidem axes ellipſis, ſeu extremæ diametri, hoc eſt maxima & minima, ſe mutuò non tantùm bifariàm, (quod omnibus, licet non coniugatis diametris, conuenit) verùm etiam ad normam ſecant. Itaque vt vniuersè rem concludamus, eſto propoſitæ ellipſis A E B F, vna diametrus quæcumque poſitione data A B, ſitque inuenienda altera ei coniugata: ducatur in ellipſi alia quæpiam linea C D ipſi A B æquidiſtans; vtraque verò ſecetur bifariàm, hæc in K, illa in G; per puncta autem G & K recta agatur E F, vtrimque in ellipſin incurrens: hanc dico alteram eſſe diametrum priori A B coniugatam, vt conſtat ex 17. definitione primi Conicorum Apollonij; hæc enim velut propria nota coniugatæ diametri à non coniugatis diſcriminantur, quòd coniugatæ lineas omnes alteri parallelas bifariàm ſecent: quamobrem lineæ quæ vni coniugatarum diametrorum ducuntur parallelæ, ad alteram diametrum ordinatim applicari dicuntur, quòd illa diametro cui adiunguntur, ita ſecentur vt partes continuam proportionem ſernent: nam earum quadrata inter ſe eam rationem habent, quam quæ ex ſecantis diametri partibus fiunt rectangula, vt idem Apollonius docet libro primo Conicorum, propoſitione vigeſima prima.



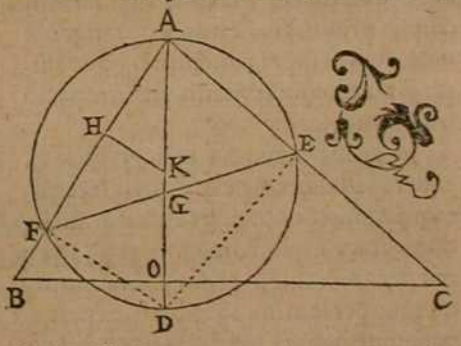
B C

LEMMA XXVII.

D

Datum conum ſcalenum ſubcontrariè ſecare.

ESTO conus ſcalenus A B C, cuius baſis B C circulus; oporteat autem conum ſubcontrariè ſecare, hoc eſt, portionem ab eo reſcindere, cuius triangulum per axem, exempli gratia A E F, triangulo A B C ſimile ſit, hoc eſt, æquales habens angulos, latera autem proportionalia: à vertice A demittatur A O baſi B C perpendicularis, & ſumpto in ea quouis puncto K, hoc velut centro, interuallo autem A K circulus deſcribatur A E D F, qui per coni verticem incedat, ſecetque reliqua duo coni latera A B & A C in F & E: dico E F ſectionem eſſe baſi ſubcontrariam, hoc eſt, triangulum A E F triangulo A B C ſimile eſſe, ſeu æquiangulum, & lateribus proportionatũ. Ductis enim E D & F D, erunt anguli D E A & D F A recti per 31. tertij Euclidis, vtpote in ſemicirculis, & D E ad A C, vti D F ad A B perpendiculares per 10. definitionem primi Euclidis: ſed & anguli A O B & A O C ex poſitione ſunt recti: igitur rectangula ſunt ipſa triangula A O B & A F D; quibus cùm angulus B A D communis ſit, erit & reliquus angulus A B O reliquo angulo A D F æqualis. Quoniam enim per 32. primi Euclidis tres anguli cuiuſque trianguli duobus rectis ſunt pares, habetque vterque horum vnum rectum, erunt duo reliqui vnius, duobus reliquis alterius æquales; ſublato igitur communi B A D, erit reliquus A B O reliquo A D F æqualis. Eſt verò eidem angulo A D F æqualis angulus A E F, tum quòd in eodem ſint A E D F ſegmento, tum propter triangulorum F G D & A G E ſimilitudinem. Cùm enim per 35. tertij Euclidis ſit rectangulum ſub A G, & G D ei quod ſub E G & G F comprehenditur æquale, erit per 16. ſexti Euclidis vt A G prima ad ſecundam G E, ita D G tertia ad G F quartam; ſunt verò per 15. primi Euclidis anguli interſecantium ſe linearum A D & E F ad verticem G æquales: igitur



E

F

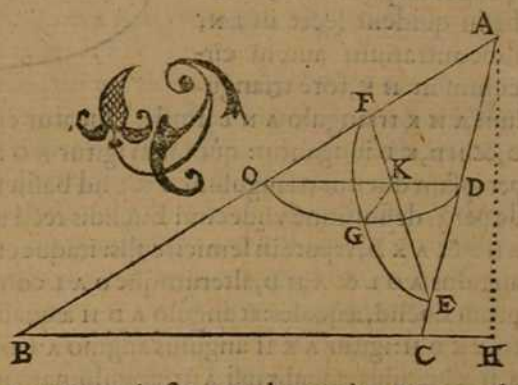
A igitur per 6. ſexti Euclidis æquiangula ſunt ipſa triangula A G E & D G F; & angulus quidem A E F angulo A D F æqualis: quare & angulus A B C eidem angulo A E F æqualis erit. At eodem modo æqualis probabitur A C B angulus angulo A F E, quòd angulus A C O æqualis ſit A D E angulo; hic autem ipſi A F E, vtpote in eodem ſegmento: igitur cùm angulus B A C communis ſit, erit triangulum A E F triangulo A B C æquiangulum, ac propterea ſimile per 4. ſexti Euclidis: vtque A B ad A C, & hæc ad B C, ita A E ad A F, & hæc ad E F; quocirca E F ſubcontraria eſt ſectio poſtulata.

Si à certo quopiam puncto in altero latere trianguli per axem dato, puta F, ſubcontraria ſectio inchoanda ſit, ſecetur A F bifariàm in H, & à ſectionis puncto H perpendicula-
B ris ipſi A F excitetur H K, quæ ipſam A D ſecet in K: dico K centrum eſſe, ex quo deſcriptus per A circulus, ſimul per F & E tranſit, vbi ſcilicet F E conum A B C ſubcontraria ſectione à puncto F inchoata diſcindit. Ductis enim F D & E D, eadem fiet demonſtratio quæ ſuprà: igitur conſtat propoſitum.

LEMMA XXVIII.

Si coni ſcaleni baſis circulus ſit, & ſubcontraria ſectio circulum exhibebit.

C SIT, vt ſuprà, conus ſcalenus A B C, cuius vertex quidem A, baſis autem circulus circa diametrum B C animo deſcriptus, ſeceturque conus plano A B C per axem, & ad baſin recto: quod fiet, ſi à vertice A perpendicularis ad baſin producta, ſi opus erit, demittatur A H per 11. vndecimi Euclidis, per A H verò & axem planum extendatur; hoc enim per 18. vndecimi Euclid. ad baſin rectum erit: ſecetur quoque conus alio quodā plano F G E ad idem
D triangulum per axem A B C recto, ſed baſi ſubcontrariè poſito, ſic vt ex triangulo per axem abſcindat triangulum A E F triangulo A B C ſimile, in quibus angulus quidem A communis ſit, angulus verò A E F angulo A B C, & reliquus A F E reliquo A C B æqualis: dico ſectionem F G E circulum eſſe. Nam ſi aliud planum intelligatur O G D baſi parallelum, quod ipſum F G E interſecet in communi recta linea G K, perſpicuum eſt planum O G D circulum eſſe per 4. primi Conicorum Apollonij. Et quoniam vtrumque planum O G D & F G E ad triangulum per axem A B C rectum eſt, erit quoque per 19. vndecimi Euclidis communis illorum ſectio G K, ad idem planum A B C recta: quare per definitionem 3. vndecimi Euclidis eadem G K
E vtrique O D & F E perpendicularis erit: ac proinde per 17. ſexti Euclidis quadratum G K æquale eſt ei, quod ſub O K D comprehenditur, rectangulo, quod G K inter O K & K D medium proportionis locum obtineat per 2. lemma huius libri. Sed angulus F O K æqualis eſt angulo A B C per 29 primi Euclidis; angulo autem A B C æqualis angulus D E K ex hypotheſi: igitur F O K angulus angulo D E K eſt æqualis. Eſt verò & F K O angulus æqualis angulo D K E per 15. primi Euclidis: itaque & reliquus O F K reliquo E D K relinquitur æqualis: quocirca æquiangula ſunt ipſa F K O & D K E triangula, in quibus proinde latera E K ipſi O K, & D K ipſi F K proportionalia ſunt: ideoque à prima & quarta rectangulum E K F æquale eſt ei quod à mediis fit rectangulo O K D per 16. ſexti Euclidis: ſed rectangulum O K D oſtenſum iam eſt æquale quadrato G K: igitur & rectangu-
F lum E K F eidem quadrato G K eſt æquale. Ex quo fit per 3. lemma vt G in circulum cadat, cuius diametrus E F.

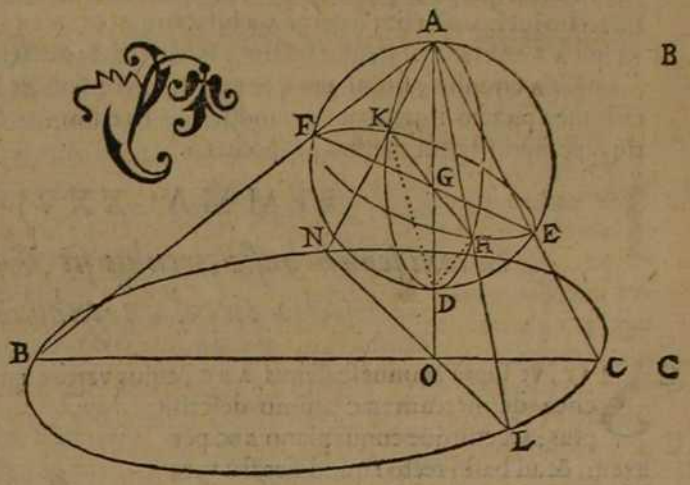


Cumque eodem modo omnes communes ſectiones plani E G F, & eorum quæ baſi æquidiſtantia ducuntur, quocumque loco acciderint, oſtendi queant in circulum cadere; palàm relinquitur ſubcontrariam coni ſcaleni ſectionem E G F circulum eſſe, cuius E F diametrus; quod erat demonſtrandum. Habet hæc ſubcontrariæ ſectionis contemplatio non exiguum momentum ad explicandas ſtereographicas obliquorum circulorum proiecturas, ſiue illi maximi ſint, ſiue non maximi, de quibus infrà ſuo loco; vbi oſtendemus illos omnes circulari forma in planum tranſcribi.

LEMMA XXIX. A

Si conus ſcalenus, cuius baſis circulus alio ſecetur plano baſi ſubcontrario: dico omnia triangula quæ aguntur per axem ab his planis ſubcontrariè diſſecari.

RVRSVS conus ſcalenus exponatur A B C, cuius baſis B N C L circulus, axis verò A O; ſeceturque conus alio quodã plano E H F K baſi ſubcontrariè conſtituto, quod proinde per præcedens lemma circulum gignat, cuius diametrus E F à triãgulo per axem A B C, quod vtrique circulo rectum eſt, portionem auferat A F E ipſi A B C ſimilem: dico ſi per eumdem axem A O agatur aliud triangulum quodcumque A N L, quod baſin quidem ſecet in L N, ſubcontrarium autem circulum in H K, fore triangulum A H K triangulo A N L ſimile. Ducatur enim per A, H, & K circulus qui A O ſecet in D, & H D, K D iungantur: quoniam igitur A O ad baſin B N C L recta eſt, erit quoque quod per ipſam ducitur triangulum A N L ad baſin rectum per 18. vndecimi Euclidis, ac proinde per 3. definitionẽ vndecimi Euclidis recti erunt anguli A O N & A O L; ſed & recti ſunt A H D & A K D, vtpote in ſemicirculis: itaque cùm triangula A O L & A H D rectos habeant angulos A O L & A H D, alterumque O A L communẽ, erunt reliqui A L O & A D H per 32. primi Euclid. æquales: at angulo A D H æqualis eſt angulus A K H, vtpote in eodẽ ſegmento A K D H: igitur A K H angulus angulo A L O eſt æqualis. Eodem verò modo oſtendetur A H K angulus æqualis ipſi A N L angulo: nam in rectangulis triangulis A O N & A K D, quibus communis eſt angulus qui ad verticem A, reliquus quoque A D K reliquo A N O eſt æqualis; A D K autem eſt æqualis ipſi A H K, vtpote in eodem A H D K ſegmento: igitur A H K ipſi A N L eſt æqualis. Quocirca æquiangula ſunt A H K & A N L triangula; ac proinde per 4. ſexti Euclidis proportionalia ipſorum latera, ipſaque ſimilia; quod erat demonſtrandum. Cumque in ceteris triangulis per axem ductis, eadem ſit probandi ratio, perſpicuum relinquitur id, quod vniuerſe fuit propoſitum.

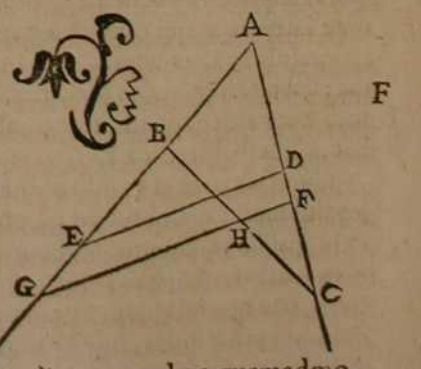


LEMMA XXX. E

Si ſubcontrariarum ſectionum diametri à lateribus trianguli per axem æquales portiones abſcindant, erunt ipſæ diametri inter ſe æquales: aliàs quæ maiorem aufert portionem, ea erit maior.

IN cono ſcaleno A C G ſubcontrariarum ſectionum diametri B C & D E, à lateribus trianguli per axem æquales portiones auferant A B & A D, vel A C & A E: dico ipſas B C & D E æquales inter ſe eſſe. Nam cùm propter triangulorum A B C & A D E ſimilitudinem ſit vt A B ad B C, ita A D ad D E; erit quoque & permutando per 16. quinti Euclidis vt A B ad A D, ita B C ad D E: ſed A B & A D ex hypotheſi ſunt inter ſe æquales: igitur & B C, D E æquales inter ſe erunt.

Si verò ſit F G ſectio ipſi B C ſubcontraria, maiorq; A F quàm A B, vel A G quàm A C maior: dico & F G ipſa B C maiorem eſſe. Eſt enim propter triangulorum ſimilitudinem A B ad B C, quemadmodum



A dum AF ad FG: sed ex hypothesi maior est AF quàm AB, hoc est prima maior quàm tertia: igitur & FG secunda quàm quarta BC maior erit per 14. quinti Euclidis, quod erat probandum.

LEMMA XXXI.

Fieri omnino nequit, vt in cono scaleno subcontrariarum sectionum diametri se mutuò bifariàm secent; si autem vna secetur bifariàm, erit alterius maior portio ea, quæ minori angulo trianguli
B *per axem adiacet.*

IN eadem enim schematis constructione secet FG ipsam BC bifariàm in H: dico FG à BC neutiquam ex æquo diuidi. Quoniam enim in triangulis BHG & FAC anguli ad communem verticem H per 15. primi Euclidis sunt inter se æquales, itemque G & C æquales propter triangulorum ABC & AFG similitudinem, erunt & reliqui B & F inter se æquales: quare per 4. sexti Euclidis proportionalia erunt ipsorum latera. Si itaque quemadmodum BH æqualis est HC, ita esset FH, HG æqualis, sequeretur per 5. sexti Euclidis angulum FCH angulo GBH æqualem esse, quòd nimirum ambo homologis lateribus obijciantur: quocircà parallelæ essent GB & CF per vigesimam octauam pro-
C positionem libri primi Euclidis: quod absurdum est, cùm in puncto A ex hypothesi conueniant: nequit igitur angulus CFH angulo GBH æqualis esse, ac proinde nec FH ipsi HG esse æqualis; quod demonstrandum erat.

Aio verò GH, quæ minori angulo AGF trianguli per axem adiacet, ipsâ HF maiorem esse: nam cùm rectæ lineæ GB & CF in A conueniant, necesse est angulum BGF angulo GFC minorem esse: si enim æqualis esset aut maior, rectæ GB & CF, quantumuis protractæ, ad partes B & F numquam concurrerent; concurrunt autem: igitur minor est angulus BGF angulo GFC: at angulus GFC est æqualis angulo GBC propter triangulorum BCH & FCH similitudinem: itaq; & angulo GBH angulus BGH est minor: quamobrem per 19. primi Euclidis maior est GH quàm HB, & propter triangulorum similitu-
D dinem etiam HC, id est BH maior quàm HF: igitur GH multò est quàm HF maior; quod erat probandum.

LEMMA XXXII.

In cono scaleno, subcontrariarum sectionum quæ alteram bifariàm secat, illa semper est maior.

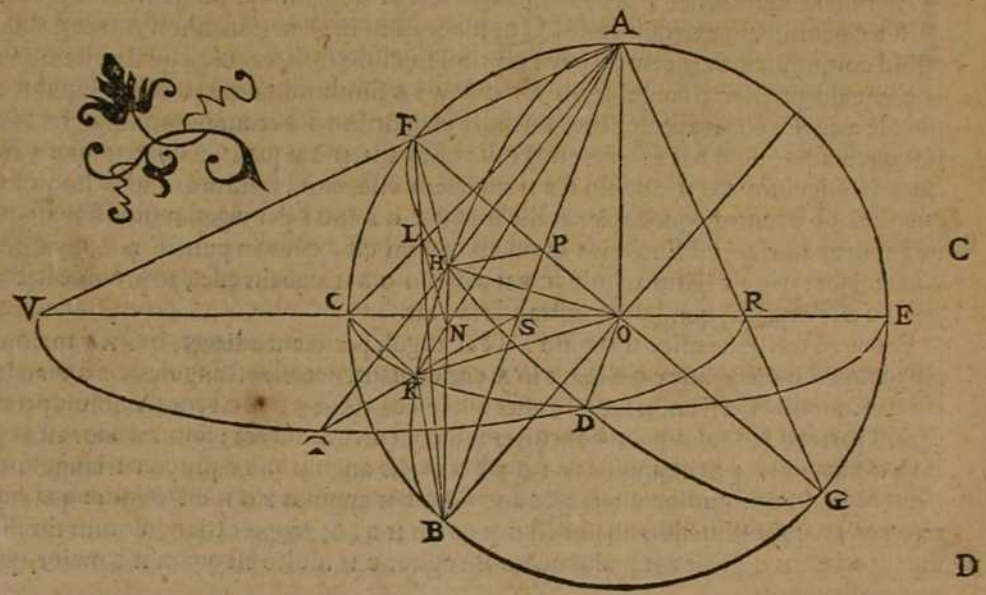
VT si in superiore schemate linea BC ab FG secetur bifariàm: dico FG quàm BC maiorem esse: non enim in primis æqualis esse potest; nam ob triangulorum ABC & AFG similitudinem essent quoque AB & AF, itemque AC & AG æquales; ab-
E latis autem æqualibus AB & AF ab æqualibus AC & AG, reliquæ etiam BG & FC æquales essent: ideoque & GH ipsi HC; & BH, hoc est HC, ipsi HF; ac tandem GH ipsi HF æquales ob triangulorum BHG & FHC similitudinem: sicque ambæ BC & FG sectæ essent bifariàm, quod fieri non posse proximè ostendimus; non igitur esse potest FG ipsi BC æqualis.

Deinde nec minorem esse posse FG ipsâ BC ita ostenditur: Si minor esset FG quàm BC, esset quoque AF quàm AB, & AG quàm AC minor ob triangulorum similitudinem: sublataque AB, quæ ex absurda hypothesi ostensa est maior, ab AG quæ minor ex eadem hypothesi probatur quàm AC, itemque detracta minore AF de maiore AC, relin-
F queretur BG multò quàm FC minor: ac proinde ipsa quoque GH quàm HC, id est quàm BH minor esset: quare per 18. primi Euclidis & angulus GBH angulo G minor: sed angulus C angulo G est æqualis, ob triangulorum ACB & AGF similitudinem; angulus autem GBH, vtpote externus trianguli ABC, maior est angulo C per 16. primi Euclidis: igitur & angulo G idem GBH angulus est maior: erit itaque angulus GBH angulo G maior & minor. quod cùm fieri nequeat, nec FG quàm BC minor erit; quod fuerat assumptum: sed neque æqualem esse posse ostensum iam est: itaque consequens est, vt sit maior; quod erat probandum.

LEMMA XXXIII.

In sphæra si per aduersos polos duorum circulorum æqualium, alius quicumque circulus ducatur, abscindet is à primorum circulorum peripheriis portiones æquales.

AEQVALES in sphæra circuli, vel maximi sunt, vel non maximi: quorum omnium tametsi vna sit demonstratio, ne tamen impliciti casus discursum longiorem obscurioremque efficiant, placet in circulis primùm maximis propositum concludere, ac posteà sigillatim ostendere eamdem demonstrationem in circulis etiam non maximis, sed æqualibus, locum habere.



Esto A polus supernus circuli maximi CDE, B verò polus infernus maximi circuli FDG; & per hosce aduersos polos, hoc est A superum, & B inferum, circulus quicumque ducatur A H K B: dico hunc æquales assumere circulorum portiones, C K ipsi F H, & D H ipsi D K (dico autem superum polum oculo propinquiorem, inferum verò ab oculo remotiorem:) quoniam enim A circuli C D E polus est, erunt A C & A K arcus inter se æquales per poli definitionem, quæ quinta est libri primi Sphæricorum Theodosij. Cùm verò A C & B F eiusdem circuli quadrantes sint, ac proinde inter se æquales, erunt & rectæ lineæ A C & B F, quæ ipsis subiiciuntur, inter se æquales: quamobrem rectæ quoque A K & B H æquales inter se erunt, vt & arcus quos sustinent per 28. tertij Euclidis æquales. Ab arcubus igitur A C & B F si communis portio detrahatur C F, relinquentur arcus A F & B C æquales; ideoque & anguli A B F, B A C æquales per 27. tertij Euclidis, & subtensa latera A E & L B æqualia per 6. primi Euclidis. Eodemque modo si ab æqualibus peripheriis A K & B H communis portio subducatur H K, relinquentur A H & B K æquales: quare & anguli A B H & B A K per 27. tertij Euclidis æquales, subtensaque latera A N, N B æqualia erunt. Cùm itaque in triangulis L A N & L B N æqualia sint latera A L, A N, lateribus B L & B N, vtrumque vtrique, basisque L N communis, erit & angulus L A N angulo L B N æqualis per 8. primi Euclidis. Rursus quoniam in triangulis C A K, F B H sunt latera A C, A K, lateribus B F, B H æqualia, angulusque C A K angulo F B H æqualis, erit & basis C K basi F H æqualis per 4. primi Euclidis: quamobrem & arcus C K & F H æquales inter se erunt per 28. tertij Euclidis; cumque æquales sint peripheriæ D C & D F, sublatis æqualibus C K & F H, relinquentur D H & D K æquales; quod erat demonstrandum.

Idem, ac fortè breuiùs, demonstrari & in hunc modum poterit: Quoniam æquales sunt C D E & F D G circuli, vtpotem aximi, erunt & quæ ab ipsorum polis ad circumferentiam ducentur rectæ lineæ A K & B H inter se æquales: ablata verò ab æqualibus peripheriis A K & B H communi portione H K, relinquetur A H ipsi B K æqualis; ideoque per 27. tertij Euclidis & anguli A B H, B A K inter se æquales. Rursus quoniam in triangulis A O S & B O P recti sunt anguli A O S & B O P per 10. primi Sphæricorum Theodosij,

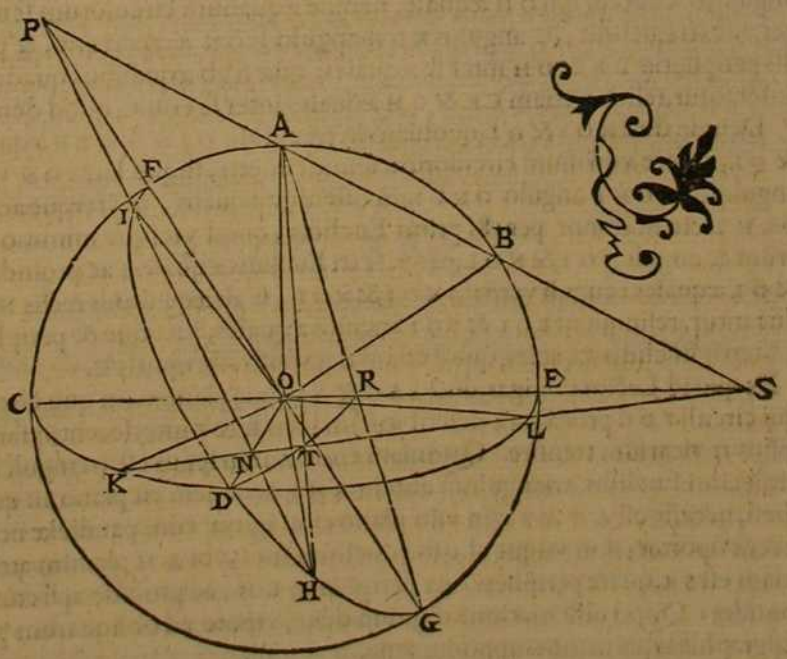
A sij, atque idcirco æquales: itemque A B O angulus angulo B A O in triangulo isoscele A O B æqualis, lateraque A O & O B æqualia, vtpote eiusdem circuli A C B E semidiametri, erunt & reliqua latera trianguli A O S reliquis lateribus trianguli B O P æqualia per 26. primi Euclidis, hoc est A S æquale B P, & O S ipsi O P. Quare in triangulis A K S & B H P, cùm iam ostensa sint latera A K, A S, lateribus B H, B P æqualia, angulusque K A S angulo H B P æqualis, erit per 4. primi Euclidis & basis K S basi H P æqualis. At in triangulis O S K & O P H in quibus æqualia sunt hæc ipsa iam dicta latera K S & H P, æqualia etiam sunt & reliqua, vtrumque vtrique, O K scilicet ipsi O H, nempe æqualium circulorum semidiametri, & O S ipsi O P per iam factam demonstrationem. Igitur per 8. primi Euclidis æquales
B erunt & anguli singuli singulis, id est K O C ipsi H O F; atque ea propter arcus C K arcui F H æqualis erit per 26. tertij Euclidis; quod demonstrasse oportuit.

Quæ in maximis circulis ostendimus, eadem fermè ratione ostendi possunt & in non maximis, si modò æquales ipsi inter se sint. Quoniam enim æquales circuli non maximi à sphæræ centro æqualiter distant per 6. primi Sphæricorum Theodosij, æqualiter quoque distent ab aduersis polis necesse est: siquidem centrum circuli inter polos medium locum obtinet: quare æquales erunt omnes illæ rectæ lineæ, quæ à polis similiter sumptis ad circulorum peripherias extenduntur, vt superiùs A C & A K æquales ipsis B F & B H, posito quòd circuli C D E & F D G æquales quidem sint, at non maximi: cumque & angulus C A K angulo F B H in non maximis circulis iuxtà ac maximis ostendi possit æqua-
C lis, erunt & bases C K & F H inter se æquales per 4. primi Euclidis; ac proinde & arcus qui ipsis insistunt per 28. tertij Euclidis; quod erat ostendendum.

Ex quibus colligi potest, si A F & A H producantur, vsque dum plano, in quo circulus C D E, & circuli F D G proiectura describitur, occurrant ad V & T, productam quoque S K in T incidere. Cùm enim A H & S K in vno sint plano, nempe circuli A H K B, nec sint inter se parallelæ, necesse est ipsas longiùs prouectas coire aliquando. At S K in eodem est plano, in quo & V, T, totaque circuli obliqui F D G proiectura; supponimus enim V & T in ipsius esse circuli C D E plano, in quo est S K: igitur eo loci S K cum A H producta congreditur, vbi A H protracta planum circuli C D E intersecat, hoc est in T; quod ostendisse oportuit, vt planior sit ad obliquarum proiecturarum partitiones accessus,
D quas in Stereographia exhibebimus.

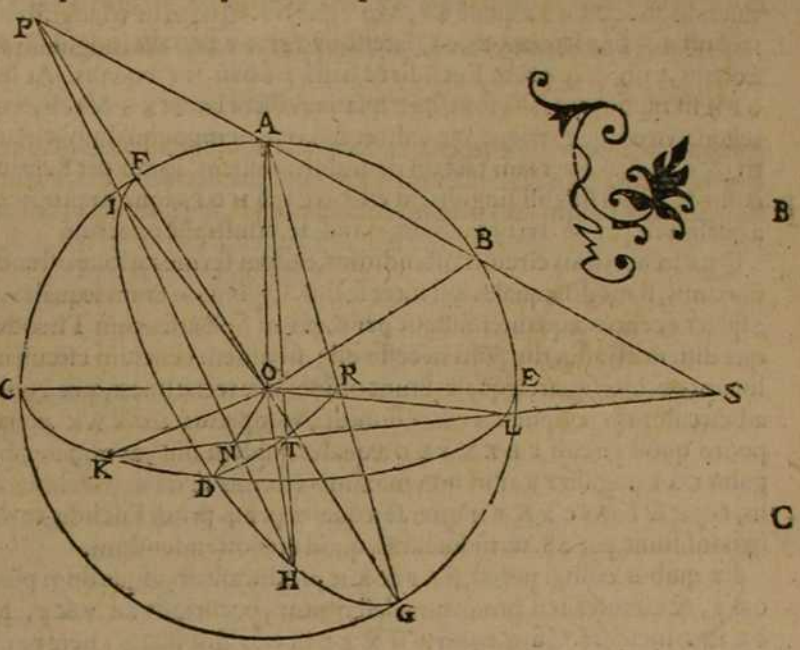
LEMMA XXXIV.

Si per æqualiũ circulorum polos, qui ad eamdem partẽ sunt, planum agatur vtrumq. circulum secans, assumet id à circulorum peripheriis portiones æquales à communi circulorũ sectione inchoatas.



E Sunto duo circuli maximi, C D E cuius polus A, & F D G cuius polus B, ambo ad planum A C G E recti; & A B, quæ propinquos sibi polos iungit, ex vtraque parte producatur,
F donec cum producta C E conueniat ad signum S, cum G F verò item producta ad signũ P: si igitur per vtriusq; circuli polos A & B, qui ad eamdẽ partẽ sunt, aliud quoddam planum ducatur, præter P O S, puta P N S, quod circulum quidem C D E secet in L & K,

circulum autem FDG in I & H; dico peripherias DK & DH, quæ à communi circulo- A
rum sectione D initium sumunt, æquales inter se esse, itemque DL & DI æquales; vnde consequens est vt & CK ipsi GH, & EL ipsi FI sint æquales.



B

Quoniam enim AO æqualis est BO per circuli definitionẽ, erit & angulus ABO angulo BAO æqualis per 5. primi Euclidis: quare & duo anguli APO & AOP, qui per 32. primi Euclidis æquales sunt externo BAO, duobus BSO & BOS æquales erunt, quòd hi item per 32. primi Euclidis sint externo ABO seu BAO æquales. At AOP & BOS sunt inter se æquales per 27. tertij Eucl. quòd scilicet æqualibus peripheriis AF & BE insistant, quæ nimirum à quadrantibus AE & BF, detractâ communi portione AB, relinquuntur: itaque & APO, BSO anguli æquales inter se erunt: ideoque & latera PO & OS per 6. primi Euclidis æqualia. Rursus cùm vterque circulus CDE & FDG ad planum ACGE rectus sit ex hypothesi, erit communis vtriusque sectio DO ad idem planum ACGE recta per 19. vndecimi Euclidis: igitur recti sunt anguli PON & SON per 3. definitionem vndecimi D
Euclidis. Cùm igitur in triangulis PON & SON æquales sint ad O anguli, vtpote recti, & circum ipsos sit latus PO æquale lateri OS, ON verò commune vtrique; erit & angulus PNO angulo SNO per 4. primi Euclidis æqualis, vterque autem recto minor, quòd PON & SON recti sint: quocirca & qui deinceps ONH & ONK anguli æquales inter se erunt; ambo verò rectis maiores, quòd hi vnà cum PNO & SNO bini sumpti duobus rectis sint pares per 13. primi Euclidis: itaque in triangulis ONK & ONH anguli quidem OKN & OHN singuli rectis minores erunt. Est verò ON commune vtrique triangulo, OK autem ipsi OH æquale, nempe æqualium circulorum semidiametri: igitur per 7. sexti Euclidis, & angulus KON angulo HON æqualis erit, & per 26. tertij Euclidis peripheriæ DK & DH inter se æquales: quæ si ab æqualibus quadrantibus DC & DG E
auferantur, reliquæ etiam CK & GH æquales inter se erunt; quod demonstrandum erat.

Deinde ductis OI & OL; quoniam in triangulis OIN & OLN æqualia sunt latera OI, & OL, vtpote æqualium circulorum semidiametri, sitque latus ON vtrique commune, angulusque ONI angulo ONL iam ostensus æqualis, & vterque angulorum OIN & OLN recto sit minor per 18. primi Euclidis, quòd vterque minimo lateri ON insistat; erunt & anguli NOI & NOL, per 7. sexti Euclidis æquales; ac proinde & peripheriæ DI & DL æquales: anguli verò illi NOI & NOL, si ab æqualibus rectis NOE & NOF subducantur, relinquent EOL & FOI angulos æquales, ideoque & peripherias EL & FI per 26. tertij Euclidis æquales; quod etiam demonstrasse oportuit.

Ex quo id Lector colligas, ductis AG & AH, quę planum (in quo circulus CDE, & obli- F
qui circuli FDG proiectura describitur) in locis R & T intersecent, ipsam SK per T signum ipsius H vicarium transire. Quoniam enim AH in ipsius est trianguli AHP plano per 2. vndecimi Euclidis, triangulum autem AHP in eodem est plano in quo & SK ex hypothesi, necesse est AH & SK in vno plano esse: igitur cùm parallelæ non sint, sese intersecent oportet; non vtique alio in puncto quàm T, vbi AH planum attingit CDE, in quo etiam est S K: quare peripheria RT peripheriæ GH, ac proinde ipsi etiam CK aspectu respondet. Quod obseruatione dignum duxi, vtpote ad obliquarum proiecturarum stereographicas partitiones apprimè vtile.

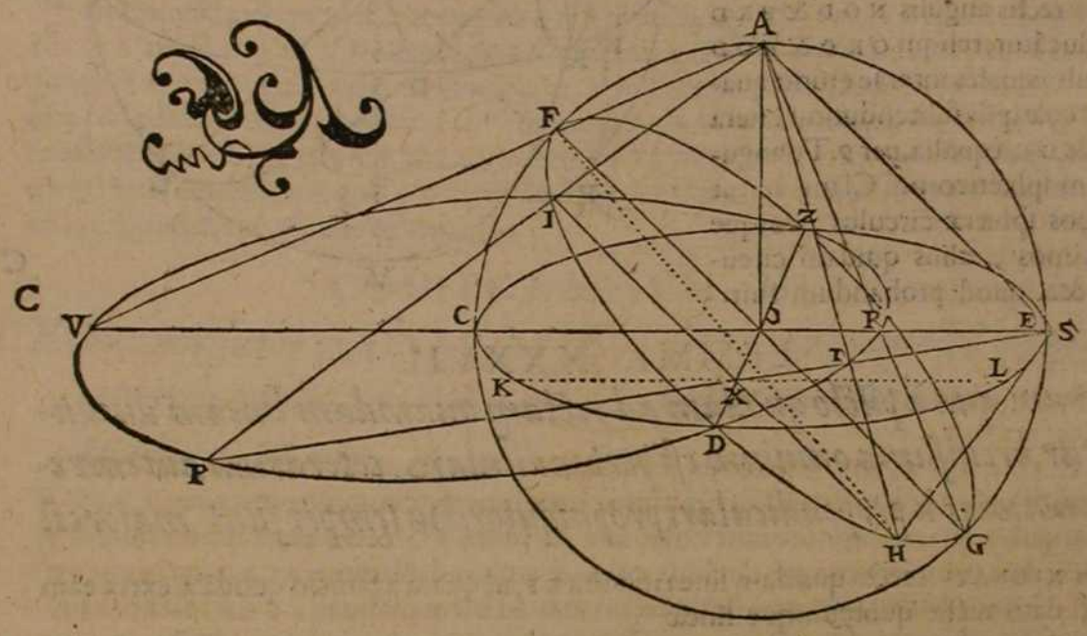
LEMMA

A

LEMMA XXXV.

Esto recta AS *diametro circuli obliqui* FG *parallela: aio ductum per* AS *planum* ASHI *abscindere de circuli* FDG *peripheria portiones* FI *&* GH *æquales.*

B FINGE namque animo per A S actum esse aliud quodpiam planum circulo F D G parallelum: cùm ergo planum A S H I in vtrumque incidat, erunt per 16. vndecimi Euclidis communes illorum sectiones A S & H I parallelæ: sed eidem A S parallela



D

est F G ex hypothesi: itaque H I & F G inter se parallelæ erunt per 9. vndecimi Euclidis: quocircà ductâ F H, erit angulus F H I angulo G F H æqualis per 29. primi Euclidis; ideoq. & peripheriæ F I, G H, quibus illi insistunt, æquales inter se erunt per 26. tertij Euclidis; quod probandum erat.

Nunc si A H & A I plano subiecto occurrant in T & P, manifestum est per commune Proiecturarum axioma P ipsius I, & T ipsius H proiecturam esse; itemque V P ipsam peripheriam F I, & R T ipsam G H repræsentare. Vt igitur F I & G H reipsa æquales inter se sunt, ita & V P, R T æquales sunt repræsentatione. At verò si per X communem intersectionem D O & H I recta ducatur K L ipsi C E parallela, erunt C K & E L æquales tum in-

E ter sese per iam factam demonstrationem, tum ipsis F I & G H per 13. lemma huius libri. Quare S T P per X communem intersectionem D O & K L ducta arcus V P & R T arcubus C K & E L apparentiâ æquales intercipit. Atque hæc quoque obseruatio ad obliquarum proiecturarum stereographicas distributiones in posterum vtilis erit.

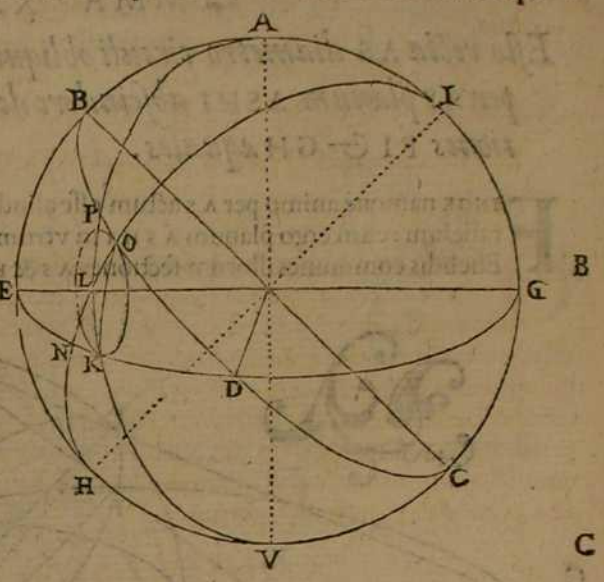
LEMMA XXXVI.

Si duos sphæræ circulos, eósque maximos, alius quidam circulus non maximus contingat, erunt arcus à communi ipsorum sectio-

F *ne ad contactus pertinentes inter se æquales.*

CIRCELLVS inquam O K, cuius polus L, duos sphæræ circulos, eosque maximos B D C & E D G contingat, hunc in K, illum in O: dico arcus D O & D K æquales inter se esse. Ducatur enim per L polum circelli O K, & per contactum O circulus maximus O L, qui circulum E D G secet in N: simili modo per L & contactum K, circulus ducatur maximus K L, qui circulum B D C secet in P: quoniam igitur circulus O L N transit per polum circelli O K, & contactum O, transibit is etiam per polos circuli B D C, nempe I & H, per 5. secundi Sphæricorum Theodosij. Eademque ratione K L P per A & V polos circuli E D G incedet: quocircà per 15. primi Sphæricorum

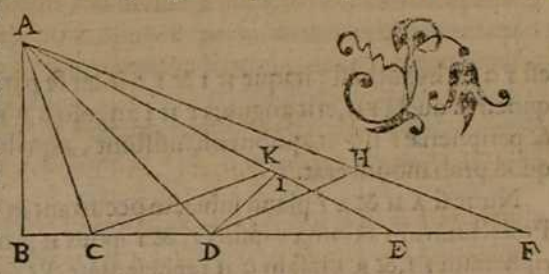
Theodosij anguli N O D & P K D recti erunt & æquales. Rursus cùm L sit circuli O K polus, erunt arcus L O & L K inter se æquales, vt ex quinta definitione primi Sphæricorũ Theodosij colligi potest. Ducto itaque per O & K circulo maximo O K, erit O L K triangulum isosceles, ac proinde eius, qui ad basin sunt anguli L O K & L K O inter se æquales, per octauam Triangulorum sphęricorũ Clauij: qui proinde si ab æqualibus rectis angulis N O D & P K D subducãtur, reliqui O K D & K O D anguli æquales inter se erunt: quare & quæ ipsis subtenduntur latera D O & D K æqualia, per 9. Triangulorum sphæricorum Clauij. Igitur si duos sphæræ circulos, eosque maximos, alius quidam circulus, &c. quod probandum fuit.



LEMMA XXXVII.

Earum, quæ à pũcto quodam ad rectam quamdam lineam ducuntur, breuissima omnium est perpendicularis: ceterarum autem remotiores à perpendiculari propinquioribus semper sunt maiores.

EXPONATVR recta quædam linea infinita B F, ad quam à puncto quodã A extra eam dato rectæ quotcumque lineæ protendantur, è quarum numero A B ipsi B F sit perpendicularis; ceteræ autem ductæ vtcumque: dico primò, breuissimam omnium esse A B perpendicularem. Quoniam enim A B C rectus est angulus ex hypothesi, erunt singuli reliquorum in triangulo A B C recto minores, quòd per 32. primi Euclidis ambo simul sumpti vni recto sint æquales. Maximus igitur est A B C angulus trianguli A B C, cui proinde maximum latus subtenditur A C per 19. primi Euclidis. Cumque eodem modo A D maximum ostendi possit latus trianguli A B D, & A E trianguli A B E maximum, ac sic de ceteris, fit, vt A B minima sit illarum omnium, quæ à puncto A ad lineam B F extendi possunt.



Deinde per 16. primi Euclidis externus angulus A C D interno & opposito A B C est maior; erit ergo is quoque maximus eorum qui in triangulo A C D sunt angulorum. Quare per eamdem 19. primi Euclidis, quod ei subtenditur latus A D omnium erit maximum, ideoque ipso A C maius; id verò cùm ostensum iam sit maius ipso A B, erit A D multò quàm A B maius. Hoc igitur pacto, quoniam remotiores lineæ maioribus semper angulis subtenduntur, consequens est vt illę propinquioribus semper sint maiores; quod secundo loco propositum fuit.

CONSECTARIVM I.

E tribus quomodocumque assumptis, ea, quæ à perpendiculari remotissima est, ad eam quæ perpendiculari proxima, maiorem rationem habet, quàm media ad eamdem perpendiculari proximam.

PERSPICVA est huius proprietatis consecutio ex 8. propositione libri quinti Euclidis. E tribus enim assumptis lineis, exempli gratia A C, A E, & A F, quoniam maior est A F quàm A E per huius propositionis demonstrationem, habebit A F ad A C ra-

A AC rationem maiorem, quàm AE ad eamdem AC per 8. quinti Euclidis; quod probasse oportuit.

CONSECTARIVM II.

Si tres assumptæ AC, AD, & AF *æquales angulos contineant* CAD & DAF; *dico* AF *ad* AD *maiorem rationem habere, quàm* AD *ad* AC.

B QVONIAM enim angulus ADF angulo ACD maior est per 16. primi Euclidis, nempe externus interno & opposito, resecetur illius anguli portio HDF, sic vt relinquatur angulus ADH angulo ACD æqualis. Quia igitur ex hypothesi æqualis est CAD angulus ipsi DAH angulo, erit & reliquus AHD reliquo ADC æqualis, ac triangulum ADH triangulo ACD æquiangulum: vtriusque proinde proportionalia erunt latera per 4. sexti Euclidis, hoc est quemadmodum AH ad AD, sic AD ad AC. Sed AF, vtpote maior quàm AH, maiorem rationem habet ad AD, quàm AH ad eamdem AD per 8. quinti Euclidis: itaque AF ad AD maiorem quoque rationem habebit, quàm eadem AD ad AC; quod demonstrasse oportuit.

CONSECTARIVM III.

C *Equatuor sumptis* AB, AC, AD, AE, *si extremæ æquales angulos comprehendant; dico* AE *ad* AD *maiorem rationem habere, quàm* AC *ad* AB.

FIAT enim angulus ADI angulo ABC æqualis, resecta nimirum portione IDE, quoniam & angulus BAC angulo DAE ex hypothesi est æqualis, erit & reliquus AID reliquo ACB æqualis: quare per 4. sexti Euclidis, vt AI ad AD, sic se habebit AC ad AB: at tota AE parte sua AI est maior; maiorem itaque rationem habebit AE ad AD, quàm AI ad eamdem AD per 8. quinti Euclidis: igitur AE ad AD maiorem quoque
D rationem habebit quàm AC ad AB; quod erat propositum.

CONSECTARIVM IV.

Si ex iisdem quatuor AB, AC, AD, & AE, *binæ alternæ angulos contineant* BAD & CAE *æquales; dico* AE *ad* AC *maiorem rationem habere, quàm* AD *ad* AB.

AB angulo enim ACE, qui maior est angulo ABD, abscindatur angulus ACK angulo ABD æqualis: quoniam igitur æqualis supponitur BAD angulus angulo
E CAE, erit & reliquus AKC trianguli ACK reliquo ADB trianguli ABD æqualis, ideoq. per 4. sexti Euclidis vt AK ad AC, ita AD ad AB: sed AE tota maior sua parte AK: igitur AE ad AC maiorem rationem habebit quàm AK ad AC; ac proinde etiam quàm AD ad AB; quod erat demonstrandum.

Notandum porrò, si angulus CAF quàm BAD maior fuerit, habituram AF ad AC multò maiorem rationem quàm AD ad AB. Si enim ab angulo CAF abscindatur angulus CAE angulo BAD æqualis per rectam AE, ostensum iam est maiorem rationem habere AE ad AC quàm AD ad AB, quòd nimirum AE maior sit quàm AK: at maior est AF quàm AE, ergo & quàm AK multò est maior: quare AF ad AC multò maiorem rationem habebit, quàm AD ad AB.

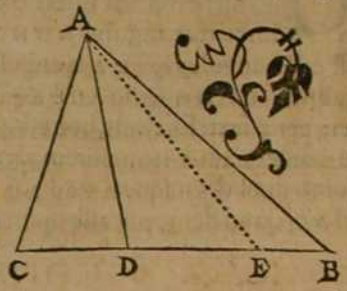
F At si minor sit angulus CAE quàm BAD angulus, non confestim sequitur lineæ AB ad lineam AC minorem rationem esse, quàm AD ad AB: siquidem vt diuidua est portiuncula illa qua iam angulus CAE angulo BAD minor supponitur, ita quoque discrimen quo proportio lineæ AE ad lineam AC proportionem AD ad AB antè superabat, dum æquales anguli CAE & BAD constituebantur, diuiduum est: Ergo si angulus CAE angulo BAD exigua portione fiat minor, non sequitur minorem rationem AE ad AC, quàm AD ad AB esse debere, vt liquidò constat.

LEMMA

LEMMA XXXVIII.

Si demissa à vertice trianguli recta quædam linea basin secet, sitq; maior proportio segmenti basis ad basis segmentum, quàm lateris ad latus: dico & angulum, qui maiori basis segmento insistit, reliquo angulo maiorem esse.

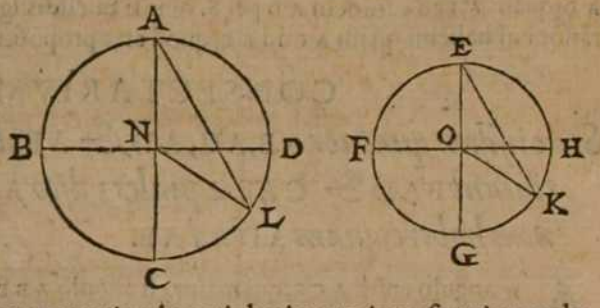
A vertice A trianguli A B C recta demittatur A D, quæ basin B C secet in D; sitque maior proportio segmenti B D ad D C segmentum, quàm lateris A B ad latus A C: dico angulum B A D angulo D A C maiorem esse. Quoniam enim maior proportio est B D ad D C, quàm A B ad A C, resecta portione B E, fiat E D ad D C quemadmodum A E ad A C: erit igitur angulus E A D angulo D A C æqualis per 3. sexti Euclidis: at angulus B A D maior est angulo E A D, vt totus sua parte: itaque idem B A D angulus ipso etiam D A C angulo maior erit; quod erat probandum.



LEMMA XXXIX.

Inæqualium circulorum peripheriæ, quæ æqualibus angulis subtenduntur, sunt inter se similes, sive ad centra, sive ad circumferentias anguli sint constituti.

In circulis inquam inæqualibus A B C D & E F G H æquales in primis anguli ad centra constituantur C N L & G O K: dico arcus C L & G K, qui his subtenduntur, similes inter se esse, hoc est eamdem ad totum circuli ambitum rationem habere, ita vt quemadmodum se habet C L ad totum ambitum A B C D, ita se habeat G K ad totum E F G H ambitū. Fiant enim anguli C N D & G O H recti: cùm ergo per vltimam sexti Euclidis in eodem quocumque circulo peripheriæ eam inter se rationem habeant, quam anguli quibus subiiciuntur, erit arcus C L ad C D arcum, vt angulus C N L ad C N D angulum: ac rursus vt G O K angulus ad angulum G O H, ita arcus G K ad arcum G H. Sed angulus C N D angulo G O H æqualis est ex constructione, angulus verò C N L angulo G O K æqualis ex hypothesi: itaque vt angulus C N L ad angulum C N D, ita quoq. se habet G O K angulus ad G O H angulum; ac proinde vt C L arcus ad arcum C D, ita & arcus G K ad arcum G H: sunt autem arcus C D & G H similes, vtpote suorum circulorum quadrantes: igitur & C L, G K similes sunt, hoc est eamdem rationem habentes, non modò ad quadrantes C D & G H, vt iam ostensum est, verùm etiam per 15. quinti Euclidis ad totos circulorum ambitus, qui quadrātium æquè multiplices sunt, nempe quadrupli.



Præterea cùm tota cuiusuis circuli peripheria quatuor rectos angulos ad centrum constitutos ambiat, erit vt angulus C N L ad quatuor rectos, ita arcus C L ad totum circuli ambitum; ac eodem modo vt G O K angulus ad quatuor rectos, sic arcus G K ad totum sui circuli ambitum: sed anguli C N L & G O K, quandoquidem æquales sint positi, eamdem habent ad quatuor rectos angulos rationem: igitur & arcus C L & G K eamdem rationem habent ad totas suorum circulorum peripherias, ac proinde similes sunt.

Nunc si ad circumferentias anguli constituantur ad signa A & E, cùm hi eorum qui ad centra existunt sint partes in eadem ratione, nempe dimidij per 20. tertij Euclidis; erit quoque vt angulus A ad rectum, ita arcus C L ad C D, & vt E angulus ad rectum angulum, ita G K arcus ad arcum G H: cùm ergo A & E anguli æquales inter se sint ex hypothesi,

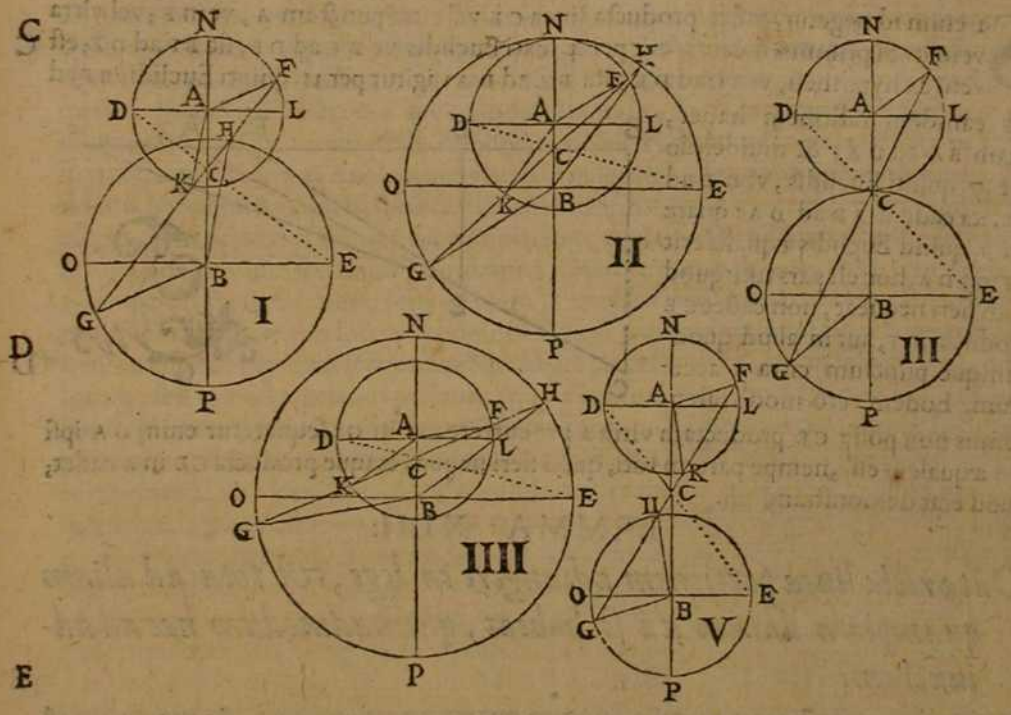
itemq;

A itemque recti C N D & G O H inter se æquales, erunt vt priùs arcus C L & G K, qui æqualibus angulis A & E substernuntur, tum quadrantibus, tum totis circulis proportionales, ac proinde similes; quod demonstrasse oportuit.

LEMMA XL.

Si quæ duorum circulorum centra coniungit recta linea, in eam rationem secetur, quam inter se habent circulorum diametri: dico
B *rectas omnes lineas, quæ per sectionis punctum ducuntur, similes portiones de circulorum peripheriis resecare.*

HOC theorema multos ac varios habet casus, qui omnes ad quinarum numerum reuocari possunt. Aut enim propositi circuli se mutuò secant, vt in prima figura, aut sese contingunt tantùm, vt in secunda ac tertia; aut sese nec contingunt neque secant, vt in quarta & quinta: quorum omnium cùm vna eademque sit demonstratio, singulis figuris eosdem characteres addidimus, propriis lineis respondentes, vt ea ratione casus omnes vna eademque opera demonstrati habeantur.



Sint inquam circulorum centra A & B, & quæ illa connectit recta linea A B, quam primò secare oporteat in C, secundùm eam rationem, quam habent inter se circulorum diametri: ducantur diametri D L & O E paralleli: dico lineâ D E, eam quæ circulorum centra connectit in C, ita secari, vt sit quemadmodum D L ad O E, ita A C ad C B: nam per 12. lemma libri 4. cùm parallelæ sint A D & B E ex constructione, erit vt A D ad B E, ita A C ad C B: sed A D ad B E eam habet rationem quam D L ad O E, per 15. quinti Euclidis, quòd A D & B E ipsarum D L & O E sint dimidiæ: igitur A B in C ea ratione secta est per rectam D E, quam inter se habent circulorum diametri.

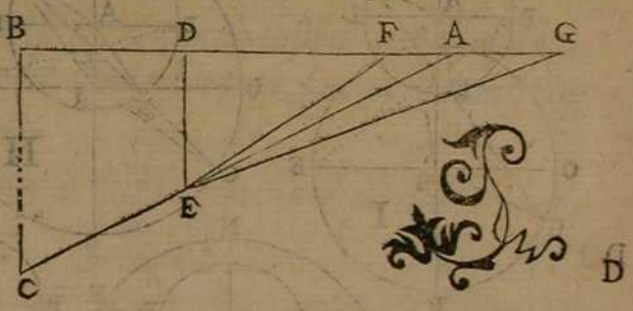
F Hoc præmonstrato, dico quamcumque lineam per C ductam, puta F G, similes portiones de circulorum peripheriis auferre, nempe F L K ipsi H O G, & F D K ipsi H E G similem, ac denique duabus ductis N P & F G, esse arcus inter vtramque interceptos F N & G P similes. Quia enim posita est A C ad C B, quemadmodum A D ad B E, hoc est A F ad B G, erunt in triangulis A C F & B C G, duo latera A C & A F duobus lateribus B C & B G proportionalia: sed angulus A C F angulo B C G per 15. primi Euclidis est æqualis, & vterq. angulorum A F C & B G C minor est recto, æquiangula erunt ipsa triangula per 7. sexti Euclidis, æqualesque habebunt eos angulos, circum quos proportionalia sunt latera, nimirum C A F ipsi C B G. Eodem verò modo in triangulis C A K & C B H, quoniam proportionalia

nalia sunt latera C A & A K ipsis C B & B H, estque angulus A C K angulo B C H æqualis per 15. primi Euclidis, erunt ipsa triangula æquiangula, & æquales illi anguli, quos latera proportionalia ambiunt C A K & C B H; qui proinde si æqualibus C A F & C B G adiungantur, erunt compositi F A K & G B H æquales per communem notionem, atque eapropter per præcedens lemma arcus F L K & G O H sunt inter se similes: quare & reliqui F D K & G E H similes sunt inter se. Nam cùm sit vt arcus F D K vnà cum arcu F L K, hoc est totus circulus, ad arcum G E H vnà cum G O H arcu, hoc est ad totum circulũ; erit quoque per rationis diuisionem vt F L K ad G O H, ita F D K ad G E H. Præterea cùm per 32. primi Euclidis angulus F A N duobus internis & oppositis A F C & A C F sit æqualis, itemque angulus G B P æqualis duobus B G C & B C G ob eamdem rationem, sitque iam ostensus angulus A C F angulo B C G, & A F C ipsi B G C æqualis, erit & F A N angulus angulo G B P æqualis: quamobrem per præcedens lemma erit & arcus F N arcui G P similis: quæ omnia demonstrasse oportuit. A B

LEMMA XLI.

Habeat A B *ad* A D *eam rationem, quam* B C *ad* D E; *sint verò* B C *&* D E *parallelæ: dico* C E *productam in* A *incidere.*

Si enim id negetur, cadet producta linea C E vel citra punctum A, vt in F; vel vltra vt in G. Si primum dicatur, erit per 4. sexti Euclidis vt B C ad D E, sic B F ad D F; est verò ex hypothesi, vt B C ad D E, ita B A ad D A: igitur per 11. quinti Euclidis B F ad D F eamdem rationem habet, quam B A ad D A: & diuidendo per 17. quinti Euclidis, vt B D ad D F, ita eadem B D ad D A: quare per 9. quinti Euclidis æqualis erit D F ipsi D A, hoc est pars toti: quod cùm fieri nequeat, non cadet C E producta in F, aut in aliud quodcumque punctum citra A acceptum. Eodem verò modo ostendemus non posse C E productam vltra A procurrere, vt in G: sequeretur enim D A ipsi D G æqualem esse, nempe partem toti, quod fieri nequit. Itaque producta C E in A cadet; quod erat demonstrandum. C

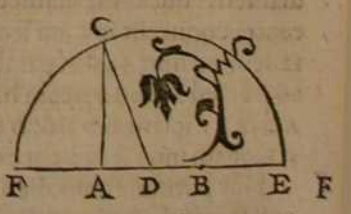


D

LEMMA XLII.

Datæ rectæ lineæ portionem adiungere ea lege, vt tota ad aliam quampiam datam ita se habeat, quemadmodum hæc ad adiunctam.

Sit data recta linea A B, cui adiungere oporteat portionem B E, sic vt tota A E ad aliam quampiam, puta A C, ita se habeat quemadmodum hæc ad adiunctam: duæ datæ rectæ lineæ A B & A C ad normam committantur, sectaque A B in D bifariàm, centro D, interuallo autem D C semicirculus describatur E C F, qui productam vtrimque A B secet in E & F: dico B E portionem esse postulatam, quæ nimirum vnà cum B A eam habet rationem ad alteram datã A C, quam A C ad B E: nam cùm per circuli definitionem æqualis sit D E ipsi D F, sitq; ex constructione A B in D secta bifariàm, si ab æqualibus D E & D F æquales subducantur D B & D A, relinquentur æquales B E & A F per communem notionem. At per 2. lemma vt E A (hoc est E B vnà cum B A) ad A C, ita se habet eadem A C ad A F, seu ad B E: igitur factũ est quod erat postulatum. E



PRÆ-

A

PRÆNOTATIONES.

I.

Quid ſit Proiectio.

B PRÆMISSIS iis quæ ad Proiectionum ſcientiam firmis rationibus demonſtrandam neceſſaria eſſe viſa ſunt, tempeſtiuum iam eſt propiùs ad rem ipſam accedere. Vt verò ſuſcepti muneris negotium aliquantò feliciùs in gratiam ſtudioſorum cedat, opportunum fore duximus nonnulla præmittere, tum notitiæ afferendæ, tum ambiguitatis tollendæ gratia: ante omnia verò quid Proiectio ſit, quæq. ipſius eſſentia ac definitio. Quamobrem ſciendum eſt duo præcipuè in viſionis ratione notatu digna exiſtere. Vnum eſt ſimulachrorum appulſus ad organum, vnde varij aſpectus obueniunt, partim veri, partim phantaſtici, quos Apparentes Latini nominant: de vtriſque verò ſuperioribus libris, tertio præſertim & quarto, plurima ſunt demonſtrata. Alterum eſt phantaſiæ productæ concurſus cum obiecto quopiam plano. is enim locus, in quem rei phantaſia profuſa incidit, figurã quamdam exhibet, quam Proiectionem dicimus, quòd ſit veluti reſipſa vi efficaciaq; aſpectus ad planum vſque proiecta. Hanc Guidus Vbaldus, vir in Mathematicis rebus apprimè
C doctus, Sectionem appellat, eam puto ob cauſam, quòd ſit communis interſectio plani & viſuum per rem ſpectatam procidentium. Quo etiam loquendi modo eas figuras, quas fragmenta diſſecti coni aut cylindri oſtentant, Sectiones appellare Mathematici conſueuerunt. Quo item pacto intelligendus eſt Federicus Commandinus in Commentario ad Ptolemæi Analemma, vbi ait Analemma eſſe communem ſectionem Meridiani, & ceterorum qui in ſphæra ſunt circulorum. Quod quidem omnino verum non eſt; ita enim oporteret omnes ſphæræ circulos in plano Meridiani rectis lineis deſignare: nam communes ſectiones Meridiani & ceterorum circulorum, rectæ ſunt lineæ per 3. vndecimi Euclidis: nunc verò quidam in circulos, alij in rectas lineas, alij in ellipſes transformantur, vt ſuo loco oſtendemus: igitur non abſolutè intelligendum eſt Ana-
D lemma eſſe communem ſectionem Meridiani, & ceterorum, qui in ſphæra ſunt, circulorum: ſed quoad aſpectum noſtrum, quia nimirum ſinguli circuli parallelis radiis delati in planum Meridiani incurrunt: quamobrem poſſet quoque non inepte Incidentia nuncupari: eſt enim tamquam rei ſimilitudo plano inuita eo loci, vbi in illud radij per rem protracti incidunt. Et quamuis omnibus hiſce modis rectè exprimi poſſit id de quo in præſenti agere inſtituimus: placet tamen præ ceteris Proiectionis appellatio, non eo quidem ſenſu, quo in Menianis ædificiis Proiecturæ appellantur ſuperiores contignationes vltra columnas profuſæ; nec eo item modo, quo Vitruuius balium crepidines, & coronarum ac cymatiorum prominentias, eaque omnia quæ velut proiecta quædam, ac parietum ſupercilia, ſubgrundulæve arcendis ſtillicidiis inuenta ſunt, Proiecturas nomi-
E nat, ſiue quòd extra perpendiculum ſtillas reiiciant, ſiue quòd extra ſolidum procurrant; ſed longe alia ſignificatione, qua res ſolida per rectam radiorum profuſionem ad obiectum quodcumque planum deportatur: vnde Proiectionem ita placet definiri: *Proiectio eſt rei ſolidæ in planum tranſcriptio.* ad cuius explicationem, quia præter dicta nihil videtur requiri poſſe amplius ad ea quæ deinceps dicturi ſumus, attentum Lectoris animum depoſcimus.

II.

Tria ad Proiectionem neceſſaria.

F EX his patet tria in omni Proiectione neceſſariò conuenire, rem ſcilicet proijciendam, oculum ex quo radij optici ad omnes rei propoſitæ partes emicant, & planum in quod res ipſa per radiorum productionem tranſcribitur. Neque profectò, ſi quidpiam horum deſideretur, eſſe proiectio vllo modo poteſt. Hæc enim naturam quodammodò lationis æmulatur. Vti igitur motus eſſe non poteſt, ſi vel nullum corpus ſit, quod loci mutationem ſubeat, vel non ſit vnde, aut quò deferatur: ita niſi id primùm adſit, quod proijciatur; deinde etiam oculus, vnde proiectio initium ſumat; tum demum ipſum quoque planum, in quod proiectio terminetur; nulla proiectio eſſe poteſt.

A

III.

Quid inter rei apparentiam, & proiectionem interſit.

HINC colligi poteſt latiſſimum diſcrimen inter rei apparentiam, eiuſque proiectionem: ac longè aliam quæſtionem eſſe, qua quæritur cuius figuræ res obiecta oculis appareat, ab illa qua quis interrogat, quo ea pacto in propoſitum planum proijciatur. Nam manente oculo ac rei ſitu, quantumuis planum in omnem partem mutetur, eodem tamen ſemper modo res apparet: at ſecundùm plani ſitũ alia atque alia erit rei proiectio: apparentia ſcilicet ex duorum dumtaxat habitudine pendet, rei nempe obiectæ, atque intuentis oculi; proiectio verò inſuper planum depoſcit, in quod profuſi radij variè incidunt. Exempli cauſa, ſi circulus obliquè oculo obijciatur, neque ſit ea quæ ab oculo in centrum procidit circuli, ei quæ ex centro ad circumferentiam ducitur, æqualis, apparebit quidem ipſe circulus, vt ellipſis per 66. libri 4. at in planum proiectus non neceſſariò in formam ellipſeos commutabitur; ſed ſi planum circulo parallelum ſit, in circulum cadet ipſius circuli proiectum ſchema: aliàs autem in ellipſin. Rurſus ſi circulus aſpectui directè obuerſetur, apparebit vt circulus per 62. libri quarti: at ſi planum obliquum accedat, neutiquam in circulum proijcietur; ſed vel in parabolam, vel in hyperbolem, vel in ellipſin, pro varia ſectione radioſi coni, cuius vertex oculus, baſis autem res viſa, vt infrà demonſtrabimus. Quare non omnino à vero aberrarunt, qui Proiectiones inter aſpectus fallacias adnumerandas iudicarunt, eam ob cauſam, quòd res proiectæ longè diuerſam formam nanciſcantur in plano, quàm in ſe habeant. Cùm igitur res proiectæ, earumque proiecturæ, vno ſemper atque eodem modo appareant; ſint autem tranſcripta ab autographis plurimùm diſtincta, an non fallaciæ iure dicendæ erunt? imò verò: & quandoque maximæ: cùm ſcilicet in plana admodum obliqua res viſæ tranſcribuntur: vt ad finem huius libri oſtendemus, cùm de illis proiectionum ſchematibus ſermo erit, quæ directò intuita nullius rei probabilem ſpeciem exhibent, at per exile foramen obliquiſſimo aſpectu viſa perfectam rei cuiuſpiam ſimilitudinem repræſentant.

B C D

IV.

Res & planum ſubinde ordinem permutant.

E tribus illis, quæ paulò antè ad proiectionem neceſſaria eſſe docuimus, duo duntaxat, res videlicet & planum, ordinem ſubinde permutant: namque interdum res, aliàs planum medium locum obtinet; at oculus ſemper extremum. Cuius rei hæc eſſe ratio videtur, quòd oculus ſit omnium radiorum principium, vnde illi velut à communi origine quandoque per planum ad rem vſque, quandoque verò per rem ad ipſum planum protenduntur. Et verò quamuis naturalior ille ordo quibuſdam videatur, quo res inter oculum & planum media conſtituitur, nos tamen nihil penitus intereſſe arbitramur.

E

V.

In re & plano conſiderandus obuerſionis ſitus.

PRÆTER ordinem, quem in his obſeruari debere proximè monuimus, eſt etiam, ac longè potiori iure notandus obuerſionis ſitus. Non enim parui refert ad proiectionum varietatem, quo modo res aſpectibus obuerſentur. Certum eſt enim oculo ac plano perſiſtentibus, ſi viſile à directo ſitu in obliquum permutetur, vel è conuerſo, non vnam fore eius in plano deſcriptionem; ita longè alia erit, ſi oculo ac re immotis ſolum planum ab vno ſitu in alium conuertatur. Quod experimento obſeruari in hunc modum poteſt: Sphæra in menſa ſtatuatur non procul à pariete incruſtato & candido; in altera autem parte accenſa candela exponatur, quæ vmbram ſphæræ in parietem profundat, ipſaque vmbratiles lineæ carbone ſignentur, vt mutatâ ſphærâ, eius proiectionis lineamenta remaneant: deinde, ſi ſphæram tantillùm conuertas, videbis iam in pariete longè aliud proiectionis ſchema. Quod idem procul dubio eueniet, ſi parietis loco candidam chartam ſphæræ ex auerſa luminis parte oppoſueris, hancque viciſſim in diuerſos ſitus commutaueris.

F

VI. *Obſer-*

A

VI.

Obſeruanda item plani atque oculi ad rem ipſam propinquitas diſtantiáve.

SI res, quæ proijcienda proponitur, firma conſiſtat, fit vt interdum planum, interdum oculus, interdum & planum & oculus longiùs à re ipſa dimoueantur, vel propiùs accedant. Ex horum autem tranſlatione non exigua mutatio in figuram proiectam inuehitur. Nam ſi planum inter rem oculumque ſtatuatur, perſpicuum eſt, quò illud propinquius oculo fuerit, eò arctiorem fore proiectionis figuram: ſi verò res medium locum obtineat, patet, quò planum longiùs à re fuerit, eò ampliùs ſeſe proiectionem expandere, ſiue oculus rem ipſam contingat, ſiue interuallo aliquo, quod infinitum non ſit, diſiungatur. Rurſus ſi ſphæra ita oculo obijciatur, vt primarius radius per vtrumque Æquinoctiorum punctum incedat, continget primo quidem proiectionis genere, quod ex infinita erit oculi diſtantia, tropicos & quotidianarũ circulationum parallelos omnes in rectas lineas profundi: ſecundo verò proiectionis genere, quod erit ex oculi contactu, accidet illos ipſos parallelos præter Æquatorem in circulos transformari: at tertio genere proiectionis, quod ex iuſto erit oculi interuallo, eoſdem circulos proijci in ellipſes continget, ſolo excepto Æquatore, cuius planum per oculi centrum tranſit: quæ omnia ſuis locis infrà demonſtranda erunt: nunc autem oſtendiſſe ſufficiat, inter cetera, ipſam quoque propinquitatem diſtantiamque cùm oculi tum plani in Proiectionum rationibus ſpectandam eſſe.

B

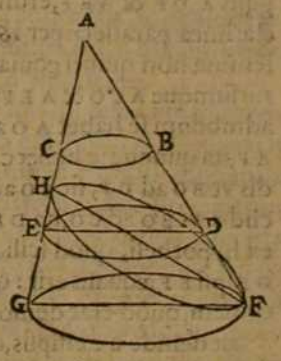
C

VII.

Proiectionum genera non ex ea figurarum diuerſitate diſtinguenda ſunt, quæ ſolam magnitudinem variat, ſed ex ea quæ ſpeciem eſſentiámque mutat.

D

OMNIS illa diuerſitas, quæ ex rei ipſius conuerſione, vel ex oculi planíve tranſlatione in proiectam figuram infertur, ad duo genera reuocari poteſt. Quædam enim ſolummodò auget minuítve; alia verò ſpeciem figuræ immutat, totamque formam penitus diuerſam reddit. Prioris exemplum habetur, cùm oculo A circulus B C obijcitur, cuius forma plano excipitur, quod nunc quidem propinquius exiſtit, vt in D E; nunc verò remotius, vt in F G: at ſitum parallelum ſemper retinet; nam circulus B C in eiuſmodi planum proiectus figuram circuli perpetuò obtinet per 4. propoſitionem primi Conicorum Apollonij, quamuis ea in remotiori loco F G maior ſit, quàm in D E propinquiori. Quoniam enim radius opticus, circulum ſpectatum vndique ambiens, ſuperficies eſt coni, vt ex prima definitione libri primi Apollonij conſtat; eſto in eo triangulum per axem F A G, & circulorum proiectorum communes ſectiones ſint rectę lineę D E & F G: erunt igitur D E & F G parallelæ per 16. vndecimi Euclidis: quòd plana, in quæ circulus proijcitur, ex hypotheſi ſint parallela: quare per 4. lemma libri quinti æquiangula erũt triangula D A E & F A G; ac proinde per 4. ſexti Euclidis vt A F ad A D, ita F G ad D E: ſed A F maior eſt quàm A D, vt totum ſua parte: igitur & F G diametrus diametro D E eſt maior; ac proinde & circulus F G maior eſt circulo D E per 2. duodecimi Euclidis.



E

F

Poſterioris exemplum erit, ſi planum mutet obuerſionis ſitum, & ſubinde quidem ſit ipſi circulo B C, qui ſpectatur, parallelum, vt in D E; alias verò obliquum, vt in F H. Quia enim, vt iam antè dictum eſt, radius opticus circulum B C ambiens eſt ſuperficies coni, erit in parallela ſectione D E proiectio circuli circulus per 4. primi Apollonij; in obliqua verò, nempe F H, nunc parabola, nunc hyperbole, nunc ellipſis, vt ex Conicis Apollonij perſpicuè patet.

Cùm igitur duplex ſit omnis proiecturæ variatio, vna quæ ſpeciem figuræ penitus immutat, altera quæ ſolùm auget minuítve: dico ex illa dumtaxat diſcriminanda eſſe

proiectionum genera, quæ essentiam figuræ diuersam reddit. Nam proiectionum genera potissimùm distingui debent demonstrationum principiis & constructionum præceptis: at maiores minoresque figuræ eamdem habent demonstrandi rationem, eumdemque constructionis modum: igitur proiectionum discrimina ex solo augmento vel decremento figuræ haberi non possunt; sed ex figurarum differentia, quæ essentiam mutat, peti debent. A

VIII.

Inter proiectionum genera non censeri eam diuersitatem, quæ ex mutato rei situ oboritur. B

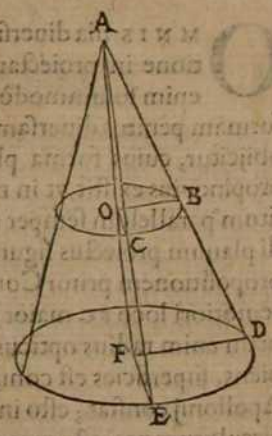
QVAMVIS mutato solius rei situ diuersissimæ proiecturæ, totaque essentiâ discrepantes obueniant; has tamen inter proiecturarum genera nequaquam censendas esse iudicamus, duplici de causâ: quarum prima est, quòd ea ratione infinita forent genera proiecturarum; siquidem toties proiectura mutatur, quoties rei situs vel minimam mutationem subit: altera est, eaque magis ex natura desumpta, quòd mutato situ rei, iam non sit eadem res quæ proiectioni subiicitur, sed alia: quamobrem illa sunt diuersa genera proiectionum, quibus eadem res immutata in varias formas proiicitur; sicut illud vnum est proiectionis genus, quo quælibet res, quouis situ, in idem planum, oculo persistente transcribitur. C

IX.

Plani accessus vel recessus speciem proiectionis non immutat, sed solùm auget vel minuit.

MVLTI sunt huius obseruationis casus. Aut enim proiecta figura circulus est, aut ellipsis, aut alia è sectionibus coni, aut certè de genere illarum quæ rectis lineis continentur, quas & multi lateras vocant.

Primò igitur esto oculus A, proiectusque in planum circulus B C, cuius centrum O, sitque aliud planum huic quidem parallelum, sed à visu remotius, quod radios per circuli B C ambitum procidentes excipiat, secansque radiosum conum figuram præbeat D E, cuius centrum F: dico hanc quoque circulum esse. Nam quoniam parallela sunt plana B C & D E, eaq. secantur triangulis A D F & A E F, erunt B O & D F, itemque C O & E F rectæ lineæ parallelæ per 16. vndecimi Euclidis: quare per 4. lemma libri quinti æquiangula sunt triangula A B O & A D F, rursumque A C O & A E F: igitur per 4. sexti Euclidis quemadmodum se habet A O ad A F, ita B O ad D F: sed vt A O ad A F, ita quoque se habet C O ad E F: igitur per 11. quinti Euclidis vt B O ad D F, sic C O ad E F: & vicissim per 16. quinti Euclidis vt B O ad C O, ita D F ad E F. est verò B O ipsi C O æqualis ex hypothesi, quòd scilicet B C positus sit circulus: itaque & D F ipsi E F æqualis erit: quare & D E circulus erit per definitionem; quod erat demonstrandum. D

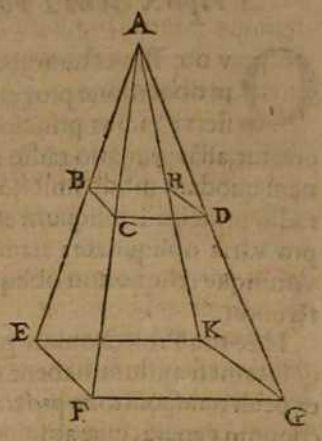


Sit deinde B c ellipsis, coniugataque semidiametri B O & C O, reliquaque eodem modo constructa quo suprà. Quoniam per definitionem 15. Sereni Antinsensis similes ellipses sunt, quarum coniugatæ diametri sese ad angulos æquales secantes eamdem habent proportionem; ostendemus in primis angulum B O C, angulo D F E æqualem esse, adiuuante propositione 10. lib. vndecimi Euclidis: quia videlicet per proximè demonstrata B O ipsi D E, & C O ipsi E F sunt parallelæ; non verò in eodem plano: deinde cùm per 4. sexti Euclidis sit B O ad D F velut A O ad A F, & C O ad E F sicut eadem A O ad eamdem A F; consequens est, vt sit B O ad D F, quemadmodum C O ad E F per 11. quinti Euclidis: igitur & C E ellipsis est, ipsique B C similis. Eodem verò modo in ceteris coni sectionibus fiet demonstratio. E F

Quare in rectilineis figuris propositum ostendamus. Sit itaque oculus A, planum verò B D, in quod forma quædam quadrilatera sit proiecta B C D H: dico si planum remoueatur, ita vt locum tantùm, non autem situm mutet, velut in E G, formam in

illud

A illud transfusam E F G K quadrilateram fore, ac ipsi B D similem. Quoniam enim parallela sunt plana B D & E G propter dispositionis similitudinem, vt ad propositionem 31. libri tertij ostendimus, erunt in triangulo E A F latera B C & E F parallela per 16. vndecimi Euclidis, quòd scilicet triangulum E A F vtrumque planum parallelum secet: quare per 4. lemma libri quinti æquiangula erunt ipsa triangula A B C & A E F; ac proinde per 4. sexti Euclidis vt A C ad A F, ita se habebit B C ad E F; & vt A C ad A F, ita quoque C D ad F G: igitur per 11. quinti Euclidis vt B C



B ad E F, ita C D ad F G; & alternatim, vt B C ad C D, ita E F ad F G. Eodem verò modo ostendi possunt & reliqua latera vnius quadranguli reliquis alterius quadranguli lateribus proportionalia.

Quòd autem & anguli angulis sint æquales, ex 10. propositione vndecimi Euclidis demonstrabitur; quoniam enim B C ipsi E F, & C D ipsi F G, ostensæ sunt parallelæ, nec in eodem sunt plano, fit per iam citatam 10. vndecimi Euclidis, vt angulus B C D angulo E F G sit æqualis: sed & ceteri ex eodem capite æquales ostendi possunt: igitur figuræ B D & E G sunt inter se similes per primam

C definitionem sexti Euclidis: quocirca accessus vel recessus plani, si idem situs seruetur, genus proiectionis diuersitate figuræ non variat.

Quòd verò recessu plani proiectio augeatur, ex eo patet, quòd singula latera figuræ E G singulis figuræ B C lateribus sint maiora: ita quippe se habent latera proiecturæ E G ad latera proiecturæ B D, quemadmodum radij toti ad radiorum partes, hoc est vt A E ad A B, sic E F ad B C per 4. sexti Euclidis: sed A E maior est ipsâ A B, tota videlicet sua parte; quare & E F maior est quàm B C, atque ita de ceteris: igitur recessu plani, proiectionis figura augetur, accessuque minuitur; quod erat propositum.

X.

D ## *Tria Proiectionum genera ex oculi transpositione.*

EX iis quæ modò exposuimus perspicuum relinquitur, omnia Proiectionum genera partim ex oculi translatione, partim ex situ plani prouenire. Porrò in oculi translatione triplex constitutio reperitur, quæ figuram rei in planum proiectæ penitus immutat, videlicet distantia oculi infinita, eiusdem & rei contactus, ac denique iustum interuallum. Quocircà primum Proiectionis genus ex infinita oculi distantia nuncupare decreuimus, alterum ex oculi contactu, tertium ex iusto interuallo.

Quòd autem tribus hisce oculi positionibus figura proiectionis mutetur, vnico exemplo libet ostendere. Esto, gratia exempli, sphæra soli eo pacto exposita, vt Æquator in

E seipsum vmbram profundat, seu vt radius primarius per vtramque partem Æquatoris incedat; sitque postpositum planum quodpiam, cui primarius solis radius per centrum sphæræ actus rectis incidat angulis; videbis inquam non tantùm Æquatorem, qui perpendiculariter soli obijcitur, verùm etiam ipsos Tropicos ac Polares, & quotquot his paralleli sunt, circulos, in rectas lineas procidere; quâuis obliquè omnes, Æquatore excepto, soli obijciantur: cuius rei non alia est causa quàm immensa solis intercapedo, ob quam eæ portiones luminosorum radiorum, quæ sphæram pertranseunt, à veris parallelis sensu distingui non possunt, vt posteà in primo Proiectionis genere diffusiùs explicabimus.

Si verò sublato sole, sphærâ autem planoque consistentibus, candela moderato interuallo obijciatur ad aliquod signum eius lineæ, quæ à centro solaris corporis per sphæræ

F centrum acta ad propositum planum recta est, ceteri omnes paralleli circuli præter Æquatorem in ellipses proijcientur, vt ex sectione coni scaleni facilè demonstrari potest. At si candela sphæræ proximè admoueatur, vt eam ferè contingat in puncto aliquo Æquatoris, omnes iidem paralleli, excepto Æquatore, in circulos proijcientur, vt suo loco demonstrabimus. Ex his itaque perspicuum cuiuis esse potest, triplex esse Proiectionis genus ex triplici oculi statione prouenies, quæ omnia planiùs fusiusque exponentur, cùm de singulis Proiectionum generibus ex instituto sermo instituetur.

XI.

Triplex item Proiectionis genus ex ipsius plani conuersione.

QVOT Proiecturarum genera ex oculi accessu recessuque, totidem ex variata plani obuersione proueniunt: nam planum quandoque directè aspectui obuersatur, sic vt radius principalis in id rectis incidat angulis, ex quo primum genus procreatur; aliàs primario radio parallelum est, quæ dispositio perpendicularem obiectionem quodam modo imitatur, & secundum genus proiectionis constituit; aliàs demum radio principali obliquum est, vnde tertium enascitur genus, idque multiplex ac varium pro varia obliquitate: nam quæcumque præter hæc reliqua sunt plana, quoniam vtrumque reliquorum oblique secant, ad vnum Proiecturæ genus commodissimè referuntur.

Hæc tria Proiectionum genera, quamuis eo, vti dictum est, modo distingui possint; quia tamen nullum habent insignem aut peculiarem vsum, quemadmodum illa, quæ ex oculi transpositione proxima obseruatione recensuimus, neutiquam ea inter Proiectionum genera, quæ absolutè pronuntiantur, admittere decreuimus, ne multiplicatio nominum rebus vtilioribus officiat. Tria itaque esse dicimus Proiectionum genera absolutè prolata. Primum, quod & Orthographice nuncupatur, ex infinita oculi distantia. Secundum, ex contactu, quod & Stereographice non incongruè potest appellari: quare vt ea vox in vsum venire liberè possit, dum alia melior non occurrit, Lector, veniam dabis. Tertium, quod Scenographice vulgò nominatur, ex iusto oculi interuallo.

XII.

Quæ in Proiecturas veniunt, sunt vel puncta, vel lineæ, vel superficies.

ENVMERATIS Proiectionum generibus, superest ea quoque recensere, quæ in Proiectionis vsum veniunt. Sunt autem ea vel puncta, vel rectæ curuæque lineæ, vel planæ superficies; eæque aut rectilineæ aut circulares: non quidem quà hæc talia sunt (sic enim ad Geometriam spectant) nec quà sub aspectum cadunt, quo pacto ea considerat Optice: sed quà in oppositum quodpiam planum velut transfusa cernuntur. Sic quod absolutè totius Geometriæ est argumentum, id propria quadam adiectione Optice & Proiecturarũ scientia in propriam adducunt contemplationem. Porrò irregulares lineæ, & quæ nullo certo ordine incedunt, sed huc illucq; oberrãt, Proiectionum legibus non continentur: sed designatis primùm aliquot locis per quæ transire debent, per horum posteà interualla manu ducẽdæ sunt, quoad fieri potest accuratissimè.

Sub rectis lineis comprehendi volumus omnes quoque figuras rectilineas: nam proiectis ipsarũ peripherijs per rectarũ linearum pręceptiones, iam ipsæ figuræ proiectæ erunt; cùm ipsæ nil sint aliud, quàm spatia, seu areæ rectarum linearum ambitu comprehensæ.

Notandum verò hoc loco est, quod & non semel superioribus libris monuimus, quamuis linea latitudinis, punctum verò partium sit expers; asserimus tamen ea videri, non quidem vt puncta lineasve Mathematicas, seu penitus insectiles; sed punctum velut exiguum quiddam instarque minimi, & lineam ceu quamdam tenuissimam longitudinem. Nam tametsi id omne quod videtur magnitudine aliqua præditum necesse sit esse, vt libro primo, propositione 54. est demonstratum; tamen cùm visus noster corporeo organo sit insertus, oportet in obiectis aliquem paruitatis terminum statumque agnoscere, infra quem ob nimiam attenuationem cerni nequaquam possit. Hoc itaque minimum, si spectabilem longitudinem latitudinémve habeat, dicimus lineam aut superficiem; sin minùs, punctum: quo sensu quæ deinceps de his dicentur, erunt intelligenda.

XIII.

Linearum & circulorum triplex aspectus.

LINEÆ & circuli trifariàm omnino conspiciuntur, tot scilicet modis, quot dispositionum differentijs aspectui obuersari possunt, nempe perpendiculariter, directè, & obliquè. De qua re plura vide Lector in præfinitionibus ad propositionem 31. libri tertij.

XIV. *Sphæ-*

A

XIIII.

Sphæræ in mobilem atque immobilem diuiſio.

QVONIAM ea cœpimus recenſere, quæ in Proiectionis vſum veniunt, nempe puncta, lineas, & ſuperficies; in his verò præcipuum locum obtinent illi qui in ſphæra ſunt circuli, vtpote quorum proiecturæ maximas adferunt vtilitates: eam ob rem neceſſarium duxi illos quoque hoc loco breuiter explicare, in gratiam potiſſimùm eorum, qui viuas illorum imagines memoriæ impreſſas non habent. Cæleſtes circuli in duas primùm claſſes diſtribuendi ſunt.

B Nam ſphæra vna mobilis eſt, altera immobilis. Mobilem voco eam, quæ circulos continet lationum, ceu ab aſtrorum motu cælo impreſſa veſtigia, cuiuſmodi ſunt Æquator, Tropici, Ecliptica, Polares, &, qui hos in partes diuidunt, Coluri. Immobilem verò illam appello, in qua circuli ſunt diſtinctores, qui videlicet partes lationum momentaque diſcriminant, in quorum numero continentur Horizon, Meridianus, & his paralleli, itemque Horarij, Verticales, declinationum, latitudinum, poſitionum, ac cæleſtium domorum. Rectè verò mobilis illa dicitur, quòd propria circulatione ſecum omnia aſtra circumducat: hæc autem immobilis, quòd reuerà quieſcat, aſtriſque præterlabentibus firma conſiſtat, non ſecùs ac ſcopulo inſiſtens pharus aduentantes

C opperitur naues, & prætereuntes nequaquam inſequitur. Sic inquam Meridianus aſſurgentem ſolem immotus præſtolatur, & occumbentem abire permittit; hoc tamen diffitendum non eſt ſphæræ immobilis circulos mutato Climate pariter mutari: non enim omnibus regionibus idem Horizon, aut idem Meridianus, aut ijdem reliqui circuli, ſed cuique loco proprij, vt ex doctrina ſphæræ conſtat. Hinc tamen inferre minimè licet, ſphæram, in qua hi circuli ſunt, mobilem eſſe: mutabilis quidem eſt pro regionis ac Climatis diuerſitate; at neutiquam mobilis: non enim illa vſquam mouetur; ideoque verè ἀπλανὴς, quæ vox ſtabilitatem firmitatemque ſignificat.

XV.

Circuli ſphæræ primò mobilis.

D

PRÆCIPVVS circulus ſphæræ primò mobilis ÆQVATOR eſt, ſiue ÆQVINOCTIALIS, ita dictus, quòd dies noctesque exæquet: cùm enim in illo eſt ſol, dies noctibus æquales eſſe neceſſe eſt: ſiquidem Æquator circulus eſt maximus, cuius proinde media pars ſupra Finitorem eminet, media verò infra procumbit per 6. propoſit. primi Sphæricorum Theodoſij. Sunt autem Æquatoris poli ijdem, qui & totius mundi.

Huic concipiendi ſunt animo circuli non maximi PARALLELI ex vtraque parte multitudine infiniti, per ſingulos gradus ac momenta incedentes, quorum proprium ſit munus aſtrorum declinationes indicare, quæ nimirum ſtella longiùs ab Æquatore di-

E ſtet, quæve propinquior ſit, aut æquè diſtans; quæ item magis minúſve in Boream vel Auſtrum vergat; quo demum loco Horizontis ſingulæ oriantur, & occidant. Nam quæ in eodem ſunt parallelo, eamdem habent declinationem, idemque in Horizonte ortus & occaſus ſignum: quæ verò in minore ſunt parallelo, declinationem habent maiorem, propiuſque ad Boream vel Auſtrum oriuntur & occidunt.

Inter hos circulos parallelos celebrantur DIVRNI, quorum medius Æquator, extremi Tropici, gradibus circiter viginti tribus & medio ab Æquatore diſiuncti: ceteri autem ex vtraque parte Æquatoris ordine ſequentes impari interuallo ab inuicem diſſident; nam verſus Tropicos arctiùs coarctantur, quàm iuxta Æquatorem, propter Eclipticæ obliquitatem: per ſingulas enim portiones Eclipticæ incedunt, quas ſol vi-

F gintiquatuor horarum ſpatio proprio motu percurrit; quæ licet æquales inter ſe ſint, quia tamen quantò longiùs ab Æquatore, tantò obliquiùs à diurnis parallelis interſecantur, fit, vt horum intercapedines anguſtiores ſemper euadant. Sunt porrò hi paralleli circuli veſtigia illarum lationum, quas ſol quotidie circa mundi axem perſoluit. Ex quo perſpicuum eſt, quamuis circulari forma in ſphæra deſcripti cernantur, non eſſe tamen eos verè circulos, ſed vnius ſpiralis lineæ volumina; quippe ſolis motus ſiue diurnus, ſiue annuus, continuus eſt, minimeque interruptus. Qui igitur ex vtroque conflatur, per vnicam incedit lineam multis circulationum voluminibus intortam, quam Spiram vocant. Quia tamen hæc in ſphæra difficilem habet conſtructionem, & exi-

guum est eius & circulorum discrimen, solent pro circulis haberi. Horum munus est A
dies cùm naturales tum artificiales repræsentare: nam illorum portiones quæ supra
Horizontem extant, dies; quæ verò infra depressæ latent, noctes indicant.

Post diurnos parallelos etiam nominantur Polares, ARTICVS, & ANTARCTICVS,
tantum à Polis distracti, quantum Tropici ab Æquatore, hoc est gradibus fermè viginti tribus & medio. Sunt enim vestigia Polorum Eclipticę qui circa mundi polos quotidie circumferuntur: neque alium vsum habent, quàm vt Zodiaci polos deferant: quantum ergo Ecliptica declinat ab Æquatore, tantum Polares circuli distant à polis mundi. Nam mundani poli ab Æquatore, sicut Poli Zodiaci ab Ecliptica quarta cæli parte absunt: quadrantes verò qui à Polis mundi ad Æquatorem, & à Polis Zodiaci ad B
Eclipticam pertinent, quoniam communem habent eam portionem, quæ inter Tropicos & Polares circulos interiacet, hac sublata relinquuntur distantiæ ab Æquatore ad Eclipticam, & à Polis mundi ad Polares circulos æquales per communem notionem.

Præter hos, insignes quoque sunt duo illi qui Horizontem leui tantùm attactu lambunt, quorum alter qui supra Horizontem extat, omnium semper apparentium maximus est, alter verò qui subtus delitescit, maximus item omnium eorum qui numquam apparent.

ZODIACVS lata quædam est zona totam sphæram in ambitu cingens, & omnium planetarum declinationes sua latitudine complectens, per cuius medium ECLIPTICA decurrit, circulus inquam maximus, à proprio motu solaris corporis re- C
lictus, atq. obliquè Æquatorem duobus in locis intersecans, quæ Æquinoctia vocantur, quòd cùm hæc sol attigerit, dies noctibus æquales vbique terrarum efficiat. Horum alterum vernum dicitur, à quo videlicet Eclipticæ semicirculus Borealis progressione ab occasu in ortum facta, initium sumit; alterum verò autumnale, à quo alter semicirculus Eclipticæ eodem modo inchoatur. Reliqua autem duo puncta, quæ maximè ab Æquatore discedunt, Solstitia nuncupantur, quòd vbiuis locorum sol stare quodammodò videatur, cùm primùm ad alterum illorum ab Æquatore discedens peruenerit. Et Boreale quidem solstitium illud, quod in Boream vergit, idemque nobis æstiuum; illud verò Australe, quod propiùs ad Austrum declinat, nobis hiemale nuncupatur. Distribuitur Ecliptica in signa duodecim, quorum hæc nomina versu comprehensa, pro- D
priisque characterismi.

♈ ♉ ♊ ♋ ♌ ♍

Sunt ARIES, TAVRVS, GEMINI, CANCER, LEO, VIRGO,

♎ ♏ ♐ ♑ ♒ ♓

LIBRAque, SCORPIVS, ARCITENENS, CAPER, AMPHORA, PISCES.

Ex his signis sex illa, quæ priore versu continentur, Borealia sunt, nobisque æstiua; reliqua verò Australia, ac nobis hiberna. Rursus Aries & Libra Æquinoctialia sunt, quòd eorum initijs noctes diebus æquari contingat; Aries quidem vernum, Libra verò autumnale. Similique causa Cancer & Capricornus signa sunt Solstitialia; hoc brumale, E
illud æstiuum.

Eclipticæ adiungendi sunt paralleli numero infiniti, quorum scilicet proprium sit munus stellarum latitudines indicare, hoc est, quantum vnaquæque ab Ecliptica disiungatur: nam quæ in eodem versantur parallelo, eamdem habent latitudinem; quæ verò in propinquiori, minorem; at maiorem, quæ in remotiori sunt parallelo.

Quos hactenus enumerauimus circulos, duo sustinent Coluri, circuli in sphæra maximi, sese in vtroque mundi Cardine ad rectos sphærales angulos intersecantes, quorum alter vtrumque Æquinoctium, alter vtrumque Solstitium pertranssit: quocirca hic Solstitiorum, ille Æquinoctiorum Colurus vocitatur. Præter Coluros sunt & alij circuli, quos DECLINATIONVM vocant, ijque maximi, & per mundi polos singulaque F
puncta Æquatoris traducti, sic appellati, quòd stellarum declinationes ab Æquatore metiantur: est enim stellæ declinatio arcus circuli maximi per polos stellamque transeuntis, is inquam arcus, qui stellam inter & Æquatorem interiacet.

LATITVDINVM circuli sunt & ipsi maximi, per Eclipticæ polos & singula eius puncta descripti, ita vocati, quòd stellarum latitudines, id est distantias ab Ecliptica contineant: nam latitudo stellæ est circuli portio, quæ inter stellam & Eclipticam intercipitur.

Atque hi omnes circuli mobiles sunt, quippe indefessa latione supremi mobilis circumagun-

A cumaguntur: quos autem proximè recenſebimus, immobiles ſunt, vtpote qui in eadem mundi plaga eumdem ſemper ſitum diſpoſitionemque retinent.

XVI.

Circuli ſphæræ immobilis.

In ſphæra quieſcente primus eſt HORIZON, Latinè FINITOR, ita dictus quòd hemiſphærium ſuperum ab infero dirimat. Ab iſto ſanè longo interuallo diſtat Horizon ille, qui non abſolutè, ſed additione quadam ſpectabilis dicitur: hic namq; eam
B dumtaxat terræ portionem, quam viſu complectimur, ceu extimus terminus circumſcribit, non ampliùs duorum millium ſtadiorum dimetientem habens, vt Proclus inquit in Sphæra, vel vt Macrobius in ſomnum Scipionis libro 1. & libro 7. Saturnalium, ſtadia trecenta ſexaginta: putat enim aſpectum noſtrum per terræ planam ſuperficiem non vltra centum octoginta ſtadia protendi, cùm verò hucuſque oculorum acies attigerit, deficere, quòd terra inde manifeſtè curuetur. Hic ergo numerus ex vtraque parte geminatus viſibilis Horizontis dimetientem complet ſtadiorum 360. at is qui abſolutè Horizon dicitur, cùm ſit de numero maximorum circulorum, ſphæram vniuerſam bifariàm ex æquo partitur. Polos habet ſummum cæli faſtigium, quod Arabes Zenith, imumque Nadir: Horizon orientium occumbentiumque ſiderum eſt index, ac diem
C artificialem à nocte ſeiungit.

Ex Polis Horizontis innumeri circuli non maximi in ſphæra deſcribuntur, qui omnes Horizonti ſunt paralleli: hos Arabes ALMVCANTARATH nominant, nos ALTITVDINVM circulos, eisque proprio ex munere incumbit ſtellarum eleuationes ſupra Horizontem indicare. Sæpè namque in rebus Aſtronomicis vſu venit ſcire quantum iter ſol aliúdve ſidus ſupra Horizontem ſcandendo confecerit, id quod hi paralleli demóſtrant: quoniam quæ in eodem ſunt parallelo, eamdem habent altitudinem, illa verò maiorem quæ in parallelo ſunt vertici propinquiore. Dubia illa lux, quæ ante ſolis exortum diem antecedit, & poſt occaſum ſubſequitur, quà diei proxima eſt, Horizonte terminatur, quà verò ad noctem accedit, CREPVSCVLARI circulo: eſtque is altitudinum circu-
D lis haud abſimilis, quippe vt illi, parallelus Horizonti, atque ex iiſdem Polis deſcriptus: at gradibus 18. aut vt Alhazeno nonnulliſque aliis placet, 19. ſubtus depreſſus.

MERIDIANVS eſt circulus maximus per vtrumque mundi cardinem ac cæli verticem incedens: is ad Horizontem rectus eſt, omneſque diurnorum parallelorum portiones, quæ vel ſupra Horizontem aſſurgunt, vel infra demerguntur, bipartitò diuidit. Quare inde acceptum videtur nominis Meridiani etymon, quòd medium diei ſignet: cùm namque ad eum quodcumque ſidus attigerit, medium curſum ab ortu ad occaſum ſuprà vel infrà ab occaſu ad ortum confecit.

VERTICALES, quos Arabes Azimuth nominant, circuli ſunt in ſphæra maximi, per Polos Horizontis acti, indeque velut à communibus congreſſionum punctis diſce-
E dentes, in ſingula puncta Horizontis rectis angulis incidunt: è quibus is, qui per communes interſectiones Æquatoris & Horizontis tranſit, propria appellatione Verticalis primarius nuncupatur. Inter hos circulos connumeratur Meridianus, cùm & ipſe per verticem incedat, & ad planum Horizontis ſit rectus. His circulis id muneris ex inſtituto iniunctum eſt, vt vnà cum parallelis Horizontis ſeu altitudinum circulis vera loca aſtrorum determinent. Si enim compertum fuerit quantum ſol ſupra Horizontem conſcenderit, quantumque à Meridiano deflectat, verus ipſius locus cognitus erit; illud verò paralleli Horizontis, hoc autem Verticales oſtendunt.

HORARII circuli pro varietate horarum variam habent in ſphæra conſtitutionem: nam qui horas Aſtronomicas ſeu à meridie vel media nocte inchoatas diſtinguũt,
F circuli ſunt maximi per vtrumque Polum mundi, & æquales portiones Æquatoris, traiecti: cumque ij ſint numero duodecim, palàm eſt illis Æquatorem, omnesque ipſius parallelos in partes 24. diſtribui: ſinguli namque Æquatorem duobus in locis interſecant: horum præcipuus eſt Meridianus, in quo hora vtrimque notatur duodecima, ex vſu noſtro, qui non ad vigintiquatuor vſque horas numeramus; ſed poſt duodecimam, iterùm primam, ac reliquas deinceps, vt priùs, repetimus: alter verò eſt circulus Hectemorius, ſeu horæ ſextæ, priorem ad rectos ſphærales angulos diuidens, eodemque ordine ceteri ab hora qua ex vtraque parte ſignantur, nomen accipiunt.

Qui horas ab ortu vel occaſu diſcriminant, ſunt ipſi quoque circuli maximi, qui tamen

men in vnum aliquod punctum neutiquam congrediuntur: sed circulos illos Æquatori parallelos semper apparentium, semperque deliteſcentium maximos in iis locis contingunt, vbi ab astronomicis circulis horarijs interſecantur. In quorum tribum præcipuè referendus est Horizon, à quo horarum numeri principium ducunt; qui autem deinceps sequuntur, per æquales portiones Æquatoris omniumque parallelorum incedunt. A

Ad inæquales porrò antiquorum horas quod attinet, tametsi omnes qui hactenus de Sciotericis scripsere, in ea fuerint sententia, vt existimarent horas illas maximis circulis internosci, qui scilicet per trium circulorum, hoc est Æquatoris & Tropicorum, diurnas aut nocturnas partes duodecimas describuntur: id tamen magnus noster Clauius, Mathematicorum præsentis æui facilè princeps, non minùs solidè quàm acutè in suo Astrolabio, lemmate 39. primi libri confutauit, docuitque in sphæra obliqua non eosdem circulos, qui per impares horas Æquatoris & Tropicorum incedunt, etiam per inæquales horas intermediorum parallelorum transire. B

Qui DOMOS cæleſtes dirimunt, sex omnino sunt circuli maximi, qui vniuersam cæli amplitudinem in 12. velut domicilia distinguunt. E communibus interſectionibus Meridiani & Horizontis principium ducunt, indeque ex sententia quidem Ioannis Regiomontani per duodecimas partes Æquatoris, vt autem Campano placet, per duodecimas partes verticalis primarij cuiusque loci abscedunt.

POSITIONVM circuli ipsi quoque de numero sunt maximorum, per communes interſectiones Meridiani & Horizontis (vt illi qui domos cæleſtes discriminant) singulaque cæli puncta traiecti: ita nuncupati, quòd positionem cuiusuis stellæ, comparatione domiciliorum cæleſtium indicent, an inquam ea in prima, an in secunda sit domo, & num in principio, num in medio, num in fine. Ex quibus patet ipsos quoque domorum cæleſtium circulos inter Positionum circulos connumerari. C

Præter hos omnes vtriusque sphæræ circulos innumeri alij haud dubiè mente concipi possunt, cùm maximi, tum non maximi; quandoquidem per quælibet duo puncta maximus circulus in sphæra describi queat, vt ex Sphæricis elementis Theodosij constat l. 1. prop. 20. Hi itaque omnes, non secus ac illi quos proximè recensuimus, in Proiectionum materia continentur, quos proinde iisdem legibus subiectos esse volumus, ne quidquam, quod ad ampliſſimam huius scientiæ materiam spectet, prætermissum esse videatur. D

AXIOMA.

Ibi est locus rei, vbi radius opticus per rem ductus planum attingit.

HOC pronuntiatum maioris omnino momenti est, quàm prima fronte nonnulli videbitur: quamobrem prætermittendum non fuit, sed, vti par est, primo etiam loco reponendum, vtpote omnium Proiecturarum fundamentum. Est porrò de numero illorum, quæ nulla possunt demonstratione fulciri, sed velut per se nota ab omnibus, qui mente ac ratione pollent, liberè conceduntur. Et sanè qui Proiectionum naturam penitius inspexerit, facilè animaduertet nullo alio loco plani rem visam excipi posse, quàm vbi radius opticus per rem ductus planum attingit, cùm hoc ipsum sit Proiectio, ac rem proiici nil aliud, quàm eius speciem recta profluentia ad planum vsque protendi. Quocirca videtur hoc axioma tantæ esse consequentiæ, vt qui hoc solum diu multumque mente complexus sit, vniuersam Proiectionum scientiam propria industria consequi possit. Perfacile namque est à dato oculo, per quoduis punctum rei propositæ, ad planum vsque rectam lineam cogitatione extendere, atque ita totius rei proiecturam in plano inuenire; quandoquidem communes horum radiorum, & plani contactus sint loca proiectarum partium autographi; vt axioma significat: quia tamen non omnis tellus ex paruo semine ingentem messem proferre est apta, siue propter cæli inclementiam, siue quòd infertilior sit gleba; ideò omnibus consulendum fuit, & iis scilicet qui propter ingenij obscuritatem vim propositi principij non penetrant; & iis qui propter hebetudinem ea quæ circumstant non prospiciunt; & iis qui propter tarditatem ea quæ inde ceu ex fonte riuuli emanant per se elicere non valent: igitur quæcumque in posterum de Proiectionibus docebimus, nil erunt præter huius axiomatis explicationes, eiusque velut exemplis enucleatus vsus. E F

DE

A

DE ORTHOGRAPHICE PRIMO PROIECTIONIS GENERE, EX INFINITA OCVLI DISTANTIA.

B

PRÆFATIO.

HOC Proiectionis genus in quo oculus à re infinitè abesse supponitur, præ ceteris ingeniosissimum est, atque ad plurimos vsus necessarium. Eo verò non tantùm circuli qui in cælesti sphæra sunt, verùm etiam ædificia, & quæcumque libuerit describenda occurrunt. Sic enim Vitruuius monet l. 1. c 2. posteaquam futuri ædificij planum, quod vocant, Geometricum ichnographicè delineatum est, è vestigio cuiusque lateris insistentis frontem directè obuersam orthographicè designari oportere, vt iam totius operis fabrica, atque ornatus tum interior tum exterior apertiùs conspiciatur. Ad hanc item normam celebre illud Ptolemæi Analemma deformatum est, de quo peculiarem libellum ipse inscripsit, & hunc posteà Federicus Commandinus propria commentatione illustrauit. At quia obscurissima illa Ptolemæi tractatio Commandini industriâ non tantum splendoris est adepta, quantum pro dignitate atque amplissimo vsu promerebatur, statuimus nostram quoque opellam huic negotio impendere, ac demonstrare ea omnia quæ ad perfectam Analemmatis Ptolemaici explanationem faciunt ex huius proiectionis arcanis manasse. Docebimus inquam, quo pacto hoc genere Proiectionis omnes sphæræ circuli, quouis situ obiectæ, in planam formam conijci possint: vnde posteà eæ vtilitates prouenient, numero sanè infinitæ, quæ ad Gnomonices, & ad Astrolabij, & ad Sphæræ cælestis ac terrestris vsum pertinent, quas, vti aliàs polliciti sumus, sparsis hinc inde consectariis, vbi commodus locus erit, inseremus: si tamen, priùs quàm ad vsum veniamus vniuersè demonstremus, quo pacto indiuidua signa, & lineæ, & circuli omnifariàm spectati in planum transcribi debeant.

C D E

Porrò quoniam hoc Proiectionis genus ex infinita oculi distantia totum pendet, quænam ea sit, & quæ eam affectiones comitentur, ante omnia considerandum est. Itaque infinitam distantiam in præsenti tractatione illam eamdem appellamus, quam libro quarto definitione 2. ad distantiæ fallacias immoderatam esse diximus; hoc est non simpliciter ac verè interminatam, sed rudiori quodam loquendi modo admodum magnam & comparatione aspectus nostri quodammodò infinitam, qua videlicet partes, quæ sensibilem habent proportionem ad totum, sic oblitescunt, vt excessus defectusq; discerni nequeant, qui alioquin è viciniori loco, minoriq; interuallo facilè percipi possunt. Non

F

est verò ea distantiæ infinitudo, seu potiùs iniustitia in indiuiduo cõstituta: nam vt ibidem ostendimus quæ magno spectabili mediocris est, ea paruo est immoderata, & eo, quo nunc loquimur modo, infinita: magnum siquidem visile è remotiori loco cernitur, quàm paruum; sic ea quæ terram inter lunamque distantia intercedit, infinita est, hominum quidem, at non totius terrei orbis comparatione. Ex quo fit, vt lunæ aspectus ad solem nobis non sit vbique terrarum idem, & cùm sol nobis interposita luna eripitur, non eadem apparentia eodem tempore in ceteris terræ regionibus aspectantibus exhibeatur:

beatur: at solis intercapedo terræ comparatione est infinita: quare si quispiam è loco solis A
terram despiceret, hæc puncti instar videretur. Vnde qui Gnomonica tractant, æquidistantium gnomonum vmbras pro parallelis habent, nihilque interesse arbitrantur, an in centro vniuersi, an verò in terræ superficie solares indices constituantur; cùm tamen si summo iure veritas exigatur, nec terræ ingens moles verè sit punctum, nec parallelæ sint æquidistantium gnomonum vmbræ, nec vspiam alibi horolabia illa valere possint, præterquam in centro mundi collocata: vbi nimirum Gnomon mundano axi, & planum in quo horizontales horæ inscriptæ sunt, finitori ad amussim respondeat. B

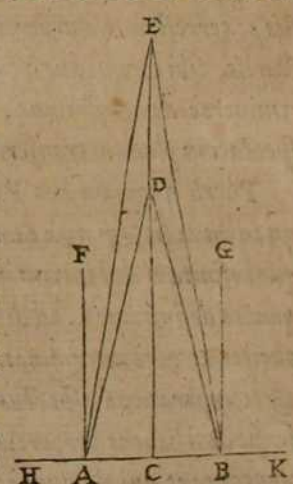
Vt verò planiùs hæc infinitudo distantiæ intelligatur, libet hoc exemplum, quod ad rem propositam facit, attexere. Finge animo corpus sphæroides à te eminus videri: & quamquam fieri nequeat, vt pars eius exactè media comprehendatur per 82. libri quarti; quò tamen oculus longiùs abfuerit, eò pars spectata propior hemisphærio erit per 83. eiusdem libri quarti, ac tandem eò vsque abduci oculus poterit, vt partis visæ à non visa discrimen internosci nequeat. Quod cùm accidet, infinita erit ea distantia, quæ hac velut propria nota à finita distinguitur, quòd visibilium diuersitatem, quæ ex mi- C
nori interuallo diiudicari commodè potest, extra conspectum deferat. Auctâ siquidem distantiâ, res visiles sensim attenuantur, illâ autem ad infinitum tandem productâ, res ipsæ in punctum inuisibile, seu quod sensu percipi nequit, rediguntur.

PROPOSITIO I. THEOREMA.

In Orthographicis proiecturis radios ducere conuenit parallelos.

HAEC præcipua est infinitæ distantiæ proprietas, ac totius Orthographices fundamentum, radios nimirum, qui ad omnes rei transcribendæ partes D
attinent, in plano pari interuallo ducendos esse. Id verò ex infinita distantia consequens esse ita ostenditur:

Exponatur recta quædam linea A B, cui A F, B G & C D ad rectos sint angulos, perque harum mediam C D infinitè protractam visus incedat, & nunc propinquior sit, vt in D, nunc remotior, vt in E: quoniam igitur per 21. primi Euclidis maior est angulus A D B angulo A E B, erunt duo reliqui anguli E A B & E B A, duobus reliquis D A B & D B A maiores: quare & lineæ E A & E B ad perpendiculares A F & B G propiùs accedunt quàm D A & D B; atque ita, quò longiùs oculus defertur, eò semper radiorum anguli ad basin A B duobus rectis propinquiores fiunt, cùm reliqui anguli E A F & E B G semper minores euadant: si igitur E ab A B infinitè distet, consequens profectò est, vt anguli E A F & E B G insensibiles sint, cùm hi anguli reliquos qui ad basin sunt, nempe E A B & E B A, à non rectis discriminent: ignoratâ autem hac differentiâ, necesse est angulos E A B & E B A, qui ad basin sunt, pro rectis haberi per 28. primi Euclidis, adiuuante sexto axiomate libri quarti huius operis.



E

Eius generis exempla quàm plurima in medium adferri possent; quæ ideò prætermittimus, quòd illorum omnium vna sit causa, puta immensa visus reique aspectatæ intercapedo, quæ si non rem totam, saltem minores aliquas eius partes, vel maiorum etiam differentias, hoc est excessus defectusque videri minimè concedit, vt proinde æqualia illa videantur, quorum nullum discrimen percipitur. F

Hoc tamen ad propositi confirmationem iam dictis adiungi potest, si in planum A B ab oculo E longissimo interuallo disiuncto quotcumque radij oblique procidant, puta E A & E B, ij videantur directè incidere: nam per 35 libri quarti obliquitas obiecti ex immoderata longinquitate non dignoscitur: igitur æquales apparebunt anguli E A H & E A B,

A EAB, itemque EBK & EBA æquales: atque ea propter normalis aſpectui apparebit vterque radiorum E-A & EB ipſi AB; quare & pro parallelis habebuntur per vigeſimam octauam propoſitionem libri primi Euclidis.

Rurſus cùm parallelæ rectæ lineæ, definitore Euclide, eæ ſint quæ quantumuis productæ, numquam concurrunt, & illæ quoad aſpectum parallelæ erunt quæ longiùs productæ nuſquam concurrere videntur. Igitur quarum concurſus adeò eſt longè diſſitus, vt obtutus actiuitatem excedat, eæ ita ſe habent ac ſi nuſquam conuenirent: & quemadmodum loco reipſa infinitè remoto congredi, eſt nuſquam verè congredi; ſic illæ non videntur concurrere, quarum congreſſionis terminus vltra aſpectum deportatur. Quo-
B circà quæ à communi puncto procidunt infinitè diſſito, hoc eſt extra aſpectus actiuitatem conſtituto, eæ aſpectui parallelæ apparent; ac proinde in orthographicis proiectionibus radij paralleli ducendi ſunt, nulla habita oculi ratione. Ex omnibus tamen qui ad varias partes rei obiectæ pertinent, vni principatum concedimus, ei ſcilicet qui per centrum tranſit, aut certè cui iam à principio liberè conſtituto ceteri ducuntur paralleli, quem proinde Principalem & Primarium deinceps appellabimus, vtpote cuius comparatione tota proiectionis ratio conſiſtit.

Ex his facilè apparet ratio, cur hoc proiectionis genus Orthographice ſit nũcupatum, quaſi enim dicas deſcriptionem ex radiis ad planum rectis: nam linea quæ plano ad perpendiculum inſiſtit, Græcè ὀρθή, aptiuſque Latinè Recta dicitur: plano autem quod di-
C rectè aſpectui obuertitur, radij omnes ad rectos angulos incidunt, vt iam oſtenſum eſt. Quamuis & aliud eſſe poſſit huius nominis etymon, quòd videlicet hæc proiectio non fiat profuſis per rem ipſam radiis; ſed re potiùs ad planum vſque recto itinere promota: ſic enim omnia rei puncta lineis parallelis incedunt, ſeruato nimirum eodem ſemper interuallo; & vbi hæ planum interſecant, illic ſingulæ rei partes ſui quodammodò imaginem imprimunt, quam primitiuæ rei dicimus proiecturam.

PROPOSITIO II. THEOREMA.

Punctum ſemper in vnum aliquod ſubiecti plani punctum
D ### *orthographicè profunditur.*

NAM ſi non in punctum, ſed in lineam proijceretur, conſequens foret vt radius opticus per punctum viſile extenſus, dum plano occurrit, partem eius aliqua longitudine præditam attingeret: cumque pars plani, quam radius opticus attingit, cum ipſo radio vnam eamdemque lineam efficiat, ſequeretur porrò eiuſdem rectæ lineæ partem quidem in ſubiecto eſſe plano, partem verò in ſublimi; quod primæ propoſitioni vndecimi libri Euclidis aduerſatur: fieri ergo nequit vt punctum in lineam proijciatur, multò verò minùs in ſuperficiem, ſeu plani ſubiecti portionem quæ latitudinem habeat, transferri poteſt, cùm ipſum pri-
E mitiuum punctum latitudinis ſit expers: itaque neceſſe eſt punctum in plani punctum ſemper profundi; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO III. THEOREMA.

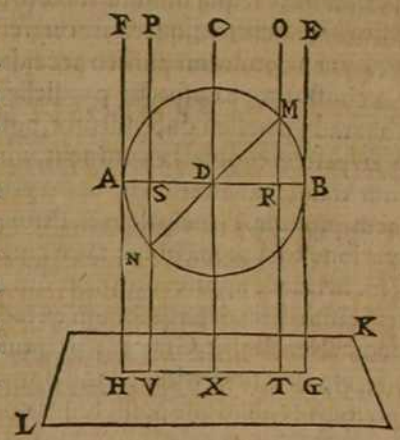
Recta linea perpendiculariter aſpectata ſemper proïjcitur in punctum.

F QVONIAM per definitionem perpendicularis ſitus ante propoſitionem 31. libri tertij explicatam, linea cùm perpendiculariter cernitur, ita oculo obuertitur, vt in directum producta centrum viſus attingat; hinc fit, vt obiecta perpendiculariter linea cum optico radio vnam rectam lineam efficiat: hæc autem ad planum vſque protracta illud in ſolo puncto interſecat, vt præcedente propoſitione ex eo oſtenſum eſt, quòd alioquin eiuſdem rectæ lineæ pars quidem in ſubiecto foret plano, pars verò in ſublimi, aduerſus primam propoſitionem lib. vndecimi Euclidis: igitur recta linea perpendiculariter aſpectata ſemper in punctum propoſiti plani orthographicè proiicitur, quippe illic eſt locus rei in plano, vbi illud radius opticus per rem ductus in tranſitu attingit, per commune Proiectionum axioma ſuperiùs explicatum.

PROPOSITIO IV. THEOREMA.

Recta linea directè intuita in rectam proïjcitur lineam, eamq; maximam.

ESTO linea A B directè aſpectui obiecta, in quam proinde radius principalis C D rectis incidat angulis, per ea quę ad propoſitionem 31. libri 3. ſunt prædefinita. Si itaq; per extremitates propoſitæ lineæ A & B radij ducantur, tum principali radio, tum inter ſe paralleli, puta F A & E B, vt prima propoſitione faciendum eſſe docuimus, erunt duo hi radij vnà cum principali C D omnes in eodem ſimul plano per 1. lemma huius libri. Hoc ergo planum ſi producatur verſus tabulam K L, donec eidem occurrat in G H, erit G H, communis ſcilicet vtriuſque ſectio, recta linea per 3. vndecimi Euclidis: quamobrem recta linea directè intuita in rectam proijcitur lineam; quod primò demonſtraſſe oportuit.



Nunc G H maximam eſſe omnium illarum in quas recta A B proijci poteſt, ita probabitur: Finge rectam A B circum D velut centrum in orbem conuerti, ſic vt eo motu A B à directo ſitu in obliquum M N commutetur: ductis igitur per extremitates M & N radijs parallelis O M & P N; quoniam cum his ipſa M N obliquos angulos facit, ſecabunt O M & P N circulum per 16. tertij Euclidis: quare & diametrum A B ſecabunt in punctis, exempli gratia R & S: erit igitur R S minor ipſa A B, vt pars totâ: quocircà & proiectura T V ipsâ G H minor erit, vt pars totâ: itaque G H maxima eſt illarum omnium, in quas A B proiici poteſt; quod ſecundo loco fuit propoſitum.

PROPOSITIO V. THEOREMA.

Linea recta obliquè obuerſa proïjcitur in rectam lineam, ſed contractam.

HVIVS propoſitionis explicatio ex demonſtratione præcedentis perſpicuè patet. Nam linea M N obliquè obuerſa, ipſiq; A B æqualis per circuli definitionem proiicitur quidem in lineam T V, ſed minorem quàm ſit G H, proiectura lineæ A B, quæ directè obtutui opponitur: cumq; eodem modo in ceteris obliquis lineis procedat ſuperior demonſtratio, apertè conuincitur propoſitum, ſcilicet lineam rectam obliquè obuerſam, in rectam item lineam proijci, ſed contractam; ac tantò minorem, quàtò eius obliquior eſt ſitus. Cùm enim directè expoſita appareat maxima, perpendiculariter verò nulla, eſtque ſitus eò obliquior, quò perpendiculari vicinior, perſpicuum eſt ſitu à minùs obliquo in obliquiorem mutato, lineæ proiecturam continuò minui, quouſque tandem in punctum redigatur, quod tum accidit, cùm obliquus ſitus in perpendicularem tandem commutatur.

PROPOSITIO VI. PROBLEMA.

Exceptam plano lineam in partes repræſentando ſecare.

SIT, vt priùs, A B propoſita linea, eius verò proiectura G H: ſitque A B ſecta vtcumq; in R & S: oporteat autem & ipſam G H in ſimiles partes orthographicè partiri, ſic vt partes lineæ G H ipſius A B partes repræſentent: agantur per R & S radij R T & S V, ipſis A H & B G paralleli, vt faciendum propoſitione prima monuimus: erunt igitur T & V loca in quibus G H orthographicè ita ſecatur, vt A B ſecta eſt in R & S. Nam cùm per commune Proiectionum axioma illic ſit locus rei, vbi radius opticus per rem ductus attingit planum, & per primam huius libri propoſitionem oporteat in hoc genere proiectionis radios ducere paralle-

A rallelos: quemadmodum H & G loca ſunt proiectorum A & B punctorum, propterea quòd A H & B G radij ducti ſint paralleli: ſic T & V erunt loca ſignorum R & S, quòd radij R T & S V cùm inter ſe, tum ipſis A H & B G ſint paralleli. Hoc igitur modo excepta plano linea ita ſecabitur, vt ſecta eſt ipſa A B archetypa, quod erat perficiendum.

Quod de linea A B diximus directè viſui obiecta, id de ceteris omnibus obliquo ſitu propoſitis eſt intelligendum: nam omnium vna eademque eſt & diſtributionis praxis, & demonſtrandi ratio; ſi nimirum à ſignis, quibus primitiuæ lineæ partes diſtinguuntur, ad planum vſque radij protendantur principali radio paralleli, factum erit propoſitum: vbi enim hi planum attingent, ibi per commune Proiecturarum axioma primitiuorum ſi-
B gnorum proiecturas exhibebunt, quæ poſtulabantur.

PROPOSITIO VII. PROBLEMA.

Sectâ vtcumque rectæ lineæ proiecturâ ſimiliter ſecare prototypam.

HVIVS problematis eadem eſt ratio quæ præcedentis. Cùm namque oculus, ac res reiſque figura in eodem radio optico exiſtant, ſiue ducantur lineæ à plano ad rem ipſam, ſiue contrà à re ad planum, eaſdem ſemper ſectiones produci neceſſe eſt. Eſto itaque, vt priùs, G H data proiectura lineæ A B ſeu directè ſeu obliquè aſpectui exhibitæ, ſitque G H ſecta
C vtcumque in T & V: poſtuletur verò vt ſimiliter ſecetur ipſa A B, hoc eſt in eas partes, quæ partibus lineæ G H quoad aſpectum reſpondeant: à punctis T & V rectæ ducantur T R & V S ipſis A H & B G parallelæ, factumque erit propoſitum. Nam vbi hæ lineæ ſecant lineam A B, ibi erunt ſectiones poſtulatæ partibus ipſius G H repræſentatione ſimiles: ſiquidem R autographum eſt ſigni T, & S ipſius V per commune axioma proiectionum. Quare ſolutum eſt problema.

PROPOSITIO VIII. THEOREMA.

Plana ſuperficies perpendiculariter aſpectata proïjcitur in rectam
D *lineam, cuius magnitudo tangentibus parallelis continetur.*

QVONIAM per ea quæ ad propoſitionem 31. lib. 3. prædefinita ſunt, is perpendicularis eſt ſitus, quo res ita aſpectui obuertitur, vt ad oculum protracta in eius centrum incidat, perſpicuè patet radios omnes, qui ab oculo ad ſuperficiem perpendiculariter obiectam deſtinantur, in eodem cum ipſa plano exiſtere. Hoc ergo planum ſi in aduerſam partem producatur, quoad tandem cum tabula concurrat, erit communis ipſius & plani ſectio recta linea per 3. vndecimi Euclidis: itaque ſuperficies perpendiculariter obiecta in rectam proijcitur lineam; quod primò erat demonſtrandum.

E Quòd verò eius magnitudo tangentibus radiis contineatur, ex iam ſæpiùs repetitis patet. Nam tangentes radij extremi ſunt omnium illorum qui ad rem pertinent, vt libro 4. lemmate 25. docuimus: igitur quemadmodum tangentes radij totam rem quæ viſui obijcitur, complectuntur, ſic totam definiunt rei profuſionem, quæ ad planum vſque extenſa ſectionem in eo exhibet ſecundùm aſpectum prototypo congruentem.

PROPOSITIO IX. THEOREMA.

Superficies plana directè aut obliquè propoſita in ſuperficiem proïjcitur.

F PLANA ſuperficies directè vel obliquè propoſita, ſic ad obtutum ſe habet, vt quaquauerſus producta, numquam in cẽtrum viſus incurrat: quo fit, vt quotquot in eam incidunt radij, omnes ipſam ſecent: quare ſi per eius ambitum paralleli radij procidant, ſeu potiùs radioſa quædam ſuperficies ipſam, quæ ſpectatur, vndique cingat, illa ſolidum quoddam corpus concludet. Quod quidem priſma erit, ſi ſpectata ſuperficies figuram habeat rectilineam: ſi verò circularem, cylindrus.

Finge itaque animo radioſum hoc corpus per aſpectabilem ſuperficiem ad planum vſque protendi, an non communis interſectio plani, & radioſi illius corporis ſuperficies

erit? Igitur ſuperficies directè vel obliquè aſpectui propoſita in ſuperficiem proijcietur; quod erat demonſtrandum. A

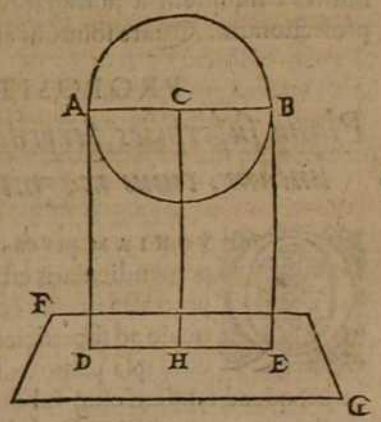
Expoſitis linearum & ſuperficierum proiectionibus, ad figuras accedimus, quæ ſunt ſpectabiles quædam ſuperficierum affectiones. In his nonnullæ ſunt rectilineæ, aliæ circulares: de illis quidem hoc loco nihil attinet dicere, cùm conſtet proiectis lateribus eo quo iam dictum eſt modo, & ipſas figuras deſcriptas eſſe: nam figuræ rectilineæ nil ſunt prorſus aliud, quàm ſpatia rectis lineis ambientibus comprehenſa. His itaque in planum conſignatis, ipſæ quoque figuræ rectilineæ quæcumque tandem B *propoſitæ fuerint, proiectæ habentur. Quare ad circulos progredimur, qui peculiarem habent proiecturæ modum, eumque ex diuerſitate aſpectus varium.*

PROPOSITIO X. THEOREMA.

Circulus perpendiculariter expoſitus, in rectam proijcitur lineam, circuli diametro æqualem.

PRIOR huius propoſitionis pars manifeſta eſt ex octaua propoſitione huius libri, qua vniuersè demonſtrauimus omnem ſuperficiem perpendiculariter exhibitam, in rectam lineam profundi. C

Altera verò, proiectam hanc lineam æqualem eſſe circuli diametro, ſic probabitur: Eſto circulus AB, cuius centrum C, perpendiculariter obiectus, ipſumque contingant paralleli radij AD & BE, & per loca contactuum diametrus agatur AB: dico ipſam circuli proiecturam DE, diametro AB æqualem eſſe. Quoniam enim ex hypotheſi planum FG directè aſpectui obuerſatur, neceſſe eſt angulos D & E rectos eſſe: ſed & recti ſunt ABE & BAD anguli per 18. tertij Euclidis: igitur parallelæ ſunt ipſæ AB & DE rectæ lineæ per 28. primi Euclidis: ſunt verò & AD, BE parallelæ ex conſtructione; itaque parallelogrammum eſt ABED: quare per 34. primi Euclidis æqualia ſunt inter ſe quæ ex aduerſo conſiſtunt, latera AB & DE: quare circuli perpendiculariter ſpectati proiectura recta eſt linea primitiui circuli diametro æqualis; quod erat demonſtrandum.



D

E

PROPOSITIO XI. PROBLEMA.

Circulum perpendiculariter exhibitum in planum tranſcribere.

HOC problema praxin ſuperioris theorematis continet. Cùm enim ex illo conſtet circulum perpendiculariter exhibitum in rectam lineam plano exceptum commutari, nunc modus poſtulatur, quo ea linea ſeu circuli imago in plano inueniri poſſit.

Eſto, vt priùs, circulus AB deſcriptus ex centro C, planumq; FG, primariusque autem radius CH, cui ad normam ducatur AB per circuli centrum C traiecta, atque ab huius extremis A & B rectæ ducantur lineæ principali radio parallelæ AD & BE, quæ productæ ſecent planum FG in punctis D & E, hæc verò connectantur per rectam DE, quam dico eſſe propoſiti circuli proiecturam. Quoniam enim AD & BE parallelæ ſunt poſitæ ipſi CH, eſtque vterque angulorum ad C rectus, erunt & anguli CAD & CBE recti per 29. primi Euclidis: quare AD & BE circulum contingunt in A & B per 16. tertij Euclidis. Quod cùm ita ſit, quæcunque intra has primario radio parallelæ ducentur, ipſum circulum ſecabunt, productæque intra D & E cadent: quocirca per commune axioma Proiectionum omnia puncta propoſiti circuli in lineam DE transfundentur: atque ea propter DE ipſius eſt circuli imago plano FG impreſſa, quæ poſtulabatur. F

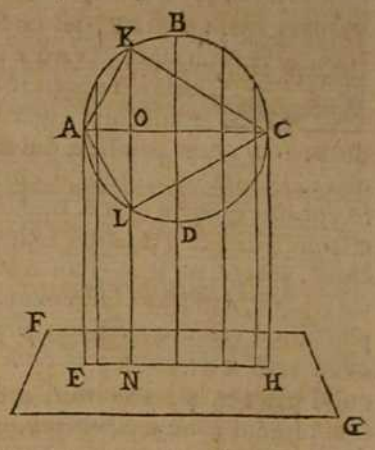
PRO-

A

PROPOSITIO XII. PROBLEMA.

Lineam à circulo proiectam in partes orthographicè secare, quæ circuli partes repræsentent.

ESTO circulus ABCD in 12. partes æquales distributus, initio facto à puncto A, sitque circuli proiectura EH in plano FG radijs contenta parallelis AE & CH: per singulas itaque partes diuisi circuli ad lineam EH rectæ ducantur ipsis AE & CH parallelæ, factumque erit propositum. Nam vbi hæ in proiecturam EH incident, hic loca erunt sectionum, quibus linearis forma circuli ABCD ita secatur quoad aspectum, quemadmodum sectus est ipse datus circulus: quod sanè perspicuum est per commune Proiectionum axioma superiùs explicatum.



B

Porrò quoniam huius problematis praxis, cùm circulus à plano sublimis existit, vt in præsenti schemate, minùs est expedita, breuiori compendio eam absoluemus, si in subiecto plano circa linearem proiecturam velut diametrum circulum describamus, eumque in eas partes diuidamus, in quas sectus est primitiuus circulus; à signis autem sectionum ad diametrum perpendiculares applicemus; hæ enim diametrum secabunt in eas partes, quæ circuli partes repræsentent: nam cùm omnes illæ eidem sint perpendiculares, erunt ipsæ inter se parallelæ per 28. primi Euclidis: quare radiorum instar ab oculo infinitè dissito protensorum, circuli puncta in rectam illam lineam promouebunt, cui ad normam applicantur.

C

Sunt verò linearis proiecturæ partes quæ ab æqualibus circuli peripherijs proueniunt, minimè inter se æquales, sed minores semper illæ quæ longiùs à medio absunt: nam remotiores à centro radij obliquioribus angulis circuli peripheriam intersecant; quare minori interuallo ab inuicem distant: sunt igitur prope extremitates minores æqualium peripheriarum proiecturæ; quod & ex lemmate 8. apertiùs potest demonstrari.

D

PROPOSITIO XIII. THEOREMA.

Bina puncta dissecti circuli, quæ ab altero extremorum pari interuallo distant, in vnum punctum linearis proiecturæ incidunt.

IN eodem circulo ABCD sint, exempli gratia, puncta K & L pari interuallo ab altero extremorum A vel B disiuncta: dico ea in idem simul punctum lineæ EH, puta in N, transfundi. Quoniam enim æquales sunt ex hypothesi arcus AK & AL, erunt & rectæ illis subtensæ æquales per 29. tertij Euclidis: at cùm AC per circuli centrum incedat, erunt & ABC, ADC, vtpote semicirculi, æquales: ab his igitur si æquales auferantur supradictæ circulares portiones AK & AL, relinquentur arcus KC & LC æquales per communem notionem, quibus item æquales rectæ lineæ subtendentur per eamdem 29. tertij Euclidis. Quocirca in triangulis AKC & ALC cùm æquale sit latus AK lateri AL, & latus AC commune vtrique, basisque KC basi LC æqualis, erit & angulus KAC angulo LAC æqualis per 8. primi Euclidis. Rursus cùm circum hos æquales angulos duo sint latera AK & AO, duobus lateribus AL & AO æqualia, vtrumque vtrique, hoc est AK ipsi AL, AO verò vtrique commune, erit & basis OK basi OL æqualis per 4. primi Euclidis; atque eapropter angulus AON rectus est per 3. tertij Euclidis: sed & OAE angulus est rectus per 18. tertij Euclidis: igitur parallelæ sunt AE & KLN per 29. primi Euclidis: ideoque puncta K & L in vnum punctum N proijciuntur: siquidem per commune axioma Proiectionum ibi est locus vtriusque puncti K & L, vbi radius opticus per vtrumque ductus attingit planum: at vtriusque puncti K & L cùm vnicus sit radius, is in vnum solum punctum N contingit planum: itaque N vtrumque simul punctum K & L repræsentat; quod erat demonstrandum.

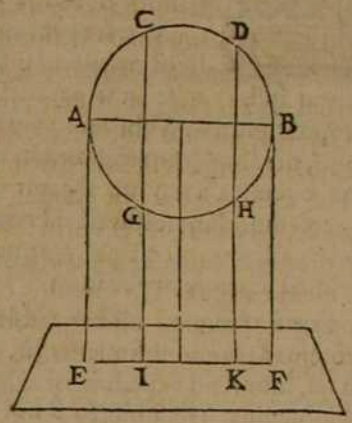
E

F

PROPOSITIO XIIII. PROBLEMA. A

Rectâ lineâ sectâ vtcumque, circulum quem illa repræsentat, in partes reciprocè distribuere.

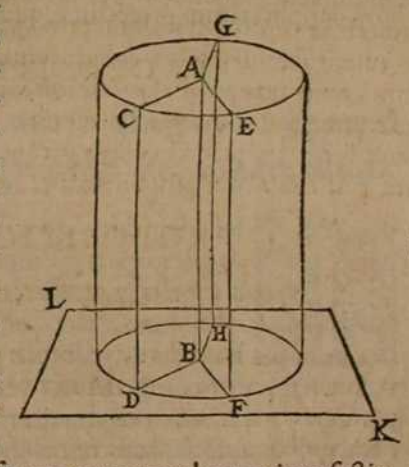
SIT circulus A C D B ex perpendiculari aspectu proiectus in lineam E F radijs A E & B F, qui circulum in A & B contingant; sit verò E F secta in I & K vtcumque: oporteat autē in circulo partes inuenire, quæ his aspectu respondeant: ab I & K parallelæ ducantur ipsis A E & B F, quæ radiorum opticorum vicem subeāt, ac circulum secent, hæc quidem in H & D, illa verò in G & C: dico circulum in C & G similiter sectum esse quoad aspectum, vt recta E F secta est in I: atque vt recta E F secta est in K, ita sectum esse circulum in D & H; sic vt punctum I vtrumque circuli punctum C & G, punctum verò K vtrumque D & H æquè repræsentet; quod patet ex ipsa radiorum procidentia, adiuuante communi axiomate superius proposito: siquidem cùm necesse sit rem, eiusque proiecturam, in eodem radio optico sitam esse, perspicuum est, ductis radijs opticis I C & K D parallelōs ipsis A E & B F, vti propositione prima præscribitur, proiecturæ I archetypum esse vtrumuis signorum C vel G, & proiecturæ K in circulo respondere vtrumuis punctorum D vel H: atque ita se habet praxis, & ratio eius, quod fuerat postulatum.



PROPOSITIO XV. THEOREMA. D

Circulus directè aspectui obuersus, in circulum proijcitur.

ESTO directè propositus circulus C G E, cuius centrum A, planum verò L K etiam directe visui oppositū, ac proinde dato circulo parallelum, per ea quæ lib. 3. ad propositionem 31. prædefiniuimus: per centrum autem circuli A, radius primarius actus sit A B, & huic paralleli à circuli circumferētia producti C D, E F & G H; erit igitur B proiecturæ centrum ipsius circuli centrum repræsentans per superius axioma: dico verò puncta D F & H, & quotquot à circuli C E G circumferentia parallelis ipsi A B radius in planum L K proijciuntur, omnia in circularem perimetrum, cuius centrum B, conuenire: nam ductis ex C, E & G ad centrum A rectis lineis C A, E A & G A, similiter autem iunctis D B, F B & H B, cùm A C D B planum duo simul secet parallela plana, circulum nimirum propositum, & id quod huic parallelōs subijcitur, fit, vt communes horum intersectiones A C & B D sint inter se parallelæ per 16. vndecimi Euclidis: sunt verò & C D, A B parallelæ ex constructione: igitur parallelogrammum est A C D B, vt constat ex propria ipsius parallelogrammi definitione. eodem quoque modo parallelogramma sunt A F & A H: sed parallelogrammorum spatiorum æqualia sunt inter se quæ ex aduerso sibi opponuntur latera per 34. primi Euclidis: itaque æqualia sunt A C ipsi B D, & A E ipsi B F, & A G ipsi B H. Sunt porrò A C, A E & A G inter se æqualia per circuli definitionem: quare & B D, B F & B H æqualia inter se sunt per communem notionem: atque idcircò proiectus in planum ambitus D F H, in quem radij optici ex peripheria obiecti circuli procidunt, circulus est; quod erat demonstrandum.



PRO-

A

PROPOSITIO XVI. THEOREMA.

Circulus ex directo aſpectu in planum orthographicè proiectus, primitiuo circulo eſt æqualis.

B EACILIS eſt huius propoſitionis demonſtratio ex præcedente. Quoniam enim in parallelogrammis A D, A F & A H ſuperioris ſchematis, æqualia oſtenſa ſunt oppoſita latera per trigeſimam quartam propoſitionem libri primi Euclidis, hoc eſt A C, A E & A G, æqualia ipſis B D, B F & B H; patet per primam definitionem libri tertij Euclidis, & ipſos circulos C E G & D F H æquales inter ſe eſſe; quod erat probandum.

Quod de circulo hoc loco oſtendimus, id paulò infrà vſu veniet in iis proiectionibus, quas de ſingulis ſphæræ partibus inſtituemus propoſitione 33. & ſequentibus: nam ex hac tum propoſitione conſtabit non modò ſphæræ totius proiectum ſchema circulum eſſe, maximo eorum qui in ſphera ſunt circulorum æqualem; verùm etiam id ratum erit, omnes circulos ſiue maximi illi ſint, ſiue non maximi, in quos principalis radius rectis incidit angulis, in circulos tranſcribi orthographicè debere primitiuis æquales; quocirca ne magno Lectoris faſtidio ac nauſea eadem ſæpiùs repetere cogamur, huius
C theorematis memoria in eum locum eſt aſſeruanda.

PROPOSITIO XVII. PROBLEMA.

Circulum directè ſpectatum in planum tranſcribere.

HVIVS problematis executio ex dictis facilè colligi poteſt. Conſtat enim, ſi per ſingula puncta circuli propoſiti in ſubiectum planum radij optici demittantur ipſi principali radio paralleli, ex horum congreſſione cum plano ſubiecto figuram deſcribi, quæ poſtulatur: nam per primam propoſitionem parallelis radiis quidlibet in quodlibet planum orthographicè tranſ-
D fertur. Vbi ergo hi cum plano conueniunt, ibi eſt ſingulorum punctorum apparens locus per proprium huius ſcientiæ axioma: eſt porrò ea figura circulus per 15. huius, iſque primitiuo circulo æqualis per propoſitionem proximè antecedentem: igitur accepto proiecturæ centro per radium principalem à centro propoſiti circuli demiſſum, interuallo autem ſemidiametro circuli primitiui deſcribatur circulus, factumque erit propoſitum; nam quæ parallelas ſemidiametros vtriuſque circuli connectent rectæ lineæ, & ipſæ principali radio parallelæ erunt per trigeſimam tertiam primi Euclidis; quare & inter ſe per 30. primi Euclidis; atque ea propter inſcriptus plano circulus, proiectura erit eius circuli qui proponebatur.

E

PROPOSITIO XVIII. THEOREMA.

Circuli proiecti centrum idem verum eſt, & apparens.

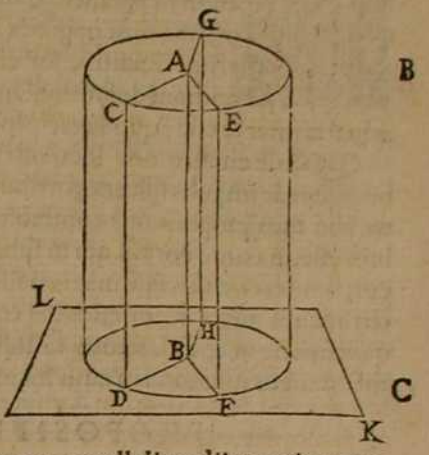
VERI atque apparentis centri diſcrimen ſatis per ſe notum eſſe arbitror, cùm nemo ignoret verum circuli centrum illud eſſe, quod totius figuræ exactum medium tenet, id verò quoniam ſubinde à medio proiectæ figuræ digreditur, nec eo ſpectatur loco vnde pari interuallo proiecturæ ambitus diſtat, fit vt apparens quidem hoc centrum vocetur, quod primitiuum centrum ſecundùm aſpectum repræſentet; at non verum, quia à proiecturæ medio verſus ambitum excurrit. Nunc ergo oſtendamus circuli à directo aſpectu proiecti
F centrum idem verum eſſe & apparens.

Radius in primis principalis per centrum circuli primitiui actus, dum plano occurrit, locum in eo ſignat centri apparentis, ſiquidem per proprium huius ſcientiæ axioma ſuperiùs explicatum, ibi eſt rei apparens locus, vbi planum radio per rem ducto attingitur. Quòd autem idem ſit & verum centrum, ex eo probatur, quia omnis circa ipſum ambitus ex circuli peripheria proiectus paribus vndique radijs attingitur, vt propoſitione 15. ſuprà oſtendimus. Igitur circuli proiecti centrum idem eſt & verum, & apparens; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XIX. THEOREMA.

Cùm circulus ex directo aſpectu in circulum proïjcitur, vtriuſque partes quæ parallelis radiis continentur, ſunt inter ſe æquales.

ESTO inquam D F H circulus ex directo aſpectu primitiui circuli C E G in planũ L K proiectus; ſintq́; vtriuſque partes C E & D F, parallelis radiis C D & E F contentæ: dico has æquales inter ſe eſſe. Quoniam enim parallelæ ſunt A C & A E ipſis B D & B F per 3. vndecimi Euclidis, nec in eodem ſunt plano, erunt anguli C A E & D B F inter ſe æquales per 10. vndecimi Euclidis. Sunt verò & ipſi circuli æquales per 16. propoſitionem huius libri: quocircà & peripheriæ C E & D F æqualibus angulis ſubtenſæ æquales inter ſe erunt per 26. tertij Euclidis, quæ docet in æqualibus circulis æquales angulos æquis peripherijs inſiſtere, ſiue ad centra, ſiue ad circumferentias. Atque eodem modo ſe res habet in ceteris vtriuſque circuli partibus: igitur cùm circulus ex directo aſpectu in circulum proijcitur, vtriuſque partes quę parallelis radiis continentur, ſunt inter ſe æquales.



PROPOSITIO XX. PROBLEMA.

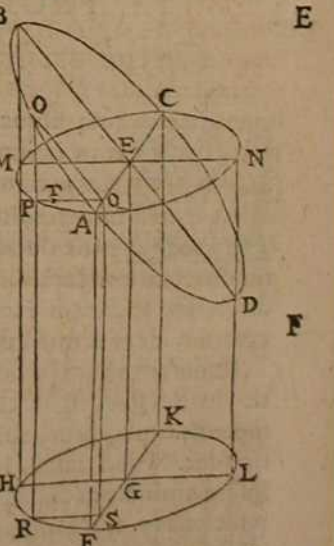
Circulum ex directo aſpectu proiectum in partes diſtribuere, quæ partes circuli primitiui repræſentent, & contrà.

PERSPECTA eſt iam huius problematis praxis ex ijs quæ proximè antè ſunt demonſtrata. Quoniam enim per 16. propoſitionem libri huius, circuli ipſi, hoc eſt verus, & is qui in plano apparet, itemq́; amborum partes radiis parallelis contentæ per 19. propoſitionem huius libri ſunt inter ſe æquales: dato ipſorum altero in partes vtcumque diuiſo, ſi & alter in æqualia ſegmenta diuidatur, factum erit propoſitum: nam huius partes partibus alterius ſecundùm aſpectum infinito interuallo diſiunctum reſpondebunt, vtpote parallelis radiis contentæ, quales ſcilicet hoc proiecturæ genus poſtulat, vt prop. 1. huius lib. docuimus.

PROPOSITIO XXI. THEOREMA.

Circulus obliquatus in formam ellipſeos plano exceptus cõmutatur.

CIRCVLVS A B C D obliquè exponatur, ſic vt per eius centrum E actus principalis radius E G ad rectos quidem ſit angulos diametro A C, reliquis autem obliquus; ſecetq́ue diametrum A C altera diametrus B D, ad rectos item angulos: ſit verò forma propoſiti circuli in ſubiectum planum transfuſa F H K L radiis à circuli peripheria vndique promiſſis A F, B H, C K & D L ac ceteris, qui quidem omnes ſint principali radio E G paralleli: dico F H K L circuli proiecti formam ellipſin eſſe, cuius extremæ iugataque diametri, maxima quidem ſit F K, vtpote circuli diametro A C æqualis per 4. propoſitionem huius libri; H L verò minima, quippe contracta, propter obliquè ſpectatam B D. Si namque in circuli peripheria aliud quodcumque punctum aſſumatur, puta o, idq́; per radium O R, qui principali radio parallelus ſit, ad planum vſque ad ſignum R producatur, propoſitum nobis ſit demonſtrare punctum R in ellipſin cadere. Agatur per circuli centrum E aliud planum ipſi F H K L parallelũ, nempe A M C N, quod à radio O R ſecetur in P, à radio B H



A verò B H in M, & à radio D L producto in N, ducanturque parallelæ rectæ lineæ O Q ipsi B E, & P Q ipsi M E, & R S ipsi H G. Quoniam itaque parallelum est planum A M C N ipsi F H K L plano, erit M E ipsi H G, & P Q ipsi R S parallela per 16. vndecimi Euclidis: sunt verò & radij ipsi inter se paralleli per 30. primi Euclidis, quòd scilicet omnes principali radio sint paralleli: igitur parallelogramma sunt M G & P S: quare æqualia sunt opposita ipsorum latera M E ipsi H G, & P Q ipsi R S per 34. primi Euclidis; ac proinde si ostensum fuerit punctum P in ellipsin cadere, cuius extremæ diametri sunt A C & M N, ipsum quoque R punctum in ellipsin incidere conuincetur, cuius extremæ diametri F K & H L.

Illud autem sic demonstrabitur: Quoniam A B C semicirculus est, & in eo B E ipsi A C
B ad rectos posita est angulos, erit per 2. lemma huius libri B E media proportionalis inter A E & E C: quare per 17. sexti Euclidis, quod ex B E fit quadratum, æquale est ei quod ex A E C fit rectangulo. Rursus quoniam O Q ostensa est ipsi B E parallela, & A E B angulus rectus est, erit & O Q E angulus rectus per 29. primi Euclidis; ideoque O Q eidem A C diametro perpendicularis erit, & per idem lemma 2. huius libri media proportionalis inter A Q & Q C: quocirca quadratum O Q rectangulo A Q C est æquale. Vt igitur quadratum B E ad rectangulum A E C, ita O Q quadratum ad A Q C rectangulum per 7. quinti Euclidis, nempe æqualia ad æqualia: quare per 16. quinti Euclidis vicissim quoque erit vt quadratum B E ad quadratum O Q, ita rectangulum A E C ad A Q C rectangulum: sed vt recta B E ad rectam O Q, ita est M E ad P Q: nam quoniam B E ipsi O Q ex constructione,
C & B M ipsi O P ex radiorum natura est parallela, nec sunt B E & B M in eodem cum O Q & O P plano, erit angulus E B M angulo Q O P æqualis per 10. vndecimi Euclidis. Eodem verò modo & reliqui anguli trianguli P O Q reliquis trianguli M B E angulis ostendentur æquales; siquidem M E & P Q parallelæ sunt ex constructione: æquiangula sunt igitur ipsa triangula P O Q & M B E: ac propterea per 4. sexti Euclidis vt B E ad O Q, ita M E ad P Q: quare vt quadratum B E ad quadratum O Q, ita M E quadratum ad quadratum P Q: sed quadratum B E ad quadratum O Q est, vt rectangulum A E C ad A Q C rectangulum: igitur & M E quadratum ad quadratum P Q est, vt rectangulum A E C ad A Q C rectangulum, non quidem vt æquale ad æquale, quemadmodum quadrata B E & O Q; sed vt minus ad maius. Id verò cùm ellipsi proprium sit, per ea quæ à Sereno Antinsensi demon-
D strantur libro primo de sectione Cylindri propositione 18. & nos quoque lemmate 17. suprà exposuimus, consequens est, vt punctum P in ellipsin cadat.

Si enim id negetur, concedere oportebit illud vel extra ellipsin cadere, vel intra: si extra, igitur ellipsis inter P & Q viam carpit; sit autem T locus vbi ipsam P Q ellipsis intersecat: itaque per 17. lemma huius libri vt quadratum M E ad rectangulum A E C, ita erit T Q quadratum ad A Q C rectangulum: sed iam ostensum est esse quadratum P Q ad rectangulum A Q C, sicuti quadratum M E ad A E C rectangulum: quocirca æqualia inter se esse oportet ipsarum T Q & P Q quadrata per 9. quinti Euclidis. Cùm enim quadrata ex T Q & P Q, ad rectangulum A Q C eamdem rationem habeant, eam videlicet, quam quadratum M E habet ad rectangulum A E C, erunt per iam citatam 9. quinti Euclidis
E quadrata ex T Q & P Q, inter se æqualia; ac proinde & horum latera T Q & P Q æqualia erunt, nempe pars toti, quod fieri nequit; non igitur cadet punctum P extra ellipsin.

Si autem intra ellipsin cadere dicatur, transibit ellipsis per signum aliquod lineæ P Q longiùs à puncto Q dissito quàm punctum P: quare eodem modo ostendi poterit totum parti æquale esse: itaque punctum P, & quoduis ceterorum, quæ à circuli peripheria in planum A M C N demittuntur, in ellipseos ambitum procidant necesse est. Atque eadem ratione punctum R ellipsin continget, cùm R S & H G ipsis P Q & M E, itemque F K in S & G secta sit in partes ipsius A C partibus æquales: quare circulus obliquatus in formam ellipseos plano exceptus commutatur; quod demonstrasse oportuit.

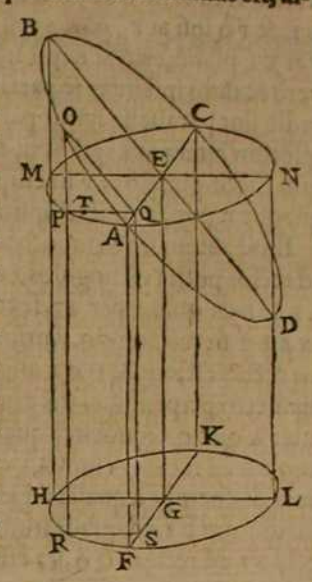
F

PROPOSITIO XXII. PROBLEMA.

Circulum ex obliquo aspectu in planum consignare.

PERCEPTO superiore theoremate haud erit difficilis huius problematis inuentio. Exposito namque obliquè circulo A B C D, primùm ducendus erit per ipsius centrum E ad planum vsque primarius radius E G, secundùm eam situs obliquitatem, qua circulus in planum transferri postulatur; quod sanè fiet, si à puncto E ducatur proposito plano perpendicularis E G per 11. vndecimi Euclidis: deinde in ipso circulo inueniendæ erunt extremæ illæ

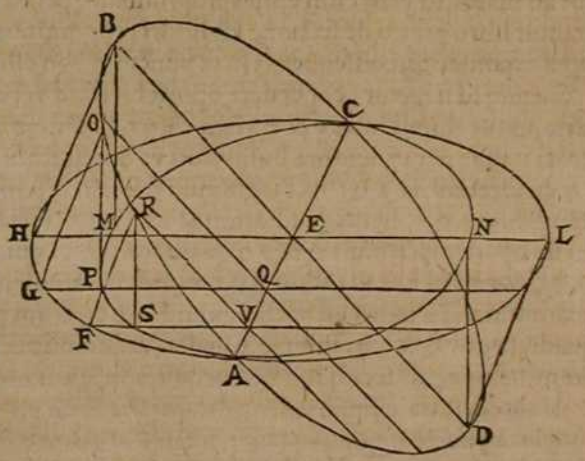
illæ lineæ per 4. lemma huius lib. ad quarum alteram principalis radius normalis est, alteri verò maximè obliquus: sintque eæ iam repertæ, normalis quidem illa A C, obliqua verò B D: tum ab harum linearum extremitatibus radij ad planum vsque protendentur A F, B H, C K & D L ipsi principali radio paralleli, locaq; congressuum iungentur rectis F K & H L, circa quas velut coniugatas diametros ellipsis describetur per vigesimum secundum lemma, factumque erit propositum. Nam per præcedens theorema quæcumque rectæ lineæ parallelæ à circumferentia circuli obliquati ad subiectum planum demittuntur, omnes in ellipsin cadunt, cuius maxima diametrus F K ex ea diametro circuli profusa, cui radius principalis ad rectos est angulos; minima verò H L proiectura eius diametri, ad quam principalis radius maximè obliquus est: at per primam huius libri propositionem, ea est cuiusque rei proiectura orthographica, quæ radiis parallelis ad planum productis continetur: igitur ellipsis circum F K & H L velut extremas diametros descripta, est ipsius primitiui circuli A B C D obliquati orthographica proiectura, quæ erat inuestiganda.



PROPOSITIO XXIII. PROBLEMA.

Circuli obliqui partes in ellipsin repræsentando transcribere.

CIRCA maximam diametrum propositæ ellipsis circulus describatur, isque eodem modo secetur, quo sectus est primitiuus circulus; à punctis verò sectionum rectæ lineæ ad communem circuli & ellipsis diametrum normaliter applicentur, factumque erit quod postulatur: nam vbi hæ attingent ellipsin, illic erunt puncta, quæ circuli diuisiones repræsentant.



Exempli gratia, esto idem qui suprà circulus A B C D, ex obliquo situ in ellipsin A M C N proiectus: sit verò circulus vtcumque diuisus in O & R; oporteat autem eadem signa in ellipsin repræsentando transferre, hoc est, ita secare ellipsin, vt sectæ ellipseos partes circuli partes repræsentent. Circa maiorem diametrum ellipsis A C circulus describatur in eodē cum ellipsi plano, nempe A H C L, qui quidem proposito circulo A B C D æqualis erit, quòd communem habeat vterque diametrum A C. Ex centro verò E ad rectos ipsi A C angulos excitetur altera diametrus H L, diuidaturque portio circularis perimetri A H in F & G, quemadmodum circuli portio A B diuisa est in R & O, ducanturque F V & G Q ipsi A C perpendiculares, hoc est ipsi A E parallelæ: dico portionem ellipsis A M in S & P, vbi eam F V & G Q intersecant, ita repræsentando distributam esse, vt circuli primitiui portio A B secta est in R & O.

Nam iunctâ B H, quoniam duorum planorum A H C & H B E communis sectio est H E, ad eamque normaliter adiuncta est E C, quæ ipsi quoque B E ad rectos est angulos per constructionem, erit E C ad planum quoque H B E recta per 4. vndecimi Euclidis: quare per 4. definitionem vndecimi Euclidis planum H B E ad planum A H C rectum est: igitur quæ à puncto B ad planum A H C perpendicularis ducetur, in rectam H E incidet per 38. vndecimi Euclidis; cadit autem eadem perpendicularis in peripheriam ellipsis ex hypothesi: igitur eo loci incidit, vbi H E ellipsin intersecat, puta in M.

Eodem verò modo iungantur bina puncta O & G per rectam O G: quoniam igitur æquales sunt circulorum portiones B O & H G, si eæ ab æqualibus A B & A H subducantur, relin-

A relinquentur A O & A G æquales: quare per 13. lemma parallelæ erunt B H & O G. Sunt verò & H E, G Q parallelæ: igitur per 15. vndecimi Euclidis parallela ſunt quæ per B H E & O G Q extenduntur plana: quæ cùm plano ſecentur B E Q O, erunt B E & O Q communes nempe vtrorumque ſectiones, parallelæ per 16. vndecimi Euclidis; ac proinde per 29. primi Euclidis O Q ipſi A C ad rectos eſt angulos, quia videlicet angulus A E B rectus eſt ex conſtructione: ex quo fit, vt ſuprà, planum G O Q ad planum A H C rectum eſſe. Quoniam enim Q C, quæ ad G Q communem interſectionem planorum G O Q & A H C rectis angulis applicita eſt, ipſi quoque O Q normaliter adiungitur, fit per 4. vndecimi Euclidis vt Q C ad planum G O Q recta ſit: atque idcircò planum G O Q ad planum A H C
B rectum eſt per 4. definitionem vndecimi Euclidis: quocircà quæ à puncto O in planum A H C perpẽdicularis demittitur O P, ea in rectam G Q, communem ſcilicet vtriuſq; plani A H C & G O Q ſectionem, incidat neceſſe eſt, per 38. vndecimi Euclidis: ſed & in ellipſin A M C N eadem perpendicularis cadit ex ſuppoſitione: igitur non ad aliud quàm ad ſignum P in ellipſin incidit, vbi ſcilicet recta G Q ellipſin interſecat. Simili verò demonſtratione ductâ F V ipſi A C perpendiculari, oſtendetur ſignum S, in quo ſcilicet F V ellipſin pertranſit, puncti R proiecturam eſſe: & quemadmodum circuli A B C D quadrans, aut perimetri portio A B ſecta eſt in R, ita repræſentando ſectam eſſe ellipſin in S: quare peractum demonſtratumque eſt, quod poſtulabatur.

C

PROPOSITIO XXIV. PROBLEMA.

Partes datæ ellipſeos ad circulum primitiuum reuocare.

CIRCA maximam ellipſis diametrum, vt priùs, circulus deſcribatur, & à punctis ſectæ ellipſis ad eamdem diametrum normales excitentur per 12. primi Euclidis, quæ ad circulum vſque producantur, factumque erit propoſitum: nam communes harum & circuli ſectiones loca erunt, in quibus circulus ita reipſa ſecabitur, quemadmodum repræſentando ſeu ſecundùm oculi aſpectum ſecta erat propoſita ellipſis.

D Exempli cauſa, ellipſis A M C N, cuius maxima diametrus A C, minima verò M N, ſit ſecta vtcumq; in P & S: oporteat autem hæc ſigna ad eas partes primitiui circuli reuocare, quæ illis ſecundùm aſpectum reſpondent: circa diametrum A C circulus deſcribatur A H C L in eodem cum ellipſi plano, & à punctis P & S rectæ protendantur P Q & S V ipſi A C perpendiculares, eæque producantur, quouſque cum circuli A H C L peripheria conueniant in G & F: dico G & F loca eſſe in quibus circulus A H C L ſeu A B C D ipſi æqualis ita ſecatur, vt repræſentando ellipſis ſecta eſt in P & S.

Quoniam enim E C vtrique B E & H E eſt perpendicularis ex prima ſchematis conſtructione, erit quoque eadem E C ad H Q E planum recta per 4. vndecimi Euclidis. Eſt autem E C ad H E, communem ſcilicet interſectionem planorum H B E & A H C, norma-
E liter adiuncta: igitur per 4. definitionem vndecimi Euclidis planum H B E ad planum A H C rectum eſt: quare M B, quæ à puncto ellipſis M ipſi H E perpendicularis erigitur, in eodem eſt cum H B E plano per 2. vndecimi Euclidis: concurret igitur cum vtroque latere H B & B E; attingit autem & circulum A B C D, cùm ex hypotheſi ſubiecta ellipſis A M C N ipſius A B C D circuli ſit proiectura: igitur eo loci M B circulum A B C D ſecabit, vbi H B & B E in eumdem circulum incidunt, hoc eſt in B: hic enim cùm circulus A B C D eo modo ſecetur, vt circulus A H C L in H, manifeſtum eſt punctum H idem cum illo eſſe, quod puncto M ex obliquo ſitu B D proiecto repræſentatur; quod primò oſtendiſſe oportuit.

Rurſus cùm P Q ipſi Q C ad rectos ſit angulos ex poſitione, ſi ex P ad ſubiectum pla-
F num A H C recta ad normam erigatur P O per 12. vndecimi Euclidis, iungaturque O Q, erit huic quoque ipſa Q C perpendicularis per 15. lemmâ libri quarti: quare O Q & G Q dimidiatæ ſunt chordæ dimidiatis peripherijs O A & G A ſubtenſæ per 3. tertij Euclidis: cumque O Q & G Q æqualiter diſtent à centro E, nempe interuallo Q E, erunt ipſæ etiam inter ſe æquales per 14. tertij Euclidis: igitur & dimidiati arcus O A & G A æquales erunt inter ſeſe: his verò ſublatis ab A B & A H, quos iam æquales eſſe oſtendimus, relinquentur æquales O B & G H: itaque vterque æqualium circulorum A B C & A H C plano G O Q vnus in G, alter in O æqualiter diuiduntur: at punctum O illud ipſum eſt quod in data ellipſi repræſentatur puncto P: nam P O, quæ ad planum A H C recta eſt,

in

in eodem est cum G O Q plano per 2. vndecimi Euclidis: ac proinde in eum locum circuli A B C D incidit, vbi vtraque G O & O Q eumdem circulum intersecant: igitur puncto P ellipseos respondet in circulo primitiuo A B C D punctum O; huic verò cùm ex æquo respondeat in circulo A H C L punctum G, palàm est G punctum illud esse, ad quod punctum P ex ellipsi reuocandum erat. Eodem verò modo se res habet in puncto S ac ceteris omnibus, quæ in ellipsi designari possunt: itaque si circa maximam diametrum datæ ellipsis circulus describatur, & per singula puncta sectæ ellipsis, ad eamdem diametrum rectæ secundùm normam applicentur, vbi hæ productæ secabunt & circulum, ibi partes erunt postulatæ, effectumque propositum; quod erat demonstrandum. A

PROPOSITIO XXV. THEOREMA. B

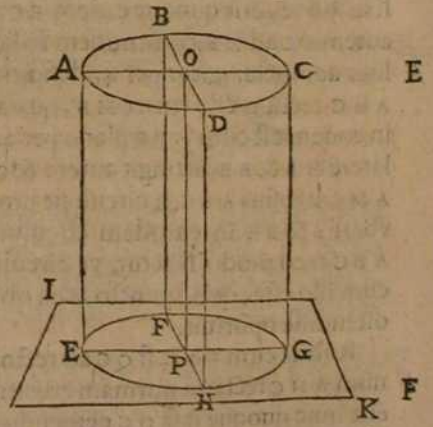
Ellipsis perpendiculariter exposita semper quidem in rectam proÿcitur lineam, sed quæ maiorem diametrum non excedat, nec à minore vincatur.

QVONIAM ellipsis figura est plana, perspicuum est ex propositione 8. huius libri eam perpendiculariter obiectam semper in rectam lineam procidere: quia verò eius magnitudo per eamdem 8. propositionem radijs tangentibus coërcetur, & hoc palàm est, non posse ellipseos proiecturam maioris dimetientis magnitudinem longitudine superare, nec à minore vinci; siquidem maxima diametrus, cùm ei radius principalis ad rectos est angulos, tum præcipuè directè obuersatur: quare per 4. propositionem huius lib. in lineam proijcitur, quàm fieri potest, maximam. Cùm verò principalis radius minimæ diametro est normalis, tum quidem linearis forma ellipsis plano excepta minima est, at neutiquam minor minimâ illâ diametro, cui radius principalis est perpendicularis; sed æqualis per eamdem 8. huius libri propos. Atque hi sunt extremi situs, quibus proiectura ellipsis perpendiculariter obiectæ vel maxima apparet vel minima. Quare patet numquam posse ellipsis profusionem ex perpendiculari situ maximam diametrum primitiuæ ellipsis longitudine excedere, aut à minore superari; quod erat ostendendum. C D

PROPOSITIO XXVI. THEOREMA.

Ellipsis ex directo aspectu in ellipsin proÿcitur primitiuæ æqualem ac similem.

ESTO ellipsis directè visui exposita A B C D ex centro O descripta, cuius maxima diametrus A C; minima B D, quæ proinde sese ad rectos angulos secent: radius autem principalis O P actus per centrum O ellipsi subiectoque plano rectis angulis insistat: ab extremitatibus porrò oppositarum dimetientium radij ad subiectum planum promittantur A E, B F, C G, & D H ipsi radio principali paralleli, qui proinde omnes per 30. primi Euclidis inter se quoque paralleli erunt. Cùm igitur primitiua ellipsis subiectumque planum similiter aspectui obijciantur, erunt ambæ superficies inter se parallelæ per ea quæ libro 3. ad propositionem 31. prædefiniuimus: quare per 16. vndecimi Euclidis A C & E G, communes videlicet sectiones vtriusque superficiei & plani A C G E, sunt inter se parallelæ; quo etiam modo parallelæ esse probantur B D & F H: itaque parallelogramma sunt A G & B H, quorum cùm ea quæ ex aduerso latera æqualia sint per 34 primi Euclidis, erit A C ipsi E G & B D ipsi F H æqualis; quocircà æquales sunt ipsæ ellipses: at verò etiam similes per 15. definitionem Sereni Antinsensis libro primo de Cylindri sectione, quòd scilicet earum coniugatę diametri, quę sese ad rectos angulos secant, eamdem proportionem habeant. Vt enim A C ad E G, ita se habet B D ad F H, nempe æquale ad æquale: sunt igitur ellipses

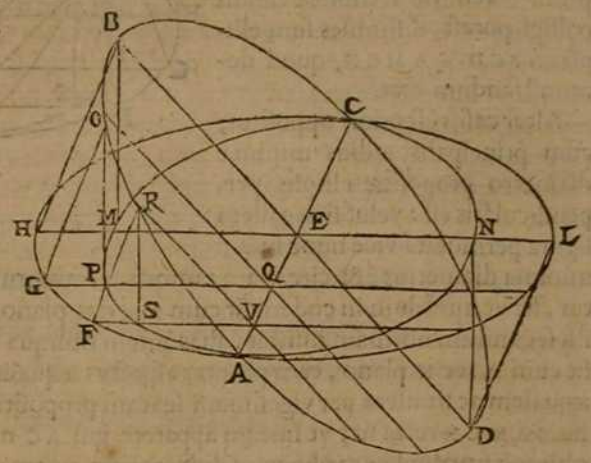


Apſes ipſæ inter ſe ſimiles, quarum altera ex primitiuæ ellipſis directo aſpectu in propoſitum planum ſecundùm Orthographiæ leges tranſcribitur; quod erat demóſtrandum.

PROPOSITIO XXVII. THEOREMA.

Ellipſis vno quidem obliquo ſitu in circulum proijcitur, aliàs in diſſimilem ellipſin tranſmutatur.

B HÆC propoſitio varios habet caſus. Ac primò ſi radius principalis maximæ diametro ſit perpendicularis, manente longitudine inuariata, ſola latitudo ellipſis mutabitur, auctaque obliquitate minuetur. Exempli gratia: eſto ellipſis A B C D, cuius maxima diametrus A C, minima verò B D; ſeceturque hæc plano A M C N per centrum E, ſic vt eius & ellipſis communis ſectio ſit maxima diametrus AC: finge iam animo ellipſin A B C D circa quieſcentem diametrum A C velut axem in orbem conuerti, & nunc quidem ipſi plano congruere; nunc verò ad perC pendiculum ipſi inſiſtere; nunc autem medium quempiam, hoc eſt obliquum ſitum tenere: perſpicuum igitur eſt, ſi ellipſis A B C D plano cõgruat, tum eius minimam diametrum B D ea magnitudine apparere, qua quidẽ poteſt maximâ per 8. propoſit. libri huius, quoniam directè aſpectui exhibetur, at non maiorem quàm ſit H L:



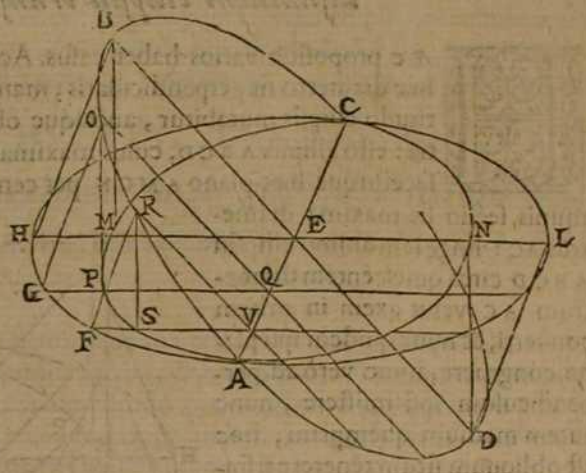
D ſi verò eadem ellipſis ad planum recta ſit, tum eamdem eius diametrum B D puncti inſtar ſpectari per 3. propoſitionem libri huius, quòd perpendiculariter obijciatur: ſi autem medio quopiam ſitu, eoque obliquo ellipſis exhibeatur, tum eius diametrum B D minori forma in planum tranſcribi, quàm ex directo aſpectu, qualem hîc vides ipſius M N contracturam. Hæc inquam perſpicua ſunt ex dictis; quare plura hoc loco addere ad ipſorum explicationem neceſſe non eſt.

Quòd autem ſemper ellipſis ſit ea quæ ex obliquo aſpectu plano excipitur figura, ſic poteſt demonſtrari: Eſto obliquitas primitiuæ ellipſis ad planum A M C N ea quæ litteris A B C D in propoſito ſchemate deſignatur, ſintque in ſubiecto plano puncta A & C ellipſi primitiuæ, eiuſque proiecturæ communia, punctorum verò B & D proiecturæ ſint E M & N per lineas perpendiculares B M & D N ad planum traductæ: accipiatur autem in ellipſi A B C D aliud quodcumque punctum, puta O, cuius forma in planum procidat ad ſignum P per radium O P, qui & ipſe ad planum A M C N ſit perpendicularis: dico punctum P in ellipſin incidere, cuius maxima diametrus A C, minima verò M N. Ducatur enim P Q ad rectos ipſi A C angulos, quæ proinde per 28. primi Euclidis ipſi quoque M E parallela erit, quòd ſcilicet angulus etiam M E Q ſit rectus ex hypotheſi.

Præterea quoniam O P & B M ambæ in planum A M C N ſecundum normam incidunt, erunt ipſæ quoque inter ſe parallelæ per ſextam propoſitionem libri vndecimi Euclidis: igitur quod per P O Q extenditur planum, ipſi M B E plano eſt parallelum per decimam quintam vndecimi Euclidis; quæ cùm ſecentur plano B E Q O, erit quoque O Q F parallela ipſi B E per decimam ſextam vndecimi Euclidis: quare per 10. vndecimi Euclidis æquiangula probantur ipſa triangula M B E & P O Q: ideoque per 4. ſexti Euclidis vt B E ad M E, ita ſe habet O Q ad P Q: & per 16. quinti Euclidis viciſſim vt B E ad O Q, ita M E ſe habet ad P Q: ac proinde per vigeſimam ſecundam ſexti Euclidis, vt quadratum B E ad O Q quadratum, ita M E quadratũ ad quadratum P Q. Sed cùm A B C D ſit ellipſis ex hypotheſi, erit per 17. lemma huius libri quadratum B E ad O Q quadratum, quemadmodum rectangulum A E C ad rectangulum A Q C: igitur & quadratum M E ad P Q quadratum, ita eſt vt A E C rectangulum ad rectangulum A Q C; atque idcircò ſignum P in ellipſin cadit, cuius maxima diametrus A C, minima verò M N. Si enim id negetur, con-

cedere oportebit signum P extra vel intra ellipsin incidere: at neutrum fieri posse propositione 21. ad finem est demonstratum: igitur punctum P in ellipsin cadit. Cumque eadem in ceteris punctis demonstratio locum habeat ex vigesima prima propositione huius libri mutuata, patet certè hoc primo casu propositam ellipsin ex obliquo aspectu in aliam ellipsin procidere. A

Quòd autem ea quæ plano excipitur primitiuæ dissimilis sit, ex eo conuincitur, quòd coniugatæ diametri quæ sese ad rectos angulos secant, non eamdem rationem habeant. Non enim vt AC ad BD, ita eadem AC ad MN, siquidem MN ipsâ BD est minor per 5. propositi. libri huius: quare vt ex 15. definitione libri primi Sereni de Sectione cylindri colligi potest, dissimiles sunt ellipses ABCD & AMCN; quod demonstrandum erat.



B

Alter casus est priori oppositus, cùm principalis radius minimæ diametro propositæ ellipsis perpendicularis est: velut si in eadem figura permutata vice nunc sit AC minima diametrus, & circa eam tamquam immotum axem ellipsis circumduci fingatur, sic vt interdum in eodem sit cum AMCN plano, interdum verò in sublime erecta, illi secundùm normam insistat, aliàs autem obliqua sit. Perspicuum igitur, si in eodem sit cum AMCN plano, eam propter aspectus æqualitatem proijci in ellipsin primitiuæ æqualem ac similem per vigesimam sextam propositionem libri huius: si verò ad planum AMCN recta sit, vt lineam apparere ipsi AC minimæ diametro æqualem; at ex obliquo situ duplicem obuenire differentiam, quam modò propositum sit sigillatim explicare, & propria demonstratione stabilire. C D

Prior itaque differentia huius casus est, cùm proiectura MN ipsi AC est æqualis, quod obtingere posse manifestum est, quoniam per 5. huius libri propositionem diametrus BD quò obliquiori situ offertur, eò minor ipsius proiectura euadit. Si igitur MN ipsi AC æqualis sit, dico proiecturam AMCN circulum esse. quod ita demonstrabitur: Sumpto in ea quouis puncto, exempli gratia P, ducantur ab eo PO & PQ ipsis MB & ME parallelæ: erit igitur PQ ipsi AC perpendicularis per 29. primi Euclidis, quòd scilicet ME ipsi AC sit perpendicularis: per ea verò quæ proximè sunt demonstrata, æquiangula erunt ipsa triangula MBE & POQ: quare per 4. sexti Euclidis homologa ipsorum latera quæ circa æquales sunt angulos: ac propterea per 22. sexti Euclidis vt quadratum BE ad OQ quadratum, ita se habebit quadratum ME ad quadratum PQ: sed quadratum BE ad OQ quadratum est, vt rectangulum AEC ad AQC rectangulum per 17. lemma: igitur & quadratum ME ad quadratum PQ erit, vt rectangulum AEC ad AQC rectangulum; & vicissim vt quadratum ME ad rectangulum AEC, ita quadratum PQ ad AQC rectangulum: est autem quadratum ME rectangulo AEC æquale, quoniam ex hypothesi ME est æqualis ipsi AE vel EC: itaque quadratum quoque PQ æquale est ipsi AQC rectangulo; atque ea propter signum P in circuli peripheriam cadit, per tertium lemma libri huius. Cùm verò in ceteris signis eadem sit ratio, patet proiectum schema AMCN circulum esse; quod erat probandum. E

Posterior verò differentia est, cùm MN ipsâ AC vel maior est, vel minor. Vtroque autem modo ellipsis est AMCN proiectura, at nequaquam primitiuæ ellipsi ABCD similis, cuius rei demonstratio eadem est quæ primi casus, quare eam repetere nil opus est; hoc tantùm paucis insinuasse sufficiat, per decimum septimũ lemma huius libri ostendi posse sumptum quodcumque punctum nimirum P, in ellipsin incidere: nam propter triangulorum MBE & POQ similitudinem, ita se habet quadratum ME ad rectangulum AEC, quemadmodum quadratum PQ ad id quod ex AQC fit rectangulum. quocirca per iam proximè citatum lemma assumptum signum P in ellipsin cadit, cumque in ceteris eadem sit demonstratio, patet AMCN ellipsin esse. F

PRO-

A

PROPOSITIO XXVIII. PROBLEMA.

Propoſita ellipſi eam ſitus obliquitatem inuenire, qua vt circulus in planum traducatur.

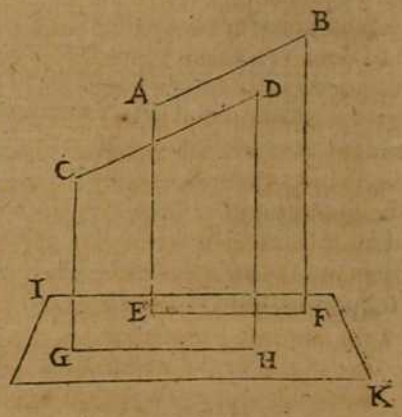
QVONIAM ea dumtaxat conſtitutione obtingere poteſt, vt ellipſis ex obliquo aſpectu circuli inſtar in plano appareat, qua principalis radius minimę dimetienti ad rectos eſt angulos: eſto ea, vt priùs, AC, & circa ipſam circulus deſcribatur AMCN, quem conſtat proiecturam eſſe eius ellipſis, cuius
B minima diametrus AC, altera autem cognita quidē eſt, at ignota obliquitas poſtulatur. Ab extremitatibus igitur M & N perpendiculares ipſi AMCN plano excitentur per 12. vndecimi Euclidis, centroque E, interuallo autem maximæ ſemidiametri propoſitæ ellipſis circulus deſcribatur, qui ipſas perpendiculares ſecabit, quoniam propoſitæ ellipſis maxima ſemidiametrus maior eſt ipsâ EM vel EN: ſecet itaque in punctis B & D, quibus adiungatur BD, hanc dico eam eſſe obliquitatem, ex qua propoſita ellipſis, cuius datæ diametri ſunt AC & BD, in planū AMCN circulari formâ procidit: quod ſanè ex hac ipſa, quam modò diximus, cōſtructione & praxi manifeſtè conſtat. Nam cùm MB & ND perpendiculares ſint ſubiecto plano, erunt M & N ſignorum B & D propriæ prōiecturæ: ſunt verò MN & AC inter ſe æquales. Igitur per præcedentem propoſ. cetera
C ellipſis puncta vtcumque in ipſius peripheria aſſumpta, in figurā AMCN procidunt. Eſt autem ex conſtructione AMCN circulus: igitur propoſita ellipſis ex ea ſitus obliquitate, quæ per ABCD deſignatur, circulari forma in planū tranſcribitur; quę erat inueſtiganda.

PROPOSITIO XXIX. THEOREMA.

Parallelæ rectæ lineæ, niſi in eamdem incidant, in parallelas rectas lineas profunduntur.

D SI quæ proponuntur parallelæ rectæ lineæ in eadē ſuperficie perpendiculariter expoſita ſimul exiſtant, perſpicuum eſt eas omnes in eamdem lineam transfundi: ſiquidem eiuſmodi ſuperficies tota in rectam lineam commutatur per 8. propoſ. libri huius: quare & omnes, quæ in ipſa ſunt, ſiue parallelæ eæ ſint, ſiue non parallelæ, in vnam coincidunt rectam lineam.

Si verò in diuerſis ſint ſuperficiebus, aut certè in eadem non perpendiculariter obiecta: dico eas in parallelas rectas lineas profundi. Sint enim AB & CD parallelæ rectæ lineæ ita expoſitæ, vt quæ per ipſas incedit ſuperficies, non ſit perpendiculariter obiecta: ſintque linearum AB & CD proiecturæ EF & GH per radios parallelos AE & BF, item CG & DH in planum IK tranſuſæ:
E dico EF & GH parallelas inter ſe eſſe. Quoniā enim parallelæ ſunt AB & CD ex hypotheſi, itemque AE & CG ex conſtructione, & quæ per ipſas ducuntur ſuperficies AF & CH parallelæ ſunt per 15. vndecimi Euclidis: has verò ſecat planum IK: igitur per 16. vndecimi Euclidis communes huius, & illarum ſectiones EF & GH ſunt inter ſe parallelæ; quod erat demonſtrandum.



PROPOSITIO XXX. THEOREMA.

F

Parallelæ ſuperficies perpendiculariter expoſitæ in parallelas rectas lineas proijciuntur.

EX iis quæ libro 3. ad propoſitionem 31. ſunt prædefinita, conſtat illas omnes ſuperficies quæ perpendiculariter obijciuntur, ob diſpoſitionis ſimilitudinem inter ſe parallelas eſſe; quare id quoque conteſtatum erit per 16. vndecimi Euclidis, earum & ſubiecti plani communes interſectiones rectas lineas eſſe, eaſque parallelas: ſunt autem hæ ipſarum ſuperficierum propriæ proiecturæ per 8. propoſitionem huius libri: igitur parallelę ſuperficies perpendi-

pendiculariter expositæ in parallelas rectas lineas proijciuntur ; quod erat demon- A
strandum.

PROPOSITIO XXXI. THEOREMA.

Si visus secundùm communẽ intersectionem plurium superficierum incedat, hæ in rectas lineas producentur, quæ sese in illo puncto secabunt, in quod communis omnium superficierum sectio procidit.

NAM quoniam radius principalis per omnium superficierum communem B
intersectionem incedere supponitur , erit is in singularum superficierum plano, vtpote commune omnium vinculum atque complexus: quo fit vt omnes illæ superficies perpendiculariter aspectui obijciantur: quare & per 8. huius libri propositionem,in rectas lineas omnes proijciuntur quæ commune habent intersectionis punctum illud,in quod ea proijcitur linea,quam omnes superficies communem habent ; quod sanè ex eo perspicuè patet, quòd hæc præ ceteris, quæ omnibus superficiebus communis est,vel maximè perpendiculariter visui obijciatur,quandoquidem per ipsam visus protenditur. Vt igitur hæc communis est superficiebus omnibus,ita eius proiectura,quę punctum est,omnium linearum,in quas superficies ipsæ transcribuntur,commune congressionis signum sit oportet;quod erat probandum. C

PROPOSITIO XXXII. THEOREMA.

Similes figuræ ex parallelis planis in similes incidunt proiecturarum formas.

MANIFESTA est huius propositi veritas,ex eo,quòd parallelæ illæ superficies,quibus inscriptæ sunt similes figuræ,eumdem habeant oppositionis situm. Similes autem figuræ similiter expositæ in similes formas proiectæ incidunt, vt ex parallelorum radiorum natura facilè potest demonstrari; siquidem paralleli radij in parallelas superficies æqualibus angulis pro- D
cumbunt: quocircà figurarum partes , quæ sibi mutuò proportione respondent, eamdem habent cum proiecturis analogiam : quod in vno situ ostendisse sufficiat , vt ex eo de ceteris rectè liceat pronuntiare. Sint in parallelis superficiebus obliquè expositis descriptę similes quidem,at inæquales figuræ,puta circuli,quorum accipiantur diametri similiter obiectæ,hoc est inter se parallelæ : has finge seruato situ ad planum vsque deportari dum vna extremitate planum attingant, altera verò sublimes emineant, atque ab vtroque puncto extremo sublimi ad planum perpendiculares ducantur , quæ duo triangula perficiant,erunt sanè hæc æquiangula;quippe recti sunt anguli, quos in planum incidentes radij efficiunt:itemque æquales illi quos diametri faciunt ad planum similiter inclinatæ : igitur & reliqui inter se sunt æquales per 32. primi Euclidis:quare per 4. sexti E
Euclidis proportionalia sunt latera,quæ circum æquales sunt angulos : vt ergo se habet diametrus ad diametrum,ita diametri proiectura ad proiecturam diametri.Cumque eadem sit in ceteris demonstratio , perspicuè patet similes figuras ex parallelis planis transscriptas in similes figuras procidere ; quod erat demonstrandum.

ORTHOGRAPHICA
SPHÆRÆ DESCRIPTIO
Visu per Æquinoctia & Horizontis planum incedente. F

IACTIS *huius Proiectionis fundamentis , superstruere aggredimur , atque ex simplicibus elementis compositarum rerum orthographicas productiones elicere. Inter cetera autem, quorum proiectiones peculiarem vsum habent,non infimum locum obtinet cælestis sphæra,cuius circuli ex vario situ aspectuque in planum transcripti ea omnia præstant,quæ ipsâ materiali sphærâ ex-*

A *rà exhibentur: & verò longè etiam perfectiùs atque expeditiùs, vt ſuprà in argumenti explicatione docuimus, cùm de Proiecturarum vtilitate ageremus. Igitur quo pacto ea omnifariàm in plano deſcribi poſſit, deinceps exponemus: ac primùm eo ſitu, quo primarius oculi radius per communes interſectiones Æquinoctiorum & Horizontis incedit, vnde Ptolemaici Analemmatis delineatio originem traxit. Eſt enim illud aliud nihil, quàm ſphæræ imago ex ea ipſa diſpoſitione in planum Meridiani conſignata, radiis ab*

B *oculo æquali intercapedine profuſis. Hinc etiam Aſtrolabium illud catholicum manauit, induſtria primùm Huonis Held inchoatum, quod poſteà illuſtris vir Ioannes Roias perfecit, propriáque commentatione illuſtrauit. Et quamuis Roias ipſe non, vti decuit, ſui Aſtrolabij originem explicauit, ex Perſpectiua tamen illud ſumpſiſſe principium paucis hiſce verbis apertè indicauit:* Vniuerſa igitur ratio nobis hoc loco à Perſpectiua trahatur. *At Gemma Friſius primo capite ſui Aſtrolabij catholici originem Aſtrolabij D. Roias enucleatiùs ita deſcribit:* Huius autem deformatio vnde originem ſumat difficile eſt explicare. Mihi verò videtur ab

C intuitu per ſphæram in planum produci, quemadmodum reliquæ iam dictæ ſphæræ planæ: ſed intellectu potiùs id concipitur, quàm manu perficitur. Si quis igitur cogitet ſphæram cum ſuis circulis meridianis & parallelis, qui omnium maximos habent vſus, proponi viſui, oculus verò in infinitum (ſi fieri poteſt) abſiſtat, radiosque per hemiſphærium in planum ſubiectum fundat, ita vt puncta æquinoctialia in recta linea oculo opponantur, *& quæ ſequuntur. Ex quibus manifeſtè apparet horum Auctorum ſententias cum noſtra ad vnguem conuenire. At quia Guidus Vbaldus libro 2. de*

D *planiſphæriorum vniuerſalium theorica, acriùs in vtrumque inuehitur, exiſtimaui aliquam huius cauſæ partem ad nos quoque pertinere. Sic inquit Guidus:* Gemma Friſius oculum infinito (ſi fieri poteſt) interuallo diſtare determinat: quod vtiq; idem eſt, ac ſi nullibi collocaret: nam quo pacto fieri poteſt aliquid à Perſpectiua ortum ducere, oculum verò infinita diſtantia abſiſtere? Hoc nimirum ipſi Perſpectiuæ repugnat. *Quo igitur pacto Guidus hoc Aſtrolabium deſcribet? Parallelis inquit lineis, quemadmodum & Ptolemæi Analemma,*

E *ex quo illud profluxit. Verùm ſi rectè expendatur ea infinitæ diſtantiæ explicatio, quam initio huius proiectionis præmiſimus, haud erit difficile proiectionis rationem cum infinita oculi diſtantia conciliare, cùm non abſolutè infinita intelligatur; ſed admodum magna, & quæ iuſti interualli fines excedat. Deinde parallelis lineis Guidus ſingulas ſphæræ partes in planum traduci iubet, quod Ptolemæus fecit in Analemmatis deſcriptione: at nullam præcepti rationem tradit. Nos verò id conſequens eſſe ex ipſius proiectionis natura ſuprà oſtendimus propoſitione prima. Demum ait ex Analemmate Aſtrolabium profluxiſſe, quod ſanè fieri nequit. Cùm enim vtriuſque idem ſit deſcri-*

F *ptionis modus, oportet vtrumque ex altiore capite manaſſe. Eſt igitur D. Roias catholicum Aſtrolabium ex eadem infinita oculi conſtitutione, & ex iiſdem proiecturæ legibus quibus Ptolemæi Analemma deſcriptum; à quo etiam nihil diſcrepat, niſi quemadmodum cetera Aſtrolabia, à ſphæræ proiectura verſatilibus regulis, indiculis, brachiolis, curſoribus, retibus, ceteriſque adminiculis, quorum in Aſtrolabiis proprius eſt vſus. Ne autem in propoſita ſphæræ deſcriptione doctrinæ ordo turbetur, cœptam propoſitionum ſeriem proſequemur.*

PROPOSITIO XXXIII. PROBLEMA. A

Meridianum in plano decircinare.

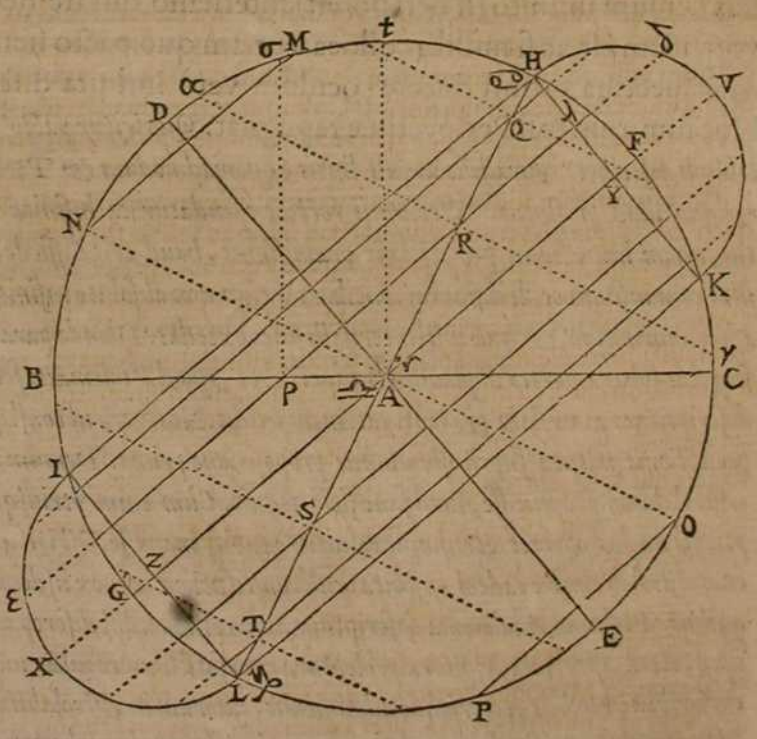
QVONIAM in præsenti constitutione sphæra ad oculum ita est comparata, vt radius principalis per vtrumque æquinoctij signum transeat, perspicuè patet eam lineam, quæ æquinoctia iungit, perpendiculariter obtutui exhiberi, cùm primario radio congruat: quare vtrumque æquinoctium in vnum idem punctum proiectum incidit. Si igitur circa hoc punctum, quod simul amborum æquinoctiorum vicem gerit, circulus describatur interuallo quocumque: dico hunc circulum Meridiani circuli esse productionem: nam in hac sphæræ descriptione supponimus visum non modò per æquinoctia, verùm etiam per Horizontis planum incedere, sic vt principalis radius per communes intersectiones Æquatoris & Horizontis protendatur. Est verò Meridianus circulus, & ad Horizontis, & ad Æquatoris planum rectus: igitur per 19. vndecimi Euclidis communis vtriusque circuli sectio, per quam visus incedit, ad rectos est eidem Meridiano angulos: quocircà necesse est Meridianum ipsum directè aspectui obuersari, ac proinde in circulum procidere per 15. huius libri propositionem. Est autem eius proiecturæ centrum punctum illud, in quod proijcitur recta illa linea, quæ cómunes intersectiones Æquatoris & Horizontis coniungit: itaque descripto circa hoc punctum circulo, erit is Meridiani proiectura; quod erat demonstrandum. B C

Porrò cùm Meridianus de numero sit maximorũ in sphæra circulorum, sitq; directè expositus, palàm est eius proiecturam omnes sphæræ partes suo ambitu complecti. Quinamq; ad sphæram pertinent tangentes radij, hi & totam sphæram coërcent, & Meridiani locum signant: quapropter ceterorum circulorum productiones, quas deinceps subiungemus, resumpto semper eodem Meridiano, vice plani describemus, vt mutuus omniũ consensus cùm inter sese, tum respectu Meridiani, totaq; sphęra clariùs eluceścat.

PROPOSITIO XXXIV. PROBLEMA. D

Horizontem in plano delineare.

ESTO circa centrum A interuallo quocumque circumductus circulus BDCE, qui per superiorẽ propositionẽ Meridianum circulum ac ipsum etiam planum repræsentet, in quod ceteri sphęrę circuli designãdi sunt, perque centrum A diametrus agatur BC: hanc dico propriam esse Horizontis designationem. Cùm enim ex hypothesi, primaque huius descriptionis constitutione visus productus in eodem sit cum Horizonte plano, constat Horizontem ipsum perpendiculariter obiectum esse, ac proinde per 10. propositionem huius libri in rectam lineam profundi, diametro circuli vnde



A vnde proficiſcitur, æqualem. Oportet autem Horizontis proiecturam etiam per ſphæræ centrum duci: nam quia Horizon circulus maximus eſt, oportet eius ac totius ſphæræ idem centrum eſſe per 6. primi Theodoſij: igitur per ſphæræ centrum ducere oportet Horizontis proiectionem. Quoniam ergo hæc omnia in lineam B C conueniunt, erit per 11. huius libri propoſitionem A B propria Horizontis proiectura, quam in Meridiani plano inuenire oportuit.

PROPOSITIO XXXV. PROBLEMA.

Poli altitudinem in plano inueſtigare.

B

MERIDIANO B D C E, & Horizonte B C iam conſtituto, ſi Meridianus in partes 360. æquales, quas gradus vocant, diſtribuatur, initio facto à B communi vtriuſque circuli interſectione, & inde verſus D numerentur partes quinquaginta, aut ſi placet vnus ſupra quinquaginta, quot ſcilicet hoc noſtro climate alter polus ſupra Horizontem attollitur; erit D locus poli ſublimis, eiuſque altitudo B D: cui ſi æqualis ponatur ſub Horizontem depreſſio C E, erit E alter polus, iunctaque D E, mundanum axem repræſentabit. Quæ omnia ex dictis facilem habent demonſtrationem. Cùm enim Meridianus circulus ex directo aſpectuſit deſcriptus, patet per 19. libri huius propoſitionem partes eius partibus primitiui Meridiani
C æquales eſſe: quare ſi is, qui in planum tranſcriptus eſt, in 360. gradus æquales diuidatur, hi gradibus veri Meridiani aſpectu reſpondebunt: itaque D locus eſt poli ſublimis, eiuſque altitudo B D poſtulata; ac eodem modo E alter polus, qui ſub Horizontem totidem gradibus decumbit, ex quo conſequens eſt, vt D E ſit axis totius mundi, circa quem ſphæra diurno motu circumacta naturalem peragit diem; quod oſtendiſſe oportuit.

PROPOSITIO XXXVI. PROBLEMA.

Vtrumque Colurum in planum conijcere.

D

ALTER Colurus per Æquinoctia, alter per Solſtitia tranſit, ex quo patet hunc directè, illum perpendiculariter ſpectari; ac proinde illum, qui ab æquinoctiis nomen habet, in rectam proijci lineam; hunc verò, qui à ſolſtitiis nuncupatur, in circulum produci: quod apertiùs demonſtrabitur in hunc modum: Cùm æquinoctiorum Colurus per vtrumque æquinoctium incedat, neceſſe eſt primarium radium in ipſius Coluri plano exiſtere: nam & hic per centrum viſus, & per vtrumque æquinoctium porrigitur: ergo ex perpendicularis ſitus definitione conſtat, æquinoctiorum Colurum perpendiculari ſitu ſpectari, atque idcircò per 10. huius libri propoſitionem in rectam lineam produci, quę vtrumque ſimul polum mundi attingat, cuiuſmodi eſt in ſuperiore proiectione D E.

Rurſus quoniam ſolſtitia ab æquinoctiorum ſignis quarta cæli parte abſiſtunt, conſe-
E quens eſt, vt quæ ab vtrouis æquinoctiali ſigno ad ſolſtitialis Coluri ambitum deſtinantur rectæ lineæ, ſint inter ſe æquales, vtpote æqualibus peripheriis ſubtenſæ: igitur per 5. definitionem primi Sphæricorum Theodoſij, æquinoctialia puncta ſunt poli ſolſtitialis Coluri: quare per 10. primi Sphæricorum Theodoſij recta linea, quæ per vtrumque æquinoctium traijcitur, ad planum Coluri ſolſtitiorum recta eſt, tranſitq, per ipſius Coluri centrum; atq, ea propter per directi ſitus definitionem ſolſtitiorum Colurus directè aſpectui opponitur; & per 15. huius libri propoſitionem in circulum proijcitur, ipſi primitiuo æqualem per 16. huius, qualis in præcedente ſchemate eſt B D C E circulus, idem ſcilicet qui & Meridianus.

PROPOSITIO XXXVII. PROBLEMA.

F

Æquatorem, Tropicos, & Polares deſignare.

GVM Æquator ſit circulus ſphæræ maximus, erit eius ac totius ſphæræ idem centrum per 6. primi Sphæricorum Theodoſij. Tranſit autè Æquator per vtrumque æquinoctium: igitur ipſius planum, ſi producatur, in oculum incurret, quòd ſcilicet radius primarius per vtrumque æquinoctium traducatur: igitur iam ex his conſtat Æquatorem perpendiculariter obuerſari, ideoque in rectam lineam produci per 10. huius libri propoſitionem, cuius longitudo

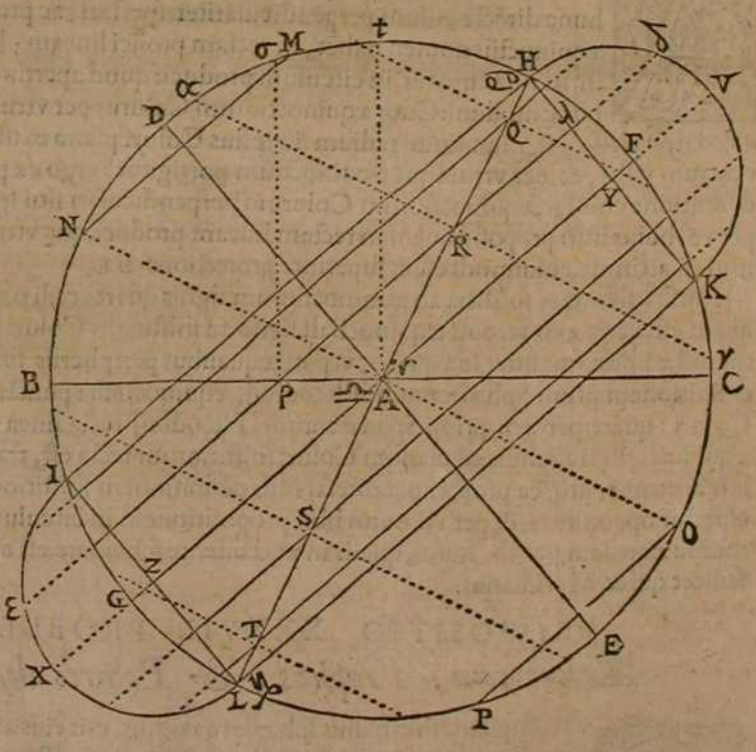
diametro ſphæræ ſit æqualis. Eſt verò idem Æquator circa mundi cardines, ceu proprios polos, æquabili interuallo circumactus: itaque mundi axis eiuſdem Æquatoris plano ad centrum rectus eſt, per 10. primi Sphæricorum Theodoſij: quocirca ſi ex mundi centro A ipſi D E axi perpendicularis ducatur F G, quæ vtrimque ad ſphæræ peripheriam pertineat, erit F G ipſius Æquatoris proiectura, eiuſque & Horizontis communes interſectiones vnico puncto A ſimul repræſentatæ. A

Rurſus quia Tropici ac Polares circuli Æquatori ſunt paralleli, conſtat per 30. propoſ. huius libri, eos in rectas quoque lineas procidere, tum Æquatori, tum inter ſe parallelas: quare in ſolſtitiali Coluro B D C E à puncto Æquatoris F gradus viginti tres & dimidius hinc & inde abſcindantur, quot ſcilicet Tropici ab Æquatore diſtant, ſignenturque ibidem loca H & K, ac totidem gradus ex vtraque parte puncti G ſumantur I & L: ductis itaque H I & K L, dico his rectis lineis Tropicos circulos repræſentari; ſiquidem illæ tales omnino ſunt, quales oſtendimus debere eſſe Tropicorum proiecturas. Simili autem modo polares conſtituentur, ſi facto initio à polis mundi D & E ex vtraque parte arcus ſumantur continentes gradus viginti tres & dimidium, vt D M & D N, itemque E O & E P; tantum enim diſtant Polares circuli à mundi polis, quantum Tropici ab Æquatore; iunganturque M N & O P rectis lineis, quas dico proprias eſſe polarium circulorum proiecturas, vt ex ipſorum natura & propoſitione 30. huius libri facilè colligi poteſt. B

PROPOSITIO XXXVIII. PROBLEMA. C

Eclipticam proprio loco annotare.

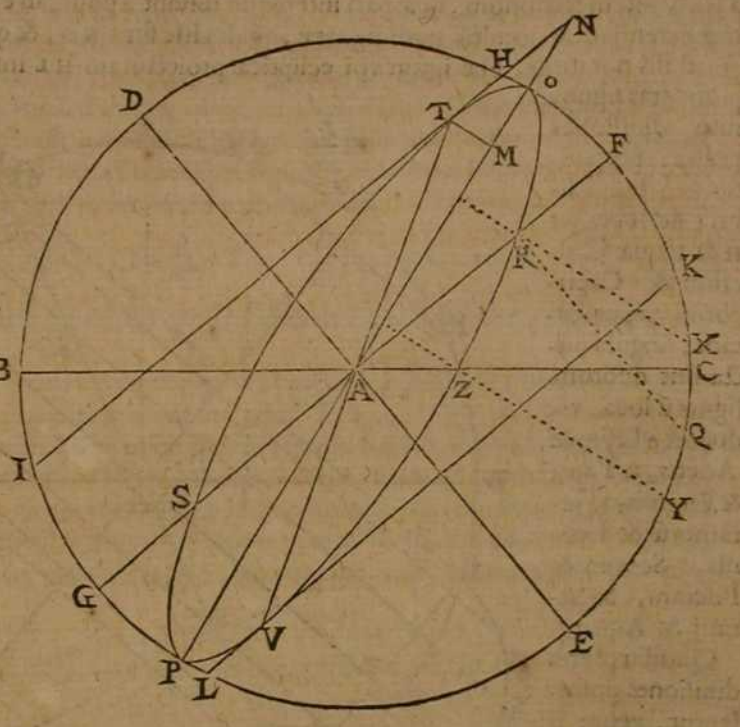
ECLIPTICÆ deſcriptio, ſi quidem ſigna Arietis & Libræ in radium viſus primarium incidant, nil differt ab Æquatoris & Horizontis proiectione: cùm enim illa æquè ac duo iam dicti circuli per vtrumque Æquinoctium tranſeat, per quæ & viſus procidit, perſpicuum eſt eam perpendiculariter obtutui exhiberi, ac proinde per 10. propoſ. huius libri in rectam lineam produci, cuiuſmodi eſt H L, quam in primis neceſſe eſt ſphæræ diametro æqualem eſſe, quòd ecliptica ſit è numero maximorũ in ſphæra circulorũ: deinde & per ſphæræ cẽtrum ipſam trãſmitti oportet duplici de cauſa, tum ſcilicet, quòd vtrumque æquinoctium per quæ incedit, in centrum profundatur; tum quòd eius proiectura æqualis oſtenſa iam ſit ſphæræ diametro, qui ſuapte natura per centrũ tranſit. Si igitur linearis proiecturę per cẽtrum actę extrema ad vtrumque Tropicum porrigantur, ad ſigna H & L, quibus ſolſtitiorum Colurum ecliptica interſecat, erit H L ecliptica in planum Meridiani repræſentando tranſcripta; quod erat faciendum. D E F



Si verò alio quopiam ſitu ecliptica aſpectui obijciatur, in ellipſin procidet. Veluti ſi Arietis initium per Æquatorem diurno motu gradibus 40. proceſſerit, ſumantur in proiectura

A iectura Æquatoris F G ab A ad R gradus quadraginta per duodecimam propoſitionem libri huius; cumque iam conſequens ſit, vt & ſignum Cancri, quod priùs ſphæræ faſtigium H obtinebat, nunc totidem gradibus per proprium Tropicum H I promouerit, ſumantur per eamdem 12. propoſitionem libri huius in proiectura H I gradus quadraginta ab H ad T, ductaque T A producatur in V, & fiat A S ipſi A R æqualis. Conſtat igitur hoc ſitu Eclipticam obliquè ſpectari, atque ea propter per vigeſimam primam propoſitionem libri huius in ellipſin profundi, cuius ambitus per puncta R, T, S, & V tranſeat, ſic tamen, vt Tropicos nequaquam ſecet; ſed in punctis T & V ſolummodò contingat; ſiquidem primitiua Ecliptica Tropicos tantùm contingit.

B Quare vt eius maxima diametrus reperiatur, (quæ vtique ſphæræ diametro æqualis eſt, quòd ecliptica è numero ſit maximorum circulorũ) producta I H verſus H infinitè, fiat per 11. C lemma huius libri vt I T ad T H, ſic I N ad N H: ab N verò recta per centrum agatur N P, quæ circulum Meridianum B D C E ſecet in O & P: dico igitur O P maximam eſſe diametrũ poſtulatam, D circa quam deſcripta ellipſis per puncta T & V, in ijſdem punctis T & V Tropicos H I & K L contingat, quod ex lemmate vigeſimo tertio huius quarti adiuuante propoſitione trigeſima quarta primi Conicorum Apollonij Pergæi nullo negotio poteſt demonſtrari. Nam ſi à T ad rectos ipſi O P angulos ducatur T M, erit per conuerſionem lemmatis 23. libri quarti, vt P M ad M O, ſic P N ad N O: quare per 34. primi Conicorum Apollonij N T ellipſin contingit, cuius maxima diametrus O P: igitur ſi per 23. lemma huius libri data O P, datiſque punctis T & V ellipſis deſcribatur, ea erit Eclipticæ pro- E iectura ſecundùm propoſitam diſpoſitionem.



CONSECTARIVM.

Hinc ſolis aſcenſiones deſcenſioneſq; cognoſcere.

EX his non erit difficile aſcenſiones ac deſcenſiones colligere. Vbi namque Horizon Æquatorem ſimul & Eclipticam interſecat, ibi eas portiones abſcindit, quæ ſimul aſcendunt aut deſcendunt. Quod quamuis ita vniuerſe pronuntiatum ſat perſpicuũ ſit ijs, qui aſcenſionũ deſcenſionumq; notionem poſſidẽt, exemplo tamen fiet manifeſtius.

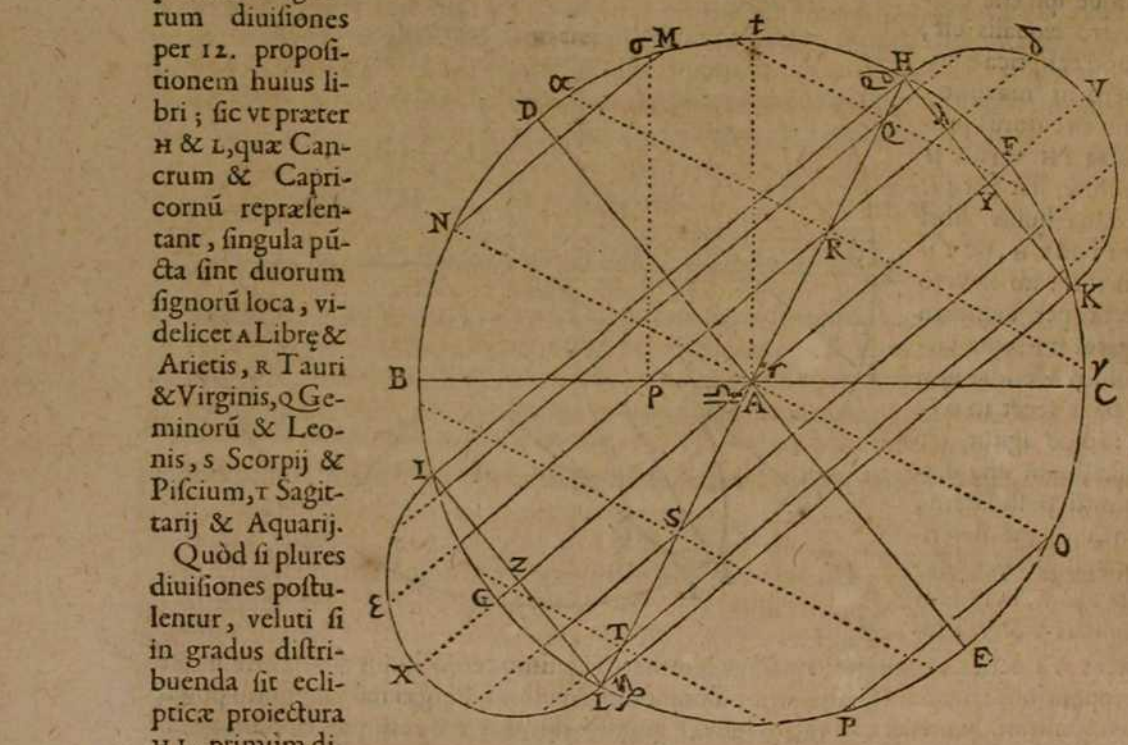
F Quoniam Horizon B C Æquatorem ſecat in A, Eclipticam verò in Z, eſt autem communis Æquatoris & Eclipticæ interſectio R, hoc eſt principium Arietis, perſpicuè patet portionem Æquatoris A R, & Eclipticæ portionem R Z ſimul aſcendere: eſt autem A R graduum 40. ex hypotheſi; at quot graduum ſit portio Eclipticæ R Z per 24. propoſitionem libri huius facile determinabitur, ſi inquam per R & Z ipſi O P perpendiculares ducantur R X & Z Y: hæ namque ad peripheriam circuli circum O P deſcripti productæ portionem intercipiunt X Y, quam ellipſeos portionem R Z orthographicè repræſentat. Secta igitur peripheria X Y in gradus, totidem repræſentando continebit portio ellipſis R Z, quod erat inueſtigandum.

PRO-

PROPOSITIO XXXIX. PROBLEMA. A

Eclipticam in duodecim signa & gradus partiri.

PROPOSITIONE 36. assumpti sunt arcus F H & D N æquales, nempe graduum vigintitrium & dimidij: addito igitur arcu communi H D, erunt F D & H N æquales: at F D est circuli quadrans: itaque & H N circuli est quadrans: quocirca N alter est eclipticæ polus, alter verò O eamdem ob causam: quadrantes ergo H N, N L, L O & O H singuli tripartitò diuidantur; à locis autem sectionum, quæ pari interuallo distant à polis, ad easdem partes rectæ lineæ extendantur occultis notis signatæ, quales hîc sunt N O, & quæ ipsi parallelæ solis punctulis notantur. Hæ igitur vbi eclipticæ proiecturam H L intersecant, ibi faciunt postulatas signorum diuisiones per 12. propositionem huius libri; sic vt præter H & L, quæ Cancrum & Capricornũ repræsentant, singula pũcta sint duorum signorũ loca, videlicet A Libræ & Arietis, R Tauri & Virginis, Q Geminorũ & Leonis, S Scorpij & Piscium, T Sagittarij & Aquarij.



Quòd si plures diuisiones postulentur, veluti si in gradus distribuenda sit eclipticæ proiectura H L, primùm diuidenda erunt singula iam accepta circuli segmenta trifariàm, è quibus vnaquæque pars denos continebit gradus: tum singulæ hæ partes iterùm bifariàm, ac tandem hæ in quinque: sic enim in gradus sectam habebis totam circuli H N L O perimetrum. si E igitur à locis sectionum quæ pari interuallo ab H aut L distant, rectæ extendantur lineæ quæ ipsam H L secent, erunt hæc loca singulorum graduum proiecturæ, vt ex propositione 12. huius libri constat.

Est & alius modus distribuendi eclipticæ proiecturam in signa & gradus: si nimirum Tropicorum extremitates iungantur rectis lineis H K & I L, positoque circini pede immobili in ipsarum medio Y & Z, vbi ab Æquatore bifariàm dissecantur; interuallo autem Y H & Z L semicirculi describantur H V K & I X L, iique in sex partes æquales diuidantur, locaque sectionum, quæ æqualiter ab V & X ad easdem partes distant, iungantur rectis lineis ipsi V X parallelis: hæ namque vbi ipsam H L eclipticæ proiecturam intersecabunt, ibi dabunt eadem signorum loca, quæ suprà. F

Nam quòd à lineis ipsi V X parallelis proiectura eclipticæ H L in eamdem rationem secetur, in quam antè secta fuit ab illis, quas ipsi N O parallelas occultis notulis protraximus, hunc in modum potest demonstrari. Ne verò ob linearum & sectionum multitudinem obscurior euadat noster discursus, ex vtrisque lineis duas duntaxat assumemus, nempe α γ & δ ε, hanc quidem ipsi V X, illam verò ipsi N O parallelam, quibus dico lineam H L in eodem puncto R secari. Cùm enim semicirculi H α L & H δ K, in sex partes æquales sint distributi; arcus autem H δ duas ex his complectatur, arcus verò H α ex illis item duas, erunt arcus H α & H δ proportionales, hoc est quemadmodum H α ad

semi-

A semicirculum H α L, ita se habebit H δ arcus ad H δ K semicirculum: si igitur ex δ ad diametrum HK perpendicularis agatur δ λ seu δ ε ipsi V X parallela, quæ diametrum HK secet in λ; itemque ex α ducatur α γ parallela ipsi N O, quæ ipsam H L normaliter secet in R, erit H L in R eadem proportione diuisa per lineam α γ, quemadmodum H K in λ per lineam δ ε, suffragante sexto lemmate huius libri. At quoniam in triangulo H K L est λ R parallela ipsi K L ex constructione, erit per 2. sexti Euclidis vt H λ ad λ K, ita H R ad R L: sed H K secta est in λ lineâ δ λ vt H L est secta in R lineâ α R: igitur & H L in eamdem proportionem secatur siue à linea δ ε siue à linea α γ: itaque idem est punctum R in quo ab vtraque δ ε & α γ ipsa H L secatur. Cumque eadem sit demonstratio in punctis Q, S & T, patet ecliptica proiecturam H L lineis ipsi V X parallelis in duodecim signa
B postulata repræsentatione distributam esse; imò & in gradus, si semicirculi H V K & I X L in gradus diuidantur, ad binos autem pari interuallo ab V & X ad easdem partes dissitos rectæ adiungantur ipsi V X parallelæ: hæ enim secabunt H L in partes eiusdem rationis, vt prius eadem H L secta fuit ab illis, quas ipsi N O parallelas occultè duximus. Quæ omnia sic demonstrasse oportuit. Est porrò hic posterior modus non æquè commodus ac prior, præsertim cùm admodum obliquo aspectu circulus offertur; necessaria tamen erat eius cognitio, quòd subinde ipsius necessarius sit vsus.

PROPOSITIO XL. PROBLEMA.

C *Parallelos diurnos proprijs sedibus orthographicè collocare.*

SECTA in gradus ecliptica proiectura H L, haud erit difficile parallelos circulos, quos diurnos vocant, inter Tropicos aptè collocare. Primùm enim in rectas lineas ipsos produci sic probabitur: Diurni circuli iuxtà ac Æquator ob dispositionis similitudinem vno omnes modo aspectui opponuntur; quare & eumdem habent proiectionis modum, vt propositione 30. huius libri est demonstratum: at Æquator perpendiculariter obijcitur, propterea quòd radius principalis in ipsius sit plano: igitur & diurni circuli in rectas lineas profunduntur.

D Deinde constat ipsos per æquales portiones seu gradus ecliptica incedere: sunt enim à sole relicta vestigia, cùm is spatio 24. horarum quotidie semel circa mundanum axem voluitur: at sol numquam ab ecliptica discedit; in ea autem vno fermè gradu diebus singulis aduersa latione ab Occidente in Orientem promouet: itaque circuli illi diurni per æquales ecliptica portiones transeunt. Hinc verò apertè concluditur peractum fore propositum si ecliptica proiectura H L in gradus diuidatur, qui inæquales quidem inter se erunt, at æquales gradus veræ primogeniæque ecliptica orthographicè repræsentabunt, vt propositione 12. huius libri docuimus; per singulos autem hosce inæquales ecliptica gradus rectæ lineæ protendantur Æquatori parallelæ, cuiusmodi in superiori schemate illæ sunt, quæ per signorum initia Q, R, S, & T actæ ab Æquatore parallelis in-
E teruallis distant.

Hic animaduertere licet diurnorum circulorum lineares proiecturas inæqualibus interuallis ab inuicem distare; & quidem prope Æquatorem laxiora esse spatia, quàm iuxta solstitia, cuius rei ea est causa, quòd ecliptica H L gradus minores sint circa extremitates, quàm circa medium, vt propositione 12. huius libri est demonstratum.

CONSECTARIVM.

Latitudinem solis ortiuam occiduamq; expiscari.

F ESTO idem qui supra Horizon BC Æquatorem secans in A, eademque ecliptica HL, in qua sol primum gradum Tauri occupet, sitque eius inquirenda latitudo ortiua. Inueniatur primùm in ecliptica H L per 39. huius primus gradus Tauri R: deinde per R diurnus parallelus proijciatur δ ε, vt propositione 40. explicatum est, vbi verò is Horizontem intersecat, puta in ρ, ibi determinatur A ρ latitudo ortiua, eademque & occidua; nam hæ æquales inter se sunt: itaque si ab A & ρ ipsi B C perpendiculares ducantur A τ & ρ σ, erit per 14. huius τ σ autographa circuli portio, quam A ρ orthographicè repræsentat: quare diuisa τ σ in gradus, vera latitudo ortiua occiduaque sole in Tauro existente habebitur, quæ erat inuenienda.

Hacte-

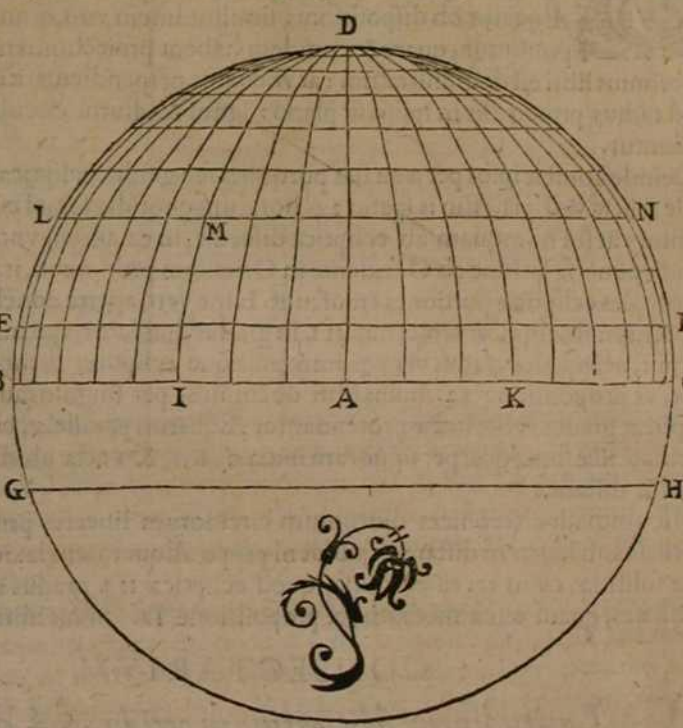
Hactenus vniuersos sphæræ mobilis circulos descripsimus, ex immobili autem sphæra duos dumtaxat, videlicet Meridianum, in cuius planum tota hæc designatio profunditur, & Horizontem, cuius intuitu recta aut obliqua sphæra nuncupatur. Quos sanè præmisisse oportuit; erant enim ad aliorum circulorum descriptiones perficiendas omnino necessarij. Quare deinceps reliquos sphæræ immobilis circulos subiungemus, & quo pacto singuli orthographicè in planum proiici debeant, ostendemus. A

PROPOSITIO XLI. PROBLEMA. B

Circulos altitudinum ducere.

HOC in primis constat ex 32. propositione huius libri similem esse horum circulorum & Horizontis proiectionem. Sunt enim hi circuli Horizonti paralleli, per ipsorum definitionem superiùs explicatam prænotatione 16. at Horizon in rectam procidit lineam per propositionem 34. huius libri: igitur & circuli altitudinum in rectas lineas profunduntur. Deinde parallelas esse horum circulorum proiecturas, cùm inter sese, tum transcripto in planum Horizonti, ex 30. propositione libri huius manifestè conuincitur: nam eumdem omnes respectum situmque habent ad oculum infinito recessu abductum, nempe perpendicularem; quam etiam ob causam ipsi, velut & Horizon, in rectas lineas proijciuntur: igitur parallelæ sunt ipsorum proiecturæ, & inter sese, & ipsi in planum consignato Horizonti. C

His præmonstratis reponantur ex schemate propositionis 34. Meridianus B D C ex centro A ad vnguem decircinatus, itemque Horizon B C in rectam lineam productus, cuius vertex seu polus D: secetúrque Meridianus B D C vt lubet, exempli gratia in denos gradus, perq. sectionum puncta rectæ agantur ipsi B C parallelæ, qualis hic proxima est E F, quã ceteræ ordine consequũtur, factumq; erit id quod fuerat postulatum. Etenim hæ omnes parallelæ rectæ lineæ circulos repræsentabunt perpendiculariter aspectatos per 10. propositionem libri huius, eosq̃ parallelos Horizonti per 30. huius: eiusmodi autem sunt circuli altitudinum, quos superiùs exposuimus prænotatione 16. igitur sic se habet, vti dictum est, horum circulorum in planum descriptio, quæ postulabatur.



D E F

Similes omnino circulorum proiectiones sub Horizonte B C institui possunt: illorum inquam quos depressionum circulos appellare possumus, quemadmodum altitudinum circuli illi vocantur, qui supra Horizontem assurgunt: talis in primis ille est qui noctem à crepusculo seu dubia luce disterminat, litteris notatus G H: deinde ceteri nullo certo numero comprehensi, quibus astrorum depressiones, hoc est distantiæ ab Horizonte subtus æstimari possunt.

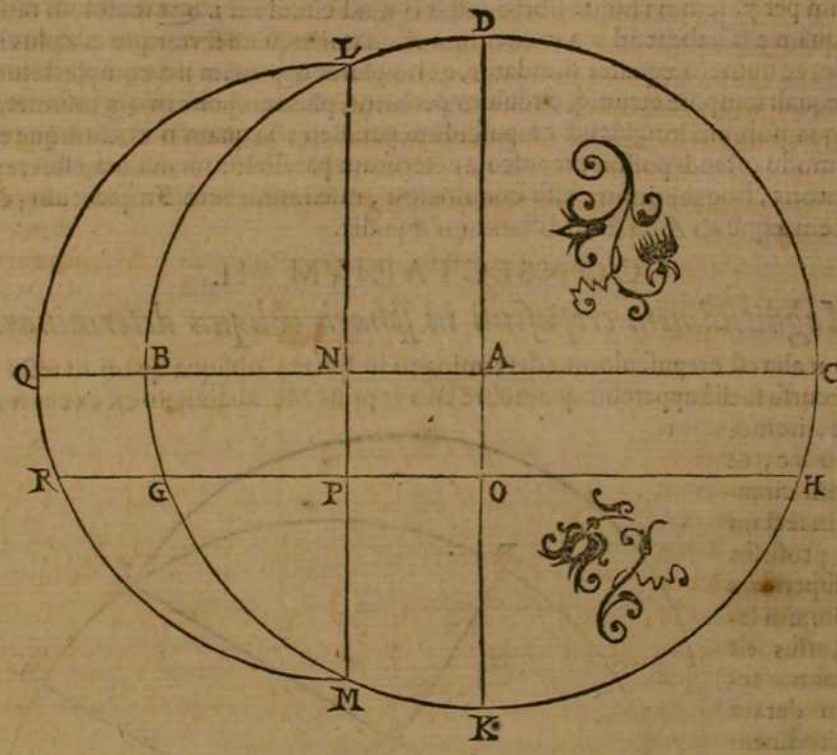
PRO-

A

PROPOSITIO XLII. PROBLEMA.

Crepuſculi terminum ponere.

RESVMATVR ex ſuperiore proiectura Meridianus BDC, itemq; Horizon B C: quia verò circulus ille, qui à crepera luce nomen habet, ab altitudinum circulis haud abſimilis eſt, vtpote vnà cum ceteris Horizonti parallelus, atque ex ijſdem Polis decircinatus, linearem quoque habet, vti illi, proiectionem, eamque Horizonti in planum transfuſo parallelam per 30. propoſitionem libri huius: itaque ſi in Meridiani circuli plano B D C à punctis Hori-
B zontis B & C ad G & H decem & octo gradus ſupputentur (quantum ſcilicet initio crepuſculi matutini & veſpertini exitu ſol ab Horizonte abeſſe intelligitur) ijſque recta adiungatur linea G H, ea erit crepuſcularis circuli proiectura, vt ex præcedentis propoſitionis demonſtratione perſpicuè conſtat.



E

CONSECTARIVM I.

Crepuſculi magnitudinem in recta ſphæra conſtitutione omni tempore metiri.

ESTO primùm in ſphæra recta magnitudo crepuſculi perquirenda eo anni tempore, quo ſol Arietis ſignum ingreditur. Conſtituta iam crepuſculari linea G H, addatur D K ipſi B C rectis inſiſtens angulis, quæ rectum Æquatorem repræſentet. Quoniam igitur crepuſculi magnitudo, dum ſol Arietis ſignum ingreditur, continetur lineari proiectura A O, ſi illa ad primitiuum circulum reuocetur per 14. propoſitionem libri huius, inuenietur peripheria B G, quæ parallelis A B & O G comprehenditur, primæua eſſe
F Æquatoris portio, quam linea A O repræſentat: quare B G erit crepuſculi magnitudo poſtulata, ſole Æquatorem ſubeunte.

Si verò crepuſculi quantitatem B G tempore æſtimare velis, totum priùs circulum B D C in tempus conuertes, hoc eſt in partes 24. æquales diſtribues: quot enim ex his portio B G complectetur, tot inquam horis crepuſculum perdurabit: vt enim ſe habet peripheria B G ad totum circuli B D C ambitum, ita ſe habet tempus, quo ſol ſpatium B G percurrit, ad tempus quo totam conficit orbitam.

Si quantitatem crepuſculi veſtigare oporteat ſole ad æſtiuum ſolſtitium delato, de-

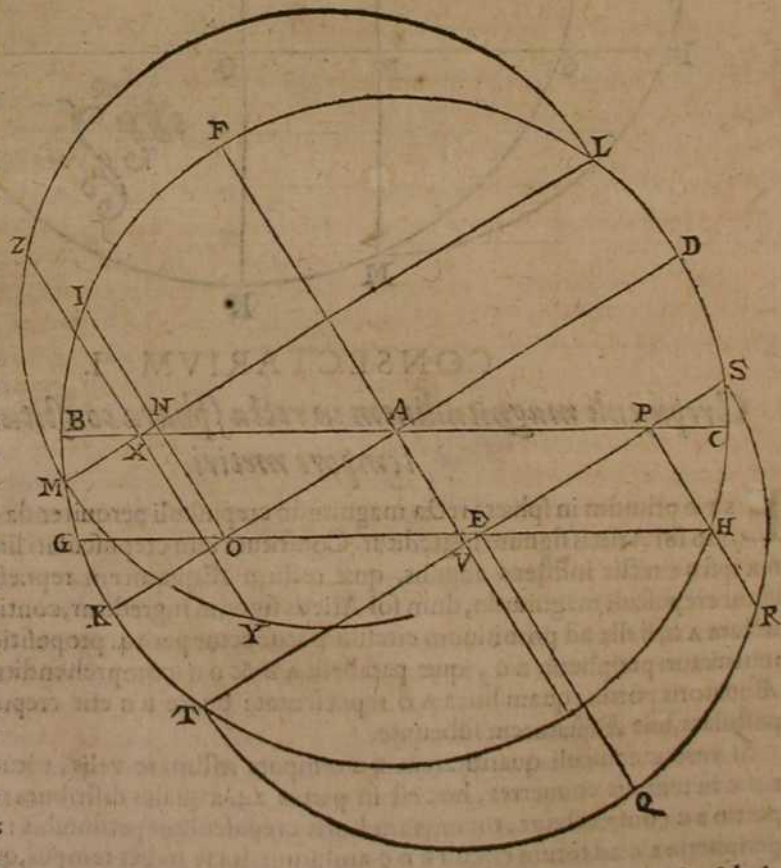
scribatur in eadem sphæræ proiectione parallelus Cancri, qui secundùm leges Orthographices, & per 37. & 40. propositionem huius libri in rectam procidet lineam L M, cuius portio N P crepusculi magnitudinem repræsentabit. Si itaque circum L M velut diametrum circulus describatur L Q R M, ab N verò & P ipsi L M perpendiculares ducantur N Q & P R, erit circularis peripheria Q R, quæ inter perpendiculares N Q & P R intercipitur, primitiuâ linearis proiecturæ N P per 14. huius; ideoque & vera crepusculi magnitudo: quæ proinde si in tempus redigatur, vt priùs, diuiso semicirculo L Q R M in partes 12. æquales, quot ex his continebit Q R, tot horis constabit crepusculi magnitudo, dum sol Caneri initium tenet. A

Ex his facilè apparet in recta sphæræ dispositione crepuscula omni anni tempore neutiquam æqualia esse: sed minimum quidem esse cùm sol Æquatorem percurrit, hinc inde verò perpetuo incremento augeri, sic vt in Tropicis maximum sit, atque in parallelis æquè ab Æquatore disiunctis æquale. Cùm enim Horizon B C per omnium parallelorum centra transeat, sitque Æquator omnium parallelorum maximus, sequitur cuiuscumque alterius paralleli, puta L M, crepusculum ipsius Æquatoris crepusculo maius esse: nam per 7. lemma huius libri constat Q R ad circulum L Q M maiorem rationem habere quàm B G habeat ad D B K circulum Æquatoris: quare si vterque circulus in partes similes ac numero æquales diuidatur, ex his plures Q R quàm B G complectetur: itaq; sol qui æquali tempore vtrumq; circulum percurrit, plus temporis in Q R insumet, quàm in B G: quamobrem longiùs est crepusculum paralleli L M quàm D K. Cumque eodem prorsus modo ostendi possint crepuscula ceterorum parallelorum maiora esse crepusculo Æquatoris, hoc minimum esse conuincitur, maximum verò Tropicorum; ceterorum autem æquè ab Æquatore distantium æqualia. B C

CONSECTARIVM II.

Magnitudinem crepusculi in sphæra obliqua determinare.

Non alia est crepusculorum determinatio in sphæra obliqua quàm in recta, vt ex decursu facilè apparebit: quamobrē esto vt priùs Meridianus B D C K ex centro A descriptus, itemq; Horizon B C, & crepusculi circulus G H in rectam lineam profusus per superiores proiectionum leges. Rursus sit Æquator D K secundùm datam Poli altitudinem B F, in rectam lineam proiectus vt prop. 37. cuius portio A O magnitudinem crepusculi repræsentat eo anni tempore cùm sol Arietem aut Libram ingreditur; quæ proinde si ad primitiuam Æquatoris peripheriam reducatur, ductâ nimirum O I ad rectos ipsi A F angulos per 14. propositionem huius libri, inuenietur F I vera crepusculi magnitudo sole in Æquatore existente.



Eodem

A Eodem modo crepuſculi magnitudo inuenietur ſole Tropicum Capricorni tenente. Si deſcripto circa S T (quæ eumdem Tropicum repræſentat) circulo cuius centrum V, à P & E communibus ſcilicet interſectionibus ipſius S T & Horizontis, circuliſque crepuſcularis, perpendiculares ducantur P R & E Q: nam circuli portio R Q per ſuperiùs citatam 14. propoſitionem huius libri eſt primitiua peripheria, quam portio P E linearis proiecturæ S T repræſentat; ac proinde ipſa R Q eſt vera magnitudo crepuſculi, dum ſol in Tropico Capricorni verſatur. Quia verò parallelæ P R & E Q æquali interuallo ab inuicem diſtant, atque A F & O I; quia item minor eſt Capricorni Tropicus ipſo Æquatore, perſpicuum eſt per 7. lemma huius libri peripheriam R Q ad Tropicum maiorem
B rationem habere, quàm F I habeat ad Æquatorem; ac proinde Tropici quàm Æquatoris crepuſculum maius eſſe.

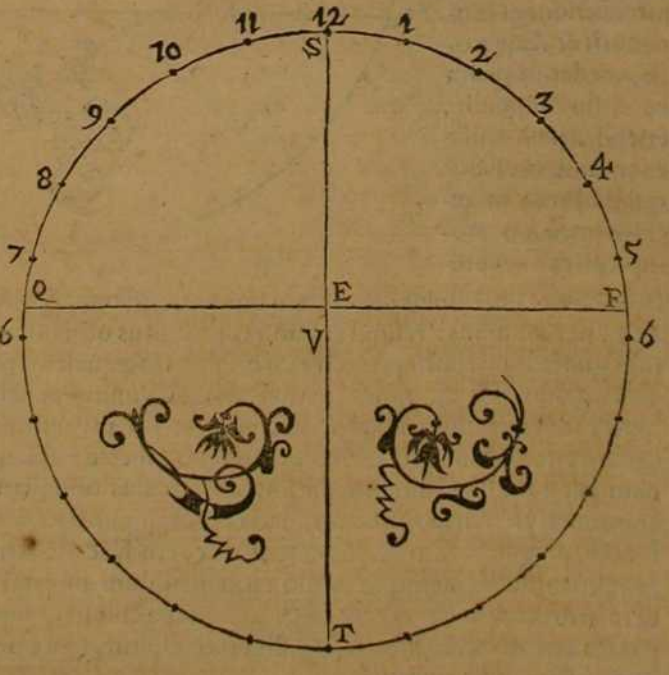
Rurſus ſi crepuſculi magnitudo requiratur, cùm ſol Cancri Tropicum perambulat, inuenietur matutinum ac veſpertinum nulla interiectione perfectæ noctis diſiungi; ſed in continuum produci, quòd nimirum proiecturæ L M, quæ Tropicum Cancri repræſentat, portio X M depreſſa ſub Horizontem, tota ſupra crepuſcularem lineam G H emineat. Quare ſi quis eius crepuſculi magnitudinem deſideret, deſcripto circa L M circulo, ducat per X ipſi L M perpendicularem Z Y, eritque arcus Z M Y magnitudo crepuſculi poſtulata per 14. libri huius propoſitionem.

Porrò ceteras crepuſculorum comparationes, vide Lector apud Clauium, alioſq. Au-
C ctores, qui de hac materia acutè iuxtà ac doctè ſcripſerunt: nobis enim qui de proiectionibus tantummodò dicere inſtituimus, ſat eſſe debet circulum crepuſculi ex Orthographiæ legibus in planum tranſcripſiſſe, atque exemplis aliquot ipſius vſum oſtendiſſe, vt ex eorum ſimilitudine cetera colligere addiſcas: quod vt præſtares faciliùs, quatuor lemmata præmiſimus, nempe ſeptimum, octauum, nonum & decimum, ad rationes crepuſculorum intelligendas prorſus neceſſaria; placuit verò hoc inſuper problema reliquis quæ de crepuſculis dicta ſunt, adiungere.

CONSECTARIVM III.

D *Qua hora crepuſcula incipiant & deſinãt, ex proiectura indagare.*

CIRCA linearem proiecturam paralleli, cuius crepuſculum ad horam determinari poſtulatur, deſcribendus eſt circulus, iſque in 24. horas diſtribuendus: deinde per communem interſectionem eius proiecturæ & crepuſcularis lineæ agenda eſt perpendicularis, quæ ex vtraque parte producta circulum duobus in locis ſecet, factumque erit quod fuerat poſtulatum: nam ad quam horam perpendicularis linea circulum vtrimque ſecat, eâ
E crepuſculum incipit ac deſinit.



Exempli gratia, ſi in ſphæra obliqua ſuperioris cõſectarij poſtuletur, qua hora crepuſculũ incipiat deſinatque ſole in Capricorno exiſtẽte: circa linearem proiecturam S T, quæ parallelum Ca-
F pricorni repræſentat, ex centro V circulus deſcribatur, iſque in 24. horas diuidatur: deinde ex E communi ſcilicet interſectione ipſius S T & lineæ crepuſcularis G H, recta ducatur E Q, ipſi S T perpendicularis, quæ in alteram partem protenſa cum circulo conueniat in F: hæc li-

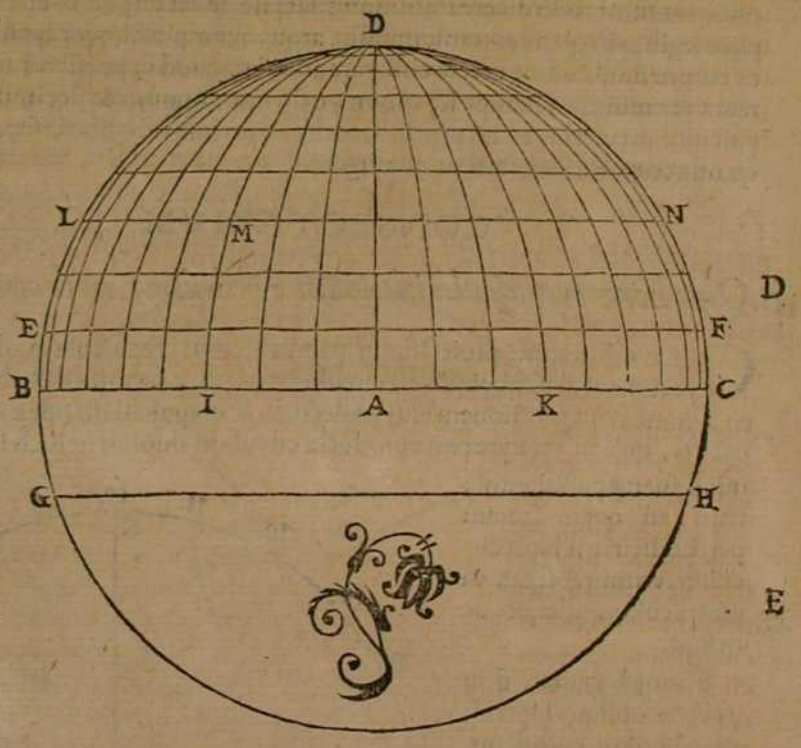
nea Q F, cùm paulò ſupra horam ſextam circulum ſecet, palàm eſt crepuſculum eo anni tempore, quo ſol in Capricorni initio exiſtit, paulò poſt ſextam inchoari, & paulò ante ſextam deſinere; quæ omnia ex dictis apertam habent demonſtrationem: ſiquidem per 14. propoſitionem libri huius conſtat Q & F, ſigna primitiua eſſe puncti E: ſi ergo circulus in tempus conuertatur, perſpicuum eſt illa hora crepuſculi initium ac finem eſſe in quam ſigna Q & F incidunt. A

Ex quo patet in ſphæra recta toto anni tempore crepuſcula ante ſextam horam incipere, ac poſt ſextam deficere: in obliqua verò magnam eſſe diſparitatem, cùm ſubinde quædam poſt ſextam incipiant & ante ſextam deſinant, & numquam Borealia Auſtralibus reſpondeant, quæ omnia Lector, ſi ad exactum calculum reuocare volueris, meridiana luce clariùs, & tamquam ad oculum, factis proiecturis perſpicies. B

PROPOSITIO XLIII. PROBLEMA.

Verticales circulos adſcribere.

EX prænotatione 16. initio huius libri præmiſſa conſtat verticales circulos de numero illorum eſſe, quos vocant maximos; omneſque in vertice congreſſionem facere: inde verò tamquam à communi principio diſtractos per æquales partes Horizontis viam capeſſere. Quocirca reſumpto Meridiano B D C formâ circulari ex A deſcripto, nec non Horizonte B C in rectam lineam proiecto, ex puncto A, quod centrũ mundi repræſentat, recta ducatur A D ipſi B C perpẽdicularis, quæ per 8. primi Sphæricorum Theodoſij in polum Horizontis, qui nobis eſt vertex, incidet, & verticalem primarium orthographicè exhibebit. Cùm namque per cõmunem interſectionem Horizontis & Æquatoris incedat, in quam & viſus procidit, erit is perpendiculariter viſui obiectus: quamobrem in rectam lineã A D proijcietur per 10. propoſitionem libri huius: alter verò qui hunc ad normam ſecat, in circulum proijcietur B D C, per 15. huius: reliqui autem propter ſitus obliquitatem in ellipſes cadent, quarum gratia Horizontis proiectura B C in partes æquales repræſentando ſecetur, puta in denos gradus per 12. huius, perque bina ſectionum puncta æquali interuallo ab A diſiuncta, & verticem D, ellipſes deſcribantur per 22. lemma, eruntque hæ ellipſes verticalium circulorum proiecturæ ex obliquo aſpectu in planum Meridiani tranſcriptæ. nam per 21. huius libri propoſitionem, circulus obliquatus in ellipſin plano exceptus commutatur: itaq, ſi ſumantur, gratia exempli, puncta I & K, triginta gradibus ab A diſiuncta, perque ea & D ellipſis deſcribatur, erit hæc vicè triceſimi circuli verticalis ab A ſumpto initio. Eodemque modo ratiocinandum in ceteris: omnium enim maxima diametrus eadem eſt, quæ & ſphæræ; minima autem ea lineæ B C portio, quæ inter duo puncta æquali interuallo ab A diſſita intercipitur. Quæ omnia ex dictis ſatis ſuperquo demonſtrata relinquuntur. C



F

CONSE-

A

CONSECTARIVM.

Propositæ stellæ locum proprium in plana sphæra assignare.

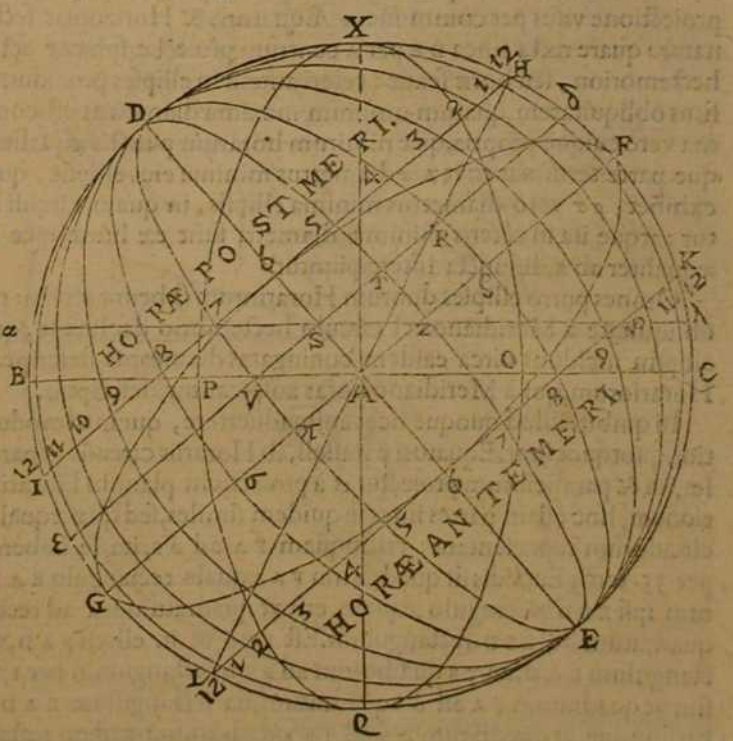
VT proprius locus cuipiam stellæ designari possit, duo exiguntur, nimirum altitudo eius supra Horizontem, & distantia à Meridiano, aut à verticali primario: quæ vt inueniantur, esto tabula ad Horizontem librata, inque ipsius plano signata recta quædam linea, sic dispositа beneficio acus Herculeæ, vt altero extremo Austrum, altero Boream spectet: à quopiam autem puncto huius lineæ, quam Meridianam vocant, ceu centro circulus describatur, qui & in gradus diuidatur: huic porrò tabulæ alia insistat perpen-
B diculi fide erecta, & per subiecti circuli centrum incedens, à quo æqualibus angulis excitetur recta linea, quæ per 38. vndecimi Euclidis in ipso erit perpendiculari plano, idque proinde sic aptetur, vt circum rectam illam lineam, velut quiescentem axem volui ac circumduci possit: sit verò etiam huic erectæ tabulæ inscriptus circulus ex centro in perpendiculari linea assumpto, qui & in gradus distribuatur, habeatque adiunctam versatilem regulam, cuius extremis dioptræ sint commissæ, vt per eas vel solis radius excipi possit, vel aspectus ad propositum sidus destinari.

Nunc si altitudo stellæ, eiusque distantia à Meridiano postuletur, dirigatur erecta tabula stellam versus, sic vt radius seu stellæ seu visus per vtrumque simul diaulíscum traijciatur: tunc enim regula in circuli illius ambitu, qui verticali seu perpendiculari plano
C inscriptus est, gradum altitudinis designabit, ipsa verò tabula in subiecto circulo declinationem à Meridiano commonstrabit: sitque, gratia exempli, reperta altitudo graduum triginta, declinatio verò à Meridiano graduum sexaginta.

His ita præceptis, resumantur Meridiani B D C, itemque Horizontis B C, & verticalis primarij A D proiecturæ vt suprà; à B autem ad L gradus triginta supputentur, rectaque linea ducatur L N Horizonti B C parallela, quæ per iam demonstrata, circulum altitudinis gradibus triginta supra Horizontem extantem repræsentabit. Deinde accepto in lineari Horizontis proiectura B C per 12. huius libri propositionem puncto I gradibus 60. à Meridiano disiuncto, per id simul & D portio ellipsis describatur per 22. lemma, quæ circulum altitudinis LN secet in M. Perspicuum igitur est ex hactenus demonstratis M verum
D esse locum propositæ stellæ in plana sphæra postulatum, qui fuerat assignandus.

PROPOSITIO XLIV. PROBLEMA.

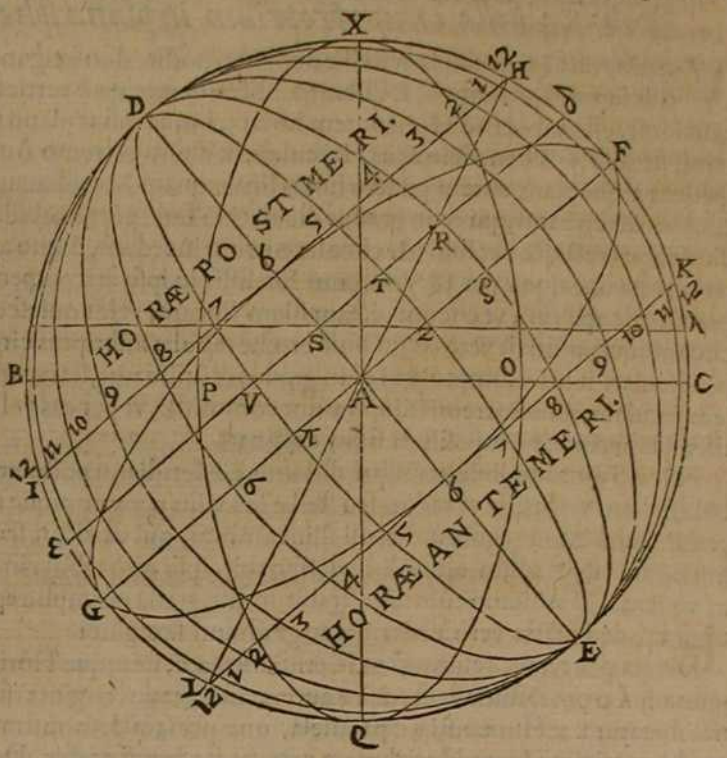
Horarios circulos describere, qui horas à Meridiano indicant.



PRÆNOTATIONE 16. superiùs ostẽdimus Horariorũ circulorũ duo præcipua
E esse genera. Quidam enim horas à meridie vel media nocte, alij ab ortu vel occasu inchoatas indicãt. Primùm igitur illos describemus, qui horarum seriem à Meridiano incipiunt; po-
F steriùs autem illos, qui ab Horizonte horas discriminant.

Esto itaque idem, qui suprà, Meridianus B D C E per propositionẽ 33. decircinatus: Horizon verò idem qui prop. 34. ductus B C: & poli altitudo per prop. 35. assumpta B D, graduũ quin-

quaginta & vnius: repoſituſque Æquator F G vt prop. 37. quoniam Horarij, qui Meridiano horas indicant, ſeſe in Polis mundi interſecant, & per æquales portiones Æquatoris incedunt, vt prænotatione 16. docuimus, oportebit ad horum circulorũ cõſtitutionem Æquatorẽ F G in partes duodecim æquales repręſentãdo diuidere per 12. prop. libri huius: quæ cùm binas ſingulæ exhibeãt per 13. huius, efficient illæ in lineari Æquatoris proiectura F G partes imaginariè quatuor ſupra viginti: per has igitur partes & vtrumque mundi Polũ, ſi maximi circuli ex Orthographiæ legibus deſcribantur, hi profectò horas à meridie vel media nocte indicabunt.



Perſpicuum porrò eſt ex his circulis illum qui horam 12. ſignat eumdem eſſe cum Meridiano; hinc ſiquidem horarum ſeries initium ducit: at Meridianus in circulum proiicitur, cuius diametrus ſphæræ diametro æqualis eſt per 33. huius: itaque ſi circa centrum A, interuallo autem A D vel A E, quod eſt à centro mundi ad Polos, circulus deſcribatur B D C E, is erit horæ duodecimæ circulus. Similiter cùm horæ ſextæ circulus, qui Meridianum rectis angulis ſecat, per communem interſectionem Æquatoris & Horizontis tranſeat, erit eius proiectura recta linea per 31. huius, quòd ſcilicet in hac ſphæræ proiectione viſus per communem Æquatoris & Horizontis ſectionem incedere ſupponatur: quare recta linea D E per A centrum proiectæ ſphæræ acta circulum repræſentat hectemorion, ſeu horæ ſextæ: ceteri autem in ellipſes procidunt per 21. huius, propter ſitus obliquitatem, quarum omnium maxima diametrus eſt communis linea D E, minima verò cuique propria, quæ nimirum horarum punctis æqualiter ab A diſſitis ex vtraque parte terminatur: vt Z π diametrus minima eius ellipſis, quæ horæ 5. & 7. circulos exhibet; ρ σ verò diametrus minima ellipſis, in quam circuli horæ 4. & 8. proiiciuntur: atque ita in ceteris minimæ diametri ſunt eæ lineæ quæ inter puncta Æquatoris æqualiter ab A diſiuncta intercipiuntur.

Omnes porrò ellipſes duorum Horariorum ſubeunt vicem: nam duo ſemper eadem obliquitate à Meridiano vel circulo hectemorio declinant, qui proinde in eamdem ellipſin incidunt circa eaſdem coniugatas diametros deſcriptam. Atque ita ſe habet Horariorum, qui à Meridiano horas auſpicantur, deſcriptio.

In quibus illlud quoque licet animaduertere, quemadmodum circuli omnes primitiui, quotquot ſunt Æquatori paralleli, ab Horariis circulis in partes ſecantur reipſa æquales, ita & parallelorum proiecturas à proiectis in planum Horariis in eamdem ſecari rationem; hoc eſt in partes inter ſe quidem ſimiles, ſed quæ æquales partes primitiuorum circulorum repræſentant: vti inquam F A ad ♂ s, ita ſe habere Z A ad T s. Nam cùm per 35. tertij Euclidis ſit quadratum F A æquale rectangulo E A D, itemque ♂ s quadratum ipſi E s D rectangulo æquale, erit vt quadratum F A ad rectangulum E A D, ita ♂ s quadratum ad E s D rectangulum. Eſt verò & in ellipſi E Z D, vt quadratum Z A ad rectangulum E A D, ita T s quadratum ad E s D rectangulum per 17. lemmata: igitur & viciſſim vt quadratum F A ad ♂ s quadratum, ita rectangulum E A D ad rectangulum E s D: rurſumque, vt quadratum Z A ad T s quadratum, ita idem rectangulum E A D ad idem rectangulum E s D: quare per 11. quinti Euclidis vt F A quadratum ad quadratum ♂ s,

ita

A ita quadratum Z A ad T S quadratum; atque ea propter vt F A ad ♂ S, ita Z A ad T S. Eodem autem modo probabitur in ellipſi E ρ D ſe habere ρ A ad R S, quemadmodum F A ſe habet ad ♂ S. Atque ita deinceps oſtendentur ceteræ parallelorum circulorum portiones ab vnoquoque Horario reſectæ eam habere inter ſe rationem, quam F A ad ♂ S; & viciſſim vt F A ad Z A, ſic ♂ S ad T S, iterumque vt F A ad ρ A, ita ♂ S ad R S: quocirca & per 11. quinti Euclidis vt Z A ad ρ A, ita T S ad R S. Ex quo manifeſtè conuincitur parallelorum circulorum proiecturas F A & ♂ S, à proiectis in planum Horariis in ſimilem rationem diſſecari; quod erat demonſtrandum.

Hinc etiam facile eſt Gemmæ Friſij errorem detegere, qui in ſuo Aſtrolabio catholi-
B co ait Meridianos Horarioſque circulos in lineas proijci anomalas, id eſt, vt ipſe loquitur, neque circulos, neque certa lege conſtitutas; ſed tantùm per puncta deſignata manu diligenti traductas. Quibus & ipſe Roias in ſuo Aſtrolabio proprium nomen imponere veritus fuit: ſiquidem paſſim eas innominatas vſurpat, quod non aliunde, quàm ex ellipſeos ignoratione proueniſſe videtur. Cùm enim ad illarum deſignationem iubeat ſingulos parallelos Æquatoris in eamdem rationem diuidi, ac per ſingulas notas curuam lineam duci, vtique ſi intellexiſſet eam proprietatem ellipſi conuenire, quod nos lemmate 18. demonſtrauimus, non dubitaſſet lineas illas ellipſes pronuntiare.

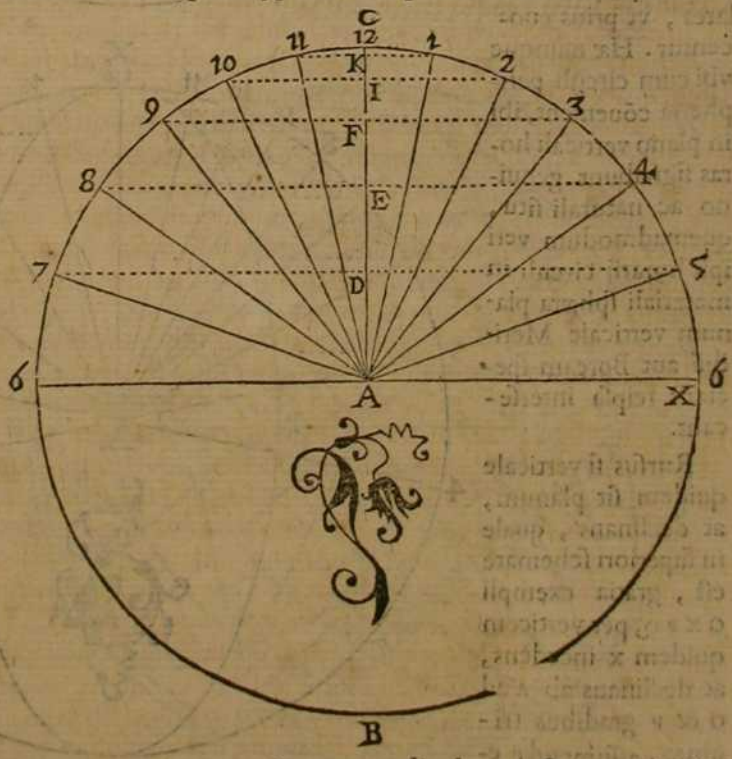
CONSECTARIVM I.

C

Sciotericum horologium in quouis plano deſcribere.

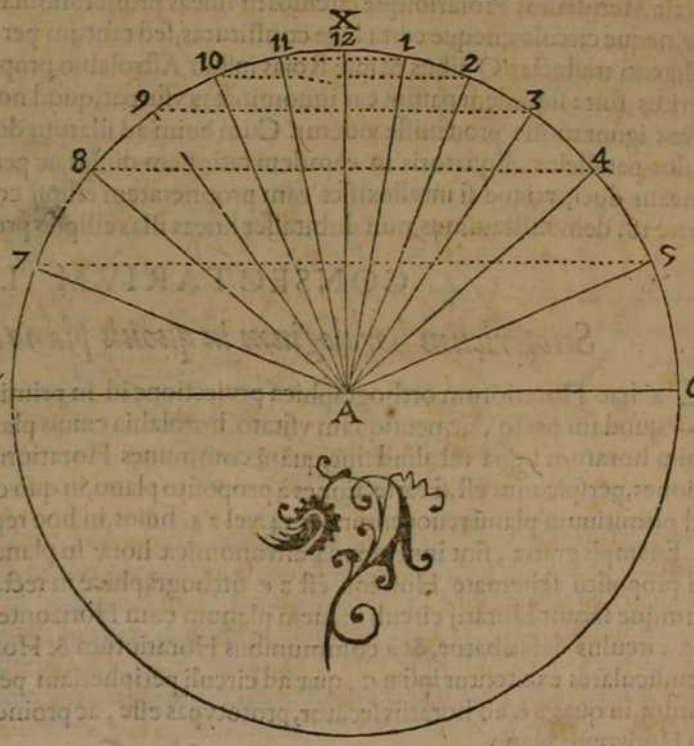
Ex hac Horariorum orthographica proiectione id in primis colligi poteſt, proprio quodam pacto, ac neutiquam vſitato horolabia cuiuis plano inſcribi poſſe. Cùm enim horarum ſigna nil aliud ſint, quàm communes Horariorum & dati plani interſectiones, perſpicuum eſt, ſi eæ ſectiones à propoſito plano, in quo orthographicè apparent, ad primitiuum planũ reuocentur per 14. vel 24. huius, in hoc reperta eſſe horarum loca.

Exempli gratia, ſint inueniendæ aſtronomicæ horæ in plano horizontali: quoniam in propoſito ſchemate Horizon eſt B C orthographicè in rectam lineam tranſcriptus, eumque ſecant Horarij circuli in idem planum cum Horizonte conſignati: dico ſi circa
D B C circulus deſcribatur, & à communibus Horariorum & Horizontis ſectionibus perpendiculares excitentur ipſi B C, quæ ad circuli peripheriam pertingant circuli partes, earum, in quas B C ab horariis ſecatur, prototypas eſſe, ac proinde horas exhibere in vero Horizontis plano notatas.

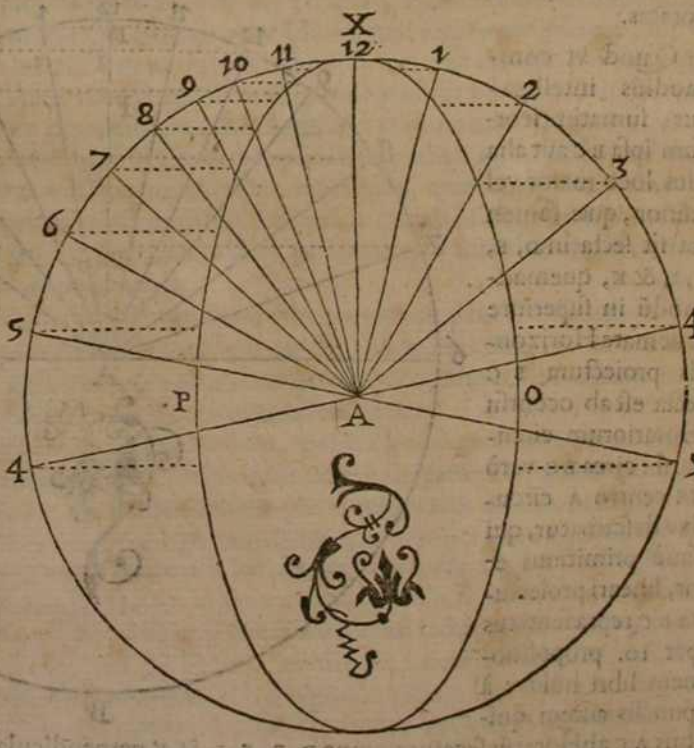


Quod vt commodiùs intelligatur, ſumatur ſeorſum ipſa B C aut alia eius loco maior vel
E minor, quæ tamen ita ſit ſecta in D, E, F, I, & K, quemadmodũ in ſuperiore ſchemate Horizontis proiectura B C ſecta eſt ab occurſu Horariorum circulorũ: circa B C verò
F ex centro A circulus deſcribatur, qui ſanè primitiuus erit, lineari proiectura B C repræſentatus per 10. propoſitionem libri huius: à punctis autem quibus A C ab Horarijs ſecatur nempe D, E, F, I, & K perpendiculares ipſi A C excitentur occultis notis, quæ circuli peripheriam ex vtraq; parte attingãt, quales hîc eæ ſunt, quę

punctulis notantur: dico communes sectiones harum linearum & circularis peripheriæ loca esse horarum in plano Horizontis descriptarum. Nam circulus ex A C descriptus primitiuum Horizontis planum directè spectandum exhibet, quod in lineam B C ex perpendiculari aspectu fuerat proiectum, & per 14. huius ita sectus est reipsa circulus ex A C descriptus à perpendicularium productione, quemadmodum repræsentando secta est linea A C: at hæc communes continet Horariorum & Horizontis sectiones, id est horizontales horas: igitur & circulus, in quem partes lineæ A C transfusæ sunt, easdem continet horarum designationes, non iam à re ipsa differmes, vt in linea A C; sed eadem proportione, quæ veri Horarij verum Horizonta intersecant. Quocircà si à centro A ad circuli diuisiones rectæ producantur, erunt hæ vmbrarũ notæ, in quas videlicet Gnomonis vmbrę horis singulis incident.



Nunc si verticale sciotericum postuletur Meridiem aut Boream spectans, sumatur loco horizontalis lineæ A C, linea verticalis A X communibus horariorum circulorum, & plani verticalis sectionibus insignita; descriptoque circa ipsam velut semidiametrum circulo, à punctis diuisionum occultæ perpendiculares, vt priùs euocentur. Hæ namque vbi cum circuli peripheria cõuenient, ibi in plano verticali horas signabunt genuino ac naturali situ, quemadmodum veri ipsi horarij circuli in materiali sphæra planum verticale Meridiẽ aut Boream spectans reipsa intersecant.



Rursus si verticale quidem sit planum, at declinans, quale in superiori schemate est, gratia exempli O X P Q, per verticem quidem X incedens, at declinans ab A ad O & P gradibus triginta, assumendæ erunt seorsum coniugatæ diametri X Q & O P ac circa eas describenda ellipsis per 22. lemma, quæ in eas

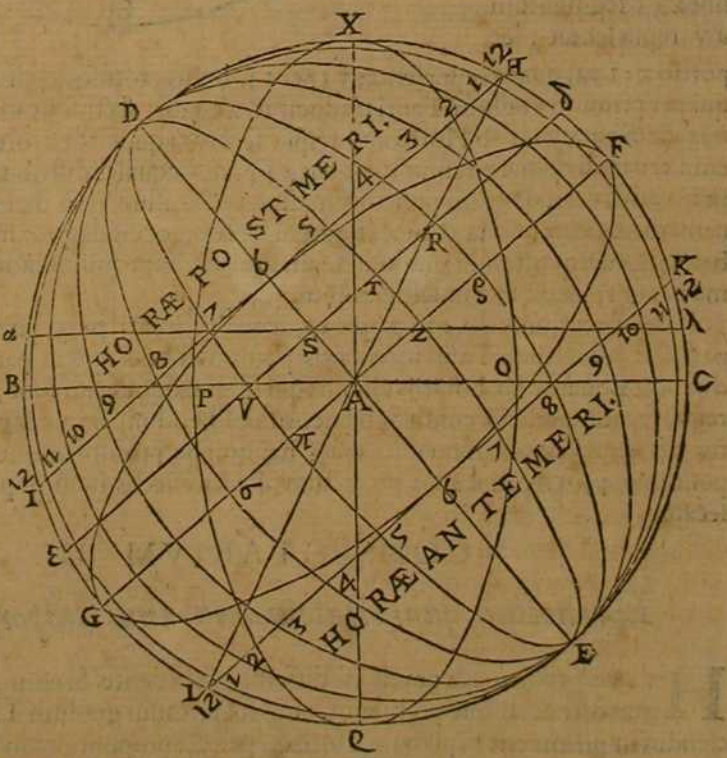
A partes diuidetur, in quas ab horarijs circulis in ſuperiori ſchemate interſecatur. Ab his autem ſectionum locis ſi rectæ euocentur ipſi A X perpendiculares, (vt hîc ſunt quæ punctulis notantur) eæque ad circuli circa A X deſcripti peripheriam protendantur: dico vbi hę circuli ambitum contingunt, illic eſſe horarum ſigna ea proportione diſpoſita, quemadmodum reipſa horarij circuli planum verticale, quod triginta gradibus declinat, interſecant. Nam per 24. propoſitionem huius libri vti occultis illis perpendicularibus ellipſis repræſentando, ita reipſa ſectus eſt circuli ambitus. Quare eædem ſectiones, quæ in ellipſi cernuntur obliquo aſpectu, eædem in circulo directe apparent; ac proinde primitiuis æquales per 19. propoſitionem huius libri; quod erat demonſtrandum.

B Si autem planum, in quo horæ deſignari poſtulantur, ſit inclinatum, ita tamen vt Meridiem Boreámve ſpectet, ſeu vt ad Meridianum rectum ſit, veluti eſt in propoſito ſuperiùs ſchemate F G, aut aliud quodcumque, eadem praxi opus erit qua horizontale & verticale horolabium deſcriptum eſt. Nam ſi Z, ρ, ceteræque communes interſectiones plani F G, & horariorum circulorum ad primitiuum circulum reuocentur per 14. huius, erunt circuli partes horarum loca in propoſito plano inclinato.

Demum eſto aliud quoddam planum inclinatum ſimul & declinans, cuiuſmodi in ſphæra eſt Eclipticæ circulus, cùm Æquinoctiorum ſigna latione diurna ad Meridianum peruenerint, id quod in ſuperiori ſchemate formâ ellipſis comprehenditur, cuius maxima diametrus F G; minima verò eſt Tropicorum intercapedo, ſeu contracta
C ſphæræ diametrus, quæ ad oppoſitas interſectiones circuli Hectemorij & Tropicorum pertinet: ſintque in hoc plano deſignandæ horæ Aſtronomicæ: ſanè id non alia ratione perficietur, quàm illa ipſa, qua proximè in plano declinante illas inuenire docuimus; deſcriptâ videlicet ſeorſum eâ ellipſi, quæ obliquum planum repræſentat, ijſdemque punctis inſignitâ, quibus ab horarijs circulis interſecatur, ac ducto circa maximam illius ellipſis diametrum circulo: ſi inquam à ſectionibus ellipſis ad circuli peripheriam rectæ lineæ agantur maximæ diametro ellipſis perpendiculares; hæ vbi in peripheriam circuli incident, illic loca horarum in propoſito plano inclinato ſimul & declinante exhibebunt, eo ſitu ac proportione, qua idem planum à veris horarijs circulis reipſa interſecatur. Quod quoniam ex dictis ſatis ſuperque colligi poteſt, non placet
D aliam dilucidiorem addere demonſtrationem.

CONSECTARIVM II.

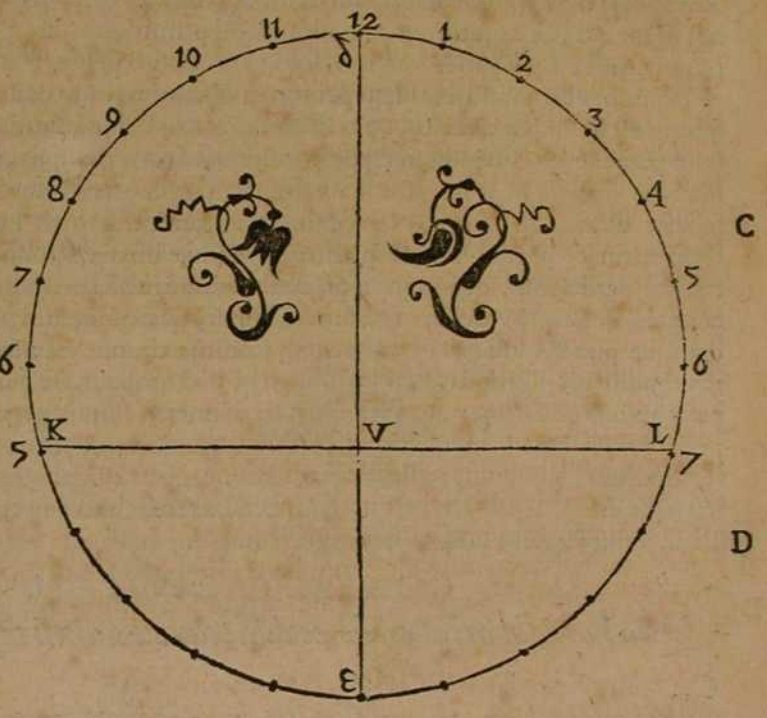
Qua hora ſol oriatur & occidat, quouis anni tẽpore inueſtigare.



SIT inueſtiganda hora ortus & occaſus eo anni tempore, quo ſol Tauri ſignum ingreditur.
E Sumatur in Eclipticæ proiectura H L primus Tauri gradus R per 39. huius libri, perque R parallelus Æquatori agatur δ ε, vt propoſ. 41. qui diem naturalem repręſentabit, eamq; periodum, quam ſol Taurum ſubiens, ra-
F ptu primi mobilis abſoluit 24. horarum ſpatio. quare non alio loco tum tẽporis ſol orietur & occidet, quàm vbi is circulus Finitorem interſecat. Si verò per eam communem congreſſionem paralleli circuli δ ε cum Finitore B C circulus duca-

ducatur horarius D V E per 41. huius, is horam ortus & occasus indicabit: nam quotus is erit à meridie vel media nocte, eius numeri horam ortui occasuique præfiniet: quemadmodum hac propositione 44. videre licet solis orientis locum in circulum horæ quintæ proximè incidere; occasus verò in circulum horæ septimæ, qui circuli tametsi duo reipsa sint, in vnam tamen ellipsin proijciuntur, vt eadem propositione 44. ostensum est. Itaque sol primum Tauri gradum subiens, hora ferè 5. exoritur, hora autem 7. occidit; quod erat explicandum: eademque hora orietur & occidet, cùm primùm ingreditur signum Virginis: nam duo hæc signa Taurus & Virgo æquè ab Æquatore distant; consequens igitur est vt in eumdem parallelum circulum incidant; ac proinde sol eodem loco Finitorem diurna latione pertranseat, eademq; hora oriatur & occidat. A B

Quia autem arduum esset longumque negotium, toties horarios circulos describere, quoties eiusmodi problema proponitur, præsertim cùm plerique illorum in ellipses orthographicè proijciantur: hinc cõmodiore praxi, eaque etiam accuratiore, propositi solutionem exhibebimus. Sumatur seorsum linea ♑♋, proiectura videlicet eius paralleli circuli qui per principium Tauri incedit, sitq; linea ♑♋ secta in V, quemadmodum suprà propositione 44. eiusdem proiectura ab Horizonte proiecto secatur: per V verò ducatur K L ad rectos ipsi ♑♋ angulos: erit igitur K♑L ea portio circularis perimetri, quã lineæ ♑♋ segmentum ♑V repræsentat, &



C D

portio K♋L ea, quam repræsentat V♋ per 14. huius, totusque circulus K♑L♋ parallelo, qui per primum gradum Tauri traducitur, æqualis, sectusque in K & L eadem ratione, qua idem parallelus ab Horizonte reipsa secatur: quocirca K ortus, L verò occasus locum tenet: si itaque circulus K♑L♋ in 24. partes æquales distribuatur, facto horæ primę initio ad ♑, vel ♋, quorum punctorum istud noctis, illud verò diei medium significat, inuenietur K horæ quintæ ortiuæ, L autem septimæ occiduæ proximum esse, vt antè dicebatur: igitur sol primum gradum Tauri subiens, hora quinta exoritur, hora autem septima occidit; quod erat inuestigandum. E

Porrò circulum K♑L♋ in partes 24. æquales secari præcepimus: nam is loco veri paralleli per initium Tauri incedentis ponitur. Verus autem parallelus, quemadmodum & Æquator ab horarijs circulis qui solùm duodecim sunt, in 24. partes æquales reipsa secatur per 10. secundi Sphæricorum Theodosij: igitur & circulus K♑L♋ in partes 24. æquales distribuendus erat; hæ quippe primitiuæ sunt illarum, in quas propositione 44. circuli K♑L♋ proiectura ♑♋ à proiectis item in planum horarijs intersecatur. F

CONSECTARIVM III.

Diei noctisq; quantitatem omni anni tempore explorare.

HVIVS problematis praxis nil differt à præcedente. Si enim, exempli gratia, quantitas diei noctisque postuletur, cùm sol primum gradum Tauri ingreditur, proijciendus in primis erit in planum Horizon per 34. propositionem libri huius, itemque primus

A primus Tauri parallelus ad propoſitam Poli altitudinem per 40. propoſ. huius: deinde aſſumetur ſeorſum, vt in præcedente conſectario, linea ♑ ♋ ex ſchemate propoſitionis 44. quæ æqualis ſit ipſius paralleli proiecturæ, ſecabiturque ♑ ♋ in v ea ratione qua eiuſdem paralleli proiectura ſecta eſt à proiecto in planum Horizonte; perque v perpendicularis ipſi ♑ ♋ tranſmittetur κ λ: tum circa ♑ ♋ circulus deſcribetur κ ♑ λ ♋; hic ſi in partes viginti quatuor æquales diſtributus fuerit, perſpicuam diei noctiſque quantitatem exhibebit: nam portio κ ♑ λ diei, κ ♋ λ verò noctis magnitudinem repræſentat. Quot ergo horas eæ circuli peripheriæ in tempus conuerſæ continent, tot erunt diei ac noctis horæ ſole primum Tauri gradum ſubeunte; quod erat poſtulatum.

B

CONSECTARIVM IV.

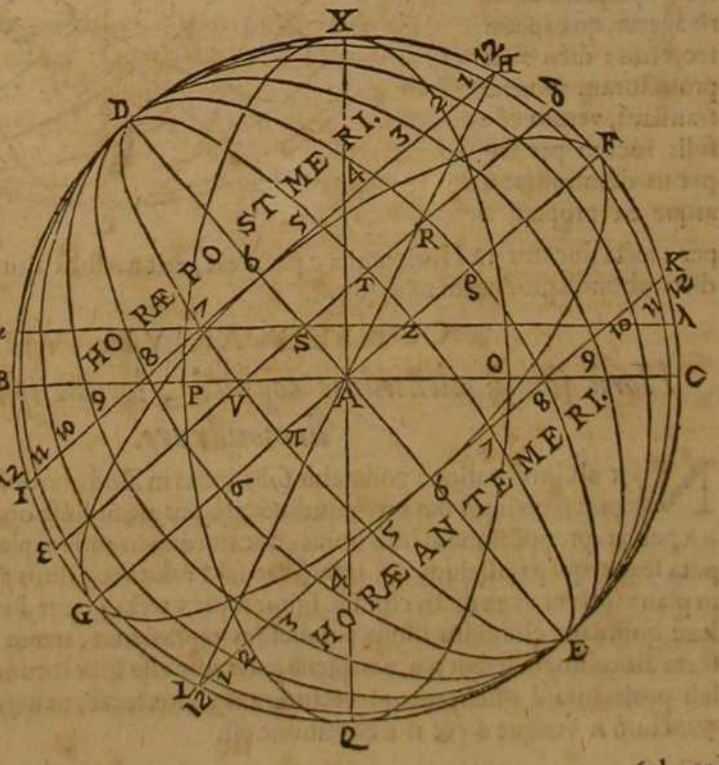
Propoſitum ſit definire, quot horas quæuis ſtella ſupra infraq; Horizontem latione primi mobilis immoretur.

ISTA quoque poſtulatio ſuperiori affinis eſt. Non enim alia eſt ratio ſtellæ quàm ſolis, niſi quòd ſolis locus ſemper ſit in Ecliptica; ſtellæ autem in quauis cæli parte, vbi ſcilicet eam ab origine poſitam eſſe contigerit. Igitur per datum ſtellæ locum in ſuperiore proiectione recta ducatur linea Æquatoris proiecturæ parallela: hæc quoniam circulum illum repræſentat, per quem ſtella latione primi mobilis defertur, ſi tota ſupra Horizontis proiecturam eminet, perſpicuum eſt ſtellam numquam occumbere; ſi verò
C tota ſub Horizontis proiecturam decumbit, palàm eſt illam numquam aſſurgere; ſi demum Horizontis proiecturam interſecat, orietur illa quidem & occidet: at quanto temporis ſpatio ſupra infraque Horizontem immoretur, in hunc modum definietur: Sumatur ſeorſum, vt ſuprà, linearis illa paralleli proiectura ♑ ♋, quæ per ſtellæ locum ducitur, deſcriptoque circa eam circulo κ ♑ λ ♋, ſecetur ♑ ♋ in eam rationem, qua ipſa ab Horizontis proiectura in plano ſecatur, perque ſectionis punctum v perpendicularis ipſi ♑ ♋ agatur, quæ vtrimque producta circuli peripheriam attingat, factumque erit propoſitum: nam pars circularis perimetri, quæ illi ſegmento diametri ♑ ♋ adiacet, quod ſupra Horizontem eminet, tempus repræſentat, quo ſtella ſupra Horizontem verſatur; reliqua verò illud quod infra Horizontem inſumitur. Quare ſi circulus in tempus conuertatur, hoc eſt ſi in 24. horas diſtribuatur, facilè perſpicietur quot horas ſtella ſupra
D infraque Horizontem conſumat; quod erat poſtulatum.

CONSECTARVM V.

Ex altitudine ſolis locoq; eius in Signifero, horam pronuntiare.

CONſectario propoſitionis 43. ex occaſione circulorũ Almucantarath & Verticalium, oſtendimus quo pacto ex
E illorũ concurſu verus locus cuiuſq; aſtri in plana ſphæræ proiectione deſignari poſſit. Nunc dicimus non ex illorum tantùm, verùm etiam ex quorumcumque circulorum con-
F greſſu verum locum cognoſci poſſe. Si enim oſtenſum ſit ſolem, exempli gratia, in duobus circulis vno tempore exiſtere, nullus profectò alius ipſius locus eſſe poterit in plana



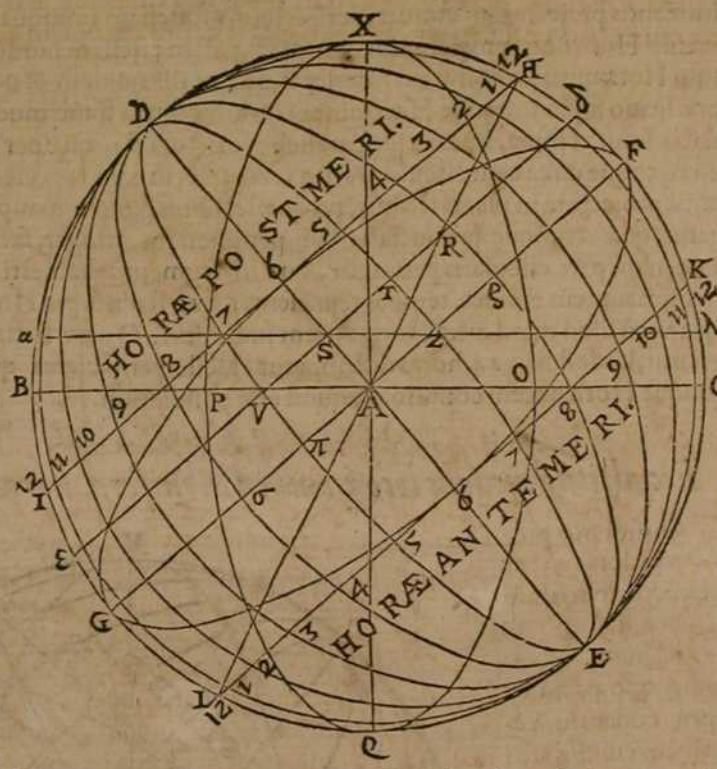
ſphæra,

ſphæra, quàm vbi duorum illorum circulorum proiecturæ ſeſe interſecant: nam ſolum interſectionis punctum commune vtrique eſt. Si igitur cognita ſit ſolis altitudo locuſq; ipſius in Zodiaco; ex his autem oporteat horam inueſtigare: ſumantur in ſchemate propoſitionis 44. à B ad α, & à C ad λ tot gradus quot ſol ſupra Horizontem præſenti tempore eminet, perque α & λ recta ducatur linea α λ proiecturæ Horizontis B C parallela, quæ per 41. huius circulum altitudinis repræſentabit: deinde per datum ſolis locum in Signifero, puta R, parallelus agatur δ ε, hic inquam vbi parallelum altitudinis α λ interſecat, nempe in s, illic verus eſt locus ſolis. Quare ſi circum δ ε deſcriptus circulus in tempus conuertatur, ſeceturque linea per s ad rectos eidem δ ε angulos, vt ſuperioribus conſectarijs non ſemel eſt factitatum, inuenietur hora ſexta eo anni tempore, quo ſol in Signiferi puncto R verſatur, eaque diei parte, qua ſcandendo ſupra Horizontem ad circulum altitudinis α λ attigit; quod erat præſtandum. A B

CONSECTARIVM VI.

Cognita hora locoq; ſolis in Zodiaco, altitudinem eius indagare.

HÆC ex parte conuerſio eſt præcedentis. Illic enim ex altitudine horam, hîc verò ex hora altitudinem venamur: quare ſimilis quodammodò eſt praxis, licet inuerſa. Eſto igitur R locus ſolis in Zodiaco, per quem Æquatori F G parallelus ducatur δ ε per 40. propoſit. libri huius, vt in ſchemate propoſitionis 44. factum apparet: ſeorſum verò circa δ ε velut diametrum circulus deſcribatur, qui & in viginti quatuor horas diuidatur: ab hora autem cognita, puta ſexta, ad diametrũ δ ε perpendicularis agatur, quæ ipſam ſecet in s: dico s in proiecturam ſphæræ tranſlatũ, verum eſſe ſolis locum per ſuperiùs demonſtrata; atque ea propter ſi per s recta ducatur α λ Horizonti B C parallela, erit B α ſolis altitudo poſtulata, quod ex dictis abundè probatum relinquitur.



C D E

CONSECTARIVM VII.

Horâ ſoliſq; altitudine cognitâ, locum ipſius in Zodiaco demonſtrare.

NON abſimili ratione colligetur ſolis locus in Zodiaco ex hora altitudineque præcepta: nam ſi per datam altitudinẽ circulus altitudinis orthographicè deſcribatur α λ per 41. propoſitionem libri huius; ducaturque in eodem plano horarius datæ horæ, puta ſextæ, qui parallelum α λ interſecet in s: dico in primis s verum eſſe locum ſolis in plana ſphæra, vt ex dictis conſtat. Igitur ſi per s recta agatur δ ε Æquatori F G parallela, hæc quoniam circulum illum parallelum repræſentat, quem ſol percurrit dum hora ſexta altitudinem habet B α, perſpicuè patet illic eſſe ſolis locum in Zodiaco, vbi paralleli proiectura δ ε Eclipticæ proiecturam H L interſecat, nempe in R: ſiquidem ſolum punctum R vtrique δ ε & H L commune eſt. F

PRO-

A

PROPOSITIO XLV. PROBLEMA.

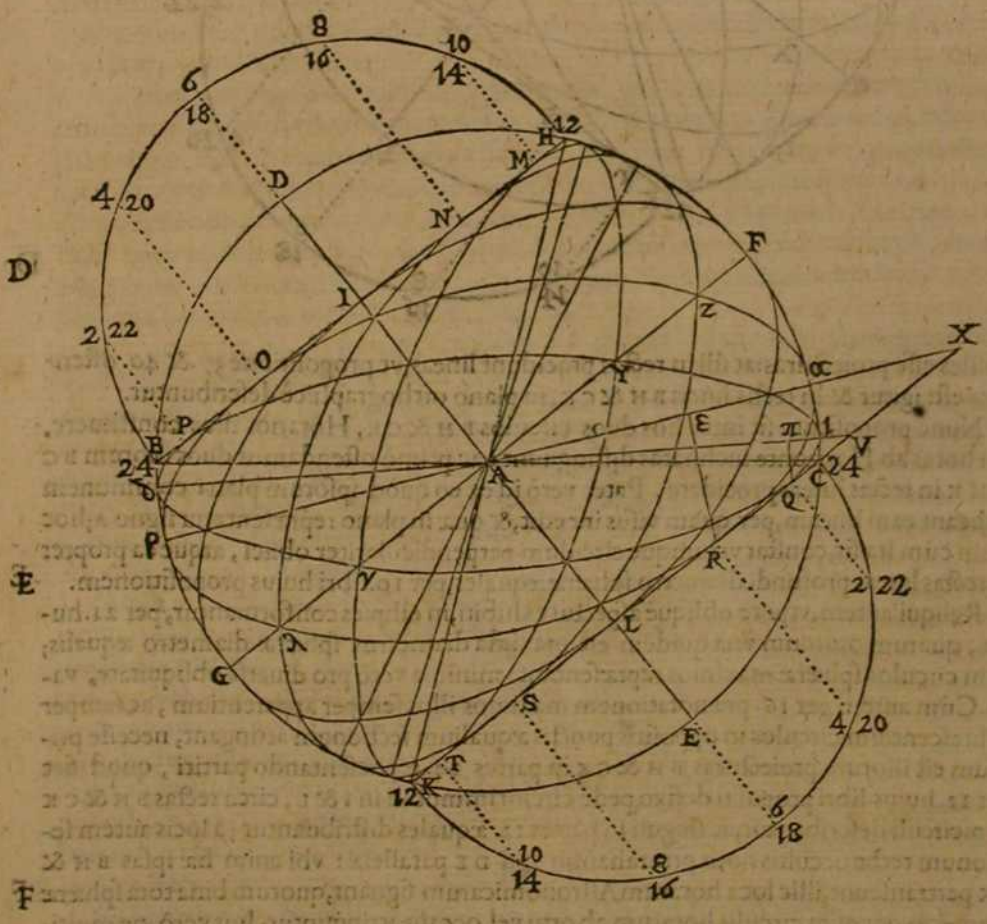
Horarios illos circulos describere, qui horas à Finitore auspicantur.

QVAMVIS longè diuersi sint hi circuli ab illis qui horas Astronomicas à meridie vel media nocte indicant, vt initio huius libri prænotatione 16. ostensum fuit, sunt tamen eędem vtrorumque describendorum leges, hoc tantùm discrimine, quòd non per eadem loca hi atque illi transeant: vnde fit vt pro vario aspectu in varias formas proiecti commutentur: hoc au-

B tem in primis constat, nullum omnino horum figura circulari spectari. Cùm enim circuli illi paralleli, quorum alter semper apparentium maximus est, alter verò maximus omnium semper latentium, perpendiculariter obtutui proponantur, ideoque in rectas lineas procidant, necesse est circulum illum, si quis est, qui circulari forma in plano apparet, directè obijci: atque ea propter maximos illos semper apparentium, semperque delitescentium rectis angulis secare: at nullus eorum qui horas ab ortu vel occasu inchoatas distinguunt, parallelos illos maximos latentium apparentiumque secat, quandoquidem omnes leui solùm attactu illorum peripherias lambant: igitur nullus omnino illorum in circularem formam procidit.

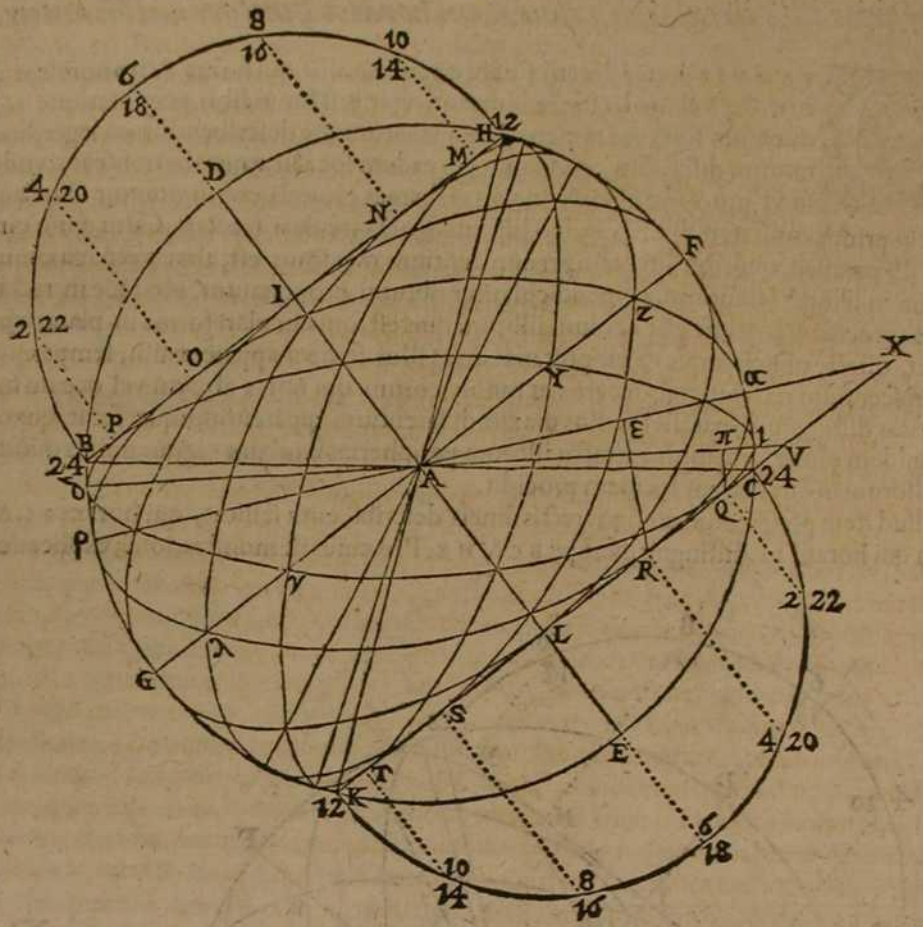
Illud item perspicuum est duos rectis lineis describi, eum scilicet, qui horam 24. &

C eum qui horam 12. distinguit, nempe B C & H K. Pro cuius demonstratione, explicatio-



neque eorum quæ de reliquis circulis horas à Finitore auspicantibus dicturi sumus, esto planum meridianum idem, quod suprà, B D C forma circulari ex centro A descriptum: Horizon verò B C in rectam proiectus lineam, supra quem alter Polus D emineat, alter autem E infra depressus procumbat; ab his porrò æquidistet proiectura Æquatoris F G. His positis fiat D H ipsi D B, & E K ipsi E C æqualis, iunganturque B & H, item C & K rectis lineis B H & C K; erunt ergo B H & C K proiecturæ illorum circulorum, quorum alter omnium semper apparentium maximus est, alter verò maximus omnium illorum qui

perpetuò deliteſcunt. Nam quoniam hi circuli ab Æquatore reipſa æquidiſtant, veluti & Coluri, reliquiq. diurni circuli, neceſſe eſt per 32. huius libri propoſitionem omnium



ſimiles eſſe proiecturas: at illi in rectas procidunt lineas, vt propoſitione 37. & 40. oſtenſum eſt: igitur & hi rectis lineis B H & C K, in plano orthographicè deſcribuntur.

Nunc propoſitum ſit inter hos duos circulos B H & C K, Horarios illos conſtituere, qui horas ab Horizonte inchoatas diſtinguunt: ac primò oſtendamus duos illorum B C & H K in rectas lineas procidere. Patet verò id ex eo quòd ipſorum plana communem habeant eam lineam, per quam viſus incedit, & quæ in plano repræſentatur ſigno A; hoc enim cùm ita ſit, conſtat vtrumque circulum perpendiculariter obiici, atque ea propter in rectas lineas profundi diametro ſphæræ æquales, per 10. libri huius propoſitionem.

Reliqui autem, vtpote obliquè aſpectui exhibiti, in ellipſes conformantur, per 21. huius, quarum omnium vna quidem eſt maxima diametrus ſphæræ diametro æqualis; nam circulos ſphæræ maximos repræſentant: minima verò pro diuerſa obliquitate, varia. Cùm autem per 16. prænotationem maximos illos ſemper apparentium, ac ſemper deliteſcentium circulos in oppoſitis punctis æqualium ſectionum attingant, neceſſe primùm eſt illorum proiecturas B H & C K in partes 24. repræſentando partiri, quod fiet per 12. huius libri propoſ. ſi defixo pede circini immobili in I & L, circa rectas B H & C K ſemicirculi deſcribantur, ac ſinguli in partes 12. æquales diſtribuantur; à locis autem ſectionum rectæ occultis notis protrahantur ipſi D E parallelæ: vbi enim hæ ipſas B H & C K pertranſeunt, illic loca horarum Aſtronomicarum ſignant, quorum bina tota ſphæræ diametro oppoſita circulis horarum ab ortu vel occaſu attinguntur; hos verò, ne multitudo confuſionem induceret, per duarum horarum interualla deſcripſimus.

Quoniam igitur rectæ B H & C K duos ſemicirculos ſimul ſpectandos offerunt, finge primùm B H eam eſſe circuli medietatem, quæ tibi proxima eſt, ſeu quæ ad Orientem ſpectat, C K verò eam quæ ad Occidentem; ſitque Horariorum ſeries incipienda ab ortu: quoniam Horizon B C circulus eſt horæ 24. erit is qui interuallo duarum horarum proximè ſequitur, ellipſis, maximam quidem diametrum eamdem habens cum ſphęrę diametro, ceterum per oppoſita puncta P & Q ita incedens, vt in iiſdem punctis parallelas

B H &

A B H & C K solùm contingat, non verò secet: sequens autem eadem parallelas B H & C K continget in oppositis punctis O & R, maximamque diametrum sphęræ diametro æqualem habebit, vti & ceteri: tertius dein circulus & ipse ellipsis erit, parallelas B H & C K in I & L contingens: quartus in N & S: quintus in M & T: sextus denique recta iterùm linea erit H K.

Porrò cùm I L ipsis B H & C K sit perpendicularis, erit eadem I L minima diametrus ellipsis I F L G, quæ horam 6. & 18. ostendit, & cuius maxima diametrus est F G, vtpote normalis ipsi I L: ceterarum autem ellipseon maximæ diametri inuenientur in hunc modum: Fiat per 11. lemma quemadmodum K Q ad Q C, ita K V ad V C, & ab V recta per
B centrum A protendatur V δ, quæ circulum Meridianum secet in i, erit enim i δ maxima diametrus, circa quam si ellipsis describatur quæ per puncta data P & Q incedat per 22. lemma, inuenta priùs minima diametro per 23. lemma, ea parallelas B H & C K in P & Q attinget: nam quoniam ex constructione est vt K Q ad Q C, ita K V ad V C, & V δ per centrum est acta, ducta Q π ad rectos ipsi i δ angulos, erit quoque per conuersionem 23. lemmatis libri quarti vt δ π ad π i, sic δ V ad V i: quare cùm Q π ad diametrum i δ ordinatim sit applicata, continget V Q ellipsin in Q per 34. primi Conicorum Apollonij. Eodem verò modo ostendetur ellipsis ipsam B H in P contingere: igitur ellipsis P i Q δ circuli horæ 2. est proiectura.

Rursus si fiat vt K R ad R C, ita K X ad X C per 11. lemma, & ab X per centrum A recta
C traiiciatur X ρ quæ circulum Meridianum secet in α, erit α ρ maxima diametrus eius ellipsis quæ per R & O ducta, vt suprà lemmate 22. parallelas B H & C K in iisdem punctis R & O contingit, & Horarium circulum horę 4. repræsentat. Haud absimili ratione describendæ erunt duæ reliquæ ellipses, quarum altera N Z S λ circulum refert horæ 8. altera verò M Y T γ circulum horæ 10.

Atque ita descriptæ sunt omnium Horariorum per duarum horarum interualla proiecturæ: in quibus id etiam obseruandum, quòd duæ lineares proiecturæ B C & H K singulæ vnum dumtaxat circulum repræsentent; at ellipses singulæ duos: quare postquam à B versus H scandendo perueneris, circulum horæ 12. præteruectus, finge iam B H semicirculũ esse occiduum, C K verò ortiuum: erit igitur qui suprà per M & T horæ 10. idem
D nunc horæ 14. & qui per N & S horæ erat 8. idem nunc horæ 16. quique horæ 6. per I & L actus, nunc idem horæ 18. rursus qui erat horæ 4. per O & R ductus, nunc horæ 20. tandem qui horæ erat 2. per P & Q, nunc idem horæ 22.

Hoc igitur pacto, si sol per circulum B H diurna latione ferri intelligatur (quod quamuis fieri non possit, cùm circulus B H Tropicos excedat; non est tamen à conceptu alienum, quoniam is est Æquatori parallelus) ab Horizonte digressus, perque semicirculum ortiuum B H progrediens hora diei secunda punctum attinget P, deinde hora 4. punctum O, tum hora 6. punctum I, ad hæc octaua hora punctum N, posteà punctum M hora 10. tandem hora 12. fastigium attinget H, vnde per semicirculum occiduum H B regressus in M perueniet hora 14. in N hora 16. in I hora 18. in O hora 20. in P hora 22. ac
E demum hora 24. in B punctum Horizontis, vnde primùm fuerat digressus.

Simili modo si per Æquatorem F G sol diurna latione circumeat, ab A puncto Horizontis ortiuo digressus, in Y hora diei 2. perueniet, quà Y punctum est circuli per P & Q ducti; hora verò 4. in punctum Z. circuli per O & R: at hora 6. in F punctum circuli per I & L: inde autem versus Occidentem prolapsus hora 8. attinget idem punctum Z, non quà iam ad circulum O R pertinet, sed quà ad circulum N S; hora verò 10. circulum per M T ductum attinget in Y; hora 12. perueniet in punctum A linearis proiecturæ H K; hora 14. in punctum γ circuli M T, hora 16. in punctum λ circuli N S; hora 18. in punctum G circuli I L F G; hinc rursus Horizontem versus ascendendo hora 20. attinget circulum O R in λ; tum hora 22. circulum P Q in γ; ac demum hora 24. ad punctum A Horizon-
F tem repetet, à quo primò fuerat digressus.

Ex his perspicuè patet hos circulos Horarios non esse alios, quàm Horizontem ipsum, diurno motu vnà cum maximis illis circulis semper apparentium semperq; delitescentium circumactum, ac diuersis in locis repositum, iis scilicet, quibus singulis horis constituitur. Quod vt apertiùs intelligas, finge Horizontem circulis illis semper apparentium semperq; delitescentium maximis affixum esse, motaq; sphæra vnà conuerti: cùm igitur sphæra vnius horæ spatium confecerit, tum Horizon vna promotus circulum horæ primæ repræsentabit; cumque altera hora progressa fuerit sphæra, tum idem Horizon pariter digressus circuli horæ secundæ vicem geret; atque ita deinceps Horizon à contactu

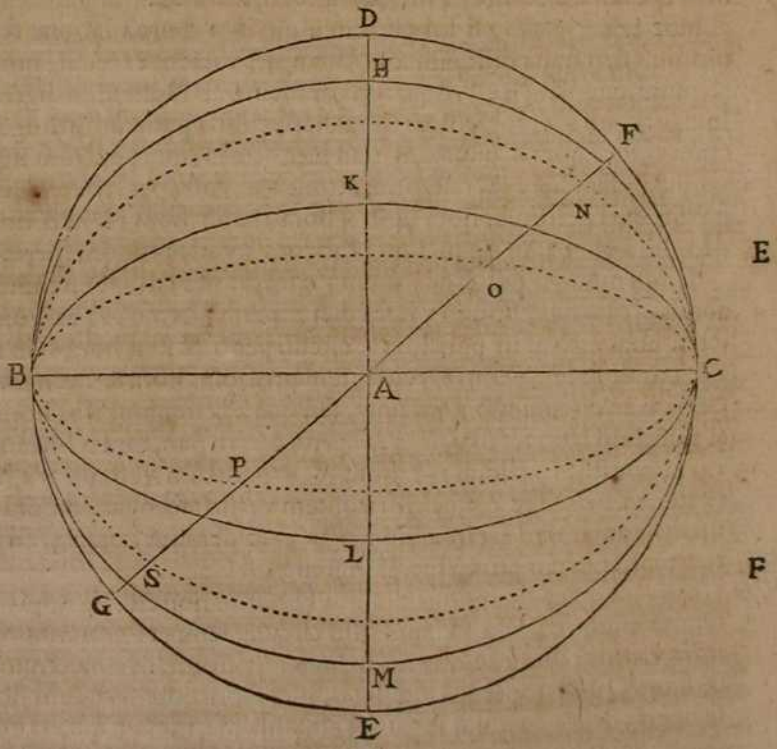
maximorum illorum ſemper apparentium ſemperq; deliteſcentium circulorum numquam diuulſus, ſimul autem diurna latione circumactus, ſingulis horarum Aſtronomicarum interuallis, ſingulos Horarios, qui ab ortu horas auſpicantur, deſignabit: quæ eadem ratio illorum eſt, qui horas ab occaſu incipiunt. A

PROPOSITIO XLVI. PROBLEMA.

Cæleſtium domorum terminos definire.

CÆLESTIVM domorum circuli non alia lege in planum tranſcribuntur, quàm Horarij illi, qui Aſtronomicas horas diſcriminant: vt enim hi in Polis mundi, ita illi in cõmuni Horizontis & Meridiani ſectione congrediuntur; vtq; Horarij per æquales ſectiones Æquatoris, ſic domorum cæleſtium diſtinctores per æquales item Æquatoris partes, aut vt aliis placet, per æquales partes verticalis primarij incedunt. Ex quibus conſtat vnum ex his, puta Meridianum, in circulũ profundi per 33. propoſitionem huius libri, alium verò, nempe Horizontem, in rectam lineam per 34. huius; reliquos autem in ellipſes; veluti & Horarij per 44. huius, quarum omnium maxima diametrus erit Horizontis proiectura B C, altera verò, eaque minima ac priori coniugata, (ſi quidem per æquales portiones verticalis primarij producantur) erit ea linea quæ inter puncta lineæ D E, quæ pari interuallo ab A diſtant, interiacet: ſi verò per æquales portiones Æquatoris ducantur, erit altera diametrus, eaque non minima, nec coniugata, pars proiecti Æquatoris F G, quę inter puncta æquè ab A diſſita intercipitur. B C

Quare ſi per æquales diuiſiones verticalis primarij deſcribendi ſint circuli domorum cæleſtiũ, deſcribetur primò circulus Meridianus B D C E per 33. huius, in cuius planum ceteri profunduntur: deinde addetur Horizon B C per 34. huius, tum Æquator F G ad datam Poli altitudinem, vt propoſitione 37. ac demum primarius verticalis D E per 41. huius, qui per 12. prop. huius in 6. partes æquales repræſentando diuidetur; tot namque ſunt omnino circuli, qui cæleſtes domos diſtinguunt: ſint autem harum diuiſionum puncta H, K, L & M. Itaque ſi per 22. lemma circum B C & K L, itemque circa B C & H M ellipſes deſcribantur, erunt hæ illorum circulorum proiecturæ, quæ obliquo aſpectu in præſenti ſphæræ conſtitutio ne cernuntur, vt ex propoſitione 21. & 22. perſpicuè patet. C D



Si autem per æquales ſectiones Æquatoris hi circuli orthographicè deſcribendi ſint, diſtribuẽdus erit Æquator F G in 6. partes repræſentando æquales per 12. huius, ac circum B C & O P, itemque circa B C & N S, ellipſes figurandæ, factumque erit propoſitũ. Nam per 21. & 22. huius, erunt hæ ellipſes illorum circulorũ proiecturæ, qui per communes interſectiones Meridiani & Horizontis, perque æquales ſectiones Æquatoris procedunt.

Vbi id obſeruandum eſt, circulos illos qui per æquales partes verticalis primarij tranſeunt, vniuerſam ſphæram in domos æquales partiri; illos verò qui per æquales partes Æquatoris deſcribuntur, domos reddere inæquales: quarum amplio-

A ampliores illæ ſunt, quæ ab Horizonte ſunt remotiores, quòd videlicet æquales portiones Æquatoris quò longiùs ab Horizonte ſumuntur, eò ſint Polis B & C, ſeu congreſſioni horum circulorum propinquiores; ex quo porrò conſequens eſt, vt domorum cæleſtium interualla, quibus partes Æquatoris iam dictis Polis viciniores reſpondent, medio inter vtrumque Polum loco ſint ampliora.

PROPOSITIO XLVII. PROBLEMA.

Circulos Poſitionum conſtituere.

B DOMORVM cæleſtium circulis admodum affines illi ſunt, quos Poſitionum vocant: hi namque per communes interſectiones Meridiani & Horizontis (vt illi) & per quodcumque ſignum in cæli ſuperficie aſſumptum incedunt: eſtque ex numero horum vnus Meridianus, alter Horizon, ceteri innumeri atq; innominati: quare præter Horizontem & Meridianum, quorum hic in circulum, ille in lineam cadit, ceteri omnes per vigeſimam primam propoſitionem huius libri in ellipſes orthographicè profunduntur, quarum deſcriptio ex præcedente propoſitione petenda erit.

PROPOSITIO XLVIII. PROBLEMA.

C

Declinationum ac Latitudinum circulos orthographicè exhibere.

HORVM quoque circulorum eadem eſt ratio quæ & Horariorum, qui à Meridiano horas incipiunt: nam declinationum circuli ab Horariis illis ſitu poſitioneque non differunt, ſed hoc ſolùm quòd plures ſint numero quàm Horarij; hi quippe per quindenos dumtaxat gradus Æquatoris incedunt: at illi per gradus etiam ſingulos. Quamuis nil vetet per medias horas & quadrantes, imò verò etiam per minuta Horarios ducere. Circuli autem latitudinum tametſi plus aliquid diſcriminis habeant, quòd videlicet non in Polis mundi, ſed in
D Polis Zodiaci ſeſe interſecent, quódque non per æquales portiones Æquatoris, ſed per æquales portiones Eclipticæ procedant: non eſt tamen alia hos atque illos proijciendi ratio, cùm ita ſe habeant Poli Zodaici ad Eclipticam, quemadmodum Poli mundi ad Æquatorem: quare quæ propoſitione 44. de Aſtronomicarum horarum circulis dicta ſunt, de his quoque dicta eſſe intelligantur.

ORTHOGRAPHICA SPHÆRÆ PROIECTIO

E

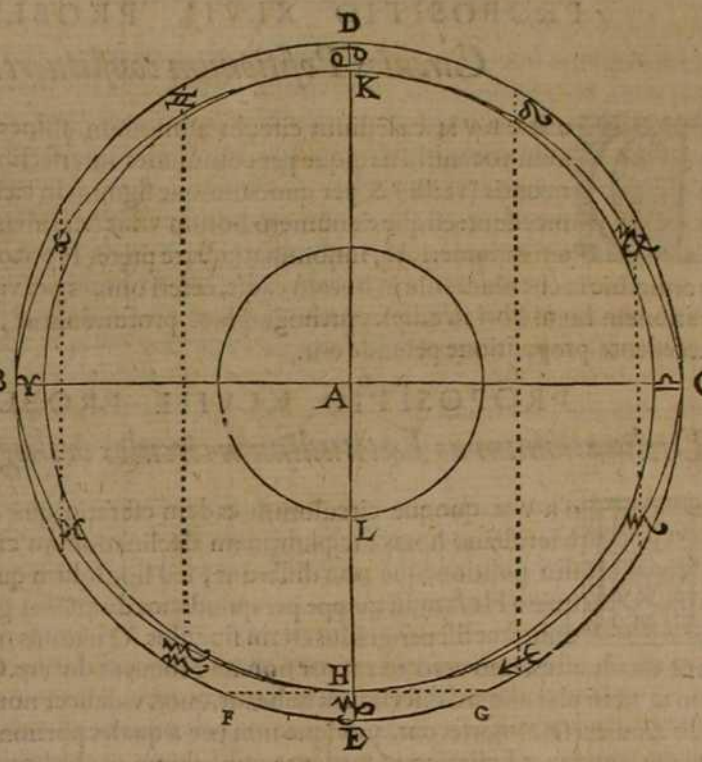
Viſu per vtrumque mundi Polum procidente.

EXPEDITA *Sphæræ deſcriptione ex eo ſitu, quo radius principalis per Aequinoctia ſimul & Horizontis planum extenditur, qui omnium maximè eſt ad vſum accommodatus, lubet duabus ſequentibus propoſitionibus ex alio atque alio ſitu omnes ſphæræ circulos in planum denuò tranſcribere, vt appareat quanta ſit huius ſcientiæ amplitudo, vberiorq. materia ſuggeratur iis, quos fortè iuuabit aliquando ingenium in proiecturis exercuiſſe. At enim qui*
F *in illis aliquouſque penetrauerit, inueniet haud dubiè plurimarum inuentionum iucundam meſſem, qua non modò frui cum voluptate, verùm etiam ad aliarum veritatum indagationem tamquam fœcundo ſemine commoda tempeſtate vti poterit. Ne autem prolixitas tædium Lectori afferat, non quemadmodum hactenus, diſtinctis propoſitionibus ſingulos circulos, ſed omnes vna propoſitione complectemur, eorum deſcriptiones ſimplici tantùm enarratione hiſtorico more perſequentes, cùm ex dictis facillimo negotio elici poſſint omnium demonſtrationes.*

PROPOSITIO XLIX. PROBLEMA.

Omnes sphæræ circulos orthographicè in planum transcribere, visu per vtrumque Polum mundi procidente.

VT à circulis sphęrę mobilis ordiamur, esto in primis punctum A, id in quod per 3. propos. libri huius radius principalis proijcitur, vtriusque Poli vicem gerens: circum A verò circulus describatur B D C E interuallo quocumque, qui cùm per 15. huius aliquem ex illis circulis repræsentet, qui directè visui opponuntur, cuiusmodi sunt in præsenti sphæræ constitutione paralleli omnes, sit ille Æquator,



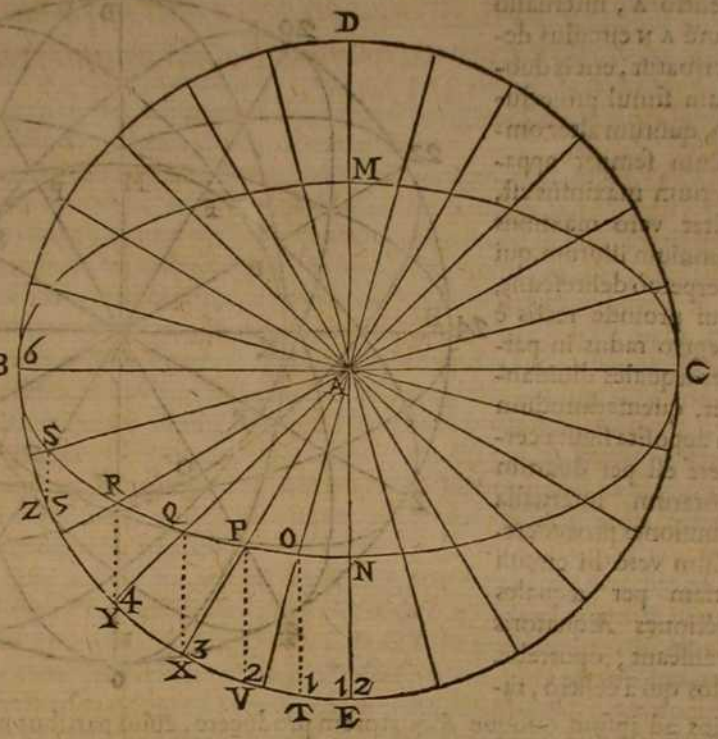
nempe totius sphęrę maximus, & intra cuius ambitũ ceteri omnes conscribendi erunt: deinde per centrum A duæ rectæ lineæ agantur B C & D E, quæ sese ad rectos angulos secent; eruntque hæ duorum Colurorum proiecturæ per 10. propositionem libri huius; illi siquidem in Polis congrediuntur, per quos & visus procidit: sit autem B C æquinoctiorum Colurus, D E verò solstitiorum: erunt igitur B & C duorum signorum initia, quæ æquinoctia distingunt: sit porrò B Arietis, C verò Libræ initium.

Iam vt declinatio Eclipticæ inueniatur, sumendi erũt ex vtraque parte puncti E ad F & G, gradus viginti tres & dimidius, iunctaque E G interſecet Colurum D E in H: erit ergo H gradus vigesimus tertius & medius in linea D E assumptus, initio facto ab E per 12. propositionem libri huius: quare erit E H maxima Eclipticę declinatio: posita verò ei æquali D K, descriptaque circum B C & K H ellipsi per 22. lemma, erit hæc ipsa Eclipticæ proiectura per 21. libri huius, quæ per 23. propositionem huius libri in 12. signa distribuetur, si circulus B D C E primùm in totidem partes æquales diuidatur, binaque puncta sibi ex aduerso respondentia parallelis iungantur, quæ Eclipticam secent, quemadmodum vides in proposito schemate sectionum loca propriis characterismis signorum notata. Quòd si per quælibet puncta in proiectura Eclipticæ accepta, circuli describantur ex centro A, perspicuum est eos esse diurnorum parallelorum proiecturas: hi namq; mundanos Polos pari vndique interuallo ambiunt; ideoq; per 15. propositionem libri huius in circulares formas procidunt. Ex his porrò is, qui per K & H ducetur, vtrumque Tropicum repræsentabit. Simili modo polares describentur orbiculari forma circum A velut centrum, sumpto in linea D E interuallo A L, quod gradus viginti tres cum dimidio repræsentando contineat.

Nunc ad circulos sphæræ immobilis veniamus. Et quidem si sphæra recta sit, perspicuum est Horizontem esse B C, eam scilicet rectam lineam, quæ per vtrumque Polum littera A signatũ transit: vertex igitur erit D, ac propterea circuli altitudinum iidem, qui suprà propositione 41. verticales autem iidem qui propositione 43. linea verò crepuscularis eadem quæ propositione 42. circuli autem horarum Astronomicarum siue in recta siue in obliqua sphæra in rectas semper lineas profunduntur, quæ à centro A

eductæ.

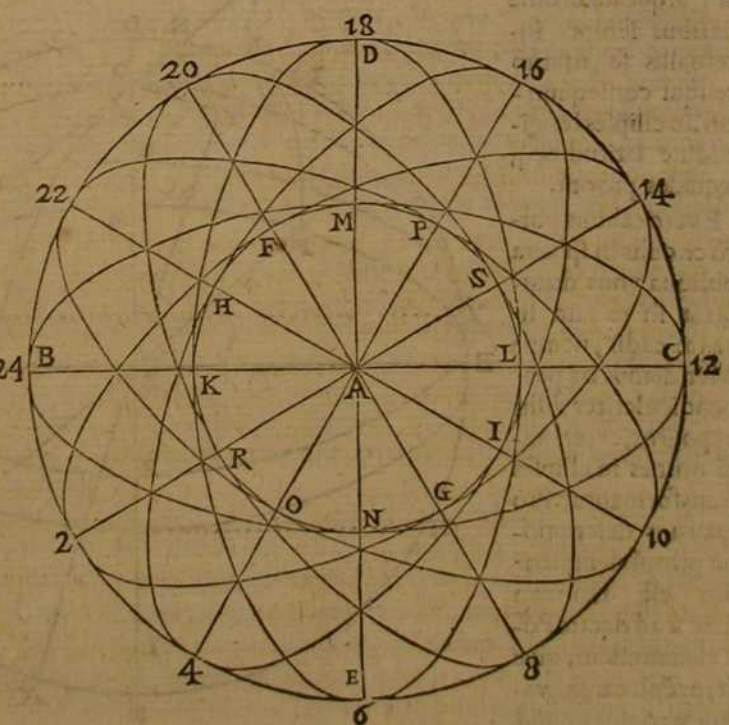
A eductæ in partes æquales Æquatoris vndique radiorum inſtar deſtinantur. Quòd ſi obliqua ſit ſphæra, per datam Poli vnius altitudinem A M, depreſſionemque alterius A N ellipſis deſcribatur, quæ maximam diametrum habeat B C, ea Horizontem obliquũ exhibebit, cuius, & Horariorum communes interſectiones



B N, O, P, Q, R, S, C ad primitiuum circulum occultis lineis (quæ ipſi B C ſint perpendiculares) reuocatæ per 24. huius, horas Aſtronomicas exhibebunt E, T, V, X, Y, Z, C, in horizontali plano deſignandas.

C Qua ratione etiam verticalis plani horæ inuenientur, ſi ellipſis per verticem deſcribatur, eiuſq; & Horariorum communes interſectiones ad primitiuum circulum reducantur, vt conſectariis aliquot ad propoſitionem 44. oſtendimus. Quæ ſanè praxis deſcribendorum ſciotericorum in quouis plano non minùs expedita eſt, quàm vulgaris illa, qua primùm à centro circuli omnium ſemper apparentium maximi, per æquales ipſius portiones ad lineam contingentiæ rectæ porriguntur;

D inde verò ad centrum proprij circuli, cuius ſemidiametrus ex Analemmate peti debet, remittuntur. Illo autem modo innumeræ praxes deſcribendorum horolabiorum excogitari poſſunt: mutata namque proiecturæ forma, ſiue ex toto proiectionis genere, ſiue ex ſolo ſphæræ ſitu, nouæ ſemper Horizontis & Horariorum circulorũ figuræ prouenient, quarũ communes interſectiones

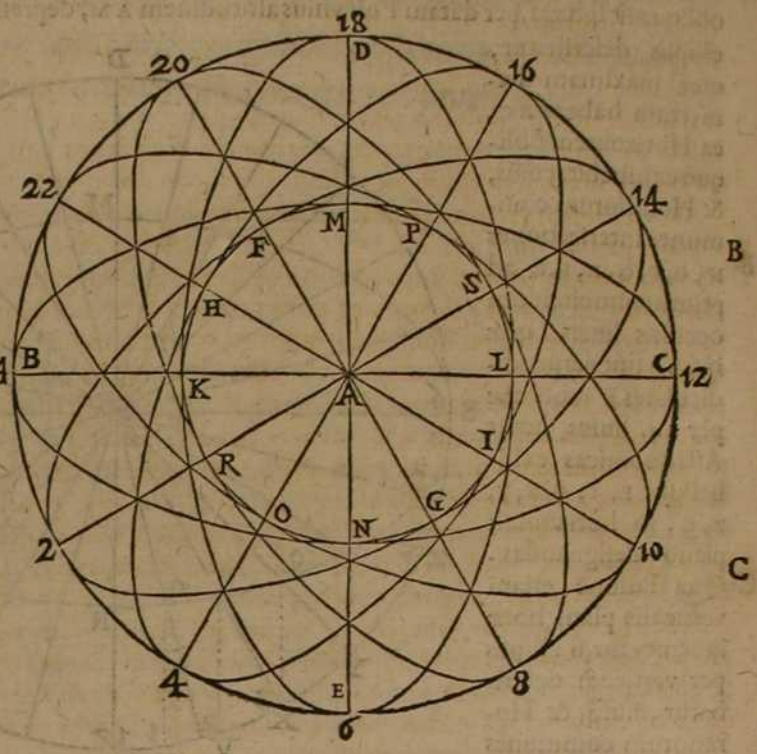


E ad originẽ reuocatæ, horas dabunt poſtulatas. His circulis horariis ſimiles omnino ſunt illi, qui declinationes indicant: nam in Polis mundi omnes cõueniunt, in quo & viſus: quare per 10. huius in rectas lineas

F proijciuntur, quæ à centro A ad punctum quodcumque datum extenduntur.

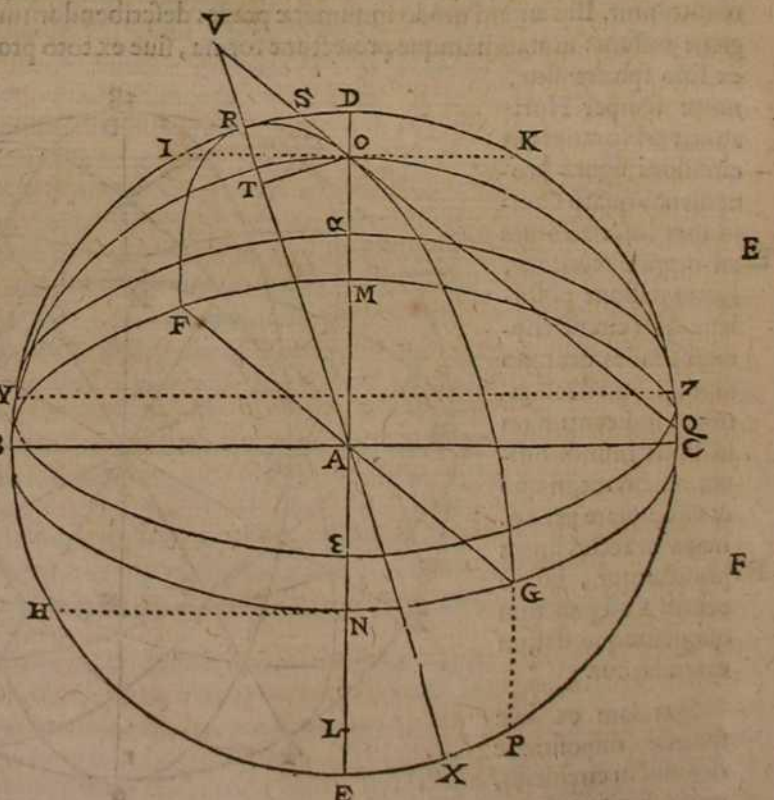
Sint iam ex hac ſphæræ diſpoſitione deſcribẽdi circuli illi, qui à Finitore horas auſpicantur. In eodem Æquatoris plano B D C E ſit obliquus Horizon B M C N ad

datam Poli eleuationem A N graduum triginta, cui æqualis sit Poli sub Horizontem de- A
pressio M A. Si igitur centro A, interuallo autē A N circulus describatur, erit is duorum simul proiectura, quorum alter omnium semper apparētium maximus est, alter verò maximus omnium illorum, qui perpetuò delitescunt; qui proinde rectis è centro radiis in partes æquales diuidantur, quemadmodum in apposita figura cernere est per duarum horarum interualla diuisiones procedere. Cùm verò hi circuli etiam per æquales sectiones Æquatoris transeant, oportebit illos qui à centro, radios ad ipsum quoque Æquatorem producere, cuius partibus numeri horarum commodè adscribi poterunt. Primus itaque eorum qui ab Horizonte horas indicant, est ipse Horizon B M C N in ellipsin proiectus, duorum perfungens munere, nempe horæ 24. (vnde prima hora incipit) & horæ 12. Proximus huic ille est, qui maximam habet diametrum horæ 2. & 14. minimam verò F G, in qua & circulos maximos semper D
apparentium, semperque delitescentium contingit: sequens dein is, cuius maxima diametrus horarum 4. & 16. minima verò H I, atque ita ordine paribus semper interuallis se mutuò reliqui consequuntur, in ellipses longitudine latitudineq; æquales profusi.



B

C



E

F

E verticalibus porrò circulis in sphæra obliqua vnus dumtaxat in rectam lineam cadit, nempe Meridianus D E perpendiculariter visui expositus; ceteri autē omnes in ellipses transformantur. Pro quarum descriptione primū designandus est Horizon B M C N ad datam Poli eleuationem, quæ sit, exēpli causa, graduum triginta: quod vt rectè fiat, sumendus est in circulo Æquatoris arcus B H graduum triginta: hinc autem

A autem ad rectos ipsi D E angulos applicita H N, resecat ex Meridiani proiectura D E portionem A N graduum triginta: cui si æqualis accipiatur A M, quantum scilicet alter Polus sub Horizontem deprimitur: & circum extremas diametros B C & M N ellipsis describatur per 22. lemma, ea erit Horizõtis obliqui proiectura, cuius Polus O in hunc modum inuenietur: Accipiatur in circulo Æquatoris arcus B I graduum sexaginta, vt cum B H sint in arcu H I omnino gradus nonaginta; fiatque D K ipsi D I æqualis, iunctaque I K ipsam D E intersecet in O: erit igitur O summum Horizontis fastigium, imum verò L; ambo quippe nonaginta vndique gradibus ab Horizonte distant.

Iam quoniam verticales omnes in imo supremoque cæli vertice conueniunt, perque
B æquales partes Horizontis transeunt, erit D E vnus illorum & idem, qui Meridianus; alter verò, qui & primarius nuncupatur, B O C per communes Æquatoris & Horizontis sectiones incedens, atque in formam ellipsis circum extremas diametros B C & O L descriptus: reliqui autem circa coniugatas quidem, at non extremas constituuntur diametros, quarum altera O L omnibus communis, altera propria cuiusque, nempe recta linea in plano Horizontis per centrum acta. Exempli causa, sit describendus verticalis circulus, qui per trigesimum gradum à Meridiano incedat: sumatur E P graduum triginta; à P verò ipsi B C recta secundùm normam adiungatur, quæ Horizontis proiecturam secet in G: erit igitur N G portioni graduum triginta representatione æqualis per 23. huius: ducta itaque G F per centrum A, erit M F ipsi N G æqualis, & F G altera diametrus, altera verò O L
C ipsi F G coniugata (nam F O & O G circuli quadrantes repræsentant) circa quas descripta ellipsis F O G verticalem exhibet postulatum.

Eius autem inuentio sic se habet: Ducatur per O recta Q V ipsi F G parallela, quæ per 32. primi Conicorum Apollonij ellipsin in O continget: secet verò Q V circulum B D C in Q & S, fiatque per 11. lemma vt Q O ad Q S, ita Q V ad V S, & ab V per centrum A traiiciatur V X circulum B D C in R secans: dico R X maximam esse diametrum, circa quam & puncta F, O, G, & L ellipsis describenda erit per 22. lemma, adiuuante lemmate 25. Nam ductâ O T ordinatim ad ipsam R X, erit quoque per lemma 23. libri quarti vt X T ad T R, sic X V ad V R: quamobrem per 34. primi Conicorum Apollonij V O ellipsin contingit, cuius quidem maxima diametrus R X, aliæ verò coniugatæ O L & F G. Hæc igitur est ratio descri-
D bendorum quorumcumque verticalium circulorum, præter Meridianum & primarium, quorum descriptiones antè explicatæ.

Altitudinum circuli, quoniam Horizonti sunt paralleli, omnes in vnius formæ proiecturam cadunt per 32. huius: at Horizon obliquè expositus in ellipsin procidit: igitur & circuli altitudinum in ellipses conformari debent, tum inter se, tum Horizontis proiecturæ similes. Esto itaque in proximo superiore schemate, in quo verticales descripsimus, Horizon B M C N, eiusque vertex O; oporteat autem Horizonti parallelum ducere: in verticalibus B O C & N D M sumatur puncta Y, Z, Z & æquali interuallo ab Horizonte B M C N disiuncta, puta gradibus decem per 12. & 23. huius, & circa ea ellipsis describatur, vt lemmate 22. præcepimus, eritque hæc illius circuli proiectura, qui gradibus de-
E cem vndique supra Horizontem attollitur: eodemque modo se res habet in ceteris. Nec verò dissimilis est ratio constituendi circulum crepusculorum: nam & parallelus est Horizonti, ac gradibus 18. sub eo depressus.

Circuli domorum cælestium, & positionum, ac latitudinum, eamdem prorsus descriptionem habent, quam circuli verticales: nam commune aliquod habent congressionis punctum extra mundi Polos constitutum, & per æquales portiones alterius cuiuspiam circuli incedunt. Igitur vt domorum cælestium circuli in plano aptè designari possint, primò describendi erunt Horizon, Meridianus, & primarius verticalis: deinde diuidendus hic verticalis in 12. partes æquales: demum per oppositas eius sectiones, & communem Horizontis ac Meridiani sectionem ellipses describendæ erunt, vt de
F verticalibus iam antè docuimus.

Si verò positionis circulus aliquis postuletur, per eadem Meridiani & Horizontis sectiones ac datum punctum ellipsis ducenda erit, eo qui lemmate 22. præcipitur modo. Nam recta illa linea quæ communes intersectiones Horizontis & Meridiani connectit, vna erit diametrus futuræ ellipsis, quæ positionis circulum repræsentet, dato igitur præterea quouis alio puncto in cæli superficie, ellipsis, quæ per hæc intra circuli B D C E ambitum describetur, circulum positionis postulatum exhibebit.

Latitudinum circuli non aliter describentur, quàm positionum circuli, aut ij qui domos cælestes distinguunt: nam eamdem omnino habent in sphæra dispositionem

aspe-

aſpectumque ad nos ſimilem, vt propoſitione 48. oſtenſum fuit; ideoque eumdem A
quoque proiectionis modum.

ORTHOGRAPHICA SPHÆRÆ EXPLANATIO

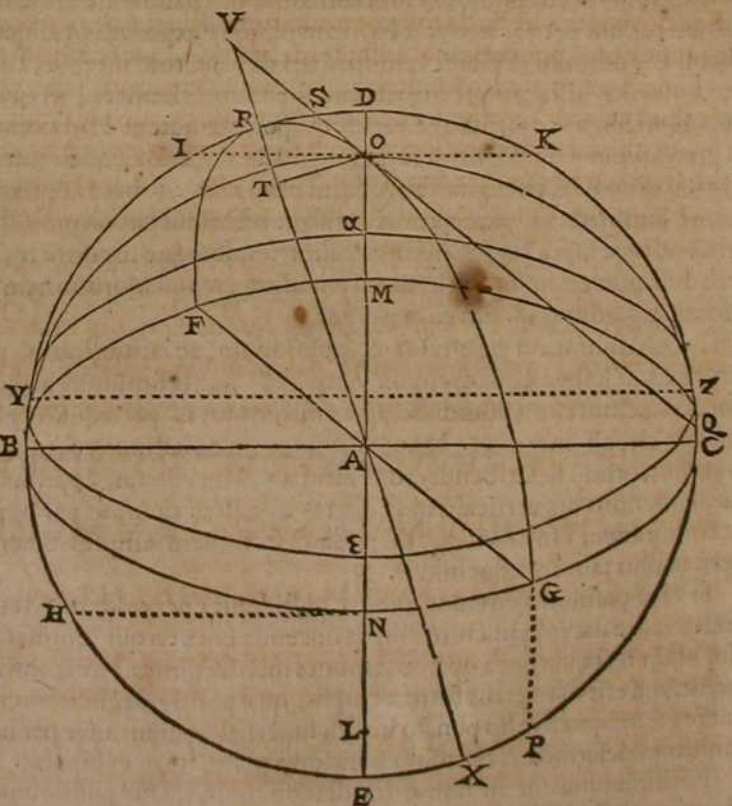
Aſpectu per verticem ac ſphæræ centrum tranſlapſo.

PROPOSITIO L. PROBLEMA. B.

Omnes ſphæræ circulos in planum orthographicè conſignare, viſu per ſphæræ verticem centrumq; tranſlapſo.

VTI hactenus variè Sphæram deſcripſimus, ac vno quidem aſpectu in plano Meridiani, altero verò in plano Æquatoris: ita nunc eamdem in Horizontis planũ transfundere decreuimus, aſpectu ad perpendiculum à vertice in centrum ſphæræ delapſo. Habet enim hic ſitus in rebus Aſtronomicis permultas, eaſq; inſignes vtilitates. Hoc ſitu ipſe in primis Horizon circulari forma deſcribitur, cuius centrum verticis locum obtinet; Meridianus autem, ac verticales circuli in rectas lineas, quæ in Proiecturæ centrum A omnes conueniunt: in C
quorum numero cenſetur Æquator, ſi ſphæra recta ſit; ceteri autem paralleli circuli in eadem recta ſphæræ conſtitutione, eamdem proiectionem habebunt, quam propoſitione 37. & 40. explicauimus: at in obliqua ſphæra propter aſpectus obliquitatem omnes paralleli, hoc eſt Æquator, Tropici, Polares, & qui diurni appellantur in ellipſes deſcribuntur, ſumendo in Coluris loca per quæ tranſeunt; quæ ratio in Eclipticæ quoque proiectione ſeruatur.

Horarij porrò inuenientur, quemadmodum in ſuperiore propoſitione verticales. Exempli gratia, ſit Horizontis planum circulo expreſſum B D C E circa centrum A, quod verticem repræſentet; ſitq; eleuatio Poli ſupra Horizontem DO, puta graduum triginta, totidemque alterius ſub Horizontem depreſſio E L, ita vt duo Poli ſint O quidem conD
ſpicuus, L verò deliteſcens: Æquator autem ſit B M C N æquali ſpatio vndique à Polis diſtans. Iam ſi Horarius quicumque deſcribẽdus ſit, vt puta horæ ſecundæ, accipiendus erit per 23. huius in proiectura Æquatoris à communi ipſius & Meridiani interſectione M ad F gradus triginta, qui duarum horarum ſpatium continent, ac totidem ab N ad G, iunctaq; F G, circa coniugatas diametros O L & E G deſcribenda erit ellipſis per 22. & 25. lemma, quæ Horarium circulum ſecundæ horę exhibebit. Eodemq; modo ſe res habet in ceteris.



Ex his patet ea loca circuli B D C E in quibus is ab Horariorum proiecturis attingitur, (velut hîc punctum R, quod à contactu

A tactu Horarij ſecundæ horę ſignatur) eadem eſſe, quę in horizontalibus planis ad Horolabiorum vſum, ex Gnomonices præceptionibus notantur: ſic vt ex hac quoque Horariorum proiectione omnis generis ſcioterica proueniant; horizontale quidem per ſe, ac nulla facta reductione, cùm proiectura Horizontis propter aſpectus directionem primitiuo circulo ſimilis ſit & æqualis per 15. & 16. huius libri propoſitionem: cetera autem reductione facta ad prototypum; vt verticale, Meridiem ſpectans, reducendo puncta lineæ B C in quibus ab Horarijs ſecatur, ad primitiuum circulum, cuius ipſa eſt proiectura per 14. huius: aut ſi verticale declinans poſcitur, reducendo ad primitiuum circulum partes alterius rectæ lineæ per A ductæ, in quibus ea ab Horarijs interſecatur: ſi ad Me-
B ridiem, aut aliò inclinatum deſideratur, deſcribendo eius loco ellipſin, & reuocando eius ac Horariorum ſectiones ad circulum primitiuum, vt priùs. Hoc igitur pacto omnis generis Horolabia conſcribentur: quorum praxes tametſi operoſiores ſint, quàm vt vſui eſſe poſſint, earum tamen contemplatio magnam adfert iucunditatem, cùm ex ijs appareat infinita quædam nouarum inuentionum varietas, ex quarum multitudine aliquis ſemper delectus haberi poteſt.

De altitudinum circulis nil attinet dicere, cùm conſtet illos omnes forma circulari deſcribendos eſſe circa idem centrum A. Non ſunt autem æqualiter reipſa diſtantium, æqualia proiecturarum interualla: nam cùm verticales, per quorum æquales partes incedunt, in rectas lineas proijciantur, eiſdem interuallis diſtabunt ab inuicem altitudi-
C num circuli, quibus æquales partes verticalium in lineares proiecturas transferuntur; hæ autem inæquales ſunt, & quæ longiùs à centro, minores per 12. huius: itaque æqualium reipſa altitudinum circuli, quò ſunt à vertice remotiores, eò ſemper propiùs ad ſe mutuò accedunt, ſic vt tandem in vnum multi propemodum confluant.

Qui cæleſtia domicilia diſtinguunt circuli, & ipſi facilem habent proiectionem: loca enim in quibus eorum figuræ congredientur, ſunt D & E, communes nempe Horizontis B D C E & Meridiani D E ſectiones: hinc verò ſi per æquales portiones verticalis primarij B C eos ducere placet, diuidenda erit proiectura B C in ſex partes repræſentando æquales per 12. huius, & per bina puncta æqualiter ab A diſſita, itemque per D & E ducendæ ellipſes: hæ namque illos circulos domorum cæleſtium exhibebunt, qui obli-
D quo aſpectu offeruntur; reliquorum autem vnus in circulum proijcitur B D C E, puta Horizon; alter, nempe Meridianus, in rectam lineam DE. At ſi per æquales partes Æquatoris hos circulos ducere mauis, ſecundùm Regiomontani placitum, ſecandus erit Æquator B M C N in partes ſex repræſentatione æquales per 23. huius, perque oppoſitas ipſius ſectiones, punctaq; D & E ellipſes deſcribendæ, perfectumq; erit quod poſtulatur.

Eodem porrò modo circuli poſitionum conſtituentur, ſi per puncta D & E, ac quoduis aliud in cæli ſuperficie aſſumptum circulus, aut linea, aut ellipſis ducatur.

Circuli autem declinationum ac latitudinum eadem via & ratione in planum orthographicè hoc ſphæræ ſitu profundentur, qua circuli Horarij, quippe ab his illi nil diſcrepant, niſi accidentaria aliqua nota, non autem propria aſpectus ſitúſve diuerſitate,
E vt propoſitione 48. oſtendimus.

Hactenus in ſphæræ circulis luſimus, atque etiam diutiùs forſitan quàm par fuit: ſed ſi perſpecta omnia erunt quæ à nobis tradita ſunt, non iniucundam fore eam varietatem confido. Si quid tumultuariè, ſi quid minùs enucleatè, ſi quid obſcuriùs dictum, hanc nobis Lector culpam dona; ſi quid præter opinionem tuam, relege, attentiusque meditare: cùm enim probè intellexeris, neutiquam laboris exactiq; temporis pœnitebit.

RELIQVORVM CORPORVM REGVLARIVM
F
ORTHOGRAPHICÆ PROIECTIONES.

INTER *ea corpora quæ certa lege efformantur, primum locum obtinet ſphæra, vtpote capaciſſima, ſimpliciſſimoque ambitu circumſcripta. Quamobrem quocumque modo aſpectui offeratur, in directo plano vnam ſemper habet proiecturæ formam, eamque circularem; de qua hactenus copiosè, vt opinor, ſatis. Nunc de reliquis eius generis corporibus agendum eſt, nimirum*

rum Cono, Cylindro, Pyramide, Prismate, Tetraëdro, Cubo seu Hexaëdro, Octaëdro, Dodecaëdro, & Icosaëdro, & ceteris quæcumque aliquam laterum vniformitatem habent. Ex horum enim vel rudi tantùm adumbratione facilè quiuis irregularium corporum proiectiones assequetur. Porrò ex ijs quæ modò recensuimus, scias Lector per regularia corpora non intelligi hoc loco ea dumtaxat, quæ vel Isoperimetra vocantur, vel quæ sedibus æquilateris constant, aut quæ sphæræ inscribuntur: sed nonnulla etiam quæ nec sphæræ inscribi possunt, vt quandoque sunt Prismata & Pyramides, nec æquilateras sedes habent, vt Coni & Cylindri; nec Isoperimetra sunt, vt quæ eidem sphæræ inscribuntur diuersa polyedra: sed ea omnia quæ aliquam laterum vniformitatem adepta sunt, qua in planum commodè transcribi possunt, cuiusmodi inter cetera sunt illa quæ superiùs nominauimus.

A B

PROPOSITIO LI. THEOREMA.

Si visus in axem coni incidat, aut in lineam axi parallelam, spectatus conus circuli forma transferetur, cuius centrum erit ipsius coni vertex.

C

DE cono hîc agimus recto, cuius basis circulus, vertex autem à circumferentia basis æqualibus vndique distat radijs: is namque maximè regularis est. Procidat igitur visus primò per axem, sic vt axis radiusque opticus vna eademque sit recta linea: dico coni proiecturam circulo contineri, cuius centrum sit ipsius verticis axisque proiectura: nam axis centro basis perpendiculariter insistit. Quare basis directè visui opponitur, ipse autem axis perpendiculariter; ac proinde basis in circulum proijcitur per decimam quintam propositionem libri huius: axis verò per tertiam huius vt punctum, quod idem cum basis centro esse oportet, quòd axis in centrum basis incidat: at reliquæ partes coni intra proiecturam basis continentur, quoniam peripheria basis omnium partium, quæ ab axe distant, remotissima est: igitur totus conus in circularem formam proijcitur, cuius centrum est ipsius coni vertex in idem planum proiectus.

D

Eadem prorsus coni transcriptio erit, si visus in lineam axi parallelam incidere concedatur. Nam cùm ceteri omnes radij, æquè ab hoc distantes ducendi sint per primam huius libri propositionem, perspicuum est illum qui in verticem coni incidit, eumdem esse cum axe, ac ceteros eodem modo se habere, quo priùs: in hoc siquidem proiectionis genere nulla est principalis radij à ceteris distinctio, cùm omnes nulla habita oculi ratione, tamquam ab infinito recessu euocandi sint, & tum principali radio, tum inter sese paralleli ducendi.

E

PROPOSITIO LII. THEOREMA.

Si visus in eodem sit plano, in quo & coni basis, spectatus conus in triangulum proijcietur, ei quod per axem, simile & æquale.

CONSTAT in primis hoc oculi aspectu basin coni in rectam lineam proijci ipsius diametro æqualem per 10. propositionem huius libri, propterea quòd radij omnes ad ipsam pertinentes in eodem sint cum ipsa plano: deinde si per latera coni radij ducantur tum inter se tum basi paralleli, hi duas velut radiosas superficies complebunt, quarum communis sectio erit radius ille qui per verticem transit, cuiusmodi videre est in schemate propositionis centesimæ septimæ libri quarti. Hæ autem superficies, quoniam in rectis lineis conum attingunt per lemmation ad propositionem centesimam quartam libri quarti explicatum, productæ ad planum vsque, in id coni latera propria magnitudine, ac situ deportabunt: nam & planum, & latera coni directè visui obuersantur. Quare ex his tribus lineis eadem magnitudine plano exceptis, triangulum conficietur ei, quod per axem coni ducitur, & simile & æquale; quod erat probandum.

F

PRO-

A

PROPOSITIO LIII. THEOREMA.

Si radius principalis planum conicæ baſis ſecet, nec ſit axi parallelus, conus ipſe triangulari forma in plano deſcribetur, cuius quidem duo crura recta erunt, baſis autem dimidiata ellipſis.

B VTI ſuperiore propoſitione, ita & in præſenti perſpicuum eſt, latera coni in rectas lineas profundi: nam per lemmation prop. 104. lib. 4. radij omnes, qui ad ſuperficiem coni, excepta baſi, pertinent, in rectis lineis eam contingunt: hæ verò, cùm radij optici neq; baſi neque axi ſint paralleli, obliquè oculo obijciuntur: igitur per rectas lineas plano inſcribũtur per 5. huius. Deinde cùm & baſis eamdem ob cauſam obliquè ad aſpectum ſe habeat, erit ipſius proiectura ellipſis per 21. huius: at eius dumtaxat medietas conſpicua eſt, velut & totius coni: itaque hoc oculi ſitu conus in triangularem formam proijcitur, cuius duo quidem crura rectæ ſunt lineæ, baſis autem dimidiata ellipſis; quod erat oſtendendum.

PROPOSITIO LIV. THEOREMA.

Proiecta cylindri forma, ſi radius axi parallelus ſit, circularis eſt.

C HOC oculi aſpectu baſis cylindri directè cernitur, vt per ſe patet, quòd ſcilicet, vti axis ita & ceteri omnes radij axi paralleli rectis angulis in eam incidant: igitur per 15. huius baſis cylindri in circulum proiicitur, eumq; primitiuo circulo, hoc eſt baſi æqualem per 16. huius. At eadem prorſus ratione, quotquot cylindri ſectiones baſi parallelæ producentur, omnes circulari forma in planum cadent: ſunt enim omnes circuli quemadmodum & baſis per 5. propoſitionem libri primi Sereni Antinſenſis de ſectione Cylindri, & ſimili omnes diſpoſitione cernuntur, quòd baſi ſint parallelæ. Præterea cùm cylindri axis perpendiculariter exhibeatur, cadet is in punctum per 3. propoſitionem libri huius; ac proinde omnium circulorum centra, quæ per eamdem 5. libri primi Sereni in axe ſunt conſtituta,
D vnum punctum erunt: ſed & omnium peripheriæ in vnam incident, quòd æquales ſint omniũ proiecturę per 16. huius, & ex eodẽ centro apparent deſcriptæ: igitur proiecta cylindri forma, ſi radius opticus axi ſit parallelus, circularis eſt; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO LV. THEOREMA.

Si radius axi normalis exiſtat, erit cylindrus plano exceptus rectangulũ, cuius duo latera axi; duo verò baſis diametro æqualia erunt.

E PERSPICVA eſt huius propoſitionis explicatio ex iis quæ hactenus ſunt demonſtrata: nam baſes in primis cùm perpendiculariter exhibeantur, in rectas lineas procident, ipſarum diametris æquales per 15. & 16. libri huius: ſed & latera in rectas lineas ipſis æquales directo aſpectu producentur per 4. huius: ſiquidem radioſæ ſuperficies, quæ ad cylindri latera pertinẽt, in rectis lineis ipſum contingunt per lemmation prop. 95. li. 4. hæ igitur ad planum vſque productæ, æquali, vti dictum eſt, magnitudine in planum cadent: quocirca cylindrus in rectangulũ proiicietur, cuius duo latera longitudini, duo craſſitiei æquabuntur.

PROPOSITIO LVI. THEOREMA.

Cùm radius axem cylindri obliquè ſecat, proiecta figura quadrilatera eſt, cuius duo latera recta ſunt & parallelæ lineæ, duo verò dimidiatæ ellipſes.

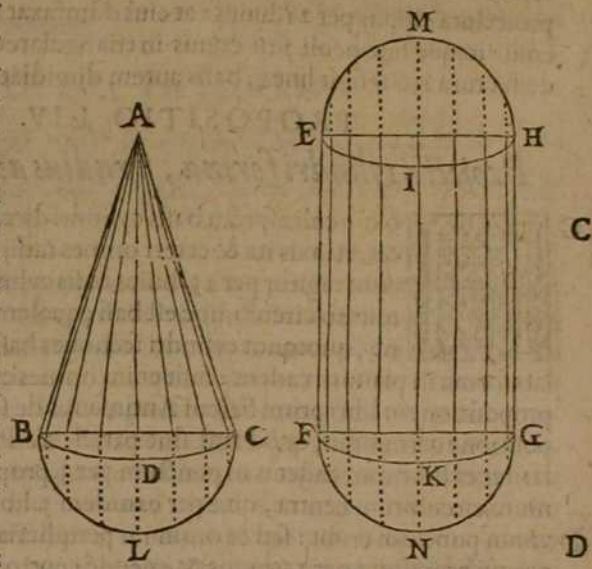
F HAT hæc propoſitio ex demonſtratis liquet: nam per 5. propoſitionem libri huius conſtat latera in rectas proiici lineas, eaſque parallelas per 29. libri huius: ſed & baſes in ellipſes procidunt propter aſpectus obliquitatem, vt propoſitione 21. huius libri oſtendimus; quarum cum ſolæ medietates vltra cylindri latera conſpicuè promineant, fit vt cylindri eo aſpectu in planum producti, duo latera recta ſint, eáque parallela; duo verò dimidiatæ ellipſes, in diuerſum proiectæ; quod erat oſtendendum.

Ex his constat omnem cylindri ac coni proiecturam triplici differentia contineri, quam triplex aspectus suggerit: visus enim aut perpendiculariter, aut directè, aut obliquè in axem incidit; si perpendiculariter, figura proiecta tam cylindri quàm coni circulus est: si directè, coni quidem transcriptio triangulum est, cylindri verò quadrangulum; si denique obliquè, mixtæ figuræ producuntur ex rectis atque ellipseoidibus lateribus, vt ex dictis constat. A

PROPOSITIO LVII. PROBLEMA.

Cylindri & coni proiecturas in partes æquales secundùm longitudinem repræsentando secare. B

TRIBVS modis, vti iam dictum est, spectari possunt hæc corpora, atque ex triplici aspectu in varias formas proiici: primò in circulos, vt propositione 51. & 54. secundò in rectilineares figuras, vt propositione 52. & 55. hîc autem notantur litteris ABC & EFGH: tertiò in mixtas figuras ex rectis lineis atque ellipseon portionibus, vt propositione 53. & 56. quales hîc sunt ABDC, & EFKGHI.



Cùm in circulos proiiciuntur, non est difficile expedire propositum problema: nam secto in partes æquales circulo, perfectum erit quod postulatur, vt ex propositione 19. huius libri constat.

Cùm verò in figuras rectilineas transcribuntur, vt conus in triangulum ABC, cylindrus verò in rectangulum EFGH, describendi erunt circa bases BC, item EH & FG velut diametros semicirculi BLC, EMH & FNG, iique in partes quotcumque æquales distribuendi, vt hîc ipsos octifariàm sectos vides: deinde à diuisionum signis ad diametros perpendiculares ducendæ; ac tum demum in cono quidem à diametri punctis rectæ ad verticem A sunt destinandæ, in cylindro verò, quæ à semicirculis prodeunt rectà producendæ, ita vt similes semicirculorum peripherias, quæ ad easdem partes sunt attingant, sintque axi parallelæ, vtpote quæ æquales & parallelas diametrorum portiones connectunt.

Dico igitur hisce lineis coni ac cylindri superficies, exceptis basibus, in partes æquales repræsentando dissecari: quoniam enim (vt in cono primùm demonstrationem instituamus) per 52. huius libri propositionem, basis coni in rectam proiicitur lineam BC, hæcq. à perpendicularibus, quæ ab æqualibus peripheriis semicirculi ducuntur, in partes repræsentatione æquales diuiditur per 12. libri huius, perspicuum est superficiem coni, excepta basi, lineis à vertice A ad partes lineæ BC demissis in partes æquales secundùm aspectum distingui: quod enim reipsa præstant lineæ à vertice coni ad partes æquales basis ductæ, hoc ipsum secundùm aspectum exhibent lineæ à proiecturæ vertice A in proiecturam basis BC procidentes. Eodemque modo se res habet in cylindri sectione: nam quoniam EH & FG sunt baseon proiecturæ, secenturque ab illis rectis lineis, quæ à semicirculis normaliter ducuntur, in partes repræsentatione æquales, manifestum est & quæ has partes connectunt, rectas lineas axi parallelas secare cylindri superficiem, exceptis basibus, in partes aspectu æquales. E F

Denique cùm ex obliquo intuitu bases in ellipseon portiones proiectæ deformantur, quales hîc sunt BDC & FKG, non iam vt priùs à locis in quibus rectæ lineæ BC & FG in partes repræsentatione æquales distributæ sunt: sed à locis in quibus ellipses BDC & FKG orthographicè dissecantur, rectæ lineæ euocandæ sunt, & in cono quidem ad verticem A destinandæ, in cylindro verò pari ab axe interuallo producendæ.

Ex his facile est rationem colligere, qua in orthographicis ædificiorum descriptionibus columnarum striæ sint constituendæ, quas perperàm aliquando pari interuallo distinctas

A ſtinctas in quorumdam deſignationibus animaduertimus, cùm ex dictis perſpicuum ſit earum intercapedines à medio ad vtrumque latus hinc inde minui. Eſt tamen diuerſa habenda ratio illarum columnarum, quæ in ſummitate contracturam admittunt, nec minor illarum quæ circa medium turgent, & ad apophyſis extremitatem ventrem promittunt: in his enim medius canaliculus recta ſemper linea deſcribendus eſt; ceteri autem quò propiùs ad latera accedunt, eò ſemper magis extimam ſcapi inflexionem æmulabuntur.

Eadem quoque ratio tenenda eſt dum columnæ deſcribendæ ſunt in circulum digeſtæ: hæ namque velut cylindrum quemdam efficiunt, cuius ima baſis ille eſt circulus,
B cui ſtylobatæ omnes inſiſtunt; ſumma verò is qui capitulorum abacis ſuperne incumbit; ipſa autem quæ exceptis baſibus relinquitur ſuperficies, ea eſt quæ columnarum ordinem toto in circuitu excipit: igitur in harum deſcriptionibus eadem, quæ in cylindris locum habet, ratio eſt obſeruanda.

PROPOSITIO LVIII. THEOREMA.

Pyramis tetraëdra ex facie directè ſpectata proijcitur in triangulum æquilaterum.

C CORPORA quæ πολύεδρα vocantur, hoc eſt multilatera, tribus partibus conſtant, nempe planis ſedibus, ac rectis deinde lineis, velut planorum commiſſuris, tum denique punctis in quæ planorum linearumque anguli terminantur: quare tribus hæc modis ſpectari poſſunt; aut enim in planum aliquod, aut in commiſſuram, aut in angulum viſus directò incidit, è quibus modis totidem proiectiones naſcuntur.

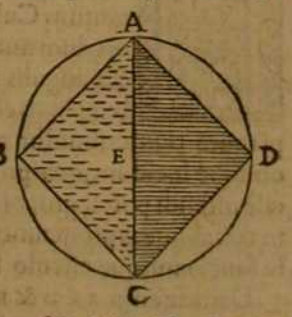
Eſto itaque vt in latus pyramidis viſus directè procidat: dico ipſius proiecturam fore triangulum æquilaterum: cùm enim præter id corporis quod ſpectatur, nil in planum tranſcribi poſſit; ſpectetur autem ſolum triangulum æquilaterum, neceſſe eſt pyramidem ex eo aſpectu in triangulum proijci, idque æquilaterum, propterea quòd rectæ illæ li-
D neæ quæ ſpectatum pyramidis latus ſuccingunt, in æquales lineas per quartam propoſitionem libri huius tranſcribantur.

PROPOSITIO LIX. THEOREMA.

Si viſus in duarum ſedium commiſſuram directè incidat, pyramis tetraëdra in quadratum proijcietur duobus triangulis dimenſum.

E IDEM in primis obſeruatione dignum hoc loco eſt, & ad ſequentes etiam proiectiones vtile, omne corpus regulare, vti reipſa ſphæræ inſcribi poteſt, ita quoque in figuram circulo inſcriptam proijci, ſi directè aſpectui obijciatur, hoc eſt ſi radius opticus, qui per centrum corporis ducitur, ſimul in angulum incidat, aut in centrum plani lateris, aut duorum laterum communem lineam bifariàm ſecet. Hoc enim aſpectu, quæ primarium radium vndique circumſtant corporis partes, ſimilem diſpoſitionem ad oculum habent: quare proiectæ vel eamdem magnitudinem retinent, vt quæ directè obiiciuntur; vel pari obliquitate contrahuntur, vt ceteræ.

Cadat iam principalis radius directè in lineam A C ad medium ipſius ſignum E: palàm igitur per 4. propoſitionem libri huius A C in lineam proijci primitiuæ æqualem: at eadem ratione linea B D, quę poſt corpus latet, ſolaque extrema ſpectanda offert, in re-
F ctam proijcitur lineam primitiuæ æqualem: itaque harum duarum linearum proiecturæ ſeſe in circuli centro E bifariàm & ad rectos angulos interſecant: quare & A B, B C, C D & D A proiectæ in rectas quidem lineas cadent, ſed contractas per 5. propoſitionem huius; & quia ſimili diſpoſitionis obliquitate aſpectui offeruntur, etiam inter ſe æquales erunt: quamobrem tetraëdra pyramis eo modo



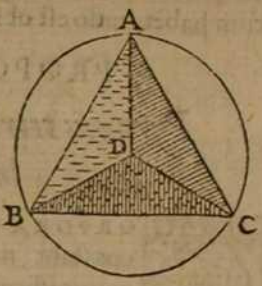
ſpectata, vt viſus in duarum ſedium communem commiſſuram directè incidat, in quadratum tranſcribitur duobus triangulis dimenſum; quod erat explicandum.

PROPOSITIO LX. THEOREMA.

A

Visu per angulum tetraëdræ pyramidis directè transeunte, ipsa in triangulum æquilaterum proijcitur ex tribus æqualibus triangulis ad centrum constitutis compositum.

QVONIAM hoc aspectu tres simul sedes pyramidis conspicuæ sunt, quartæ perimetro comprehensæ, necessum est totam pyramidis proiecturam intra quartæ sedis proiecturam contineri: hæc autem in triangulum B
æquilateram A B C proijcitur: quoniam enim radius opticus, qui per angulum D simul & centrum pyramidis traijcitur, ad planum A B C rectus est, erit auersa pyramidis facies directè visui exposita; quare proiecta in planum similis sibi erit & æqualis: est verò primitiua illa pyramidis facies triangulum æquilaterum: itaque & proiectura æquilaterum triangulum erit. Quòd autem ea proiectura tribus triangulis æqualibus constet ad centrum terminatis, ita ostenditur: Radius omnis opticus in indiuiduo puncto planum intersecat: at pyramidis vertex D, centrumque in eodem sunt radio ex hypothesi: igitur D in centrum proiecturæ A B C cadit: æquales itaque sunt inter se A D, B D & C D per circuli ac trianguli definitionem: sunt verò, vt iam ostensum est, & A B, B C, C A æquales: igitur triangula quæ in basibus A B, B C & C A ad centrum D constituuntur, sunt inter se æqualia.



C

PROPOSITIO LXI. THEOREMA.

Cubus ex directo lateris aspectu in quadratum proijcitur.

PERSPICVA est hęc propositio ex ipsa radiorum productione: nam radiosæ illæ superficies, quæ per extremitatem obiecti lateris ducuntur ad spectatum Cubi latus rectæ sunt ob situm directum: quare vnaquæq; illarum D
in eodem est plano cum latere proximo illi quod directè spectatur: igitur hoc aspectu nil Cubi cernitur pręter solum latus directè obuersum; ideoq; totius Cubi proiecta forma, huius lateris proiectura continetur. Quod autem quadratum directè obiectum in quadratum proijciatur, ex eo ostenditur, quòd radiosæ illæ, quas diximus, superficies Prisma constituant, quod parallelis planis sectum similes exhibet sectiones: at visum Cubi latus & planum quo proiectura excipitur parallela sunt ob situs similitudinem: itaque cùm latus Cubi quadratum sit, erit & proiectura ipsius quadratum; quod demonstrandum erat.

PROPOSITIO LXII. THEOREMA.

E

Cubus visu per oppositas superficierum commissuras directè procidente, in rectangulum proijcitur, altera parte longius, ex duobus rectangulis inter se æqualibus, totíque similibus compositum.

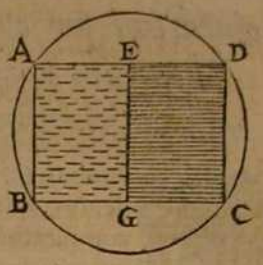
HOC in primis manifestum est, in hac visus obiectique dispositione duo tantùm Cubi latera simul videri, non autem plura: cùm enim communis duorum laterum linea directè obijciatur, radij omnes optici in eam rectis angulis incident, è quibus ij qui ad extremitates pertinent, cum duobus planis coincidunt, quæ proinde vt rectæ lineæ parallelæ A D & B C in F
planum transcribuntur per 8. propositionem huius; reliqui autem radij in duo latera obliquè incidunt, quæ proinde videntur quidem, sed contracta per 9. huius. Ex quo facilè ostendi potest propositum: nam duorũ laterum apparentiũ extremæ lineæ A B & D C in rectas lineas proijciuntur, easq, parallelas per 29. huius; siquidem ipsæ parallelæ inter se sunt: cumque circulo hæc omnia inscribi possint, sequitur A B C D rectangulum esse.

Deinde cùm A E D & B G C proiecturæ sint duorum laterum Cubi ex eo aspectu, quo ipsorum diametri directè obuertuntur, fit vt A D & B C quadratorum diametris sint æquales, quorum latera lateribus A B & C D sunt æqualia: at in quadratis figuris maior est

diame-

A diametrus latere: itaque rectanguli latera AD & BC ipsis AB & CD sunt lateribus maiora: quare ipsum rectangulum altera parte est longius.

Tum EG, quæ communis est apparentium sedium commissura, vti reipsa parallela est lateribus AB & CD, ita & in proiectura per 29. huius; ac proinde ABCD rectangulum per lineam EG in duo dispescitur rectangula; quæ etiam æqualia inter se esse dico, quòd latera AE, BG lateribus ED & GC in proiectura æqualia sint, propter similis obliquitatis aspectum.

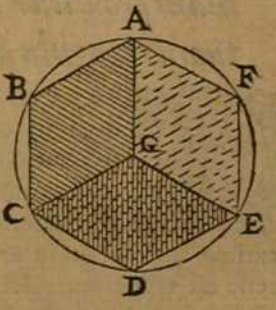


Demum rectangula AG & GD toti AC similia esse ex eo
B potest demonstrari, quòd in quadratis figuris dimidia diametrus ad latus eam rationem habeat, quam latus ad totam diametrum; siquidem in quadratis inæqualibus ita se habet latus ad latus, vt diametrus ad diametrum: sed quadrati latus diametrus est eius, quod ex dimidia diametro totius fit, quadrati: igitur vt dimidia diametrus ad latus, ita latus ad totam diametrum: at AE dimidia est diametrus eius quadrati quod ex latere fit AB, & cuius diametrus AD: itaq; vt AE ad AB, sic AB ad AD; est ergo AG rectangulum rectangulo AC simile: est verò EC rectangulum ostensum rectangulo AG æquale; quocirca erit & EC rectangulũ rectangulo AC simile.

PROPOSITIO LXIII. THEOREMA.

C *Cubus, visu per oppositos angulos transmisso, proijcitur in Hexagonum è tribus æqualibus similibúsque Rhombis conflatum.*

HIC tria simul spectantur latera AC, CE & EA, quot scilicet ad anguli spectati G constitutionem conueniunt: at cùm singula hæc latera quatuor lineis constent, è quibus binæ in G concurrunt; erunt præter has, quæ in G terminantur, reliquæ numero sex, quibus tota Cubi proiectura continetur AB, BC, CD, DE, EF & FA: itaque in Hexagonum proijcitur Cubus, eo quo dictum est modo aspectui obiectus.

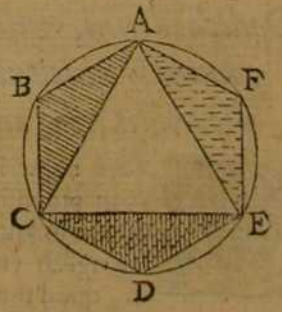


Deindè cùm eæ, quæ in G (quod & proiecturæ centrum
D est) coëunt, singulæ duobus lateribus sint communes, tres tantùm AG, CG & EG intra proiecturæ extimos fines reliquæ sunt, quibus proinde Hexagonum trifariàm diuiditur. Quòd autem hæ mediæ AG, CG & EG extimis illis, atque etiam inter se sint æquales, inde probatur, quòd sint eiusdem circuli semidiametri: at circuli semidiametrus æqualis est lateri Hexagoni circulo inscripti: igitur omnes quæ apparent Cubi lineæ sunt inter se æquales. Sunt verò & anguli Hexagoni circulo inscripti æquales, quorum alternos AG, CG, EG in æquales angulos dispescunt: itaque & qui ad centrum anguli conueniunt sunt æquales: ideoque Rhombi AC, CE & EA, in quos Hexagonum diuiditur,
E & inter se æquales, & similes sunt, quod erat ostendendum.

PROPOSITIO LXIV. THEOREMA.

Octaëdrum, visu per opposita plana perpendiculariter transeunte, in Hexagonum proijcitur, cuius alterni anguli rectis coniunguntur, quæ triangulum æquilaterum efficiunt.

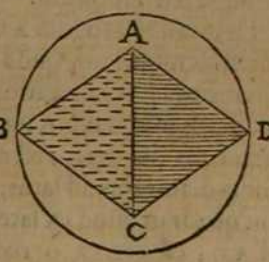
NAM quatuor hoc situ aspectuque latera conspicua sunt: vnum quidẽ ACE directè, quod proinde in triangulum æquilaterum, quale reipsa est, proijcitur, reliqua autem obliquè
F hunc circumstant, quorum extremæ lineæ, dempto triangulo ACE, sunt numero sex, nempe in singulis duæ: quæ cùm pari omnes obliquitate à directo aspectu deflectant, pari etiam mensura à propria magnitudine proiectæ contrahuntur; itaque Hexagonum in plano efficiunt, quod ductis per alternos angulos rectis lineis, triangulum æquilaterum inscriptum habeat.



PROPOSITIO LXV. THEOREMA.

Octaëdrum per oppositas planorum commissuras spectatum in Rhombum proïcitur, cuius minor diametrus ad maiorem eam rationem habet, quam quadrati latus ad diametrum.

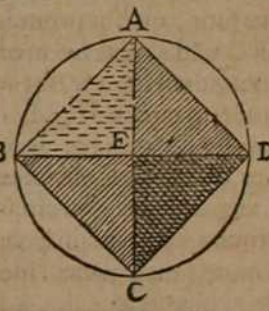
EX duobus Octaëdri lateribus A B C & A D C, quæ hoc situ tantummodò videntur, quatuor lineæ totam proiecturam complectuntur, A B, B C, C D & D A, quandoquidem vna A C communis est, vtrumque latus dirimens: est porrò A C ad B D ea proportio quæ lateris quadrati ad diametrum; siquidem Octaëdrum quadrato, quod eidem circulo inscribitur cui & Octaëdrum, bifariàm secatur, cuius quidē latus est A C, in quam visus directè incidit, diametrus verò B D, quæ etiam directè spectatur. quare cùm neutra in planum proiecta magnitudinis mutationem suscipiat per 4. huius, erit, vti in reipsa, ita quoque in plano ipsius A C ad B D ea proportio, quæ lateris quadrati ad diametrum: cùm verò quatuor extimæ lineæ A B, B C, C D & D A, simili obliquitate ad aspectum se habeant, erunt ipsæ in planum profusæ minores quidem, quàm sint reipsa, at inter se æquales: quare, quod propositum fuit, Rhombus erit A B C D Octaëdri proiectura, cuius minor diametrus A C ad maiorem ita se habet vt quadrati latus ad eiusdem quadrati diametrum; quod probandum erat.



PROPOSITIO LXVI. THEOREMA.

Si per oppositos angulos visus incedat, Octaëdrum in quadrati formam proïcitur, quod duabus dimetientibus ceu decussi in quatuor triangula dispescitur.

QVATVOR hoc situ triangula Octaëdri videri perspicuum est: nam totidem in compositionem anguli E directè spectati conueniunt, quæ proinde vno intuitu visus complectitur. Cùm verò ex eorum lateribus solæ bases A B, B C, C D, & D A extimæ sint, ceteris in E congressionem facientibus, necesse est vniuersam Octaëdri proiecturam quatuor lateribus iam dictis contineri. Nunc eamdem figuram in planum transcriptam quadratum esse propria appellatione nuncupatum, hinc demōstrabitur, quòd primitiuum planum A B C D, Octaëdrum per quatuor angulos bipartitò diuidens, sit reipsa quadratum: quoniam ergo principalis radius per E, alterumque ei oppositum angulum incedens, per centrum quoque quadrati primitiui A B C D rectis angulis traijcitur, directò illud spectabitur, ac per 32. propositionem libri huius in quadratum æquale proijcietur, quod erat probandum.

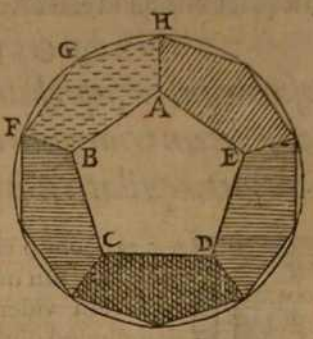


PROPOSITIO LXVII. THEOREMA.

Dodecaëdrum, visu per oppositas sedes directè translapso in Decagonum producitur, sex Pentagonis constans, è quibus id quod medio existit loco, æquiangulum & æquilaterum est.

QVONIAM Dodecaëdri plana obtusis angulis inter se committuntur, fit vt in proposita corporis constitutione medium omnino sedium numerum visus vno aspectu complectatur. Sunt autem singulæ sedes pentagonæ: igitur vniuersam proiecturam sex Pentagona dispertiunt, è quibus id, quod medium locum obtinet A B C D E, æquiangulum est & æquilaterum, propterea quòd directè visui obijciatur ex hypothesi: cetera autem quæ circumstant,

A cumstant, nec æquilatera sunt, nec æquiangula, propter aspectus obliquitatem: sed in iis anguli F G H, H A B & F B A, primitiuis maiores sunt per 53. propositionem libri quarti; reliqui autem A H G & B F G primitiuis minores per eamdem 53. eiusdem libri; & latus A B omnium maximum est, vtpote primitiuo æquale; deinde F G & G H ipso A B minora, propter situs obliquitatem; tum demum omnium minima A H & B F, quòd à directo aspectu omnium maximè declinent.

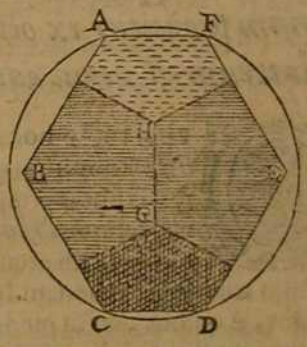


Nunc ostendendum sit hæc omnia in Decago-
B num proiici: quoniam singula illa Pentagona, quæ in ambitu medium stipant, quinque lineis concluduntur, atque ex his tres versus medium contrahuntur, duæ autem tantummodò ad extima prosiliunt; manifestum est ex binis lineis quinquies sumptis, quot scilicet Pentagona circa medium versantur, decem prouenire: quæ cùm ob similem aspectus obliquitatem in æquales lineas transcribantur, Decagonum constituunt æquilaterum: sed & æquiangulum, quòd omnium eadem sit ad inuicem inclinatio; igitur Dodecaëdrum, visu per oppositas sedes perpendiculariter translapso in Decagonum proijcitur, sex Pentagonis distinctum, è quibus vnum, quod medium locum obtinet,
C æquiangulum est & æquilaterum; quod ostendisse oportuit.

PROPOSITIO LXVIII. THEOREMA.

Si visus per opposita latera directe incedat, Dodecaëdri proiecta forma hexagona erit, ex quatuor hentagonis composita, neque æquilateris, neque æquiangulis.

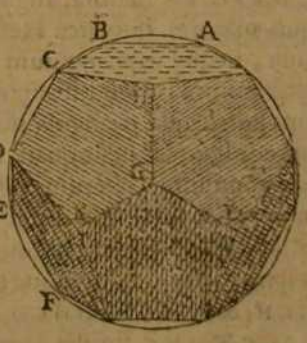
D Ex duodecim superficiebus, quæ Dodecaëdrum ambiunt, quatuor omnino hoc situ ab aspectu subducuntur, quatuor item in rectas lineas proiectæ incidunt A B, B C, D E & E F; vtpote perpendiculariter expositæ: itaque solæ quatuor supersunt conspicuæ à directo intuitu nonnihil deflectentes, quarum latera duobus exceptis A F & C D, vel ad medium contendunt, vel lateribus A B, B C, D E & E F congruunt: igitur sex dumtaxat latera totam corporis proiecturam succingunt: quare hexagona ipsius est forma, ex quatuor Pentagonis composita, iis scilicet, quæ sola conspicua esse iam proximè diximus: sunt verò ea nec æquilatera, nec
E æquiangula propter aspectus obliquitatem; vt superiore propositione ostensum est.



PROPOSITIO LXIX. THEOREMA.

Visu per oppositos angulos Dodecaëdri traiecto, ipsum in Dodecagonum proijcitur, cuius alterna latera æqualia sunt.

F Perspicvvm est hoc aspectu, vt & illo quo visus per oppositas sedes traijcitur, (de quo propositione 57.) sex plana Dodecaëdri simul videri, quæ proinde totam proiecturæ aream complent, quorum tria centrũ proiecturæ G mucronibus attingunt, tria item paribus interuallis G H, G K & G L, à centro G sese retrahunt. Porrò omnium bases A B, C D, E F, &c. inter Dodecagoni latera connumerantur: sunt verò ipsæ inter se æquales, vti reipsa, ita quoque in planum transfusæ, quòd directè omnes cernãtur: at quia inter singulas superficierum bases singula præterea latera sese intersecant, vt B C, D E, &c. minora quidem ipsis basi-

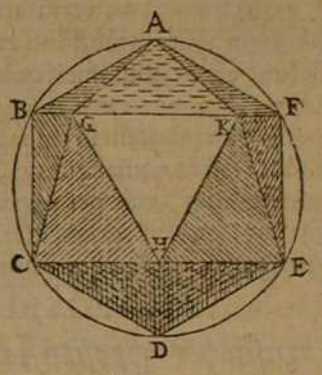


bus propter maiorem obliquitatem, sed æqualia inter sese, ob similem obliquitatem aspectus, palàm est Dodecagonum esse ipsam corporis proiecturam, eiusque alterna latera æqualia esse, quod erat ostendendum. A

PROPOSITIO LXX. THEOREMA.

Icosaëdrum ex superficie directè spectatum in Hexagonum proijcitur decem triangulis distinctum, è quibus id, quod medium locum obtinet, æquilaterum est & æquiangulum.

HÆC propositio eamdem habet explicationem, quam superiores: constat enim hoc situ medium superficierum numerum videri, hoc est decem è viginti, quòd nimirum anguli solidi ad puncta G, H, & K ex quinque planorum concursu effecti, obtusi sint, hoc est rectis angulis maiores, sunt porrò recti anguli solidi qui tribus planis angulis rectis in vnum punctum collectis continentur, vt ij qui in Cubo visuntur: cumq; sex dumtaxat ex illis decem sedibus circa ambitum versentur, quarum duo quidem latera ad medium contendunt, sola autem basis extremum locum tenet, fit vt Hexagonum sit totius proiecturæ schema A B C D E F decem triangulis distinctum, è quibus id quod medium locum obtinet G H K æquiangulum est & æquilaterum: nam ex hypothesi directè aspicitur. B



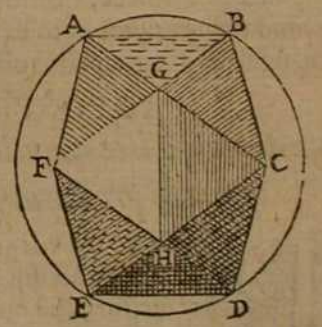
C

PROPOSITIO LXXI. THEOREMA.

Ex directo oppositorum laterum aspectu Icosaëdrum in Hexagonum proïjcitur ex octo triangulis compactum, quod neque æquilaterum est, neque æquiangulum.

D

QVONIAM hoc aspectu quatuor superficies perpendiculariter obiectantur, eæ nimirum quæ lateribus B C, C D, E F & F A adiacent, & in has ipsas rectas lineas proijciuntur per 8. propositionem huius libri, consequens est vt è reliquis decẽ & sex planis, quibus Icosaëdron perficitur, octo è regione sint oculi atque conspicua, totidemque à tergo occultentur: igitur octo omnino triangula vniuersam Icosaëdri proiecturam explent, è quibus duo in medio ad commune latus G H sunt constituta, reliqua verò sex bina latera verticesque ad G & H puncta protendunt, solisque basibus A B, B C, C D, D E, E F & F A proiecturam claudunt, quę proinde Hexagona est: at cùm latera A B & D E directè obijciantur, vti & G H, cetera autẽ obliquè, erunt A B & D E ipsi quidem G H æqualia, ceteris autem B C, C D, E F & F A maiora, angulique B C D & A F E, reliquis maiores. quocirca Hexagonum proiecturæ schema, neque æquiangulum est, neque æquilaterum; quæ omnia ostendisse oportuit.



E

Sunt porrò ipsa triangula isosceli quidem, quoniam duobus æqualibus lateribus omnia constant; at neutiquam inter se similia: siquidem illa dumtaxat quæ sibi ex aduerso opponuntur, laterum angulorumque æqualitate conueniunt. Itaque triangulum A G B oppositò sibi E H D simile est & æquale; sic & G C H ipsi G F H, denique A G F ipsi D H C, & B G C ipsi E H F; quorum omnium vna est ratio aspectus similitudo: quo fit, vt A G F ipsi etiam B G C, itemque D H C ipsi E H F sit simile & æquale. Nam quia latus C G lateri C H, & latus C B lateri C D, rursumque latus B G lateri D H est æquale; erunt triangula B G C & D H C similia & æqualia. Eodemque modo A G F & E H F: igitur & inter se A G F & B G C, itemque D H C & E H F similia sunt & æqualia. F

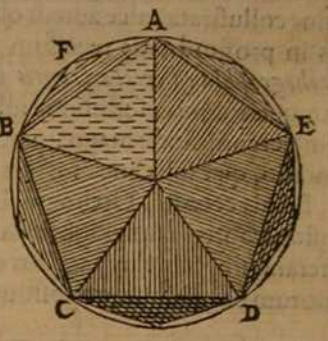
PRO-

A

PROPOSITIO LXXII. THEOREMA.

Icosaëdrum per oppositos angulos spectatum, in Decagonum proiicitur inscriptum habens Pentagonum, in quo quinque triangula similia ad centrum conueniunt, totidemq; extra procurrunt & ipsa inter se similia.

B CVM quinque triangula ad solidi anguli corporis Icosaëdri constitutionem conueniãt, palàm est horum quinque triangulorum bases A B, B C, C D, D E & E A Pentagonum efficere, ipsaq; triangula inter se similia esse, ob similem omnium laterum dispositionem. Rursus quia triangula, quæ deinceps hisce basibus proximè adiacent, vt est A F B, vertices protendant ad peripheriam circuli, cui Pentagonum inscribitur, necesse est singulis Pentagoni lateribus duo latera, qualia sunt A F & F B, insistere: quocircà Decagonum erit totius corporis



C Icosaëdri proiectura. Sunt insuper quæ Pentagoni lateribus insistunt, & ad circuli peripheriam protenduntur triangula, simili dispositionis genere aspectui obiecta: igitur & ipsorum proiecturæ similes inter se erunt, quamuis longè magis contractæ, quàm illorum quæ intra Pentagonum continentur, ob maiorem illorum obliquitatem. Quæ omnia quoniam ex ipsius corporis intuitu clariora sunt quàm ex prolixa singulorum demonstratione, nihil opus est pluribus verbis explicare.

Igitur de his tantùm. Nunc, quo pacto totius frontis orthographica proiectura instituenda sit, pretium operæ erit ostendere, quando adeò frequens eius est vsus, vt in om-

D *nibus pænè structurarum molitionibus vsurpetur, ceu forma quædam operis, atque ideæ vicaria quæ Architectum instruat, dirigat, &, quod caput est, de totius operis probitate securum reddat.*

PROPOSITIO LXXIII. PROBLEMA.

Aedificij frontem ex aduerso spectatam orthographicè in plano describere.

E NOTANDVM hoc loco primùm est per frontem ædificij non eam dumtaxat faciem intelligi, quæ in anteriore parte sita ingredientes prospectat, & varijs columnarum ordinibus, signisque, ac fastigio exornatur: sed eam omnem, quæ vnico aspectu cerni directè potest, siue interna illa sit, siue externa, siue vno constet plano, siue pluribus post se mutuò constitutis; veluti si pars quædam ædificij columnis subnixa ex fronte describenda sit, post hanc verò alia existat, quam etiam describere in eodem plano oporteat, qua per intercolumniorum vacua aspicitur, fieri inquam potest, vt vtriusque frontis spectata portio describatur, quamuis proiecta figura nullam frontium intercapedinem profunditatemque exhibeat.

Deinde & hoc notandum, in frontis designatione principalem radium eum vocari,

F qui ab intuentis oculo ad obuersam ædificij frontem rectis perducitur angulis: hunc ad Horizontis planum perlibratum esse ex eo constat, quòd structuræ parietes eidem plano Horizontis ad perpendiculum insistant: est enim libra recta perpendiculi intersectio, vt ex vtriusque perspicuum est definitione.

Principali radio ceteri ducentur paralleli, vt propositione 1. huius libri faciendum docuimus: ex quo eueniet vt lineæ omnes quæ secundùm libellam directò profunditatem petunt, in puncta procidant per 3. propositionem huius libri: quæ verò ad eiusdem libellæ æqualitatem constitutæ has rectis angulis intersecant, (transuersas vocare liceat) in rectas plani lineas & ad Horizontem libratas transcribantur: quæ autem vtrisque

que ad perpendiculum insistunt, etiam vt rectæ lineæ in plano designentur, quæ cum A
transuersis rectos angulos efficiant.

Demum cùm proposita structuræ facies plano, cui inscribi postulatur, sit parallela, perspicuè patet, orthographicam descriptionem primitiuæ figuræ ex aduerso spectatæ similem per omnia esse oportere; hoc solo discrimine, quòd in proiectura nulla exprimi queat profunditas, quæ tamen in reipsa existere subinde potest.

Et hoc dignum est obseruatione, quod Vitruuius in definitione Orthographices acutè notauit, posse ea quæ orthographicè in plano describuntur, coloribus depingi, vt illustriorum colorum perfusione partes quædam extare præ ceteris videantur velut lumine collustratæ; aliæ autem obscuriorum adumbratione sub his delitescere, ceu ma- B
gis in profunditatis recessum abactæ: sic inquam definit ille libro primo capite 2. *Orthographia est erecta frontis imago, modiceq; picta rationibus operis futuri figura.* Ea namque colorum suffusione nihil de perfectione descriptæ figuræ decedit; accedit autem percommodè magna partium distinctio, ac nonnulla etiam profunditatis repræsentatio, quæ solis linea mentis exhiberi nulla ratione potest.

Ex his ceterisq; Orthographiæ legibus prudenter obseruatis, haud erit difficile propositæ frontis orthographicam proiecturam instituere: quamobrem ne Lectori tædium afferam, singulis eius partibus enucleandis, sat esse duxi ea tantummodò præmonuisse, quorum cognitione propositum absolui à quouis potest.

C

VMBRARVM PROIECTIONES.

HIC *locus exposcit, vt de vmbrarum proiectionibus aliquid dicamus, quoniam id libro quinto nos facturos promisimus: atque eam etiam ob causam, quòd vmbrosa proiectio opticæ proiectioni simillima sit, atque ad scientiam Gnomonices perneccessaria. Etenim sol instar oculi est infinitè à nobis abducti; id verò quod post se vmbram fundit, velut corpus quod videtur; vmbra demum tamquam radius est, quo forma corporis adiopti in planum deportatur, ipsíque occurrens figuram aliquam in communi sectione exhibet, quam vmbræ proiecturam appellamus. Est verò hæc adeò exacta proiectionis similitudo, vt eam, quæ per oculum fit, imaginariam potiùs esse dixerim, quàm veram, quòd oculus, si infinitè absistat, nullam rei ac plani dignotionem accipiat. Quamobrem ea descriptio, quam parallelis lineis per singulas rei partes protensis in planum consignamus, ab oculo fit, qui non reipsa infinitè distat, sed quem infinitè abesse mente confingimus. Nunc quantum conducat huius proiecturæ cognitio ad eam Mathematicæ partem, quam Gnomonicen vocant, ex eo perspicuè patet, quòd sciotericorum descriptiones nil aliud* E
sint, quàm vmbrarum proiectiones, quas sol quidem reipsa facit, cùm post opacum corpus vmbram ad planum vsque profundit; nos verò sola repræsentatione, cùm ex arte eiusmodi lineamenta proposito plano inscribimus, quæ vmbras dati gnomonis statis temporibus excipiant.

Quare propositum nobis hoc loco sit de solaris tantùm vmbræ proiectionibus agere, quòd sol, vti Orthographia deposcit, infinitè à nobis distet, secundùm eam infiniti notionem, quam initio Orthographices explicauimus: deinde ea etiam tradere, è quibus tota facultas Gnomonices pendet, vt detecta fontis origine, riuulos ad se quisque inde F
deriuet. Nihil enim ad scientias capessendas æquè vtile esse potest, atque earum prima fundamenta perspecta habere; ex quibus scilicet plurimæ veritates haud ita vulgi pedibus obtritæ adinueniri possunt, & tum hæ, tum aliæ quæ à maioribus nulla probatione, nulla fide propositæ sunt, facillimo negotio demonstrari. Igitur cœptum propositionum ordinem prosequamur.

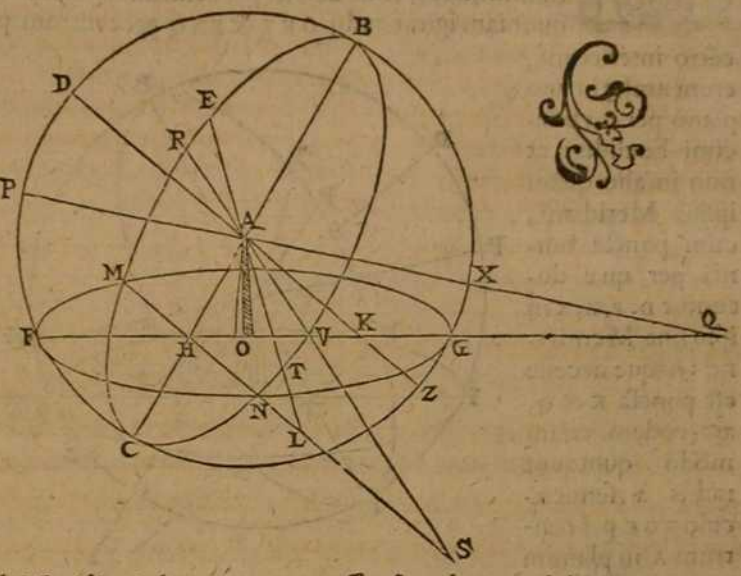
PRO-

A

PROPOSITIO LXXIV. THEOREMA.

Si sol Horarium quempiam circulum ex ijs, qui horas à Meridiano auspicantur, attigerit, erit proiecta axis umbra recta linea, in eodem cum circulo existens plano.

B SIT sphæræ centrum A, axis verò B C, & Meridianus circulus B D C G in quo sol ad signum D; sit autem F N G planum quodcumque: dicò vmbram axis B C in rectam lineam H G plani F N G proijci. Quoniam enim circulus Meridianus vnus est de numero maximorum qui in sphæra sunt circulorum, transibit is per sphæræ centrum, vt demonstrat Theodosius propositione 6. libri primi Sphæricorum. Rursus cùm idem Meridianus circulus per sphæræ Polos incedat, trãsibit is quoque per C axem: nam Poli centrumque mundi in axe existunt. Demum cùm per 57. libri quinti luminosum corpus, lumenque, & vmbra in directum extendantur, erit semicirculus vmbrosus B G C, & is qui



D illustratur B D C, in vno eodemque circuli Meridiani plano: quare necesse est vmbram axis in communem sectionem Meridiani B D C G & plani F N G incidere, nempe in F G: est autem F G, nimirum communis duorum planorum sectio, recta linea per 3. vndecimi Euclidis, in eodemque plano, in quo & Meridianus circulus: igitur si sol, maximusque sphæræ circulus, &c. quod erat demonstrandum.

Idem prorsus in alio quocumq; Horario circulo per Polos ducto, puta B E C N, ostendi potest: nam illustratus quidem semicirculus erit B E C, vmbrosus verò B N C, cuius, & plani F N G, quoniam communis sectio est H N, perspicuum est eam rectam lineam esse E per 3. vndecimi Euclidis, inque eodem cum circulo B E C N plano, quòd per 57. libri quinti sol E, axisque mundi B C, & vmbra in vno eodemque plano existant.

PROPOSITIO LXXV. THEOREMA.

Sole in Horario quopiam existente ex ijs qui ab Horizonte horarum initium ducunt, centri proiecta umbra punctum est, in eodem cum circulo existens plano.

F QVOD in circulis Horarijs, qui per Polos ducuntur, ostendimus, id non æquè in ijs circulis Horarijs demonstrari potest, qui horas ab Horizonte inchoatas indicant: quamuis enim hi maximi sint sphæræ circuli, vt prænotatione 16. huius libri diximus; quia tamen superior demonstratio non ex natura conditioneque maximi circuli desumpta est, sed ex eo quòd axis in eodem sit cum Horarijs circulis plano, manifestum est sole in Horario quopiam existente, ex ijs qui seriem horarum ab Horizonte incipiunt, non posse axis vmbram in eodem plano esse, in quo Horarius, quòd nec axis ipse in Horarij plano existat, vt ex eadem prænotatione 16. huius libri constat: quocircà eius dumtaxat partis proiecta vmbra in eodem plano cum Horario erit, quam Horarius cum axe communem habet,

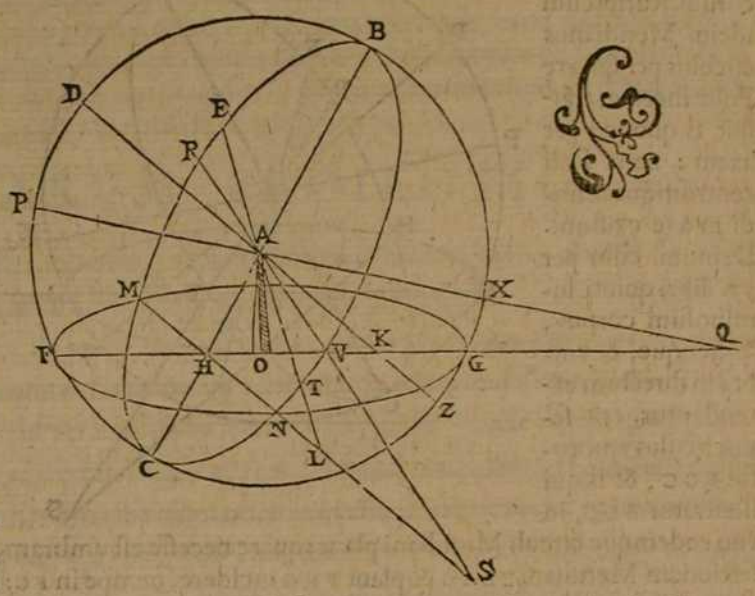
hoc

hoc est centri, cuius vmbra cùm per 66. propositionem libri quinti recta sit linea, erit A ipsius proiectura punctum per 2. & 3. huius.

PROPOSITIO LXXVI. THEOREMA.

Cùm sol in diuersis partibus eiusdem Horarij succesiuè existit, proiecta à centro vmbræ in rectam lineam plani distenduntur, quæ communis est plani atque Horarij intersectio.

HÆC propositio ex iam dictis patet, atque ex reposita superiore figura facillimam habet demonstrationem. Sol enim, qui prius in D parte Meridiani fuerat constitutus, sit modò in P eiusdem Meridiani punctum transmutatus, vnde ductus per centrum A radius cum plano concurrat: quoniam igitur radij D K Z & P X Q per centrum profusi sese in eodem cẽtro intersecant, erunt ambę in vno plano per 2. vndecimi Euclidis: at non in alio quàm ipsius Meridiani, cùm puncta omnia per quæ ducuntur D, P, Z, X in ipso sint Meridiano: itaque necesse est puncta K & Q, atq; eodem etiam modo quotquot radiis à semicirculo B D C per centrum A in planum F N G profusis attinguntur, in rectam lineam H Q infinitè ex parte Q productam extendi; quod erat ostendendum.



B C D E

Rursus si sol ab E in R aut in aliud quodcumq; punctum Horarij circuli B M C N transferatur, ex quo per centrum A radius ad planum produci queat, dico vmbram à centro A in rectam semper lineam H N infinitè, si opus fuerit, extensam incidere, quemadmodum in proposita figura vides sole in E existente vmbram centri A in L procidere, sole verò in R transmutato centri A vmbram proijci in S. Quoniam enim Horarij B M C N & plani F M G N communis sectio est M N, secabit axis B C ipsam M N in puncto quopiam, exempli gratia H: igitur axis B C & H S in eodem plano erunt, in quo & circulus B M C N: at radij E T & R V in eodem quoque sunt circuli B M C N plano: itaque radij E T & R V in eodem plano cum A H & H S erunt: est verò duorum planorum communis sectio recta linea per 3. vndecimi Euclidis: igitur radij omnes, qui à semicirculo B M C, in quem sol transmutatur, per centrum A in planum procidunt, omnes in rectam lineam H S, hoc est communem plani F M G N & Horarij B M C N intersectionem, infinitè, si opus est, productam distenduntur; quod erat demonstrandum. E

Id verò quod in ijs circulis, qui horas à meridie vel media nocte indicant, ostendimus, locum etiam habet in ijs circulis, qui ab Horizonte ortiuo occiduóve horas auspicantur: nam cùm sint de numero maximorum sphæræ circulorum, his æquè atque illis commune est mundi centrum per 6. primi Sphæricorum Theodosij, à quo proinde profusum vmbræ radium cum radio luminoso in eodem circuli Horarij plano necesse est esse. Cùm enim per 57. propositionem libri quinti vmbrosus puncti radius cum luminoso in continuam rectam lineam extendatur; sitque radius luminosus qui à sole in Horario existente ad centrum ducitur in ipsius Horarij plano, nisi & vmbrosus centri radius in eodem sit Horarij plano, erit rectæ lineæ pars quidem in dato plano, pars verò à plano sublimis, quod primæ propositioni vndecimi libri Euclidis aduersatur: itaque necesse est vmbrosum centri radium in ipsius Horarij plano existere: quare quotquot à F

centro

A centro in ſubiectum planum procidunt vmbroſi radij, ſole in Horario quouis ſeu circulo maximo exiſtente, omnes in communem ſectionem plani atque Horarij maximive circuli cadunt: eſt autem duorum planorum communis interſectio recta linea per 3. vndecimi Euclidis: igitur & in his circulis, qui horas ab ortu vel occaſu ſignificant, vmbræ, quæ à centro in planum horologij procidunt, ſole in quauis parte eiuſdem Horarij conſtituto, omnes in rectam plani lineam, quæ communis eſt ipſius & Horarij ſectio, terminantur; quod erat demonſtrandum.

CONSECTARIVM.

Scioterica non neceſſe eſt in mundi centro collocari.

B HINC fit, vt ſolare horologium planum, ſiue quod à Meridiano, ſiue quod ab Horizonte inchoatas horas indicat, nil aliud ſit quàm communes Horariorum & plani ſectiones. Cùm verò ſol infinitè à nobis diſtet, ſitque ea propter vniuerſa terræ moles puncti inſtar, nil intereſt, an horologium eò loci conſtituatur, vbi planum illud exiſtit, cuius, & Horariorum communes ſectiones in horologium tranſcriptæ ſunt, dummodò horologij planum illi eidem plano ſit parallelum. Vt in ſuperiore ſchemate, ſi planum quodpiam horizontale F M G N ſub terræ centro depreſſum, Horarios circulos B F C & B M C ſecet in rectis lineis H G & H N, quæ proinde horarum ſint notæ, eæque transferantur in aliud quodcunque planum ad Horolabij vſum accommodatum: di-
C co hoc planum horologij poſſe quocunque loco collocari, ſiue in mundi centro, ſiue ſupra centrum, ſiue in terræ faſtigio, ſiue etiam in ipſius Olympi montis vertice, dummodò ipſi F M G N plano parallelum ſit; propterea ſcilicet, quòd totus terrenus orbis ex ſolis loco ſpectatus, puncti rationem habeat. Nam ea mutatione, qua planum F M G N locum tantummodò mutat, non verò etiam ſitum, hoc eſt manens Horizonti parallelum, linearum H G & H N diſpoſitio eadem ſemper manet; mutatur autem, cum ſitus etiam plani mutatur: igitur quocumque loco horologium ſolare conſtituatur, dummodò illi plano ſit parallelum, cuius, & Horariorum communes interſectiones inſcriptas habet, æquè ad cognoſcendas horas deſeruiet, ac ſi proprio loco fuiſſet repoſitum.

Porrò cùm, vti iam proximè dicebamus, horologium planum nil aliud ſit, quàm
D figura continens Horariorum & cuiuſcumque propoſiti plani interſectiones, perſpicuum eſt innumeras praxes excogitari poſſe Horolabia plana deſcribendi: nam quot modis communes illæ Horariorum, & cuiuſq; plani interſectiones deſignari poſſunt, totidem modis Horolabia in quoduis planum tranſcribi poſſunt: id quod à nobis ſuprà pluribus rationibus ex Orthographiæ præceptis ſecundùm varios aſpectus eſt factitatum: & verò infrà oſtenſuri ſumus ex Stereographicis proiecturis non paucioribus modis idem poſſe præſtari. Ex quo ſanè patet non exiguum principium Gnomonices ex hac vmbrarum proiectione, & communibus planorum interſectionibus haberi, vt ea ſola conſideratio vnà cum proiectionum legibus ſuperiùs explicatis prudenti ſat eſſe debeat ad horologia planis tabulis inſcribenda.

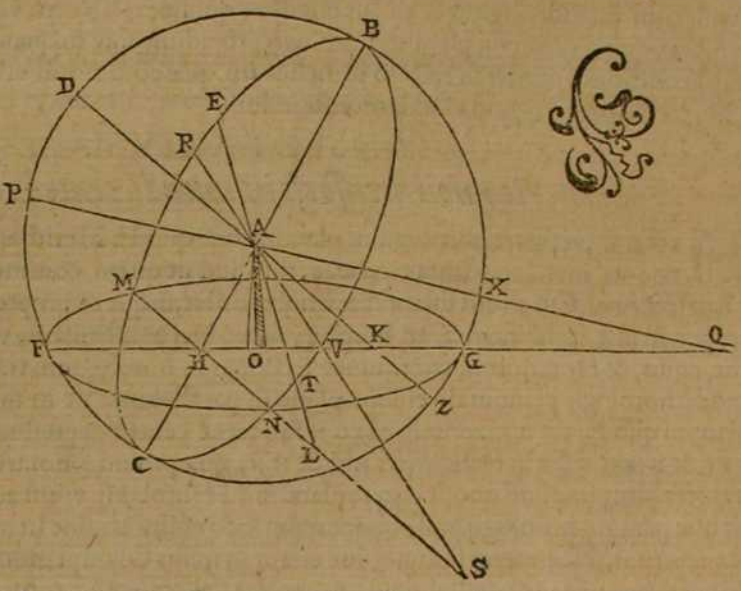
E

PROPOSITIO LXXVII. THEOREMA.

In ſciotericis Horolabijs Gnomon, qui longitudine horam ſignat, axem mundi; qui ſola extremitate, centrum repræſentat.

DVPLICIS gnomonis vſus in ſolaribus horologijs reperitur: alter, qui à tota ſua longitudine vmbram producit; alter, qui à ſola extremitate, quem ſtyli verticem appellant; hic, inquam, centrum mundi, ille axem repræſentat. Nam ex ijs quæ iam ſunt demonſtrata perſpicuè patet in horis Aſtronomicis, ſeu quæ à meridie vel media nocte initium ducunt,
F totum axem, vel ſaltem ipſius partem aliquam horas in Horolabij plano ſignare. Cùm enim vmbra in eumdem circulum incidat, in quem & lumen, neceſſe eſt lumen vmbramque ab axe proiectam in æquabilem ſuperficiem extendi per 57. propoſit. libri 5. cuius, & plani, in quo horæ inſcribuntur, communis ſectio recta ſit linea per 3. vndecimi Euclidis. Quare gnomon qui tota longitudine horam notat, axem mundi repræſentat, quod in ſolis Aſtronomicis horis locum habere poteſt: non verò etiam in illis, quas quædam nationes ab ortu vel occaſu pro more auſpicantur, quarum horarum definitores circuli per mundi Polos non tranſeunt: quia verò ſunt eorum, qui in ſphæra exiſtunt, maximi, tranſeunt omnes per mundi centrum per 6. primi Sphæricorum Theodoſij;

quare id ſolum cum axe commune habent: cumq; ſol ad quempiam illorum attigerit, A
ſolius centri vmbra in eumdem ipſum circulum incidet: quocircà in earum horarum deſignationibus gnomon ſolo vertice horam oſtendens, centrum mundi repræſentat.



B

Quæ vt clariora fiant, reponatur eadē quæ ſuprà ſphæra ex centro A deſcripta, cuius axis BC, meridianus BDC, horæ autem ſecundæ à meridie vel media nocte circulus BEC: ſit etiā planū, in quod horarum vmbræ proijciantur F M G N, cui duo gnomones inſiſtant, vnus A H axi cōgruens, alter A O rectus, verticem autem habens ad centrū mundi A: dico ſole in D puncto Meridiani circuli exiſtente, centri quidem vmbram in K recto radio DK produci; axis verò B C vmbram proijci in rectam lineam H K per iam proximè demonſtrata: rurſus ſole in E ſignum circuli horæ ſecundæ delato, centri vmbram in L terminari recto radio E L; axis autem B C vmbram in H L incidere: igitur patet gnomonem A H, qui longitudine vmbram horamque ſignat, mundanum axem; qui verò ſolo vertice, A centrum mundi repræſentare.

C

Porrò quamuis hinc conſequens eſſe videatur, vt gnomon, qui axis mundani vicarius eſt, & ſua longitudine horariam vmbram demonſtrat, ita ſtatui debeat, vt eidem D
mundano axi perfectè congruat; ille verò, cuius vertex centrum eſt mundi, ſic debeat collocari; vt ipſius vertex in centrum mundi conueniat: tamen ob ingentem ſolis diſtantiam nihil refert qua in parte terreni globi hi gnomones horolabiaque collocentur, modò is qui axem repræſentat, vero axi mundi ſit parallelus, vt conſectario propoſitionis antecedentis oſtendimus.

PROPOSITIO LXXVIII. THEOREMA.

Parallelorum gnomonum proiectæ vmbræ ſunt inter ſe parallelæ, niſi ambæ in eamdem rectam lineam incidant.

E

DEMONSTRARI poteſt hæc propoſitio ex 29. propoſitione huius libri, qua oſtendimus parallelas rectas lineas, niſi in eadem ſint ſuperficie perpēdiculariter expoſita, in rectas lineas profundi. Quæ demōſtratio etiam in hoc theoremate locū habet: nam paralleli gnomones rectæ ſunt lineæ; ſol verò oculus eſt infinito à nobis receſſu diſiunctus: at vmbræ plano exceptæ gnomonum ſunt proiecturæ: igitur vt parallelarum linearum parallelæ ſunt proiecturæ, ita & gnomonū parallelæ ſunt vmbræ in planū tractę; quod probandum erat.

CONSECTARIVM.

Plurima ſcioterica vni corpori breuiſſimo tempore, accuratiſſimeq; inſcribere.

F

EX hac propoſitione inſignis quædam praxis elici poteſt, qua, licet imperitus, quiſque Gnomonices horologia quamplurima eidem corpori polyedro breuiſſimè inſcribere poſſit, eaque perfectione, vt ne hilum quidem ab inuicem diſcrepent. Quod ſanè ex ipſius ſcientiæ principijs efficere nemo vnquam præſumet, cùm & ſuperficierum inæqualitas, & ſtylorum difformitas licet exigua, & operatio ipſa, qua horæ ex arte deſcribuntur, ex paruo errore initiò admiſſo, non exiguam diſcrepantiam in ſcioterica pluribus ſuperficiebus vnius corporis inſcripta inuehere ſoleant. Quo nomine de ſcientiæ

A tiæ æstimatione aliquid decedere videbitur, siquidem id perficit ea ars, quod licet adhibito totius scientiæ præsidio, factu tamen est impossibile; eaque facilitate id præstat illa, vt nihil excogitari posse expeditius videatur. Praxis autem sic se habet:

Esto quodcumque corpus multis incisum planis, quibus Horarias vmbras inscribere oporteat. Primùm gnomones singulis planis infigantur, ea inclinatione situque, vt mundanum axem repræsentent, hoc est vt omnes sint mundano axi paralleli, qui proinde & inter se paralleli erunt per 9. vndecimi Euclidis: firma deinde tabula comparetur ex denso assere, cui recta quædam linea inscripta sit: tum tabulæ propositum corpus imponatur, ita dispositum, vt quæ in suprema ipsius superficie futura est linea Meridia-
B na, subiectæ lineæ sit parallela: præterea super eadem tabula vulgare quoddam solare horologium constituatur, accuratè confectum, ex ijs quæ circumferri solent; sitque id ita in tabula dispositum, vt ipsius Meridiana linea inscriptæ in tabula lineæ exactè respondeat, sitque ipsius gnomon ceteris parallelus.

His ita comparatis, vniuersa machina soli exponatur, ac primò quidem ea situs positione, vt minoris horologij vmbra in Meridianam lineam incidat, quo tempore ea qua fieri poterit celeritate, in singulis planis polyedri vmbrarum lineæ puncto quodam notentur: deinde eadem tabula, immotis iis quæ ipsis insistunt, paululùm circumducatur, donec vmbra gnomonis parui horologij in horam primam, vel aliam quamcumq; cadat, eoque situ in singulis planis corporis, vt priùs vmbrarum lineæ quantocyùs signen-
C tur; idemque fiat in ceteris horis: cumque ita in omnibus corporis superficiebus horarum lineæ notatæ erunt, per singula puncta ex centro cuiusque horologij regulæ beneficio lineæ rectæ describantur, eritque opus perfectum: nam horarum lineæ omnibus hisce superficiebus corporis insignitæ cùm sint, singulæ singulis, quæ vnius sunt nominis parallelæ, easdem horas, quæ paruo horologio ex arte inscriptæ supponuntur, repræsentabunt: quæ etiam ne puncto quidem discrepare ab inuicem poterunt, quòd eodem omnes tempore sui gnomonis vmbram eâdem horæ lineâ excipiant.

Hæc ars præclara sanè est, atque iis præcipuè vtilis, qui ex scientiæ principiis horologia describere nesciunt: nam hi illius ope id saltem consequentur, quòd horologia designabunt non minùs perfecta, quàm ea sint quæ extant perfectissima: habito enim delectu
D parui horologij quàm accuratissimi, & ea quę in hunc modum ex eo describentur accuratissima erunt. Deinde quæ hac ratione pluribus superficiebus inscribentur horæ, ad amussim omnes conuenient, quod alioquin tantæ est difficultatis, vt ex scientiæ præscripto id nullus vmquam consequi soleat. Est autem illius consensus præcipua habenda ratio: siquidem leue quidem peccatum erit, secundùm hominũ existimationem, si descriptum horologiũ vnum veram horam exigua portiuncula mentiatur, præsertim quando id plurimos latet: at si inter se plura dissentiant, error erit grauissimus, nec venia dignus, cùm omnium oculis pateat, ac dubium relinquat, cui ex omnibus adhibenda sit fides.

PROPOSITIO LXXIX. THEOREMA.

E *In Astronomicis horis, si axis mundi planum horologij secet, omnes vmbrarum proiecturæ in communi axis & plani sectione, quæ centrum horologij nuncupatur, conuenient.*

QVONIAM enim Astronomicarum horarum circuli sese in Polis mundi intersecant, erit axis communis omnium sectio: quare & vmbræ quæ sole in singulis Horariis commorante, ab axe profunduntur, sese omnes in eodem axe ceu communi linea intersecant. Rursus planum horologij secans axem, secat & omnes quæ ab axe proueniunt vmbras; quare vmbrarum & plani intersectiones rectæ lineæ erunt per 3. vndecimi Euclidis, quarum
F commune congressionis punctum erit vnum aliquod illorũ quæ in axe existunt, quemadmodum axis ipse communis est linea, in quam omnes Horariæ vmbræ conueniunt. Cùm igitur rectæ illæ lineæ, quibus horologij planum vmbras ab axe profusas intersecat, sint vmbrarum ab axe productarum proiecturæ, perspicuum relinquitur in Astronomicis horis vmbratiles horarum lineas in communi puncto axis, planique quod centrum horologij dicitur, congressionem facere, quod demonstrasse oportuit.

Ex quo patet in omni horologio Æquinoctiali, iisque quæ in sphæra obliqua plano horizontali aut verticali inscribũtur, horarum Astronomicarum lineas in punctum plani, cui gnomon axi parallelus incidit, productas concurrere. Nam illud incidentiæ pun-

ctum,seu horologij centrum,ipsam plani ac mundani axis communem intersectionem A
repræsentat,eiusque vices gerit.

PROPOSITIO LXXX. THEOREMA.

Si horologij planum axi parallelum fuerit,erunt proiectæ vmbræ inter se parallelæ.

CVM namque horologij gnomon mundano axi sit parallelus, vt liquet ex antè demonstratis propositione 77. hîc verò sit parallelus plano horologij ex hypothesi, erit & gnomon plano horologij parallelus. Itaque B
si per gnomonis lineam planum quoddam extensum intelligatur plano horologij parallelum, quotquot à gnomone superficiales vmbræ procident,velut plana quædam vtrique parallelorum planorum incidentia,facient communes intersectiones parallelas rectas lineas per 16. vndecimi Euclidis: quocircà omnes vmbrarum proiecturæ gnomoni parallelæ erunt;quare & inter se per 9. vndecimi Euclidis;quod erat demonstrandum.

Hinc fit, vt in Horizontali horologio sphæræ rectæ, omnique Polari horariæ lineæ, quæ à meridie vel media nocte inchoatas horas demonstrant, parallelæ sint tum inter se,tum gnomoni; siquidem horum horologiorum plana sunt mundano axi, proindeq; & gnomoni parallela:igitur & communes ipsorum atque vmbrarum sectiones parallelæ C
sunt & inter se, & gnomoni, per iam demonstrata.

Huc vsque de vmbrarum proiecturis, quæ à sole fiunt vno in loco consistente, dictum est satis: nunc de iis quæ à solis motu proueniunt, quædam proponenda occurrunt,ad eamdem Gnomonices facultatem apprimè vtilia. Est porrò solis motus duplex, vnus continuus, alter interruptus. Continuus ille est, quo sol nulla interposita quiete cietur, qualis est is quo diurna latione per Æquatorem, aliúmve huic parallelum circulum circa terræ ambitum viginti quatuor horarum spatio circumfertur, temporibus æqualibus æqualia emensus spatia. Interruptus verò solis motus ille est, quo sol per D
eumdem aliquem circulum quotidie promouet, cùm ad diuersas ipsius partes statis horis reuertitur; cuiusmodi est solis accessus & recessus, quo in Meridiano circulo diuersis anni temporibus quotidieque locum mutat. Nam à solstitio æstiuo per æquinoctium ad hybernum delatus à vertice nostro recedit, hinc verò rursus per æquinoctium ad æstiuum solstitium vertici nostro propinquius reuertitur, quæ spatij magnitudo gradibus quadraginta septem continetur. Est autem hic motus interruptus, quòd certa dumtaxat diei parte sol Meridianum attingat, in quo tunc quotidie portiuncula ali- E
qua spatij promouisse deprehenditur. Similis huic est motus ille quo sol diuersis anni temporibus in aliis atque aliis partibus Horizontis oritur vel occidit, quæ latitudo ortiua occiduaque nuncupatur.

PROPOSITIO LXXXI. THEOREMA.

Sol per circuli maximi ambitum circumactus, vmbram à centro in rectam plani lineam profundit.

NAM per 67. propositionem libri quinti vmbra centri recta est linea,in di- F
rectum cum luminis radio extensa: describet igitur vmbræ radius in orbem cum sole actus eumdem ipsum circulum, per quem sol circumfertur per 83. eiusdem libri 5. Hic ergo circulus,seu potiùs planum vndique infinitum, si alio quopiam plano secetur,erit vtriusque communis sectio, hoc est vmbræ proiectura,recta linea per 3. vndecimi Euclid. quod erat demonstrandũ.

Hinc porrò consequens est, vt Æquator & Horizon in rectas lineas plano horologij, quodcumque tandem illud sit, inscribantur, quarum ea quæ Æquatorem repræsentat, vtraque ex parte est infinita: ea verò quæ Horizontem exhibet,vtrimque finita: nam partem dumtaxat Horizontis repræsentat latitudine ortiua occiduáve definitam.

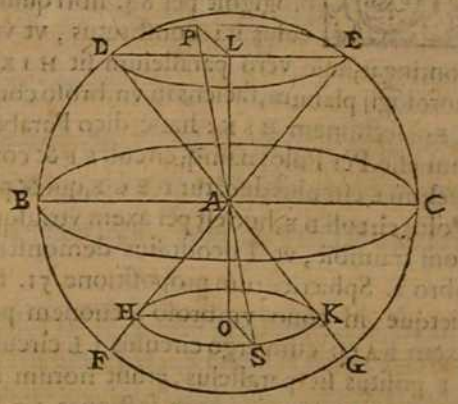
PRO-

A

PROPOSITIO LXXXII. THEOREMA.

Si sol per circulum Aequatori parallelum incedat, sitq; horologij planum eidem Aequatori parallelum, erit centri vmbra ex solis motu in plano descripta circulus, centrum habens in axe mundi.

B NAM vt libro quinto propositione 84. demonstrauimus, eo solis motu duæ superficies conicæ procreantur ad sphæræ centrum velut communem verticem connexæ, quarum altera luminosa est ex radio solis circumacto, altera vmbrosa ex ea vmbra, quam centrum profundit. Exempli gratia, sit sphæræ ex centro A descriptæ maximus quidem circulus BC, idemque Æquator, alius verò non maximus DE, at Æquatori parallelus, per quem sol circumferri intelligatur: describet solaris radius DG vel EF in A defixus, altera verò extremitate per circulum DE actus, duas conicas superficies ad centrum A ceu communem verticem iunctas, quarum altera DAE luC minosa erit, vtpote à fulgido solis radio progenita; altera verò FAG vmbrosa, quam scilicet vmbrosus centri radius efficit. Sit igitur horologij planum HSK Æquatori BC parallelum: dico peripheriam HSK, in quam centri A vmbra ex motu solis profusa incidit, circulum esse, qui centrum habeat O in axe mundi constitutum.



Ducatur enim à centro A ad circuli DE centrum L recta AL, erit AL ipsius circuli DE plano perpendicularis per 7. primi Sphæricorum Theodosij: producta igitur AL ad
D vtramque partem, in Polos circuli DE cadet per 8. eiusdem primi Sphæricorum Theodosij; quare LO axis erit sphæræ. Rursus cùm circulus DE parallelus sit Æquatori BC ex hypothesi, eidemque Æquatori BC positum sit planum HSK parallelum, erit planum HSK ipsi quoque DE circulo parallelum: secetur itaque circulus DE & planum HK plano quopiam communes faciens intersectiones LP & OS; erunt igitur LP & OS parallelæ per 16. vndecimi Euclidis: sed LE & OH eamdem ob causam sunt parallelæ: quare angulus APL æqualis est angulo ASO, & AEL angulus angulo AHO æqualis per 29. primi Euclidis: est verò & angulus LAP angulo OAS æqualis, itemque LAE angulus angulo OAH æqualis per 15. primi Euclidis; anguli autem ad O & L recti sunt, ideoq; æquales: igitur æquiangula sunt ipsa triangula, hoc est LAP ipsi OAS, & LAE ipsi OHA: quaE propter & latera æqualibus angulis subtensa, proportionalia; nimirum vt AL ad AO, ita LP ad OS, ac rursus vt eadem AL ad eamdem AO, sic LE ad OH: quocirca per 11. quinti Euclidis vt LP ad OS, ita LE ad OH, ac permutando vt LP ad LE, ita OS ad OH: sed LP ipsi LE est æqualis per circuli definitionem: itaque & OS ipsi OH æqualis est. Cumq; eodem modo ostendi possint omnes, quæ ex O ad peripheriam HSK educuntur, inter se æquales esse, patet per circuli definitionem HSK circulum esse, quod erat probandum.

Hinc sequitur, in ea sphæræ constitutione, qua Polus summum verticem tenet, omnium parallelorum, qui supra Æquatorem sunt, vmbrarum signa plano horizontali circulari forma inscribi; idemque in quauis alia sphæræ constitutione accidere, si horologij planum Æquatori parallelum existat; cuius rei ea est causa, quòd circuli omnes, per quos
F sol diurna latione incedit, sint Æquatori paralleli: siquidem sol circa eosdem Æquatoris Polos toto anni tempore circumfertur.

Fit hinc etiam vt ea constitutione, qua planum horologij Æquatori parallelum supponitur, facillima sit horarum descriptio. Si namque plano horologij circulus inscribatur, cuius centro stylus secundùm normam insistat, ac circuli peripheria in partes quatuor supra viginti distribuatur, peractum erit propositum. Nam quemadmodum sol, ita & vmbræ extremitas æquis temporibus æqualia absoluit spatia; quæ proinde si numero viginti quatuor accepta fuerint, ea profectò horarum interualla constituent.

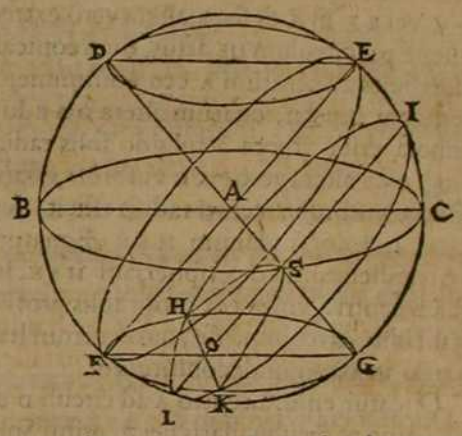
A

PROPOSITIO LXXXIII. THEOREMA.

Si sol per circulum Aequatori parallelum incedat, sitq; horologij planum circulo maximo, qui vtramque basin conicarum superficierum contingit, parallelum, erit vmbra à centro in planum proiecta sectio coni, quæ Parabola nuncupatur.

B

SINT in sphæra ex A descripta eædem, quæ suprà, conicæ superficies communi vertice connexæ, vna luminosa A D E ex solis motu per circulum D E procreata; altera vmbrosa, quam centri A vmbra ex eodem motu progignit per 84. libri quinti: sitque circum E F maximus quidam circulus ita constitutus, vt vtriusque coni basin in oppositis locis E & F contingat; huic verò parallelum sit H I K L horologij planum, faciens in vmbroso cono A F G sectionem H S K: hanc dico Parabolam esse. Per Polos namq; circuli E F & contactum E circulus ducatur D E G F, qui & per Polos circuli D E, hoc est per axem vtriusque coni transibit, vt Theodosius demonstrat libro 2. Sphæricorum propositione 51. faciétque in cono vmbroso sectionem per axem F A G: cùm ergo circulus I L, circulo E F positus sit parallelus, erunt horum & circuli D E G F communes sectiones A F & S O parallelæ per 16. vndecimi Euclidis. Rursus cùm maximus circulus D E G F circulos non maximos F G & I L per Polos secet, vti ostensum iam est, & ad rectos angulos vtrumque secabit: quare H K, nempe communis sectio circulorum F G & I L, eidem circulo D E G F, hoc est triangulo per axem F A G, recta erit. Quoniam igitur conus F A G plano secatur F A G per axem: secatur verò & altero plano H S K, cuius basis H K ad basin trianguli per axem F G recta est, sitque sectionis diametrus S O lateri A F trianguli per axem parallela, erit per 11. primi Conicorum Apollonij sectio H S K Parabola; quod demonstrasse oportuit.



C

D

Ex his facile erit iudicare, quænam plana horologiorum Parabolas faciant sole quemcumque parallelum obtinente. Nam planum quodcumque parallelum maximo illi circulo, qui solis parallelum contingit, vmbræ conum in Parabolam dispescit; oportet verò planum non ad eamdem partem esse, ad quam parallelus in quo sol versatur; hic siquidem basis est coni luminosi; at horologij planum vmbrosum conum secare debet, qui ad eamdem partem cum parallelo, quem sol percurrit, existere nullo modo potest, quandoquidem conus opacus luminoso cono ex aduerso opponatur.

E

PROPOSITIO LXXXIV. THEOREMA.

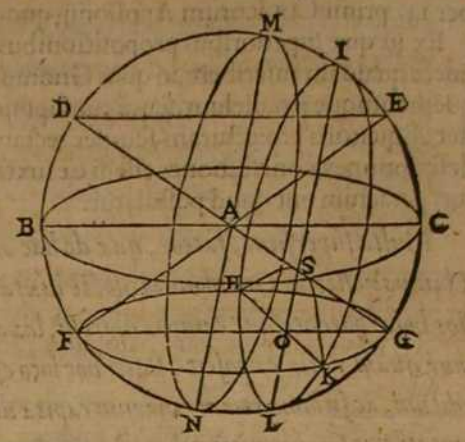
Si sol per circulum Æquatori parallelum incedat, sitq; horologij planum circulo maximo, qui vtrumque conum secat, parallelum, erit proiecta centri vmbra Hyperbole.

F

ESTO idem, qui suprà, D E circulus Æquatori B C parallelus, per quem sol circumferatur; duoque aduersi coni ex circumacto solis radio producti, alter luminosus D A E, vmbrosus alter F A G, quos maximus circulus M N secet; sit autem huic circulo maximo M N planum horologij I L parallelum: dico ipsius I L plani & coni vmbrosi F A G sectionem H S K Hyperbolen esse. Nam quoniam parallela plana M N & I L, plano secantur D E G F, erunt huius & planorum M N, I L communes intersectiones M N & I L parallelæ

per

A per 16. vndecimi Euclidis, quarum alteram MN cùm ſecent vtriuſque coni latera AE & AG, ſecabunt eadem latera AE & AG reliquam per 10. lemma libri quarti: quare & horologij planum IL vtrumque conum ſecabit; atque ea propter in communibus ſectionibus Hyperbolas efficiet per 14. primi Conicorum Apollonij: at altera illarum communium ſectionum, nempe HSK, eſt vmbræ à centro profuſæ proB iectura: igitur ſi ſol per circulum Æquatori parallelum incedat, ſitque horologij planum circulo maximo qui vtrumq; conum ſecat, parallelum, erit proiecta centri vmbra Hyperbole; quod erat demonſtrandum.

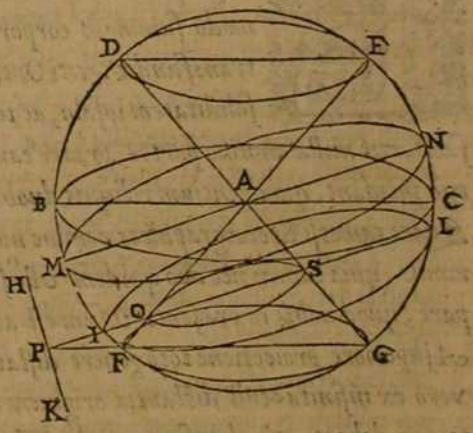


PROPOSITIO LXXXV. THEOREMA.

Si ſol per circulum Aequatori parallelum incedat, ſitq; Horologij
C *planum æquidiſtans circulo maximo, qui neque baſibus conorum parallelus ſit, neque eas tangat, neque ſecet, erit proiecta centri vmbra Ellipſis.*

RVRSVS ſit in eadem ſphæra circulus DE Æquatori parallelus, duoque aduerſi coni DAE & FAG, vt priùs: ſit præterea MN circulus, neque baſibus conorum DE & FG æquidiſtans, neque eas ſecans, licet infinitè producantur; huic autem parallelum ſit horologij planum IL faciens in cono vmbroſo FAG ſectionem OS: hanc dico Ellipſin eſſe.

Ducatur enim circulus DEGF per vtriuſq;
D circuli MN & FG Polos, hic per circuli quoque IL Polos tranſibit, ſiquidem paralleli ſunt ex hypotheſi IL & MN circuli, ac proinde vtriuſq; iidem ſunt Poli per 1. ſecundi Sphæricorum Theodoſij: quare per 15. libri primi Theodoſij DEGF circulus vtrumque FG & IL circulum bifariàm & ad rectos angulos ſecabit; facietque communes circulorum IL & MN interſectiones IL & MN parallelas per 16. vndecimi Euclidis, & in vmbroſo co-
E no triangulum per axem FAG: ſit item HPK communis ſectio duorum planorum, in quorum altero eſt circulus IL, in altero baſis coni vmbroſi FG. Quoniam igitur plana IL & FG recta ſunt ad circulum DEGF, propterea quòd hunc plana illa bifariàm & ad angulos rectos ſecare ex 15. primi Sphæricorum Theodoſij oſtenſum iam ſit, erit quoque communis illorum ſectio HK ad idem planum DEGF recta per 19. vndecimi Euclidis; ac proinde per 3. definitionem vndecimi Euclidis, & ad rectam FG, hoc eſt baſin trianguli per axem recta erit. Quia verò rectæ MN & IL oſtenſæ ſunt parallelæ, erunt anguli MAS & ISA ſimul ſumpti duobus rectis pares per 29. primi Euclidis, ac proinde angu-
F li FAS & ISA erunt duobus rectis minores: conuenient igitur per 11. commune pronuntiatum primi Euclidis rectæ AF & IS: ſed eadem IS conuenit quoque cum AG altero latere trianguli per axem; cùm enim AG ſecet ipſam MN, ſecabit & ipſi parallelam IL per 10. lemma libri quarti: itaque cùm conus FAG ſecetur plano per axem DEGF, ſecetur autem & altero plano IL, quod vtrumque latus AF & AG trianguli per axem ſecat: quod quidem planum neque baſi coni FG æquidiſtat, neque ei ſubcontrarium eſt, (ſiquidem angulus OSA angulo FGS maior eſt, vtpote externus interno & oppoſito per 16. primi Euclidis: ideoque & maior angulo GFA æquali) eſt autem HK communis ſectio plani ſecantis IL, & baſis coni FG perpendicularis ipſi FG baſi trianguli per



axem, vel certè ei quæ in directum ipsi constituitur; erit igitur coni sectio os Ellipsis per 13. primi Conicorum Apollonij; quod erat demonstrandum. A

Ex iis quæ superioribus propositionibus sunt demonstrata, facile erit in dato plano lineas quasdam inscribere, in quas Gnomonis vertex vmbram continuò proijciat, sole quemcumque parallelum, seu arcum ipsius diurnum percurrente. Cùm enim iam constet Æquatoris proiecturam semper rectam esse lineam, reliquorum verò parallelorum descriptiones, coni sectiones esse; si eæ iuxta datum sectionis modum in plano designentur, peractum erit quod postulatur.

Multa supersunt, fateor, quæ de hac materia scribi possunt, & quæ alij, præsertim B *Clauius noster in Gnomonicis, doctè iuxtà ac copiosè litteris consignarunt. Itaq; ne vastos hosce patentesque campos ingressi, laxatis habenis longiùs à proposita meta abducamur quàm ratio exposcit, satis hoc loco esse duximus, primùm aperuisse Gnomonices aditum, ac summa etiam viarum capita distinxisse, per quæ tutiùs incedat is, cui voluptati erit Gnomonicis rebus diutiùs immorari.*

DE STEREOGRAPHICE C

ALTERO PROIECTIONIS GENERE

EX OCVLI CONTACTV.

PRÆFATIO.

EXPOSITIS *hactenus iis quæ ad Orthographicen pertinent, Stereographicen, alterum proiectionis genus aggredimur, quæ non modò summam corporis superficiem aspectui obiectam in planum* D *transfundit, vti Orthographice & Scenographice: verùm etiam soliditatem ipsam, ac totius corporis ambitum ita distinctè planum facit, vt nullæ omnino partes, præter eam cui oculus incumbit, plano exceptæ sibi mutuò incidant, quod vitium reliquis duobus proiectionum generibus manifestè accidit. Quare tametsi Stereographices nomine nusquam vocatum hoc proiectionis genus reperimus; quia tamen nec alio quidem vllo solitum est appellari, placuit hoc nomen vsurpare, quod nobis in præsenti visum est ad rem ipsam quàm maximè accommodatum.* E *A superiore proiectione toto genere distat Stereographice: hæc enim ex contactu, illa verò ex infinita oculi distantia originem habet. Porrò quamuis mirum cuipiam iure videri debeat, & ab infinita oculi distantia, & ex contactu proiectionem aliquam accidere posse, præsertim cùm libro primo ostensum sit inter oculum ac rem visilem interuallum aliquod existere debere, idque nec minimum, vt propositione 58. nec infinitum, vt propositione 57. sed iustum, de quo accuratiùs libro 2. propos. 21. & 22. tamen quemadmodum ex infinita oculi distantia visio esse potest, secundùm eam infiniti notionem, quam in præfatione ad primum proiectionis genus explicauimus; ita &* F *ex contactu proprio quodam pacto visio fit, cùm vel reipsa transparens est corpus, quod aspicitur, vel eiusmodi esse mente concipitur: tum enim tota corporis profunditas conspicua est, ac præter solitarium punctum in ipsius corporis fastigio eminens, quod oculo attingitur, nullum est aliud, ad quod ab oculo radij non pertineant; qui proinde in subiectum planũ incurrere possunt, si quoad necesse est planum radijq; optici protendantur, qui & proiectionem aliquam in congressu efficient, quam ex contactu liceat appellare,*

A lare, quia in ea oculus τὴν σφαῖραν ψῆ κατ' ἄκρας, id est summa in parte attingit, vel, si mauis, vno verbo Stereographicen voces, quòd vniuersam corporis obiecti profunditatem ac peripheriam ipsam vnico proiectu explanet: vti enim Stereometria corporum dimensiones capacitatesque metitur, & Geodæsia superficierum areas, ita proiectio, de qua nunc agimus, non ineptè Stereographia nuncupabitur. Hæc à priscis neotericisque non vno in loco vsurpata reperitur, sed in solius sphæræ tam cælestis quàm terrestris vsu; nil tamen vetat, quin aliis quoque in rebus vsui esse queat. Eius ge-
B neris extat in primis Ptolemæi Planisphærium, ex quo posteà Ioannes Stoflerinus sui particularis Astrolabij praxes desumpsit, demonstrationibus quæ potissimùm in Ptolemæo desiderabantur, prætermissis. Extant & apud nonnullos aliæ quædam totius Orbis planæ descriptiones ex huius proiectionis rationibus depromptæ. Hanc Gemma vsurpauit Frisius in suo Astrolabio catholico, quod à Stoflerini Astrolabio particulari non tantùm hoc distat, quòd Gemmæ catholicum sit, & ad omnem regionem accommodatum, Stoflerini autem particulare, & ad vnam dumtaxat Poli sublimi-
C tatem; verùm etiam situ obiectuque aspectus. Nam Stoflerini descriptio ex ea dispositione est, qua oculus depresso sub Horizontem Polo infigitur, Gemmæ autem ex eo situ, quo oculus principium Arietis vel Libræ attingit.

Est verò ea ad sphæræ institutum aptissima, quia omnium minimè partes à vero situ distrahit. Quod sanè ita est, mea quidem sententia, si non ampliùs, quàm hemisphærium vna proiectione describatur. Nam quæ extra hemisphærium excurrunt, in immensum augescunt, vt ex decursu orationis fiet manifestum. Et quamuis commodissimum foret, vt solida corpora eadem prorsus forma ac partium proportione in
D planam superficiem traduci possent, quam in se habent, non est tamen prudenter optandum id, quod fieri non posse liquidò constat. Quare inter omnes Proiectionum modos ille in re qualibet præcipuus est, qui speciem vero proximam repræsentat, cùm id in omni proiectione propositum sit, vt res plana solidæ simillima quoad aspectum reddatur. Eiusmodi autem esse dico hanc proiectionem, quam modò tractamus. Cùm enim nequeant æquales sphæræ partes in æquales partes plani transcribi, necesse est proiecturæ partes, quæ æqualibus sphæræ partibus respondent, vel augeri, vel minui; idque
E vel plurimùm, vel ea mediocritate quæ tolerari possit. At orthographicè transcripta in planum sphæra ita circa ambitum coarctatur, vt partes quæ potissimùm vsui esse debebant, inutiles propemodum reddantur: stereographicè verò cùm sphæra proïjcitur, partes à proiecturæ centro ad hemisphærium vsque exigua mutatione, & sensim augescunt, quamuis inde, quæ longiùs proïjciuntur, eæ ampliores semper euadant, non pari, sed multiplici analogia. Verùm quis non fateatur moderatum extremarum partium incrementum longè minus incommodi adferre, quàm maximum earum decrementum? ac tale omnino, quale in Orthographica descriptione cernitur, vt iuxta am-
F bitum proiectæ sphæræ decem gradus vix vnum exæquent. Mihi sanè videtur incrementum illud & venustatem adferre, & vsum præstare minimè contemnendum: nam cùm oculi acies in proiecturæ centrum dirigitur, extremæ partes, vtpote ab oculo remotiores, secundùm aspectum minuuntur, ac proinde propiùs ad æqualitatem accedunt. Deinde cùm in proiecta sphæra circuli prope extremitatem obliquioribus angulis sese intersecent quàm in medio, appositè omnino partes illæ vltimæ ampliorem formam nanciscuntur, vt intersecantium sese circulorum notæ propriis in locis accuratiùs signa-

ri pos-

ri possint. Præterea hoc etiam in Stereographia maximo est adiumento, quòd quicumque A
in sphæra circuli extra oculum cadunt, in circulos proiecti incidant, quocumque tandem situ aspectui exhibeantur: in Orthographia verò plurimi in Ellipses transmutantur, ij nimirum omnes qui obliquè cernuntur. Constat autem ex lemmate 22. Ellipses, si exquisitæ esse debeant, laboriosissimam habere descriptionem.

His igitur Orthographices Stereographicesque differentijs explicatis, vt sensim ad ea quæ propria sunt huius proiectionis accedamus, statuendus in primis est oculus, in qua libuerit parte sphæricæ peripheriæ, vnde ad ceteras ipsius partes radij B
directò euibrari possint: deinde exponendum est planum ea ratione ac situ dispositum, vt traiectus per centrum sphæræ radius in illud secundùm normam incidat: quod vndequaque infinitum esse oporteat, vt omnes ab oculo procidentes radios excipiat. Hoc porrò planum Ptolemæus in suo Planisphærio per centrum adigit, sic vt idem sit, ac Aequatoris planum vndique infinitè protensum: (ipse siquidem in Polo Australi oculum ponit) Iordanus autem, & post eum Franciscus Maurolycus Abbas, planum Aequatori parallelum faciunt, ac tota diametro ab oculo disiunctum, ita vt sphæram C
in opposito Polo Boreali contingat. Et quamuis ex hac inæquali distantia proiecturæ forma secundùm partium proportionem minimè immutetur, sed sola magnitudine, quæ eo semper euadit maior, quo planum longiùs abscedit, seruata semper schematis similitudine vt superiùs prænotatione nona docuimus; tamen Ptolemæi constitutio magis nobis placet, quòd in ea Aequator eiusque proiectura sint æquales, & vniuersè hemisphærij proiectura maximo sphæræ circulo æqualis. Quamobrem cùm in multis huius proiectionis inuestigationibus præsidio Orthographices opus sit, si planum per sphæræ centrum actum intelligatur, accidet percommodè, maximum sphæræ circulum, qui in D
sectionem plani incidit, eumdem esse cum totius sphæræ Orthographica descriptione.

Quamuis hoc proiectionis genere, de quo nunc agimus, ea omnia describi in plano possint, quæcumque superiùs per Orthographicen describi solere ostendimus, hoc est puncta, lineas, & superficies varijs figuris affectas; tamen quia ad nil aliud, quàm ad sphæræ descriptiones hactenus vsurpatum reperitur, de ijs solùm agemus, quæ in ea existere possunt, nempe punctis, lineis, circulis, & circulorum portionibus. Quæ enim in sphærica superficie extant figuræ, peculiari descriptione non indigent, cùm circulorum E
peripherijs definiantur, quarum proiectiones iam docere propositum erit. Huiusce rei vnum vel alterum exemplum in mediũ proferre liceat claritatis gratia. Si Borealis hemisphærij superficies describi in plano postuletur, oculo in Polo Australi collocato, id non alia ratione fiet, quàm transcripto in planum Aequatore. Quoniam enim Aequator Boreale hemisphæriũ ab Australi dirimit, spatium quod proiecti Aequatoris peripheria continetur, hemisphærium Boreale repræsentabit; reliquum autem quod quaquauersum infinitè expanditur, Australe. Eodem prorsus modo si Borealis hemisphærij quadrans in
plano designandus sit, quoniam is trium circulorum quadrantibus comprehenditur, F
Aequatoris scilicet, & vtriusque Coluri, his descriptis circulis perspicuum est, & quadrantem illum Borealis hemisphærij haberi qui fuerat designandus. Denique quodcumque spatium in plano circulis, aut circulorum portionibus continetur, eam refert sphæræ plagam, quæ primitiuis circulis circumscribitur. Igitur quod in superiore proiectione à nobis est facilitatum, id vel maximè præsens institutum exposcit, vt scilicet priùs quàm ad sphæræ proiectionem veniamus, explicemus simplicium partium productiones.

PRO-

A

PROPOSITIO LXXXVI. THEOREMA.

Punctum omnifariam propoſitum ſtereographicè in punctum proijcitur.

PERFREQVENS eſt in ſphærę proiectionibus punctorum vſus: ſiquidem omnia propemodum, quæ ex ſphæra diſcuntur, ex communibus circulorum ſectionibus (quæ puncta ſunt) colliguntur: deinde ſi propoſitum ſit
B è ſphæra circulum quempiam in planum traducere, non alia ratione id fiet, quàm deſignatis primùm quotcumque punctis, per quæ propoſiti circuli proiectura deferatur: non enim poſſibile nobis eſt radium vnum ab oculo per totum circuli ambitum, velut coni ſuperficiem, ducere: igitur punctorum deſignationibus circulorum proiecturæ abſoluuntur.

Porrò cùm radius ille opticus, qui ab oculi centro per obiectum ducitur, recta ſit linea, hæc autem in ſolo puncto ſubiectum planum attingat; manifeſtum eſt puncti proiecturam, quocunque tandem modo obuerſetur, punctum eſſe; quod erat probandum.

PROPOSITIO LXXXVII. THEOREMA.

Linea quæ producta per oculum tranſit, in punctum proiicitur.

C EX perpendicularis ſitus definitione, quam ad propoſitionem 31. libri tertij explicauimus, conſtat lineam ita propoſitam, vt producta per centrum viſus tranſeat, perpendiculariter exhiberi; conſequens igitur eſt, vt ipſius proiectura indiuiſibilis ſigni magnitudinem non excedat: nam vna eademque eſt recta linea ea quæ obijcitur, & radius opticus qui per omnia ipſius puncta extenditur: at hæc recta linea in ſolo puncto attingit ſubiectum planum: igitur lineæ hoc pacto obiectæ proiectura punctū eſt; quod erat demonſtrandum.

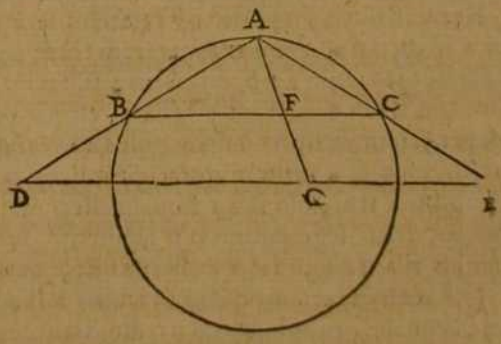
PROPOSITIO LXXXVIII. THEOREMA.

D

Linea directè ſpectata in lineam proijcitur, cuius partes primitiuæ lineæ partibus proportione reſpondent.

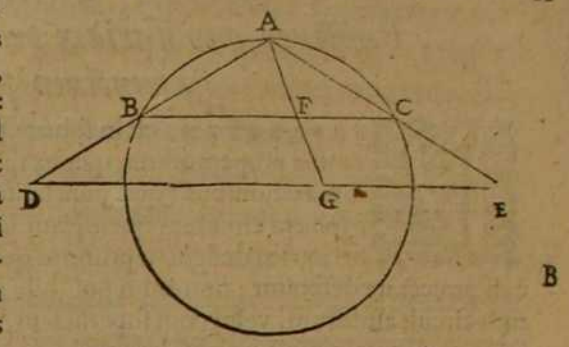
SI ea, quæ in plano deſcribenda proponitur linea, per centrum viſus neutiquam tranſeat, quocumque ea ſitu ad aſpectum ſe habeat, perſpicuum eſt eius proiecturam lineæ inſtar ſemper accidere. Nullo enim ſitus diſcrimine per radioſum triangulum ſemper aſpicitur, cuius vertex quidem eſt oculi centrum, baſis autem ea ipſa linea, quæ videtur. Nam radij omnes, qui ab oculo ad ſingula puncta lineæ obiectæ procidunt, in vno eodemque exiſtunt trianguli plano per 2. vndecimi Euclidis: igitur producto hoc plano, quoad illi, in quo proiectura excipitur, occurrat, erit vtriuſque communis ſectio recta linea per
E 3. vndecimi Euclidis: quare recta omnis linea, quæ vel directè vel obliquè aſpicitur, modò producta per centrum viſus non tranſeat, in rectam proijcitur lineam; quod primùm demonſtraſſe oportuit.

Deinde partes lineæ directè ſpectatæ, partibus proiecturæ proportione reſpondere ex ſimilitudine triangulorum probari poteſt. Cùm enim linea quæ proponitur, eiuſque proiectura parallelæ ſint propter oppoſitionis ſimilitudinem, erunt triangula omnia, quæ radijs opticis, & parallelis hiſce baſibus continentur, inter ſe ſimilia per 4. lemma libri quinti: igitur per 4. ſexti Euclid. vt totæ inter ſe baſes, ita quoque
F abſciſſæ intermedijs radijs baſium portiones.



Exempli gratia, ſit in ſphæra B A C circuli cuiuſpiam non maximi diametrus B C proiecta in planum D E ex directo aſpectu oculi in A cõſtituti, dico vtriuſq; partes B F & D G, itemque F C & G E proportione ſibi reſpondere, hoc eſt ita ſe habere D G ad G E, vt ſe habet B F ad F C. Cùm enim parallela ſit B C ipſi D E propter ſimili-

similitudinem aspectus, erunt triangula ABC, ADE; itemque ABF, ADG; ac AFC, AGE æquiangula per 4. lemma libri quinti: igitur per 4. sexti Euclidis vt AB ad AD, ita BC ad DE: sed vt AB ad AD, ita est AF ad AG per 2. sexti Euclidis: igitur vt AF ad AG, ita se habet BF ad DG, & FC ad GE: quare vt BC ad DE, sic BF ad DG, & FC ad GE; quod quia eodem demonstrandi genere ostendi potest, in ceteris partibus in quas vtraque linea BC & DE secari potest, palàm relinquitur proiecturæ partes primitiuis similes esse; quod erat ostendendum. A



B

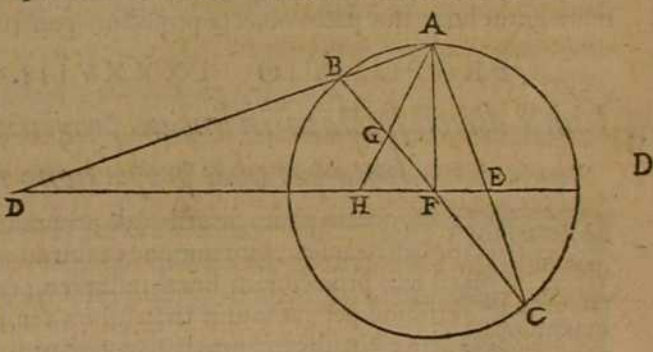
PROPOSITIO LXXXIX. THEOREMA.

Linea obliquè expositæ in lineam proiicitur, cuius partes primitiuæ lineæ partibus non ex æquo respondent: sed quæ à propinquioribus oculo partibus obueniunt, ea maiori analogia excrescunt.

C

PRIOR huius propositionis pars, videlicet lineam obliquè expositam in lineam proijci, ex præcedentis propositionis demonstratione patet.

Altera verò pars quamuis ex lemmate 31. huius libri perspicua sit, tamen in hunc etiam modum demonstrabitur: Sit oculus A, eique obliquè proposita linea BC quæ secetur bifariàm in F, ita vt altera eius medietas BF oculo A propinquior sit, altera FC ab eodem remotior; productisque radijs AB & AC, sit primitiuæ lineę BC proiectura DE; cuius portionem DF quæ proximam oculo medietatẽ lineæ BC repræsentat, aio reliquâ FE maiorem esse: quoniam enim triangula ABC & AED similia sunt, vt ex demonstratione lemmatis 27. huius libri ostendi potest, erit ACB angulus angulo ADE æqualis: est verò angulus CAF æqualis angulo ACF per 5. primi Euclidis, quòd nimirum FA & FC æquales sint, vtpote eiusdem circuli semidiametri: igitur in triangulis DFA & AFE quoniam æquales sunt anguli FDA & FAE, item anguli AFD & AFE æquales, nempe recti, erunt & reliqui æquales per 32. primi Euclidis: quare per 4. sexti Euclidis vt DF ad FA, sic eadem FA ad FE: sed FA maior est quàm FE per 19. primi Euclidis, quòd maiori angulo AEF subtendatur (siquidem angulus AEF maior est angulo ECF externus interno & opposito per 16. primi Euclidis: igitur & angulo FAE maior erit) eodemque modo FD maior quam FA probabitur: quapropter FD quàm FE multò maior erit; quod demonstrasse oportuit.



D

E

Rursus si lineæ BC portio BF bifariàm secetur in G, & radius ab oculo A per G ducatur AH; dico DH quàm HF maiorem fore: nam cùm rectus sit angulus AFD, ideoque maximus trianguli AFD, erit latus AD latere AF maius per 19. primi Euclidis: Rursus quoniam BF in G secta est bifariàm, estque portio BG reliqua GF oculo propinquior, erit per 5. lemma libri quarti angulus BAG angulo GAF maior, quòd latera AB & AG lateribus AG & AF sint minora: igitur lineæ DF portio DH ipsa HF est maior; si enim angulus DAH angulo HAF æqualis esset, maiusque latus AD latere AF, adhuc maius conuinceretur segmentum DH segmento HF per 3. sexti Euclidis: nunc igitur cùm angulus DAH angulo HAF ostensus sit maior, erit & segmentum DH segmento HF maiore analogia maius, quàm sit lateris AD ad AF. Eodemq, modo si in quotcumque partes æquales primitiua linea BC diuidatur, eæque in planum DE proijciantur ostendi poterunt maiores proiecturæ illarum, quæ oculo sunt viciniores: patet itaque propositum, quod demonstrasse oportuit. F

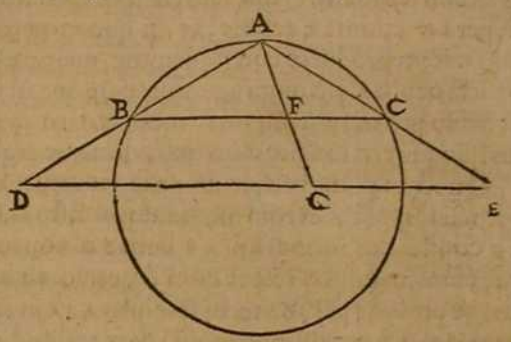
PRO-

A

PROPOSITIO XC. PROBLEMA.

Lineam in planum proiicere, eiusq; proiecturam ita repræsentando secare, vt primitiua linea secta proponitur: & contrà, proiecturæ partes ad primitiuam lineam stereographicè reuocare.

B LINEAM in planum transcribere haud difficile erit, si commune proiectionum axioma attentiùs consideretur: quare exposita primùm perpendiculariter linea, ad planum vsque producatur, punctumque in quod incidet, ipsius erit proiectura: deinde si directè vel obliquè obijciatur, radij ab oculo per ipsius extrema ad planum vsque protendantur: quæ enim incidentium radiorum puncta connectet recta linea, primitiuæ lineæ proiectura erit. Nunc quo pacto ea quæ in lineam proijcitur, in partes distribuenda sit, doceamus.



Esto in sphæra B A C proposita linea B C secta in F vtcumque, eiusque proiectura D E, quam ita secare repræsentãdo oporteat secundùm Stereographiæ præceptiones, vt primitiua linea B C secta est in
C F: ab oculo A radius educatur, qui per F delatus cum D E conueniat in G, factumque erit quod postulatur. Nam cùm per commune proiectionum axioma sit G ipsius signi F proiectura, & D ipsius B, necnon E ipsius C, erit quemadmodum tota D E totius B C, ita pars D G partis B F, & G E partis F C proiectura: itaque vt tota D E ad totam B C, ita repræsentando D G & G E partes ad partes B F & F C.

D Rursus conuersa operatione, si in eadem sphæra sit oculus A, eique subiectum planum per centrum actum, atque in eo data lineæ proiectura D E secta vtcumque in G; oporteat autem primitiuam lineam reperire, ac proiecturæ partes ad eam commeando reuocare: ab extremitatibus proiecturæ D & E radij ad oculum porrigantur D A & E A, qui sphæram secent in B & C: dico in primis rectam B C, quæ hæc sectionum puncta connectit, proiecturæ D E primitiuam lineam esse, quòd ambæ ijsdem radijs opticis contineantur. Deinde si à G ad A radius ducatur G A, qui ipsam B C in F secet: dico secundò F ipsius G primitiuum signum esse, ac proinde, vt suprà B C in F eodem modo stereographicè sectam esse, quemadmodum D F repræsentando secta fuerat in G; quod erat propositum.

E

PROPOSITIO XCI. THEOREMA.

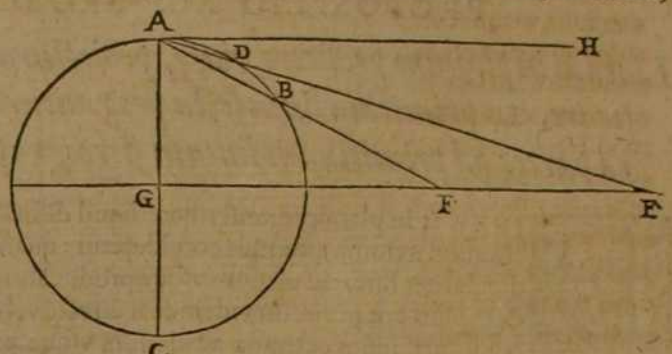
Circulus ex perpendiculari aspectu in rectam proiicitur lineam ex vtraque parte infinitam.

HOC in primis constat ex ipsius sphæræ natura & constructione, circulum omnem perpendiculariter obiectum, ad oculum in superficie positum ita se habere, vt centrum visus in circuli quoque peripheriam cadat: ceterorum enim, si qui sint, extra quorum circumferentiam est oculus, nullus omnino, quantumuis producatur, ad oculi centrum vmquam perue-
F niet; siquidem ea quæ ab oculo educitur, ad ipsius planum est inclinata.

Hinc facile est primam propositionis partem demonstrare: cùm enim in circuli ipsius circumferentia sit oculus, perspicuum est, radios omnes qui ab oculo ad circuli circumferentiam porriguntur, in ipso esse circuli plano. Hoc ergo productum vsque dum plano, quo proiectura excipitur, occurrat, erit circuli proiectura communis sectio vtriusque plani; ea autem per 3. vndecimi Euclidis recta est linea: erit igitur circuli proiectura recta linea; quod primò propositum fuit.

Esto deinde A B C quicumque sphæræ circulus, siue maximus siue non maximus, in cuius circumferentia constitutus sit oculus ad signum A: planum verò F G diametrum

circuli A C ad normam ſecans, in centro quidem, ſi maximus fuerit circulus; ſin autem, A vltra centrum. Rurſus per A ducatur A H plano F G parallela : quoniam itaque A G F angulus rectus eſt, erit & angulus G A H rectus per 29. primi Euclidis : quare per 16. tertij Euclidis A H extra circulum cadet, & in locum, inter ipſam A H & circuli peripheriam comprehenſum, altera recta linea non cadet, ſed quotquot ab A intra parallelas A H & F G ducentur, eæ omnes circuli peripheriam ſecabunt. Quia verò hæ ipſæ cum A G angulum faciunt recto G A H minorem, fit per 11. axioma Euclidis, vt, ſi quoad neceſſe erit producantur, tandem cum plano F G item producto congrediantur; quarum eæ quidem excurrent longiùs, quæ per puncta oculo A viciniora aguntur: cumque in ipſa circuli peripheria nullum punctum ſit oculo proximum (ſiquidem quouis dato aliud ſemper propinquius dari poterit) nullus quoque erit longitudinis finis, vltra quem alius radius protendi non poterit. C



B

Quod quamuis perſpicuum eſſe videatur, fiet tamen euidentius, ſi ex contraria hypotheſi impoſſibile ſequi oſtendamus. Eſto, ſi fieri poteſt, proiecturæ terminus F radio A F conſtitutus : quoniam A F cum F G concurrit, adiuncta A G triangulum perficietur, cuius angulus G rectus cùm ſit, erit G A F angulus recto minor per 32. primi Euclidis; ac proinde per 16. tertij Euclidis A F circuli peripheriam ſecabit : ſecet autem in B: quoniam A B circuli portio eſt, & magnitudo quædam non minima, ea vtique diuidi poterit: ſit verò diuiſa in D, & ab A per D radius agatur A D; hic quoniam circulum ſecat, faciet cum A G angulum angulo H A G recto minorem : quare A D producta cum G F item producta aliquando concurret, per 11. Euclidis axioma : eſto igitur punctum concurſus E: cùm itaque maior ſit angulus E A G quàm F A G, propterea quòd D quàm D B oculo A propinquius ſit, erit angulus A E G angulo A F G minor, & linea E G linea F G maior per 21. primi Euclidis : non igitur circuli A B C proiectura in F terminatur, quæ vltra F in E vſque excurrit aduerſus hypotheſin. Cumque in infinitum ſecare liceat omnem circuli peripheriam, quæ inter A H tangentem, & radium quemcunque ab oculo eductum intercipitur : manifeſtè ſequitur, circuli proiecturam infinitam eſſe; quod erat probandum.

Ex quo intelligas primò omnes circulos qui per oculum incedunt in rectas proijci lineas, eaſque infinitas : nam ex ijs quæ ad propoſitionem 31. libri tertij ſunt prædefinita, conſtat hos omnes circulos perpendiculariter ad aſpectum ſe habere, cùm radij omnes qui ab oculo ad ipſos ducuntur in eodem ſint cum ipſis plano. E

Deinde & hoc obſeruatione dignum eſt, vniuerſam ſphæram præter ſolum punctum in quo oculus, plano excipi, ſi infinitè producatur : nam præter illum radium, qui per oculum plano parallelus ducitur, quique ſphæram ſummatim attingit, ceteri omnes ſphæram ſecant : quare nulla pars ſphæræ reliqua eſt, per quam actus radius cum plano non concurrat : igitur excepto puncto cui oculus incumbit, ceteræ omnes ſphæræ partes per radiorum productiones in planum infinitum tranſcribi poſſunt.

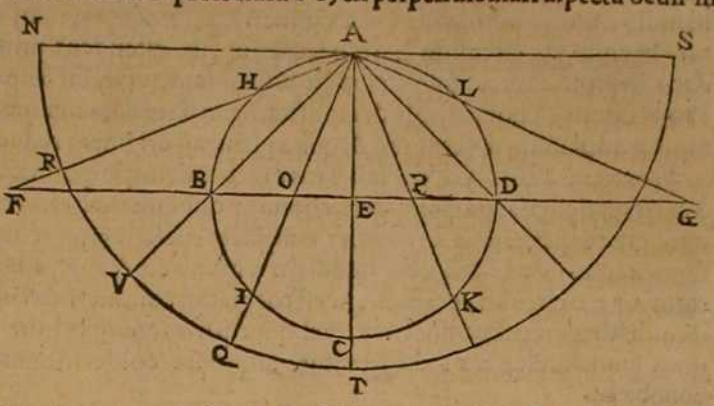
PROPOSITIO XCII. PROBLEMA.

Circulum ex perpendiculari aſpectu in planum tranſcribere, eiúſque proiecturam in partes repræſentando diſtribuere; & eaſdem vicißim ex proiectura ad primitiuum circulum reuocare. F

SIT A B G D circulus perpendiculariter expoſitus, quem oculo in A poſito explanare oporteat : deſignentur in eo duo quæcumque puncta, nempe H & L, & per ea radij ducantur A H & A L, qui producti planum ſecent in F & G : igitur ſi per F & G recta linea ducatur ex vtraque parte infinita, hæc erit portionis H G L proiectura, per præcedens theorema & commune proiectionum axioma.

Deinde

A Deinde esto circuli A B C D linearis proiectura F G, ex perpendiculari aspectu oculi in A constituti producta, quam ita secare repręsentando oporteat secundùm Stereographiæ leges, quemadmodũ circulus ABCD octifariàm diuisus est in H, B, I, C, K, D, L: ab B oculo A per singula puncta circuli ad planum vsque F G radij producantur, qui cum eo conueniant ad signa F, B, O, E, P, D, G, factumque erit propositum. Radij namque, vbi in lineam F G incidunt, ibi eam ita secant secundùm aspectum oculi in A positi, vt circulus antè reipsa fuit distributus. Quoniam enim per commune proiectionum axioma ibi est cuiusque rei locus in plano, vbi id à radio per rem ducto attingitur, erit haud dubiè in linea F G punctum E locus apparens signi C, & O signi I, & P ipsius K, atque ita de ceteris. Vti igi- C tur singula puncta lineæ F G singula exhibent circuli diuisi puncta, propterea quòd lineæ F G puncta, eorum in quæ circulus dispescitur, sint proiecturæ: ita interualla, quibus puncta lineæ F G ab inuicem disiunguntur, ipsos circuli arcus, qui inter diuisionum puncta intercipiuntur, repræsentant. Itaque linearis circuli proiectura F G ita repræsentando secta est in F, B, O, E, P, D, G, quemadmodum reipsa primitiuus circulus in H, B, I, C, K, D, L; quod secundò erat faciendum.



Naturalis quidem est isthæc proiecturæ distributio, quòd rem ipsam proximè imitetur; at quoniam incertæ sunt radiorum productiones per ea circuli puncta, quę ad oculum propiùs accedunt; tum propter sectionum obliquitatem quibus circuli peripheria prope oculum intersecatur; tum propter spatij breuitatem, quòd oculum inter & pun- D ctum in peripheria circuli assumptum, intercedit; placet hunc etiam modum adiungere, illo quem iam proposuimus longè accuratiorem.

Circa centrum A, interuallo quocumque, puta A T, semicirculus describatur N T S, qui & octifariàm diuidatur, quemadmodum propositus circulus A B C D; & ab A per singula diuisionum puncta radij emittantur A R, A V, A Q, A T, &c. eritque vt priùs confectum propositum. Nam vbi hi radij in rectam F G incidunt, ibi eadem loca signant, in quibus ea repræsentando ita secatur, quemadmodum circulus A B C D octifariàm reipsa est distributus. Quoniam enim peripheria T Q æqualis est peripheriæ Q V, erit & angulus T A Q angulo Q A V æqualis per 27. tertij Euclidis, quòd scilicet A sit semicirculi centrum: si autem angulus T A Q æqualis sit angulo Q A V, erit & arcus C I arcui I B E æqualis per 26. tertij Euclidis: est enim A in ipsius circuli A B C D circumferentia. Eodem verò modo æquales ostendi possunt & reliqui arcus circuli A B C D: itaque radijs ab oculo A per æquales diuisiones semicirculi N T S productis, & circulus A B C D in totidem partes æquales dissecatur; atque ea propter vbi ijdem radij circuli proiecturam F G intersecant, ibi eam repræsentando ita diuidunt, vt circulus primitiuus A B C D reipsa sectus supponitur.

Ex his facilè colligi potest ratio designandi in data circuli proiectura F G gradum quemcumque postulatum ex ijs, in quos sphæræ circuli distribui solent. Si enim is in circulo A B C D, vel semicirculo N T S sumatur, radiusque per eum ab oculo A ducatur, hic proiecturæ F G occurrens eumdem in ea repræsentando consignabit. Exempli gratia, sit F inueniendus in linea F G gradus quintus supra quadragesimum, initio sumpto ab E, hoc est punctum quod eumdem gradum circuli A B C D repræsentet, à C sumpto initio. Diuidatur circuli quadrans B C bifariàm in I, & per I radius ducatur ab A; hic inquam in proiectura F G eumdem gradum signabit ad punctum O. Eodemque modo propositum conficietur, si semicirculi N T S quadrans T V bifariàm diuidatur in Q: nam vt proximè ostensum est, radius A Q etiam per I transit, quòd eamdem rationem habeat T Q ad semicirculum, quam C I ad circulum totum.

Iam si vicissim datæ proiecturæ partes ad primitiuum circulum reducendæ sint, reciproca operatione id perficietur: vt si in circuli proiectura F G data sint quotcumque

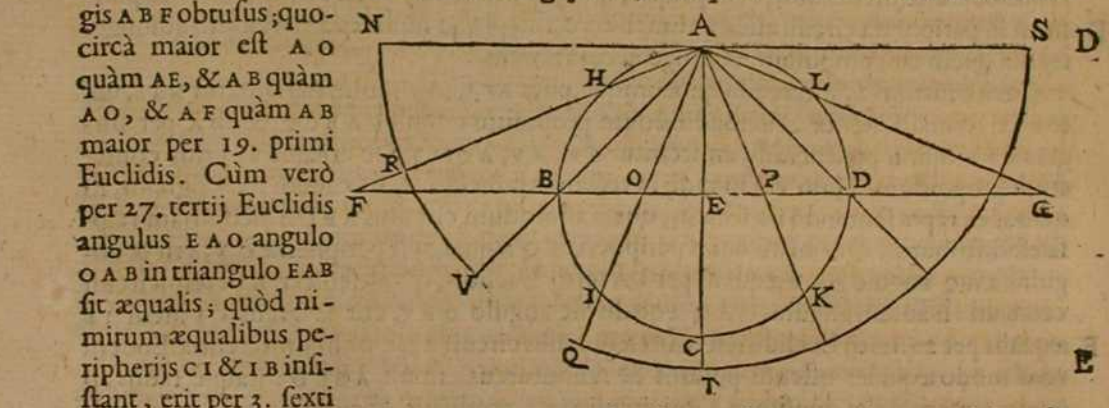
puncta F,B,O,E,P,D,G; oporteat autem hæc ad primitiuum circulum A B C D reducere: A
id nullo negotio obtinebitur, si à signis in linea F G datis, radij ad oculum A porrigantur: hi enim vbi circulum A B C D secabunt, ibi ostendent primitiua illa puncta, quæ datis in proiectura F G signis aspectu respondent, vt ex dictis patet, & per commune Proiectionum axioma facilè demonstrari potest: eadem siquidem est via qua partes primitiuæ ad planum deferuntur, & qua à plano ad originem reducuntur.

Si extremi radij F A & G A non satis exactè ostendant postulata loca H & L in circuli A B C D peripheria, propter intersectionum obliquitatem, ita vt meritò dubitari possit, quot gradus peripheria A H vel A L contineat; describetur vt supra circum A centrum semicirculus N T S: hic verò quoniam à radijs F A & G A, eodem modo secatur quo B
totus A B C D circulus; perspicuum est tot gradus contineri circulari portione A H, quot dimidiatos gradus continet N R, vel quot partes complectitur eadem N R ex 360. in quos semicirculus N T S distribuitur; atque ita confectum erit, quod vltimò proponebatur.

PROPOSITIO XCIII. THEOREMA.

Circuli perpendiculariter spectati æquales partes in inæquales partes rectæ lineæ proijciuntur, è quibus illæ semper maiores sunt, quæ à propinquioribus oculo partibus obueniunt; binæ autem C
hinc inde à radio, qui per centrum ducitur, pari interuallo disiunctæ, æquales.

SINT circuli A B C D perpendiculariter spectati æquales partes C I, I B, B H, eæque in rectam lineam proiectæ, in qua sectiones faciant E O, O B, B F: has dico inæquales inter se esse, maioremque O B quàm E O, & B F quàm O B maiorem. Quoniam enim rectus est angulus A E F, erit A O E acutus, vt ex 17. primi Euclidis colligi potest; ideoque A O B obtusus, ac multò magis A B F obtusus; quocirca maior est A O quàm A E, & A B quàm A O, & A F quàm A B maior per 19. primi Euclidis. Cùm verò per 27. tertij Euclidis angulus E A O angulo O A B in triangulo E A B sit æqualis; quòd nimirum æqualibus peripherijs C I & I B insistant, erit per 3. sexti Euclidis vt A B ad A E, ita B O ad O E: sed A B ostensa iam est maior quàm A E: igitur & B O quàm O E maior erit. Eademque ratione maior erit F B quàm B O, & sic de ceteris: itaque maiores semper illæ sunt proiecturæ, quæ à propinquioribus oculo peripherijs obueniunt; contrà verò illæ semper minores, quæ remotiorum ab oculo partium sunt proiecturæ; quod primò erat ostendendum.



Deinde, quod secundo loco proposuimus, binas hinc & inde partes à radio qui per centrum ducitur, pari interuallo disiunctas æquales inter se esse hoc modo demonstrabitur: In triangulis A E O & A E P, quoniam æqualis est angulus A E O angulo A E P, vtpote rectus vterque, itemque angulus E A O angulo E A P in æquali peripheria constituto æqualis, & latus A E quod æqualibus angulis adiacet, vtrique commune, erit per F
26. primi Euclidis & latus E P lateri E O æquale. Rursus cùm eodem modo in triangulis A E B & A E D æqualia ostendi possint latera E B & E D, si ab his detrahantur portiones E O & E P iam ostensæ æquales, relinquentur per communem notionem O B & P D æquales: quia autem in ceteris eadem est demonstratio, perspicuum relinquitur, binas proiecturæ partes, æquè à radio A E disiunctas, æquales esse; quod secundo loco erat demonstrandum.

PRO-

A

PROPOSITIO XCIV. THEOREMA.

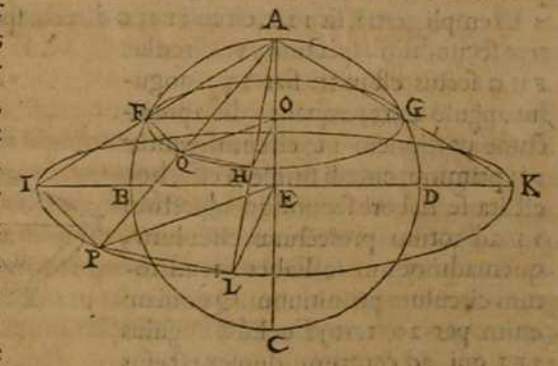
Circulus directè aſpectatus in circulum proiicitur, cuius idem eſt centrum verum & apparens; partéſque primitiui circuli partibus, quæ iiſdem radiis continentur, proportionales.

B CIRCVLI omnes, quicumque in ſphęra directè aſpectui obijci poſſunt, bifariàm diſcriminantur; aut enim maximi ſunt, aut non maximi: ſi maximi, perſpicua eſt in illis propoſiti demonſtratio; ſiquidem ſuis proiecturis ita exactè congruunt, & ſitu & magnitudine, vt ab illis nullo pacto diſtinguantur, cùm planum per centrum ſphæræ actum ſupponamus: & quamuis planum per centrum non ducatur, erunt tamen maximorum circulorum proiecturæ circuli, centrum habentes vnum idemque verum & apparens; quorum cùm eadem ſit, ac non maximorum demonſtrandi ratio, eam in non maximis proponemus in hunc modum:

Eſto in ſphæra A B C D, cuius centrum E, circulus non maximus F H G, directè viſui A oppoſitus: igitur quoniam planum I L K directè obijcitur, erit propter ſitus ſimilitudinem proiecturæ planum ipſius circuli plano parallelum, per ea quæ ad propoſitionem 31. libri tertij docuimus: igitur

C per 16. vndecimi Euclidis communes eorum ſectiones, quæ à triangulis per axem fiunt, parallelæ inter ſe erunt, hoc eſt O F ipſi E I, & O H ipſi E L: ac proinde per 4. lemma libri quinti æquiangula erunt ipſa triangula A O F & A E I, itemque A O H & A E L, ac eodem modo cetera: quamobrem per 4. ſexti Euclidis erit vt A O ad A E,

D ita O F ad E I; & rurſus vt eadem A O ad eamdem A E, ſic O H ad E L: itaque



per 11. quinti Euclidis, vt O F ad E I, ſic O H ad E L; & alterna ratione vt O F ad O H, ita E I ad E L: ſed O F æqualis eſt ipſi O H, quòd F H G circulus eſſe ſupponatur: igitur & E I ipſi E L æqualis erit. Cumque in ceteris, quæ ex E ad proiecturæ circumferentiam educuntur, eadem ſit demonſtratio, palàm eſt circulum F H G, reliquoſque qui directè aſpectui obuerſantur, in circulos proijci, quod erat demonſtrandum.

Præterea dico proiecturæ centrum E idem eſſe verum & apparens: nam verum quidem centrum illud eſt, à quo omnes qui ad circumferentiam pertinent radij inter ſe ſunt æquales: at eiuſmodi eſſe punctum E, oſtenſum iam eſt: igitur E verum eſt proie-

E cturæ I L K centrum. Deinde apparens centrum eſt illud, quod primitiui circuli centrum repræſentat; ſed idem punctum E cùm in eodem exiſtat radio A O, in quo & primitiui circuli centrum O, erit E apparens centrum proiecturæ I L K; quod erat probandum.

Sed & proiecturæ partes I L & L K, ceteræque, primitiui circuli partibus F H & H G ſunt proportionales: ducta enim A P vtcumque inter A I & A L, quæ circulum F H G ſecet in Q, triangula perficiantur F Q H & I P L, quæ æquiangula erunt per 10. vndecimi Euclidis: quòd nimirum per 16. vndecimi Euclidis ſingula eorum latera lateribus ſingulis ſint parallela: igitur ſimilia ſunt F Q H & I P L ſegmenta. Cumque eadem ſit in ceteris demonſtratio, probatum relinquitur circularis proiecturæ partes, quæ ex di-

F recto aſpectu obueniunt, primitiui circuli partibus proportionales eſſe, quod erat præſtandum.

Ex quo fit, vt quadrantes in quadrantes, & gradus in gradus, ac omnino cuiuſcumque nominis partes, in partes eiuſdem appellationis proijciantur: vnde iam plana efficitur ſequentis problematis explicatio.

A

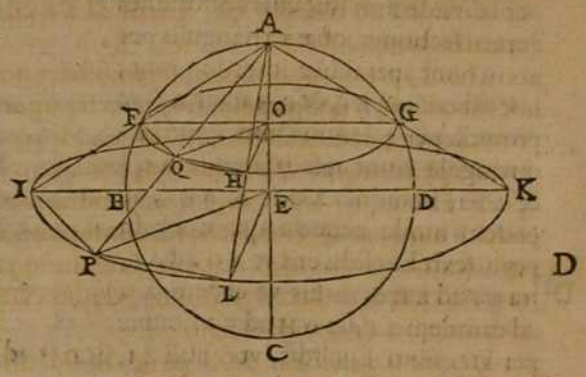
PROPOSITIO XCV. PROBLEMA.

Circulum directè ſpectatum in planum profundere, eiuſq; proiecturam in partes repræſentando ſecare, & eaſdem vicißim ad primitiuum circulum reuocare.

HOC problema ex dictis facilem habet conſtructionem: nam ſi per circuli centrum, & punctum aliquod in peripheria ipſius aſſumptum radij ab oculo ad planum vſque protendantur, quæ incidentium radiorum puncta connectet recta linea, ſemidiametrus erit, circa quam deſcriptus in plano circulus propoſitum directè circulum repræſentabit, ſiquidem connectens incidentium radiorum puncta, ſemidiametri erit proiectura; ſed & in circulum proijcitur is, qui directè obijcitur circulus per præcedentem propoſitionem, eiuſque centrum cùm idem ſit verum & apparens, palàm eſt circulum ex ſemidiametro proiecta deſcriptum, ipſius propoſiti circuli proiecturam eſſe, in cuius etiam centrum vterque Polus incidet. B

Si iam exceptus plano circulus ita ſecandus ſit, vt eius partes primitiui circuli partes repræſentent, conſtituendus erit ad proiecturæ centrum angulus æqualis ei qui partem primitiui circuli ſubtendit: hic enim ſimilem proiecturæ peripheriam intercipiet. C

Exempli gratia, ſit ILK circuli FHG directè ſpectati proiectura, quam ita ſecare oporteat ſecundùm aſpectum, vt circulus FHG ſectus eſt in H: fiat IEL angulus angulo FOH æqualis: dico proiecturæ portionem IL circumferentiæ FH primitiui circuli ſimilem eſſe, hoc eſt ita ſe habere ſecundùm aſpectum IL ad totum proiecturæ circulum, quemadmodum ſe habet FH ad totum circulum primitiuum. Quoniam enim per 20. tertij Euclidis angulus IEL qui ad centrum, duplex eſt eius qui ad circumferentiam IKL conſtitui poteſt; & eodem modo FOH ad centrum, duplus eius qui ad circumferentiam FGH, erunt anguli qui ad peripherias FGH & IKL conſtituentur, æquales per communem notionem, quòd videlicet ipſorum dupli qui ad centra O & E poſiti ſunt, inter ſe ſint æquales: quocirca ſegmenta FGH & IKL ſimilia ſunt per 10. definitionem tertij Euclidis: ideoque & reliqua FH & IL ſimilia erunt, totique circulo proportionalia per 19. quinti Euclidis.



D

Viciſſim autem ſi proiecturæ partem ad primitiuum circulum reducere oporteat, eadem operatione id fiet; ſi nimirum angulo IEL ad centrum proiecturæ conſtituto, æqualis fiat angulus FOH ad centrum circuli primitiui: hic enim per ea quæ proximè ſunt demonſtrata, portionem intercipiet FH ipſi IL ſimilem; quod poſtulabatur. E

At facilius multò vtrumque exequemur, ſi vterque circulus, primitiuus ſcilicet & eius proiectura, ex eodem centro in plano quopiam deſcribantur, & per data alterius diuiſionum puncta rectæ ad centrum perducantur: hæ enim & alterum in eamdem rationem ſecabunt.

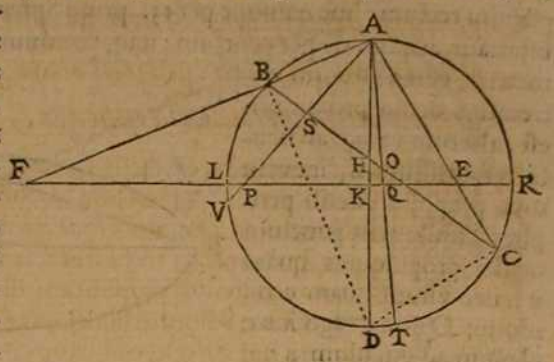
PROPOSITIO XCVI. THEOREMA.

Circulus ex obliquo aſpectu in circulum tranſcribitur, cuius centrum non idem eſt verum & apparens. F

SIT in ſphæra ABDC, cuius centrum K, circuli obliquè ſpectati diametrus BC, & planum quo proiectura excipi debeat FR rectis angulis adiunctum ei, quæ ab oculo A in K centrum ſphæræ procidit: vtrumque autem, nempe planum & circulus viſus, maximo ſphæræ circulo ABDC ad normam inſiſtant, in eoque communes ſectiones faciant rectas lineas BC & FR; ſitque proiecturæ diametrus FE radijs AB & AC ad planum vſque protenſis definita:

dico

A dico conum A B C, cuius baſis circulus ex diametro B C obliquè ſpectatus, plano E F ſubcontrariè ſecari, angulumque A B C angulo A E F, & A C B angulum ipſi A F E angulo æqualem eſſe. Ducta enim per ſphæræ centrum A D, iungantur B D & C D: quoniam igitur rectus eſt angulus A C D, vtpote in ſemicirculo per 31. tertij Euclidis, itemque A K E rectus ex conſtructione, & angulus D A C vtrique triangulo A C D & A K E communis, erit & reliquus A D C reliquo



B A E K æqualis: ſed cùm per 35. tertij Euclidis ſit rectangulũ A H D rectangulo B H C æquale, erit per 16. ſexti Euclidis vt A H ad B H, ita C H ad D H, anguluſque A H B angulo C H D æqualis per decimam quintam primi Euclidis: itaque per 6. ſexti Euclidis æquiangula ipſa triangula A H B & C H D: in quibus proinde angulus A B H angulo H D C erit æqualis: huic verò cùm æqualis oſtenſus ſit A E K, erit per communem notionem A E F angulus ipſi A B C angulo æqualis. At ſimili ratiocinandi modo oſtendi poteſt angulus A F E angulo A C B æqualis, quòd nimirum vterque vni

C tertio A D B ſit æqualis: triangula igitur A E F & A B C, quibus & C A F angulus communis eſt, ſunt æquiangula; ac propterea ſectio E F ſectioni B C ſimilis & ſubcontraria eſt: quocirca vti B C circulus eſt, ita erit & E F circulus per 28. lemma huius libri; quod erat demonſtrandum.

Quòd autem obliquæ circuli proiecturæ non idem ſit verum centrum & apparens, ex lemmate 31. perſpicuè patet: nam ſi primitiui circuli diametrus B C ſecetur bifariàm in O, & per O radius ad planum vſque F R protendatur cum eo concurrens in Q centrum apparens proiecturæ, hoc erit punctum illud quod primitiui circuli centrum repræſentat: at per iam citatum 31. lemma conſtat in cono ſcaleno, qualis eſt obliqui circuli radioſus aſpectus, ſi vna ſubcontrariarum ſectionum in duas ex æquo partes diſ-

D tribuatur, vt B C in O, alteram in partes inæquales diſſecari, vt F E in Q: non eſt ergo Q circuli, qui circum F E deſcribitur, verum centrum, cùm in vero circuli centro omnes diametri ſeſe bifariàm ſecent.

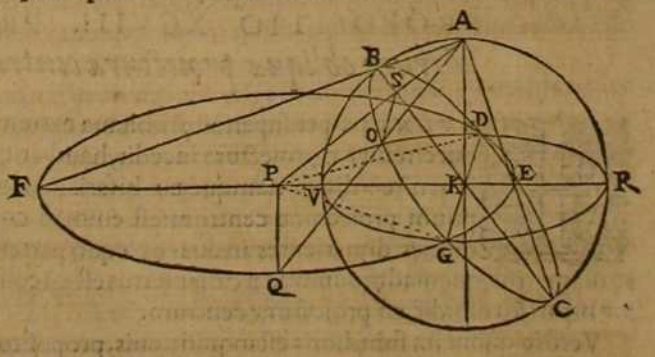
Deinde ſi proiectura F E bipartitò diuidatur in P, & ab oculo A in P radius procidat, qui primitiui circuli diametrum B C ſecet in S, palàm eſt per idem 31. lemma B C in S minimè ex æquo diuidi: quare S non erit primitiui circuli centrum: ac proinde cùm P ſit ipſius S proiectura, nec P apparens proiecturæ centrum erit; quod oſtendiſſe oportuit.

PROPOSITIO XCVII. PROBLEMA.

E *Circulum ex obliquo aſpectu in planum tranſcribere.*

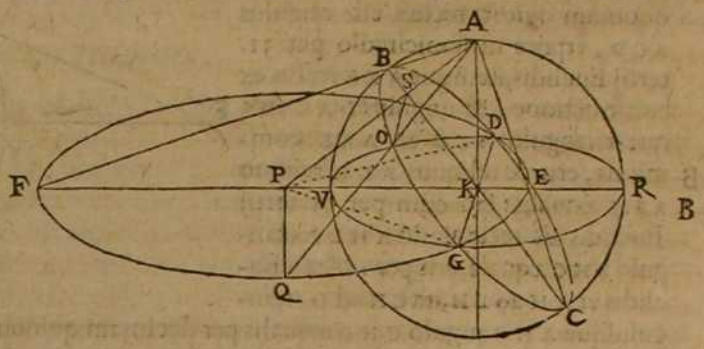
PER circuli obliquè expoſiti B O G C diametrum B C radij ab oculo A ad planum vſq; profundantur A E & A F ſectaque E F, in P bifariàm circa P centrum, interuallo autem P E vel P F circulus deſcribatur P Q G E: hunc dico eſſe pro-

F poſiti circuli obliqui B O G C proiecturam. Cùm enim per iam proximè demonſtrata ſit obliqui circuli proiectura circulus, & per 90. huius ſit recta linea F E proiectura ipſius B C diametri, erit & F E totius proiecti circuli A G E diametrus: quare in ea erit verum proiecturæ centrum; at non alio loco quàm vbi ea diuiditur bifariàm: igitur deſcriptus circa P, ad interuallum P E vel P F circulus primitiuum circulum B O G C obliquum in plano exhibebit.



Verùm vt ſciatur, quam in partem primitiui circuli diametrus proijcienda ſit, hac ar-

te vtendum erit: Per oculum axemque sphæræ planum ducatur ad propositi circuli planum rectum: hoc namque per 13. primi Sphæricorum Theodosij secabit circulum bifariàm, ac proinde per centrum: itaq; communis illius & circuli sectio, erit illa diametrus, cuius alterum extremũ B oculo proximum est, alterum verò C ab oculo remotissimum; ita vt in tota propositi circuli peripheria nullum sit punctum oculo propinquius quàm B, nec vllum quàm C remotius. Quoniã ergo A B C planum ad circulum B G C rectum est, erit A S quæ ad communem sectionem B C perpendicularis ducetur, ad ipsum quoque circulum recta: quare per 16. lemma libri quarti erit angulus A K B minimus illorum omnium, qui linea A K, eductisque è circuli centro K ad peripheriam semidiametris continetur: itaque per 33. sexti Euclidis peripheria A B minima est omnium illarũ quæ inter A & circuli B G C ambitum interiacent; atque idcircò B ipsi A proximum, C verò remotissimum est, quòd angulus A B K maximus sit per idem 16. lemma libri quarti: ideoque & arcus A C omnium maximus. Ex quo fit, vt & F E maxima sit diametrus per vtrumque, verum scilicet & apparens, projecturæ centrum incedens: circa quam proinde descriptus circulus F G E ipsum B G C circulum obliquum repræsentat: alioquin si alia quæpiam diametrus in plano reperta sit non maxima, exempli causa D G, vt circa eam projectura describatur, tertium aliquod punctum erit inuestigandum, & per tria data puncta circulus describetur, quemadmodum quinta propositio libri quarti Euclidis docet.



Porrò in maximorum circulorum obliquis projectionibus, descripto priùs V G R circulo ex directo obtutu, vt ex eo circuli obliqui projectio instituatur, satis erit alterum extremorum signorum inuenisse: nam cùm projectura circuli obliqui per communem intersectionem circulorum V G R & B G C transire debeat, reperto in linea E F puncto P æquè ab G & E dissito, necesse erit circulum per E & G ex centro P decircinatum per F simul transire.

Hinc facilè colligi potest omnem circuli obliqui projecturam ipso primitiuo circulo maiorem esse: quoniam enim non idem est eius verum centrum & apparens, licebit ex centro projecturæ P ad D & G extremitates diametri obliqui circuli B G C rectas lineas ducere P D & P G, quæ simul sumptæ æquales erunt ipsius projecturæ diametro F E: sunt autem per 20. primi Euclidis P D & P G ipsâ D G maiores: igitur projecturæ obliquæ diametrus F E primitiui circuli diametro D G maior est, proinde & projectura ipso primitiuo circulo obliquo maior.

PROPOSITIO XCVIII. PROBLEMA.

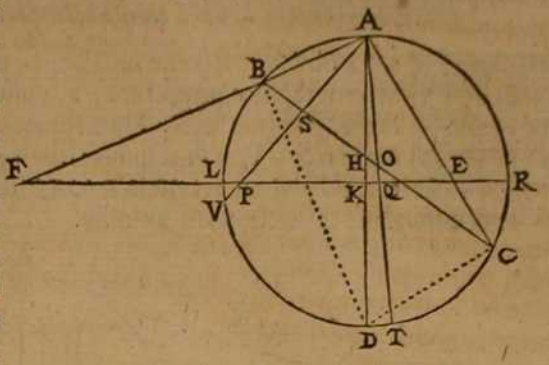
Verum obliquæ projecturæ centrum reperire.

INVENTIS per superius problema extremis punctis E & F, per quæ obliqui circuli B C projectura incedit, haud erit difficile centrum ipsius verum inuenire: diuisa namque E F bifariàm in P, constat P esse verum ac proprium projecturæ centrum: est enim id cuiusque circuli centrum, quod omnes dimetientes in duas ex æquo partes dispescit; est verò E F projecturę diametrus, quemadmodum & B C diametrus est circuli primitiui: igitur P, quod ipsam E F bipartitò diuidit, est projecturæ centrum.

Verùm quoniam subtilioris est inquisitionis, proposito circulo primitiuo B C ad aspectum obliquato, ipsius projecturæ naturale centrum in plano reperire, si necdum loca definita sint per quæ transeat; fiet id hoc pacto: Ab oculo A ducatur A P, quæ cum F E angulos faciat, iis quos A O efficit cum B C, similes, sic vt angulus A P E æqualis sit angulo A O C, & A P E angulus angulo A O B æqualis: dico peractum esse quod postulabatur, esseque P futuræ projecturæ proprium centrum. Cùm enim in triangulis A B O & A P E sint anguli A P E & A O B iam facti æquales, itemque anguli A B O & A E P æquales

ex

A ex ea hypotheſi, qua ſimilia eſſe triangula A B C & A E F propter ſubcontrariam ſectionem coni ſcaleni optici ſupponũtur, erit & reliquus angulus P A E reliquo B A O æqualis, quòd per 32. primi Euclidis tres vnius trianguli anguli tribus alterius ſint pares, vtpote duobus rectis æquales: quare per 4. ſexti Euclidis vt A B ad B O, ita ſe habet A E ad E P, & permutando vt A B ad A E, ita B O ad E P: ſed vt A B ad A E, ita quoque eſt B C ad E F ex hypo-



B theſi: igitur per 11. quinti Euclidis vt B O ad E P, ita eſt B C ad E F; & diuidendo per 17. quinti Euclidis vt B O ad O C, ita E P ad P F: at B O æqualis eſt O C: itaque & E P ipſi P F eſt æqualis; ex quo ſequitur P eſſe proprium proiecturæ centrum; quod erat inueniendum.

Deinde ſi ab oculo A ad primitiui circuli diametrum B C ducatur A S, ita vt angulos efficiat iis, quos A O producta in F E facit ad ſignum Q, ſimiles, peractum rurſus erit propoſitum. Nam producta A S in P futuræ proiecturæ centrum incidet, vbi nimirum E F bifariàm diuiditur. Quoniam enim A S B angulus æqualis ponitur angulo A Q E, eſtque

C A B S angulus angulo A E O æqualis propter triangulorum A B C & A E F ſimilitudinem, erit quoque reliquus angulus B A S reliquo angulo E A Q æqualis per 32. primi Euclidis; adiuncto igitur communi S A Q erit totus B A O toti E A P æqualis: cumque in iiſdem triangulis B A O, E A P ſint quoque anguli A B O & A E P æquales ex hypotheſi, erunt & reliqui A O B & A P E æquales: ac proinde ipſa triangula æquiangula vt priùs; in quibus propterea cùm latera B O & E P ad A B & A E eamdem rationem habeant quam B C ad E F, erit vt B O ad E P, ita B C ad E F, & permutando vt B O ad B C, ita E P ad E F, hoc eſt dimidium ad duplum: quocirca P centrum erit proiecturæ E F poſtulatum.

Omnium autem expeditiſſima ratio inueniendi centrum obliquæ proiecturæ, hæc erit, ſi producta A O in T, fiat B V arcus arcui C T æqualis: adiuncta enim A V ſecabit E F in

D proprio centro P. Nam quoniam per 27. tertij Euclid. æquales ſunt anguli B A S & E A Q, adiuncto communi angulo P A Q, erunt in triangulis B A O & E A P anguli B A O & E A P ad verticem æquales: ſunt verò & ex hypotheſi æquales A B O & A E P; igitur æquales ſunt & reliqui A O B & A P E, ipſaque triangula æquiangula: quare per 4. ſexti Euclidis vt A B ad B O, ita eſt A E ad E P; & viciſſim, vt A B ad A E, ſic B O ad E P: at vt A B ad A E, ita eſt B C ad E F ex hypotheſi: igitur per 11. quinti Euclidis vt B O ad E P, ita B C ad E F, & per 17. quinti Euclidis rationis diuiſione vt B O ad O C, ſic E P ad P F: ſed B O æqualis eſt O C: igitur E P ipſi P F eſt æqualis; ideoque vt ſuprà P eſt proprium proiecturæ centrum.

Ex quo perſpicuè fit, vt ſi ſumptus fuerit primitiuus circulus B C de numero maximorum qui in ſphæra ſunt circulorum, ducenda ſit A S ad rectos ipſi B C angulos. Cùm enim

E ex proximè demonſtratis conſtet A S in B C iiſdem angulis incidere debere, quibus ea quæ à viſu A per centrum primitiui circuli acta in planum procidit F R; ſitque per 6. primi Sphæricorum Theodoſij maximorum circulorum idem quod ſphæræ centrum K, vbi A K ad planum recta eſt, manifeſtè ſequitur & ipſius A S ad B C angulos rectos eſſe oportere.

Hinc etiam id colligi poteſt, quod propoſitione 96. oſtendimus, in obliquis maximorum circulorum proiecturis non idem eſſe centrum verum & apparens. Nam cùm A S ad B C ſecundùm rectos ducta ſit angulos, A O verò in eamdem B C angulis cadat obliquis, non vna erit eademque linea A S & A O: productæ igitur in diuerſa loca plani incident, quorum alter P centrum erit proiecturæ proprium, alter K centrum apparens.

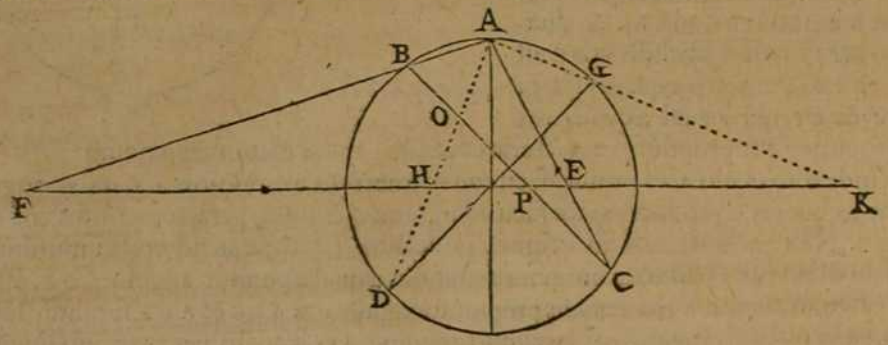
F Præterea cùm maximi obliqui circuli pars inter oculum, eumque circulum maximum qui directè videtur, cadat, pars verò vltra protendatur, neceſſe eſt eum radium, qui ab oculo ad remotiorem extremitatem circuli obliqui pertinet, intra proiecturam circuli directè ſpectati incidere, alterum autem, qui ad propinquiorem, extra procurrere: igitur maximi circuli obliqui proiectura circuli maximi directè ſpectati proiecturam ſecat. Sunt autem ambæ proiecturæ circuli, eorum proinde nequit idem eſſe proprium centrum per 5. tertij Euclidis: at proiecturæ obliquæ centrum apparens idem eſt quod proprium circuli primitiui; itaque illius non idem eſt centrum verum, ſeu proprium, & apparens.

PRO-

PROPOSITIO XCIX. PROBLEMA. A

Obliqui circuli Polos in plano ſtereographicè deſignare.

ESTO obliquus ſphæræ circulus B C orthographicè deſignatus, atque ipſius Stereographica proiectura E F, cuius oporteat Polos inuenire ſecundùm Stereographiæ leges. Ducatur axis D G ad rectos ipſi B C angulos: quoniam D & G Poli ſunt ipſius circuli primitiui B C, ſi per ipſos radij euibrentur, qui planum ſecent in H & K, erunt hi ipſius proiecturæ E F apparentes Poli per commune Proiectionum axioma. B



C

Abſque axis D G præſidio Poli quoque reperientur, ſi angulus E A F rectâ A D bifariàm diuidatur per 9. primi Euclidis, erit H, vbi A D planum interſecat, alter Polus: nam per 26. tertij Euclidis æquales ad circumferentiam anguli æqualibus peripheriis eiuſdem circuli inſiſtunt: igitur ſi bifariàm diuiſus ſit angulus E A F, erit quoque peripheria B D C in D ſecta bifariàm; ac proinde vt D circuli B C verus eſt Polus, ita H eſt proiecturæ Polus apparens.

Altero Polorum H inuento facile erit alterum aſſignare. Acta enim A G ipſi A H perpendiculari, productaque ad planum vſque, donec illud interſecet in K, erit K alter Polus, quem aſſignare oportebat. Nam cùm D A G rectus ſit angulus, erit D A G ſemicirculus; eodemque modo G C D ſemicirculus erit: igitur cùm Polus vnus ſit D, cuius data eſt proiectura H, erit alter Polus G, eiuſque proiectura K. D

Rurſus ſi E F ea ratione ſecetur in H, per 10. ſexti Euclidis, vt ſit E H ad H F quemadmodum A B ad A C: dico H alterum Polorum eſſe. Nam quoniam propter ſubcontrarias ſectiones trianguli C A F per lineas B C & E F, ſimilia ſunt triangula A B C & A E F, erit vt A B ad A C, ita A E ad A F. Cùm verò ſit per conſtructionem E H ad H F, vt A B ad A C, erit quoque per 11. quinti Euclidis E H ad A F, quemadmodum A E ad A F: quare per conuerſionem tertiæ propoſitionis ſexti Euclid. erit angulus E A F ſectus bifariàm; ac proinde æquales peripheriæ B D & D C per 26. tertij Euclidis; ideoque D primitiuus Polus, eiuſque proiectura H. E

Præterea abſcindat A H abs P B & P F æquales portiones P O & P H: dico H Polum eſſe circuli B C. Quoniam enim per 5. primi Euclidis æqualis eſt angulus P H O angulo P O H, hic verò æqualis A O B per 15. primi Euclidis, erit quoque P H O angulus angulo A O B æqualis: ſed in triangulis A E H & A B O præter hos æquales angulos, æquales quoque ſunt A E H & A B O propter triangulorum A B C & A E F ſimilitudinem: igitur & reliqui B A O & H A E inter ſe ſunt æquales per 32. primi Euclidis: quare per ea quæ iam oſtenſa ſunt, H Polus eſt; quod erat probandum.

CONSECTARIVM I. F

Obliquæ proiecturæ Polus ab vtroque centro, vero ſcilicet & apparente, diſtat.

EX dictis facilè colligi poteſt, obliquæ proiecturæ Polum ab vtroque centro, vero ſcilicet & apparente, diuerſum eſſe; quod ſigillatim oſtendendum eſt. Ac primò à vero ac proprio centro differre ſic demonſtrari poteſt: Quoniam angulus E A F per eam quæ ab oculo A ad Polum ſpectatum H protenditur, ſectus eſt bifariàm, erunt per 3. ſexti Euclidis

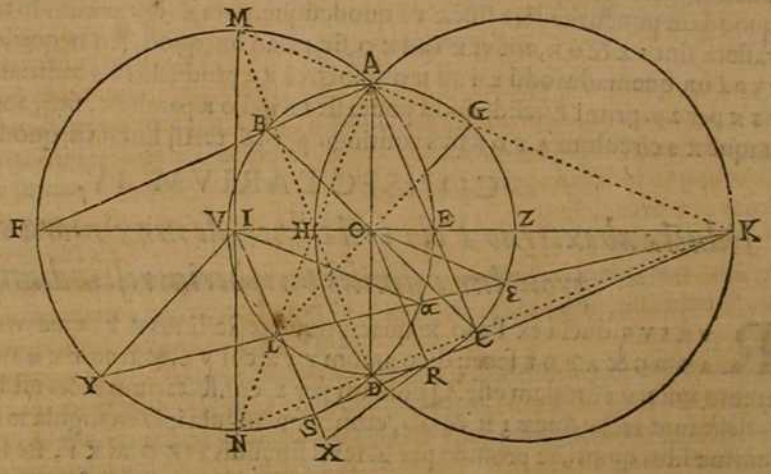
A clidis basis E F segmenta E H & H F lateribus A E & A F proportionalia: at latera A E & A F inæqualia inter se sunt, propterea quòd opticus conus, quo obliquus circulus B C aspicitur, scalenus sit: igitur & basis segmenta E H & H F inæqualia erunt; quocirca non potest H verum proiecturæ E F centrum esse.

Deinde aliud esse centrum apparens à Polo obliquæ proiecturæ E F, ex eo probatur, quòd ea quæ ab oculo A ad centrum apparens proiecturæ ducitur, ipsam B C secet bifariàm: cùm ergo in triangulo A B C inæqualia sint latera A B & A C, erit & angulus B A C non ex æquo diuisus per conuersionem quinti lemmatis libri 4. at per eam quæ ab oculo ad Polum apparentem ducitur, angulus B A C in duos ex æquo dispescitur; itaque non
B potest idem esse punctum H, seu Polus, & centrum proiecturæ apparens.

CONSECTARIVM II.

Quæ à cõmunibus sectionibus directa & obliqua proiecturæ maximorum circulorũ per Polos obliquæ proiecturæ producuntur rectæ lineæ, ea in extremitates diametri obliquæ proiecturæ terminãtur.

HVC etiam spectat ea obseruatio in maximorum circulorum proiecturis, A B D C quidem directa, obliqua verò A F D E, quòd ductę à cõmunibus intersectionibus A & D
C per H Polũ obliqui circuli rectæ lineæ A N & D M in diametrũ proiecturæ obliquæ ad signa M & N terminẽtur; quoniam enim angulus C A N ad vtriusque circuli
D A B D C & A F D E circumferẽtiam constituitur, erũt per 39. lemma huius arcus E N & C L angulo



N A C comprehensi similes: sed C L arcus est sui circuli quadrans, quòd à Polo L ad C peripheriam obliqui circuli B C protendatur: ergo & N E circuli A F D C quadrans erit: at simili modo recta D M quandrantem ab E intercipit E M: igitur iuncta M N diametrus erit circuli A F D E, ad quam rectæ A H & D H productæ perueniunt.

E Et si ab altero Polo K per A & D communes inter sectiones maximorum circulorum A B D C & A F D E rectæ protendantur K A, K D: dico illas quoque in diametrum M N obliquæ proiecturæ incidere. Quoniam enim M E & E N ostensi iam sunt quadrantes circuli A F D E, erit M E N semicirculus: quare qui in eo sunt anguli M A N & N D M recti sunt per 31. tertij Euclidis: sed & recti sunt H A K & H D K, vtpote in semicirculis: igitur per 14. primi Euclidis rectæ erunt ipsæ lineæ quæ ex K per A & D ad M & N protenduntur: vnde si inueniendi sint Poli obliquę proiecturæ A F D E, ducta diametro M N ad normam ipsi F E, ducantur N A & M D, item M A & N D protrahantur vsque in K, eruntque H & K Poli.

CONSECTARIVM III.

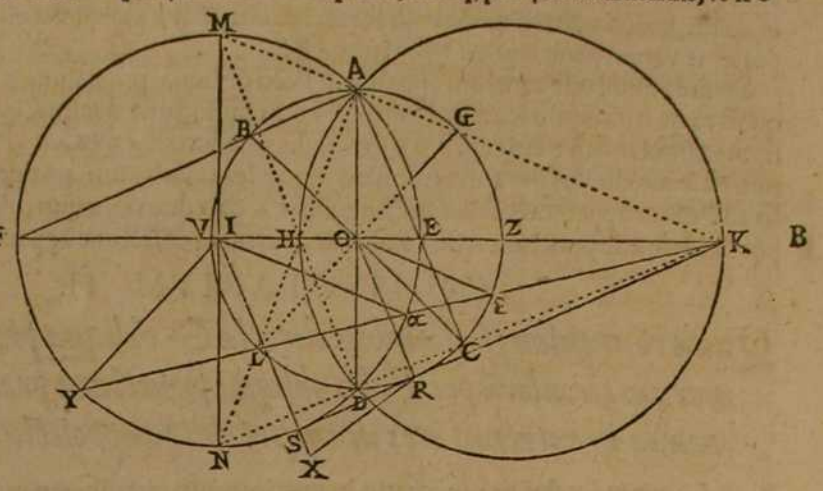
F

Si ab externo Polo educta recta linea directam proiecturam circuli maximi contingat, ea producta in contactum obliquæ proiecturæ maximi circuli incidet.

PRÆTEREA si recta K R circulum tangat in R, iuncta O R, ductaque I S ipsi O R parallela, dico eamdem K R productam circulum quoque A F D E in S contingere. Quoniam enim N I O & D O I recti sunt, erunt I N & O D parallelæ per 28. primi Euclidis:

at

at ostensum est consectario 2. rectam K D productam in N incidere: igitur æquiangula A
erunt triangula K O D & K I N per 4. lemma libri quinti; ideoq́; per 4. sexti Euclidis, vt K O ad K I, sic se habebit O D ad I N: sed I S ipsi I N, & O R ipsi O D sunt æquales per circuli definitionẽ: quare per 7. quinti Euclidis vt K I ad I N, ita eadẽ K I ad I S, & vt K O ad O D, ita K O ad O R, & permutando vt K I ad K O, ita I S ad O R: ergo quæ ex K ad R ducitur recta linea producta in S incidit: si enim negetur in S incidere, dicatur in aliud quoddam punctũ cadere lineæ I S quodcũque, puta X: igitur cùm in triangulo I K X pa- C
rallelæ sint I X & O R, erit vt K I ad K O, sic I X ad O R, quod fieri nequit, quia ostẽsa iam est I S ad O R quemadmodũ K I ad K O: quocirca K R producta in S cadit: at rectus est angulus I S K per 29. primi Euclid. quòd posita sit I S ipsi O R parallela, sitq́; angulus O R K rectus; itaque K S circulum A F D E in S contingit per 16. tertij Euclidis; quod erat probandum.



CONSECTARIVM IV.

Eductæ ab externo Polo rectæ lineæ, de maximorum circulorum proiecturis similes peripherias rescindunt.

RVRSVS ducta ex Polo K quacumque recta linea K Y, quæ vtrumque circulum D
A B D C & A F D E secet: dico arcum F Y arcui V L, & arcum E α arcui Z ε, item Y D α arcum ipsi L D ε similem esse. Quoniam per 2. consectarium recta est linea K D N, & parallelæ sunt rectæ lineæ I N & O D, erunt æquiangula ipsa triangula K I N & K O D per 4. lemma libri quinti, ac proinde per 4. sexti Euclidis vt K O ad K I, sic se habebit O D ad I N: iungantur ergo O L & I Y, quoniam æqualis est I Y ipsi I N, & O L ipsi O D per circuli definitionem, erit quoque vt K O ad O L, ita K I ad I Y per 7. tertij Euclidis: sed in triangulis K O L & K I Y communis est angulus K, reliquorum verò vterque I Y K & O L K, minor est recto, quòd K O L & K I Y maiores sint rectis: igitur per 7. sexti Euclidis æquiangula sunt ipsa K O L & K I Y triangula, quorum proinde æqualibus angulis K O L & K I Y similes arcus subtendentur L D Z & Y D E per 39. lemma: his autem sublatis à similibus E
semicirculis, relinquuntur arcus V L & F Y similes per 19. quinti Euclidis.

Simili prorsus modo ductis I α & O ε, cùm sit I α ipsi I N, & O ε ipsi O D æqualis, erit vt K I ad K O, ita I α ad O ε, & triangulum K I α triangulo K O ε per 7. sexti Euclid. æquiangulum, ideoque & arcus E α arcui Z ε similis per idem 39. lemma huius libri: si igitur à similibus semicirculis F D E & V D Z similes arcus detrahantur F Y, & E α, itemque V L & Z ε, relinquentur Y D α & L D ε similes; quæ omnia erant demonstranda.

PROPOSITIO C. PROBLEMA.

Circulum maximum ex obliquo aspectu descriptum in partes stereographicè distribuere. F

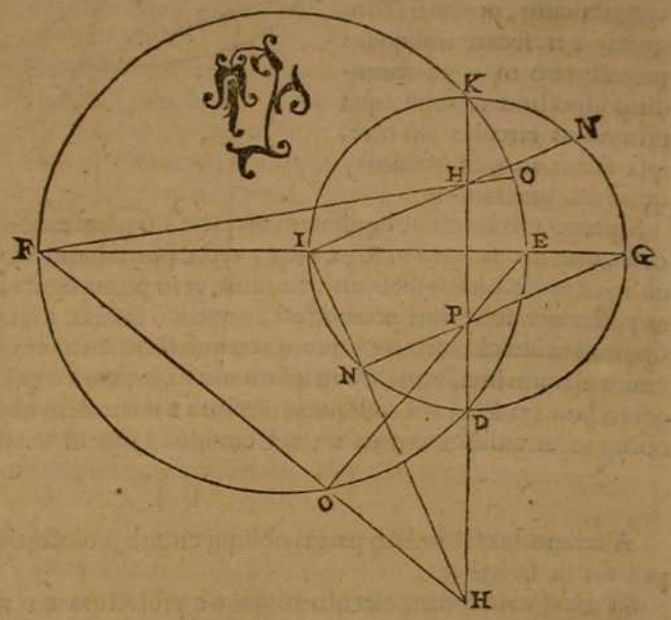
CONSTAT in primis si circulus quicumque maximus vnà cum illis circulis, qui per æquales ipsius partes, & vtrumque Polum incedunt, ex obliquo aspectu in planum transferibantur, proiecturam quoque primitiui circuli per intersecantium sese circulorum proiecturas repræsentando ex æquo diuidi. Nam eadem in proiecturis proprio pacto contingere est necesse, quæ in ipsarum primitiuis circulis antè sunt constituta: at quia laboriosa est hæc ratio, & sæpè propter immanes proiectorum circulorum amplitudines etiam impossibilis,

ea

A ea prętermiſſa, faciliores modos aliquot ſubijciemus, inter quos hunc, qui ceteris inuentionis acumine præſtat, primo loco proponemus.

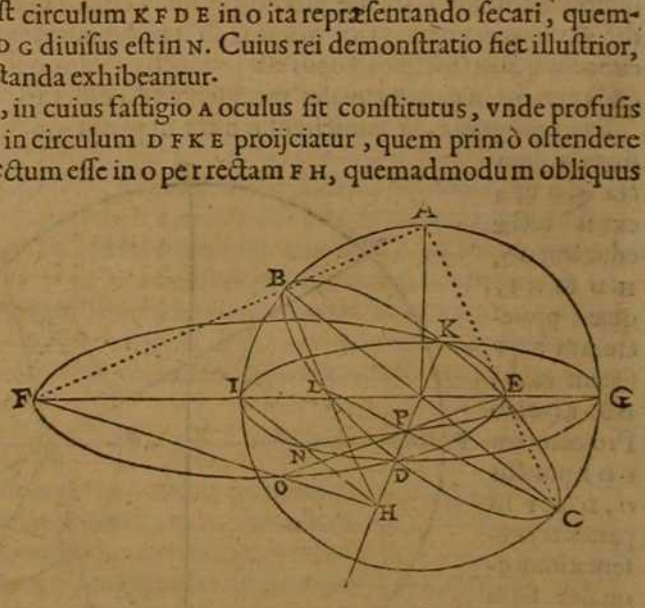
I.

Eſto in eodem plano deſcriptus circulus K I D G quidem vnus è maximis eorum qui in ſphęra ſunt, ex directo aſpectu proiectus: ſit verò & K F D E obliqui cuiuſpiam circuli etiam maximi proiectura, quę communem habeat cum K I D G circulo diametrum K D: ſitque proiectura K F D E in partes ita diſtribuen-



B da, vt eæ partibus obliqui circuli primitiui ſecundùm aſpectũ reſpondeant: ſecetur circulus K I D G in N eo modo, quo obliquus circulus primitiuus ſectus proponitur (quod quidem haud difficile erit factu, cùm ambo æquales ſint, vtpote C maximi) deinde producta communi diametro K D quantum opus erit, ab I per N recta agatur, quæ cum K D producta conueniat ad ſignum H; iuncta F H, quæ proiectum circulum K F D E ſecet in o: dico o ſignum eſſe diuiſionis poſtulatæ, hoc eſt circulum K F D E in o ita repræſentando ſecari, quem-D admodum reipſa circulus K I D G diuiſus eſt in N. Cuius rei demonſtratio fiet illuſtrior, ſi alio ſitu hæc ipſa oculis ſpectanda exhibeantur.

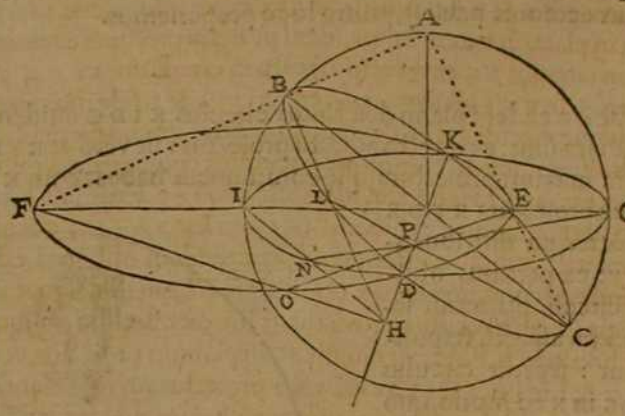
Exponatur ſphæra A B C G, in cuius faſtigio A oculus ſit conſtitutus, vnde profuſis radiis obliquus circulus B D C in circulum D F K E proijciatur, quem primò oſtendere oporteat, ita repræſentando ſectum eſſe in o per rectam F H, quemadmodum obliquus circulus B D C reipſa ſectus eſt in L per rectam B H: quoniam enim B H recta eſt linea, in oculum neutiquam incurrens quantumuis producatur, per-E ſpicuum eſt ipſam formâ rectæ lineæ in planum produci, cuius quidem alterum extremum erit H; ſiquidem in H primitiua linea B H plano occurrit, alterum verò F, quòd opticus radius A B in ſigno F planum attingat: igitur tota B H ipſi F H aſpectu congruit:



ſed & B L arcus arcui F O D ſecundùm aſpectum conuenit: itaque cõmunes quoque ſe-F ctiones, quibus rectæ lineæ B H & F H ſuorum circulorum peripherias interſecant, nempe L & O, in eumdem ſimul aſpectum incidunt.

Deinde ſi obliquum circulum B D C circa communem diametrum K D ceu conſiſtentem axem circumagi intelligas, futurum eſt aliquando, vt B in I, & C in G perueniat, totuſque circulus B D C K toti circulo I D G K vno in plano incumbat. Quod ſi factum concedatur, dico & B H ipſi I H exactè congruere, quòd nimirum B punctum in I cadat, reliquum autem punctum H vtriuſque circuli plano commune ſit, ideoque immotum permaneat. Cùm igitur circulus B D C circulo I D G, & recta B H rectæ I H congruant, erunt & puncta L & N vnum atque idem: quocircà circulus I D G per rectam I H in N eo-

dem prorſus modo ſecatur, quemadmodum B D C circulus in L per rectã B H. Si itaque A permutata vice circulus I D G in N ita ſecetur, quemadmodũ primitiuus circulus obliquus B D C ſectus proponitur, & I N ad communem vtriuſque diametrum K D producatur, donec cum eo in H congrediatur, probatũ relinquitur F H ſecare obliquam proiecturam in O ea ſecundùm aſpectum ratione, qua primitiuus circulus B D C reipſa ſectus in L ſupponitur; quod erat præſtandum.



B

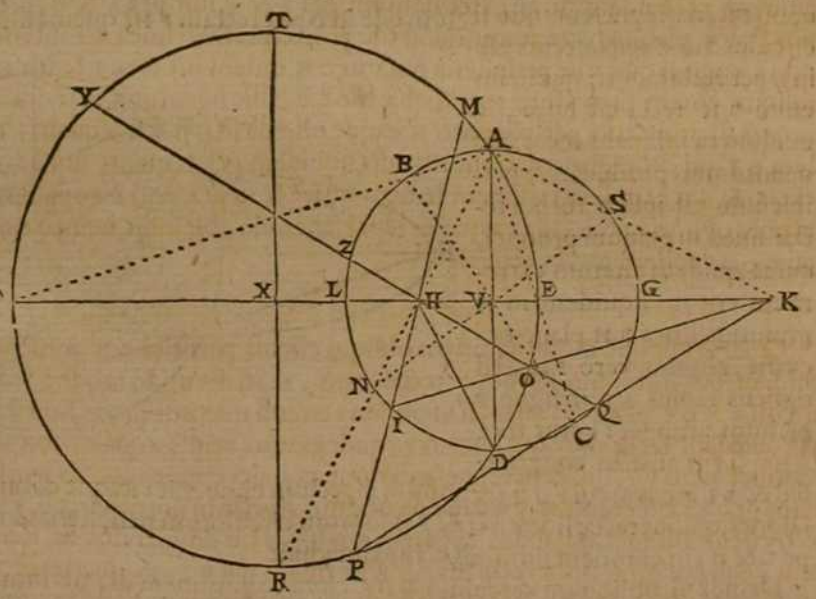
Si propter ſectionis obliquitatem nequeat I H per N exactè duci, ex G ad N recta euocetur, quæ K D ſecet in P, & ex E per P recta protrahatur E O: ſic inquam eadem ſectio obliquæ proiecturæ habebitur quæ priùs, vt in prima figura apparet, cuius demonſtratio ex poſteriore ſchemate petenda eſt, in quo E O ipſius C L eſt proiectura, & eo quem antè diximus motu circuli B D C circum K D quieſcentem axem, cùm circuli B D C & I D G in C vnum planum inciderint, C L in ipſam G N cadet: nam C ipſi G, & L ipſi N congruet: igitur per rectam E O ſecta erit obliqua proiectura F D E eadem ratione quoad aſpectum, qua obliquus circulus B D C in L, vel circulus I D G in N reipſa ſectus proponitur.

I I.

Alter modus ſecandi in partes obliqui circuli proiecturam, priore nihilo minùs expeditus ſic ſe habet.

Sit maximi in ſphæra circuli obliqui B C proiectura E D F, eiuſque Polus apparens ſeu internus H, ſit item A B D C proiectura illius circuli maximi, qui directè aſpectui obijcitur, & cuius diametrus L G. Si igitur ab H ad æquales reipſa partes circuli A B D C rectæ D euocentur, dico his quoad opus eſt productis ipſam quoque obliqui circuli B C proiecturam E D F in partes æquales repræſentando diſſecari.

Exempli gratia, ſit ſemicirculus G D L in partes Q, D & I æqualiter diſtributus, & per ſingula puncta Q, D & I ex H rectæ educãtur H Q, H D & H I, quæ proiecturam E D F ſecent in O, D & P: dico Proiecturam E D F punctis O, D & P in partes repræſentatione æquales ſectã eſſe, ſic vt F P tot gradus repræſentet, quot reipſa continet L I, & E O tot, quot G Q, totque D P & D O, quot D I & D Q; quarum ſingulæ ſingulis ſint repræſentatione æquales.



F

Nam cùm lemmate 33. oſtenſum ſit, circulos omnes, qui per aduerſos Polos duorum circulorum maximorum ducuntur, ipſos circulos ex æquo diuidere; oſtendẽdum nunc eſt id ipſum hoc loco accidere. Sint itaq; duorum circulorum maximorum diametri B C & L G, quorum alter B C ad aſpectum obliquus ſit, alter verò L G directus, huiuſque ſummus

A mus Polus A, illius autem imus Polus N, palàm per 33. lemma circulos omnes qui in ſphæra per A & N ducũtur, ſecare ex æquo ipſos B C & L G circulos: igitur ſi hi omnes circuli in planum extendantur, idem in his proiecturis eueniet, quod in primitiuis circulis. Nam circulus L G ex directo aſpectu in circulum A L D G producetur, & circulus obliquus B C in E D F incidet: at ceteri qui in A & N ſeſe interſecant, & per æquales portiones vtriuſque circuli B C & L G incedunt, in rectas lineas procident per 91. huius libri propoſitionem, quæ & commune habebunt congreſſionis punctum H, nempe ipſius Poli N proiecturam. Vides itaque, id ipſum quod 33. lemmate orthographicè oſtendimus, hoc loco ſtereographicè exhiberi; hoc enim loco A L D G circulus ille idem eſt, qui in citato
B lemmate 33. notatur litteris C D E; illic quidem obliquè Lectori oblatus, hîc verò directè. Deinde circulus hoc loco E D F ille ipſe eſt, qui illic ſignatur R D T V, vterque quidem ex obliquo aſpectu oculi A proiectus; at hîc directè, illic obliquè Lectori propoſitus. Denique hoc loco H Polus eſt circuli B C in planum proiectus, vt illic S Polus proiectus circuli F D G: & hîc linea H I P, vt ibi S K T proiecturam repræſentat circuli cuiuſpiam ex iis qui per aduerſos Polos propoſitorum circulorum ducuntur. Quare vt in lemmate illo S T ſecans circulum C D E, in K pariter ſecat obliqui circuli F D G proiecturam R D V in T; ita hîc H P ſecat & circulum A L D G in I, & obliquam proiecturam E D F in P. Cùm igitur in lemmate illo peripheria C K ſit æqualis peripheriæ F H, & V T ſit ipſius F H proiectura; perſpicuum eſt proiecturam D T V in T ita ſectam eſſe ſecundùm repræſentationem, vt
C D H F ſecta eſt reipſa in H. Quocirca in præſenti negotio ſi obliqui circuli Polus ſit H, conſtat rectas ab H per æquales portiones circuli G D L eductas ad æquales quoque partes proiecturæ E D F attinere; quas quidem æquales dico non reipſa, ſed repræſentatione: nam licet inæquales ſint, vt mox oſtendemus; tamen propter obliquam radiorum euibrationem vim habent æquales partes circuli obliqui B C repræſentandi.

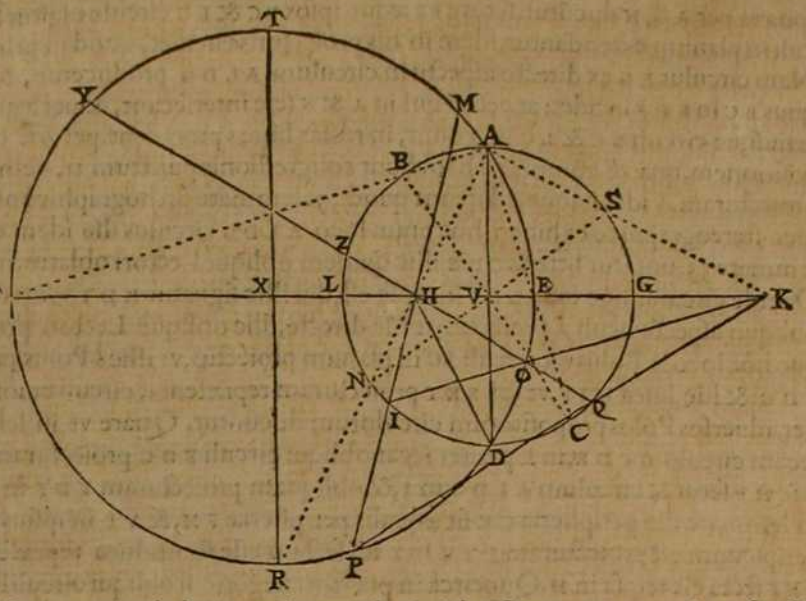
III.

Huic non omnino abſimilis eſt tertius modus diſtribuendi in partes datam obliqui circuli proiecturam, qui rectas ab externo Polo apparente educit: vt ſi propinquior oculo Polus ſit S, eiuſque proiectura K extra ſphæram procidens, & circulus G D L in Q, D & I
D ex æquo diuidatur; dico rectam K I ſecare proiectum circulum obliquum E D F in O, & K Q eamdem ſecare in P ſecundùm vnam eamdemque rationem: ſic vt E O ipſi L I, & F P ipſi G Q ſit repræſentatione æqualis; itemque D P æqualis ipſi D Q, & D O ipſi D I; ac omnino ſingulæ ſingulis, quæ in oppoſitis locis ſumuntur. Cuius rei demonſtratio ex lemmate 34. euidentiſſimè patet: nam hîc per A & S, illic per A & B, propinquos nimirum Polos, planum extenditur; quod hîc proiecturam in linea K I interſecat, vti illic in recta S K: igitur quæ illic peripheria notatur C K, eadem hîc eſt L I; & hîc K I, quæ illic S K; obliquæ autem proiecturæ portio quæ hîc E O, illic ſignatur R T: cùm itaque illic R T propria ſit proiectura peripheriæ G H, eaque oſtenſa ſit ipſi C K æqualis, erit quoque eadem R T ipſi C K repræſentatione æqualis; ſiquidem per 7. quinti Euclidis R T ad æqua-
E les C K & G H eamdem rationem habet: quare & in præſenti K I oppoſitas portiones directæ & obliquæ proiecturæ æquales repræſentando abſcindit, nempe E O ipſi L I, & F P ipſi G Q, ac eodem modo ceteras.

IV.

Quarto quoque modo eamdem obliqui circuli partitionem conſequemur, ductis quidem per internum Polum H rectis lineis, vt in ſecundo modo: ſed abſque directi circuli A B D C præſidio: nam ſi in obliqua circuli maximi proiectura E A F, præter E F alia quædam recta ducatur linea O Y, quot gradus reipſa æquales totius circuli A E D F continet arcus F Y, totidem repræſentatione æquales continet arcus E O; & contrà, quot
F veros gradus E O continet, tot capit ſecundùm aſpectum portio circuli F Y. Itaque ſi proiecti circuli obliqui quadrans apparens E D bifariàm diuidendus ſit, ducatur per X verum centrum proiecturæ recta linea T R normalis ipſi E F, & quadrans F T bifariàm ſecetur in Y, rectaque per H ducatur Y O: dico apparentem proiecturæ quadrantem E D in O ſecundùm aſpectum diuiſum eſſe bifariàm. Producatur enim Y O in Q: quoniam igitur per conſectarium 2. propoſitionis 99. huius libri A H producta incidit in R, alteram ſcilicet extremitatem diametri T R, eſtque T R ipſi A D parallela, quòd ambæ eidem E F ſint perpendiculares, erit per 12. lemma libri 4. vt X R ad V A, ita X H ad H V: quare per 40. lemma huius libri arcus G Q & F Y ſunt inter ſe ſimiles; ideoque G Q quemad-

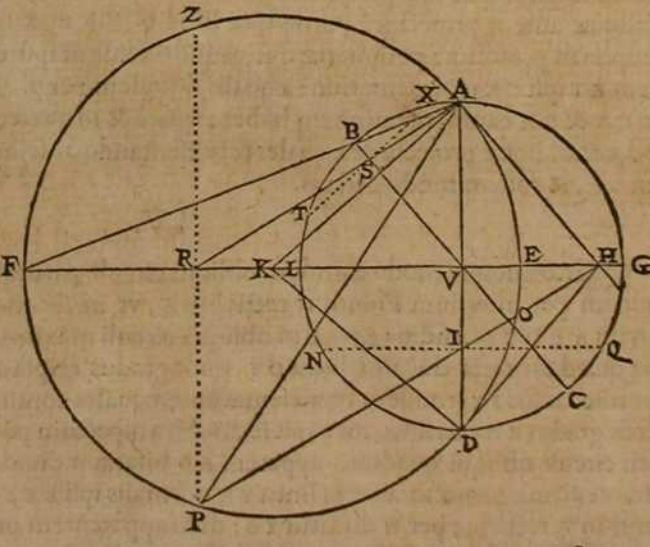
modum F Y dimidia eſt quadrantis portio : itaque cùm per ſecundum modum diuidendi obliquã maximi circuli proiecturam conſtet E O primitiuo arcui G Q repræſentationeſimilem eſſe, erit & E O arcui F Y ſecundùm aſpectũ ſimilis : eſt verò E D quadrantis proiectura, hæc ergo in O ita ſecta eſt repræſentãdo, vti F T in Y reipſa: ſic cùm per idem 40. lemma huius libri ſit arcus E O arcui L Z ſimilis, hoc eſt æqualem graduum numerum reipſa complectens; eſtque per 2. modum ſecandi in partes maximorum circulorum obliquas proiecturas F Y primitiuo arcui L Z repræſentatione æqualis, erit & arcui E O velut primitiuo idem arcus F Y ſecundùm aſpectum æqualis. A B C



Rurſus ſi proiecturæ quadrans D F bifariàm repræſentando diuidendus ſit: ſecetur quadrans verus E T reipſa bifariàm in M, & M H producatur in P: dico factum eſſe propoſitum, & quadrantem D F in P ſectum eſſe ſecundùm aſpectum bifariàm. Cùm enim per iam citatum lemma 40. huius libri ſit arcus L I arcui E M ſimilis, erit & L I dimidia quadrantis portio : at per 2. modum paulò antè propoſitum F P ipſi L I repræſentatione eſt æqualis: igitur quemadmodum E M reipſa quadrantis E T dimidia portio eſt, ita & repræſentando F P ipſius F D pars eſt dimidia. D

V.

Quintus modus ſecandi in partes obliquam proiecturam ex lemmate 35. originem habet: eſt autem eiuſmodi. Sit B C Orthographica ſpecies obliqui circuli, cuius proiectura ex oculo in A ſphæram contingente ſit A E D F; circulus autem ex directo aſpectu ſit A G D L communem habens cum obliqua proiectura diametrum A D : iam ſi quemadmodum ſectus proponitur circulus obliquus circum diametrum B C deſcriptus, ita diuidenda ſit ipſius proiectura A E D F; ſecetur circulus A G D L in N eo modo quo ſectus mente concipitur obliquus circulus circum B C deſcriptus; ſitque peripheriæ L N inuenienda portio obliquæ proiecturæ repræſentatione æqualis: agatur N Q ipſi L G parallela, quæ proinde diametrum A D ad rectos angulos ſecet in I: deinde ab oculo A ad planum parallela ipſi B C demittatur A H: dico rectam ex H per I productam ſecare circulum E D F in O & P, ſic vt E O & F P tum inter ſeſe, tum ipſis G Q & L N ſecundùm apparentiam ſint æquales. Nam per 35. lemma pla- E F



A ma planum A H P abſcindit de circumferentia obliqui circuli B C portiones æquales, cuiuſmodi in ſchemate lemmatis 35. eæ ſunt, quæ literis notantur F I & G H: at earumdem ſtereographicæ proiecturæ hic ſunt F P & E O, vti illic V P & R T: igitur in præſenti ſchemate F P & E O portiones æquales circuli obliqui primitiui B C repræſentat. Quòd autem portiones circuli A G D L, quæ hîc ſignantur G Q & L N, illic verò literis E L & C K, æquales ſint illis quas planum A P H reſecat à circuli obliqui peripheria, per 6. lemma huius libri perſpicuè poteſt demonſtrari; ſiquidem vt in ſchemate lemmatis 35. videre licet diametrus Z D, (quæ hîc notatur A D) vtrique circulo, directo ſcilicet C D E, & obliquo F D G communis eſt, planoq, A S P vno in puncto ſecatur, nempe in X, ac rurſus pla-
B no A V R vno in puncto ſecatur O: à quibus ſectionum punctis X & O, cùm perpendiculares ad vtriuſque circuli peripheriam excitatæ ſint F G & I H, itemque C E & K L, erit per iam citatum 6. lemma vt F I ad G H, ita C K ad E L: ſed F I æqualis eſt ipſi G H: igitur & C K ipſi E L eſt æqualis.

Ex quo patet, ſi circulus A G D L in partes æquales diuidatur, initio facto à G L; bina autem ſectionum loca æquè ab G L diſſita rectis lineis iungantur ipſi G L parallelis, cuiuſmodi hîc vna eſt N Q ſecans diametrum A D in I, nullo negotio ipſam quoque obliqui circuli B C proiecturam E D F in partes æquales repræſentando diuidi, ſi nimirum ab H per ſingula puncta, quibus A D à parallelis attingitur, rectæ traijciantur lineæ: hæ namq; & circulum E D F in partes repræſentatione æquales diſpeſcunt, cùm ſingulæ earum bi-
C nas vtrimque partes æquales aſſumant; vt iam eſt demonſtratum.

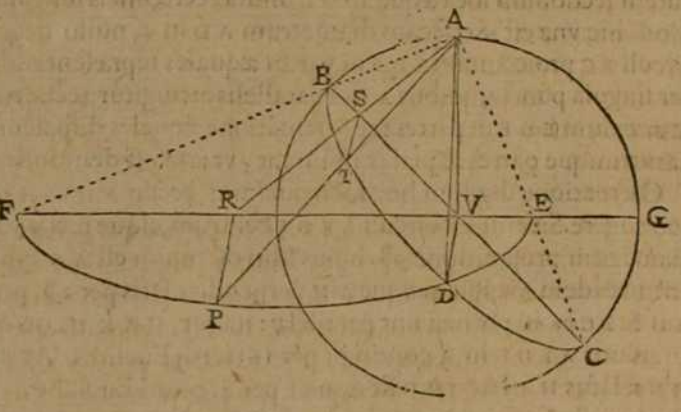
Oſeruatione dignum hoc loco ducimus, rectas A H & H D circulum A E D F in A & D contingere. Sit enim K circuli A E D F centrum, eiq́ue rectæ adiungantur A K & D K: quoniam igitur propoſitione 98. huius libri oſtenſum eſt A K ipſi B C perpendicularem eſſe, erit in eadem A K ipſi quoque A H perpendicularis per 29. primi Euclidis, quòd ſcilicet A H & B C ex hypotheſi ſint parallelæ: itaque H A K rectus eſt angulus; ac proinde H A circulum A E D F in A contingit per 16. tertij Euclidis. At cùm in triangulis H A K & H D K latus H A lateri H D ſit æquale per 4. primi Euclidis, (quòd videlicet circum rectos angulos A V H & D V H latera A V & V D per 3. tertij Euclidis ſint æqualia, latusq́ue H V commune) & eamdem ob cauſam ſit æquale latus A K lateri D K, baſisq́ue H K vtri-
D que communis, erit per 8. primi Euclidis & angulus H D K angulo H A K æqualis, hoc eſt rectus; atque idcirco H D circulum A E D F in D contingit per 16. tertij Euclidis.

Sed & hoc dignum eſt admiratione, quî fieri poſſit vt F E & P O productę concurrant in H, cùm parallelarum ſint proiecturæ. Si inquam parallelæ, quas F E & P O repræſentant, quantumuis productæ numquam concurrant, fieri omnino nequit vt punctum aliquod commune habeant: quo igitur pacto F E & P O productæ in commune punctum H incidunt? an puncto H ſignum aliquod primitiuis parallelis commune reſpondet? Inexplicabilis in ſpeciem eſt hic nodus, cùm & neceſſarium & impoſſibile ſimul concludere videatur: verùm haud difficilis erit eius diſſolutio, ſi ea quæ ad hanc rem præcipuè faciunt, in ſchemate lemmatis 35. oſtendantur: intelligas igitur Lector, quam hîc
E F E nominauimus, illic expreſſam literis V R; P O verò literis P T; parallelas autem, quas V R & P T repræſentant in circulo obliquo F D G, eſſe F G & I H. Explicandum ergo quo pacto coire V R & P T in S poſſint, cùm parallelarum F G & I H ſint proiecturæ. Reſpondeo punctum S non exhibere in plano punctum aliquod commune parallelis F G & I H, cùm hæ nil commune habeant; ſed nec habere quidem poſſint, licet infinitè producantur. Eſt porrò S velut negatio quædam, ſeu punctum illud, ad quod parallelæ, quamuis in infinitum protendantur, numquam tamen perueniunt: quæcumque autem in lineis V S & P S ſunt puncta præter S, omnia propriis quibuſdam punctis parallelarum F G & I H productarum reſpondent, ita vt parallelarum partes quò longiùs abſiſtunt, eò propiùs ipſi S proiectionum loca ſortiantur. Deinde eſt etiam punctũ S terminus ille, in quem re-
F motiores partes parallelarũ plano exceptæ ſenſim inclinant: conſtat enim parallelas F G & I H cùm obliquè oculo obijciantur, nequaquam in veras parallelas procidere: ergo remotiora illarum inuerualla magis ſemper magisq; cõtrahuntur: quare neceſſe eſt proiecturas ipſas in aliquod punctum cõtendere, nempe S, quo ipſarum inclinatio definiatur.

VI.

Sextus modus proximo non multò operoſior, reſumpto eodem ſuperiore ſchemate quinti modi ita explicatur: Sit idem qui ſuprà maximus ſphæræ circulus A B C G, qui & ſphæram repræſentet: ſit & alius circulus circa diametrum B C, ipſi quidem A B C G cir-

culo rectus, at secundùm oculi A aspectum obliquus: hic ita animo concipiendus est ac si in rectam lineam B C orthographicè profusus sit ex perpendiculari aspectu eius, qui hanc paginam directò intuetur. Sit autem eiusdem circuli B C Stereographica proiectura E D F, quam ita repræsentando secare oporteat, quemadmodum obliquus circulus primitiuus B C sectus proponitur: secetur B C in S per 12. propositionem libri huius, ea ratione vt S eam circuli obliqui sectionem orthographicè repræsentet, in quam is sectus supponitur; secetur inquam circulus A B C G in T, sic vt B T peripheriæ obliqui circuli propositæ sit æqualis, ex T verò ad diametrum B C perpendicularis ducatur T S: hæc ipsam B C in S ita secabit per 12. huius, vt S puncto orthographicè respondeat. Deinde punctum S ab oculo A in planum E F stereographicè transferatur; occurret autem ei in R: igitur ab R ducta perpendicularis R P, proiecturam F D E eo pacto secabit in P, quemadmodum obliquus circulus primitiuus circa B C initio sectus fuit in T; quod facilè poterit demonstrari, si peculiari schemate iidem circuli, mutata paululùm dispositione, spectandi exhibeantur. A B C



Sit obliqui circuli B D C Stereographica proiectura F D E, propositum autem sit obliqui circuli signum T in proiecturam F D E transcribere: ducatur T S ipsi B C perpendicularis, & ab A per S radius procidat, qui plano occurrat in R: erit igitur proiecturæ diametrus F E in R ita secta secundùm Stereographiæ leges, quemadmodum obliqui circuli B D C diametrus B C secta est in S per 6. libri huius. Quocirca ad R perpendicularis ipsi F E constituatur R P, quæ proiecturam F D E secet in P: dico P ipsius T proiecturam esse, & F D E in P ita repræsentando sectam esse, quemadmodum B D C circulus initio sectus proponitur in T. Quoniam enim A V plano F D E secundùm perpendiculum insistit, erit quod per ipsam ducitur planum A F E ad idem ipsum planum F D E rectum per 18. vndecimi Euclidis. Rursus quia planum obliqui circuli B D C ad planum A F E rectum est ex hypothesi, erit & T S, quæ ad B C communem vtriusque plani intersectionem rectis angulis adiuncta fuit, eidem plano A F E recta per 4. definitionem libri vndecimi Euclidis: sed & P R eamdem ob causam ad planum A F E recta erit: igitur T S & P R parallelæ inter se erunt per 6. vndecimi Euclidis: quare A S R in eodem est cum ipsis plano: sed A P cum A R & R P in vno est plano per 2. vndecimi Euclidis: itaque & T S in eodem est cum A P plano: quamobrem A P secat ipsam T S, at non alio in loco, quàm vbi eadem T S secat obliqui circuli B D C peripheriam, cùm punctum P in eadem circuli B D C peripheria radio A P proiectum sit: igitur A P per T transit: atque eapropter vt circulus D B C in T sectus est reipsa, ita circuli proiectura F D E repræsentando secta est in P; quod erat demonstrandum. D E F

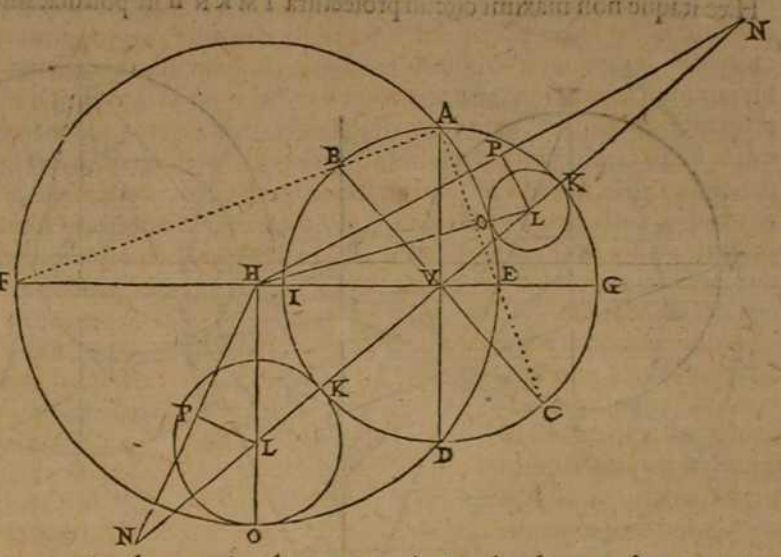
VII.

Septimus modus, quo quidem totus circulus in partes commodè secari non potest, sed tantùm quædam eius partes maiores designari, ex lemmate 36. pendet: is tametsi ceteris aliquantò impeditior esse videatur, habet tamen insignem contemplationem.

Esto obliqui circuli B C proiectura A E D F, in qua oporteat punctum designare, quod dato puncto circuli obliqui aspectu respondeat. Sumatur in circulo A B D C punctum K, sic vt arcus D K æqualis sit illi, qui in obliquo proponitur circulo, quique; in planum transscribi postulatur: ex centro V per K recta producatur, vsque dum fiat K N semidiametro proiecturæ H E vel H F æqualis: iunctaque H N bifariàm diuidatur in P, & ex P ipsi H N perpendicularis excitetur P L: dico H O, quæ ex obliquæ proiecturæ centro H per L traijcitur, auferre de obliqui circuli proiectura arcũ D O arcui D K repræsentatione æqualem. Nam cùm in triangulis L P H & L P N latus H P lateri P N ex constructione sit æquale, P L verò vtrique commune, & angulus L P H angulo L P N æqualis, vtpote rectus vterque, erit per 4. primi Euclid. & basis L H basi L N æqualis. Rursus cùm ex cõstructione æqua- F

lis

A lis sit K N ipsi H O, si ab his æqualibus æquales portiones detrahantur L H & L N, relinquentur L K & L O æquales: quare si centro L, interuallo autem L K vel L O circulus describatur, tanget is vtrumque circulum A B D C & A F D E, vti perspicuum est; & circulum quidē A B D C continget in K, circulum verò A F D E in O: nam per



B 11. tertij Euclidis H O per centra H & L acta, etiam per internū contactum transit, nempe O: sic V L, quæ per centra V & L traijcitur, in externū contactum K incidit per 12. tertij Euclidis: itaque circulus K O circulum A B D C in K, circulum verò A F D E in O contingit: quamobrem per 36. lemma huius libri æquales aspectu sunt arcus D O & D K; atque ideò obliqui circuli proiectura A F D E in O ita repræsentando secta est, quemadmodum circulus A B D C reipsa sectus est in K; quod erat faciendum.

C

Aliter idem consequemur, si producta vt priùs V K fiat K N æqualis semidiametro proiecturæ, iunctaque H N ducatur H O, sic vt angulus N H O angulo H N K sit æqualis. Hinc enim per 6. primi Euclidis ostendentur & latera L H & L N trianguli H L N æqualia esse: quare & cetera quæ iam dicta sunt, eodem ordine consequentur.

D

Ex his facile erit quamplurimos alios modos excogitare, quibus obliqua proiectura in partes repræsentando secari possit. Quot enim modis primitiuus circulus reipsa secatur in postulatas partes, totidem modis eius quoque diuidetur proiectura, si quæ in primitiuis circulis assumuntur, ea ipsa in plano stereographicè exhibeantur: nam, vti non semel diximus, eadem in proiecturis secundùm aspectum obueniunt, quæ in primitiuis circulis reipsa antè sunt constituta.

E

PROPOSITIO CI. PROBLEMA.

Circulum non maximum ex obliquo situ proiectum in partes repræsentando dissecare.

QVEMADMODVM circuli maximi, ita & non maximi pluribus modis in quaslibet partes secūdùm aspectum scindi possunt, qui omnes à primitiua sphæra proueniunt: nam vti paulò antè dicebamus, quot modis reipsa primitiui sphæræ circuli, totidem proiecti in propositas partes repræsentando distribuuntur. Verùm ne multitudo memoriam Lectoris obruat, ex

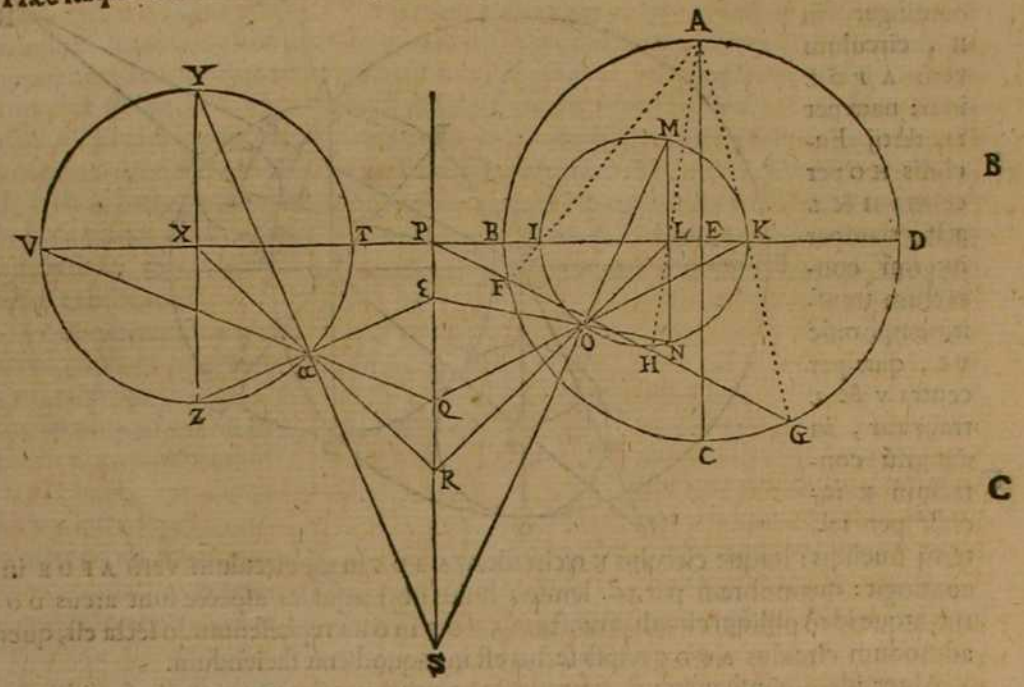
F innumeris paucos dumtaxat afferemus, eosque faciliores, atque ad vsum magis accommodatos, ac iis quodammodò similes, quibus maximos circulos secandos esse superiore propositione docuimus.

I.

Primus itaque modus, illiúque similis quem superiore propositione primo loco proposuimus, sic se habet: Esto maximus sphæræ circulus A B C D sphæram ipsam orthographicè repræsentans, in eoque F G sit circuli cuiusdam non maximi forma secundùm Orthographiæ leges in lineam proiecta, cuius centrum H, ductis ex H oculi loco radiis A F, A H, A G, qui rectam B D secent in I, L & K, erit circum I K descriptus circulus, circuli pri-

mitiui F G Stereographica proiectura per propositionem 96. & 97. eiusque centrum apparens L, ac vna quidem diametrus apparens I K, altera verò huic ad rectos excitata angulos M N. A

Hæc itaque non maximi circuli proiectura I M K N si in postulatam rationem secan-



da sit, producatur D B versus B infinitè, ac ipsa etiam G F producatur ex parte F, donec eum D B producta conueniat in P: deinde fiat P T ipsi P F, T V verò ipsi F G æqualis, & circum T V circulus describatur, qui ipsi F G circulo primitiuo proiecturæ I M K N æqualis erit, quod vtriusque diametrus T V & F G ponatur æqualis: tum per signum P ad rectos ipsi D V angulos constituatur P S in infinitum producta. Demum secetur circulus T V primùm quidem quadrifariàm per rectas T V & Y Z ad normam decussatas, quarum proinde communis intersectio X circuli centrum erit. Erit ergo huius circuli quadrans T Z quadranti proiecturæ I N repræsentatione æqualis, quoniam totus circulus T V primitiuo circulo F G est æqualis. Quare si quadrans T Z secetur vt lubet in α, & per α ex centro X recta ducatur, quæ ipsi P S occurrat in R; ab R verò eadem ad centrum proiecturæ L inflectatur, secans proiecti circuli peripheriam in o: dico o punctum puncto α aspectu respondere, idemque punctum haberi, si recta ab V per α ad Q, hinc verò ad punctum K reflectatur; vel si Y S in M, aut Z ε in N reducatur. D

Quod in hunc modum potest demonstrari: Quoniam circulus F G, itemq; planum B D in quod eius proiecta forma excipitur, recta sunt ad circulum A B C D, in cuius fastigio est oculus, si vtriusque circuli planum producatur, tandem sese intersecabunt, eritque illorum communis intersectio P S, eaque recta ad idem planum A B C D vndique productum per 19. vndecimi Euclidis: quare & ad V D communem huius & plani cui proiectura inscribitur intersectionem recta erit per 3. definitionem vndecimi Euclidis: quocirca si planum per S P G extensum, & in quo circulus primitiuus F G procumbit, circa P S velut quiescentem axem moueri intelligatur donec punctum F in T, & G in V, centrum autem H in centrum X, totusque circulus F G in circulum T Y V Z incidat (quod sanè eueniet, cùm posita sit P T ipsi P F, & T V ipsi F G æqualis) erit itaque circuli T Y V Z inuersus situs: nam punctum I ipsius T proiectura erit, & K ipsius V, & quadrans T Z primitiuus erit ipsius I N quadrantis, & Z V reliqui N K: sola autem puncta Y & Z proprium situm retinent; siquidem M ipsius Y, N verò ipsius Z est proiectura. Si itaque circulus F G secetur vt lubet, quemadmodum T Z in α, & per sectionis punctum à centro, vel cuiuspiam diametri extremitate recta ad P S educatur, hæc ad centrum proiecti circuli I K, vel ad extremitatem respondentis diametri inflexa secabit proiectum circulum in puncto o, quod puncto α secundùm aspectum respondet, vt ex eadem demonstratione apertè conuincitur, qua superiore propositione primum modum secandi in partes maximorum circulorum proiecturas explicauimus. E F

II. Se-

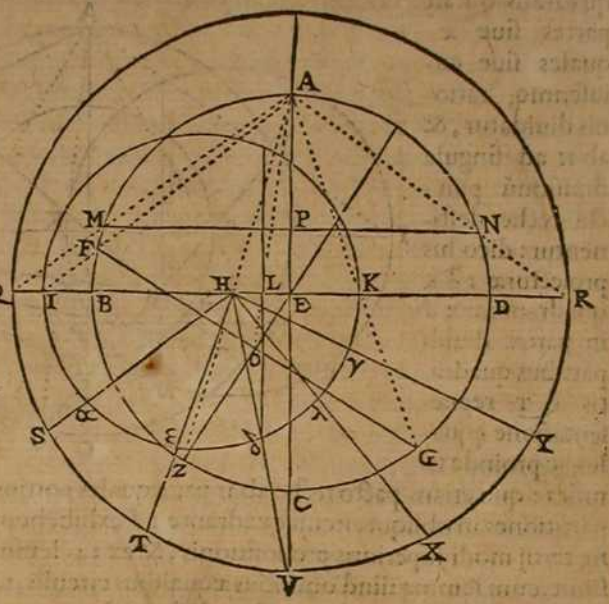
A

II.

Secundus modus omnium sanè expeditissimus is est, qui secundo modo præcedentis propositionis respondet. Sit vt priùs Æquator A B C D, cuius centrum E; sitque obliquus circulus non maximus I ♂ K ex primitiuo F G descriptus secundùm oculi constitutionem in A, cuius Polus H ex

B primitiuo Polo Z, & centrũ apparens L ex O centro primitiuo transumptum: fiat porrò E P ipsi E O æqualis, ducaturq; M N parallela ipsi B D, quæ tanto interuallo à cẽtro E distet, quanto F G; profusisque radijs A M Q & A N R circum Q R circulus describatur ex eodem centro E, qui proinde ipsius primitiui

C circuli M N proiectura erit. His peractis, secetur circulus Q R in partes æquales per puncta S, T, V, X, Y, quæ & repræsentatione



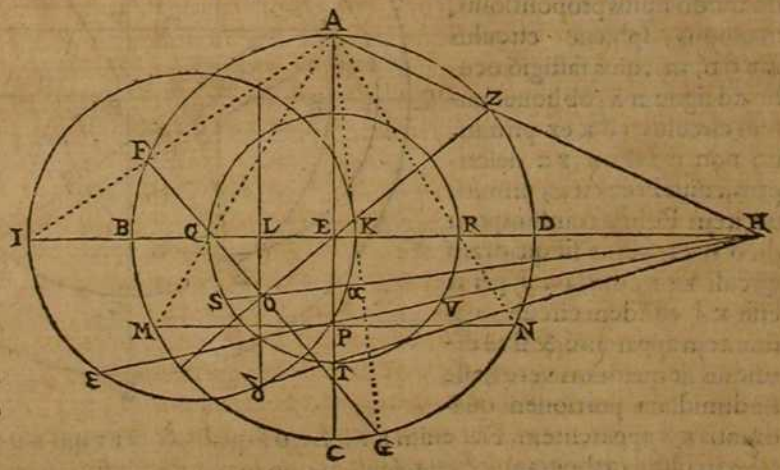
æquales inter se erunt per propositionem 94. huius libri; acceptoq; circuli I K Polo apparente H, rectæ ex H ad puncta secti circuli Q R destinentur, factumque erit quod postulatur: nam hæ ipsum quoque circulum I K in partes repræsentatione æquales distinguunt in punctis α, ε, ♂, λ, γ. Huius effectus demonstratio, quoniam similis prorsus est illi, qua superiore propositione maximos sphæræ circulos ex obliquo aspectu proiectos secundo loco in partes diuidi posse ostendimus, aperteque ex 33. lemmate sequitur; eam

D Lectori colligendam breuitatis causa relinquimus.

III.

Eodem pacto eductis ab externo Polo H lineis, circuli non maximi partitionem in obliqua proiectura instituemus. Esto idem qui suprà maximus sphæræ circulus A B C D, in

E eoq; circulus F G obliquus ad aspectũ A, & non maximus orthographicè in rectam lineam transcriptus, cẽtrum habens O, eius verò Stereographica proiectura sit I K,

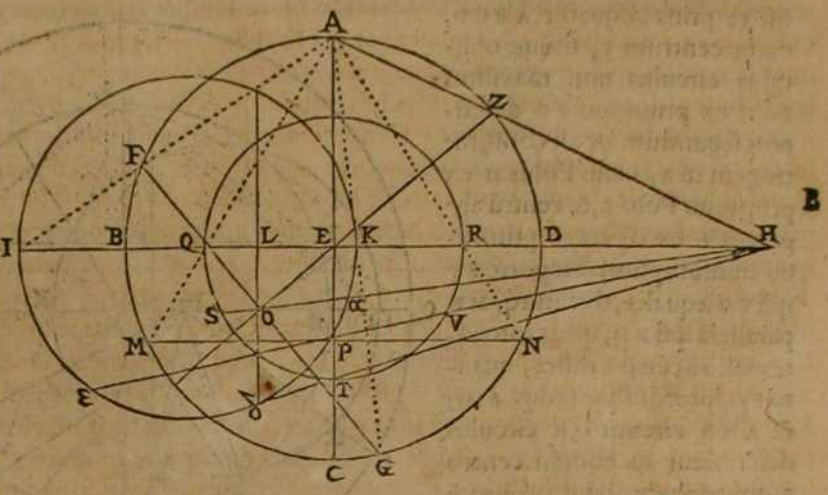


F externusque Polus H ex primitiuo Z proiectus, cuius beneficio obliquum circulum I K in datam rationem secare oporteat.

Fiat vt suprà E P ipsi E O æqualis, & per P recta ducatur M N ipsi B D parallela, quæ orthographicè circulum repræsentet non maximum Æquatori B D parallelum, & æquè ac F G à centro E disiunctum, ideoque ipsi F G æqualem per 6. primi Sphæricorum Theodosij: ipsius porrò M N Stereographica proiectura sit Q R radijs A Q M & A R N transumpta, cuius semicirculus Q T R bifariàm diuidatur in T, & ab H per T recta agatur H ♂: dico obliquæ proiecturæ I K semicirculum I ♂ K in ♂ bifariàm repræsentando diuidi. Deinde à puncto Q ad S arcus sumatur Q S graduum triginta: dico rectam H S abscin-

dere

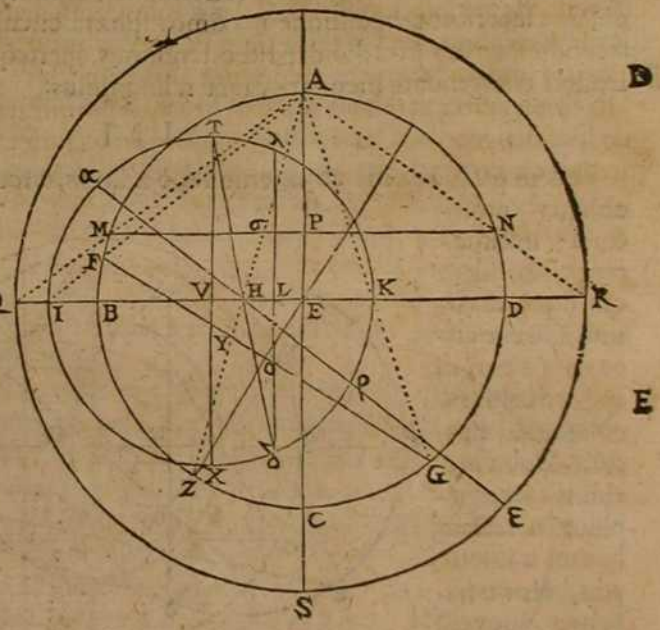
dere de proiectura obliqua arcum K α graduum triginta ſecundùm oculi repræſen- A
tationem. Rurſus fiat arcus R V ipſi Q S æqualis; dico & I ε, quem à proiecturæ
circumferentia abſcindit recta H ε, ipſi K α æqualem eſſe. Demum ſi circuli Q T R
quadrans Q T in partes ſiue æ-
quales ſiue cu-
iuſcumq; ratio-
nis diuidatur, &
ab H ad ſingula
diuiſionũ pun-
cta rectæ deſti-
nentur: dico his
proiecturæ I δ K
quadrantem K δ
in partes diuidi
partibus quadrã-
tis Q T repræ-
ſentatione æqua-
les; ac proinde ſi-



miles: quo etiam pacto rectæ ab H per æquales portiones quadrantis R T actæ, æquales C
partitiones in obliqui circuli quadrante I δ exhibebunt. Quæ omnia ex demonſtratione tertij modi ſuperioris propoſitionis, & ex 34. lemmate meridiana luce clariora exiſtunt, cùm lemma illud omnibus æqualibus circulis, tam non maximis quàm maximis vniuersè conueniat, & demonſtrandi forma iam propoſitione antecedente tradita ſit.

IV.

Rurſus ex quarto modo ſuperioris propoſitionis ſimilis praxis elici poteſt, qua non maximi circuli iuxtà ac maximi in partes æquales repręſentando ſecari poſſunt, rectis lineis ab æqualibus portionibus ipſiuſmet obliquæ proiecturæ per apparentem alterum Polum traiectis. Eſto vt in ſecundo modo huius propoſitionis, maximus ſphæræ circulus A B C D, in cuius faſtigio oculus ad ſignum A; obliquus autem circulus I δ K ex primitiuo non maximo F G deſcriptus, cuius Polus H ex primitiuo item Polo Z tranſumptus: dico ſi I T verus ſit quadrans circuli I T K, ducta T δ per H eſſe K δ eiuſdem circuli quadrantem apparentẽ; & ſi I α dimidius ſit quadrans verus, eſſe K ρ dimidiam portionem quadrantis K δ apparentem. Fiat enim Σ P ipſi Σ O æqualis, & per P ipſi B D parallela ducatur M N circulum orthographicè repręſentans non maximum, ipſi F G æqualem, ductiſq; radijs A M Q & A N R, circulus deſcribatur Q S R, qui ipſum M N ſtereographicè repræſentet. F



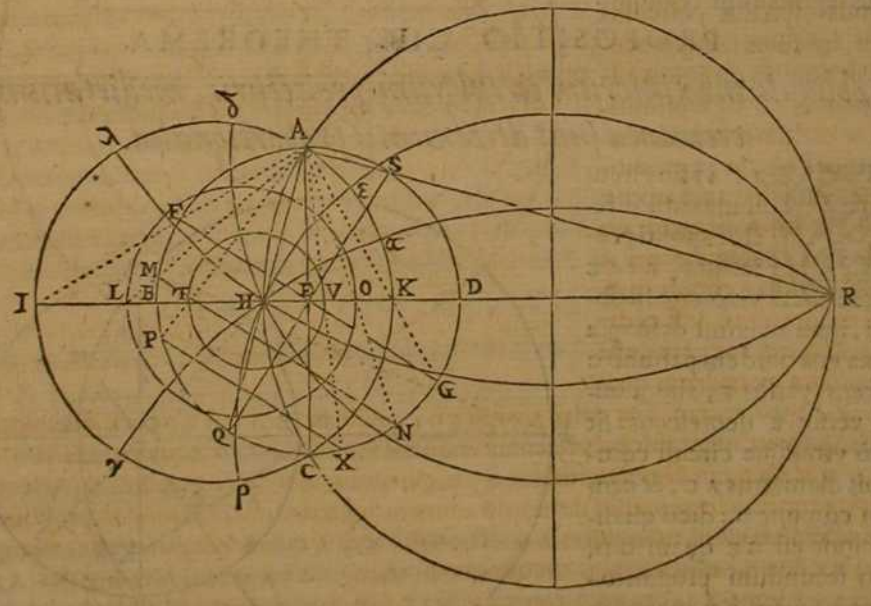
His ita conſtructis, propoſiti demonſtrationem aggrediamur. Quoniam propoſitione 96. oſtenſum eſt in triangulo I A G ſectiones I K & F G ſubcontrarias eſſe, triangulaque I A K & G A F æquiangula, erit quoque in triangulis I A H & G A Y, angulus A I H angulo A G Y æqualis: cùm verò arcus F Z & Z G ſint æquales, erit in iiſdem triangulis angulus quoque I A H angulo G A Y æqualis: quare & reliquus reliquo, ipſaque triangula æquiangula, eorum proinde latera proportionalia erunt per 4. ſexti Euclidis: igitur vt A I ad I H, ſic ſe habet A G ad G Y; & permutando, vt A I ad A G, ita I H ad G Y: ſed vt A I ad A G, ita quoque eſt I K ad G F propter triangulorum ſimilitudinem: itaque per 11. quinti Eu-

A ti Euclidis, vt I K ad G F, ita est I H ad G Y; vt autem I K ad G F, ita ipsarum dimidia I V ad G O per 15. quinti Euclid. quare per eamdem 11. quinti Eucl. vt I V ad I H, ita G O ad G Y, & diuidendo per 17. quinti Euclidis, vt I V ad V H, ita G O ad O Y. Rursus quoniam in triangulis A P σ & Z O Y anguli ad P & O recti sunt, ideoque æquales, itemque P A σ & O Z Y in Isosceles A E Z ad basin A Z æquales per 5. primi Euclidis, erunt & reliqui A σ P, Z Y O inter se æquales, ipsaque proinde triangula A P σ & Z O Y æquiangula, quorum proinde latera sunt proportionalia per 4. sexti Euclidis: sunt verò A P & Z O, quæ ab æqualibus A E & Z E ablatis æqualibus E P & E O relinquuntur, æqualia: igitur & P σ, O Y æqualia inter se erunt: at P N quoque & O G, nempe æqualium M N & F G dimidia, sunt inter se
B æqualia: igitur vt I V ad V H, ita quoque est N P ad P σ: sed vt N P ad P σ, ita est R E ad E H per 4. sexti Euclidis, adiuuante 4. lemmate libri quinti, quòd videlicet N σ parallela sit ipsi R H: quamobrem vt I V ad V H, ita se habet R E ad E H, & permutando vt I V semidiametrus ad R E semidiametrum, ita V H ad H E; atque idcircò per 40. lemma huius libri ducta T H S arcus R S & I T similes distinguit, hoc est vterque sui circuli quadrantem, cùm ergo per secundum superiorem modum sit K δ proiecti circuli portio arcui R S repræsentatione similis, erit K δ proiecturæ quadrans secundùm aspectum oculi in A constituti. Eodem modo quoniam I α & R ε similes sunt suorum circulorum portiones per idem 40. lemma, sitque per secundum superiorem modum K ρ ipsi R ε repræsentandi proprietate similis, erit K ρ tot graduum portio secundùm apparentiam, quot
C graduum reipsa est I α: ita ergo secta obliqui circuli non maximi proiectura in partes quotcumque, ductę à singulis per Polum apparentem H lineæ, æquales secundùm aspectum prioribus opposita extremitate signant.

De reliquis modis, quinto, sexto, & septimo superioris propositionis nil attinet dicere, cùm illorum praxes ac demonstrationes in circulis, tam non maximis quàm maximis, parem locum habeant.

Si autem plures simul paralleli circuli vna eademque opera in partes similes secundùm datam proportionem distribuendi sint, nulla alia commodiore ratione id fiet, quàm ductis per ipsorum Polos, & datas vnius paralleli partes circulis: hi namque, cùm illos repræsentent, qui per primitiuos Polos ducuntur, secabunt omnes proiectos circ-
D culos in eamdem rationem secundùm aspectum per 10. secundi Sphæric. Theodosij.

Exempli gratia, sit sphæra A B C D, in eaque primitiui aliquot circuli paralleli orthographicè designati F G, M N & P X, quorum proiecturæ circuli sunt circa diametros apparentes I K, L O & T V descripti, omniumque Poli H & R ex primitiuis Q & S transumpti.



Secetur iam per præcedentem propositionem vnus proiectorum parallelorum, puta A I C K, in partes æquales in punctis α, ε, A, δ & λ, perque tria puncta H α R circulus describatur ad punctum γ protensus; itemque alius describatur circulus per tria puncta H ε R, qui ad punctum ρ pertineat, sicque per cetera puncta circuli A I C K & vtrumque Polum

lum H & R circuli deſcribantur; dico hos per æquales quoque reliquorum omnium parallelorum ſectiones tranſire: nam in proiecturis id repræſentando contingit, quod in primitiuis circulis fit reipſa: at per 10. ſecundi Sphæricorum Theodoſij *ſi ſint in ſphæra paralleli circuli, per quorum Polos deſcribantur maximi circuli, parallelorum quidem circumferentiæ inter maximos circulos interceptæ, ſimiles ſunt; maximorum autem circulorum circumferentiæ inter parallelos circulos interceptæ, æquales.* A

PROPOSITIO CII. THEOREMA.

In obliquis circulorum proiecturis, præter eas medietates, quas vera diametrus dirimit, ceteræ omnes ſunt inter ſe inæquales. B

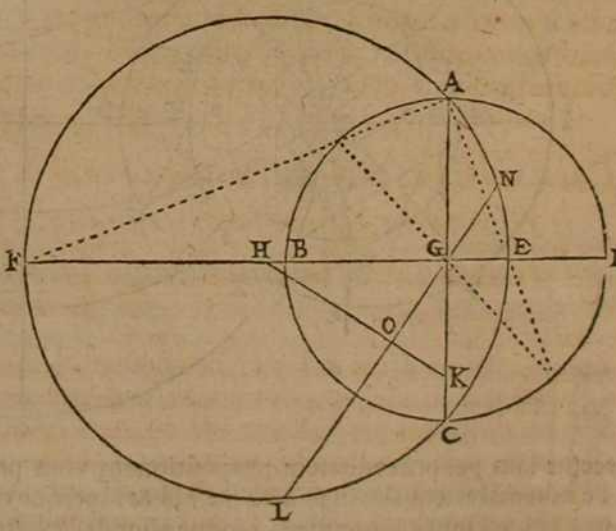
HOC in primis conſtat, obliquas proiecturas illis lineis, quæ per apparens centrum traijciuntur, bifariàm ſecundùm aſpectum diuidi: nam vti apparens proiecturæ centrum verum primitiui circuli centrum repræſentat, ſic quæ per apparens proiecturæ centrũ aguntur rectæ lineæ, primitiui circuli diametros exhibent: igitur quemadmodum primitiuus circulus veris diametris in ſemicirculos reipſa æquales, ita proiectura apparentibus diametris in ſemicirculos repræſentando æquales diſpeſcitur. Cùm autem propoſitione 96. oſtenſum ſit in obliquis proiecturis non idem eſſe verum centrum & apparens, neceſſe eſt vnam dumtaxat rectam lineam per vtrumque centrum traduci, quæ proinde ipſam in duas medietates reipſa æquales diuidat per 17. definitionem primi Euclidis; ceteræ ergo quæ per ſolum apparens, non verò etiam per proprium proiecturæ centrum tranſeunt, proiecturam in duas medietates inæquales ſecabunt. Si enim in duas partes æquales proiecturam diuiderent, eſſent eæ veri ſemicirculi, & rectæ illæ ſecantes propria appellatione diametri vocarentur per 18. definitionem primi Euclidis, quod fieri nequit, cùm oſtenſum iam ſit ipſas per verum centrum proiecturæ non tranſire. Itaque ceteræ apparentes diametri, verâ excepta, proiecturam non ex æquo, ſed in duas medietates inæquales ſecat, quæ tamen æquales primitiui circuli medietates repræſentant. C

Porrò vt vera diametrus ſecat proiecturam in medietates exactè æquales, quòd maxima ſit omnium illarum, quæ per centrum apparens ducuntur: ita quę hanc rectis ſecat angulis, quia minima eſt omnium illarum, quæ per apparens centrum aguntur, ſecat proiecturam in medietates maximè inæquales. Nam quæ minor eſt in circulo recta linea, ea longiùs diſtat à centro per 15. tertij Euclidis, ideoque hinc minus, illinc maius ſegmentum relinquit. D

PROPOSITIO CIII. THEOREMA.

In obliquis maximorum circulorum proiecturis, medietatum incrementa ſunt decrementis proportionalia. E

SIT ABCD circuli maximi directè expoſiti proiectura; AFCE verò circuli obliqui, item maximi deſcripta forma vna quidem parte ab G creſcens verſus F, altera autem verſus E decreſcens: ſit porrò vtriuſque circuli communis diametrus AC, & centrum cõmune G: dico quantò minor eſt GE quàm GD, tantò ſecundùm proportionem GF quàm GB maiorem eſſe. Quoniam enim A & C proiecturæ ſunt illorum punctorum, quibus ſeſe directus obliquuſque circulus in ſphæra reipſa interſecant, eſtque FE ad rectos ipſi AC angulos,



erunt

A erunt BAD & EAF ſemicirculi: quamobrem cùm in vtroque ſit AG ipſi FD perpendicularis, erit per 2. lemma huius libri AG media proportionalis, inter vtriuſque diametri BD & FE ſegmenta: quare vt GE ad GA, hoc eſt ad GD, ita eſt GA, id eſt GB ad GF; & per rationis conuerſionem vt GD ad GE, ita GF ad GB: quantò igitur GE ipsâ GD minor eſt, tantò eſt GF ipſa GB maior: & per rationis diuiſionem vt GE ad ED, ita ſe habet GB ad BF: quocircà in obliquis maximorum circulorum proiecturis medietatum incrementa decrementis ſunt proportionalia; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO CIV. THEOREMA.

B *In obliquis circulorum proiecturis apparentium diametrorum maxima quidem illa eſt, quæ per verum ſimul centrum incedit; minima verò, quæ maximæ eſt perpendicularis: at ceterarum illa maior, quæ centro vero propinquior; ſola autem minima bifariàm ſecatur.*

C APPARENTES diametros in obliquis circulorum proiecturis illas eſſe, quæ per apparens centrum ducuntur, ex proiectionis ratione nullo negotio probari poteſt. Cùm enim proiecturæ centrum apparens ſit punctum illud, quod primitiui circuli centrum repræſentat, vtpote quod radium ab oculo per centrum primitiui circuli profuſum ſuſcipit, erunt & lineæ rectæ quæ per centrum apparens proiecturæ traijciuntur, diametrorum primitiui circuli proiecturæ, quæ proinde & proiecti circuli apparentes diametri erunt.

Quoniam igitur per 96. propoſitionem libri huius obliquæ proiecturæ aliud ſit centrum verum, aliud apparens, fieri nequit, vt plures quàm vna recta linea per vtrumque centrum traducatur: ſiquidem à puncto ad punctum vnam dumtaxat rectam lineam ducere conceditur: dico igitur eam, quæ in ſuperiori ſchemate per vtrumq. centrum H & G incedit, EF maximam eſſe obliquæ proiecturæ AECF diametrum, quod ex 15. tertij Eucl. patet; eam verò quæ huic ad rectos eſt angulos AC, minimam eſſe: quæcumque
D enim præter EF & AC per G ducta fuerit, vt LN, maior ipſa AC in hunc modum demonſtrabitur: Ducatur ex H centro vero obliquæ proiecturæ recta linea HK ipſam LN rectis angulis ſecans in O: quoniam igitur ex hypotheſi rectus etiam eſt angulus HGK, erit per 8. ſexti Euclidis triangulum HGO toti triangulo HKG ſimile: quare vt HK ad HG, ita ſe habet eadem HG ad HO: ſed HK maior eſt ipſa HG, quòd per 47. primi Euclidis quadratum ex HK quadrato ex HG ſit maius: igitur & HG quàm HO eſt maior: quocircà longiùs à centro H diſtat AC quàm LN; atque ea propter LN quàm AC eſt maior per 15. tertij Euclidis. Quod cùm in ceteris quæ per G ducuntur diametris locum habeat, perſpicuum fit AC omnium minimam eſſe: at ceterarum illam maiorem eſſe, quæ centro H propinquior eſt, ex eadem 15. tertij Euclidis conuincitur.

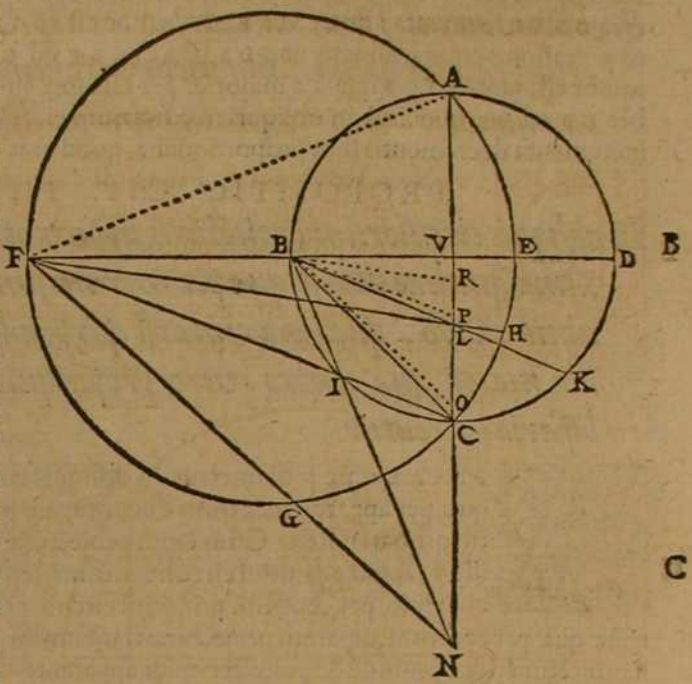
E Denique ſolam AC bifariàm ſecari in G, ex 3. tertij Euclidis patet: nam EF per centrum H extenſa, ſolam AC ex illis omnibus quæ per H non tranſeunt, ad rectos angulos ſecat: igitur ſolam AC ſecat bifariàm, quod vltimo loco propoſitum fuit: quare ex partium demonſtratione ipſa hæc propoſitio demonſtrata relinquitur.

PROPOSITIO CV. THEOREMA.

Partes obliquæ proiecturæ, quæ æqualibus partibus primitiui circuli reſpondent, continua ſerie inæquales ſunt: & quæ perpendiculari ab oculo in planum demiſſæ propiùs adiacent, remotioribus
F *ſunt minores.*

PLVRIMÆ, fateor, demonſtrationes in medium adferri poſſent confirmando propoſito idoneæ, præſertim ex ijs rationibus deſumptæ, quibus ſuprà propoſitione 101. obliquam proiecturam in partes ſecare docuimus; tamen ne multitudo probationum obſcuritatem inuehat potiùs, quàm certam perſpicuamque ſcientiam, è multis vnam dumtaxat gratia exempli proponemus, quam ſuggerit primus modus ſecandi obliquam proiecturam, propoſitione 101. explicatus.

Esto inquam communis sphæræ & plani intersectio circulus A B G D, in cuius centrum V perpendicularis ab oculo in planum demissa incidat: obliqua verò proiectura esto A E C F, quæ in partes secetur repræsentatione æquales secúdùm modũ propositione 100. primo loco explicatum: & ne partium numerus memoriam obruat, secentur quadrantes E C & C F singuli repræsentando bifariàm in G & H, sic vt totus semicirculus E C F quadrifariàm sectus sit: fiet autem id si primùm semicirculi B C D quadrantes bifariàm reipsà diuidantur in I & K; ex B verò per I, C & K, rectæ eijciantur B I, B C & B K, quæ productæ si opus fuerit, secent A C item productam in punctis N, C & L, vnde ad F reducantur lineæ N F, C F & L F,



quæ proiecturæ semicirculum E C F in partes repræsentando æquales secent ad signa G, C & H, vt in primo modo distribuendi in partes postulatas maximi circuli proiecturam propositione centesima suprà ostensum fuit.

Dico verò portionem C H quàm H E, & G C quàm C H, & sic deinceps continua serie remotiores à puncto V, cui perpendicularis ab oculo in planum demissa insistit, propinquioribus semper maiores esse. Quoniam enim æqualis est peripheria C K peripheriæ K D ex constructione, erit & angulus C B K angulo K B D æqualis per 27. tertij Euclidis, ac proinde per 3. sexti Euclidis vt B C ad B V, ita C L ad L V: sed per 37. lemma B C maior est quàm B V: itaque & C L quàm L V est maior. Rursus ducantur B R, B P & B O ipsis F L, F C & F N parallelæ, singulæ singulis: quoniam igitur B R parallela est ipsi F L, erit per 2. sexti Euclidis vt F B ad B V, sic L R ad R V: cùm ergo B propinquius sit centro V quàm F, erit & R quàm L, & B R quàm F L aut B L eidem V propinquior. Eodemque modo ostendetur B P propinquior centro V quàm B C aut F C, & B O propinquior eidem V quàm B N aut F N: igitur per 1. consectarium lemmatis 37. superiùs citati maior est proportio B C ad B V quàm B P ad B V; sed vt B P ad B V, ita se habet F C ad F V per 4. sexti Euclidis, quòd B P parallela posita sit ipsi F C, ac propterea sit triangulum B P V triangulo F C V æquiangulum per 4. lemma libri quinti: igitur B C ad B V maiorem quoque proportionem habet quàm F C ad F V: at ratio C L ad L V eadem est, quæ B C ad B V per 3. sexti Euclid. vti paulò antè ostensum est: itaque & C L ad L V maiorem habet rationem quàm F C ad F V: atque idcircò angulus C F L angulo L F V maior est: quare per vltimam sexti Euclidis & arcus C H arcu H E maior erit.

Simili verò modo ostendemus & arcum G C maiorem esse arcu C H: nam cùm æquales sint anguli N B C & C B K, qui æqualibus peripherijs I C & C K insistunt per 27. tertij Euclidis, erit per 3. sexti Euclidis vt N C ad C L, ita B N ad B L. Rursus cùm angulus N B L æqualis sit angulo C B V; angulus autem O B R angulo C B V minor, vt pars toto, erit N B L angulus angulo O B R maior: quare per consectarium 4. lemmatis 39. maiorem rationem habebit B N ad B L quàm B O ad B R: sed vt B O ad B R, ita est F N ad F L, quòd B O ipsi F N, & B R ipsi F L positæ sint parallelæ: igitur B N ad B L maiorem quoque rationem habebit quàm F N ad F L; ac proinde & N C ad C L quàm F N ad F L maiorem rationem habebit: quare angulus N F C angulo C F L est maior; ideoque & arcus G C maior arcu C H per vltimam sexti Euclidis. Cumque eodem modo in minoribus partibus locum habeat hæc demonstratio, probatum relinquitur partes obliquæ proiecturæ, quæ æqualibus primitiui circuli partibus respondent, continuata serie inæquales esse, ac minores semper illas, quæ perpendiculari ab oculo in planum demissæ propiùs adiacent; quod erat demonstrandum.

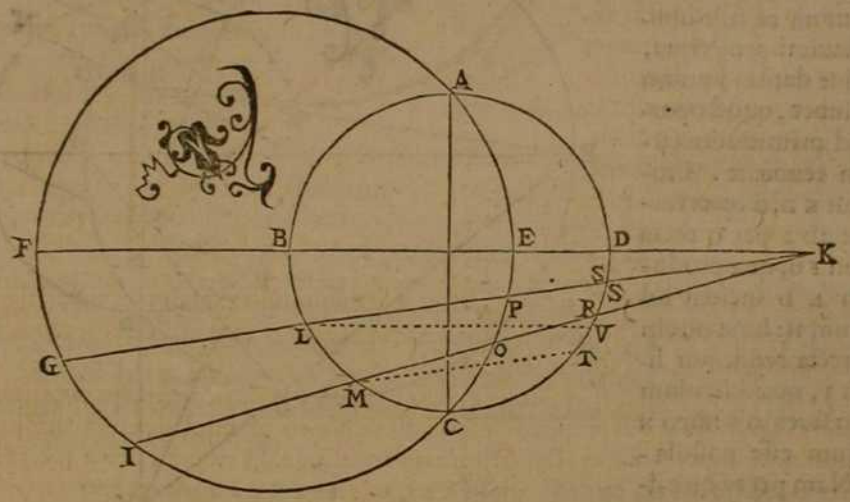
PRO-

A

PROPOSITIO CVI. THEOREMA.

Si obliqua circuli proiectura in partes repræsentando distribuatur, erunt eæ, quæ in maxima medietate sunt, partibus primitiui circuli maiores; eæ verò quæ in minima sunt medietate, minores.

B DESCRIBATVR vt suprà maximi cuiuspiam obliqui circuli proiectura A F C E; circulus autem A B C D sit communis intersectio sphæræ & plani, ipseque maximus, ac primitiuo circulo obliquo æqualis: sitque K externus obliquæ proiecturæ Polus: à quo si rectæ educantur K G & K I, secantes vtrumque circulum; perspicuum est per tertium modum distribuendi in partes obliquas proiecturas propositione 100. explicatum F G ipsi D S, & G I ipsi



S R repræsentatione æquales esse; itemque B L & L M, ipsis E P & P O repræsentatione æquales: at maiorem esse F G ipsâ D S, & G I ipsâ S R, ac sic de ceteris, quod in hunc modum potest demonstrari:

Per 4. consectarium propositionis 99. constat peripheriam F G peripheriæ B L, & G I ipsi L M, itemque E P & P O ipsis D S & S R similes esse: sed maior est circulus A F C E circulo A B C D: itaque F G ipsâ B L, & G I ipsâ L M, & I C reliquâ M C maior existit: at D S minor est quàm B L; ductâ enim L V ipsi B D parallela, æqualis est D V ipsi B L: at minor est D S quàm D V, vt pars totâ: igitur D S ipsâ quoque B L minor est; ac proinde F G multò
E quàm D S maior est: eodemque modo minor est S R ipsâ L M; ductâ enim M T ipsi L S parallela æqualis est S T ipsi L M: sed S R minor est quàm S T: quare & quàm L M minor S R erit, hac proinde G I multò maior erit. Atque eodem modo in ceteris locum habet hæc demonstratio; igitur partes obliquæ proiecturæ, quæ in maxima medietate sunt, ipsis primitiui circuli partibus sunt maiores.

Rursus per eumdem tertium modum diuidendi in partes obliqui circuli proiecturam propositione 100. traditum, constat E P & P O ipsis B L & L M repræsentando æquales esse: est verò E P minor quàm D V, hoc est quàm B L; & P O quàm S T, hoc est quàm L M minor: ac simili modo se res habet in ceteris; igitur partes quæ in minima medietate obliquæ proiecturæ sunt, primitiuis circuli obliqui partibus sunt minores.

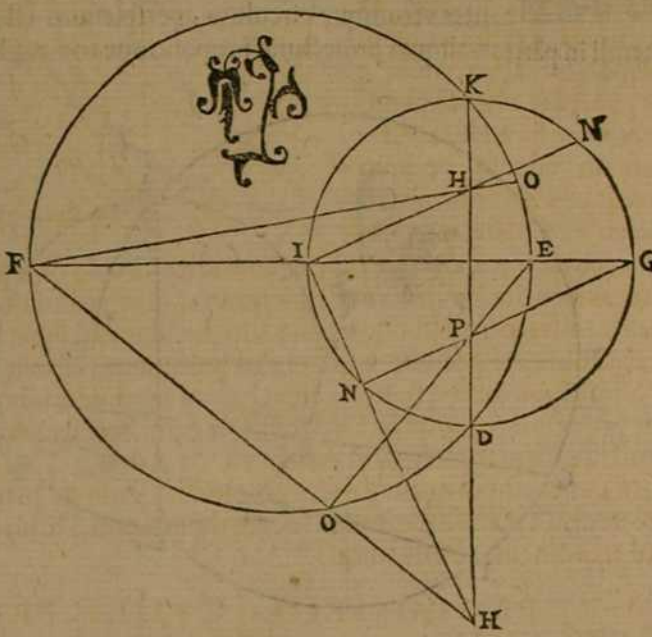
F Qua in re hoc præcipuè obseruatione dignum est, partes quæ maximæ diametro vi-sæ F E propiùs adiacent, à primitiui circuli partibus maiore excessu defectúve distare. Cùm enim per proximè antecedentem propositionem æquales partes, in quas obliqua proiectura repræsentando secatur, ab F ad E continuo decremento minuantur, ab E verò ad F continuò augeantur, fit vt prope maximam diametrum F E maxima incrementa & decrementa contingant: quare iuxta F partes obliquæ proiecturæ A F C E primitiui circuli partes amplissimo interuallo excedùt; iuxta E autem ab iisdem plurimum deficiunt: quò verò ipsi A vel C propinquiores fuerint, eò propiùs ad æqualitatem accedent, si illæ inter se comparentur, quæ ad easdem partes sibi mutuò secundùm aspectum respondent.

PROPOSITIO CVII. PROBLEMA. A

Partes circuli ex obliquo aſpectu proiecti ad primitiuum circulum reducere.

VT I propoſitione 100. & 101. partes obliqui circuli in propriam ipſius proiecturam variis modis tranſlatæ ſunt, ita viciſſim retrocommeando per eaſdem operationes, proiecturæ partes ad primitiuum circulum poſſunt reuocari.

Nam vt à primo modo ordiamur; ſit K I D G circulus ſphæræ maximus ex directo aſpectu proiectus, & in communem ſphæræ & plani ſectionem incidens; ſit item K F D E circuli obliqui maximi proiectura, in eaque datum ſignum O, vt lubet, quod oporteat ad primitiuum circulum reuocare. Producatur K D, ſi opus fuerit, & ab F per O recta ducatur F O, quæ producta in K D incidat ad punctum H: hinc autem ad I recta reducatur linea H I, quæ circulum K I D G ſecet in N: dico N punctum eſſe poſtulatum. Nam per ea quæ illic ſunt demonſtrata, rectæ, quæ ab F & I ad communem vtriuſq; circuli K I D G & K F D E interſectionem ducuntur, ſecant eoſdem circulos in partes repræſentatione æquales, F H quidem obliquam proiecturam in O, I H autem circulum directum in N: at circulus directus K I D G in N per rectam I H in eamdem rationem ſecatur, in quam obliquus circulus per rectam ab H ad primitiuum punctũ ſigni F ductam, ſeu cuius H F propria eſt proiectura, vt ex demonſtratione eiuſdem primi modi propoſ. 100. in poſteriore ſchemate facilè intelligi poteſt.



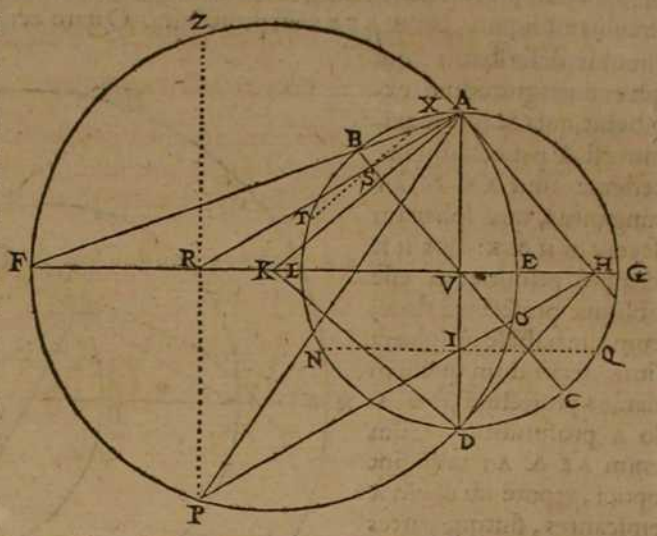
B C D

Deinde ex inuerſa operatione ſecundi modi eamdem partium reductionem conſequemur. Vt ſi in ſchemate eiuſdem ſecundi modi (in quo A L D G communis eſt ſectio ſphæræ & plani; A F D E verò obliqua proiectura) datum ſit punctum P, eique poſtuletur reciprocum dari in circulo A L D G, qui obliquo circulo primitiuo proiecturæ A F D E æqualis eſt: quæratur obliquæ proiecturæ A F D E internus Polus H per 99. huius, iungaturque H P; hæc vbi circulum A L D G ſecat, ibi punctum I exhibet poſtulatum. Nam eadem propoſitione oſtenſum eſt rectas omnes, quæ à Polo H euocantur, planorum per oculum & Polum remotiorem N tranſeuntium proiecturas eſſe; ipſa autem vtrumque circulum, obliquum ſcilicet, cuius proiectura eſt, A F D E, & directum A L D G in partes æquales diſſecare: quare neceſſe eſt eorumdem planorum proiecturas, hoc eſt rectas à Polo apparente H ad data ſigna obliquæ proiecturæ eductas, vna eademque opera circulum quoque A L D G ita ſecare, vt eis æquales in circulo obliquo primitiuo partes datis proiecturæ partibus ſecundùm aſpectum reſpondeant: quæ omnia ex ſuperiùs demonſtratis fient clariora, ſi non ſit graue ea breui repetitione in memoriam reuocare. E F

Similis ratio ſectionis erit, ſi ab externo Polo K ad datum punctum P obliquæ proiecturæ A F D E recta ducatur. Hæc enim ſecabit circulum A L D G in Q ea ratione, vt quæ ipſi in primitiuo circulo obliquo reſpondet, in punctum P radiorum profuſione deportetur, vt ibidem in tertio modo fuſiùs eſt demonſtratum; eademque ratio in quarto modo tenenda erit.

Per quintum modum eamdem partium reductionem exequemur hoc pacto: Sit ſphæra A L D G, in eaque obliquus circulus B C, cuius proiectura A F D E; oporteat autem datum

A datum in proiectura punctum P ad primitiuum circulum B C, aut ei æqualem A L D G reducere. Ex A, in quo oculus, recta agatur A H ipſi B C parallela, & P H iungatur, quæ ipſam A D ſecet in I, perque I parallela ducatur ipſi L G: hæc circulũ A L D G ſecabit in N punctum ipſi P aſpectu reſpondens: quæ



B etiam praxis non alia indiget demonſtratione, quàm illa ipſa, qua ibidem ex lemmate 35. oſtendimus plana omnia per viſum A & punctũ H extenſa, cuiuſmodi hoc loco eſt A H P, facere in circulo obliquo communẽ ſectionem diametro B C parallelam, qua-

C lis in circulo A L D G eſt Q N; & ab eodem circulo obliquo reſcindere vtrimque peripherias æquales à punctis B & C inchoatas, quæ profuſione eiuſdem radioſi plani A H P in circumferentiam obliquæ proiecturæ incidunt ad ſigna P & O: itaq; hoc etiam modo licebit obliquæ proiecturæ partes ad primitiuum circulum reuocare.

Similis porrò ratio tenenda eſt in ceteris modis omnibus, quibus obliqua quæcumque proiectura in partes ſecari poteſt: ſola enim operationis reciprocatio partes proiecturæ ad originem reducit; & vt eadem eſt via Athenis Thebas, & Thebis Athenas; ſic idem radius eſt, per quem partes à primitiuo circulo ad planum vſque deportantur, & quo iterùm à plano in priſtinum locum reſtituuntur. De his igitur tantùm; nunc cœptum rerum ordinem proſequamur.

D

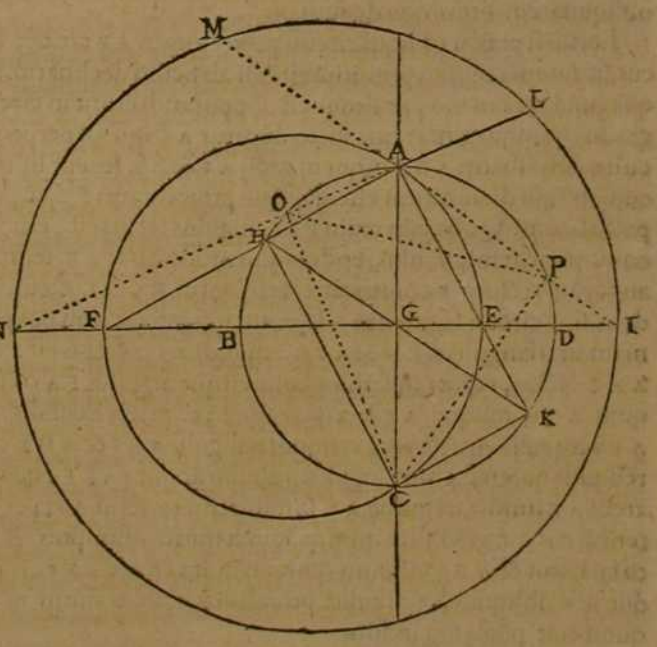
PROPOSITIO CVIII. PROBLEMA.

Data obliqua proiectura, primitiui circuli obliquitatem ſitúmque in ſphæra deſignare.

ACCIDERE ſubinde poteſt, vt detur in plano obliqui cuiuſ-

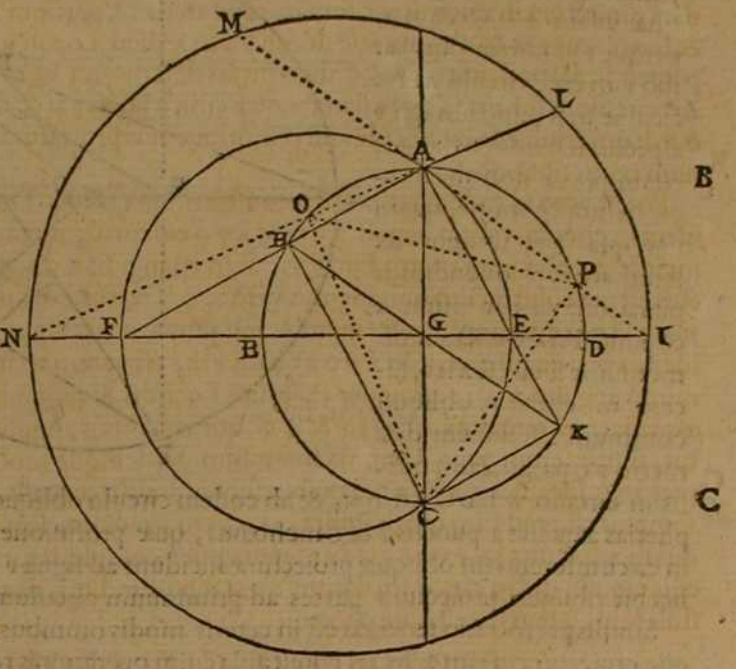
E piam circuli proiectura, cuius obliquitas ſituſque in ſphæra cognitu neceſſarius ignoretur. Proinde qua id arte inueſtigandum ſit hoc problemate docebimus: at quia ſola data proiectura non ſatis eſt ad ipſius originem indagandam, alterius circumſtan-

F tiæ adiumento opus erit, vt duobus ſimul conſpirantibus ignota veritas eliciatur.



Primò igitur præter datam obliquam proiecturam A F C E circuli maximi, detur etiam oculus A à plano ſublimis: his datis per proprium centrum proiecturæ diametrus agatur F E, ad

eamque ab oculo A perpendicularis demittatur A G : perſpicuum igitur eſt G centrum A
eſſe apparens proiecturæ, idemq; & ſphæræ, quòd maximus ſit ex hypotheſi primitiuus
circulus obliquus, cuius A F C E eſt proiectura. Quare centro G, interuallo autem G A



circulus deſcribatur, qui ſphæræ magnitudinẽ exhibebit, quia & ipſe maximus eſt, & per oculum incedens: tum A E & A F iungantur, quæ ſphæram ſecent in H & K: dico H K circulũ primitiuum eſſe obliquæ proiecturæ datæ, eumque habere in ſphæra ſitum, ſecundùm quem in datam proiecturã ab oculo A profunditur. Cùm enim A E & A F radij ſint optici, vtpote ab oculo A emicantes, ſintque partes ſphæræ H & K in eiſdem radiis in quibus F & E, neceſſe eſt H K proiectæ diametri F E prototypam eſſe, ideoq; circulum, qui circa diametrum H K deſcribitur, ipſius datæ proiecturæ A F C E eſſe primitiuum, cuius obliquitas in ſphæra deſignari poſtulabatur.

Secundò data eadem maximi cuiuſpiam circuli obliqui proiectura A F C E, eiuſque centro apparente G, reliqua inuenientur hoc modo: Per G ad normam ipſi F E recta ducatur A C, ſecans proiecturam in A & C, & circa A C circulus deſcribatur, erit is ſphæræ D
magnitudinem repræſentans, & oculum in ſummo faſtigio habens ad ſignum A: nam cùm eadem ſit ſphæræ & circuli obliqui maximi diametrus, erit communis ſectio circuli obliqui primitiui, ipſiusque proiecturæ eadem quæ ſphęræ diametrus A C, & oculi altitudo ipſius ſphæræ ſemidiametrus A G: itaque eductis ab oculo A ad proiecturæ extremitates radiis A F & A E, vbi illi ſphæram interſecant, ſcilicet in H & K, ibi circuli primitiui obliquitatem ſitumque deſignant.

Tertiò ſi præter obliqui circuli proiecturam A F C E nec centrum detur, nec oculi locus; ſit autem cognita primitiui circuli ab oculo declinatio, exempli gratia, partium quinquaginta, qua oculo proximus eſt, ſupputandi erunt in circulo dato A F C E ab E ad A
gradus quinquaginta: hoc facto ducatur A C ipſi F E perpendicularis, & circum A C cir- E
culus deſcribatur A B C D, quem radij A F & A E ſecent in H & K: dico H K primitiui circuli obliqui diametrum eſſe, eiusque proiecturam F E, ac proinde effectum id quod erat poſtulatum. Quoniam enim F A E angulus rectus eſt, erit circuli A F C E portio qua ille continetur, ſemicirculus: eodemque modo & H A K ſemicirculus erit, quòd eumdem angulum rectum A contineat. Ductis igitur H C & C K, cùm anguli A C H & A K H in eodem ſint circuli ſegmento A H, erunt ipſi inter ſe æquales per 21. tertij Euclidis: at quoniam in triangulis A C H & A F G angulus A G F rectus eſt ex conſtructione, anguluſque A H C rectus, vtpote in ſemicirculo, eſtque angulus F A C vtrique communis, erit & reliquus A C H reliquo A F G æqualis per 32. primi Euclidis: quare & ipſi A K H angulus
A F G æqualis erit: eſt verò vtrique triangulo A E F & A H K communis angulus F A E: itaq; F
reliquus quoque A H K angulus reliquo angulo A E F æqualis erit; ac proinde arcus A H arcui A E ſimilis, itemque A K ſimilis reſiduo arcui A F, per 39. lemma huius libri: eſt autem arcus A E graduum quinquaginta initio aſſumptus, & A F ſemicirculi complementum: igitur & A H graduum quinquaginta erit, & A K complementum ſemicirculi: ideóque H K obliquus eſt circulus proiecturæ A F C E ſitum in ſphæra habens poſtulatum; quod erat perueſtigandum.

Quartò eadem ratione licebit vniuersè etiam non maximi circuli proiecturam in proprium ſphæræ locum reſtituere, ſi tamen perſpecta ſit ipſius ab oculo maxima ac minima

A nima declinatio: vt ſi obliqui circuli non maximi proiectura offeratur I L M N, cuius nec centrum datur, nec oculi locus, vnde profuſi radij ipſius demonſtrent originem; conſtet autem primitiuum circulum, cuius ſitus in ſphæra quæritur, qua minimùm ab oculo diſtat, partibus abeſſe quadraginta, qua verò maximè, partibus ſeptuaginta. Ducatur in data proiectura diametrus N I, ſumaturque arcus I L partium 40. N M verò partium 70. & iungantur I M & N L quæ ſeſe decuſſent in A: dico A oculi locum eſſe; & ſi ab A ipſi N I perpendicularis demittatur A G: dico rurſus deſcriptum ex centro G, interuallo autem A G circulum ſphæram repræſentare; quæ cùm à lineis I M & L N ſecetur in O & P: dico

B O P diametrum eſſe circuli obliqui primitiui, cuius proiectura I L M N ex oculo A in planum tranſcripta eſt.

Poteſt verò id eadem ratione demonſtrari, qua priùs. Ductis enim O C & P C, quoniam in circulo A B C D anguli A C O & A P O eidem ſegmento inſcribuntur, erunt ipſi inter ſe æquales per 21. tertij Euclidis: at in triangulis A G N & A O G, angulus A G N rectus eſt per conſtructionem; angulus verò A O G rectus, quia in ſemicirculo; anguluſque N A C vtrique communis eſt: igitur & reliquus A N G reliquo A C O eſt æqualis: quare & idem A N G angulus angulo A P O æqualis erit. eſt autem triangulis A N I & A P O communis angulus N A I: igitur per 32. primi Euclidis, & reliquus angulus A I N reliquo A O P æqualis erit: quocirca arcus I L & A O, qui æqualibus angulis A N I & A P O ſubijciuntur, ſimiles erunt per 39. lemma huius libri. Eodemque modo & arcus M N & A P propter angulorum, A I N & A O P quibus ſubtenduntur æqualitatem ſimiles erunt: at I L

C ſumptus eſt graduum quadraginta, M N verò graduum ſeptuaginta: igitur & A O gradus quadraginta, A P verò gradus ſeptuaginta complectetur: quare O P diametrus erit eius circuli, qui in circulum datum I L M N profunditur, ſitumque habet in ſphæra poſtulatum, quem inueſtigare oportuit.

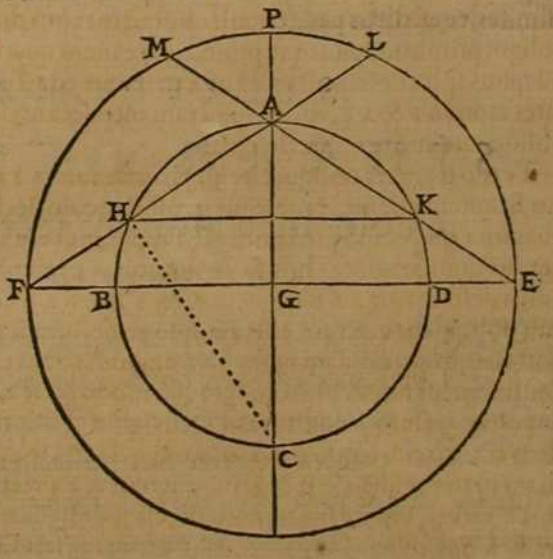
PROPOSITIO CIX. PROBLEMA.

Data circuli non maximi directa proiectura, locum eius in ſphæra adinuenire.

D QVEMADMODVM in ſuperiore problemate, ita & in præſenti non erit difficile, dato præter proiecturam oculo, primitiui circuli ſitum in ſphæra deſignare. Vt ſi data ſit circuli cuiuſpiam non maximi proiectura E L M F ex directo aſpectu oculi A in planum transfuſa; poſtuletur autem primitiuus eius circulus in ſphæra deſignari: centro G propoſitę proiecturę E L M F, interuallo verò

E A G circulus deſcribatur A B C D, radijque ab A ad E & F procidant A E & A F, ſecantes circulũ A B C D in H & K: dico H K diametrũ eſſe circuli poſtulati. Cùm enim A oculi ſit locus, & A E, A F radij ſint optici, neceſſe eſt proiectæ diametri extremitates E & F, in aliqua parte radiorum A E & A F primitiua ſigna habere: at

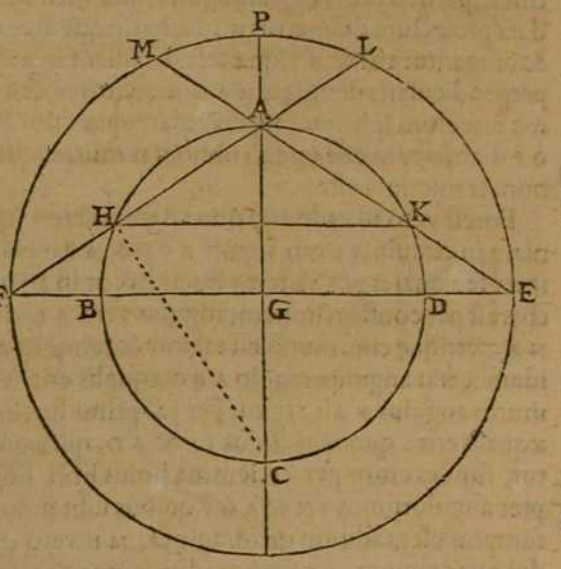
F primitiua hæc ſigna nequaquam extra ſphæram exiſtunt, cùm circulus



E L M F circuli cuiuſpiam in ſphæra conſtituti proiectura eſſe ſupponatur: igitur non alio loco eſſe poſſunt ſignorum E & F primitiua puncta, quàm vbi radij optici ſphæram interſecant, hoc eſt in H & K: quocirca H K diametrus erit circuli primitiui poſtulati.

At oculi loco ignorato, ſi tamen cognitum ſit quot partibus ab oculo declinet circulus, cuius proiectura in plano datur, propoſitum conficiemus hoc modo: Sit declinatio circuli quæſiti ab oculo vndique graduum ſexaginta: ſumatur ergo in data proiectura arcus E L graduum 60. eique æqualis fiat F M, & E M F L iungantur ſeſe in A decuſſantes: dico A oculi locum eſſe; & ſi centro G, interuallo autem A G circulus deſcriba-

tur, qui lineas E M & F L secet in H & K: dico H K diametrum esse circuli postulati. A Ductâ enim H C, quoniam anguli A C H & A K H in eodem segmento sunt, erunt ipsi inter se æquales per 21. tertij Euclidis: sed in triangulis A C H & A F G anguli A G F & A H C æquales sunt, vtpote recti; angulus autem F A C vtrique est communis: igitur & reliquus A C H reliquo A F G est æqualis: ideoque A F G angulus ipsi quoque A K H æqualis erit: quapropter & in triangulis A F E, A H K, quibus communis est angulus F A E, reliquus A E F reliquo A H K erit æqualis. Est verò angulus A F E angulo A E F æqualis per 27. tertij Euclidis, quòd scilicet æqualibus peripherijs E L & F M insistant: itaque & A H K, A K H anguli æquales inter se erunt; ac proinde ipsę etiam, quibus insistunt, peripheriæ A H & A K erunt æquales per 26. tertij Euclidis: at E L & F M arcus sumpti sunt partium sexaginta: igitur & A H, A K totidem partium erunt per 39. lemma huius libri: quocircà H K circulum illum refert, qui situm in sphæra habet postulatum, cuius proinde E L M F propria est proiectura, ex oculo A in planum transcripta.



Quòd si nota sit declinatio quæsiti circuli à circulo maximo ipsi parallelo (exempli gratia Tropici ab Æquatore, dum oculus in Polo cõstituitur:) ducta P G ad rectos ipsi E F angulos sumemus arcum P L vel P M tot graduum, puta triginta, quot distat quæsitus circulus à parallelo circulo maximo; ductaque E M, vel F L secabit perpendicularem P G in A oculi loco vt suprà, per quem proinde ex centro G ductus circulus A B C D sphæram D repræsentat, in qua H K situm habet postulatum: sunt enim P L & P M arcubus H B & K D similes, vt ex dictis patet.

STEREOGRAPHICA SPHÆRÆ DESCRIPTIO

Oculo in communi sectione Horizontis & Æquatoris constituto. E

QVEMADMODVM *in tractatione Orthographices post vniuersales Proiectionis leges earum vsum explicauimus, primò quidem in sphæræ descriptione, deinde in ijs rebus, quæ ex sphæra discuntur: ita hoc loco expositis vniuersè Stereographices præceptis sphæræ descriptionem aggredimur, ex qua varijs consectarijs ea omnia colligemus, quæ Orthographicis proiecturis inesse antè ostẽdimus. At verò tametsi quouis loco sphærici ambitus oculus statui possit, atque ex ea oculi constitutione sphæra stereographicè in plano describi: quia tamen non omnis oculi situs figuram sphæræ exhibet vsibus accommodatam, paucis dumtaxat locis oculo posito sphæræ proiecturam instituemus, quod & in Orthographia obseruauimus. Ex paucis enim multa assequi prudens quisque poterit, si ea, ex quibus omnia pendent, exactè perdidicerit. Primùm igitur sit oculus in communi sectione Finitoris & Libræ cõstitutus, ex cuius aspectu sphæram plano inscribere oporteat, quemadmodum Gemma Frisius suum Catholicum astrolabium deformauit. Id vt ordine fiat,* F

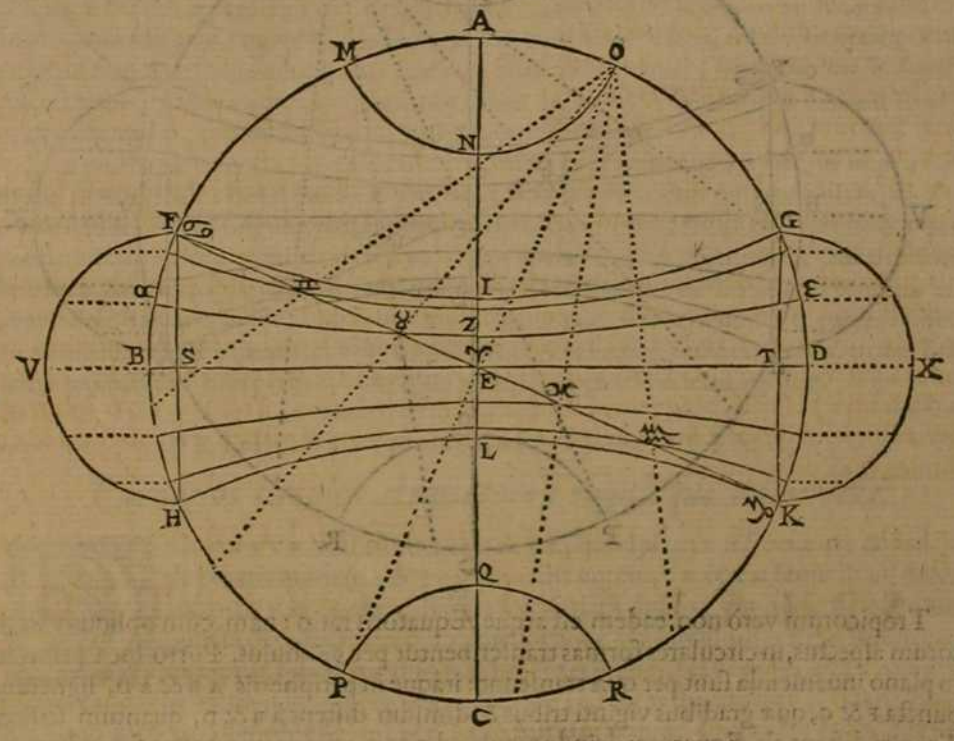
eaque

A *eaque perſpicuitate, quam res obſcuræ exigunt, hunc in primis aſpectum diſtinctis aliquot propoſitionibus, deinde reliquos ſingulos ſingulis propoſitionibus hiſtorica breuitate perſtringemus, ne repetitis crebrò iiſdem demonſtrationibus tenebras potiùs rebus per ſe iam claris atque patentibus offundamus.*

PROPOSITIO CX. PROBLEMA.

Vtrumque Colurum plano ſtereographicè inſcribere.

B Ex prænotatione decima quinta huius libri conſtat, Æquinoctiorum puncta, eius Coluri qui per Solſtitia tranſit, Polos eſſe. Cùm igitur in altero æquinoctiorum oculus conſtituatur, perſpicuè patet ſolſtitiorũ Colurum directè ſpectari; ſiquidem, vt ex 10. primi Sphæricorum Theodoſij colligi poteſt, recta linea, quæ à Polo per circuli centrum ducitur, ad ipſius circuli planum recta eſt: igitur per ea quæ ad propoſitionem 31. libri tertij prædefiniui-



mus, ſolſtitiorum Colurus directè aſpectui obuerſatur: quare & in circulum procidit per 94. propoſitionem huius libri, qui hoc loco ſit, gratia exempli, A B C D: cumque is ſit de numero maximorum in ſphæra circulorum, planumque per ſphæræ centrum actum intelligatur, & hoc patet, intra ipſius circuli A B C D ambitum dimidiam ſphæræ portionem tranſcribi.

Alter verò Colurus qui ab æquinoctijs nomen habet, cùm per oculum tranſeat, hoc in primis ſequitur, ipſum in rectam lineam profundi per 91. huius libri propoſitionem; cumq; in Polis mundi ſecet alterum Colurum, finge A Polum eſſe Arcticum, C verò Antarcticum: itaque recta A C proiectura eſt dimidij Coluri æquinoctiorum, eius inquam ſemicirculi qui per Arietem incedit, quoniam initio huius deſcriptionis oculum in Libra conſtituimus, vnde Arietem oppoſitum ſibi ſignum ex aduerſo proſpectat. Si porrò recta A C ex vtraque parte infinitè producatur, erunt adiunctæ portiones, ſeu quæ extra circulum A B C D infinitè procurrunt, illorum quadrantium proiecturæ, qui à Polis ad ſignum Libræ oppoſitum extenduntur: non ſecus ac portiones E A & E C portiones illæ ſunt, quæ ab Ariete ad ſolſtitiorum Colurum porriguntur: ſic vt ſigni Libræ initium in plano deſignari nequeat, quòd in eo oculus ſit conſtitutus, vt initio huius proiecturæ eſt demonſtratum: quæ omnia ex eadem 91. propoſitione huius libri perſpicuè patent.

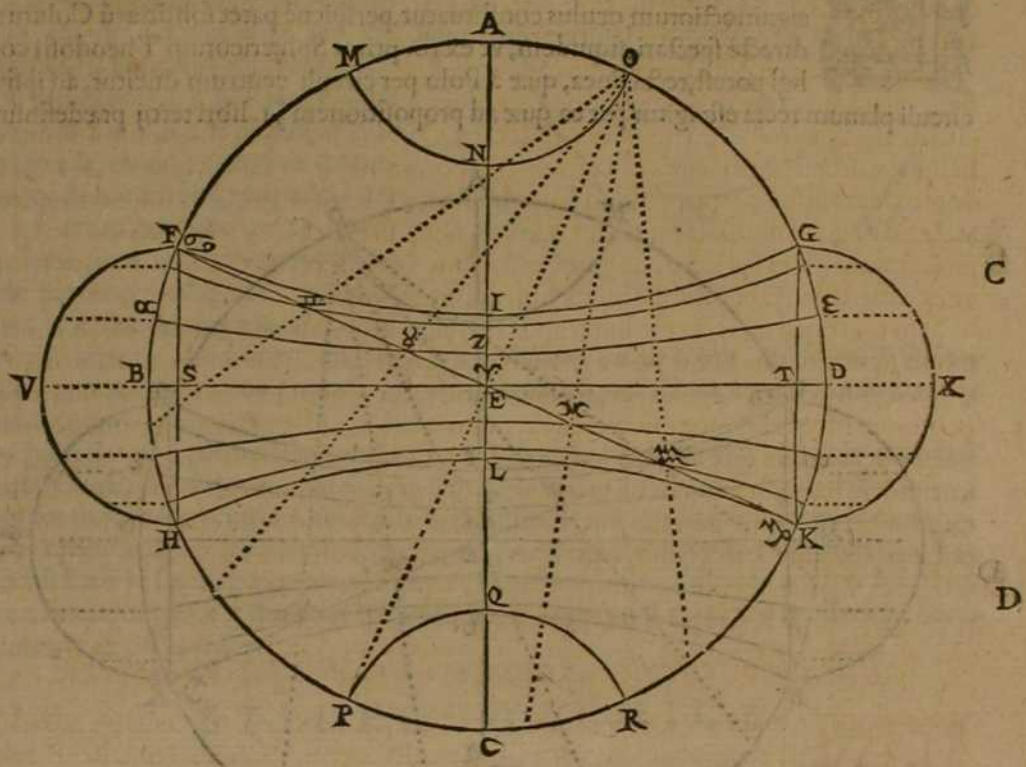
F

PRO-

PROPOSITIO CXI. PROBLEMA.

Æquatorem, Tropicos, & Polares circulos in planum conijcere.

QVEMADMODVM æquinoctiorum Colurus, sic & Æquator per Libram, hoc est oculi locum, incedit: quare in rectam proijcitur lineam per 91. huius. Rursus cùm idem Æquator sit è maximis sphæræ circulis, ideoque per sphęræ centrum actus per 6. Sphæricorum Theodosij, secetq́, vtrumque Colurum ad rectos sphærales angulos, erit BD, quæ per centrum E trajcitur, ipsamque A C secundùm normam secat, semicirculi Æquatoris proiectura.



Tropicorum verò non eadem est atque Æquatoris ratio: nam cùm obliquus sit illorum aspectus, in circulares formas transcribentur per 96. huius. Porrò loca primùm in plano inuenienda sunt per quæ transeunt: itaque in peripherijs A B & A D, signentur puncta F & G, quæ gradibus viginti tribus & dimidio distent à B & D, quantum scilicet Tropici distant ab Æquatore: deinde regula ad B & G adiungatur, atque secundùm ipsius lineam in recta A C punctum signetur I, quod cùm sit ipsius G proiectura, erit portio E I proiecti Coluri æquinoctiorum arcui D G repræsentando æqualis per 92. huius: inuento igitur trium punctorum F, I & G centro, si per 5. quarti Euclidis circulus describatur, erit is Tropicus Cancri, vtpote gradibus viginti tribus & dimidio ab Æquatore vndique distans, atque Septemtrionali Polo A propinquior. Eodem prorsus modo alter Tropicus per puncta H, L & K, circulari forma ducetur, cui proinde Capricorni characterismus ♑ adscribetur.

Haud absimilis est Polarium circulorum designatio. Assumptis namque punctis M, O, P, R, quæ gradibus viginti tribus & dimidio à Polis A & C distent, regula à puncto B (quod vice oculi est) ad O & R extendatur, atque ipsius & proiecti Coluri æquinoctiorum A C communes intersectiones notentur N & Q, perque puncta M N O & P Q R circuli describantur; hi inquam propriæ erunt Polarium circulorum proiecturæ: nam cùm portiones A N & C Q, proiecti Coluri A C arcubus A O & C R repræsentando æquales sint per 92. huius, erunt circuli M N O & P Q R partibus viginti tribus & dimidia vndique à Polis A & C disiuncti: quare ipsi circuli polares erunt per ipsorum definitionem prænotatione decimaquinta explicatam.

PRO-

PROPOSITIO CXII. PROBLEMA.

Eclipticam designare, ipsámque in signa & gradus distribuere.

ECLIPTICAM perpendiculariter cerni ex eo constat, quòd per Libræ signum in quo oculus constituitur incedat: itaque in rectam profunditur lineam per 91. propositionem libri huius; cumque eadem Tropicos oppositis in locis contingat ad signa Cancri & Capricorni, sitque Cancri signum F, Capricorni verò K, Libræ autem E; consequens est vt recta linea, quæ per F E K ducitur, Eclipticæ sit proiectura: siquidem rectæ F E K in plano ductæ eadem conueniunt, quæ primitiuæ veræque Eclipticæ reipsa insunt: nam præter ea quæ iam diximus, & hoc notandum est, rectam F K per sphæræ proiectæ centrum E transire, quòd Ecliptica de genere sit maximorum sphæræ circulorum, qui per 6. primi Sphæricorum Theodosij per centrum sphæræ ducuntur.

Nunc si in signa distribuenda sit eadem Eclipticæ proiectura F K, non aliâ id arte fiet, quàm qua superiùs propositione 92. docuimus rectam lineam ex perpendiculari circuli aspectu proiectam in partes dissecare. Quoniam verò F K dimidium dumtaxat Eclipticæ orbem repræsentat, sex tantùm signa continebit, ea scilicet quæ Arieti hinc inde proximè assistunt: quare diuiso semicirculo F P K sextifariàm, si ex O Eclipticæ Polo rectæ ad singulas diuisionum partes occultis notis destinentur, hæ secabunt Eclipticæ proiecturam F K in sex signa, quorum notæ sunt ♍, ♎, ♏, ♐, ♑, ♒, atque initium signi ♋ vt ex eadem 92. propositione huius libri manifestè patet.

Si in plures partes recta F K dissecanda sit, veluti in gradus, aut minuta, id eodem fiet modo: semicirculus nimirum F P K totidem in partes diuidetur quot postulantur, & ex O vbi oculus est, ad singulas partes diuisionum rectæ protendentur, factumque erit propositum: nam ex iam proximè citata 92. huius apertè constat communes intersectiones lineæ F K, & earum quæ ab O ad semicirculi F P K secti partes destinantur, proprias esse earumdem partium semicirculi proiecturas. Igitur cùm semicirculi F P K partes Eclipticæ primitiuæ partibus æquales sint, similisque oculi aspectus, secta erit hac ratione Eclipticæ proiectura F K in gradus, partesque postulatas; quod faciendum erat.

PROPOSITIO CXIII. PROBLEMA.

Parallelos circulos Æquatori Tropicísque adiungere.

DVCANTVR rectæ lineæ F H & G K, quæ ipsam B D secent in S & T: deinde centris quidem S & T, interuallis autem S F & T K semicirculi describantur F V H & G X K, hisque sextifariàm diuisis, per aduersa sectionum puncta occultæ lineæ ducantur, locaque vbi circulum A B C D intersecant, notentur, qualia hîc duo tantùm litteris inscripta reperies α & ε, quòd de ceteris eadem sit ratio: itaque si per tria puncta α ♉ ε circulus ducatur per 5. quarti Euclidis, hunc dico parallelum esse qui per Tauri initium transit. Quoniam enim circulus A B C D directè visui opponitur, erunt ipsius & parallelorum intersectiones cum primitiuis eædem: quare α & ε quas hoc loco orthographicè designauimus per 39. huius libri, etiâ stereographicè primitiuas intersectiones paralleli Tauri & Coluri A B C D repræsentant: cumque iam in proiectura Eclipticæ F K habeamus signum ♉ stereographicè repertum per proximè antecedentem propositionem, perspicuè patet, si per tria puncta α ♉ ε circulus decircinetur, ipsum esse illius paralleli proiecturam, qui per Taurum incedit: cumque eadem sit in ceteris ratio, perfectum est quod primò fuerat postulatum.

Hinc patet proiecti Coluri A C portionem E Z arcubus B α & D ε repræsentatione æqualem esse, rectasque quæ hîc signatæ non sunt α D & B ε per punctum Z transire: nam circulus α Z ε pari vndique numero graduum ab Æquatore B D distat.

Patet hinc etiam parallelum α Z ε (vti & ceteros) Eclipticam F K duobus in locis secare, nempe in ♉, & alio quodam puncto extra circulum A B C D ad partem F constituto: nam & primitiui circuli paralleli veram sphæræ Eclipticam in duobus signis secant, quæ pari interuallo ab Æquatore ad eamdem partem distrahuntur.

Si per certos numeros graduum paralleli ducendi sint, eodem modo id fiet quo Tropicos descripsimus. Exempli gratia, si eidem Æquatori paralleli postulétur, qui per denos gradus vtriusque Coluri pertranseant, secentur arcus A B & A D in denos gradus, & ex B per singula sectionum puncta arcus A D rectæ lineæ occultis notulis ducantur: hæ vbi rectam

ctam Coluri proiecturam A E inuadent, ibi loca signabunt, in quę partes arcus A D proij- A
ciuntur per 92. huius, sic vt partes A E partibus quadrantis A D aspectu respondeant. Ergo si per terna puncta circuli describantur, vti factum est in Tropico F I G & parallelo Tauri α Z ε, ducti erunt paralleli per denos gradus vtriusque Coluri incedentes; quod faciendum erat.

PROPOSITIO CXIV. PROBLEMA.

Declinationum ac latitudinũ circulos stereographicè repræsentare.

EDeclinationum circulis duo eodem modo describentur, quo superiùs Coluri prop. 110. hi siquidem inter declinationum circulos connumerantur, B
quandoquidem per mundi Polos atq; æquales partes Æquatoris acti concipiantur, vt prænotatione decima quinta docuimus; ceteri autem nullo negotio in plano designabuntur, si priùs Æquator in gradus seu partes æquales secundùm oculi repræsentationem distributus fuerit per 92. propositionem libri huius: nam circuli per singula harum diuisionum puncta & vtrumque Polum ducti illos exhibebunt, qui in sphæra astrorum declinationes metiuntur.

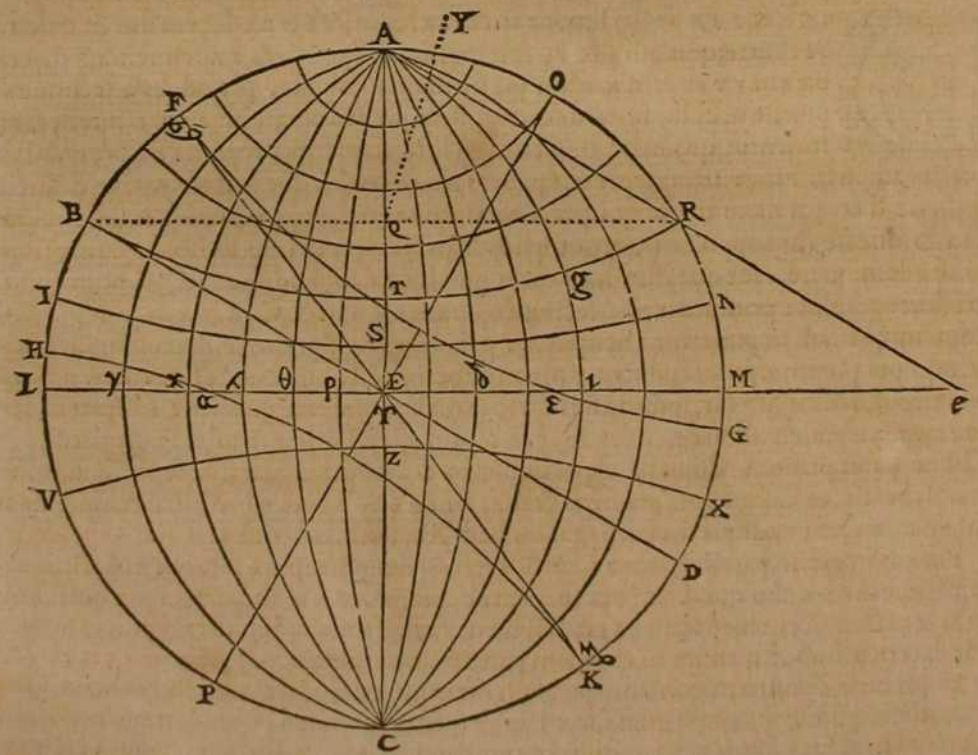
At latitudinum circuli licet nec per mundi Polos, nec per Æquatoris æquales partes transeant, similem tamen cum declinationum circulis proiecturam habent: vti enim Poli mundi ad Æquatorem, per cuius æquales portiones declinationum circuli incedunt; ita se habent Zodiaci Poli ad Eclipticam, per cuius gradus æquasque partes latitudinum circuli aguntur: quare ad illorum similitudinem hi quoque circuli stereographicè describendi sunt. C

Vtrorumque porrò delineatam formam videre licebit in schemate prop. 118. vbi circuli verticales in planum profundentur, quorum proiectio horum quoque circulorum proiectioni per omnia similis est.

PROPOSITIO CXV. PROBLEMA.

Horizontem ad datam Poli altitudinem in plano exhibere.

QVONIAM in hac sphæræ proiectione oculum in communi Horizontis & Æquatoris sectione constituimus, hoc ipso constat Horizontem per- D
pendiculariter aspectui obijci, inque rectam lineam proijci per 91. propositionem libri huius, eamque per centrum actam, quia vnus est è maximis sphæræ circulis. Igitur si O Polus sit Borealis, P verò Australis, O P autem



sphæræ diametrus, sitque designandus Horizon ad datam Poli altitudinem graduum sexagin-

A sexaginta;id fiet hoc pacto: Circulus A B C D in trecentos & sexaginta gradus, vt moris est apud Astronomos, distribuatur, & ab O ad M, itemque à P ad L gradus sexaginta supputentur,perque L & M recta agatur linea; hanc dico Horizontis proiecturam esse secundùm datam Poli altitudinem in plano designatam:nam ea omnia in ipsam conueniunt,quæcumque Horizontis definitioni insunt.

CONSECTARIVM.

Latitudinem solis ortiuam occiduámque inuestigare.

B CVM latitudo solis ortiua occiduaque,ea sit Horizontis portio, quam sol oriens occumbénsve toto anni tempore attingit, (non enim vno in loco perpetuò oritur, vnoq; occumbit,sed alio semper atque alio) perspicuum est, si in hac sphæræ constitutione,Polique sublimitate,Tropici describantur F ε G & H α K,quemadmodum propositione 110. docuimus,ab his portionem Horizontis intercipi α ε, extra quam sol oriens occumbénsve numquam vagatur,cùm vltra Tropicos non procurrat.Hanc Astronomi latitudinem ortiuam occiduamque appellant, cuius si magnitudo gradibus æstimanda sit,ex A vertice seu Polo Horizontis per α & ε occultæ lineæ ductæ intelligantur, vsque dum circuli A B C D peripheriæ occurrant:quam inquam ex hac portionem illæ auferunt,ea est ipsius α ε proiecturæ authographa per 92. propositionem huius: quare si to-
C tus circulus A B C D in gradus distribuatur,quot ex his continet circuli portio lineis A α & A ε productis comprehensa,totidem α ε repræsentando complectitur.

PROPOSITIO CXVI. PROBLEMA.

Circulos altitudinum describere.

D CIRCVLI altitudinum cùm omnes Horizonti sint paralleli, eumdem habent proiectionis modum,quem circuli diurni Æquatori paralleli,quos propositione 112. in planum transcripsimus. Esto itaque idem qui suprà, Horizon L M,summumque eius fastigium A seu omnium circulorum ab Horizonte æquidistantium Polus, arcus autem A L & A M in partes æquales secentur,nempe in gradus quindenos,per quos modò circulos altitudinum ducere placet: deinde à singulis partibus quadrantis A M ad punctum L, vel à partibus quadrantis A L ad punctum M rectæ lineæ ducantur occultis notis, quæ lineam A E secent in partes repræsentatione æquales per 92. propositionem huius,& per terna puncta circuli ducantur,factumque erit quod postulatur.

Exempli gratia, quadrantium A L & A M portiones L I & M N gradus habeant quindenos,& per L N vel I M recta occultè ducatur,quæ A E secet in S, & per tria puncta iam reperta I S N circulus ducatur per 5. quarti Euclidis; hunc dico vnum esse è parallelis Horizontis, seu circulis altitudinum, qui per quindenos gradus describuntur. Eodem
E modo si L B & M R arcus graduum sumantur triginta, & à B ad M, vel ab R ad L recta adiungatur,quæ ipsam A E secet in T,erit is qui per B T R ducetur circulus, vnus ex illis qui altitudines indicant, ab Horizonte gradibus triginta æquidistans. Quoniam enim circuli omnes Horizonti paralleli,quos altitudinum circulos vocant,præter solum Horizontem obliquè obijciuntur, necesse est eos, excepto Horizonte,in circulos proijci per 96. huius: cùm ergo tria puncta in plano habeantur, per quæ singuli transeunt, perspicuum est,ductos per hæc puncta circulos,illos esse, quorum primitiui in sphæra ab Horizonte reipsa æquidistant.

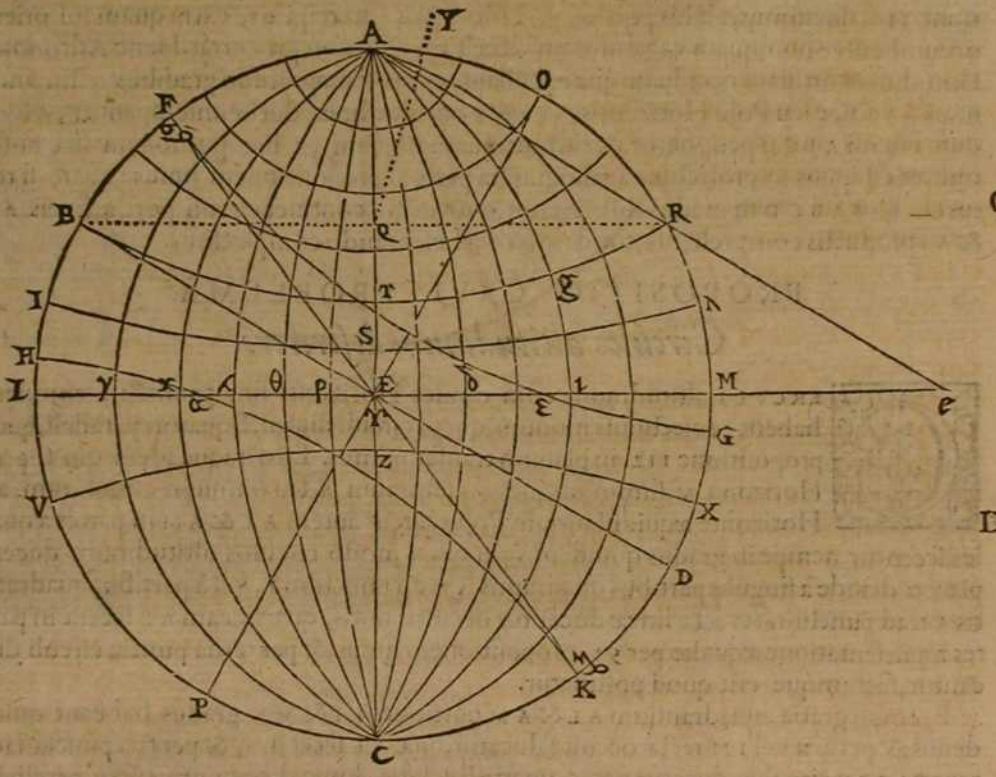
In quibus hoc notatu dignum est, omnium centra in recta linea C A versus A infinitè producta existere. Cùm enim, exempli gratia, B L & R M æquales sint ex hypothesi, erit
F ea quæ ad B R adiungitur recta linea ipsi L M parallela: quare C A in L M rectis incidens angulis per hypothesin,erit quoque ad rectos ipsi B R angulos per 29. primi Euclidis:sed C A per centrum E circuli A B C D transit; igitur C A ipsam B R secat quoque bifariàm per 3. tertij Euclidis,ideoque in C A producta erit circuli B T R centrum: si enim id negetur,esto centrum circuli B T R in quopiam puncto extra lineam C A reperto, puta Y, & ab Y ad Q recta ducatur: quoniam igitur ostensum est B R in Q sectam esse bifariàm, & nunc asseritur Y Q ex centro educi,erit Y Q ipsi B R perpendicularis per 3. tertij Euclidis, ac proinde anguli Y Q B & Y Q R recti:sed ostensi sunt recti A Q B & A Q R; itaque fieri nequit vt sit Y circuli B T R centrum. Quæ demonstratio cùm in cetens punctis extra li-

neam C A productam assumptis locum habeat, patet in C A producta circuli B T R centrum existere, atque eodem modo ceterorum circulorum qui Horizonti repræsentatione paralleli in plano describuntur. A

PROPOSITIO CXVII. PROBLEMA.

Crepusculi limitem definire.

TERMINVS ille qui initium finemque crepusculi distinguit, circulus est Horizonti parallelus, vt ex prænotatione 16. huius libri constat: quocircà eius proiectio ab illorum circulorum, qui altitudines indicant, proiectione haud absimilis est. Sumantur itaque sub Horizonte arcus L V & M X graduum decem & octo, adiunctaque regula ad V M, vel ad L X, signetur linea A C punctum Z, quod dico ipsorum V & X proiecturam esse per 92. propositionem B



huius: cùm ergo tria iam puncta habeantur V, Z & X, per quę crepuscularis circuli proiectura incedat, si per hæc circulus describatur centro in recta A C versus C producta accepto, erit circulus V Z X crepuscularis circuli proiectura postulata: nam cùm is oblique visui opponatur, erit eius transcripta in planum forma circulus per 96. huius; at non alius quàm qui per puncta ducitur V, Z & X, quæ primitiuis punctis crepuscularis circuli in sphęra aspectu respondent: igitur V Z X circulus, ipsius primitiui circuli crepuscularis propria est transcriptio, quæ erat designanda. E

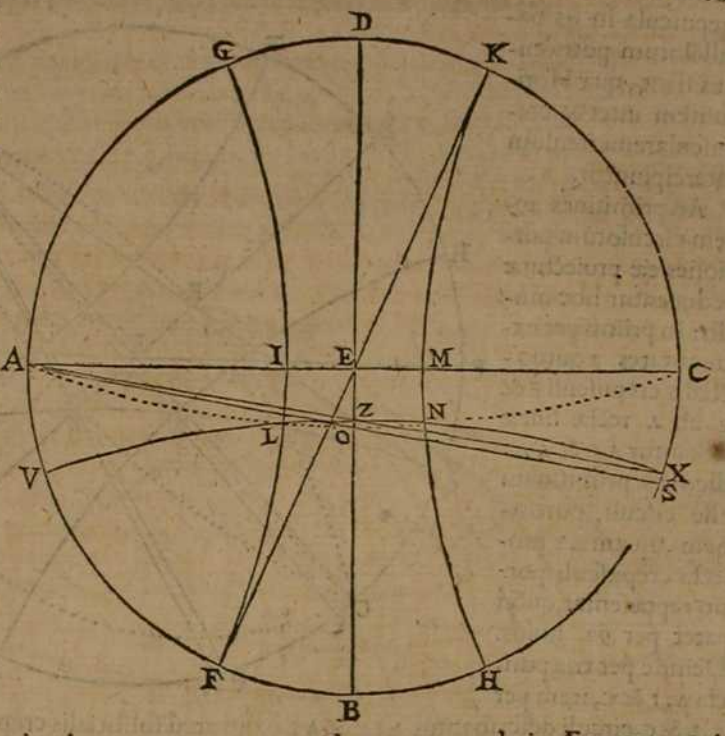
CONSECTARIVM I.

Crepusculi magnitudinem in vtraque sphæra, recta scilicet & obliqua, omni anni tempore dimetiri. F

TAMETSI ex iis quæ superiùs propositione 42. de inuestiganda crepusculorum magnitudine, initio ac fine ex Orthographica proiectione docuimus, perfacile sit eadem in Stereographicis proiectionibus reperire, quandoquidem vniuersali quadam ratione hæ proiectiones inter se conueniant; tamen quia magna est figurarum diuersitas ex vtraque eorumdem circulorum proiectione, gratum futurum Lectori putaui, si ea quæ ad crepusculorum magnitudines, initia ac fines spectant, in hoc quoque proiectionis genere paulò distinctiùs explicata proponerentur.

Esto

A Esto itaque in sphæra primùm recta A B C D, Æquator B D, Tropici F G & H K, Horizon item A C, & crepusculi circulus V X secans Æquatorem in Z, Tropicos verò in L & N: patet igitur per ea quæ hactenus sunt demonstrata, & ex ipsius proiectionis B natura, omnium parallelorum circulorum portiones, quæ inter Finitorem A C & crepuscularis circuli proiecturâ V Z X interiacẽt, vt hic sunt I L, E Z & L N, esse crepusculorum magnitudines, hoc est spatia illa quæ sol à matutini crepusculi initio ad exortum, vel ab occasu ad finem crepusculi vespertini diurno motu peragit. C



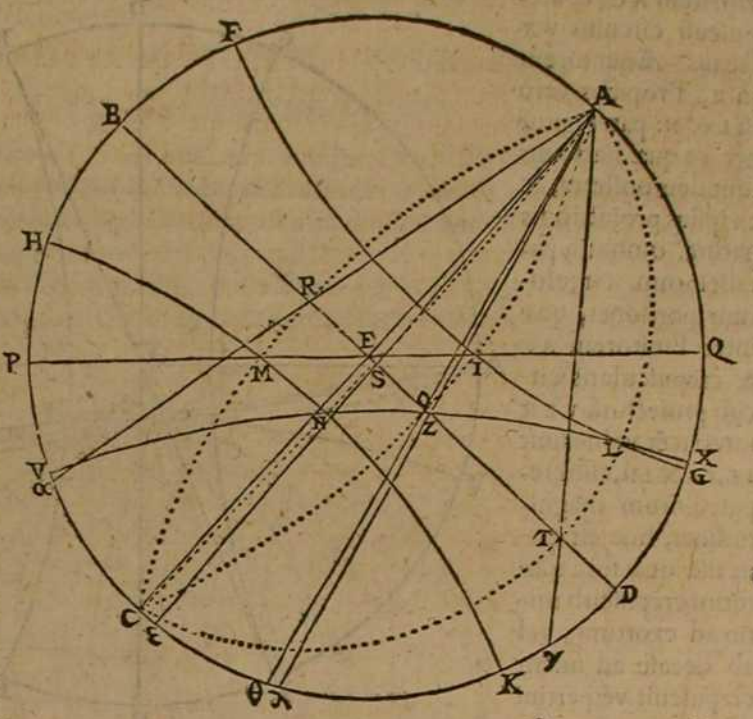
Has si ad primitiuos circulos reuocare oporteat, id non vno modo in Æquatore, qui maximus est circulus, ac in reliquis non maximis circulis fiet. Sit itaq; primùm crepusculi portio in plano, cùm sol Æquatorem tenet E Z; ab A per Z recta agatur linea A X, erit inquam C X maximi circuli portio ipsius proiectæ portionis E Z primitiua per 92. D propositionem huius; quam si tempore metiri lubet, diuidetur totus A B C D circulus in horas 24. & si opus sit etiam in horarum partes ac minuta, quotque ex his continebit C X, tanto tempore crepusculum durabit, cùm sol per Æquatorem diurna latione deferetur.

Sit deinde crepusculi portio I L, cùm sol Cancri Tropicum F G obtinuerit; per A, L & C circuli fragmentum occultè describatur, quod proiecturam Æquatoris B D secet in O, & ab A per O recta agatur A S: dico C S maximi circuli portionem primitiuæ portioni ipsius I L similem esse, id est C S ad totum circuli A B C D ambitum ita se habere, quemadmodum se habet proiecturæ I L primitiua portio ad totum Tropici circulum. Cùm enim A E C & A L C maximi sint circuli, & per Polos A & C omnium parallelo- E rum acti, erunt per 10. secundi Sphæricorum Theodosij parallelorum portiones I L & E O similes: at per 92. huius C S primitiua est ipsius E O circularis portio: itaque eadem C S ad circulum A B C D ita se habet, quemadmodum ipsius I L primitiua circularis portio se habet ad Cancri Tropicum: quare si totus A B C D circulus in tempus conuertatur, tanta diei parte crepusculum perdurabit dum sol in Tropico Cancri versabitur, quanta est C S, totius circuli A B C D comparatione.

Hinc id quoque perspicuè colligi potest, quod & propositione 42. ad notauimus, in recta sphæræ constitutione crepuscula inæqualia esse: ac minimum quidem cùm sol in Æquatore existit, maximum verò cùm in Tropicis versatur; totamque discriminis rationem portiuncula X S contineri. Patet etiam parallelorum æquè ab Æquatore distan- F tium crepuscula æqualia esse, quòd scilicet circulus maximus A O C, qui per L ducitur, per N quoque transeat, vbi crepusculi circulus V Z X parallelum H K æquè ac F G ab Æquatore disiunctum intersecat.

Eodem fermè modo crepusculorum magnitudines in obliqua sphæra ex proiecturis inuestigare licebit. Sint enim vt priùs Æquator B D, Tropicus Cancri F G, Tropicus Capricorni H K, mundique axis A C; at Horizon obliquus P Q, & crepusculorum circulus Y X, omnes stereographicè in planum proiecti: ex quibus hoc primò apparet, sole in Æquatore existente, proiectum crepusculi arcum esse E Z; cùm verò in Tropico Cancri sol versatur, proiectam Tropici portionem I L eam esse qua crepusculum durat,

vti MN dum sol Tropicũ Capricorni attigit. Quæ omnia ex dictis perspicuè patent, cùm crepuscula in ijs parallelorum portionibus fiant, quæ Horizontem inter & crepuscularem circulum intercipiuntur.



Ad primitiuas autem circulorum portiones eæ proiecturæ reducentur hoc modo: In primis per extremitates æquinoctialis crepusculi E & Z ab A rectæ lineæ ducantur A C & A λ: dico C λ primitiuam esse circuli portionem, quam E Z proiecta crepusculi portio repræsentat, quod patet per 92. huius. Deinde per tria puncta A, I & C, item per A, L & C, circuli describantur A I C & A L C, qui arcũ solstitialis crepusculi IL comprehendant, secentq; Æquatoris proiecturam B D in O & T, & ab A per O & T rectæ ducantur A θ & A γ, quæ peripheriam θ γ comprehendant: hanc dico primitiuæ peripheriæ proiecturæ I L similem esse, vt paulò antè est demonstratum, hoc est eam rationem habere θ γ ad circulum A B C D, quam habet primitiua peripheria proiecturæ I L ad primitiuum Cancri Tropicum. Tum simili modo si per A M C & A N C circuli describantur, qui Æquatoris proiecturam secent in R & S, perque R & S ab A rectæ agantur A α & A ε: dico peripheriam α ε ad circulum ABCD comparatam, crepusculi M N magnitudinem esse; vt ex iam demonstratis patet.

Quare si totus A B C D circulus in tempus conuertatur, facilè apparebit quanto tempore singula crepuscula durent: quot namque partes singuli arcus α ε, C λ & θ γ de toto circuli ambitu sibi vindicant, tot horis vel horarum partibus crepuscula perdurant.

CONSECTARIVM II.

Qua hora Crepuscula incipiant ac desinant, ex proiecturis inuestigare.

DATIS in circulo A B C D ijs arcubus, quibus parallelorum portiones inter Horizontem & crepuscularem circulum interiectæ aspectu respondent, non erit difficile horam cognoscere, qua singula totius anni crepuscula incipiunt ac desinunt. Nam si circulus A B C D in tempus conuertatur, in quod primitiuæ portiones crepusculorum incidunt, id crepusculi est tempus, siue initium siue finem spectes. Exempli gratia, quoniam arcus C λ circuli A B C D primitiuus est crepusculi Æquinoctialis E Z, si semicirculus B C D in partes 12. secetur, erit D λ tempus à media nocte vsque ad crepusculum matutinum, cuius initium λ, C verò finis seu solis exortus, C B autem diei pars ad meridiem vsque, ac rursus B C id quod à meridie ad occasum vsque insumitur, ideoque C vespertini crepusculi initium, λ autem finis, ac inde ad D id quod ad mediam vsque noctem naturalem diem complet. Eodem modo erit γ initium crepusculi matutini, finisq; vespertini, cùm sol Cancri Tropicum obtinet: quare conuerso, vt priùs, semicirculo B C D in tempus, quot horæ à D puncto mediæ noctis, vel à B meridiei numerantur, tot à Meridiano abest crepusculi matutini initium ac finis vespertini. Cumque eadem sit in cereris supputandi ratio, modus repertus est, quo omni anni tempore, crepusculorum initia & fines ex proiecturis cognosci queant, quod erat postulatum.

PRO-

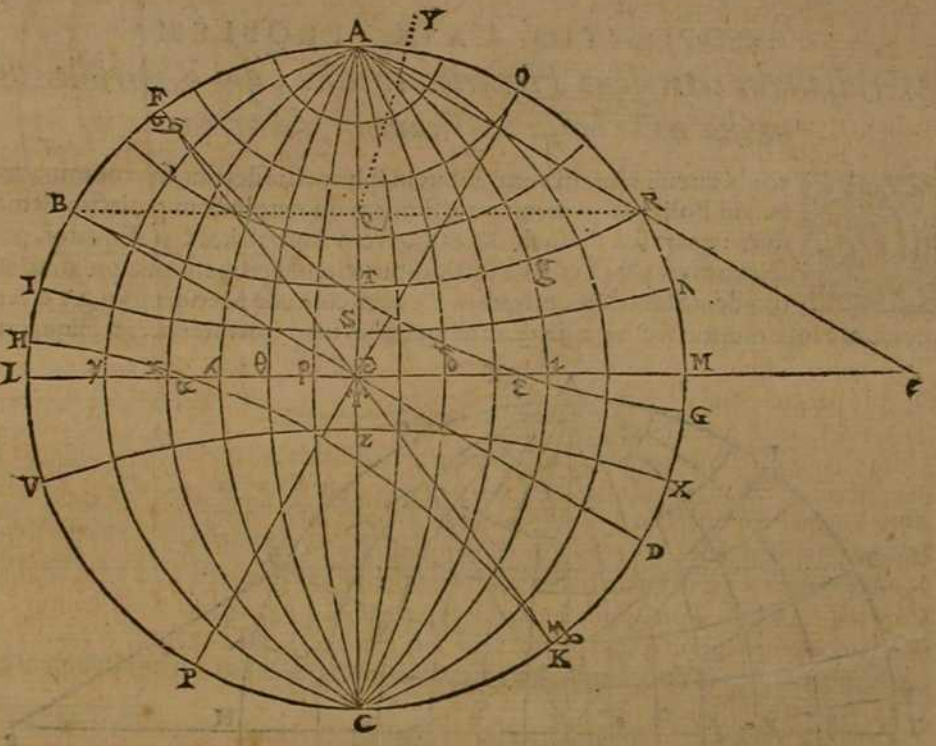
A

PROPOSITIO CXVIII. PROBLEMA.

Verticales circulos in planum profundere.

VT hactenus sphæræ circulos per tria puncta in plano descripsimus, ita & verticales, inuentis primò punctis per quæ singuli transeunt, commodissimè proijcientur: cùm verò per duo puncta omnes incedant, summum nempe cæli verticem, imumque Nadir, hæc primùm in plano designanda sunt. Itaque si Horizon L M ad rectos angulos secetur rectâ A C, erunt

B A & C Horizontis Poli: quæ enim è circuli centro ad ipsius circuli planum ad rectos



angulos excitatur, per circuli Polos transit per 8. primi Sphæricorum Theodosij: sunt verò Zenith & Nadir Horizontis Poli: igitur A Zenith erit, & C Nadir: quare hoc in primis constat, omnes verticalium circulorum proiecturas per A & C duci debere.

E Deinde cùm per æquales quoque portiones primitiui Horizontis circuli verticales traijciantur, diuidenda erit Horizontis proiectura L M in partes repræsentando æquales per 92. huius, quales hîc sunt E ρ, ρ θ, θ λ, λ κ, κ γ, γ L, totidemque, ac similes in altera proiecti Horizontis parte E M, singulæ capientes gradus quindenos, quibus & circulos altitudinum antè distinximus: per singula autem diuisionum puncta simul & vtrumque verticem A & C, circuli describendi sunt per 5. quarti Euclidis, quos constat verticales esse per 96. & 97. huius, quòd per eadem loca in plano ducantur, per quæ primitiui circuli verticales in sphæra incedunt.

In horum ac similium circulorum proiectione notandum est, circulorum qui ab L versus E continua serie se mutuò sequuntur, centra in alternis Horizontis segmentis existere quæ ab E versus M protenduntur. Exempli gratia, circuli A L C centrum est E, dein circu-

F li A γ C centrum est δ, nempe secti Horizontis signum, quod vno interiecto tertio loco sequitur; tum circuli A κ C centrum est i, quod quintum est diuisionis signum ab E supputatum; posteà circuli A λ C centrum est M, inter quod & i vnum sectionis signum vacuum relinquitur; rursus circuli A θ C centrum est e ipsius puncti R proiectura, intermissa scilicet proiectura puncti N; demum centrum circuli A ρ C est ipsius O proiectura, quæ signi R proiecturam vna interiecta sequitur, & quæ propter loci angustiam hîc designari non potuit: cuius rei demonstratio in propositionem centesimam decimam quintam asseruatur.

CONSECTARIVM.

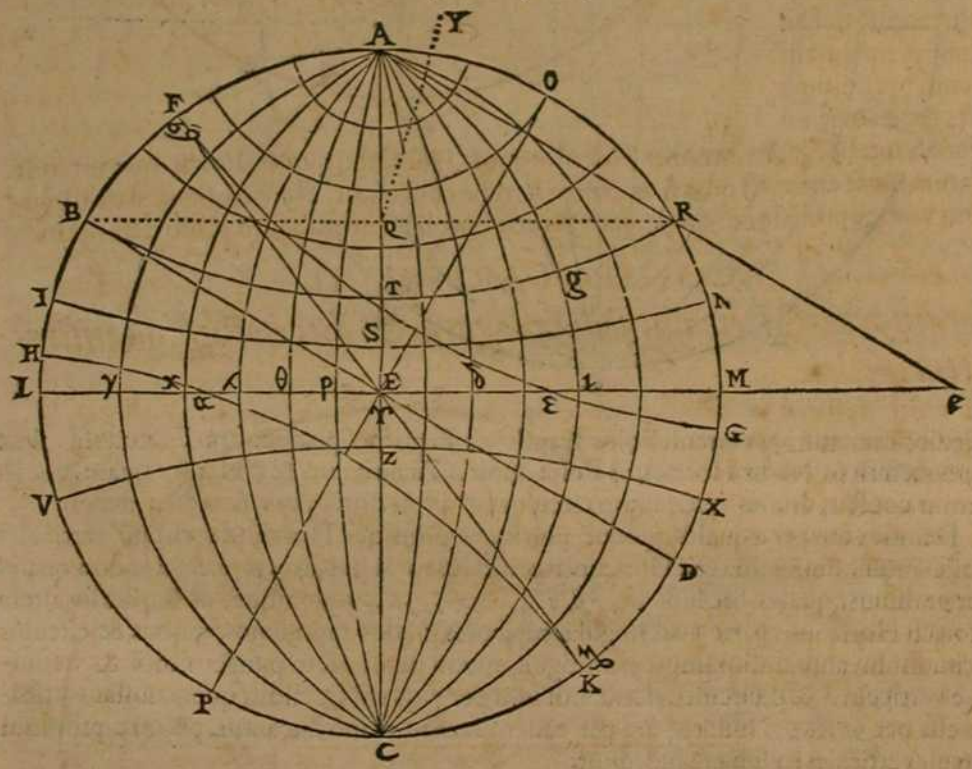
Proprium ſtellæ locum in proiecta ſphæra demonſtrare.

EX dictis facile erit ſtellæ locum proprium in ſphæræ proiectura oſtendere, ſi cognita fuerit ipſius ab Horizonte altitudo, & à Meridiano declinatio. Vt ſi triginta gradibus ſupra Horizontem emineat, conſtat ipſam in circulo altitudinis triginta graduum BTR locum habere: & ſi à Meridiano ſemicirculo AMC totidem abſit gradibus, erit ipſa haud dubiè in verticali circulo AIC; qui cùm circulum altitudinis BTR ſecet in g, perſpicuum eſt g verum ſtellæ locum eſſe in hac ſphæræ proiectura deſignatum: ſolum namque punctum g vtrique circulo BTR & AIC eſt commune.

PROPOSITIO CXIX. PROBLEMA.

Meridianum ceteróſque Horarios circulos, qui à meridie vel media nocte horas auſpicantur, decircinare.

CVM hi circuli Horarij verticalibus in ſphæra ſimiles ſint, ſolo nomine verticis in Poli nomen permutato, ſimilem quoque habent proiectionis modum: quare ſi A Polus ſit Borealis, C verò Auſtralis, & LM Æquator, perſpicuum eſt per ea quæ de verticalibus circulis propoſitione proximè antecedente ſunt demonſtrata, ALCM circulũ eſſe Meridianum, AEC verò circulum Hectemorion ſeu horæ ſextę, ac reliquos qui inter hos interiacent reliquarum



horarum indices eſſe: ſiquidem linea LM quæ modò Æquatoris vicem gerit, per quindenos gradus repræſentando ſecta eſt; hæc autem horarum ſunt interualla: igitur in hunc modum proiecti iam ſunt Horarij circuli, qui à meridie vel media nocte horarum ſeriem ducunt; quod erat faciendum.

CONSECTARIVM I.

Hinc quouis in plano Horolabium deſcribere.

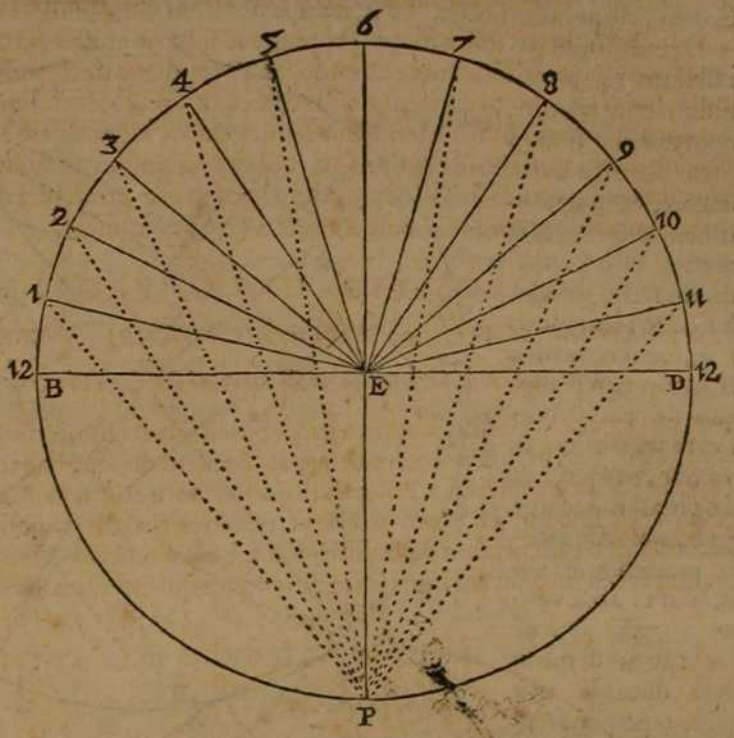
QVONIAM horarũ notę, quæ in plano deſignantur, ſunt communes circulorũ Horariorum & cuiuſcumq; plani interſectiones in Horologij planum proiectæ, fit vt quouis aſpectu, in quoduis planum hoc proiectionis genere æquè ac per ſuperiores Orthographiæ leges Horolabia deſcribi poſſint, ſi nimirũ deſcriptis Horarijs circulis, deſigna-

A ſignatoq; plano, communes huius & Horariorú interſectiones ad originem reuocentur.

Quod exemplo perſpicuum fiet. Sint in planum proiecti Horarij circuli ijdem, qui priùs per duos Polos A & C, perque Æquatoris proiecti LM partes repræſentatione æquales acti; hos autem ſecet planum quoddam BD,

B cui inſcribi poſtulátur horarum notæ. Sumatur ſeorſum linea BD ſecta in partes duodecim, ea ratione qua ipſa in ſuperiori ſchemate ſecatur à circulis Horarijs, & circa ipſam circulus deſcribatur:

C deinde per ſingulas notas lineæ BD à puncto P occulti radij ducantur, qui ad circuli peripheriam protenſi primitiuas partes ſectæ lineę BD deſignabunt: hoc eſt communes Horariorum & Horolabij interſectiones, quæ proinde horarum notæ erunt, ad quas ſi ex centro E rectæ educantur, erunt eæ ſigna in quæ gnomonis vmbræ procidunt: quare perfecta erit horolabij in propoſito plano deſcriptio.



D

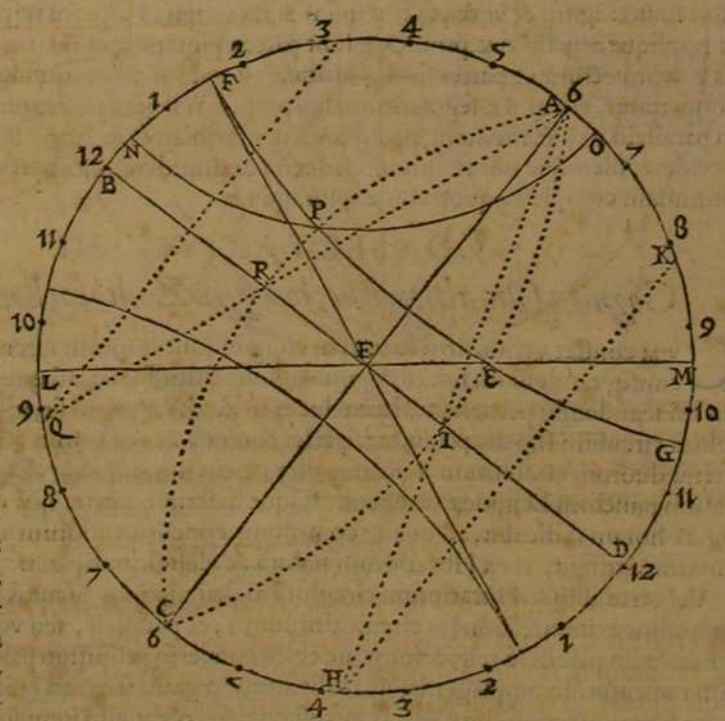
CONSECTARIVM II.

Horam ortus & occaſus ſolis indagare, & diei noctiſq; quantitatem metiri.

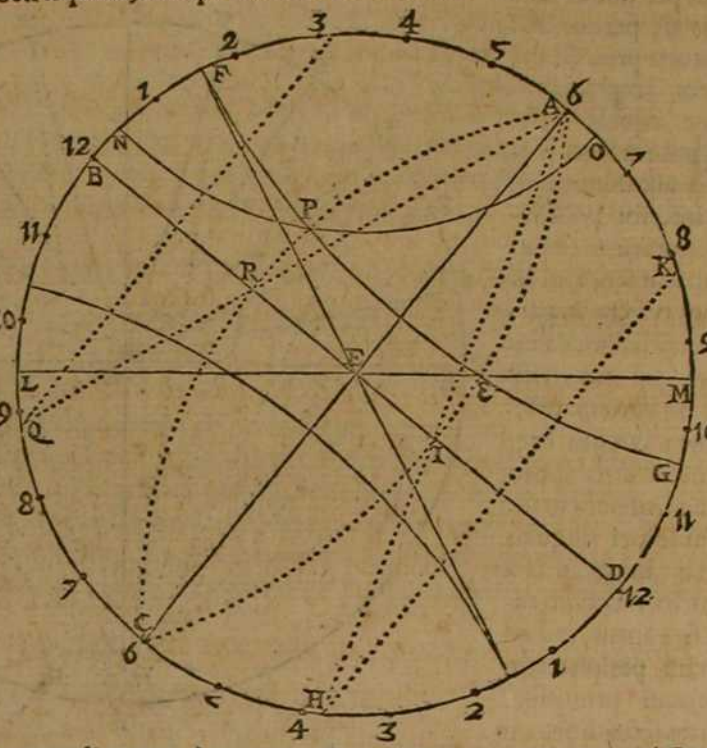
SIT in ſphæræ proiectura ABCD Horizon LM in rectam transfuſus lineá per 115. huius:

E itemq; Poli altitudo A, depreſſioq; C gradus vnius ſuprà 50. qualis in hoc noſtro eſt ſacri Imperij Marchionatu Antuerpienſi. Sit præterea Æquator BD, & Tropicus Cancri FG, vel quiuis alius

F è parallelis circulis: conſtat in primis ex hac proiectura ſolem, dum in Æquatore exiſtit, hora ſexta exurgere, eademq; hora occumbere, quòd ſcilicet Æquatoris BD & Horizontis LM communis interſectio E ad primitiuum Æquatorem



reuocata ipsum bifariàm secet per lineam AC lineæ duodecimę horæ perpendicularem, A quæ proinde horæ sextæ est linea: quare hora sexta eo anni tempore sol & oritur & occidit, estque dies nocti æqualis, nempe horarum duodecim.



B

Deinde sol ad parallelum FG peruenisse concedatur, oporteatque horam ortus & occasus indagare, & magnitudinem diei noctisq; metiri. Esto ε communis sectio paralleli FG, & Horizontis LM, locus nimirum Horizontis in plano, quo sol parallelum FG tenens oritur & occidit, perque ε & AC circulus ducatur AεC, qui Æquatoris proiecturam BD secet in I: ab A verò per I recta agatur AH: ab H demum recta ducatur HK ipsi BD perpendicularis: dico segmentum circuli HBK diurnum esse, nocturnum verò HDK. Quoniam enim per 10. secundi Sphæricorum Theodosij ducto circulo maximo AεIC per eosdem Polos A & C, per quos & circulus ABCD transit, primitiuæ circulorum parallelorum portiones, quæ proiecturis εG & ID, itemque εF & IB, aspectu respondent D similes sunt, erunt & ipsæ proiecturæ inter se repræsentando similes: quare vt repræsentando ID ad IB, ita & repræsentando se habet εG ad εF: sed vt ID ad IB secundùm aspectum, ita reipsa se habet peripheria HD ad HB peripheriam per propositionem 92. libri huius: igitur & vt reipsa HD ipsi HB, ita εG ipsi εF aspectu respondet: quamobrem HD, ipsique æqualis DK, primitiuæ sunt partes ipsius proiecturæ εG; & HB, ipsique æqualis BK, proiecturæ εF partes sunt primitiuæ: itaque si totus circulus ABCD in tempus conuertatur, erit HBK segmentum diurnum, HDK verò nocturnum. Vides ergo solem in parallelo FεG existentem, paulò ante quartam horam oriri, & paulò post octauam occidere: diemque horas omnino sedecim & dimidiam, noctem verò horas septem & dimidiam complecti; quod erat explorandum. E

CONSECTARIVM III.

Cognita solis altitudine, locoq; in Zodiaco, horam edicere.

CVM constet verum astri locum in congressione duorum circulorum existere, quicumq; tandem illi sint, si cognita sit solis altitudo, seu ad quem circulum altitudinis sol scandendo peruenerit; si item locus in Zodiaco notus sit, ac proinde quem parallelum circulum illo die percurrat, perspectus erit & verus solis locus, nempe in congressu duorum circulorum, quorum alter altitudinis est, alter Æquatori parallelus per datum punctum Eclipticæ transiens. Itaque descriptis præter hos duos circulos Horarijs, is horam indicabit, ad quem communis concursus illorum duorum circulorum proximè attingit, vt ex Horariorum natura ac definitione patet. F

Vel certè absque Horariorum circulorum designatione breuiùs horam colligemus, si communem intersectionem circuli altitudinis, & paralleli, seu verum locum solis ad primitiuum parallelũ reuocemus: hic enim conuerso primitiuo parallelo in tempus horam indicabit. Exempli gratia, esto solis altitudo graduũ 45. ad cuius altitudinẽ in schemate superioris consectarij descriptus est circulus OPN; esto item sol in Tropico Cancri FG: erit ergo proprius solis locus plano exceptus in cõmuni horum circulorũ sectione P:

quare

A Quare per A P C circulus occultè describatur secans ipsam B D in R, perque R ex A recta ducatur A Q: hæc cùm primitiuum locum demonstret puncti P, palàm est eo tempore, quo sol in Tropico Cancri existens altitudinem habet graduum 45. horam esse fermè nonam antemeridianam, vel paulò supra tertiam pomeridianam.

CONSECTARIVM IV.

Ex hora, locoq; solis in Zodiaco altitudinem venari.

HVIVS consectarij praxis facilis est ex precedentis consectarij explicatione: descripto namque datæ horæ circulo Horario A R C, ductoque per locum solis quem in
B Signifero obtinet parallelo F G qui Horarium A R C secet in P, erit P verus locus solis: per quem si rursus altitudinis circulus describatur O P N, vera solis altitudo arcu L N vel M O continebitur, vt ex dictis patet: hic ergo si in gradus diuidatur, inuenietur vt suprà graduum quadraginta quinque; quod fuit postulatum.

CONSECTARIVM V.

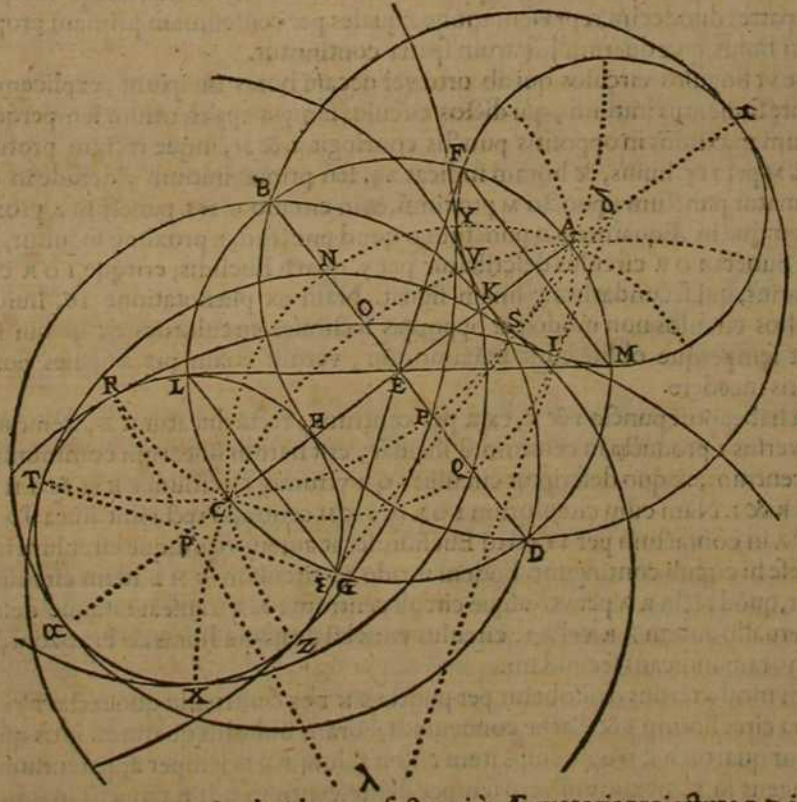
Perspecta altitudine, horáque, locum solis in Signifero ostendere.

SIMILIS ratio est inuestigandi locum solis in Signifero, horâ altitudineq; præcognitâ. Si enim propositæ horæ circulus Horarius describatur A R C, & per solis altitudinem, puta graduum quadraginta quinque, circulus altitudinis ducatur qui Hora-
C rium secet in P; ac rursus per P Æquatori B D parallelus agatur F G, hic vbi Eclipticam secabit, ibi locum solis in Zodiaco exhibebit, cuius primitiuus locus est postulatus.

PROPOSITIO CXX. PROBLEMA.

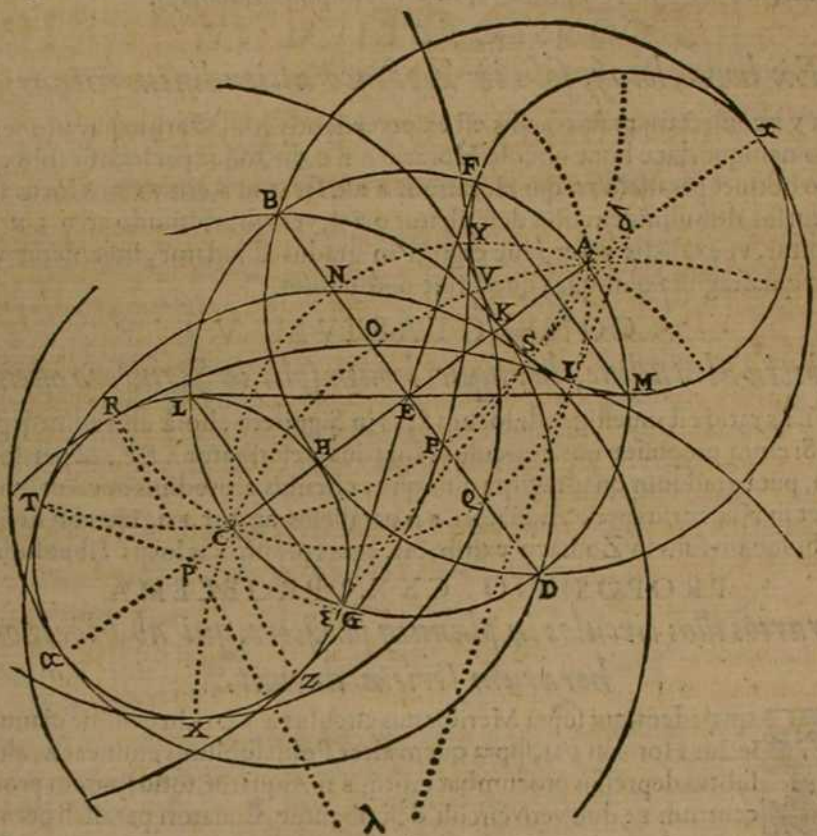
Horarios illos circulos in planum proïjcere, qui ab Horizonte horarum seriem ducunt.

D ESTO idem, qui suprà Meridianus circulus A B C D, in eiusque planum proiectus Horizon L M, supra quem alter Polus sublimis emineat A, alter verò subtus depressus procumbat C; sitq; B D Æquator, totius autem proiecturæ centrum E: duo verò circuli describantur Æquatori paralleli per 112. huius, quorum alter F K M omnium semper apparentium maximus sit, alter verò G H L maximus illorum omnium, qui perpetuò delitescunt, qui in partes duode-



cim repræsentatione æquales diuidantur, secta priùs Æquatoris proiectura B D in partes sex

ſex ſecundùm aſpectum æquales punctis N, O, E, P, Q, deinde deſcriptis occultè circulis per ſingula hæc puncta ſimul & Polos A & C, quales hîc ij ſunt qui punctis notantur, Horarioſque Aſtronomicos bina horarum interualla capientes repræſentant: hi in-



quam, cùm per A & C ducantur, Polos nimirum circulorum F K M & G H L, quorum hic ſemper deliteſcentium, ille ſemper apparentium maximus eſt, ſecabunt & hos ipſos circulos in partes duodecim repræſentatione æquales per centeſimam primam propoſitionem libri huius, quæ duarum horarum ſpatia contineant.

Itaque vt ſingulos circulos qui ab ortu vel occaſu horas incipiunt, explicemus, ab Horizonte ſumemus initium, qui dictos circulos ſemper apparentium ſemperque deliteſcentium maximos in oppoſitis punctis contingit L & M, inque rectam profunditur lineam L M per 115. huius, & horam indicat 24. ſeu primæ initium: deinde in circulo F K M ſumatur punctum I puncto M proximũ, & in circulo G H L punctum R proximum ipſi L, itemque in Æquatore B D punctum O quod punctum E proximè ſequitur; perque tria data puncta I O R circulus deſcribatur per 5. quarti Euclidis, eritque I O R circulus ille Horarius, qui ſecundæ horæ finem ſignat. Nam ex prænotatione 16. huius libri conſtat hos circulos non modò per oppoſitas ſectiones circulorum ex ijs qui ſemper apparent ſemperque obliteſcunt maximorum, verùm etiam per æquales portiones Æquatoris incedere.

Si ſola habeantur puncta I & R, ex R per centrum ρ recta ducatur R λ, itemque recta I λ quæ verſus I producta in centrum δ incidat, erit harum linearum communis interſectio λ centrum, ex quo deſcriptus circulus I O R vtrumq; circulum F K M & G H L continget in R & I. Nam cùm circulorum I O R & F K M centra, in recta ſint linea δ λ, cadet eadem δ λ in contactum per 12. tertij Euclidis: ſecat autem vtrumque circulum in I: igitur in I ſeſe hi circuli contingunt. Eodem modo & circulum G H L idem circulus in R contingit, quòd recta R λ per vtriuſque circuli centrum ε & λ tranſeat: itaque deſcriptus ex λ, interuallo autem λ R vel λ I, circulus vnus eſt ex iis qui horas ab Horizonte auſpicantur, horam indicans ſecundam.

Eodem modo tertius deſcribetur per puncta S N T ex centro ε, in quo rectæ T ρ ε & δ S ε per centra circellorum ρ & δ actæ conueniunt, horam indicans quartam. Hos qui ordine ſequitur quartus B K D α, circulus item eſt, circulum F K M ſemper apparentium maximum tangens in K, maximum verò ſemper deliteſcentium G H R tangens in α, horamq; indicans ſextam. Poſteà quintus horæ octauæ circulus V Q X eodem prorſus modo deſcribe-

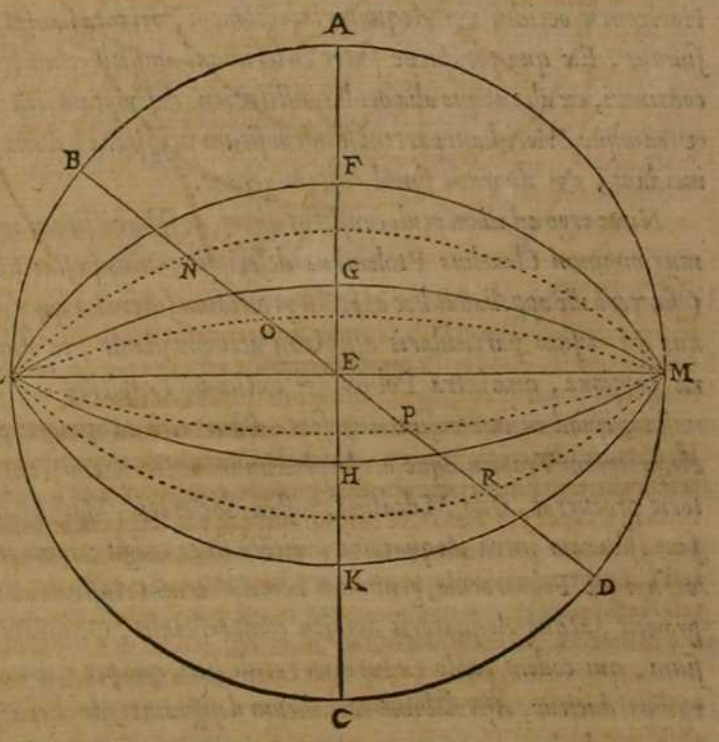
A ſcribetur, quo tertius; & ſextus Y P Z qui horæ eſt 10. quemadmodum ſecundus: tandem ſeptimus F G horæ duodecimæ recta iterùm eſt linea, vti & primus L M; nam ad planum Meridiani circuli A B C D rectus eſt: quia ergo Meridianus A B C D directè cernitur, erit horæ duodecimæ horarius circulus perpendiculariter expoſitus, vtpote per oculum tranſiens. Cumque reliqui ſimilem habeant deſcriptionis modum, eos Lectori conſiderandos relinquimus, ne actum agere videamur, lineaſque nulla neceſſitate multiplicemus.

PROPOSITIO CXXI. PROBLEMA.

Cæleſtium domorum terminos ponere.

B FACILLIMA eſt eorum circulorum qui cæleſtes domos diſcriminant, explanatio, ex iis quę de verticalium & Horariorum proiectione diximus: vti enim verticales per Horizontis Polos, parteſque æquales Horizontis & Horarij per mundi Polos, æqualeſq; partes Æquatoris; ita domorum cæleſtium circuli per communes Horizontis & Meridiani interſectiones, item per æquales portiones verticalis primarij aut Æquatoris incedunt. Quare diuiſo primario verticali aut Æquatore in partes repræſentatione æquales, ſi per has & communes Horizontis & Meridiani interſectiones circuli ducantur, erunt hi cæleſtium domorum in plano diſtinctores.

C Exempli gratia, ſit Horizon in planum profuſus L M per 115. huius, verticalis autem primarius A C per 118. Æquator denique B D per 111. ſeceturque verticalis primarius A C in ſex partes æquales ſecúdùm aſpectum per 92. huius pũctis F, G, E, H & K, per-



D que ſingula ſimul & communes interſectiones Horizontis & Meridiani L & M circuli ducantur: erũt ergo ſpatia inter hos interiecta, cæleſtes domus; ipſi autem circuli illarum diſtinctores,

E ſecundùm Campanũ: at ſi per Æquatoris B D æquales ſectiones N, O, E, P & R circuli deſcribãtur, quales hîc punctis notantur, erunt hi cæleſtium, quas vocant, domorum interſtitia, ex Regiomontani ſententia; quæ omnia ex dictis ſatis ſuperque probari poſſunt.

PROPOSITIO CXXII. PROBLEMA.

Poſitionum circulos conſtituere.

F EADEM eſt horum circulorum deſcriptio, quæ & illorum qui cæleſtia domicilia diſcriminant, vt propoſitione 47. in Orthographica ipſorum proiectione dicebamus: nam hoc tantùm à cæleſtium domorum circulis diſtinguuntur, quòd hi per certas dumtaxat Æquatoris vel primarij verticalis partes ducantur; illi verò per quodcumque punctum extra communes Horizontis & Meridiani interſectiones aſſumptum, quod diſcrimen nullam infert proiectionis diuerſitatem. Deſignato igitur in plana ſphæræ deſcriptione puncto quouis, puta N, ſi per id & puncta L & M circulus deſcribatur per 5. quarti Euclidis, erit hîc vnus è poſitionum circulis; vt ex dictis conſtat.

STE-

A

STEREOGRAPHICA

SPHAERAE TRANSFVSIO

Oculo in altero Polorum constituto.

IN superiore sphæræ proiectione quam hactenus delineauimus, illud ob- B
seruatione dignum videtur, quidquid intra Meridiani ambitum proiicitur, vtriusque hemisphærij vicem subire, solo oculo imaginariè transmutato. Cùm enim oculus in communi Horizontis & Arietis sectione constituitur, descripta figura illud hemisphærium repræsentat, quod à Meridiano versus Occidentem spectat: cùm verò in communem Horizontis & Libræ sectionem oculus transfertur, proiectum schema alterũ hemisphærium exhibet, quod ad Orientem vergit Meridiano diremptum. Quod quidem ita se habet, si Arietis signum in communem intersectionem Aequatoris & Horizontis ortiui incidat, Libra verò in communem C
Horizontis occidui & Aequatoris sectionem, vti tota hac sphæræ descriptione supposuimus. Ex quo perspicuè patet Meridiani ambitu vniuersam sphæram proiectam contineri, ex alia atque alia oculi constitutione descriptam, ita vt circuli omnes, qui ad vtramque Meridiani partem similem situm in sphæra habent, in eumdem plani locum incidant, & duorum simul vicem gerant.

Nunc ergo ad illam oculi constitutionem, ac sphæræ situm aggredimur, quo eam primus omnium Claudius Ptolemæus descripsit, cuius exstat libellus de Planisphærio; D
(sic verò ille appellabat hoc aspectu proiectum schema) quod posteà Ioannes Stoflerinus ad vsum particularis astrolabij accommodauit, ea dumtaxat assumpta sphæræ portione, quæ intra Polum & extimum Tropicum continetur; reliqua prætermissa, quòd in immensum augescat. Cùm verò ea quoque pars sphæræ, quæ inter Aequatorem Tropicumque oculo proximum intercipitur, extra proiecturam Aequatoris procurrat, Odo Malcotius, nostræ Societatis Mathematicus insignis, vniuersam sphæram intra Aequatoris proiecti fines coëgit: nam transmutato vicissim in vtrumque Polum oculo, geminum hemisphærium Australe ac Boreale, in idem planum E
proiecit, atque Aequatoris ambitu comprehendit, Gemmam hac in re imitatus Frisium, qui eodem pacto ex superiore oculi situ, quo per vtrumque æquinoctij signum radius ducitur, Astrolabium catholicum designauit, duplici aspectu vniuersam sphæram complexus.

PROPOSITIO CXXIII. PROBLEMA.

Eos qui in sphæra mobili sunt circulos stereographicè explanare, oculo in antarctico Polo constituto. F

HOc aspectu perspicuum est, Æquatorem in primis, omnesque ipsi parallelos circulos, (quales sunt Tropici, Polares, & qui diurni vocantur, illi item, quorum alter omnium semper apparentium, alter verò omnium semper delitescentium maximus est) in circulos proijci, quorum idem sit verum atque apparens centrum. Nam quoniam punctum, in quo oculus, omnium horum circulorum est Polus, quæ ab oculo ad cuiusuis circuli centrum ducetur recta

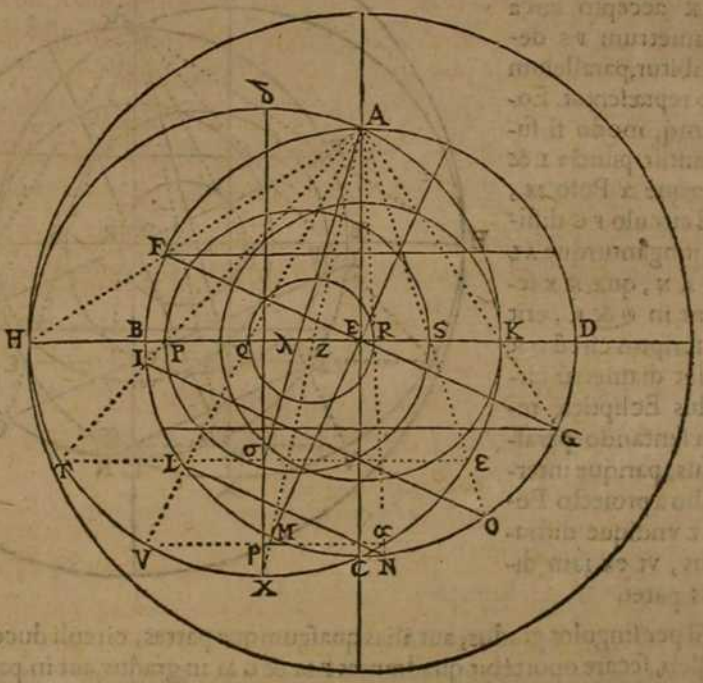
A recta linea, ad eumdem circulum recta erit per 11. primi Sphæricorum Theodosij secundùm ordinem Arabum: quare directè vnusquisque aspicitur, per ea quæ ad propositionem 31. libri tertij sunt prædefinita: igitur per 94. propositionem huius libri omnes circulari forma decircinantur, cuius idem verum atque apparens centrum, quod & sphæræ.

Cùm ergo ex eodem centro hi omnes circuli describantur, quærenda dumtaxat sunt ipsorum interualla; inuenientur autem ea hoc modo: Esto maximus sphæræ circulus directè obuersus A B C D, ex centro E descriptus, qui & Æquator: hunc ad normam sescent duæ rectæ lineæ per centrum actæ A C & B D, quæ in infinitum productæ duo-

B Coluros repræsentabunt, ex perpẽdiculari aspectu in planum Æquatoris profusos: hi itaque si in partes repræsentatione æquales distribuantur, facile erit per singulas earum ex centro E circulos

C describere, qui parallelos Æquatori exhibebunt. Exempli gratia, sumantur arcus B F & D G graduum viginti trium & dimidij, punctaq́; F & G radijs ab oculo A profusis in planum proijciantur,

D quæ per 92. huius in puncta H & K incident. Quare si A Polus Australis sit, erit circulus ex semidiametro E K descriptus Tropicus Cancri; is verò qui ex semidiametro E H, Tropicus Capricorni. Quo etiam pacto quicumque alij circuli Æquatori paralleli describentur, vt polares, inuenta in plano ipsorum declinatione, vel certè designatis tribus punctis per quæ transeunt.



Porrò si Æquator in partes quotcumque diuidatur, & ex centro E per diuisionum signa rectæ lineæ protendantur, erunt hæ illorum circulorum proiecturæ,

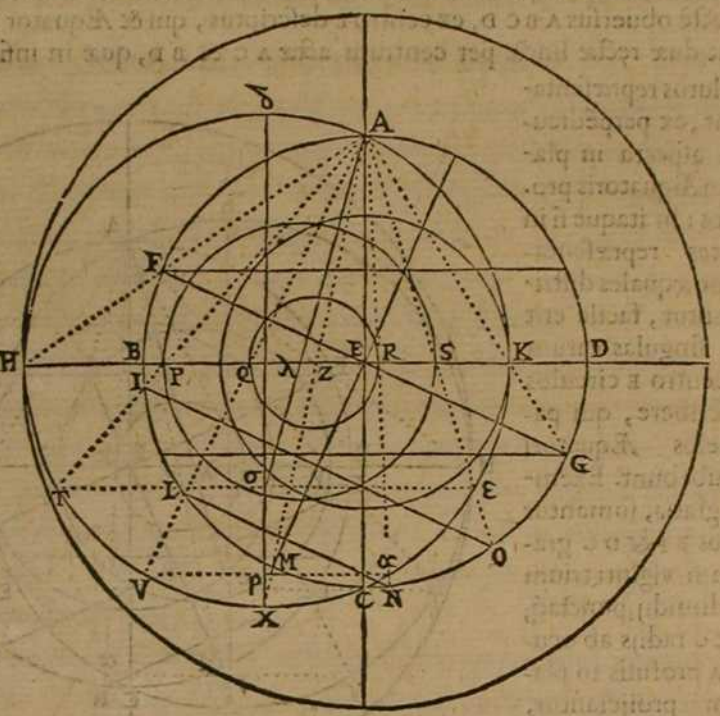
E qui declinationes continent, inter quos & Coluri censentur: hi namque omnes per mundi Polos, in quorum altero oculus collocatur, & quascumque sectiones Æquatoris incedunt, vt prænotatione 15. initio huius libri docuimus.

Ecliptica quoniam in oppositis signis Tropicos contingit, & Æquatorem bifariàm secat, erit ipsius proiectura A H C K: hæc enim Tropicos in oppositis locis H & K attingit, & Æquatorem A B C D in A & C bifariàm diuidit, sic vt A sit Arietis signum, K verò Cancri, at C Libræ, H autem Capricorni: cuius reliqua signa si postulentur, secanda erit obliqua proiectura A H C K in 12. partes repræsentatione æquales, per 100. huius; per hæc siquidem diuisionum puncta si ex centro E circuli ducantur, erunt hi circuli

F diurni, atque Æquatori paralleli.

Si Eclipticæ paralleli desiderentur, quos latitudinum circulos vocant, primùm diuidendus erit semicirculus F M G bifariàm in M: nam iunctâ A M, quæ ipsam H K secet in Z, erit Z Eclipticæ Polus, quem paralleli omnes intra Eclipticæ proiecturam A H C K ducti ambiunt: itaque in quadrantibus F B M & G C M, duo puncta accipiantur I & O, æquè à Polo M, vel à diametro F G disiuncta; vbi verò ductæ A I & A O lineam H K intersecant, puncta signentur P & S, & sumpto centro in linea H K circum P S velut diametrum circulus describatur: hunc dico Eclipticæ repræsentando parallelum esse, & à Polo Z pari vndique interuallo distare. Nam punctum P ipsius I, & S ipsius O est proiectura, per commune proiecturarum axioma; centrum autem primitiui circuli qui per I & O duci-

tur, proiecturam habet in eadem recta H K. Cùm enim circulus I O circulo F G sit parallelus ex hypotheſi, erit idem vtriuſque circuli Polus, per primam ſecundi Sphæricorum Theodoſij: at circuli F G Polus in ſemicirculo eſt F M G ad ſignum M: quia igitur ſemicirculus F M G, vtpote maximus rectuſq; ad circulum I O, ſecat eumdem circulum I O bifariàm per 15. primi Sphæricorum Theodoſij, tranſibit communis vtriuſque ſectio per circuli I O centrum: eſt verò ſemicirculi F M G proiectura H K: itaque & circuli I O centrum in lineam H K proiectum incidit: quare circulus qui centro in linea H K accepto circa diametrum P S deſcribitur, parallelum I O repræſentat. Eodemq; modo ſi ſumantur puncta L & N æquè à Polo M, vel circulo F G diſſita, iunganturque A L & A N, quæ H K ſecent in Q & R, erit deſcriptus circũ Q R velut diametrũ circulus Eclipticæ repræſentando parallelus, pariq́ue interuallo à proiecto Polo Z vndique diſtractus, vt ex iam dictis patet.



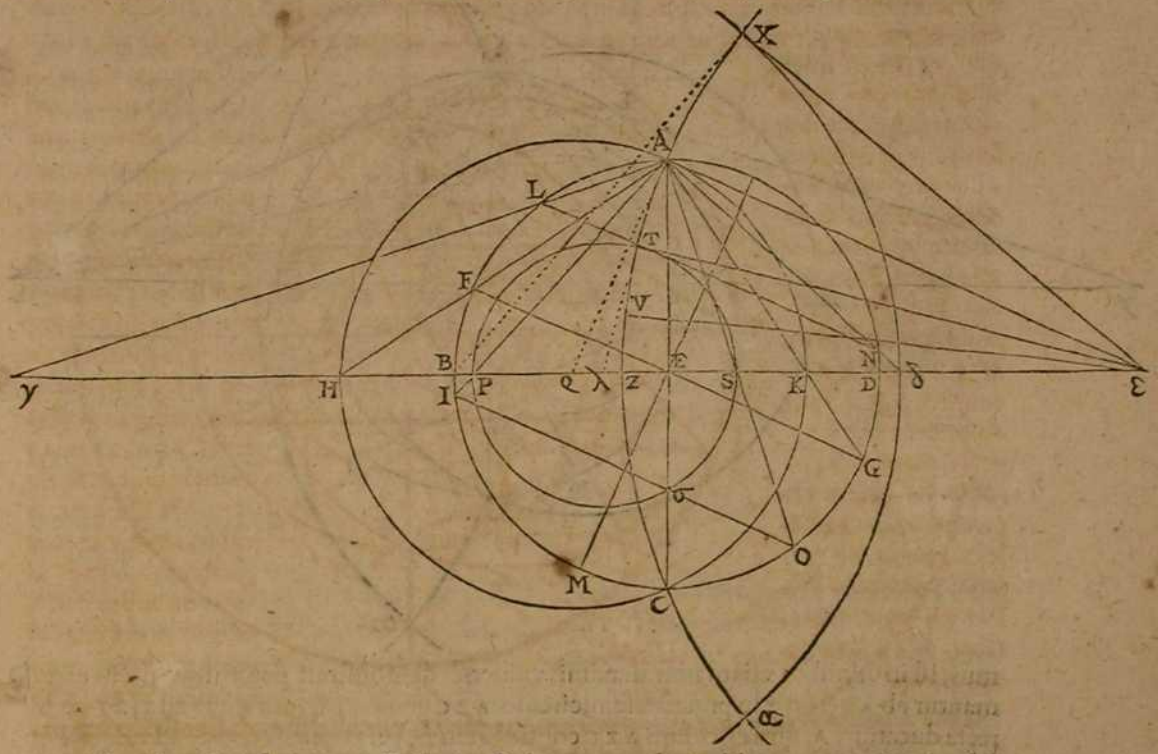
Si per ſingulos gradus, aut alias quaſcumque partes, circuli ducendi ſint Eclipticæ paralleli, ſecare oportebit quadrantes F M & G M in gradus, aut in partes poſtulatas, & loca ſectionum æquè ab M, vel ab F & G diſtantia rectis lineis coniungere, perq́ue harum extrema radios ab oculo A ducere, qui H K, communem ſcilicet interſectionem plani & circuli A B C D, ſecent: hæc inquam loca apparentes diametros parallelorum circulorum qui poſtulantur, intercipient.

Alia ratione ijdem paralleli Eclipticæ deſcribentur, quæ à priore non longè abſimilis eſt, nec minùs expedita. Diuidatur ſemicirculus proiectæ Eclipticæ H C K in partes æquales per puncta T, V, X, α, ε, quæ, vt priùs, arcus diſtinguant graduum 30. iunganturq́ue puncta æquè ab H & K diſiuncta rectis T ε, V α, ad quarum extrema rectæ ab A protendantur: dico has per eadem puncta P, Q, Z, R & S tranſire, in quæ ſectiones ſemicirculi primitiui Eclipticæ F M G proijciuntur, ideoq́ue & eaſdem apparentes diametros P S & Q R haberi, vt priùs. Quoniam enim A H & A T angulum continent ad vtriuſque circuli A H C K & A F M G peripheriam conſtitutum, erunt arcus H T & F I ſimiles per 40. lemma huius libri: eodem verò modo ſimilis erit arcus K ε arcui G O: igitur A T per I, & A ε per O tranſit, & A I T, A ε O rectæ ſunt lineæ: quare A T & A ε etiam per P & S incedunt, eamdemq; præbent apparentem diametrum P S, quam antè ex ductu linearum A I & A O inuenimus. Cumq́, eadem ſit in ceteris demonſtratio, eam Lectoris induſtriæ colligendam relinquimus.

Porrò ex eodem principio centra quoque vera circulorum Eclipticæ parallelorum nullo negotio inueniemus hoc pacto: A puncto σ vbi T ε ipſam X δ, (quæ per Eclipticæ proiectæ centrum diametro H K normalis ducta eſt) interſecat, recta ad oculum A deſtinetur: hæc inquam circuli P S centrum deſignabit. Cùm enim T ε ipſi P S ſit parallela ex hypotheſi, erit triangulum T A σ triangulo P A λ, itemq́ue σ A ε triangulum triangulo λ A S æquiangulum per 4. lemma libri quinti: quare & proportionalia ipſorum latera per 4. ſexti Euclidis, vtq; A σ ad A λ, ſic T σ ad P λ, ac rurſus vt A σ ad A λ, ſic quoque σ ε ad λ S: ideoq́ue per 11. quinti Euclidis vt T σ ad P λ, ita σ ε ad λ S, & permutando vt T σ ad σ ε, ita P λ ad λ S: ſed T σ æqualis eſt ipſi σ ε per 3. tertij Euclidis, quòd ſcilicet X δ ipſam

A ipſam T ε ad rectos angulos ſecet: itaque & P λ ipſi λ S eſt æqualis: quocircà λ eſt circuli P S centrum. Eodem modo ducta A ρ ſecabit apparentem diametrum Q R in proprio centro Z, quòd videlicet Q R iuxtà ac V α per eamdem A ρ bifariàm diuidatur, vti iam iam eſt demonſtratum.

Placet hunc quoque modum adiungere quo paralleli Eclipticæ expeditè deſcribi poſſunt. Eſto A B C D, vt ſuprà, Æquator; A H C K verò Ecliptica, cuius diametrus H K ex diametro Eclipticæ F G orthographicè deſignata producitur, radijs ex A per F & G in H K



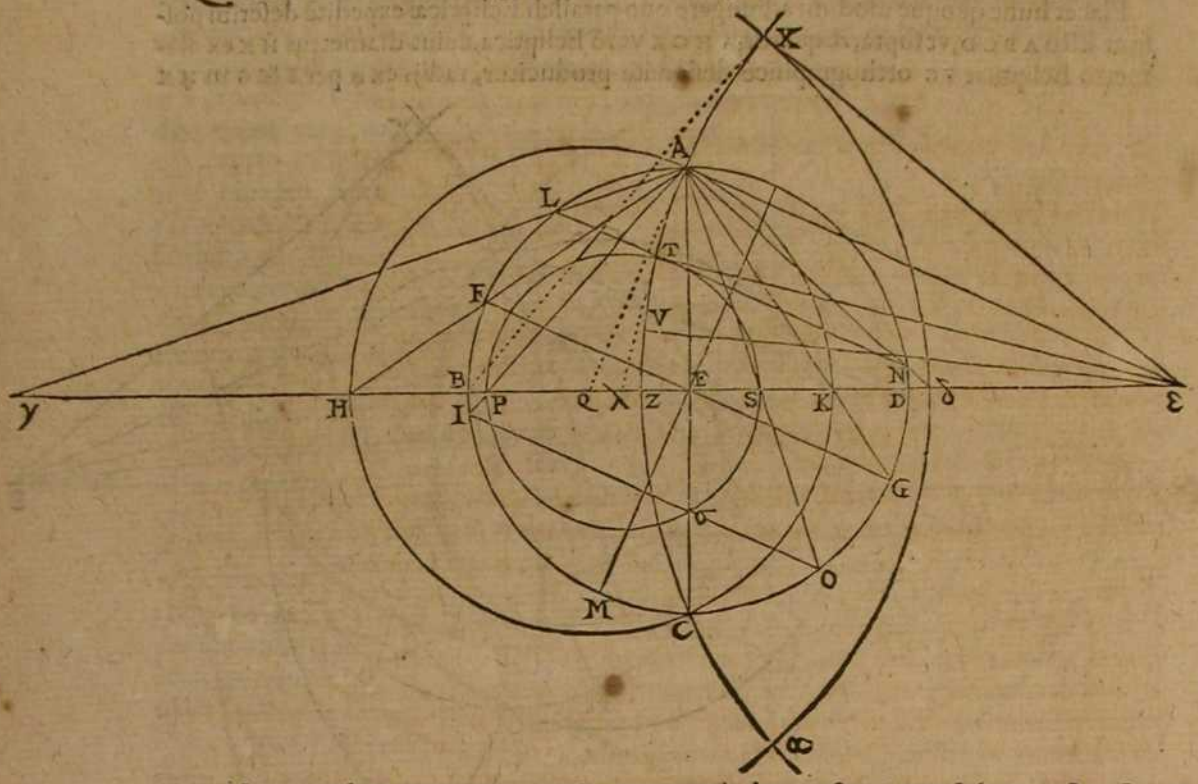
procidentibus: deinde inuento Eclipticæ Polo Z per 99. huius lib. per A Z C circulus deſcribatur, cuius centrum repertum ſit ε; hic circulum ſphæræ repræſentabit per Eclipticæ Polos actum, ipſamque Eclipticam bipartitò ſecantem in A & C: igitur quoniam per æquales huius circuli portiones paralleli incedunt, ſecetur is in partes repræſentatione æquales, vel certè in eas per quas ducendi ſunt paralleli, & à centro ε ad ſectionum loca rectæ ducantur, quibus perpendiculares adiungantur, quæ circulum A Z C contingant; ſecent autem rectam H K: dico contingentium & lineæ H K communes interſectiones centra eſſe deſcribendorum parallelorum, ipſas autem contingentes eſſe parallelorum ſemidiametros.

E Exempli gratia, ab ε ad A recta ducatur ε A, huic verò perpendicularis adiungatur A Q quæ ipſam H K ſecet in Q: dico Q centrum eſſe, A Q verò ſemidiametrum Eclipticæ, quæ per A H C K deſcribitur; & Q æquè diſtare à punctis H & K, quæ ab F & G radijs A H & A K proijciuntur. Quoniam enim A Q circulum A Z C contingit, ipſique A ε eſt perpendicularis per 18. tertij Euclidis, erit angulus Q A ε rectus: ſed & H A K angulus rectus eſt, vtpote in ſemicirculo; ſublata igitur communi portione Q A K, relinquetur angulus H A Q angulo K A ε æqualis: ſed eidem K A ε angulo æqualis eſt E A K angulus per 27. tertij Euclidis, quòd ſcilicet ambo æqualibus peripherijs A K & K C inſiſtant: igitur angulus H A Q angulo E A K eſt æqualis, additaque communi portione Q A E, erit rurſus angulus

F H A E angulo Q A K æqualis: ſed in triangulis F A E & Q A K, in quibus hi ipſi anguli æquales, ſunt etiam æquales inter ſe anguli A F E & A K Q, per ea quæ propoſitione 96. ſunt demonſtrata, vbi videlicet oſtenſum eſt coni H A K ſectiones H K & F G ſubcontrarias eſſe, atque idcircò triangula A H K & A F G ſimilia eſſe & æquiangula: igitur & reliquus angulus A E F reliquo A Q K eſt æqualis: quocircà æquiangula ſimiliaque ſunt triangula F A E & Q A K: vt ergo A E ad E F, ita A Q ad Q K: eſt autem A E æqualis ipſi E F, vtpote eiuſdem circuli ſemidiametri: itaque & A Q, Q K ſunt inter ſe æquales. Rurſus quoniam à ſimilibus triangulis A F G & A K H ſimilia triangula A F E & A K Q detracta ſunt, reliqua A E G & A Q H relinquuntur ſimilia: quapropter vt A E latus ad latus E G, ita A Q ad Q H:

sed A E ipsi E G æquale est per circuli definitionem: igitur & A Q ipsi Q H est æquale; A
quare & Q H, Q K inter se sunt æqualia: ideoque Q est ipsius circuli A H C K centrum;
quod erat demonstrandum.

Quod in maximi circuli proiectura A H C K particulari demonstratione probaui-



mus, id in omnibus etiam non maximis vniuersè demonstrari potest hoc pacto: Su- D
mantur ab A versus C in proiecto semicirculo A Z C gradus triginta vsque ad T, à T verò
recta ducatur T λ, quæ circulum A Z C contingat in T, vel ei quæ è centro ε ad T ducitur,
sit perpendicularis: dico λ centrum esse illius paralleli qui triginta gradibus ab Eclipti-
ca vndique distat: constat enim in primis hunc parallelum per signum T duci debere,
vt suprà ostensum est. Deinde descripto orthographicè parallelo I O, qui triginta gradi-
bus ab F & G distet, ductisque radijs A I & A O, quæ ipsam H K secent in P & S, hoc et-
iam constat ex proximè demonstratis, parallelum qui ab Ecliptica triginta gradibus di-
stat, per puncta quoque P & S transire: tria itaque habentur puncta T, P & S, per quæ du-
ctus circulus parallelum triginta gradibus ab Ecliptica disiunctum repræsentat.

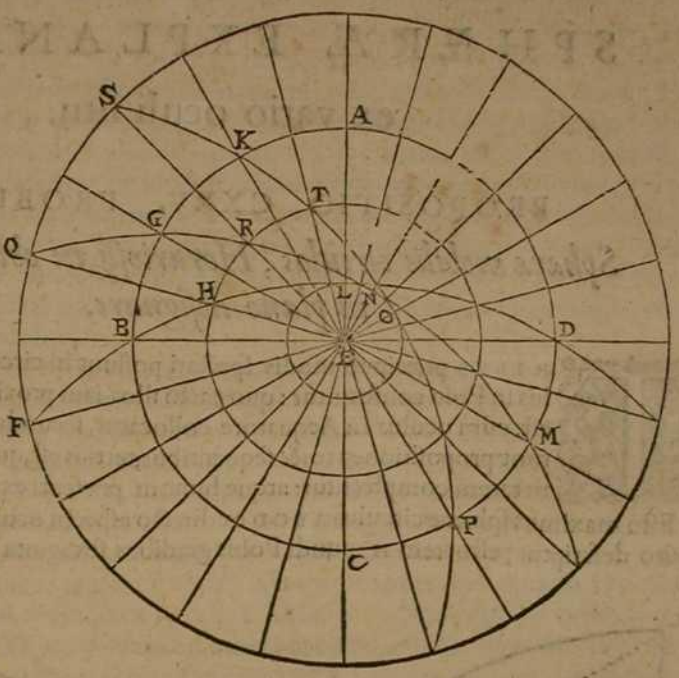
Itaque hoc solum demonstrandum supereſt, rectam T λ quæ circulum A Z C in T con- E
tingit, vel ipsi T ε quæ ex centro ε ducitur, rectis adiungitur angulis, in centrum circuli
T P S cadere: id quod in hunc modum probatur: Si T λ circulum A Z C contingat, erit T ε
quæ à contactu T ad centrum ε ducitur, tangenti T λ perpendicularis per 18. tertij Eucli-
dis: quocircà ε T circulum T P S viciſſim contingit per 16. tertij Euclidis; ideoq; per 19. ter-
tij Euclidis in T λ erit circuli T P S centrum: est verò & in H K eiusdem circuli T P S cen-
trum, quemadmodũ & reliquorum parallelorum: igitur centrum circuli T P S illud est
punctum lineæ H K, cui T λ circulum A Z C contingens incidit; quod erat probandum.

PROPOSITIO CXXIV. PROBLEMA.

Ex eadem oculi constitutione Horarios circulos stereographicè in planum transcribere. F

ESTO vt suprà propositione 123. sphæræ Polus E Borealis, circa eum verò descriptus Æquator A B C D, & Tropicus Cancri H R T, Tropicus autem Capricorni F S Q: quoniam Horarij illi qui à Meridiano principium horarum ducunt, per alterum quidem Polum E in quo est oculus, per alterum verò littera signatum E transeunt; perspicuum est per 91. libri huius, illos omnes in rectas lineas hac oculi constitutione incidere: incedunt

A dunt autem & per æquales portiones Æquatoris omniumque circulorum, qui ab Æquatore parallelo interuallo distant: igitur secto Æquatore A B C D, vel quocumque è parallelis in partes 24. æquales, rectæ quæ à centro E ad æquales hasce
B partes dirigentur, Horarios illos, qui à meridie vel media nocte inchoatas horas signant, repręsentabunt, quales hîc sunt E F, E B, E Q, E G, & quæ has ordine consequuntur.



C Nunc si per 92. propositionem huius libri accipiatur distãtia Poli ab Horizonte E L, erit B L D Horizontis proiectura; siquidem à Meridiano circulo in rectam lineam A C proiectum, portionem assumit E L eleuationi Poli repræsentatione æqualem, ipsumque Æquatorem bifariàm diuidit.

Itaque B L D primus est illorum Horariorum, qui ab ortu vel occasu seriem horarum
D auspicantur. Ergo centro E, interuallo autem E L circulus describatur, eritque is illorum parallelorum, qui semper apparent, maximus per præcedentem propositionem, & à rectis horarum Astronomicarum radijs in partes 24. æquales secabitur: itaque si per opposita horarum signa in Æquatore assumpta circuli ducantur, qui circulum L N O contingant, erunt hi illorum Horariorum proiecturæ, qui ab Horizonte initium horarum sumunt, qualis hîc vno intermisso alter ab Horizonte est G N M, horam indicans secundam; quartus verò tertio prætermisso K O P, horam quartam signans, ac ceteri eodem sequentur ordine; qui si perficiantur, cùm sint inter se æquales, circulum quemdam in opposita parte contingent, eum scilicet qui semper delitescentium maximum repræsentabit.

E Porrò si circulus B L D in F incidat communem intersectionem Horarij E F & Tropici Capricorni (quod fortuitò euenire potest) necesse est eumdem circulum B L D etiam per H transire, communem scilicet intersectionem Horarij E Q & Tropici Cancri; quòd nimirum puncta F & H æquali graduum numero ab Horario E B distent: constat autem ex prænotatione 16. huius libri, hosce circulos, qui ab Horizonte horas inchoant, per æquales portiones omnium parallelorum incedere; quamobrem etiam circulus G N M per Q & R incedet, itemque circulus K O P per puncta S & T, vt non modò Æquatoris portiones B G & G K, verùm etiam vtriusque Tropici, nempe æstiui partes H R, R T, & brumalis F Q, Q S sint inter se æquales: sic itaque se habet Horariorum proiectio, aspectu in Polo mundi constituto.

F

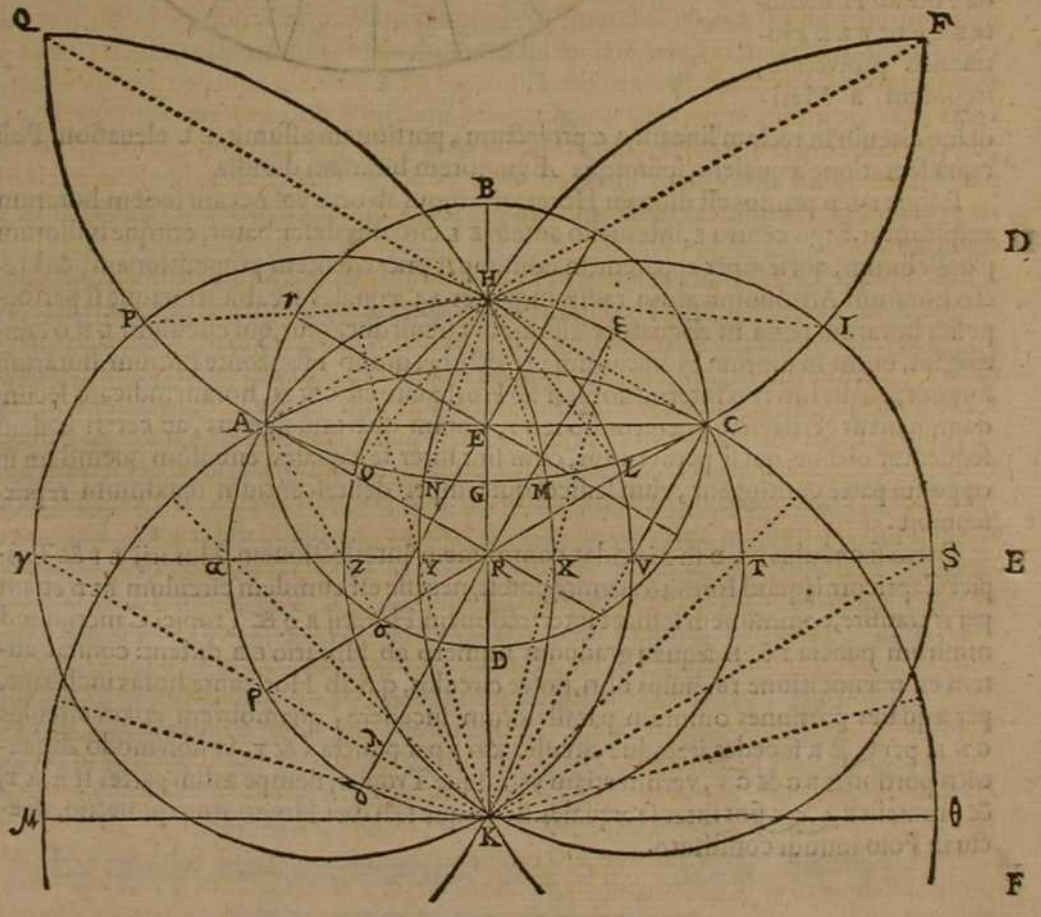
STEREOGRAPHICA SPHÆRÆ EXPLANATIO ex vario oculi ſitu.

PROPOSITIO CXXV. PROBLEMA.

Sphæræ mobilis circulos, Horariosq; ex obliquo aſpectu in plano deſignare.

TRIBVS præcipuè modis ſpectari poſſunt hi circuli: vnus eſt, cùm oculus in Polo conſtituitur: quo pacto illos iam proximè deſcripſimus; alter eſt, cùm oculus in Aequatore collocatur, ſecundùm quem proiecti fuerunt propoſitione 110. & ſequentibus; tertius eſt, qui reliquam omnem varietatem complectitur: atque hunc in præſenti explicare intendimus.

Eſto maximus ſphæræ circulus A B C D ex directo aſpectu oculi in E ſigno Meridiani poſito deſcriptus; eſto item H mundi Polus gradibus ſexaginta ab oculo E diſiunctus,



K verò alter Polus tota diametro ab H diſſitus: & vt E H graduũ ſexaginta, ita fiat EG graduum triginta per 92. huius libri: ſic vt tota perpendicularis proiecturæ portio HG ſit graduum nonaginta: ſi itaque per A G C circulus deſcribatur, perſpicuum eſt hunc Æquatoris proiectam eſſe formam; ſiquidem quia A G C diametrum ſphæræ ambit, erit is de numero maximorum qui in ſphæra ſunt circulorum: diſtat autem ab H mundi Polo gradibus nonaginta: igitur ipſum Æquatorem repræſentat: reliqui autem eius paralleli, cùm omnes ad aſpectum obliqui ſint, eodem modo inuenientur, quo propoſitione 123.

Eclipti-

A Eclipticæ paralleli ſeu latitudinum circuli explanati fuere; quorum etiam hoc loco eadem eſt deſcriptionis ratio.

Superſunt Horarij, ac illi in primis qui Horas à Meridiano auſpicantur, qui hoc modo deſcribentur: Æquator A G C in partes æquales repræſentando diſtribuatur per 100. propoſ. huius, vt in F, 1, C, L, M, G, N, O, A, P, Q, perque ſingula hæc diuiſionum puncta, ſimul & vtrumque Polum H & K circuli deſcribantur per 5. quarti Euclidis, erunt ij Horarij ex obliquo aſpectu in planum proiecti: nam per vtrumque apparentem Polum mundi, & per æquales partes Æquatoris incedunt. Per duarum porrò horarum ſpatia alternos dumtaxat exhibuimus, ne multitudo confuſionem pareret; eſt enim ceteroB rum eadem ratio. Ex his ita deſcriptis H K ex vtraque parte infinitè protracta Meridianum circulum oſtendit ex perpendiculari aſpectu proiectum per 91. huius; deinde proximus huic H M K horæ decimæ vel ſecundæ circulus eſt; tum H L K horæ eſt octauę vel quartæ circulus; poſteà H C K circulus eſt horæ vtrimque ſextæ, atque eodem ordine ceteri qui deinceps ſequuntur.

Alio modo iidem Horarij deſcribentur, inuentis in vna eademque recta linea s γ ſingulorum centris, lociſque per quæ tranſeunt: inuentis, inquam, vt ſuprà Polis H & K, per A H C K circulus deſcribatur, quem in primis conſtat circulum eſſe horæ ſextæ, quoniam Meridianum H K rectis angulis interſecat: deinde per circuli A H C K centrum R recta ducatur s γ normalis ipſi H K, circuloque A H C K in partes æquales diſtributo, ex K C per ſingula diuiſionum puncta rectæ eiiciantur, quæ ipſam s γ ſecent in S, T, V, X, R, Y, Z, α, γ, eruntque horum ſignorum interualla ſecundùm aſpectum æqualia per 92. huius, quòd nimirum ab æqualibus primitiui circuli A H C K peripheriis obueniant. Quoniam igitur omnes proiecti horarum circuli per H & K tranſeunt, ſecatque s γ ipſam H K ad rectos angulos & bifariàm, perſpicuum eſt omnium circulorum centra in recta linea s γ infinitè producta exiſtere. Si enim extra lineam s γ circulorum, qui per H K ducuntur, centra eſſe dicantur, erunt quæ à centris ad punctum R ducentur rectæ lineæ ipſi H K perpendiculares per 3. tertij Euclidis: at poſita eſt s γ ipſi H K perpendicularis ad idem punctum R: igitur cùm eidem lineæ ad idem punctum duæ perpendiculares excitari non poſſint, fieri nequit, vt circulorum qui per H & K ducuntur, centra extra lineam s γ D excurrant.

Hîc aduerte Lector, non eumdem eſſe centrorum & circulorum ordinem; ſed circulorum vno interuallo lineæ s γ diſtantium centra duobus interuallis dimoueri. Exempli gratia, circuli quidem H T K centrum eſt R, proximi verò circuli H V K qui vno interuallo T V à priore diſiungitur, centrum non eſt Y punctum, ſcilicet quod ipſum R proximè ſequitur; ſed eſt Z, quod ab R duobus interuallis diſtrahitur. Eodem autem modo circuli H X K, qui vno interuallo circulum H V K ſequitur, centrum eſt γ, quod ab Z duobus interuallis diſtat, non verò α quod ipſi Z ordine proximum eſt; quod ex Geometriæ principijs in hunc modum poteſt demonſtrari: Eſto primùm circulus H V K ex illo proiectus primitiuo circulo, cuius diametrus C ρ, vnoque interuallo diſtat à T α: quoniam E igitur per 98. huius proiecti circuli verum centrum in ea eſt recta linea, quæ ex K rectis ipſi C ρ angulis incidit; (vbi nimirum hæc producta ipſam s γ interſecat, hoc eſt in Z.) erunt anguli interſecantium ſeſe K Z & C ρ linearum ad σ recti: eſt verò & K R Z rectus ex conſtructione: igitur per 8. ſexti Euclidis ſimilia ſunt inter ſe triangula σ R Z & σ K R, & hi ipſi anguli per 5. ſexti Euclidis æquales: cùm ergo σ R Z ad centrum, σ K R verò ad circumferentiam circuli H T K α ſit conſtitutus, erit arcus A H, cui is qui ad circumferentiam inſiſtit, duplus ipſius α ρ cui inſiſtit is qui ad centrum conſtituitur, vt ex 20. tertij Euclidis colligi poteſt: quare Z centrum verum proiecturæ H V K duobus interuallis ab R diſtabit.

Rurſus ſit circulus H X K duobus interuallis X V & V T à circulo H T K diſiunctus, cuius F primitiua diametrus ſit ε δ duobus item interuallis δ ρ & ρ α diſtans à T α: quoniam per iam citatam 98. propoſit. huius libri K λ, quæ ipſam ε δ rectis angulis interſecat, producta centrum verum circuli H X K attingit in γ, erunt per 8. ſexti Euclidis triangula λ R γ & λ K R inter ſe ſimilia, angulique λ R γ & λ K R, per 5. ſexti Euclidis æquales; hic verò cùm ad circumferentiam ſit circuli H T K α, ille autem ad eiuſdem circuli centrum, erit arcus H ρ duplus ipſius α δ: at α δ duo continet interualla ex hypotheſi; igitur H ρ continebit interualla quatuor: quocircà & γ centrum verum proiecti circuli H X K quatuor ſpatijs diſtabit ab R, duobus verò à Z; quod erat demonſtrandum.

Ex his perſpicuè elici poteſt modus Horarios ex obliquo aſpectu deſcribendi: ſecta

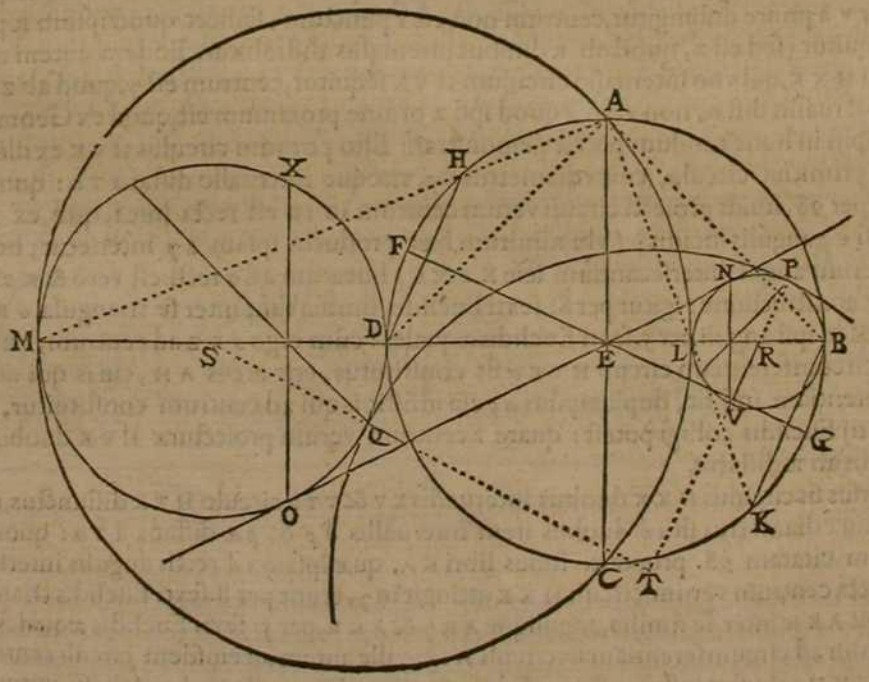
namque linea s γ in partes repræſentatione æquales, ſi in alternis punctis circini pes immobilis defigatur, altero autem pede ad H vel K extenſo circuli deſcribantur, erunt hi circuli Horariorum proiecturæ poſtulatæ. Nam vt iam oſtenſum eſt, proiectorum Horariorum centra in recta ſunt linea s γ, inque alternis ſignis earum diuiſionum quæ partes æquales repræſentant. A

Si minùs accurata ſit radiorum ex K per æquales partitiones circuli HTKα eiectio propter ſectionũ obliquitatem; ducatur centro K, interuallo autem quocumque, ſemicirculus θCAμ, iſque in totidem partes æquales diuidatur, in quot ſecandus erat circulus HTKα, & ex K ad ſingulas partes radij deſtinentur: hi inquam, cùm per æquales quoque partes circuli HTKα incedant, vt propoſitione 92. libri huius eſt demonſtratum, ſecabunt rectam s γ in eaſdem partes repræſentatione æquales, in quas ſecanda erat per radios ex K per æquales partes circuli HTKα tranſmiſſos. B

Rectè autem deſcriptos eſſe hoc pacto Horarios, ex eo facilè poteſt demonſtrari, quòd linea s γ vtrimque infinita circulum illum Æquatori RE parallelum repræſentet, qui per Polum tranſit in quo eſt oculus, nempe AR: cùm ergo Horarij per omnium circulorum Aequatori parallelorum æquales portiones tranſeant, ſitque s γ ſecta in partes repræſentatione æquales, luce meridiana clarius eſt circulos qui per has partes lineæ s γ & vtrumque ſimul Polum H & K ducuntur, Horariorum genuinas proiecturas eſſe; quod erat oſtendendum.

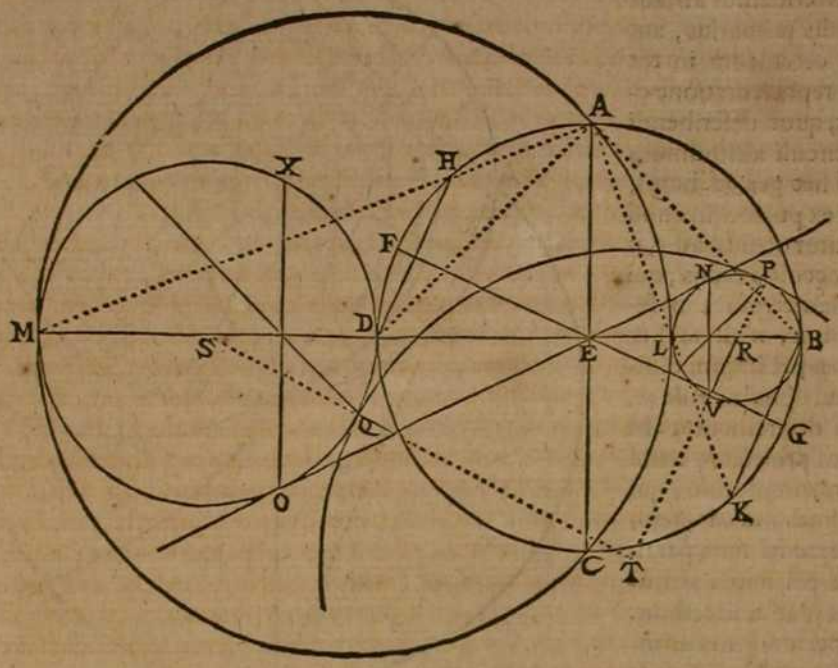
Porrò Horarij illi qui ab ortu vel occaſu horas indicant, cùm à deſcriptione Horizontis, illorumque circulorum, quorum alter ſemper apparentium, alter verò ſemper deliteſcentium maximus eſt, dependeant, his primò in planum proiectis, facile erit & ipſos Horarios aptè deſignare, ſi nimirum circuli ſemper apparentium ſemperque deliteſcentium maximi in partes æquales repræſentando diſtribuantur, & ab oppoſitis ſectionibus per vera circulorum centra rectæ ducantur: in harum enim congreſſione centrum erit, vnde deſcribi poterunt circuli, qui priores illos ſemper apparentium ſemperque obliteſcentium maximos in oppoſitis ſectionibus contingant, qui proinde horas ab ortu vel occaſu in plano indicabunt. C

Exemplo res fiet manifeſta. Sit ſphæræ magnitudo ABCD, in eaque oculus ad ſignum A, Poli F & G, Horizon BD ſecundùm Orthographiam propoſitus, cuius Stereographica proiectura ABCD per 94. huius: ſint item ex eadem Orthographia deſcripti duo D



circuli, vnus DFH omnium ſemper apparentium maximus, cuius Stereographica proiectura DQOM per 96. huius, alter verò BGK maximus omnium illorum qui perpetuò deli-

A deliteſcunt, cuius Stereographica deſcriptio B P N L. Si ergo hi circuli ſtereographicè primò quidem bifariàm diuidantur per B L & D M; deinde ſemicirculi rurſus bifariàm in N & O; tum quadrantes B N & D O in P & Q iterùm bifariàm; erit primus quidem Hora-



rius, iſque præcipuus A B C D, qui & Horizon vnde horarum ſeries inchoatur. Huic
D deinde oppoſitus A L C M, qui horam indicat duodecimam, vtrumque circellum in oppoſitis locis contingens L & M: tum qui horam ſextam oſtendit recta eſt linea N E O; hic enim per oculum tranſit, cui ſimilis eſt circulus horæ 18. qui & ipſe per oculum incedit, ideoque & in rectam proijcitur lineam, quæ hîc quidem deſcripta non eſt, ſed per V & X duci debet. Ad hæc tertiæ horæ circulus is eſt, qui vtrumque circellum in P & Q tangit, cuius deſcriptio ita ſe habet: Ex P per centrum R recta ducatur, itemq; ex centro S per punctum Q alia quæ priorem ſecet in T; centroque T, interuallo autem T P vel T Q circulus deſcribatur; is inquam vtrumque circellum continget in P & Q, vt in ſimili caſu propoſitione 120. à nobis eſt demonſtratum. Ceterorum autem Horariorum circulorum proiectio circuli iam iam deſcripti proiectioni per omnia ſimilis eſt: quare quo
E pacto ex hoc aſpectu Horarij illi, qui ab Horizonte horas auſpicantur, in plano deſignandi ſint, perſpicuè patet; quod explicandum erat.

PROPOSITIO CXXVI. PROBLEMA.

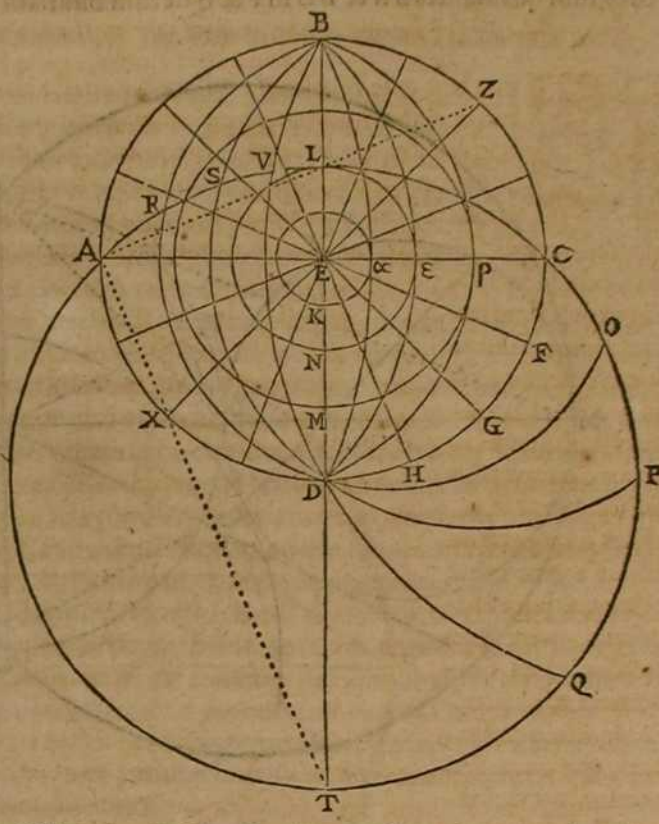
Oculo in vertice conſtituto, Horizontem, eiuſq; parallelos, & verticales, ac cæleſtium domorum poſitionumq; circulos in planum ſtereographicè conſignare.

F CONSTAT in primis hac oculi conſtitutione, ſeu recta ſeu obliqua ſit ſphæra, non aliam eſſe mobilium circulorum proiecturam, quàm quæ hactenus abundè eſt explicata. Superſunt igitur circuli ſphæræ immobilis, in quorum etiam deſcriptione quæ ab oculo fit in vertice conſtituto, nulla difficultas eſſe poteſt, cùm ex dictis perſpicuum ſit Horizontem, omneſque eius parallelos in circulos procidere; verticales autem in rectas lineas ſeſe in centro proiecturæ, quod & verum & apparens eſt, interſecantes, vt propoſitionibus 92. & 94. oſtendimus. Lubet tamen appoſito ſchemate rem omnem dilucidiorem facere.

Eſto A B C D Horizontis proiectura, eaque primùm diuidatur quadrifariàm, duabus dimetientibus ſeſe in centro E ad rectos angulos decuſſantibus; harum altera B D Meridianum, altera A C verticalem primarium repræſentabit: deinde ſi reliqui quadrantes

tes in partes item æquales ſecentur vt in F, G & H, quæ per centrum E ad ſectionum loca A
rectæ producentur, reliquorum verticalium circulorum vicem gerent.

Altitudinum verò circuli ita deſcribentur: Secetur Meridianus BD, aut verticalis primarius, aut quiuis ceterorum in tot partes repræſentatione æquales, quot deſcribendi ſunt circuli altitudinum (quod fiet per 92. huius, ductis ex punctō A, in quod reflectitur oculus ad F, G & H occultis radijs, qui ſemidiametrum E D ſecent in K, N & M) & centro E per harum diuiſionum ſigna K, N & M, circuli decircinentur: hi inquam proiecturę erunt illorum circulorum, qui altitudines indicāt; nam & Horizonti ſunt paralleli, & per datos altitudinum gradus incedunt.



Si per communes interſectiones Meridiani & Horizontis, nempe B & D, itemque per α, ε, ρ, partes ſcilicet verticalis primarij repræſentatione æquales, circuli deſcribantur B α D, B ε D, B ρ D, erunt hi ſimiles illis qui domos cæleſtes diſtingunt, niſi D
malis ex Regiomontani ſententia illos per B, D, & æquales portiones Aequatoris ducere: tum verò deſignandus primùm erit Aequator A L C T per 97. huius, repertoque ipſius Polo N per 99. huius, ex N per æquales portiones circuli A B C D ductæ occultæ lineæ ſecabunt Aequatorem A L C T in partes repræſentatione æquales ad ſigna O, P, Q, R, S, V, vt ſecundo modo propoſitionis 100. oſtendimus: per hæc igitur ac per B & D ſi deſcribantur circuli B V D Q, B S D P, B R D O, erunt hi ſimiles illis qui domos cæleſtes diſcriminant, ex Regiomontani ſententia.

His ſimiles ſunt poſitionum circuli tum eſſentia, tum deſcriptionis modo: nam quicumque per B & D incedit circulus, vnus eſt ex ijs qui Poſitionum circuli vocantur; ſiquidem poſitionum circuli per communes interſectiones Horizontis & Meridiani, & E
per quoduis aliud cæli punctum tranſeunt.

PROPOSITIO CXXVII. PROBLEMA.

Viſu in Horizontis & Meridiani communi interſectione collocato, cæleſtium domorum & poſitionum circulos ſtereographicè in planum proÿcere.

HORIZON eiuſque paralleli, & verticales circuli hoc caſu ita ad aſpectum ſe habent, quemadmodum ſuperiùs oculo in communi interſectione Horizontis & alterius Aequinoctij conſtituto: proinde eadem eſt hos circulos deſcribendi ratio ex propoſita oculi conſtitutione, quæ ſuperiùs oculo in communi Aequatoris & Horizontis interſectione collocato; quo aſpectu Horizontem quidem propoſitione 115. altitudinum verò circulos propoſitione 116. crepuſculi autem lineam propoſitione 117. verticales denique circulos propoſitione 118. in planum proiecimus. Soli ergo circuli, qui cæleſtes domos ac ſtellarum poſitiones indicant, peculiarem hoc loco habent deſignationem, minimè tamen difficilem, cùm in rectas lineas procidant, è proiecturæ centro per datum cæli punctū eiectas. F

PRO-

A

PROPOSITIO CXXVIII. PROBLEMA.

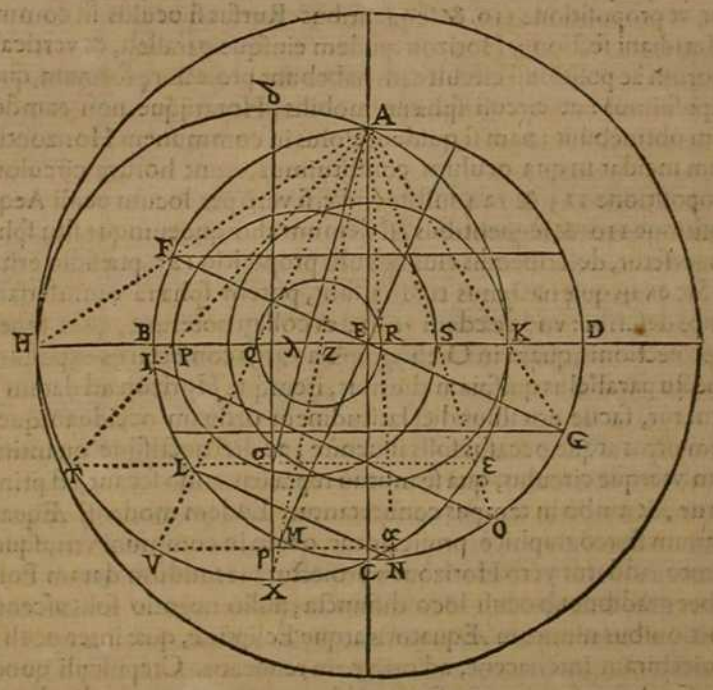
Ex obliquo aſpectu Horizontem, eiuſq; parallelos, item verticales, & cæleſtium domorum ac poſitionum circulos proiicere.

CVM hoc caſu Horizon eiuſque paralleli eumdem ſitum ad aſpectum habeant, nempe obliquum, quem propoſitione 123. Ecliptica & eius paralleli, qui latitudinum circuli vocantur, ad oculum in altero mundi Polo conſtitutum, erit quoque eadem Horizontis & parallelorum deſcriptio ex

B præſenti oculi conſtitutione, quæ Eclipticæ & parallelorum ex oculo in Polo collocato. Quare in ſchemate eiuſdem propoſitionis 123. ſolis mutatis nominibus, eſto ſecundùm Orthographicá repræſentationem ſphæra ABCD, in cuius faſtigio oculus ad ſignum A, ſitque Horizon FG, atque eius paralleli IO & LN,

C omnes ad aſpectum obliqui: erit igitur Stereographica Horizontis proiectura circulus circa diametrum HK; paralleli verò IO proiectura, qui circa diametrum PS deſcriptus eſt circulus: ac

D tandem proiectura ipſius LN is cuius diametrus QR: ita ergo ſe habet Horizontis ad aſpectum obliqui, & parallelorum deſcriptio.



Verticales autem, & domorum cæleſtium poſitionumque circuli eumdem habent proiectionis modum, quem Horarij qui à Meridiano horarum ordinem ducunt, propoſitione 125. deſcripti: nam quemadmodum Horarij in duobus ſphæræ punctis tota

E diametro oppoſitis congrediuntur, ita & verticales in ſummo imoque vertice, & cæleſtium domorum poſitionumque circuli in communibus locis Meridiani & Horizontis ſeſe interſecant. Deinde vti Horarij à Polis ad æquales partes Aequatoris diſcedunt, ita verticales à Zenith in partes æquales Horizontis procumbunt, & domorum cæleſtium circuli per æquales partes verticalis primarij vel Aequatoris incedunt: igitur eadem eſt horum circulorum atque Horariorum proiectio. Exempli gratia, ſi in ſchemate propoſitionis 125. ſit AGC Horizon in planum proiectus, eiuſque Poli H & K, ſeceturque proiectura HGC in partes repræſentatione æquales, & per eas ſimul & Polos H & K circuli deſcribantur, erunt hi verticalium proiecturæ, vt patet.

F

PROPOSITIO CXXIX. PROBLEMA.

Omnes ſphæræ circulos in vnum ſchema conſcribere.

PROPOSITIONE 123. circulos omnes ſphæræ mobilis, propoſitione verò 124. Horarios deſcripſimus ex oculi poſitione in altero mundi Polo: at Polus triplicem ſitum admittit: aut enim in vertice, aut in Horizonte, aut medio loco eſt conſtitutus. Igitur ſi oculus in altero mundi Polo collocetur, circuli quidem ſphæræ mobilis, itemque Horarij illi qui à Meridiano horas auſpicantur, eodem ſemper deſcribuntur modo; ceteri autem non item:

ſed

ſed ſi in vertice Polus exiſtat, vt in ſumma Poli eleuatione, illorum proiectiones ex propoſitione 126. inſtituendæ erunt, & Horizon idem erit qui Aequator, diurniq́ue paralleli ijdem qui & altitudinum circuli erunt: ſi verò in Horizonte ſit Polus vt in ſphæra recta, erunt illi ijdem circuli ex præſcripto propoſitionis 127. in plano deformandi: at in obliqua ſphæra propoſitionis 128. habenda erit ratio. A

E contrario, ſi in vertice oculus ſtatuatur, aut in communi Horizontis & Meridiani interſectione, ſoli circuli ſphæræ mobilis vnà cum Horarijs mutationem ſubibunt: nam ſiue vertex in Polum incidat, ſiue in Aequatorem, ſiue in locum qui inter Polum & Aequatorem interiacet, Horizon, eiuſq́ue paralleli, & verticales, & domorum cæleſtium poſitionumq́; circuli eamdem habebunt proiectionis formam propoſitione 126. explicatam: at reliqui circuli, vertice cum Polo concurrente in quo oculus, proijcientur, vt propoſitione 123. & 124. ſi verò vertex in Aequatore ſit, ijdem circuli proijcientur vt propoſitione 110. & ſequentibus. Rurſus ſi oculus in communi ſit Horizontis & Meridiani ſectione, Horizon quidem eiuſq́ue paralleli, & verticales, cæleſtiumq́ue domorum ac poſitionũ circuli eam habebunt proiecturę formam, quam propoſitione 127. expoſuimus: at circuli ſphæræ mobilis, Horarijq́ue non eamdem proiectionis figuram obtinebunt: nam ſi quidem Polus in communem Horizontis & Meridiani ſectionem incidat in qua oculum conſtituimus, erunt horum circulorum deſcriptiones ex propoſitione 123. & 124. inſtituendæ; ſi verò per locum oculi Aequator incedat, ex propoſitione 110. & ſequentibus; ſi demum alio quocumque ſitu ſphæra mobilis aſpectui obuerſetur, deſcribendis eius circulis propoſitio 125. præſidio erit. B C

Sic ex ijs quæ hactenus tradita ſunt, poterit ſphæra omnifariàm expoſita ſtereographicè deſcribi: vnde eædem vtilitates colligi poterunt, quas ſuperiùs tam in hoc genere proiectionis, quàm in Orthographia varijs conſectarijs expoſuimus. Vt ſi quocumque aſpectu parallelus quiſpiam diurnus, itemq́ue Horizon ad datam Poli altitudinem deſignetur, facile erit illius diei latitudinem ortiuam occiduamq́ue cognoſcere, horam item ortus atque occaſus ſolis inuenire; ac diei noctiſq́ue quantitatem metiri; ſi nimirum vterque circulus, quà ſe mutuò repræſentando ſecant, ad primitiuum ſtatum reducatur, & ambo in tempus conuertantur. Eodem modo ſi Æquator atque Ecliptica in planum ſtereographicè proiiciantur, oculo in communi vtriuſque circuli ſectione conſtituto; addatur verò Horizontis proiectura ſecundùm datam Poli ſublimitatem, quot lubet gradibus ab oculi loco diſiuncta; nullo negotio ſolis aſcenſiones cognoſcentur, portionibus nimirum Æquatoris atque Eclipticæ, quæ inter oculi locum & Horizontis proiecturam interiacent, ad originem reuocatis. Crepuſculi quoque magnitudo omni anni tempore ſiue in recta ſiue in obliqua ſphæra compendio demonſtrabitur, deſcripto crepuſculari circulo, itemq́ue Horizonte, ac diurno illo parallelo quem ſol percurrit: nam reducta ad originem paralleli proiecti portio quæ inter Horizontem & circulum crepuſculi intercipitur, magnitudinẽ crepuſculi indicabit. Rurſus ſi ex vertice ſpectatus Horizon, itemq́ue Horarij ad datam Poli ſublimitatem deſcribantur, erit Horizontis proiectura, quà in partes ab Horariis diſpeſcitur, horolabium propria forma expreſſum, quod proinde ad libræ æqualitatem expoſitum, gnomonis vmbras ſignatis locis ſingulis horis excipiet. Ex Polo etiam, aut quouis alio loco ſpectati hi circuli proiectiq́ue horas dabunt in quouis plano, ſi plani proiectura, quà ab Horarijs interſecatur, ad originem reuocetur. Quæ omnia ex iis quæ hactenus crebrò repetita ſunt, & perſpicua & demonſtrata relinquuntur. D E

Hæc de ſphæræ proiectione dicta ſufficiant, ex quibus promptum cuiuis erit vtrumque globum, cæleſtem ſcilicet ac terrenum, in planitiem redigere; hunc quidem quà in regiones atque æquorum ſpatia diſtribuitur; illum verò quà varij ſtellarum inerrantium characteriſmis inſignitur. Porrò ne proiecturarum ſtudioſi falsò ſibi perſuadeant, omnes illas terreni orbis deſcriptiones quæ paſſim extant, è proiecturis traxiſſe originem, monitos ipſos volui, rationes plurimas, quarum nonnullas videre eſt apud Ptolemæum libro primo Geographiæ cap. 24. & apud alios alias, nequaquam opticas eſſe, ſeu ex oculi aſpectu deſumptas, ſed arbitrarias. Vnuſquiſque enim poſitis ad arbitrium legibus, Meridianos, & climatum latitudinumq́ue circulos, ac totum denique F

telluris

A *telluris ambitum conuenienti ratione iuxta veritatem repræsentare in plano nititur, ac tum rem quàm optimè actam arbitratur, cùm plana forma rei veræ simillima est effecta. Eiusmodi ergo explanationum modi quandoquidem ad institutum nostrum minimè pertineant, ad Scenographicen, tertium proiectionis genus aggrediamur.*

DE SCENOGRAPHICE

B TERTIO PROIECTIONIS GENERE EX IVSTO OCVLI INTERVALLO.

PRÆFATIO.

C *Tribus proiectionum generibus, quorum hactenus sæpenumerò mentionem fecimus, nullum profectò est, quod æquè ad viuum res spectandas in plano repræsentet, atque Scenographice: hæc siquidem ex eo aspectu fit, quo res obiectæ quàm accuratissimè internoscuntur, nempe ex iusto oculi interuallo. Deinde quemadmodum ex immoderato oculi recessu minùs quidem perfectè res videntur quàm è propinquiori loco, at longè perfectiùs quàm ex ipsius oculi contactu: ita Orthographice formas in plano exhibet magis quidem rebus ipsis similes, quàm Stereographice; Scenographice autem omnium perfectissimè. Hæc illa est celeberrima nobilissimáque γράμμη, id est designatio, quam omnis antiquitas, ceu matrem Sculptoriæ Pictoriæque, &* D *his similium artium, summo semper studio coluit. Est enim omnium velut inchoatum opus; & Pictoriæ quidem etiam substrata materia, ex qua varijs coloribus delibuta tamquam inducta forma picturæ constant: sculptor verò ad eius similitudinem signum facit, alius sigillum aut anaglyphum cælat, alius plasticum opus effingit, ac denique quotquot res viuas repræsentare nituntur, hi omnes rudioribus primùm lineamentis in plano id quod moliuntur graphidis seu designatricis ope adumbrant; deinde sensim expoliunt perficiuntque. Porrò rem actam agere videor, cùm de hoc proiectionis genere dicere instituo. Nam infinitus propemodum extat Scriptorum numerus, qui hoc argumentum* E *prosecuti sunt, in quibus docti quidem pauci, indocti verò mechanicíq. homines in omni arte quamplurimi, pictores, cæmentarij, lignarij, statuarij, argentarij, qui sola radiorum opticorum consideratione praxes aliquas artis sunt assecuti, earumque vsum varijs in rebus ostenderunt: qui autem ex Geometriæ principijs, aut ex natura visionis quidquam demonstret, est nemo, præter Guidum Vbaldum è Marchionibus Montis, virum sanè in Mathematicis eruditum, qui hanc Optices partem sex libris complexus est; at exemplis potiùs quàm theorematibus aut regulis opus suum maiorem quàm necesse erat in modum amplificauit. Proinde nobis enitendum erit, primò quidem, vt* F *paucissimis propositionibus rem omnem perstringamus: deinde, vt illarum principia atque originem demonstremus: tum denique, vt singularum vsum in paucis exemplis doceamus, ijsque non fortuitò assumptis, aut ad speciem conquisitis, sed omnino talibus, ex quibus Lector similia colligere, & in re qualibet ad conficiendum propositum idoneas praxes extemplò adinuenire possit. Vt verò ad id quod nobis propositum est, propiùs accedamus, hæc præmittenda sunt velut præambula, huius proiectionis propria, atque ad eius explicationem perneccessaria.*

PRAECEPTIONES.

I.

ANTE omnia, propoſita re quapiam in plano deſignanda, ſtatuendus eſt oculus rem intuens, qui iuſtam habeat à re *diſtantiam*, & *altitudinem* à terræ ſuperficie, quam libuerit. Conſtat enim, ſi vel diſtantia vel altitudo oculi mutetur, vtrouis modo ipſius quoque proiecturæ formã variari: vt ſi aream oculus è data ſublimitate proſpectet, quò hic remotior fuerit, eò illa contractior in tabula apparebit; & ſeruata diſtantia, quò oculus fuerit demiſſior, eò rurſus areæ longitudo breuior in tabula videbitur: igitur oculi diſtantia & altitudo antè conſtituenda ſunt, quàm res in planum tranſcribatur.

II.

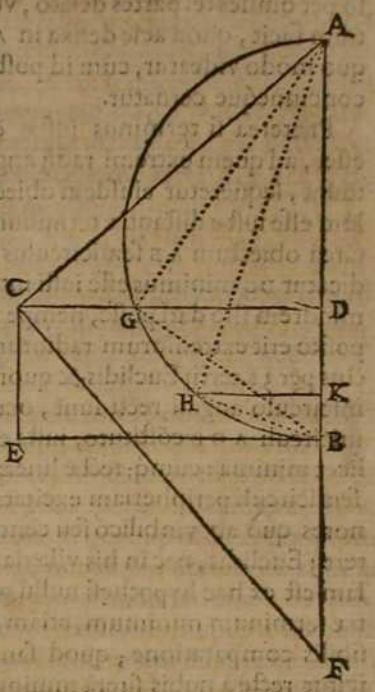
PORRÒ cùm ea diſtantia, quæ in hoc proiectionis genere exigitur, nec iuſto maior, nec iuſto minor eſſe debeat, neceſſe eſt maximum ac minimum terminum *iuſtæ diſtantiæ* definire, vltra quem citraque non liceat oculum conſtituere, niſi id vel locorum ratio depoſcat, vel ad fallendum intuentes proiecturæ genus deſignandum ſit, quod ex iuſto quidem interuallo ſpectatum nil præter confuſum chaos repræſentet, è proximo autem rei alicuius veræ imaginem referat, cuiuſmodi extant picturæ quædam ex oculo tabulam propemodum contingente deſcriptæ, de quibus ad calcem huius libri aliquid curioſitatis gratia dicemus.

De iuſto oculi interuallo Democritum & Anaxagoram ſcripſiſſe refert Vitruuius in præfatione libri ſeptimi: *Quemadmodum* ſcilicet *oporteat ad aciem oculorum radiorumq; extenſionem, certo loco centro conſtituto, ad lineas ratione naturali reſpondere, vti de incertare certæ imagines ædificiorum in ſcenarum picturis redderent ſpeciem; & quæ in directis planiſq; frontibus ſint figurata, alia abſcedentia, alia prominentia eſſe videantur.* Nunc igitur iuſtæ diſtantiæ terminos conſtituamus. Maximus ille eſt, quem initio huius libri infinitum & Orthographices minimum eſſe diximus; vbi inquam oculi receſſus infinitus primùm eſſe incipit, ſecundùm eam infiniti notionem, quam in præfatione Orthographices explicauimus, ibi iuſti interualli augmentum extrinſecè definitur; ita vt locus ille infinitè diſſitus omnem quidem iuſtæ diſtantiæ metam excedat, at omne quod citra eſt ſpatium, illo excepto quod æquo propinquius eſt, iuſtæ diſtantiæ appellationem admittat. Hic ſanè magnitudinis terminus neutiquam in indiuiduo poſitus eſt, vti nec is qui minimus eſt diſtantiæ infinitæ, quemadmodum initio Orthographices dilucidè oſtendimus. eſt enim vnus idemque terminus, infinitæ quidem diſtantiæ minimus, at iuſtæ diſtantiæ maximus, quo hæc primùm deſinit, illa verò incipit: ſed idem locus qui à magno viſibili mediocri interuallo diſiungitur, à minori obiecto ſubinde immoderatè diſtat, ita diuerſorum obiectorum comparatione vna eademque intercapedo iuſta eſſe poteſt & infinita: non igitur iuſtæ diſtantiæ ratio indiuiduo magnitudinis termino definitur, ſed magnam admittit maioris & minoris diuerſitatem.

At paruitatis ſeu minimæ diſtantiæ terminum faciliùs eſt exactè deſignare, etiam diuerſiſſimorum obiectorum comparatione: nam minimum interuallum, quo res quælibet aptè concinneque cerni poteſt, & ad viuum in plano deſignari, illud eſt quo res viſilis cono optico continetur circa directum radium velut axem rectangulo: quæ enim extrà procurrunt, ob nimiam aſpectus obliquitatem minùs accuratè videntur; quod de illo aſpectu intelligi volumus, qui immotis fit oculis. Conſtat enim obiectum quodlibet diſtinctè enucleateque poſſe dignoſci axibus per omnes eius partes delatis, quantumuis propè conſtituantur oculi: at non æquè perfectè immotis oculis res è propinquo atque ex iuſto interuallo internoſcitur: nam defixa in vnum aliquod obiecti punctum acie, id ſolùm diſtinctiſſimè videtur; cetera autem quæ circumſtant, tantò imperfectiùs, quantò obliquioribus angulis radij in illa incurrunt: itaque cùm eiuſdem obiecti, in cuius medium axis opticus immotus defigitur, extimæ partes è propinquiori loco obliquioribus angulis cernantur quàm è remotiori, neceſſe eſt aliquem eſſe locum adeò propinquum, vt extremæ obiecti partes ex eo imperfectiùs quàm deceat conſpiciantur: hunc ergo locum vt à Scenographia excludamus, iuſtæ diſtantiæ terminum ea quam diximus nota rectè diſtinguimus.

Vt

A Vt si excelsa turris A B ex fronte cernatur, & eousque spectator absistat, vt directus radius C D cum illo radio qui ad A remotissimam obiecti extremitatem promittitur, angulum faciat A C D semirecto æqualem; erit B E communi omnium suffragio, minimum interuallum, quo altitudo A B ex C commodè spectari potest; quòd scilicet triangulum A C D circum C D velut quiescentem axem circumactum, conum opticum efficiat rectangulum, seu qui rectum habeat eum qui ad verticem est angulum A C F.



B Rursus si porticus directè obiiciatur longissimam habens columnarum seriem, & radius directè in eius planum incidens, cum illo radio qui ad remotissimam partem extenditur, semirectum angulum efficiat, erit is oculi locus minimo interuallo à re disiunctus, è quo res exactè cerni potest; atque eodem modo in ceteris: itaque in Scenographicis descriptionibus, minorem hac distantiam sumere non liceat, nisi, vt initio dixi, peculiaris aliqua causa ad id impellat; maiorem autem sumere non modò liceat, verùm etiam potius C laudabiliusque habeatur.

Potest & hac nota iusti interualli minimus terminus designari, si tantum oculus à re abducatur, quantum ab axe optico distat pars obiecti remotissima: vt si opticus axis sit C D, pars verò obiecti à D remotissima A, sitque C D ipsi D A æqualis, dico C minimum esse iustæ distantiæ terminum. Cùm enim per 5. primi Euclidis sit angulus A C D angulo C A D æqualis, & A D C rectus sit, erit vterque reliquorum semirectus: quare vt suprà C D breuissimus iustæ intercapedinis terminus erit.

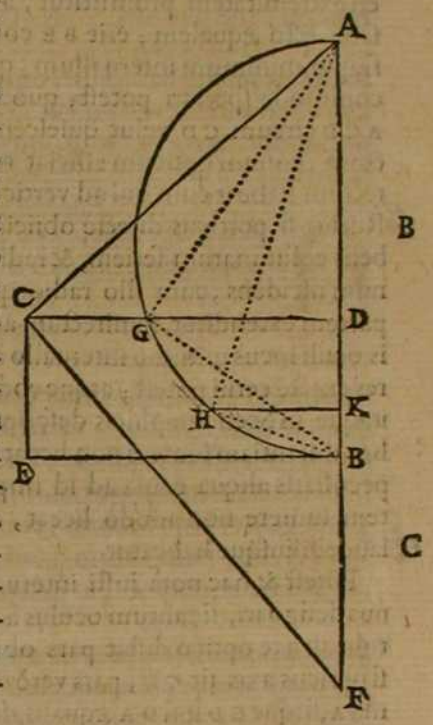
Vti maximus, ita & minimus iustæ distantiæ terminus ex iis est quæ ad aliquid dicuntur: nam qui paruo visibili minimus est, is maioris obiecti comparatione iusto est minor. Quamobrem cùm ostensum iam sit minimam oculi distantiam C D ipsi A D æqualem esse, consequens est, vt aucto obiecto, minima quoque distantia oculi produci debeat: igitur minimus iustæ distantiæ terminus, eorum quæ spectanda offeruntur comparatione dicitur. D

Ex dictis detegitur quorumdam error, qui minimum iusti interualli terminum ibi esse dixerunt, vbi angulus qui rem complectitur rectus est: quod ex particulari schemate, in quo axis opticus in medium obiecti incidit, absolute pronuntiarunt: exempli gratia, obiectâ lineâ A F, oculus eousque abscedat (nempe in C) vt radij ab oculo ad extremitates ipsius A & F proiecti angulum rectum A C F comprehendant, aiunt illi C iusti interualli minimum terminum esse ipsius A F comparatione: idque ex eo probant, quòd ex loco C extremæ obiecti partes A & F perfectè satis, è propinquiori autem loco minùs quàm decet accuratè dignoscantur; quod Guidus Vbaldus lib. 1. Perspectiuæ alia confirmat ratione, ingeniosa quidem, at minùs solida: Oculus, inquit, cùm sit figuræ sphæricæ, visioque in centro pupillæ celebretur, si oculus C aciem in A conuertat, videbit nihilominùs signum F: nam cùm C A sit axis opticus, transibit is per oculi ac pupillæ centrum, & C F quæ ipsi C A normaliter adiungitur, oculi orbem in pupillæ centro continget per 16. tertij Euclidis: igitur axe optico in A conuerso signum F conspicuum erit, imò & quocumque sese oculus conuerterit, totum obiectum comprehendet; quod neutiquam accidet si oculus propinquiori loco collocetur, vbi extremi radij obtusum angulum cum axe optico efficient. E F

Hæc in speciem rectè dici videntur; at facilè conuelli ex dictis possunt: nam prior ratio tum solum locum habet, cùm ab oculo C in medium obiecti A F, puta D, axis proiicitur; non item verò cùm axis opticus propositum obiectum in partes inæquales diuidit: vt si obiectum sit A B idem quod prius, oculus autem in G constituatur, vnde emissi extremi radij G A & G B rectum angulum contineant, erit nihilominùs is æquo propinquior, quòd pars A ab oculo cuius axis in D immotus defigitur, non satis accuratè propter obliquitatem videatur.

Nec Guidi ratio conuincit. Esto enim, videatur signum F ab oculo C axe optico in A

defixo ; at non ſatis videtur enucleatè: neque agimus hoc loco de eo intuitu, qui fit oculo per omnes rei partes delato, vt paulò antè dicebamus : itaque nihil ad præſens negotium facit, quòd acie defixa in A nihilominùs F quoquo modo videatur, cùm id poſtulemus, vt etiam aptè concinneque cernatur.



Præterea ſi terminus iuſtæ diſtantiæ minimus is eſſet, ad quem extremi radij angulum rectum conſtituunt, ſequeretur eiuſdem obiecti comparatione nullum eſſe iuſtæ diſtantiæ terminum minimum : nam ſi circa obiectum A B ſemicirculus deſcribatur A G B ; & dicatur D G minimus eſſe iuſti interualli terminus, dico minorem illo dari poſſe, nempe K H: oculo enim in H poſito erit extremorum radiorum H A & H B ad H rectus per 31. tertij Euclidis; & quoniam omnes qui in ſemicirculo anguli recti ſunt, oculo in quauis parte ſemicirculi A G B cõſtituto, iuſta erit ipſius à re diſtantia licet minima : cumq; rectæ lineæ normales ipſi A B ad ſemicirculi peripheriam excitatæ, eò ſemper ſint minores quò ab vmbilico ſeu centro remotiores per 15. tertij Euclidis, nec in his vlla dari queat minima, palàm eſt ex hac hypotheſi nullũ poſſe dari iuſtæ diſtantiæ terminum minimum, etiam vnius eiuſdemque viſibilis comparatione ; quod ſanè nemo conceſſerit : igitur rectè à nobis ſuprà minimus iuſtæ diſtantiæ terminus eſt definitus.

III.

STATVENDVM præterea inter rem & oculum perpendiculi fide erectum planum (quod in præſenti diaphanum finge ceu vitreum interſeptum) per quod & res, & quæ vltra rem ipſam ad vſque Horizontem conſtituta ſunt, liberrimè conſpiciantur. Hoc planum inſtar *tabulæ* erit, in qua deſignabuntur quæcumque poſt ipſam exiſtunt, ſic vt quæ in plano notata erunt ſigna, rebus ſingulis ſecundùm aſpectum reſpondeant. Et quoniam, vti initio huius libri diximus prænotatione nona, nihil intereſt ſitne planum vltra an citra rem obiectam conſtitutum, rurſus an propè ſit an procul, cùm ex plani tranſpoſitione ſeruato ſitu, proiecturæ ratio non immutetur ; liceat nobis tollendæ confuſionis gratia tabulam vno ſemper in loco, eoque commodiſſimo, collocare, (quod & in ſuperioribus proiectionibus obſeruauimus :) nempe proximè ante rem ipſam, ſic vt primam rei frontem contingat, ſitque planum idem & rei obiectæ initium.

IV.

IAM finge à pedibus videntis directè ad Horizontem vſque rectam lineam per terræ ſuperficiem perreptare, quæ communem ſectionem tabulæ ſolique ſubiecti rectis angulis peruadat : hæc *linea terræ* nuncupetur, quòd in terræ planitie exiſtat, in eaque videntis à re diſtantiam metiatur.

V.

FINGE etiam lineæ terræ parallelam emitti ab oculo, voceturque *radius principalis*, quòd in tabulam ſecundùm normam rectoſque angulos incidat. Hæc linea tametſi priori reipſa parallela ſit, non eſt tamen parallela quoad aſpectum: nam qua ab intuentis loco ambę vnà diſcedunt, ſtringi ſemper magis ac magis videntur, quòd per 44. propoſit. libri quarti illarum intercapedo quò à vidente remotior eſt, eò ſemper appareat minor : ob ingentem verò diſtantiam qua protenduntur, tandem in vnum aliquod punctum coire videntur; quod ſanè punctum in apparente Horizonte exiſtere neceſſe eſt, propterea quòd linea terræ in Horizontem tandem terminetur. Porrò an terræ linea ad immotum principalem radium conſcendat, an contrà ad immotam terræ lineam radius principalis deprimatur, an denique altera ad alteram inclinetur, ex iis quæ libro quarto docuimus haud erit arduum definire, tametſi prima fronte difficilis videatur hæc poſtulatio. Quoniam radius primarius ab oculo procedit, perſpicuum eſt per 38. 39. & 40. propoſit. libri quarti, omnes parallelas ad ipſum accedere: & illam quidem,

quæ

A quæ inferior est, in sublime paulatim efferri per 39. eiusdem libri quarti: ex quo fit vt Horizon editiori loco appareat, quàm reuerà sit: nam partes terrestris lineæ quò remotiores sunt, eò altiùs assurgere videntur: itaque Horizon qui remotissimus est, apparet altissimus, in eadem nempe altitudine cum radio principali, quem transcendere secundùm aspectum non potest. Hinc fit etiam vt Horizon scenographicè proiectus in rectam tabulæ lineam incidat: nam cùm radius principalis & Horizon in vno appareant plano, vt iam ostendimus; sitque huius plani & tabulæ communis intersectio recta linea per 3. vndecimi Euclidis, erit Horizontis proiecta forma recta linea.

B

VI.

QVARE in proposita tabula designandum primo loco est punctum quoddam ad altitudinem oculi, seu eò loci vbi radius principalis tabulam peruadit. Hoc *punctum primarium* vocetur, tum quòd radij principalis sit proiectura, tum quòd quęcumque describenda occurrunt, eo sese referant vniuersa. Constat in primis radium principalem, quoniam ex oculo emicat, in punctum tabulæ procidere, at non in aliud quàm in id quod radio principali & tabulæ commune est, hoc est in quo principalis radius tabulam in transitu attingit: igitur primarium punctum nil aliud est, quàm ipsius radij principalis proiectura, quò spectant cetera omnia quæcumque circumstant. Hoc punctum tametsi supra terræ superficiem sublime reipsa sit, atque adeò supra ipsum
C etiam verum Horizontem; tamen punctum aliquod apparentis Horizontis ab aspectu surripit; illud nimirum in quod terræ linea ad Horizontem terminatur: hoc enim propter longinquitatem cum ipso principali radio congredi videtur, vt quinta præceptione ostendimus. Cùm ergo & ipse principalis radius in punctum proiiciatur, necesse est punctum primariũ, quod in tabula signatur, duorum simul vices subire, principalis scilicet radij qui in punctum proiicitur, & extremitatis lineæ terrestris, quà in Horizontem definitur: hæc enim extremitas seu punctum Horizontis quoniam secundùm aspectum cum principali radio conuenit, totusque principalis radius in punctum tabulæ incidit, perspicuè patet hoc punctum illud quoque punctum Horizontis obtegere, in quod terræ linea desinit, & cum principali radio secundùm aspectum congreditur.

D Primarij puncti comparatione *secundaria* non immeritò vocari possunt, quæcumque circumcircà designari possunt: quorum vsum suo loco inferiùs aperiemus, cùm de parallelarum in tabula apparentium congressionibus ex instituto agemus.

VII.

DEINDE ab eo loco, vbi linea terræ infernam tabulæ partem attingit, recta linea ad punctum primarium est perducenda: hæc eam portionem terrenæ lineæ repræsentabit, quæ à loco cui tabula insistit ad Horizontem vsque protenditur, vt ex dictis constat: siquidem infernum punctum designatæ iam in tabula lineæ vtrique scilicet tabulæ & lineæ terrenæ commune est, supernum verò extremum exhibet ter-
E renæ lineæ terminum, quo in Horizonte deficit: igitur tota quæ ab ima tabulæ parte ad punctum primarium ducetur recta linea, eam repræsentabit terrestris lineæ portionem, quæ à tabula ad Horizontem vsque protenditur.

VIII.

DENIQVE si huic alia adiungatur recta linea normalibus ad signum principale angulis, erit hæc ipsius Horizontis circularis ambitus in rectam tabulæ lineam proiectus: nam quinta præceptione ostendimus Horizontis proiecturam recta linea in tabulam transcribi: cumque per sextam præceptionem constet punctum primarium puncto cuipiam Horizontis obiici, manifestè sequitur rectilinearem Horizontis de-
F scriptionem per punctum primarium in tabula traduci: at quemadmodum Horizon verus vndique libratus æqualem altitudinem habet ad intuentis oculum qui ipsum è medio loco seu centro circumspicit, ita & proiectus in tabulam Horizon eamdem vbique sublimitatem à terra adquirit, ipsamque terræ lineam proiectam, quæ ad perpendiculum consistit, normaliter secat. Quocircà cum Norma perpendiculum à Libra discriminet, erit quæ per primarium punctum terrestri lineæ normalis ducitur, ipsius Horizontis proiectura.

Quæ hactenus recensuimus, præcipuè circa expositam tabulam versantur: nunc quædam ex ipsis quoque rebus sunt prælibanda.

IX.

QVAECVMQVE certa lege deſcribi poſſunt, vt lineæ, & quæ his continentur figuræ, ea neceſſe eſt in planis quibuſdam exiſtere: itaque ante omnia ipſa diſtinguenda ſunt plana: deinde etiam lineæ quæ illis inſcriptæ cernuntur. Plana igitur aut ad perpendiculum erecta conſiſtunt, aut ad Horizontem librata extenduntur, aut obliquum ſitum obtinent. Quæ ad perpendiculum excitantur, aut directè aſpectui obuertuntur, vt ædificiorum frontes, quæ ex aduerſo intuentem reſpiciunt, ideoque *aduerſa* nuncupentur; aut à ſpectatore Horizontem verſus directò abſcedunt, vt parietes qui aduerſa plana rectis angulis ſecant, hæc autem *directa* vocentur. Ex ijs verò quæ Horizonti exæquantur, quædam ſupra, alia infra oculum ſunt conſtituta: hæc inferna, illa ſuperna, at omnia *Horizontalia* appellentur. Inferna ſunt pauimenta, ſuperna tabulata, & quæ his ſimilia. Cetera autem *obliqua* ſunt; ex quibus nonnulla perpendicularia quidem, at *declinantia*, vt perpendiculares parietes, qui nec ex aduerſo ſpectantur, nec directò ad Horizontem procurrunt, ſed ab vtriſque declinant, & in vnam vel in alteram partem deflectunt. Alia *inclinantia* ſunt, quòd in alterum latus propendeant, vt tecta quæ aduerſis aut directis parietibus inſiſtunt: alia *declinantia ſimul & inclinantia* ſunt, vt tecta quæ in obliquos recumbunt parietes.

Sub his planorum appellationibus continentur illa quoque omnia, quæ cuiuſque nominis plano ſunt parallela: vt quæcumque in ſtructuris primæ aduerſæ fronti parallela ſunt, aduerſa nuncupantur; & directa, quæcumque ab vno planorum in directum abſcedentium æquidiſtant: atque eodem modo in ceteris, propterea quòd parallela omnia, cuiuſcumque nominis ſint, plurimùm inter ſe cùm natura tum deſcriptionis modo conueniant.

X.

VT I planorum, ita & rectarum linearum quadrigemina partitio eſt. Sunt enim *directæ* quædam, eæ ſcilicet quæ directo ad Horizontem procurrunt, cuiuſmodi in primis eſt radius principalis propria vocis ſignificatione directus nuncupatus, deinde linea terræ, & quotquot radio principali ſunt parallelæ. Aliæ *tranſuerſæ* ſunt, quæ nimirum ad Horizontem perlibratæ directas ad normam ſecant, è quibus vna quidem eſt communis terræ & tabulæ interſectio, ceteræ verò huic parallelæ. Aliæ ſunt *perpendiculares*, quæ directis tranſuerſiſq; ad perpendiculum inſiſtunt: è quibus illa quæ per primariũ punctum tranſit, *primaria perpendicularis* appelletur. Aliæ denique *obliquæ*, quæ à tribus iam nominatis quaqua verſus deflectunt, omnemque reliquam varietatem complectuntur. Huius diſtributionis ratio tum ex corporum dimenſionibus, tum ex poſitionum differentijs demonſtrari poteſt. Cùm enim tres dumtaxat rectę lineæ ſeſe ad rectos angulos in eodem puncto ſecare poſſint, quæ tergeminam corporum dimenſionem repræſentent, & ad ſex poſitionum differentias porriguntur, erunt perpendiculares lineæ eæ, quæ à ſummo deorſum delapſæ ipſam indicant corporum longitudinem; tranſuerſæ autem illæ, quæ dextram ſiniſtramque petunt, velut in latitudinem extenſæ; directæ denique illæ, quæ recta in anteriora procedunt, corporumque profunditati reſpondent; at obliquæ ſunt omnes reliquæ ad medias poſitionum differentias protenſæ.

XI.

DIRECTÆ lineæ reperiuntur in planis directis & Horizontalibus, ijſque quæ in directos parietes inclinãtur; non autem in aduerſis neque in declinãtibus. Tranſuerſæ lineæ primò in aduerſis habentur planis, deinde in Horizontalibus, tum in ijs quæ in aduerſa plana inclinantur; non autem in planis directis, neque in declinantibus. Perpendiculares denique lineæ, in aduerſis, directis, & declinantibus; non autem in Horizon talibus vel inclinatis planis exiſtunt: at obliquæ lineæ in omnibus inueniuntur planis: nam cùm ex propria naturæ conditione malæ ſint, ſeu minùs excellentes, facilè omnia peruagantur.

Nunc quo pacto hæ omnes lineæ in propoſita tabula deſignari ſecundùm datam oculi altitudinem ac diſtantiam debeant; qua item ratione earum quæ in directum abeunt, interualla ſenſim conſtringi anguſtarique aptè poſſint; ac denique qua proportione tranſuerſarum diſtantiæ ſeu intercapedines minuendæ ſint, ſequentibus propoſitionibus velut regulis explicandum eſt. His enim cognitis, omnia quæ ad Scenographices

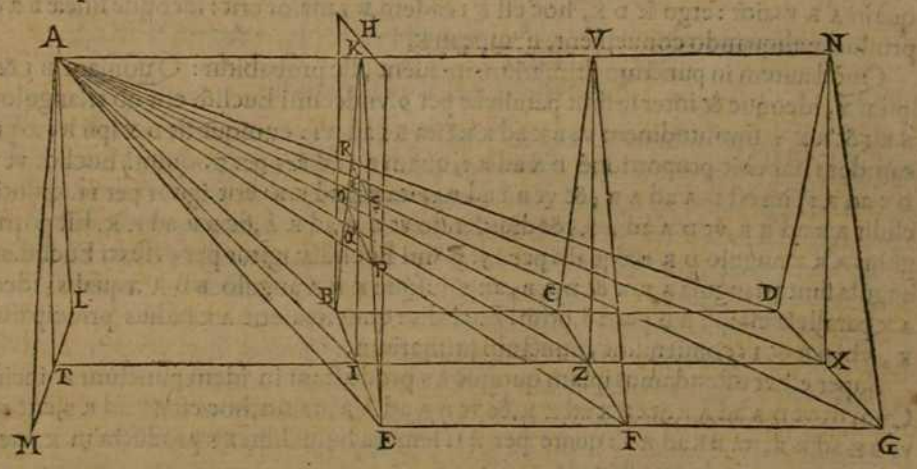
A phices inſtitutum pertinent, abundè perſpecta erunt. Eſt verò id ante omnia ſupponendum, quod in ſuperioribus proiectionum generibus demonſtrauimus: ſi res quæ obijcitur, fuerit punctum, id quod in tabula apparet, punctum eſſe; ſi linea, quandoque in punctum, quandoque in lineam incidere per 3. vndecimi Euclidis; ſi ſuperficies, id aut ſolam lineam, aut ſuperficiem occupare; ſi denique fuerit corpus, perpetuò in ſuperficiem tranſcribi. Nunc ergo ad rem accedamus.

PROPOSITIO CXXX. THEOREMA.

B *Directæ omnes lineæ ad punctum tabulæ primarium contendunt.*

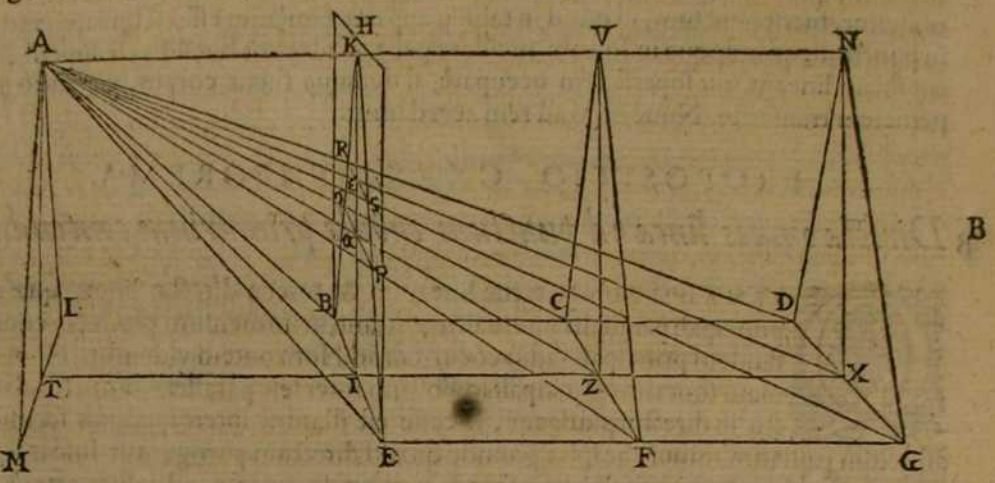
QVEMADMODVM terræ linea, ita & ceteræ directæ lineæ, quæ radio principali parallelis interuallis aſſiſtunt, in immenſum productę cum ipſo tandem principali radio cõcurrere ad Horizontem videntur. Nam quoniam ſunt tum principali radio, tum inter ſeſe parallelæ, omneſq; ab aſpectu in directum abeunt, neceſſe eſt illarum intercapedines ſecundum aſpectum paulatim minui, ac ipſas proinde quæ in directum porriguntur lineas ſenſim adduci. Quoniam verò principalis ipſe radius ex oculo emicat, ad ipſum ceteræ omnes lineæ, velut à circumferentia ad circuli centrum radij confluere videbuntur, per
C 38.39. & 40. propoſitionem libri quarti, & inferiores quidem aſſurgere, atque in altum efferri; ſuperiores autem, tamquam ex editiori loco in ſubiectum principalem radium delabi; quæ denique à dextris, in ſiniſtram; & quæ à ſiniſtris, in dextram nonnihil deflectere: ſeque omnes ad principalem radium qui medium locum obtinet, pari inclinatione adiungent, donec cum illo omnes ſecundùm aſpectum conueniant: at principalis radius in ſolitarium tabulæ punctum incidit, quod primarium ſuprà nominauimus: igitur directæ omnes lineæ in tabulam transfuſæ primarium punctum petunt, & in id omnes protractæ vnà congrediuntur. Id quamuis ex dictis perſpicuum eſſe videatur, lubet tamen maioris claritatis gratia eius veritatem Geometrica etiam demonſtratione comprobare.

D



Oculo A duæ obijciantur directæ lineæ B D & E G infinitè protractæ; tabula verò B H ad vtramque B D & E G recta ſit, in eaque primarium punctum K: dico directarum linearum B D & E G proiecturas ab extremis punctis B & E prodeuntes, in puncto primario K ſibi mutuò occurrere. Quod vt palàm fiat, ducatur L M ipſi B E parallela, & A L, A M ab oculo promittantur, radius verò principalis A K verſus K infinitè protendatur in N:
F his peractis, duo fingantur plana, vnum per L D & alterũ per M G extenſa, quæ ſibi mutuò incidant ad communem lineam A N: ex his planis vnà cum plano in quo datæ exiſtunt directæ lineæ B D & E G, Priſma conſtituitur triquetras habens baſes A L M & N D G: hoc ergo ſi plano ſecetur B H, quod tabulæ loco eſt, fiet in eo ſectio B K E triangulum, cuius latus B K ipſius B D infinitè productæ, & E K ipſius E G item productæ genuina authenticaque tranſumptio eſt. Nam cum plana A L D N & A M G N per oculum tranſeant, erunt ipſa inſtar opticorum radiorum, quibus lineæ L D & M G conſpiciuntur. Vbi itaque plana A L D N & A M G N tabulam in tranſitu interſecant, ibi linearum B D & E G proprias proiecturas exhibent, per commune proiecturarum axioma. Oſtenſum eſt autem

tem communes ſectiones tabulæ HB & planorum ALDN & AMGN eſſe BK & EK trianguli latera, K autem punctum eſſe primarium, quod radius principalis productus A



B

in tabula ſignat: itaque directæ lineæ BD & EG, tabulæ inſcriptæ ad primarium punctum contendunt. Eadem porrò demonſtratio fiet in ceteris omnibus directis lineis, C quocumque tandem in plano fuerint: igitur vniuerſè conſtat omnes lineas directò in anteriora productas, cùm tabulæ ſcenographicè inſcribuntur, ad ſignum primarium conuenire; quod demonſtrare oportebat.

Hæc quamuis perſpicua ſit demonſtratio, poteſt tamen & geometricè probari propoſitũ hoc alio modo: Fiant BD & EG æquales: erunt ergo DX & DG ipſis BI & BE æquales & parallelæ per 33. primi Euclid. quare per DG extendi poterit planum tabulæ BHE parallelum: hoc verò ſimul & tabula cùm ſecetur radioſa ſuperficie DAG, erunt communes ſectiones DG & RS parallelæ per 16. vndecimi Euclidis: quapropter ob ſimilitudinem triangulorum DAX & RAε erit vt DA ad AR, ita DX ad Rε: eſt autem DA quàm AR maior: ergo & DX, hoc eſt BI eâdem Rε maior erit: ideoque lineæ BR & Iε D productæ aliquando conuenient, nempe in K.

Quòd autem in punctum primarium incident, ſic probabitur: Quoniam BI & Rε ipſi DX, ideoque & inter ſe ſunt parallelæ per 9. vndecimi Euclid. erit ob triangulorum BKI & RKε ſimilitudinem vt BK ad KR, ita BI ad Rε: cumque ſit DX ipſi BI æqualis, eamdem habebit proportionẽ DX ad Rε, quam BI ad Rε per 7. quinti Euclid. vt verò DX ad Rε, ita eſt DA ad AR; & vt BI ad Rε, ita BK ad KR: erit igitur per 11. quinti Euclidis BK ad KR, vt DA ad AR; & diuidendo vt DR ad RA, ſic BR ad RK. Eſt porrò angulus ARK angulo DRB æqualis per 15. primi Euclidis: igitur per 6. ſexti Euclid. æquiangula ſunt triangula ARK & DRB, angulusque KAR angulo BDR æqualis; ideoque AK parallela eſt ipſi BD per 28. primi Euclidis: quocirca erit AK radius principalis, & E K, vbi BR & Iε conueniunt, punctum primarium.

Super eſt vt oſtendamus ipſam quoque ES productam in idem punctum K incidere. Cùm ſit vt DA ad AR, ita BK ad KR, & vt DA ad AR, ita DG, hoc eſt BE ad RS, erit etiam vt BK ad KR, ita BE ad RS: quare per 41. lemma huius libri ES producta in K incidet, quæ omnia erant demonſtranda.

PROPOSITIO CXXXI. THEOREMA.

Lineæ tranſuerſæ, & perpendiculares, & quæcumque demum directas ad normam ſecant, in parallelas tabulæ lineas tranſumptæ incidunt. F

SINT tranſuerſæ lineæ BE, CF & DG, earumque proiecturæ BE, OP, & RS: has dico parallelas inter ſe eſſe. Nam cùm tranſuerſæ omnes lineę parallelæ ſint inter ſe per 28. primi Euclidis, quòd nimirum directæ lineæ in illas rectis, hoc eſt æqualibus angulis incidant, poterunt per CF & DG plana quædam extendi tabulæ parallela. Eſto igitur per CF actum planum GVF parallelum ipſi BKE, vtrumque autem planum ſecet radioſa ſuperficies CAF, qua CF aſpi-

A C F aſpicitur: perſpicuum eſt igitur per 16. vndecimi Euclidis, communes huius atque illorum planorum ſectiones O P & C F parallelas inter ſe eſſe. Simili verò ratione acto per D G plano D N G, quod tabulæ B K E æquidiſtet, conſpectáque D G per radioſam ſuperficiem D A G quæ ad vtrumque planum pertineat, erunt communes huius & illorum ſectiones R S & D G parallelæ per eamdem decimam ſextam propoſ. vndecimi Euclidis: eodemque modo ſe res habet in ceteris: at B E, C F & D G ex peculiari conditione naturáque tranſuerſarum linearum oſtenſæ ſunt inter ſe parallelæ: igitur & B E, O P & R S ipſarum ſcilicet tranſuerſarum prôiecturæ, parallelæ inter ſe erunt per nonam vndecimi Euclidis; quod oſtendendum fuit.

B Non alia eſt in perpendicularibus demonſtratio: conſtat enim poſſe per illas extendi plana quædam tabulæ æquidiſtantia; hæc ergo ſimul & tabulam dum ſecant, radioſæ illæ ſuperficies quæ ab oculo ad perpendiculares lineas euibrantur, ſectiones in tabula faciunt primitiuis perpendicularibus parallelas, quæ proinde & inter ſe parallelæ ſunt per 9. vndecimi Euclidis.

Tranſuerſis perpendicularibuſque lineis ſimiles quædam reperiuntur, medio inter vtraſque loco conſtitutæ, quæ proinde de genere obliquarum ſunt. Eiuſmodi videre in primis licet in aduerſis planis, quotquot nimirum obliquam quamcumque lineam ad rectos angulos ſecant, quæ omnes vti parallelæ reipſa ſunt, ita in parallelas tabulæ lineas tranſcribuntur. Cùm enim aduerſum planum à tabula æquè vndique diſtet, fient in C vtriſque à radioſis ſuperficiebus ſectiones per decimam ſextam propoſitionem vndecimi libri Euclidis inter ſe parallelæ.

Deinde in tectis quæ directis nituntur parietibus, eiuſdem generis parallelæ inueniuntur, quæ videlicet à ſummo tecti faſtigio in imam baſin, quæ directa eſt linea, demittuntur: hæ inquam in parallelas tabulæ lineas, vti priores deſtinantur: quod & ſimili modo oſtendi poterit, ſi per ſingulas illarum plana quædam acta intelligas æquè à tabula vndique diſiuncta: igitur tranſuerſæ, & perpendiculares, & quæcumque demum directas ad normam ſecant, tabula exceptæ, parallelarum naturam retinent; quod erat demonſtrandum.

CONSECTARIVM.

D

Lineæ omnes libræ perpendiculoq; expenſæ eumdem ſitum proiectæ retinent.

HINC ſanè perſpicuè colligi poteſt, omnes illas quæ ex tranſuerſis, & perpendicularibus, ſimilibuſque obliquis in tabula apparent, proiectas lineas, eumdem cum primitiuis ſitum habere, hoc eſt tranſuerſas in tabula iuxtà ac in rebus ad Horizontem libratas eſſe, & perpendiculares communi tabulæ ſolique interſectioni ad rectos angulos inſiſtere: nam omnes quidem illæ rectæ lineæ Horizonti æquantur, quæcumque vni ad Horizontem libratæ ſunt parallelæ: at oſtenſum eſt iam omnes tranſuerſarum E proiecturas primitiuis parallelas eſſe: ſunt verò tranſuerſæ omnes lineæ ad Horizontem perlibratæ, vt ex ipſarum definitione conſtat: igitur & quæ in tabula illis reſpondent, libellæ æqualitatem retinent. Rurſus cùm radioſæ illæ ſuperficies quæ ab oculo ad perpendiculares deſtinantur, ad ſubiectum planum rectæ ſint per decimam octauam propoſitionem vndecimi Euclidis, ſitque & tabula ad idem planum recta ex hypotheſi, erunt per decimam nonam propoſitionem libri vndecimi Euclid. & communes ſectiones tabulæ ac radioſarum ſuperficierum ad ſubiectum planum rectæ: ſunt verò eæ communes interſectiones ipſarum perpendicularium conſpectarum tranſcriptę notę ac propriæ proiecturæ: igitur quæ in rebus perpendiculares ſunt, & in tabulam tranſumptæ perpendiculares ſubiecto plano erunt.

F Poteſt idem quoque in proiecturis perpendicularium linearum ex octaua propoſ. vndecimi Euclidis nullo negotio demonſtrari. Cùm enim perpendicularium proiecturæ primitiuis oſtenſæ ſint parallelæ, ſintque eæ quæ in rebus ad ſubiectum planum rectæ, erunt proiectæ quoque perpendiculares lineæ ad idem ſubiectum planum rectæ. Nam per eamdem octauam propoſitionem vndecimi libri Euclidis, ſi quotcumque ſint parallelæ rectæ lineæ, quarum vna adrectos cuipiam plano ſit angulos, & reliquæ eidem plano ad rectos angulos erunt: igitur lineæ omnes perpendiculo expenſæ eumdem ſitum proiectæ retinent; quod oſtendiſſe oportuit.

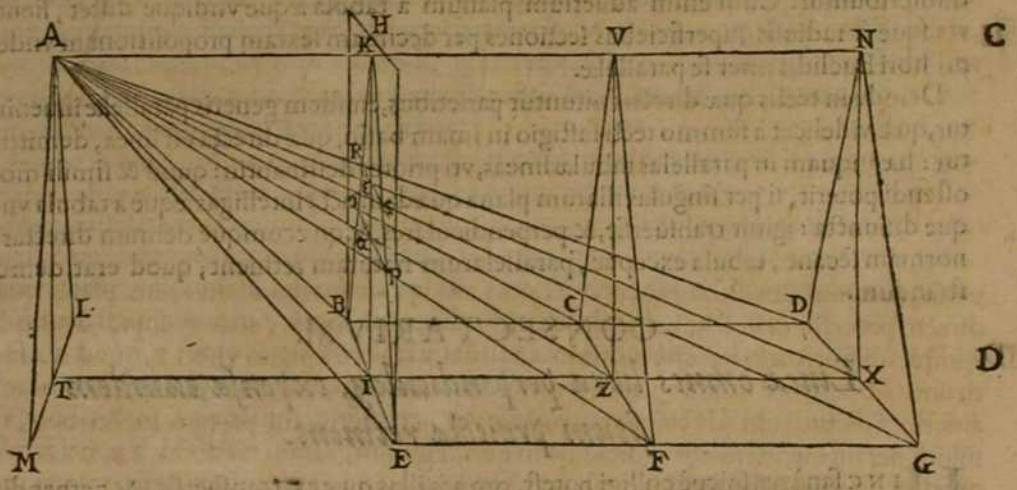
PRO-

PROPOSITIO CXXXII. PROBLEMA.

Apparentium in tabula parallelarum interualla secundùm datum aspectum contrahere.

SVPERIORE propositione ostendimus triplex parallelarum genus in parallelas tabulæ lineas consignari, nempe transuersas, perpendiculares, atque vniuersim obliquas illas omnes quæ directas secundùm normam secant: nunc in earumdem linearum transcriptionibus illud tantummodò desiderari videtur, vt ostendamus qua ratione plurium longa serie sese subsequentium remotiora ab oculo interualla contrahi minuique debeant: id sanè omnibus compertissimum est, æqualium spatiorum ea quæ ab oculo remotiora sunt in minores formas transcribi: ergo si plures parallelæ lineæ paribus interuallis disiunctæ vna post alteram longo ordine dispositæ spectentur, erunt remotiorum intercapedines in tabula minores; eæ verò maiores quæ propinquiores. Hæc porrò spatiorum decrementa quo pacto in tabula inueniri debeant, aperiendum est.

Sunto in plano L G expositæ quotcumque transuersæ lineæ B E, C F & D G, A verò oculi locus, vnde perpendicularis in subiectum planum L G demittatur A T per 11. vn-



decimi Euclidis: hinc in eodem subiecto plano directa linea signetur T X, quæ linea terræ erit, siquidem L G horizontale est planum: præterea ipsi B E tabula rectis insistat angulis H B E lineam T X secans in puncto I, à quo perpendicularis erigatur I K per 12. vndecimi Euclidis: hæc proiectura est ipsius I X infinitè versus X productæ, punctaque omnia, quibus transuersarum intercapedines distinguuntur, in se recipit. Promissis igitur ab oculo ad I, Z & X opticis radijs, hi vbi lineam I K intersecant, ibi parallelarum B E; C F & D G æquales intercapedines in tabula signant, per commune proiecturarum axioma.

CONSECTARIVM.

Vt datæ transuersæ lineæ distantia à uidente, ad eiusdem à tabula distantiam; ita oculi altitudo ad transuersæ sublimitatem in tabulæ apparentem.

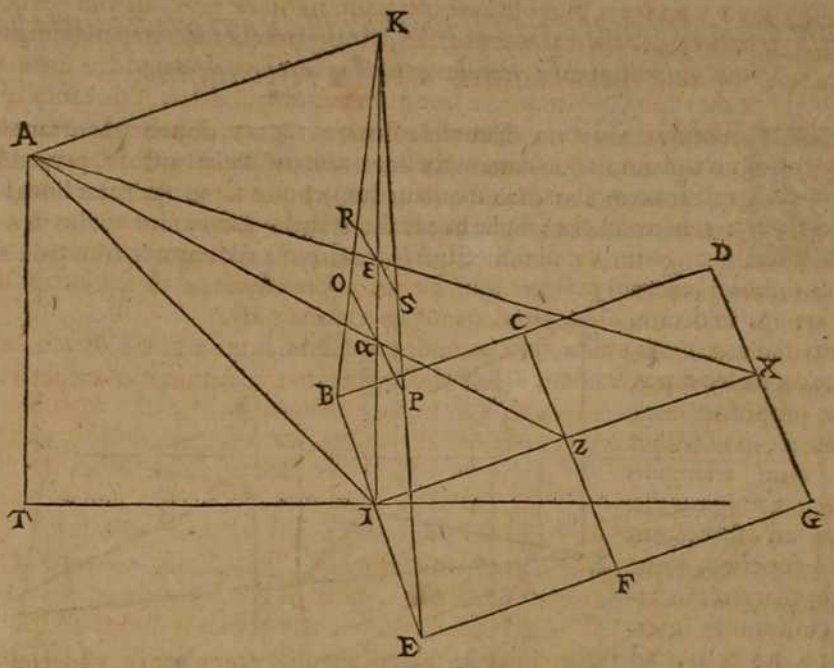
EX demonstrato iam theoremate colligas, quemadmodum T Z composita ex oculi distantia T I, & parallelarum B E & C F interuallo I Z, se habet ad ipsum interuallum I Z, ita se habere oculi altitudinem A T ad I α interuallum parallelarum apparens. Cùm enim sit A T ipsi α I parallela, erunt triangula A Z T & α Z I æquiangula per 4. lemma libri quinti; ac proinde proportionalia ipsorum latera per 5. sexti Euclidis: quare vicissim quoque vt T Z ad A T, sic I Z seu verum interuallum ad I α interuallum apparens.

Quod in horizontali plano inferiore ostendimus, idem & in superiore locum habet: cuius veritatis elucidandæ gratia nulla alia schematis delineatione opus esse video præter hanc ipsam inuersam: nec in transuersis modò, sed & in perpendicularibus, ac ceteris etiam omnibus quæ directas normaliter secant, eadem valebit demonstratio, si

ab

A ab oculo A ad planum in quo parallelæ propoſitæ lineę exiſtunt, perpendicularis agatur, quemadmodum ſuprà ad ſubiectum horizontale planum demiſſa fuit A T; ceteraque omnia eodem perficiantur modo.

Illarum autem parallelarum quæ vel in declinantibus planis ſunt perpendiculares, aut in ijs quæ in anteriorem poſterioremve partem inclinantur planis, cernuntur tranſ-

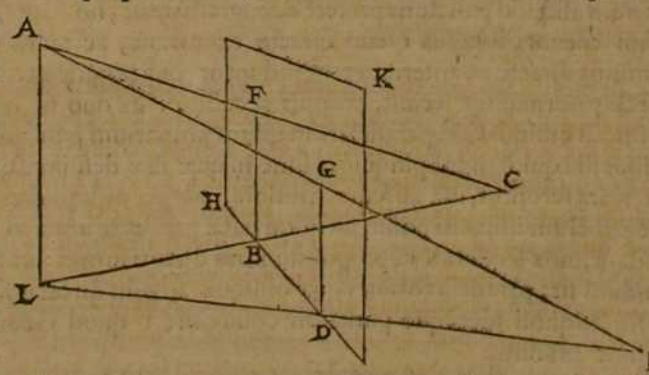


uerſæ, non multùm diſcrepat contractionis modus: in his ſiquidem ſolius plani, qua à directo proceſſu deflectit, habenda eſt ratio. Exempli cauſa, eſto vt ſuprà oculus A,
D eiuſque ab horizontali plano altitudo A T, diſtantia verò à plano viſo T I, quod ab Horizontis libramento inde ab I attolli verſus X concedatur, ita vt B G planum exhibeat in anteriora inclinatum (de ceteris porrò quæ vel in poſteriorem partem inclinantur, vel ſolùm declinant, idem erit iudicium) in quo datæ ſint tranſuerſæ lineæ B E, C F & D G, quarum interualla ſecundùm oculi conſtitutionem in A tabulæ inſcribere, & iuſta proportione contrahere oporteat. A puncto I, quod commune eſt terrenæ lineæ & tabulæ, recta agatur linea I X, quæ reliquas parallelas C F & D G ad normam ſecet in punctis Z & X, ad quæ ab oculo radij procidant tabulam ſecantes in α & ε. Per hæc ergo tabulæ puncta, ſi parallelæ ipſi B E ducantur O P & R S, perſpicuum eſt per præcedentem propoſitionem has eſſe primitiuarum parallelarum C F & D G Scenographicas proiecturas: quare & interuallum I α ipſum I Z, & α ε ipſum Z X repræſentat; quod erat propoſitum.
E

PROPOSITIO CXXXIII. THEOREMA.

Fieri poteſt, vt non parallelæ rectæ lineæ in parallelas tabulæ lineas tranſcribantur.

SINT oculo A duæ propoſitæ rectę lineæ B C & D E in horizontali plano ita diſpoſitæ, vt radioſę ſuperficies A B C & A D E, quibus datæ illæ lineæ videntur, ad planum rectæ ſint: dico illarum tranſumptas B F & D G in tabula parallelas eſſe. Cùm enim ex hypotheſi ſit tabula quoque H K ad rectos horizontali plano angulos conſtituta, communes etiam tabulæ & radioſarum ſuperficierum

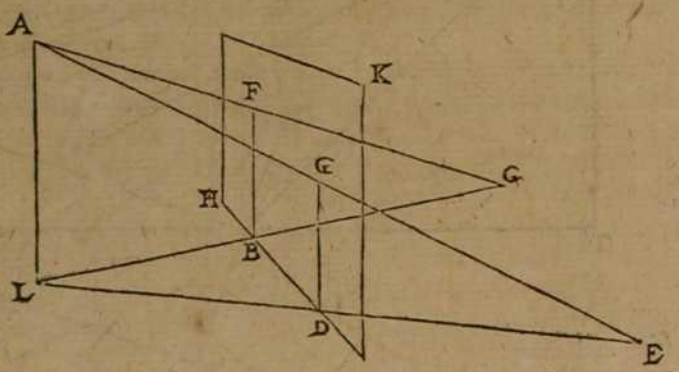


rum ABC & ADE interſectiones BF & DG, ad rectos eidem plano angulos erunt per 19. vndecimi Euclidis: quare per 6. vndecimi Euclidis BF & DG ex non parallelis BC & DE tranſumptæ, parallelæ inter ſe erunt; quod erat demonſtrandum. A

PROPOSITIO CXXXIV. PROBLEMA.

Locum oculo deſignare, vnde non parallelæ datæ rectæ lineæ parallelis tabulæ lineis aſpectu reſpondeant.

PRODVCANTVR datæ rectæ lineæ BC & DE, donec concurrant in L; & ab L plano, in quo datæ rectæ lineæ non parallelæ exiſtunt, perpendicularis excitetur LA: dico è quouis huius lineæ ſigno ſpectatas lineas BC & DE in parallelas tabulæ lineas transfundi. Eſto enim oculus in A: quoniam igitur AL ad ſubiectum planum recta eſt, erunt & triangula ALC & ALE ad idem planum recta per 18. vndecimi Euclidis: ſed radioſæ ſuperficies ABC & ADE, quibus propoſitæ lineæ ſpectantur, in ijſdē ſunt planis cum triangulis ALC & ALE: igitur illæ quoque ad ſubiectum planū rectæ erunt; atque idcircò illarum ac tabulæ communes interſectiones BF & DG ad rectos ſubiecto plano angulos erunt per 19. vndecimi Euclidis: vnde tandem efficitur per 6. vndecimi Euclidis, parallelas quoque inter ſe eaſdem BF & DG, quæ ex non parallelis BC & DE oculo in A poſito in tabulam tranſportantur. Cumque hæc demonſtratio omnibus punctis lineę ex L ad perpendiculum excitatæ conueniat, perſpicuè patet locum oculo repertum eſſe, vnde non parallelæ rectæ lineæ in parallelas tabulæ lineas deferantur, qui aſſignandus erat.



B C D

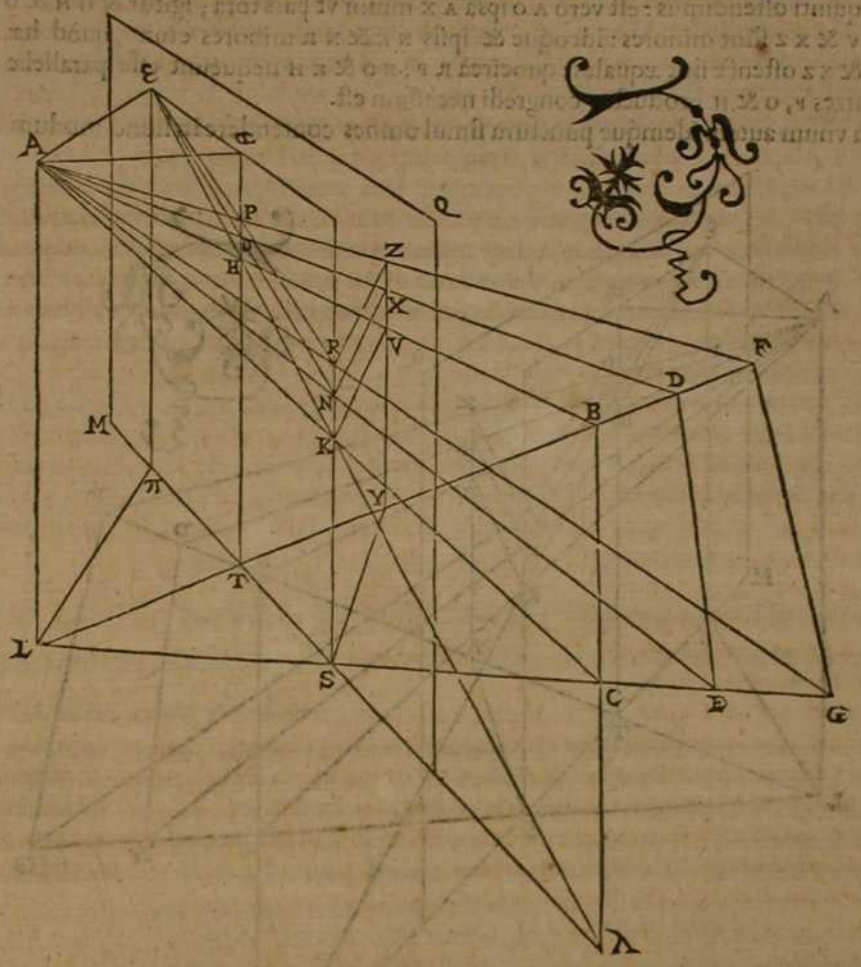
PROPOSITIO CXXXV. THEOREMA.

Parallelæ omnes lineæ, quæ directas obliquè ſecant, tabula exceptæ in vnum aliquod idemq; punctum concurrunt.

DIRECTÆ lineæ ijs quibus ad rectos angulos incidunt, contrariè quodammodò opponuntur: hæ namque in tabulam traductæ parallelis ſpatijs diſiunguntur, nec punctum aliquod commune habent, vt propoſitione 131. demonſtrauimus: illæ verò in punctum primarium, ceu directi aſpectus vmbilicum, centrumque eorum omnium quæ in tabula ſpectantur, conueniunt: inter has mediæ conſiſtunt illæ quæ in directas obliquis angulis incidunt: nam partim in anteriora procedunt, partim verò ad latera, ſurſumve aut deorſum deflectunt: quare huius generis parallelæ hoc quidem cum directis conueniunt, quòd in vnum aliquod punctum proiectæ congrediantur; hoc autem diſcrepant, quòd priùs quàm coëant, longiùs quàm directæ excurrant, ac tantò profectò longiùs, quantò minùs directè in anteriora protenduntur; qua proprietate ad naturam illarum quæ directas normaliter ſecant, propiùs accedunt. Ex quo fit, vt puncta concurrentium eiuſmodi obliquarum parallelarum ipſum primarium punctum vndique circumſtent, è quibus illa quidem propinquiora ſunt in quæ illæ definiuntur, quæ minùs obliquè in anteriora feruntur; illa autem remotiora, ad quæ obliquiores terminantur. Porrò qua arte punctum inueniri poſſit, ad quod datæ parallelæ lineæ in tabulam tranſcriptæ contendant, mox ſequentibus propoſitionibus dicturi ſumus: nunc id priùs vniuerſè oſtendendum ſit, parallelas omnes quæ obliquis angulis directas ſecant, tabulâ exceptas in vnum aliquod idemque punctum conuenire: quod Geometricè demonſtrabimus in hunc modum: E F

Sit oculus A, eiuſque altitudo AL ab horizontali plano, in quo datæ ſint quotcumque obliquæ

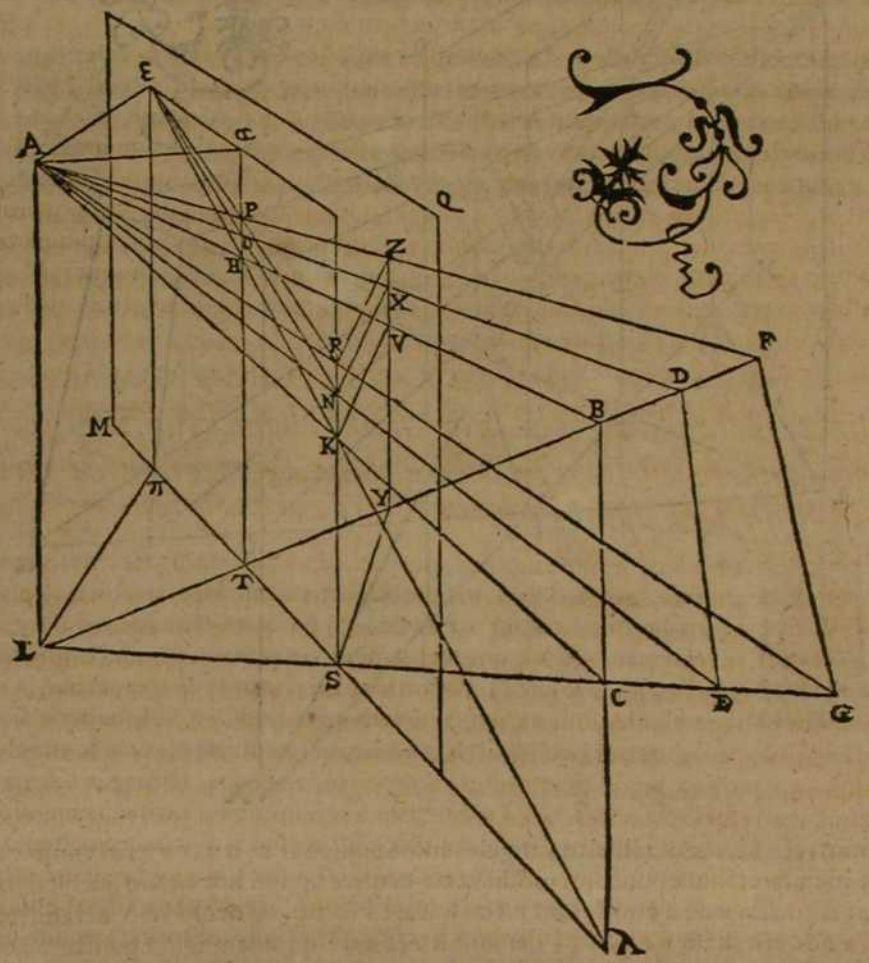
A obliquæ lineæ B C, D E & F G interſe quidem, at non ipſi tranſuerſæ lineæ T S parallelæ, quarum proiecturæ ſunt H K, O N & P R in tabula Q M, quæ tranſuerſæ lineæ M S ſe-



cundùm rectos horizontali plano angulos inſiſtit: dico H K, O N & P R, in vnum quodpiam idemque tabulæ punctum productas concurrere; quod hoc modo licebit demonſtrare: A puncto L duæ emittantur rectæ lineæ L F & L G; ab oculo verò A radij procidant A B & A C; item A D & A E; denique A F & A G: quoniam igitur puncta B, D & F apparent in punctis H, O & P, eſtque ſignum T tabulæ ſubiectoque plano commune,
E perſpicuum eſt eam quæ per T, H, O, P ducitur, rectam lineam eſſe, atque ipſius T B D F proiecturam per 123. libri huius. Eodem modo recta oſtendi poteſt linea S K N R, in quam proiecta S C E G incidit: cùm verò A L ſubiecto plano ad rectos ſit angulos per conſtructionem, erunt radioſæ ſuperficies A L F & A L G ad ſubiectum planum rectæ per 18. vndecimi Euclidis; ſed tabula Q M ad idem ſubiectum planum recta eſt ex hypotheſi: itaque per 19. vndecimi Euclidis T P & S R, communes ſcilicet ſectiones tabulæ & radiorum A L F & A L G, ſubiecto plano ſunt perpendiculares; ideoque & inter ſe parallelæ per 6. vndecimi Euclidis. Si iam à puncto S recta ducatur datis obliquis lineis B C, D E & F G parallela, nempe S Y, ac per R S Y planum agatur, erit id quidem per 18. vndecimi Euclidis ad horizontale planum rectum, ſiquidem oſtenſa eſt R S ipſi ſubiecto
F plano perpendicularis; cùm verò ſit A L F, radioſa nimirum ſuperficies qua B F videtur, ad ſubiectum planum recta, erit & Z Y communis videlicet ſectio plani R Y & A L F ſubiecto plano perpendicularis per 19. vndecimi Euclidis; atque idcircò erit Z Y ipſi quoque R S parallela per 6. vndecimi Euclidis: quare V K, X N & Z R erunt datarum parallelarum B C, D E & F G proiecturæ in plano R Y apparentes: at quoniam S Y parallela poſita eſt ipſis B C, D E & F G, erunt & V K, X N & Z R tum inter ſe, tum ipſis B C, D E & F G parallelæ per 131. huius: ſunt verò & Z Y & R S inter ſe parallelæ: igitur parallelogramma ſunt R X & X K, quorum proinde oppoſita latera R N & Z X, item N K & X V per 34. primi Euclidis ſunt inter ſe æqualia. Rurſus quoniam æquidiſtantes oſtenſæ ſunt

Z Y & P T, erit in triangulis A X V & A X Z vt A X ad A O, ita X V ad O H, & X Z ad O P per 4. sexti Euclidis, nimirum propter triangulorum similitudinem, quam nos lemmate 4. libri quinti ostendimus: est verò A O ipsâ A X minor vt pars totâ; igitur & O H & O P ipsis X V & X Z sunt minores: ideoque & ipsis N K & N R minores erunt, quòd hæ ipsis X V & X Z ostensæ sint æquales: quocircà R P, N O & K H nequeunt esse parallelæ; sed ad partes P, O & H productas congredi necessum est. A

In vnum autem idemque punctum simul omnes contendere in hunc modum pos-



sumus demonstrare: Esto ε punctum in quod duæ R P & N O productæ conueniant: dico & tertiam K H in idem punctum ε protractam incidere: cùm enim æqualis sit R N ipsi Z X, habebit vtraque ad eamdem P O similem omnino rationem per 7. quinti Euclidis: sed R ε ita se habet ad P ε, vt R N ad P O; & Z A ad P A, vt Z X ad P O; igitur per 11. quinti Euclidis, vt Z A ad P A, ita se habet R ε ad P ε. Rursus cùm sit vt Z A ad P A, sic R ε ad P ε; sitque Z A ad P A vt Z V ad P H, erit & R ε ad P ε vt Z V, hoc est æqualis ipsi R K ad P H: quocircà per 41. lemma huius libri K H quoque si producatur, cum N ε & R ε in idem punctum ε incidet; quod erat demonstrandum. E

PROPOSITIO CXXXVI. THEOREMA.

Quæ directas obliquè secant parallelæ lineæ, in tabulam transcriptæ eo loci concurrunt vbi radius opticus primitiuis parallelis æquidistans tabulam inuadit. F

HÆC proprietas directis lineis manifestè ineſt: nam propositione 130. ostendimus eas tabula exceptas in punctum primarium conuenire: est verò is qui ab oculo ad punctum primarium ducitur radius, directis omnibus lineis parallelus: igitur omnes directæ lineæ in illud tabulæ punctum secundùm aspectum conueniunt, in quo radius opticus directis lineis parallelus tabulam in transitu attingit.

Non

A Non est autem hæc æquè perspicua veritas in ceteris parallelis, quæ proiectæ in vnum punctum conueniunt: quare in his quoque idem demonstrare nobis hoc loco propositum esto. Repositio superiore schemate iungatur A ε, hancque ostendere oporteat primitiuis parallelis BC, DE & FG parallelam esse: quoniam in præcedentis propositionis demonstratione ostensum est vt Z A ad P A, ita esse R ε ad P ε, erit quoque diuidendo per 17. quinti Euclidis vt Z P ad P A, sic R P ad P ε: sunt verò & anguli his proportionalibus lateribus contenti Z P R & A P ε inter se æquales, vtpote ad verticem secantium sese linearum A Z & R ε per 15. primi Euclidis: igitur per 6. sexti Euclidis æquiangula sunt ipsa triangula A P ε & Z P R, anguluſque A ε P angulo Z R P æqualis: quocirca per 28. primi
B Euclidis parallelæ sunt A ε & R Z; est autem R Z parallela ipsi primitiuæ FG, vt ex præcedentis propositionis demonstratione constat: itaque & A ε ipsi FG ceteriſque ab FG æquè distantibus est parallela per 9. vndecimi Euclidis; quod demonstrasse oportuit.

Iucundiùs autem, nec minùs solidè probari hæc propositio potest ex 38. 39. & 40. propositi libri quarti: cùm enim A ε ex oculo prodeat, videbuntur non modò BC, DE, & FG, verùm etiam quæcumque ipsi A ε parallelæ sunt, in quocumque tandem plano existant, ad ipsam A ε propiùs semper accedere, quoad tandem in immensum protractæ cum illa exactè coire videantur: at tota A ε infinitè producta, apparet vt punctum, & in punctum ε proiicitur ob perpendicularem eius aspectum: igitur quotquot ipsi A ε sunt parallelæ, in punctum ε secundùm aspectum congredientur, ad quod ni mirum ab oculo
C ducitur radius A ε qui primitiuis parallelis est parallelus.

PROPOSITIO CXXXVII. THEOREMA.

Cùm proiectæ parallelæ lineæ in vnum aliquod punctum coëunt, punctum concursus, & oculus à plano in quo primitiuæ parallelæ existunt, æquè distant.

D ESTO ε commune signum concurrentium linearum K H, N O & R P, quæ parallelas BC, DE & FG in tabula spectatas repræsentant: dico ε à plano, in quo primitiuæ existunt parallelæ, BC, DE & FG, æquè ac A disiunctum esse; hoc est ε ϖ & A L, quę rectis angulis in planum parallelarum incidunt, æquales inter se esse. Iungantur enim puncta A & ε per rectam A ε: quoniam igitur non semel ostensum iam est ita se habere A Z ad A P, vt se habet ε R ad ε P, erit diuidendo per 16. quinti Euclidis vt A P ad P Z, ita ε P ad P R; est verò & angulus A P ε angulo Z P R proportionalibus lateribus comprehenso æqualis: igitur per 6. sexti Euclidis æquiangula sunt ipsa A P ε & Z P R triangula, anguluſque P A ε æqualis angulo P Z R: quocircà per 28. primi Euclidis parallela est A ε ipsi Z R: sed Z R iam sæpè ostensa est ipsi FG parallela: itaque A ε ipsi quoque FG, ac ceteris etiam omnibus quæ ab FG æquabili interuallo distant, est parallela per 9. vndecimi Euclidis. Si ergo per A ε duo plana extendi animo concipiantur, vnum plano in quo primitiuæ parallelæ existunt, parallelum;
E alterum ad idem illud planum rectum, faciet hoc quidem in parallelis illis planis communes sectiones A ε & L π parallelas per 16. vndecimi Euclidis: cùm verò A L & ε ϖ ad planum in quo primitiuæ sunt parallelæ, rectæ sint ex hypothesi, erunt & ipsæ inter se parallelæ per 6. vndecimi Euclidis: quamobrem parallelogrammum erit A ε π L, ac eius proinde latera A L & ε ϖ, quæ sibi mutuò ex aduerso respondent, æqualia per 34. primi Euclidis: ex quo fit tandem, puncta A & ε pari spatio à plano, in quo sunt primitiuæ parallelæ, distare.

PROPOSITIO CXXXVIII. THEOREMA.

Parallelæ omnes lineæ quæ in vno plano ad varias partes ducuntur, si directas obliquæ secent, in vna etiam eademq; linea concursuum loca nanciscuntur.

F HÆC adeò perspicua est veritas, vt vix probatione indigeat: ex eo tamen manifestè demonstratur, quòd planum ipsum, in quo primitiuæ parallelæ existunt, in rectam transcribatur lineam: in hanc igitur cadent parallelæ omnes quæ in ipso existunt plano, & directas oblique secant. Si enim aliqua ex iis quæ in dato sunt plano extra eam tabulæ lineam procurreret, in quam ceteræ eiusdem plani lineæ incidunt, illius pars quidem in dato esset plano, pars

verò ab eo ſublimis. Nam propoſitum quodcumque planum in ſola recta linea tabu- A
lam ſecat per 3. vndecimi Euclidis: igitur quoduis punctum extra hanc communem li-
neam in tabula aſſumptum, etiam extra ipſum eſt planum: quocircà ſi quæpiam, ex iis
quæ in plano ſunt, linea ad punctum aliquod extra communem plani & tabulæ ſectio-
nem conſtitutum pertineat; liquidò patet eius lineæ partem quidem in dato plano exi-
ſtere, partem verò ab eo ſublimem eſſe: quod cùm primæ propoſitioni vndecimi Eu-
clidis aduerſetur, conſequens eſt, parallelas quaſcumque lineas, quæ in vno exiſtentes
plano directas obliquè ſecant, in vna eademq; recta linea concurſuum loca obtinere.

PROPOSITIO CXXXIX. THEOREMA. B

Quæ obliquioribus angulis directas interſecant parallelæ lineæ, propiùs puncto primario in tabulam tranſumptæ congrediuntur.

PROPOSITIONE 135. oſtendimus, eas lineas quæ directis ſunt perpendiculares, directis ipſis contrariè quodammodò opponi; inter quas ſcilicet ceteræ velut mediæ inſeruntur. Vnde & illud naſcitur illuſtre diſcrimen, quòd quę directis ſunt perpendiculares, quantumuis protrahantur, nec inter ſe conuenire, nec in tabulam, licet productam, incidere vmquam poſſint: directæ verò ad punctum tabulæ primarium, quod oculo proximum eſt, congrediantur: igitur è reliquis eæ quæ directarum naturam propiùs æmulantur, ad loca pun- C
cto primario viciniora coëunt; quæ verò à directis maiore diſſimilitudine diſcrepant, longiùs prouehuntur antè quàm congreſſionem faciant: vti ergo naturâ, ita & proprietate illæ ad directas, hæ ad eas quæ directis normales ſunt, propiùs accedunt. Porrò illas directis ſimiles magis eſſe dicimus, quæ obliquioribus angulis directas interſecant: nam quò interſecantium ſeſe linearum anguli rectis ſunt propinquiores, eò & lineæ cum iis, quas contrariè directis opponi dicimus, ſimilitudinem gerunt maiorem.

Si Geometricè idem confirmari poſtuletur, id ex 136. propoſitione huius libri perſpicuè fiet hoc pacto: Oſtenſum eſt propoſitione 136. radium opticum, qui ab oculo ad punctum illud ducitur, quo apparentes in tabula parallelæ coëunt, primitiuis parallelis reipſa parallelum eſſe: igitur iiſdem angulis hic radius principalem radium ſecat, qui- D
bus propoſitæ primitiuæ parallelæ ſecant directas: at radius principalis ad normam inſiſtit tabulæ, ideoque omnium illorum qui ad tabulam pertinent radiorum breuiſſimus eſt; ceterorum autem qui ab oculo egreſſi ſimiliorem recto angulum cum principali radio continent, ij longiùs à primario puncto in tabulam incurrunt: quocircà & primitiuæ parallelæ, quò propiùs rectis angulis directas interſecant, eò longiùs à puncto primario prouehuntur priùs quàm in vnum conueniant.

Ex his quæ proximè dicta ſunt, facilè eſt praxes aliquas adinuenire ad rem propoſitam vtiles, è quibus hic nonnullas tamquam conſectaria adiungemus. E

CONSECTARIVM I.

Dato oculo, punctum in tabula inuenire, in quod propoſitæ parallelæ ſecundùm aſpectum conueniunt.

ESTO vt ſuprà propoſitione 135. oculus A, tabula verò M Q, at datæ in ſubiecto horizontali plano parallellæ lineæ B C, D E & F G, quæ cùm non ſint parallelæ ipſi M S, ſeu tabulæ, tranſcriptæ occurrent in puncto quopiam, quod reperire oporteat. Ab oculo A ad ſubiectum planum demittatur perpendicularis A L per 11. vndecimi Euclidis: ab L verò agatur L ϖ propoſitis parallelis æquidiſtans per 31. primi Euclidis: ac rurſus F
ex ϖ ducatur in tabula ϖ ε ſubiecto plano perpendicularis per 12. vndecimi Euclidis, quæ proinde per 6. vndecimi Euclidis ipſi A L parallela erit: deniq; fiat ϖ ε ipſi A L æqualis: dico ε punctum eſſe concurſus poſtulatum. Iuncta enim A ε, quoniam A L & ε ϖ æquales ſunt & parallelæ, erit & A ε ipſi L ϖ parallela per 33. primi Euclidis: quare & ipſis B C, D E & F G eadem A ε parallela erit per 9. vndecimi Euclidis; atque idcircò ε punctum eſt concurſus poſtulatum per 136. propoſ. libri huius.

CON-

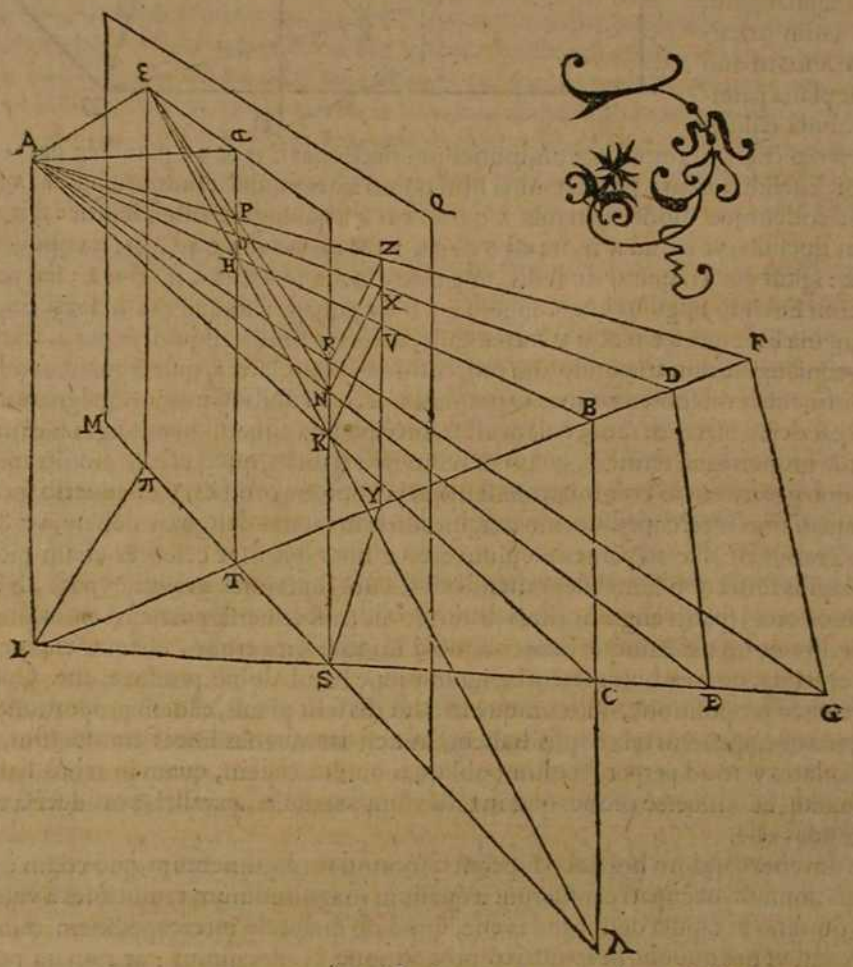
A

CONSECTARIVM II.

Si data recta linea producta tabulam secet, & à loco sectionis ad punctum concurrentium parallelarum recta ducatur; in hac necesse est datam rectam lineam apparere.

SIT data recta linea BC: hæc quoniam ex hypothesi non est ipsi tabulæ parallela, si producatur secabit tabulæ planum item productũ in signo quopiam, puta λ. Inuento

B



C

D

E

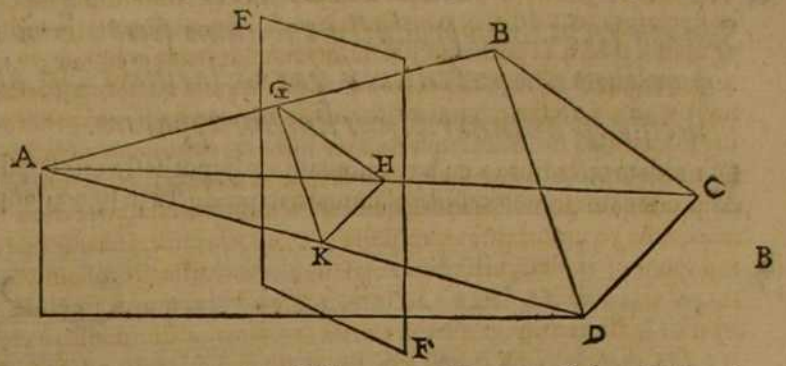
itaque puncto ε per præcedens consectariũ: dico in ελ propositam lineam BC secundùm oculum in A positum incidere: siquidem λ commune est vtriusque Mλ & BC ex vna parte productæ punctum, & ε proiectura est extremitatis eiusdem BC versus B infinitè protractæ. Cùm ergo ε & λ sint in ipsius BC vtrimque protensæ proiectura, erit datæ lineæ BC proiectura in recta tabulæ linea ελ: itaque si ducantur BL & CL quæ tabulam secent in T & S, ext verò & S perpendiculares subiecto plano excitentur TH & SK quæ ipsam ελ secent in H & K, perspicuum est HK ipsius BC proiecturam esse quæ erat postulata.

PROPOSITIO CXL. THEOREMA.

F *Quæcumque in aduersis sunt planis, eadem proportione in tabula describuntur, quam in rebus ipsis habent.*

HIVS propositionis ea est ratio, quòd tabula aduersumque planum æquidistent, eumdemque situm ad aspectum habeant, per ea quæ ad propositionem 31. libri tertij prædefiniuimus. Quocircà omnes vtriusque partes, quæ ijsdem radijs opticis comprehenduntur, eadem proportione augescunt vel minuuntur: vt si oculo A triangulum obijciatur BCD è regione ac directè spectatum radijs AB, AC & AD, qui opticam pyramidem constituant ad ver-

ticem A; hæc autem secetur aduerso plano E F, ceu tabula quæ eidem triangulo B C D A sit parallela, cuius & pyramidis opticæ communis sectio triãgulum sit G H K: dico G H K triangulum primitiuo triãgulo B C D & simile esse & æquiangulũ. Cùm enim triangulum A B C in duo incidat plana parallela, tabulã scilicet

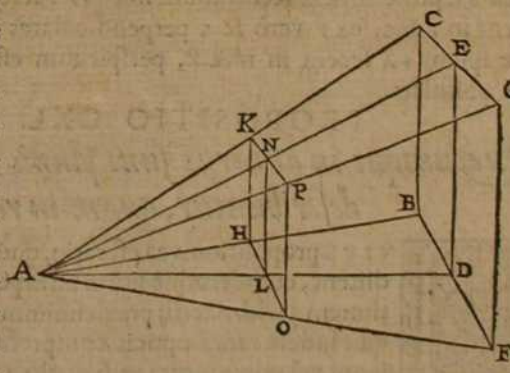


E F, & B C D triangulum, erunt communes intersectiones G H & B C parallelæ per 16. vndecimi Euclidis: quare per 4. lemma libri quinti æquiangula erunt triangula A B C & A G H: eodemque modo triangula A C D & A H K æquiangula ostendentur: igitur per 4. sexti Euclidis, vt A C ad A H, ita est B C ad G H; & rursus vt A C ad A H, ita quoque C D ad H K: igitur per 11. quinti Euclidis, vt B C ad C D, ita se habet G H ad H K: sed per 10. vndecimi Euclidis angulus G H K angulo B C D est æqualis: itaque per 6. sexti Euclidis æquiangula sunt ipsa B C D & G H K triangula, ideoque similia; siquidem per 4. sexti Euclidis æquiangulorum triangulorum proportionalia sunt latera, quæ æqualibus angulis vel continentur vel subtenduntur. Quia verò in ceteris quibuscumque designationibus similis est demonstrandi ratio, palàm est transcriptas ex aduersis planis figuras eamdem in tabula proportionẽ retinere, quam in rebus ipsis habent; quod erat demonstrandum. C

Ex quo patet, longas columnarum series arborumque ordines, si ex aduerso spectentur, æquali tum intercapedine tum magnitudine in tabula designari debere, vti & scalarum gradus, si illæ ad perpendiculum erectæ sint: qua in re celebres etiam pictores fœdè lapsos fuisse non semel deprehendimus, cùm superiores gradus, vtpote ab aspectu remotiores, sparijs angustioribus distinxerunt, aut aduersæ porticus remotiores columnas breuiores, earumque intercolumnia minora pinxerunt, aliaque eius generis quamplurima, quæ ex huius scientiæ ignoratione haud dubiè profluxerunt. Constat enim ex hac propositione, quæcumque in aduersis sunt planis, eâdem proportione describenda esse, quam in rebus ipsis habent; hoc est transuersas lineas transuersim, perpendiculares verò ad perpendiculum, obliquas autem eâdem, quam in rebus habent, obliquitate; ac vniuersè omnes quæ in rebus sunt parallelæ, parallelas in aduersa tabula ducendas esse. D

Verùm eneruandum hoc loco superest quorumdam argumentum, quo etiam è peritioribus nonnulli occupati censuerunt æqualium magnitudinum remotiores à visu, minores omnino in tabula delineandas esse, quòd ob maiorem intercapedinem minores appareant, vt nos quoque libro quarto propositione 11. docuimus: at non ita rem se habere licet iam vniuersè demonstratum sit; tamen quia in sola triangulari forma propositum explicauimus, libet claritatis gratia etiam in magnitudinibus ordine dispositis idem priùs ostendere, quàm propositam obiectionem diluamus. E

Esto igitur oculus A, ipsique ex aduerso obiectæ tres magnitudines æquales, B C quidem oculo proxima, deinde D E & F G remotissima, quæ paribus interuallis B D & D F ab inuicem disiungantur: harum verò proiecturæ in tabula K O propositis magnitudinibus parallela sunto H K, L N & O P: dico has æquales inter se esse, atque ipsarum etiam interualla H L & L O æqualia, nec obstare distantiæ ab oculo disparitatem. Nam cùm tabula K O, planumque C F æquidistent, quæ in ipsis fiunt sectiones, per radios opticos ab oculo A ad propositas magnitudines delatos, parallelæ erunt per 16. vndecimi Euclidis, hoc est B C ipsi H K, & D E ipsi L N, item F G ipsi O P, de-



A o p, denique b f ipſi h o: itaque ob triangulorum ſimilitudinem vt a b ad a h, ita b c ad h k; rurſus vt a d ad a l, ita d e ad l n: ſed a b ad a h eſt, vt b d ad h l; & vt b d ad h l, ita a d ad a l: igitur per 11. quinti Euclidis eadem eſt ratio a b ad a h, quæ a d ad a l: ideoque & ratio b c ad h k eadem eſt quæ d e ad l n; & permutando vt b c ad d e, ita h k ad l n: ſed b c ipſi d e eſt æqualis ex hypotheſi: itaque & h k ipſi l n eſt æqualis. Eodemque modo oſtendemus o p ipſi f g, & vniuersè ceteras omnes proiectas magnitudines primitiuis æquales: igitur quæ in aduerſis planis ſunt æquales magnitudines, & in tabulam transfuſæ ſunt æquales. Nec aliter æqualia ipſarum interualla b d & d f, in æqualia proiecturarum interualla h l & l o tranſcribi oſtendemus. Cùm enim ſit
B h o ipſi b f parallela, erit propter triangulorum ſimilitudinem vt a b ad a h, ita b d ad h l; & vt a b ad a h, ita b f ad h o: quare per 11. quinti Euclidis vt b d ad h l, ita b f ad h o: & alternatim vt b d ad b f, ita h l ad h o; diuidendo autem vt b d ad d f, ita h l ad l o: ſed b d ipſi d f eſt æqualis ex hypotheſi: igitur & h l ipſi l o eſt æqualis, eodemque modo in ceteris: quamobrem æquales magnitudines paribus interuallis diſpoſitæ ex aduerſis planis, in proiecturas æquales æqualibus interuallis diſtinctas producuntur.

Nunc propoſitæ obiectionis nodum diſſoluamus. Cùm oculi diſtantia ad formas tabulæ inſcriptas eam rationem habeat, quam ad res ipſas primitiuas: quemadmodum in his remotiores ab oculo minores videntur, ita quæ remotioribus in tabula reſpon-
C dent proiecturæ, pro rata etiam minores apparent: quocircà ſi vt in rebus ſunt, ita in tabula deſcribantur, vno ambæ modo conſpicientur, & qui deſignationem in tabula expreſſam aſpiciet, rem ipſam videre ſe arbitrabitur; quòd ambæ ſimilem omnino notionem in oculum intuentis ingerant. Itaque non quòd æqualium magnitudinum quæ remotiores ſunt minores appareant, ideò minores in tabula ſunt deſignandæ; aliter ſiquidem res obiectæ in ſeipſis ſpectantur, aliter in data tabula, vt initio huius libri diximus prænotatione 3. & ex eo manifeſtè patet quòd oculo obiectoque immutatis, quoties tabula in alium ſitum conuertitur, toties obiectum alia atque alia forma in tabula appareat, licet in ſe eodem ſemper modo ſpectetur.

PROPOSITIO CXLI. THEOREMA.

D *Obliquæ parallelæ, quæ in plano horizontali exiſtunt, ad puncta horizontalis lineæ in tabula deſignatæ contendunt.*

HORIZONTALIS linea quæ tabulæ inſcribitur, communis eſt ſectio tabulæ radijque optici ab oculo ad Horizontem proiecti: huic proinde parallelæ ſunt, quotquot tranſuerſæ vocantur. Nam vti tranſuerſæ, ita & quæ in tabula Horizontem repræſentat recta linea, ad Horizontis æqualitatem libratur, & aliquam è directis ſecundùm normam ſecat. Cùm ergo directæ omnes lineæ parallelæ inter ſe ſint, erit & horizontalis linea tranſuerſis om-
E nibus parallela per 28. primi Euclidis. Ex quo fit, vt omnia horizontalia plana, ad illud quod per oculum incedit, contendere quoad aſpectum videantur. Quæ enim in inferiore ſunt horizontali plano tranſuerſæ lineæ, remotiores ab oculo aſſurgere videntur, ac illi, quod per oculum ducitur, propinquiores fieri; quæ verò in ſuperiore ſunt plano horizontali tranſuerſæ lineæ ab oculo remotiores, decidere videntur, atque ad illud quod per oculum fertur, propiùs accedere: cumque parallelum ſemper ſitum retineant ad horizontalem lineam, in quam planum illud, quod per oculum tranſit, proijcitur, perſpicuum eſt tranſuerſas illas lineas, quę maximè ac propemodum infinite ab oculo abſunt, ſecundùm aſpectum cum horizontali linea congruere: itaque & horizontalia plana, quorum areas infinitæ tranſuerſæ lineæ complent, ad hanc ipſam horizonta-
F lem lineam, ſi infinitè protrahantur, quoad aſpectum aliquando conuenient. Et quemadmodum punctum primarium communis eſt terminus omnium linearum, quæ principali radio per oculum ac punctum primarium incedenti ſunt parallelæ; ſic linea horizontalis communis terminus eſt omnium planorum, illi quod per oculum & horizontalem lineam incedit, parallelorum: at enim ſi horizontale quodcumque planum ad lineam horizontalem ſecundùm aſpectum contendat, dico & lineas omnes obliquas quę in ipſo exiſtunt, ad horizontalem lineam pergere, ſi quantum opus eſt proferantur: aliàs enim pars earum in dato eſſet horizontali plano, pars verò à plano ſublimis, quod primæ propoſitioni vndecimi libri Euclidis aduerſatur.

Hæc prolixiùs quàm fortè opus esset, dixisse placuit, vt non modò probatum sit, A quod fuit propositum; verùm etiam quo id pacto contingat, velut ad oculum sit demonstratum: quare si quis Geometricum demonstrandi genus hoc loco requirat, facile, qui volet, ex propositione 130. & 137. id colliget in hunc modum: Propositione 130. ostendimus directas omnes lineas, tametsi in rebus sint parallelæ, tamen proiectas, in punctum tabulæ primarium, quod æquè atque oculus à plano horizontali distat, conuenire: rursus propositione 137. vniuersè probauimus ceteras omnes parallelas lineas (ijs exceptis quæ directas ad normam secant) proiectas, in illud punctum tabulæ incidere, quod à plano in quo parallelæ existunt, pari atque oculus interuallo disiungitur: quocirca omnia puncta in quæ conueniunt horizontalis plani parallelæ lineæ, est ipsa hori- B zontalis linea per primarium punctum in tabula designata: hæc siquidem in eadem est altitudine cum oculo, & quia ad Horizontem libratur, necesse est æqualem esse ipsius ab horizontali plano distantiam.

PROPOSITIO CXLII. THEOREMA.

Quæcumque in directis planis sunt obliquæ parallelæ lineæ, proiectæ in tabulam ad primariam perpendicularem porriguntur.

HVIVS propositionis eadem omnino est explicatio, quæ præcedentis: solo C namque mutato plani situ à libella in perpendiculum, quod antè horizontale erat, id nunc fiet directum: igitur & demonstratio vtriusque eadem erit. Quippe si planum quoddam per oculum ac primariam perpendicularem actum intelligatur, directò in anteriora protensum, erit hoc illi quodammodò simile, quod per oculum & horizontalem lineam ad Horizontem vsque extenditur, ideoque & similis vtriusque proiectura, nempe recta linea, hoc solo discrimine, quòd vna perpendiculum, altera libellam exæquet. Vti ergo omnia horizontalia plana longissimè in anteriorē partem producta, ad illud quod per oculum extēditur, sensim sese propiùs adiungunt: ita & directa omnia plana, ad id quod per oculum ducitur, paulatim accedunt, donec tandem omnino cum illo secundùm aspectum D coëant: cumque, vti diximus, vtraque hæc plana quæ per oculum transeunt, in rectas tabulæ lineas transcribantur, ad has velut ad communes terminos reliqua plana illis parallela conuenient; quare & concurrentium parallelarum puncta in his lineis reperientur: quod etiam ex propositione 130. & 137. simili modo demonstrari poterit, quo in horizontalibus planis superiore propositione vsi fuimus.

PROPOSITIO CXLIII. THEOREMA.

Parallelæ obliquæ lineæ, quæ è planis in latera inclinatis transcribuntur, ad eam lineam concurrunt, quæ in primario puncto E *Horizontis proiecturam obliquè secat.*

NAM per ea quæ duabus proximis propositionibus demonstrata sunt, cùm planum quodcumque in latus inclinatum æquè ac directa plana in partem anteriorem rectà porrigatur, fit vt tandem cum linea aliqua ex ijs quæ per primarium punctum traijciuntur congredi videatur, cum illa inquam, quæ proposito obliquo plano parallela est, quæque planum illud quod per oculum punctumque primarium transit, velut propria imago in tabula repræsentat: igitur & quæ in eiusmodi plano inclinato existunt parallelæ obliquæ lineæ, eæ omnes cùm in tabulam transcribuntur, ad eam contendunt lineam, quæ per punctum F primarium ducitur proposito plano parallela: fieri siquidem nequit, vt pars aliqua illarū parallelarū in ipso sit plano, pars verò à plano sublimis, per primam vndecimi Euclidis.

Oportet autem lineam in tabula designatam, ad quam proiectæ parallelæ plani inclinati referuntur, eamdem inclinationem ad perpendicularem primariam habere, quam habet inclinatum planum ad planum directum cui incumbit: siquidem linea illa seu meta concurrentium parallelarum communi sectioni tabulæ & plani inclinati est parallela: igitur primaria perpendicularis vtramque obliquam lineam æqualibus secat obliquis angulis per 29. primi Euclidis.

PRO-

A

PROPOSITIO CXLIV. THEOREMA.

Lineæ obliquæ parallelæ à planis in anteriorem vel posteriorem partem inclinatis, ad lineam horizontali lineæ parallelam destinantur.

B VT Horizon illorum planorum quæ perlibrantur, est index; ita horizontalis linea terminus est eorum, quæ libellæ exæquata in tabula cernuntur: igitur quæcumque plana in rebus ipsis supra libellæ statum altera parte subleuantur, ea infinitè producta supra horizontalem lineam in tabula definiuntur; quæ verò infra libellam deprimuntur, ea in tabulam transportata sub Horizontis lineam terminantur.

Potest verò id etiam hoc modo ex dictis ostendi: Quoniam per 137. propositionem huius libri omnia puncta tabulæ, ad quæ congrediuntur obliquæ parallelæ plani cuiusuis, eamdem quam oculus habent à dato plano distantiam; perspicuè sequitur, planum quod per oculum duci mente concipitur proposito æquidistans, in omnia illa puncta tabulæ incidere, ad quæ obliquæ parallelæ dati plani inclinati contendunt: igitur huius imaginarij plani & tabulæ communis intersectio, ea est linea in quam & propositum C inclinatum planum, & omnes quæ in ipso sunt obliquæ parallelæ transcriptæ terminantur. Est porrò hæc linea illi parallela, qua propositum planum tabulam secat per 16. vndecimi Euclidis; quòd nimirum primitiuum planum, idque quod per oculum actum concipitur, ex hypothesi sint parallela: quamobrem, cùm tabulę & plani in anteriorem vel posteriorem partem inclinati communis sectio sit vna è numero transuersarum; transuersę autem sint lineæ horizontali parallelę: erit & illa, ad quam omnes inclinati eiusmodi plani obliquæ lineæ in tabula terminantur, horizontali quoque lineæ parallela.

PROPOSITIO CXLV. THEOREMA.

D *A planis declinantibus transumpta in tabulam obliquæ parallelæ ad puncta lineæ, quæ primariæ perpendiculari æquidistet, congrediuntur.*

NIL discrepat hæc propositio à præcedente; quod sanè ei perspicuum fiet, qui naturam declinantis & inclinantis plani penitiùs introspexerit. Idem namque planum, quod nunc declinans appellatur, sola inuersione situque mutato fiet inclinans: quocircà non est, quòd huius propositionis explanationi studiosiùs incumbamus, cùm ex ijs quæ sæpenumerò repetita iam sunt, constet ad vnam aliquam lineam omnes vniuscuiusque plani obliquas E parallelas contendere, eamque lineam proposito plano esse parallelam. Quoniam igitur planum declinans ad horizontale planum rectum est, erit & ea tabulæ linea, ad quam parallelæ declinantis plani conueniunt, horizontali lineæ perpendicularis: atque ea propter primariæ perpendiculari parallela per 28. primi Euclidis; quod erat probandum.

PROPOSITIO CXLVI. THEOREMA.

Si linea quæpiam horizontalem lineam extra punctum primarium obliquè secet, ad eam parallelæ plani inclinantis simul & declinantis conuenient.

F FINGE primò planum quoddam directum, atque in eo quotcumque directas lineas; hæ omnes, vt ex 130. propositione constat, transcriptæ in planum ad primarium punctum diriguntur: deinde si hoc planum conuerti intelligas, & seruata perpendiculi rectitudine in partem alteram obliquari, manebit quidem superiorum directarum linearum concursus in horizontali linea; at quantum planum à directo situ deflectit, tantum locus in quo simul concurrunt, à primario puncto recedet. Quoniam igitur hoc iam declinans planum ad horizontale planum rectum est, pergent ceteræ ipsius obliquæ lineæ ad eam lineam quæ rectis angulis horizontalem lineam in supradicto puncto secat per propos. 145. huius:

huius: si denique seruata declinatione, hoc est immutata communi sectione horizontalis & declinantis plani, propositum declinans planum in partem vnam inclinetur; ad idem quidem quod antè punctum horizontalis lineæ, contendent omnes illæ quæ primò directæ erant lineæ; at quæ per hoc punctum obliquis angulis ducetur linea, ceteras declinantis simul & inclinantis plani parallelas in tabulam profusas excipiet, vt ex dictis manifestè patet. A

PROPOSITIO CXLVII. THEOREMA.

Si perpendicularis primaria extra primarium punctum lineâ quapiam obliquè secetur, hæc puncta omnia concurrentium in tabula parallelarum plani in vtramque partem inclinati excipiet. B

HÆC propositio priori haud absimilis est: nam si planum quoddam horizontale animo concipias, atq; in eo directas quotcumque lineas, quæ projectæ in punctum primarium dirigantur; si deinde fingas hoc idem planum supra libellam altera parte subleuari, vel infra eam deprimi, fiet ex horizontali inclinatum planum: quare eæ quæ antè directæ erant lineæ, nunc ad punctum tabulæ pergunt supra vel infra primarium punctum in perpendiculari primaria constitutum, ceteræ autem quæ in illo sunt obliquæ parallelæ, ad lineam concurrent, quę primariam perpendicularem supra vel infra primarium punctum normaliter secat per 144. huius; tandem si idem planum denuò mutari intelligas, & circa eam lineam quæ à prima constitutione directa erat inter ceteras media, velut circa quiescentem axem conuerti, fiet planum in duas iam partes inclinatum, omnesque illius lineæ quæ initio directæ erant, in idem quod antè punctum primariæ perpendicularis conspirabunt: ceteræ autem ad lineam proficiscentur quæ per idem punctum primariam perpendicularem obliquè secabit. C

Hoc planum quod in vtramque partem inclinatum diximus, idem reipsa est quod inclinans simul & declinans; & quæ horizontalem lineam extra primarium punctum obliquè secat recta linea, eadem obliquè secat & perpendicularem primariam: quia tamen hoc planum variè consideratum diuersos habet linearum respectus, placuit distinctis propositionibus vtramque rationem explanare. D

Quæ hactenus de variorum planorum obliquis parallelis proposita sunt, satis superque, vt opinor, ex dictis constant. Quare quod reliquum est huius instituti, Lectori contemplandum enucleandumque relinquo: priùs tamen, quàm ad illorum theorematum praxin veniamus, lubet istud quoque adiungere instar paradoxi ad rem quam agimus minimè alienum. E

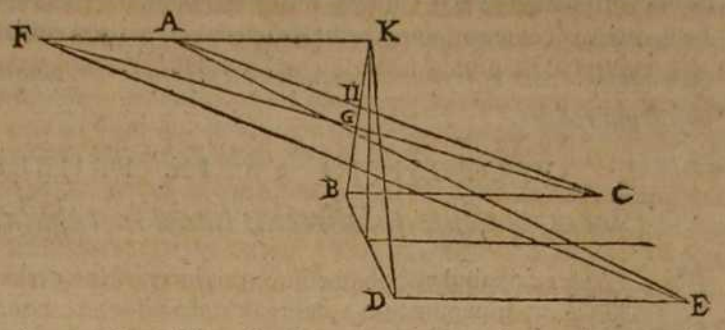
PROPOSITIO CXLVIII. THEOREMA.

Fieri potest, vt oculo transmutato eædem æquidistantes lineæ ijsdem tabulæ proiecturis secundùm aspectum respondeant.

PARADOXVM fortasse videbitur hoc theorema, & non dico vulgi, sed etiam sapientium hominum opinionem excedens. Quî namque fieri potest, vt oculus à primo loco semel digressus plures parallelas lineas in ijsdem tabulæ lineis semper aspiciat? Sanè consequens videtur, vt si oculus situm aspectumque mutet, eius quoque quod in tabula apparet, quiescente obiecto, ac tabula immota, phantasia locum mutet: estque id vero ita simile, vt credi facile posset, nisi contraria demonstratione reuinceretur, cui refragari est nefas: itaque quo id pacto contingat, ostendamus. F

Esto oculus A, & duæ spectatæ parallelæ B C & D E ad partes C & E infinitæ, quarum proiecturæ sint B K & D K in data tabula coëuntes ad signum K. Iuncta igitur K A, dico si K A versus A infinitè producatur, è quouis eius lineæ puncto primitiuas parallelas B C & D E in eisdem tabulæ lineis B K & D K spectari. Transferatur enim oculus in F: quoniam

A niam igitur datæ parallelę B C & D E, ab A in tabula conſpectę, conueniunt ad ſignum K, erit A K ijſdem primitiuis parallelis æquidiſtans per 136. huius. Rurſus quoniam & F K ijſdem primitiuis B C & D E eſt parallela, erit & K punctum, ad quod parallelæ ipſæ ex F in tabula viſæ contendũt, per eamdẽ 136. huius. Atque



B eodem modo è quocumque ſigno lineæ K A infinitè protractę ſpectentur B C & D E, ſemper erit K punctum, in quod ſecundùm aſpectum congredi in tabula videntur. Cùm ergo ex B & D ad K aliæ atque aliæ rectæ lineæ duci non poſſint, ne aduerſus communem notionem ſpatium comprehendant, neceſſe eſt vt primitiuæ parallelæ B C & D E, è quouis loco lineæ K A infinitè productæ, in ijſdem tabulæ lineis B K & D K ſemper appareant; quod erat probandum.

Alia etiam ratione non minùs ſolida demonſtrari poteſt propoſitum ex 7. vndecimi C Euclidis. Sumatur in linea B C infinita punctum quodcumque C: dico punctum C è quouis loco lineæ infinitæ K A in lineam B K tranſcribi. Radij namque ad C ex A & F procidant: quoniam igitur per 136. huius parallelæ ſunt K A & B C, erit B K in vno cum illis plano per 7. vndecimi Euclidis: ſunt verò & A C, F C cum eiſdem parallelis in vno plano per eamdem 7. vndecimi Euclidis: igitur ambæ A C & F C ipſam B K interſecant, hæc quidem in G, illa verò in H. Cumque eodem modo oſtendi poſſit, quoduis punctum infinitæ lineę B C è quouis puncto lineæ K A item infinitæ in linea B K videri, itâque in ceteris parallelis, demonſtratum relinquitur fieri poſſe, vt oculo tranſmutato eædem æquidiſtantes lineæ ijſdem tabulæ proiecturis ſecundùm aſpectum reſpondeant; quod demonſtraſſe oportuit.

D Hoc ſanè diffitendum non eſt, ſi primitiua aliqua parallela puncto quopiam terminetur, vt B C puncto C, hoc punctum mutato oculo per lineam K A infinitam, in aliud ſemper atque aliud punctum proiectæ B K incidere. Sic ergo tota quidem linea B C infinita ex quouis loco lineæ K A etiam infinitæ ſpectata in lineam B K procidit; at ſecundùm partes, mutato oculo, ipſa pariter proiecturam mutat.

Hucuſque ſigillatim oſtendimus, quo pacto quælibet lineæ cuiuſuis plani in tabula appareant: iam verò qua ratione eadem practicè in tabulam tranſcribi debeant; quo item pacto, quæ ex his ceu primis elementis conſtant rectilineæ figuræ cùm planæ tum

E *ſolidæ, varia praxi in tabulam ſcenographicè conſignandæ ſint, oſtendemus. Id quod non repræſentando, vt hactenus, ſed reipſa faciendum erit. Nam ſuperiora Paradigmata non ſecundùm Lectoris oculum rem in tabula deſignatam exhibent, ſed à latere; ſic vt is qui paginam intuetur, rem, oculumque, & tabulam ſimul obliquè aſpiciat, & rei proiecturam non in ſe primò, ſed velut in altera tabula expreſſam contempletur: ita ſanè in hiſce rebus exponendis magna perſæpè opus eſt induſtria, dum in vno eodemque plano duæ occurrunt exhibendæ figuræ, quarum altera obiectum oſtendat in proprio plano, altera eius in tabula proiecturam. Hactenus igitur pagina pro plano*

F *fuit, in quo tabulam obliquè repræſentauimus; in poſterum pagina pro tabula erit ex fronte ſpectata, in qua rei proiecturam exhibebimus. Porrò quoniam in proiecturis inueſtigandis non rarò innumeras propemodum lineas ducere oportet, quarum aliæ alijs ita implicantur, vt mutuas congreſſiones ac digreſſiones internoſcere facilè nequeas, neceſſe ſubinde erit tollendæ confuſionis gratia illarum aliquas in diuerſas partes abducere (quod in ſuperioribus quoque proiectionum generibus à nobis eſt factitatum) ac tum præſertim, cùm aliquæ huius proiectionis praxes Ichonographicam obiecti deſigna-*

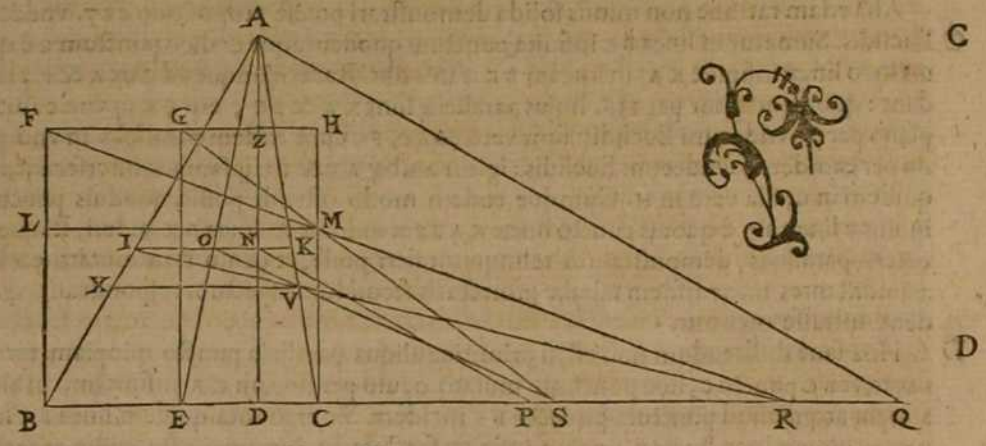
tio-

gnationem exposcent: sæpè enim ex ijs quæ in plano constituentur apparentes in tabula formas elici necessum erit: quare non minore diligentia ac studio elaborandum censeo in commoda Ichnographicæ formæ designatione, quàm in eius transcriptione, ne linearum multiplicitas ac frequens concursus occursusque vtrumque schema implicet, & obscurum reddat.

PROPOSITIO CXLIX. PROBLEMA.

Datas quascumque directas lineas in tabulam traducere.

ESTO tabulæ & plani communis intersectio B C, datumque in tabula primarium punctum A, cuius altitudo à linea B C æqualis sit illi distantiæ, qua oculus à plano sublimis existit: sint etiam datæ quotcumque directæ lineæ B F, E G & C H, quas in tabulam transferre oporteat: iungantur B A, E A & C A: dico igitur datas initio directas lineas, in his quæ ad punctum A porriguntur, oculo, cuius à plano sublimitas A D, apparere. Quod sanè ex propositione 130. liquidò constat, vbi ostensum est directas omnes lineas ad punctum primarium



secundùm aspectum contendere. Cùm ergo signa B, E & C tam primitiuis quàm proiectis hisce lineis communia sint, necesse est eas quæ à punctis B, E & C ad primarium punctum A destinantur, ipsarum B F, E G & C H directarum vicarias esse in tabulam transfusas: ita vt B A ipsam B F, E A verò ipsam E G, ac denique C A ipsam C H repræsentet, quà scilicet primitiuæ ipsæ lineæ versus F, G & H infinitè protenduntur.

PROPOSITIO CL. PROBLEMA.

Transuersas, ac perpendiculares, easq; omnes quæ in directas normaliter incidunt, in tabulam consignare.

QVONIAM per 131. propositionem huius libri lineæ omnes parallelis interuallis à tabula disiunctæ (cuiusmodi eæ sunt quas modò enumerauimus) in parallelas tabulæ lineas transcribuntur, perspicuum est, repertis in tabula primitiuarum interuallis, si per illorum terminos rectæ ducantur lineæ communi sectioni tabulæ ac plani parallelæ, confectum esse propositum: hæ namque illas quæ in plano sunt dato oculo repræsentabunt.

Tametsi verò earum parallelarum, de quibus nunc agimus, interualla pluribus modis in tabula designari possint, tamen duos solum modò ex omnibus afferemus, quorum prior is est, quem propositione 132. tradidimus, sola radiorum profusione propositum exhibens. Alter verò non absolutè, sed ex hypothesi rem peragit: supposita namque extrema parallela in tabulam proiecta, reliquas facillimo negotio inuenire docet. Extrema autem illa parallela quamuis ex propositione 132. transcribi in tabulam possit; lubet tamen hanc quoque eius inuestigandæ praxim adiungere non minus expeditam.

Sit

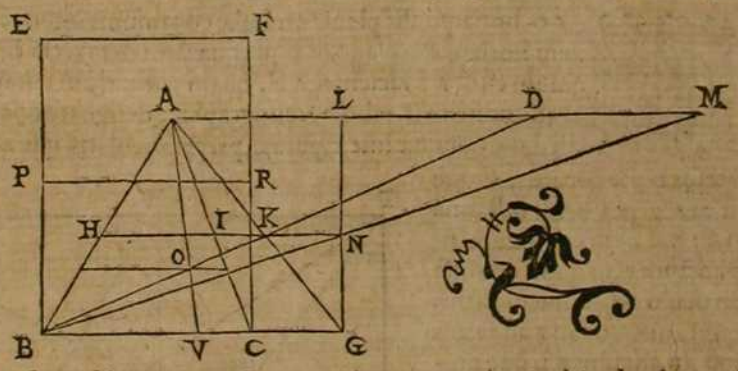
A Sit extrema parallela in plano data F H, cuius proiecturam inuenire in tabula oporteat: demittatur à puncto principali ipsi B C perpendicularis A D, & B C producatur versus C infinitè, fiatque D P ipsi D Z parallelarum B C & F H interuallo æqualis; sit verò P Q oculi distantia: iuncta ergo A Q, ducatur à P ipsi A Q parallela P N, quæ ipsam A D secet in N: denique per N parallela ipsi B C ducatur I K: hanc dico ipsius F H proiecturam esse ex oculi altitudine D A, distantiaque P Q spectatam. Constat enim ex demonstratis in consectario propositionis 132. distantiam oculi Q P vnà cum parallelarum B C & F H interuallo D P, hoc est totam D Q ad oculi altitudinem D A ita se habere, quemadmodum primitiuum parallelarum interuallum D P seu D Z se habet ad interuallum
B apparens: at quoniam P N posita est ipsi A Q parallela, erunt triangula A D Q & N D P æquiangula per 4. lemma libri quinti: igitur per 5. sexti Euclidis proportionalia erunt ipsorũ latera, nempe vt D Q ad D A, ita D P seu D Z verum parallelarũ B C & F H interuallum ad D N interuallum apparens: erit itaq. D N ipsi D Z repræsentatione æqualis, & punctum I ipsius F, punctum verò K ipsius H vicarium: quocirca I K ipsius est F H proiectura.

Habitâ iam I K quæ ipsam F H in tabula repræsentet, intermediæ parallelę inter B C & F H constituętur vt L M facillimè inuenientur in tabula hoc modo: iuncta F M producatur vsque in R, ac inde ad I reducta secet A C in V: dico actam per V parallelam V X ipsius L M proiecturam esse. Nam punctum R commune vtrique est lineæ F R & I R, puncta verò I & F vnum idemque sunt repręsentatione: igitur linea I R ipsi F R aspectu re-
C spondet; ac eodem modo A C ipsi H C: quamobrem necesse est V, communem scilicet intersectionem I R & F R cum puncto M aspectu conuenire, cùm secantes sese in M lineæ F R & H C ipsis I R & A C aspectu congruant.

Si punctum R longiùs fortè procurrat quàm postuletur, secetur F H bifariàm in G, demissaque perpendiculari G E, recta ab E ad punctum primarium A destinetur E A, in qua cùm G E appareat per 131. huius, erit & I K in O repræsentando secta bifariàm: quare si G M producatur vsque in S, indeque reducatur in O, secabit S O ipsam A C in eodem puncto V, quemadmodum suprà. Atque in hunc modum quotquot intra B C & F H parallelæ constituentur, nullo negotio in tabulam transcribi poterunt.

Alia quoque ratione inuenietur extrema parallela linea propositæ areæ B E F C, quæ

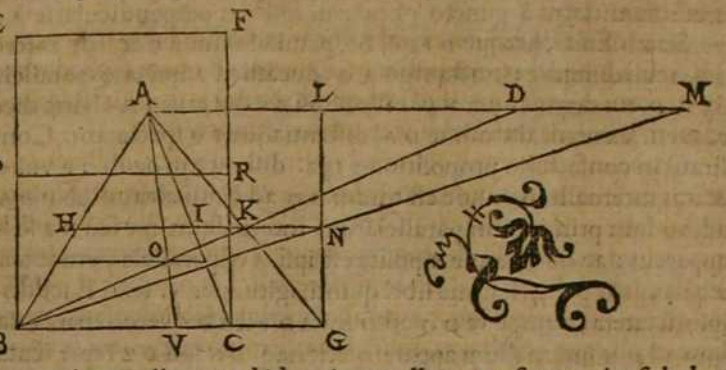
D sic se habet: Sit communis areæ & tabulæ intersectio B C, oculus autemidemque punctum principale A, per quod recta agatur A M ipsi B C parallela, & B C producatur, fiatq;



E B G areæ profunditati B E æqualis: ex G porrò excitetur G L secundùm rectos ipsi B G angulos, quæ oculi erit altitudo; ab L verò sumatur oculi distantia L M: iuncta B M quæ ipsam G L secet in N, ductaque N H ipsi B G parallela, dico H I ipsius E F proiecturam esse secundùm oculi altitudinem G L & distantiam L M. Nam cùm parallelæ sint L M & B G, erit per 12. lemma libri quarti vt L M ad G B, ita L N ad N G; & componendo vt L M vnà cum G B ad G B, ita L G ad N G; hoc est vt oculi distantia L M vnà cum B G seu B E extremæ parallelæ ac tabulæ interuallo ad hoc ipsum interuallum, ita oculi altitudo G L ad extremæ parallelę altitudinem apparentem G N: itaque per consectarium propositionis 132. G N totius areæ B F est contractura,
F quæ fuerat postulata.

Rursus fiat A D distantiæ oculi æqualis, B G verò vt priùs æqualis profunditati areæ B E, iunganturque A G & B D, quæ sese secent in K, & per K ducatur H K ipsi B G parallela, quæ ipsam A C secet in I: dico spatium inter H I & B C comprehensum ipsius areæ contracturam esse, & H puncti E, I verò puncti F proiecturam. Nam per proximè citatum 12. lemma libri 4. vt A D ad G B, ita se habet A K ad K G, & componendo vt A D vnà cum G B, hoc est oculi distantia vnà cum longitudine areæ, ad eamdem areæ longitudinem B G, ita est A G ad K G: sed vt A G ad K G, ita est L G ad N G, hoc est oculi altitudo ad areæ contracturam: igitur per 132. propositionem huius libri H I ipsius E F est pro-

iectura, ſpatiumque B H I G propoſitam aream B E F C ſcenographicè repræſentat. A



B

Iam ſi propoſita area B F ſecetur vtcumque lineâ P R ipſi B C parallelâ, fiat B V ipſi B P æqualis, & A V ſecet ipſam B D in O; dico eam quæ per O ducitur à B D æquidiſtans ipſius P R projecturam eſſe. Nam vt A D vnà cum B V, hoc eſt oculi diſtantia cum interuallo B P ad idem interuallum B P ſeu B V, ita ſe habet A V ad O V: igitur O V ipſi B P eſt repræſentatione æqualis.

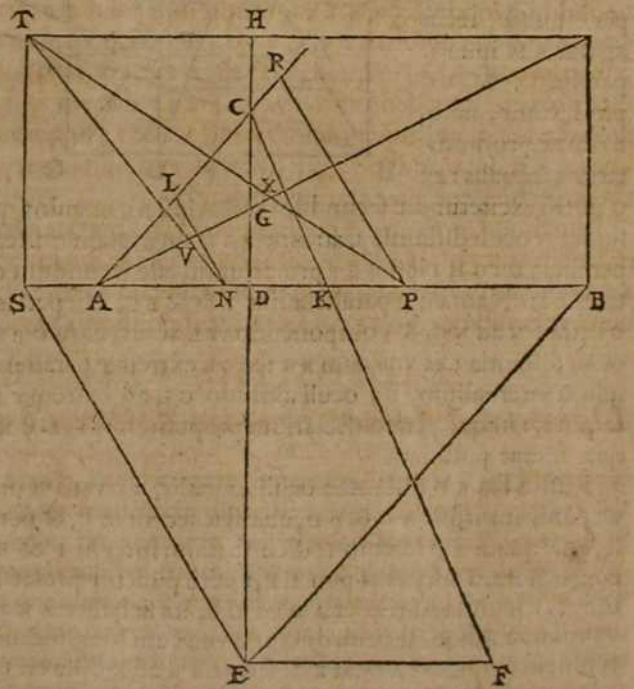
Ex his patet, poſſe quoque cognita altitudine diſtantiaque oculi, & primitiuæ areæ longitudine ipſius contracturam regulæ proportionum beneficio nullo negotio inueniri. Cùm enim ſit vt oculi diſtantia A D vnà cum B G profunditate areæ ad eamdem B G, ita oculi altitudo L G ad areæ contracturam N G: ſi A D oculi diſtantia ſit palmorum triginta, areæ verò longitudo B E palmorum viginti, item oculi altitudo palmorum quindecim; perſpicuum eſt per regulam proportionum apparentem areæ contracturam fore palmorum ſex: nam vt triginta vnà cum viginti, hoc eſt quinquaginta ad viginti, ita quindecim ſe habet ad ſex. Hæc ratio inueniendi profunditatum contracturas, locum ſubinde habere poteſt in magnis proiectionibus, quibus ſæpè locus deeſt ad quem tam amplæ deſignationes extendi poſſint. C

PROPOSITIO CLI. PROBLEMA.

Datam obliquam lineam, quæ tabulæ parallela non ſit, ſcenographice tranſcribere.

D

ESTO horizontalis plani & tabulæ communis interſectio A B, atque in eodem horizontali plano obliqua quædam data recta linea A R acutum angulum cum A B faciens R A B, quam ſecundùm datam oculi diſtantiam & altitudinem in tabula ſcenographicè deſignare oporteat. A quouis puncto datæ obliquæ lineæ, puta C, perpendicularis ipſi A B ducatur C D, quæ verſus D producatur, ſitque in ea accepta oculi diſtantia D E: vel certè ſi datum ſit punctum E, in quod demiſſa ab oculo perpendicularis incidit, ducatur ab E ad rectos ipſi A B angulos E D quę producta ad partem D ſecet obliquam lineam A R in puncto C: ſit verò F oculi altitudo: igitur ab F in C radius procidat opticus, qui lineam A B ſecet in K, perſpicuum eſt per 132. propoſitionẽ huius libri D K ipſius eſſe D C contracturam: quamobrem ſi fiat D G ipſi D K æqualis, & A G iungatur, erit A G ipſius A C Scenographica deſcriptio, & angulus B A G angulo B A C repræſentatione æqualis. Nam in triangulis D A G & D A C latus A D commune vtrique eſt; D G verò ipſius eſt D C contractura: igitur & reliquum A G, reliquo



ſecun-

A secundùm aspectum est æquale: quare inuenta est in tabula obliqua linea, quæ fuerat postulata.

Si iam fiat D H ipsi E F æqualis, erit H punctum tabulæ primarium, & quæ per H parallela ipsi A B ducetur, erit horizontalis linea, ad quam si producatur A G concurrens cum ea in O, erit O punctum illud, ad quod omnes primitiuæ lineæ ipsi A C reipsa parallelæ, cùm in tabulam transcribuntur, pariter conueniunt.

Quod in horizontali plano ostendimus, id æquè in directo plano locum habet. Sola namque schematis conuersione fiet A B ex transuersa perpendicularis, communisque sectio tabulę & directi plani, sic vt A C data obliqua linea in directo sit plano, eiusq; in eo
B proiectura A G angulũ continens cum A B angulo C A B repręsentatione æqualem. Quocircà cùm E F sit oculi altitudo, si ei æqualis fiat D H, erit H punctum tabulę primarium; & quæ per H ducitur ipsi A B parallela, erit perpendicularis primaria, ad quam per 142. omnes obliquę parallelæ conueniunt. Protracta igitur A G in O, erit O punctum concursus, ad quod proiectę contendunt primitiuæ omnes quę ipsi A C reipsa sunt parallelę.

Eadem omnino praxi quæ in ceteris obliquis planis dantur obliquæ lineæ, in tabula reperientur, si, vti propositione 132. docuimus, distantia puncti C à communi sectione plani & tabulæ A B in tabula secundùm datam oculi constitutionem contrahatur. Habitis enim in tabula duobus signis, altero A, & G altero, per quæ proiecta obliqua linea incedere debeat, si per hæc ducatur recta quædam linea, ea ostendet in tabula obliquam
C lineam quæ fuit proposita.

Est & alia huius problematis praxis, quam suggerit consectarium alterum propositionis 139. Datâ oculi distantiâ D E, & altitudine E F, fiat D H æqualis ipsi E F, & per H recta ducatur ipsi A B æquidistans, quæ infinitè vtrimque protendatur: deinde ab E parallela ipsi A C agatur E B; à B verò ipsi A B perpendicularis excitetur B O, & A O iungatur: dico A O ipsius A C infinitè versus C protensę proiecturam esse. Quod quamuis ex consectario 2. propositionis 139. manifestè constet, potest tamen paucis hoc pacto demonstrari: nam cùm per 136. propositionem huius, ea quæ ab oculo ad punctum concursus porrigitur, sit primitiuæ lineæ parallela, erit & E B, quæ demissas ab oculo F, & à
D puncto concursus O in subiectum planum perpendiculares connectit recta linea, eidem primitiuæ datæ lineæ A C parallela: igitur per operationis reciprocationem, si E B fiat parallela ipsi A C, & B O ad rectos ipsi A B angulos excitetur, erit O punctum concursus, ad quod A C in tabulam translata secundum datam oculi distantiam D E, & altitudinem E F contendit.

Si exposita obliqua linea sit ex vtraque parte finita, sic vt neque tabulam neque Horizontem attingat, qualis hîc est L R, extrema eius R & L in infinita proiectura A O reperientur hoc modo: Ex R & L euocentur duæ parallelæ qualescumque R P & L N, quarum alteri parallela constituatur E S, & ab S ipsi S B perpendicularis excitetur S T: erit ergo T punctum concursus, in quod parallelæ R P & L N in tabulam transcriptæ coëunt per ea quæ proximè sunt demonstrata: quare si P T & N T iungantur, in has ipsæ P R & N L
E proiectæ incident; atque idcircò puncta X & V, in quibus P T & N T secant proiectam lineam A O, datæ priùs obliquæ lineæ L R extremitates repræsentabunt, ac tota V X totius L R proiectura erit, quæ erat inuestiganda.

Alio modo propositum confici poterit, si ab extremitatibus datæ lineæ R & L ad E rectæ ducantur lineæ, à locis verò vbi eæ ipsam A B intersecant, perpendiculares eidem A B excitentur: hæ namque in transitu lineam A O in punctis X & V postulatis intersecabunt, vt constat ex altero consectario propositionis 139.

PROPOSITIO CLII. PROBLEMA.

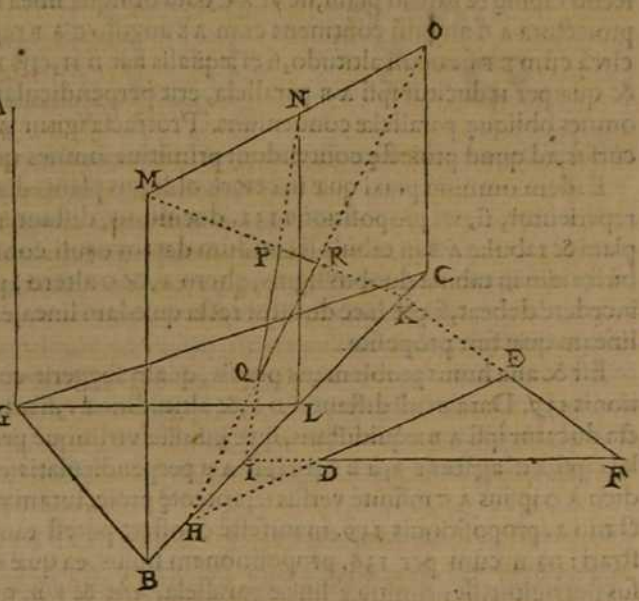
Datam rectilineam figuram dato oculo in tabula repræsentare.

F

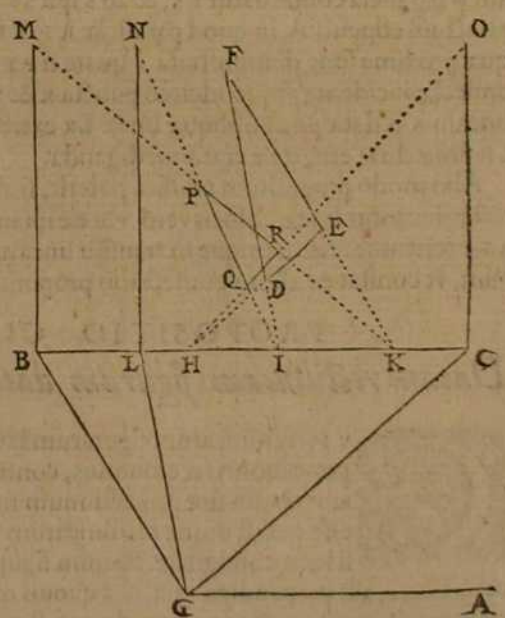
CVM rectilinearum figurarum latera genere aliquo ex ijs, quæ initio huius proiectionis recensuimus, contineri necesse sit; omnium verò linearum iam traditi sint proiectionum modi, promptum cuiuis ac facile ex dictis esse potest omne rectilinearum figurarum genus in tabulam ex dato oculi loco consignare. Si enim figuræ oblatæ rectilineæ, quædam sint transuersa latera, aut perpendicularia, aut quouis modo tabulæ parallela, eorum transcriptio ex propositione 131. & 132. petenda erit; si autem nonnulla obliqua sint, & quæ producta cum tabula concurrant, in his propositio 151. præsidio erit; atque in hunc modum

A desiignatis in tabula lateribus, ipsa quoq; figura in tabulam transumpta habebitur, quod fieri postulatur. Id porrò tametsi factu haud difficile ex dictis esse videatur, iubet tamen maioris claritatis gratia exemplum apponere, atque in triangulo, quod solis obliquis lateribus constet (hæc enim difficillimam habent descriptionem) rem propositam demonstrare; duplici etiam ad id assumpto schemate, quorum alterum speculatiuum magis tabulam ex latere spectandam exhibet; alterum verò ex fronte, quod magis ad praxin est accommodatum.

Esto A oculus in sublimi datus, eiusque altitudo A G à plano in quo sit datum triangulum D E F, quod in tabulam, cuius & plani communis sectio sit B C, transcribere oporteat. Producantur trianguli latera donec communi sectioni tabulæ ac plani B C occurrant in H, I & K; ijsdemque trianguli lateribus parallelæ ducantur à puncto G, in quod demissa ab oculo in planum perpendicularis incidit, nimirum G B parallela ipsi E F, & G L ipsi D F, ac denique G C ipsi D E: à locis autem lineæ B C, quibus hæ parallelæ accidunt, perpendiculares erigantur B M, L N & C O altitudini oculi A G æquales, quarũ summitates



ipsis K, I & H iungantur rectis M K, N I & O H, sic vt illa inter se puncta cõiungantur, quæ à parallelis in plano designatis proueniunt, vt M & K, quorum alterum M à linea proue- D
nit G B, alterum K à linea F E, quæ duæ G B & F E ex constructione sunt parallelæ; atque ita in ceteris. Vbi ergo tres lineæ M K, N I, & O H sese intersecant, ibi triangulum efficiunt P Q R ipsius primitiui trianguli F D E proiecturam. Nam per consectarium alterum propositionis 139. constat primitiui trianguli latus F E in linea M K apparere, latusque F D in linea N I, latus denique E D in linea O H: itaque punctum P, vbi scilicet M K & N I sese intersecant, ipsius F est proiectura, vbi primitiuæ lineę E F & D F mutuo occursu iunguntur; sic Q ipsius D est proiectura, quòd quemadmodum D in mutuo existit concursu primitiuarum F D & E D, ita Q apparentes copulet N I & O H; qua etiam ratione ostenderetur R ipsum E primitiuum punctum repræsentare: quamobrem P Q R dati trianguli F D E imago est dato oculo in tabula apparens, quæ fuerat postulata.



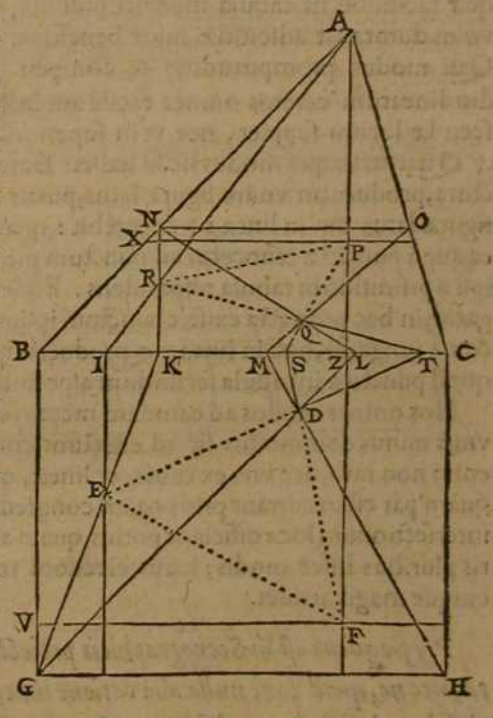
Nunc practicè, quod initio polliciti sumus, rem propositam in aduersa tabulę dispositione ostendamus. Esto inquam ex alio situ B C eadem quæ suprà, tabulæ ac plani communis intersectio, oculi verò altitudo A G; G autem locus in quem perpendicularis ab oculo ad planum demissa incidit: denique triangulum datum esto D E F, quod in tabulam secundùm datam oculi constitutionem transcribere oporteat. Producantur singula trianguli latera, vsque dum communi intersectioni tabulæ ac plani B C occurrant ad signa H, I & K: deinde ex puncto G ad eamdem B C rectæ

A rectę ducantur ſingulis trianguli lateribus parallelæ; nimirum G B parallela ipſi E F, & G L ipſi D F, denique G C ipſi D E. A locis autem B, L & C, in quæ iam ductæ parallelæ incidunt, perpendiculares excitentur B M, L N & C O altitudini oculi A G æquales, quarum ſummitates M, N & O illis punctis iungantur, in quę trianguli latera producta cadunt, lineis ex G emiſſis parallela, vt quoniam F K parallela eſt ipſi G B, iungantur M K, eodemq; modo N I & O H: tres porrò hæ lineæ mutua interſectione triangulum complectuntur P Q R, quod dico primitiui trianguli F D E apparentem in tabula formam eſſe. Nam per 148. huius conſtat, primitiui trianguli latus F E in linea M K apparere, atque eodem modo latus F D primitiui trianguli in linea N I ſpectari, ac D E in linea O H: vbi itaque
B lineæ M K, N I & O H, ſeſe interſecant, ibi puncta ſignant, in quæ primitiui trianguli extantes anguli proijciuntur: quocirca triangulum P Q R ipſius eſt primitiui trianguli F D E ſpectata forma, quæ in tabula deſignari poſtulabatur.

ALITER.

MODVS deſcribendi in tabula apparentem figuram rectilineam, quem proximè explicauimus, ex intima proiectionis natura depromptus eſt: hic autem quem in præſenti tradere conſtituimus, externis quibuſdam vtitur adminiculis. Ne verò linearum frequens concurſus rei, quam elucidare intendimus, tenebras offundat, figurâ primitiuâ ad vnum lineæ B C latus ichnographicè primùm deſignatâ, eius dein apparen-
C tem imaginem in alterum latus ſcenographicè proiecimus.

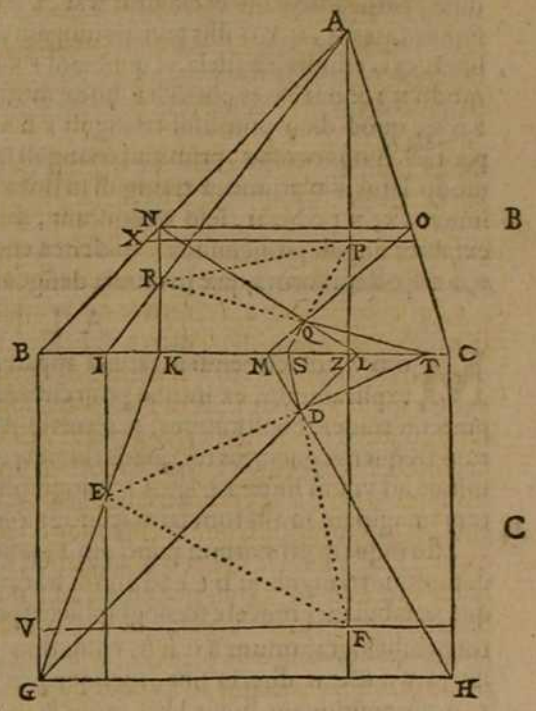
Eſto inquam primarium punctum A, communis verò plani ac tabulæ interſectio B C, datumque triangulum D E F ad vnum lineæ B C latus ichnographicè deſcriptum, quodque in tabulam proijcere ſcenographicè oporteat: circa datum triangulum deſcribatur parallelogrammum B G H C, cuius duo latera B G & C H directa ſint, ideoque per 149. propoſitionem huius libri proiecta in tabulæ lineas B A & C A incidant; reliquum verò G H tranſuerſum ſit, atque idcircò per 150. huius in tabulam tranſlatum reſpon-
D deat lineæ N O parallelæ ipſi B C, & quæ ipſas B A & C A ſecet in punctis N & O: erit ergo punctum N ipſius G, & punctum O ipſius H in tabula vicarium, figuraque B N O C ipſius B G H C parallelogrammi apparens imago. His ita conſtitutis, propoſitum ſit puncta D, E & F duarum interſecantium ſeſe linearum beneficio pluribus modis in tabula inuenire: ſic enim confectum erit Problema. Nam ſi tranſcriptæ punctorum for-
E mæ rectis iungantur lineis, hæ triangulum dabunt in tabula poſtulatum.



Ac primò quidem per E duæ agantur lineæ, altera directa E I, quæ proiecta in lineam I A incidet per 130. huius; altera obliqua ex G excita G K, quæ in lineam K N transferetur, quòd nimirum N ipſius G ſit proiectura: quare punctum R in quo ſeſe I A & K N interſecant proiectura erit ipſius E. Vti enim proiectæ lineæ I A & K N cum primitiuis I E & K G ſecundùm aſpectum ſunt eædem; ita & interſectionis commune punctum R puncto E, in quo ſeſe primitiuæ li-
F neæ I E & K G ſecant, aſpectu reſpondet.

Deinde alio modo tranſcribendum ſit punctum D. Ex G & H rectæ per D traijciantur lineæ G L & H M, quæ à punctis L & M ad ipſorum G & H apparentia puncta N & O reuocentur, factumque erit propoſitum. Nam L N & M O in communi interſectione Q punctum exhibent ipſius D in tabula vicarium; quod eadem ratione, qua ſuprà, poteſt demonſtrari. Cùm enim ſit N ipſius G, & O ipſius H proiectura; ſintque puncta L & M tam primitiuis lineis G L & M H, quàm proiectis L N & M O communia, perſpicuum eſt totam L N ipſius L G, & M O ipſius M H proiecturam eſſe: quare & punctum Q apparentibus in tabula lineis L N & M O commune, puncto D aſpectu congruit, quod primitiuis lineis L G & M H eſt commune.

Rursus punctum F in tabula reperiemus hoc tertio modo: Ducantur per F duæ lineę, vna directa F Z, altera transuersa F V; & hæc quidē per 150. huius in lineam P X, illa verò per 149. huius in lineam Z A traducatur: erit ergo, vt priùs, linearum P X & Z A mutua intersectio P eadem secundùm aspectum quæ primitiuarum F Z & F V, nempe F: quod eadem demonstratione qua in superioribus vsi fuimus, confirmari potest. A



B

Præter tres hosce modos innumeri alij excogitari possunt: nam quacumque demum ratione duæ primitiuæ lineæ per datum punctum actæ in tabulam transcribuntur, in harum semper mutua intersectione, id quod quęritur punctum in tabula repertum erit, illi nimirum secundùm aspectum congruens, in quo sese primitiuæ lineæ intersecant. Quamuis hîc amplissimus sese offerat nouarum inuentionum campus, placet tamen hunc vnicum modum quarto loco superioribus adiungere, per quem vno dato in tabula figurę puncto, ex ijs quæ in laterum congressu sunt, reliqua facillimè in tabula inueniri possunt, vnius dumtaxat adscititiæ lineæ beneficio. Qui modus promptitudine & compendio linearum ceteros omnes facilè antecellit: nam vnum figuræ latus alterius adscisscendæ locum supplet, nec vt in superioribus parallelogrammi descriptione est opus.

C

Quartus itaque modus sic se habet: Dato per 151. huius libri puncto Q ipsius D proiectura, producatur vnum figuræ latus, puta F D in S, & ab S per Q recta agatur S P; itaque figuræ latus D F in linea S P apparebit: quare si per F ducatur linea quædam directa F Z, eaque à puncto Z reuocetur ad punctum primarium A, hæc secans S P dabit punctum P ipsi F primitiuo in tabula respondens. Eodem modo si E D producatur in T, & T Q iungatur, in hac protracta existet punctum ipsius E vicarium: igitur si per E directa agatur E I & I A iungatur, hæc in linea T Q producta signabit punctum R postulatum, illud scilicet quod puncto E in tabula secundùm aspectum respondet. D

Hos omnes modos ad eamdem metam contendentes eo consilio proposuimus, vt si vnus minùs commodus sit ad effectum consequendum, alter subsidio esse possit. Fit enim non rarò, nec vna ex causa, vt lineæ, quarum adminiculo opus habemus, longiùs quàm par est excurrant priùs quàm congrediantur; aut ita propè inter se conueniant, vt intersectionum loca officiant potiùs, quàm ad rem optatam conducant. Nunc verò datis pluribus hisce modis, locus electioni relinquitur, & facultas datur eligendi quod cuique magis arridet. E

Perfrequens est in Scenographicis proiecturis dubitandi occasio, sintne rectè institutæ, nec ne; quod sanè nulla alia ratione inuestigari potest, quàm constructionis analysi, dissoluendo scilicet quod factum est, & velut iisdem vestigiis ad principium redeundo, vt perspecta operationis probitate proiecturæ ipsæ retexendo in pristinam restituantur integritatem. Hanc ob rem paucis ostendere decreui, quo pacto proiecturæ ad primam reuocentur originem, seu qua ratione dato oculi situ ex proiectura res vera elici possit: itemque dato prototypo, eiusque in tabula transumptâ formâ, quo pacto ex oculi altitudine distantiam colligere liceat; & è conuerso, ex distantia oculi sublimitatem. F

PRO-

A

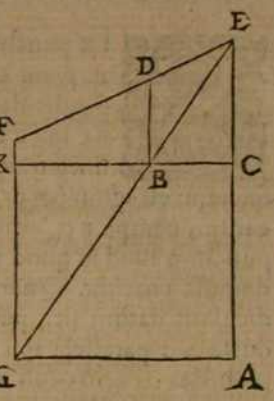
PROPOSITIO CLIII. PROBLEMA.

Apparens in tabula ſignum dato oculo ad primitiuum ſignum reuocare.

ESTO A G oculi altitudo; G verò locus, in quem demiſſa ab oculo A in planum perpendicularis incidit: B C autem communis tabulæ & plani interſectio, parallela ipſi G A: denique in tabula datum ſit punctum

B D, quod ad primitiuum punctum reuocari poſtulatur, hoc eſt ad punctum illud, quod dato oculo in puncto D appareat: à D ad B C perpendicularis demittatur D B, cui æqualis fiat B C, A C verò & G B producantur donec ſibi mutuò occurrant in E: dico E punctum illud eſſe, quod oculo dato apparet in D. Vti enim B C eſt æqualis ipſi B D, ita fiat G F ipſi G A æqualis, & G F ad perpendiculum plano inſiſtat, ſicut & B D: erunt ergo B D & G F parallelæ per 6. vndecimi Euclidis: cùm verò ex hypotheſi ſint quoque B C & G A inter ſe parallelæ, erunt triangula A E G & C E B æquian-

C gula per 4. lemma libri quinti; ideoque & per 5. ſexti Euclidis vt G E ad B E, ita ſe habet G A ad B C: ſed G F æqualis eſt ipſi G A, & B D ipſi B C æqualis: igitur vt G E ad B E, ita quoque eſt G F ad B D: quare per 43. lemma huius libri ſi F D producatur, in E incidet. Finge itaque in F oculum conſtitutum eſſe, à quo radius per tabulam eiectus pertingat ad planum, is in E incidens ſignabit punctum illud quod à dato oculo in tabula ſpectatur ad ſignum D, quod erat poſtulatum.



ALITER.

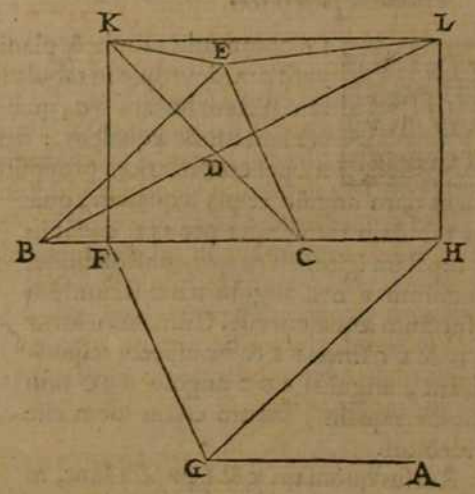
SIT rurſus G locus, in quem demiſſa ab oculo in planum perpendicularis incidit, oculique altitudo G A; B C autem ta-

D bulæ ac plani communis interſectio: propoſitum deniq. in tabula punctum D, cuius primitiuum in plano poſtulatur. Conſtituatur K L ipſi B C parallela interuallo ipſius G A à B C diſiuncta, & per D vtcumque agantur duæ lineæ B L & C K, quæ parallelæ K L occurrant ad ſigna K & L, vnde perpendiculares in ipſam B C productam, ſi opus fuerit, incidant K F & L H, iunganturque F G & H G: his ſi pa-

E rallelæ ducantur à punctis B & C, nempe B E ipſi G H, & C E ipſi G F; dico in harum congreſſione punctum exiſtere poſtulatum, hoc eſt E punctum illud primitiuum eſſe, quod puncto D in tabula ſecundùm aſpectum datum reſpondet. Quod ex propoſitione 151. demonſtrari facilè poteſt: ex ea namque conſtat lineam B E in linea B L, & C E in C K dato oculo apparere: quare quæ vtriſque com-

F munia ſunt puncta D & E, ſibi mutuò ſecundùm datum aſpectum reſpondent: eſt ergo E ipſius proiecti puncti D primitiuum; quod erat inueſtigandum.

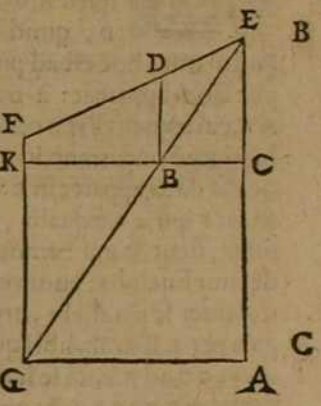
Ex his facilè patet apparentem in tabula rectam lineam ac rectilineam figuram poſſe nullo negotio ad primitiuam formam, ex qua illa tranſumpta fuerat, reduci: nam repertis per hoc problema primitiuis apparentium laterum congreſſionibus, ſi ex rectis lineis iungantur, confectum erit propoſitum.



PROPOSITIO CLIIII. PROBLEMA.

Si datum sit in tabula punctum apparens, eiusq; in plano prototypum, ex oculi distantia altitudinem, & contrà ex distantia ipsius sublimitatem explorare.

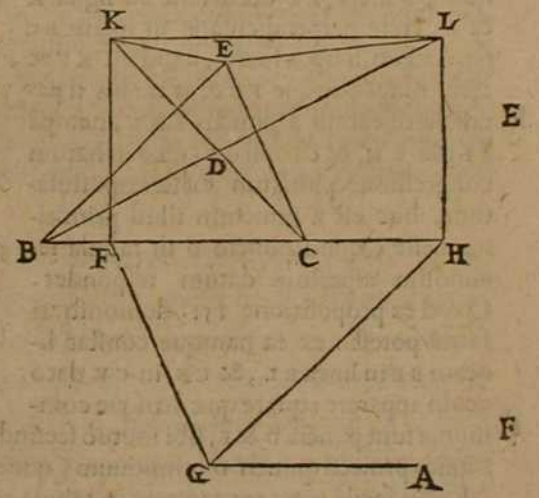
SIT punctum D in tabula apparens, cuius prototypum E; sit etiam tabulæ ac plani communis intersectio B C: ex D perpendicularis ipsi B C adiungatur D B, fiatque B C ipsi B D æqualis, & ex E per B & C rectæ duæ lineæ traiectæ in infinitum protrahantur: perspicuum est igitur per præcedentem propositionem, in altera earum, nempe E C, oculi locum existere, in altera verò E B punctum illud in quod perpendicularis ab oculo in planum demissa procidit. Quare si hoc punctum incidentis perpendicularis datum sit, puta G, quod distantiam oculi indicat, ductâ A G parallelâ ipsi B C, erit G A ipsius oculi sublimitas postulata; si verò oculi altitudo detur, fiat ei æqualis C K, & ex K parallela ipsi E C productæ cõstituatur K G ipsam E B productam secans in G, erit G oculi distantia, hoc est punctum in quod recta illa linea incidit quæ ab oculo in planum secundùm normam demittitur; quod fuerat postulatum.



PROPOSITIO CLV. PROBLEMA.

Dato oculo, inscriptaq; tabulæ recta linea, aliam ei rectam lineam adiungere, quæ angulum cum ea efficiat dato angulo repræsentatione æqualem.

SIT communis tabulæ & plani intersectio B C, & oculi distantia G, altitudo verò G A, deturque in tabula recta linea B D, cui adiungere oporteat alteram rectam lineam D C, quæ angulum cum ipsa efficiat dato angulo repræsentatione æqualem: designetur in tabula ipsius B D primitiua linea B E per consectarium propositionis 153. eiique adiungatur E C angulum faciens dato angulo reipsa æqualem, quæ in tabulam transcripta per 151. cadat in C D: palàm igitur est ex ipsa constructione, angulum B D C angulo B E C secundùm aspectum æqualem esse. Cùm enim lineæ B D & D C lineis B E & E C aspectu respondeant, angulus B D C angulo B E C non modò æqualis, verùm etiam idem esse videbitur.



Rursus quoniam K & L puncta sunt, in quibus ipsarum C E & B E parallelæ proiectæ conueniunt, nempe parallelæ ipsius C E in K, ipsius verò B E parallelæ in L per consectarium primum propositionis 139. perspicuè constat D K & E K in K congredientes primitiuas parallelas lineas repræsentare, atque eodem modo quæ ex D & E ad L porriguntur: igitur angulus K E L angulum quemdam aspectui exhibet angulo B D C æqualem. Nam is qui lateribus K E L continetur angulus, alicui respondet, cuius latera lateribus D C & D B sunt parallela, qui proinde ipsi quidem B E C reipsa æqualis erit, ipsi verò B D C sola repræsentatione.

Ex

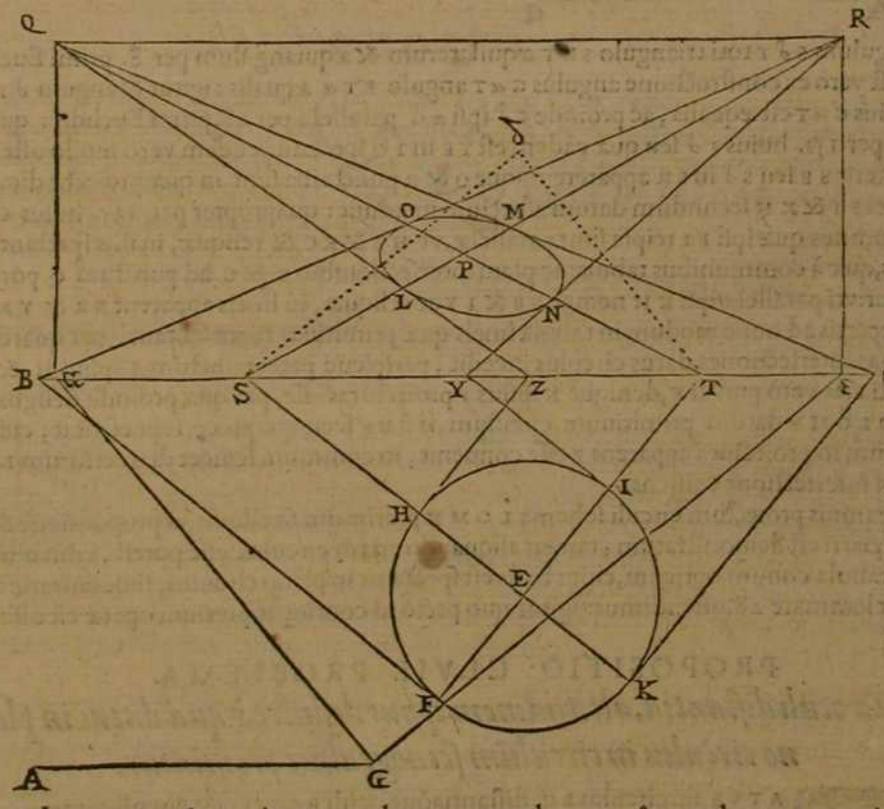
A Ex quo fit, vt si à quocumque puncto præter D in tabula accepto, puta E, ad K & L rectę destinentur lineæ, his contentum angulum primitiuum quemdam angulum repræsentare illi, quem angulus B D C aspectui exhibet reipsa æqualem. Cùm igitur B D C & B E C anguli æqualium angulorum sint proiecturæ, necesse est illos secundùm aspectum æquales inter se esse.

Hæc quæ de rectilineis figuris dicta sunt, licet pauca, satis tamen esse arbitror ad perfectam omnium cognitionem facilè assequendam: de curuilineis verò vt circulis, aliisque incerto ambitu comprehensis, quamuis non ita certæ leges sanciri queant, vt rectilinearum, B *id tamen vniuersè dici potest, earum figurationem ex rectilinearum figurarum designatione pendere. Sumptis enim in circumferentia circuli quotcumque punctis, si ea in tabula repræsententur, & per eorum proiecturas curua linea firma manu ducatur, habebitur in tabula ipsius circuli proiecta forma: & quò plura eiusmodi puncta in circuli peripheria accepta fuerint, eò certior erit proiecturæ designatio. Nunc circuli transcriptionem exemplo ostendamus.*

PROPOSITIO CLVI. PROBLEMA.

C *Datum circulum in obiecta tabula scenographicè repræsentare.*

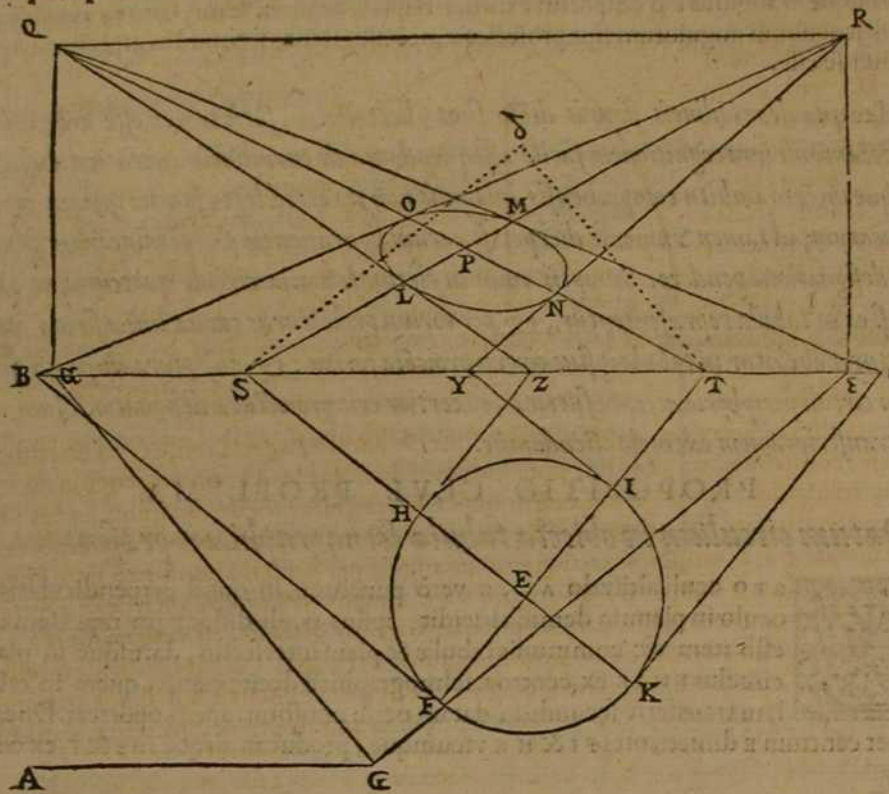
ESTO oculi altitudo A G, G verò punctum, in quod perpendicularis ab oculo in planum demissa incidit, ipsius oculi distantiam repræsentans: esto item B C communis tabulæ & plani intersectio, datusque in plano circulus F H I K ex centro E ichnographicè decircinatus, quem in tabulam transferre secundùm datam oculi constitutionem oporteat. Ducantur per centrum E dimetientes F I & H K vtcumque, producanturque in S & T; ex G au-



tem ducantur G α & G ε, ita vt angulus G α T angulo E T α, & angulus G ε S angulo E S T sit æqualis; & ex α & ε perpendiculares excitentur α Q & ε R altitudine ipsius A G: dico Q & R puncta illa esse, ad quæ dimetientes F I & K H in tabulam proiectæ contendunt; totamque F T in T Q & K S in S R apparere. Cùm enim primitiuus circulus F H I K ad vitandos linearum concursus citra tabulam sit constitutus, qui vltra tabulam esse debuerat,

finge

finge trianguli s δ t latera s δ & t δ, lateribus s e & t e singula singulis æqualia: erit ergo δ ipsius primitiui circuli centrum e in alteram tabulæ partem repansum, totumque A



B

C

triangulum s δ t toti triangulo s e t æquilaterum & æquiangulum per 8. primi Euclidis: est verò ex constructione angulus G α T angulo E T α æqualis: igitur & angulo δ T α angulus G α T est æqualis, ac proinde T δ ipsi α G parallela per 28. primi Euclidis: quocirca per 151. huius T δ seu quæ eadem est T E in T Q spectatur: eodem verò modo ostendi poterit S E seu S δ in S R apparere: itaque Q & R puncta illa sunt in quæ proiectæ dimetientes F I & K H secundùm datum aspectum incidunt: quapropter per 135. huius ceteræ omnes quæ ipsi F I reipsa sunt parallelæ, vt H Z & K C, & reliquæ, in illis spectantur lineis, quæ à communibus tabulæ ac plani intersectionibus Z & C ad punctum Q porriguntur: vti parallelæ ipsi K H nempe F B & I Y ac reliquæ, in lineis apparent B R & Y R. D

Repertis ad hunc modum in tabula lineis quæ primitiuas repræsentant, per quarum mutuas intersectiones datus circulus incedit, perspicuè patet punctum L ipsius H, & O puncti F, M verò puncti K, denique N ipsius I proiecturas esse, per quæ proinde designata figura L O M N datum primitiuum circulum H F K I scenographicè repræsentat, cuius centrum in proiectura apparens P esse conuenit, in communi scilicet diametrorum L M & O N intersectione existens. E

Quamuis proiectum circuli schema L O M N plurimùm sit ellipsis, vt propositione 66. libri quarti est demonstratum; tamen aliquando etiam circulus esse potest, cùm nimirum tabula conum opticum, cuius basis est spectatus in plano circulus, subcontrariè secat, vt lemmate 28. ostendimus: igitur quo pacto id contingat pretium operæ est ostendere.

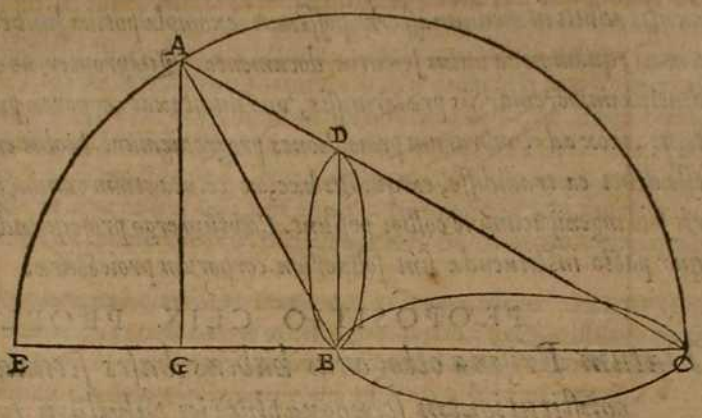
PROPOSITIO CLVII. PROBLEMA. F

Data oculi distantia, altitudinem ipsius definire, è qua datus in plano circulus in circulum scenographicè proiiciatur.

DATVS sit circulus B C, distantiaque oculi B G; per G & circuli centrum recta agatur C G, à G verò recta excitetur G A subiecto plano perpendicularis, in qua locum oculo assignare oporteat, è quo circulus B C in erecta tabula vt circulus appareat. Fiat per 13. sexti Euclidis G A inter C G & G B proportione media: dico ex A datum circulum B C in erecta tabula vt circulum spectari. Intelligatur enim conus opticus ab oculo ad datum in plano cir-

culum

A culum profusus, cuius triangulum per axem A B C, quod in eodem erit plano cum triangulo A G C, propterea quòd G C recta sit linea; cumque A G ad subiectũ planum recta sit, erit etiam per 18. vndecimi Euclid. triangulũ ipsum A G C ad idem subiectum planum rectũ:



B sed tabula quoque recta est ad subiectum planum ex hypothesi: igitur B D subiecto plano est perpendicularis per 19. vndecimi Euclidis; quapropter A G & B D sunt inter se parallelæ per 6. vndecimi Euclidis.

His ita comparatis, propositum concludemus hoc modo: Quoniam angulus A G C vtrique triangulo A G C & A B G communis est lateribus proportionalibus septus (est enim per constructionem reperta A G eam proportionem habens ad G C, quam habet C B G ad eamdem A G) erunt ipsa triangula æquiangula per 6. sexti Euclidis: est ergo angulus B A G angulo A C G æqualis: sed angulo B A G æqualis est angulus A B D per 29. primi Euclidis: igitur A C B angulus angulo quoque A B D est æqualis: est verò angulus B A C vtrique triangulo A B D & A C B communis: itaque & reliquus A D B reliquo A B C relinquitur æqualis, ipsáque triangula æquiangula, & similia; quocirca B D ipsius trianguli A B C subcontraria est sectio, quæ proinde figuram in tabula gignit primitiuæ B C similem, hoc est circulum, per 28. lemma huius libri.

ADDITIO.

D MEDIA autem proportionalis G A inter C G & G B compendio inuenietur ad hunc modum: Productâ C G fiat G E æqualis ipsi G B, & circum E C velut diametrum semicirculus describatur qui G A secet in A: erit ergo per 2. lemma huius libri A G media proportionalis inter G E & G C: sed G E æqualis est posita ipsi G B: igitur A G inter G B & G C proportione media est, quæ erat inuenienda.

PROPOSITIO CLVIII. PROBLEMA.

Data oculi altitudine distantiam inuenire, vnde datus in plano circulus circuli instar in tabula appareat.

E SIT in superiore schemate A G oculi altitudo, datusque in plano circulus B C; oporteat verò distantiam inuenire B G, ita vt sublimis ei insistens oculus A propositum circulum in tabula erecta B D vt circulum videat: per 44. lemma huius inueniatur B G, quæ iuncta B C eam rationem habeat ad G A, quam eadem G A ad applicitam G B, factumque erit propositum. Nam per propositionem proximè antecedentem in ea data linearum proportione conus opticus A B C cuius basis datus circulus, à tabula secatur subcontrariè: igitur in sectione circulum gignit: quare B G distantia oculi est postulata.

F *Descriptis huc vsque figuris planis, haud erit difficile solidas formas quæ ex planis constant, in tabulam consignare. Hoc enim veræ scientiæ proprium est, vt cognitis principijs cetera velut consectaria nullo negotio inferantur. Neque verò propositum nobis fuit instrumentorum præsidio (quod Albertus Durerus, alijque fecerunt) figuras in tabula apparentes inuenire: sed ex ipsius Optices primoribus causis Geometricas praxes texere, ac velut imaginariè fabricando, loca in tabula reperire, in quæ puncta ac lineæ à quacumq; primitiua figura siue plana siue solida transumptæ cadant. Quæcumque*

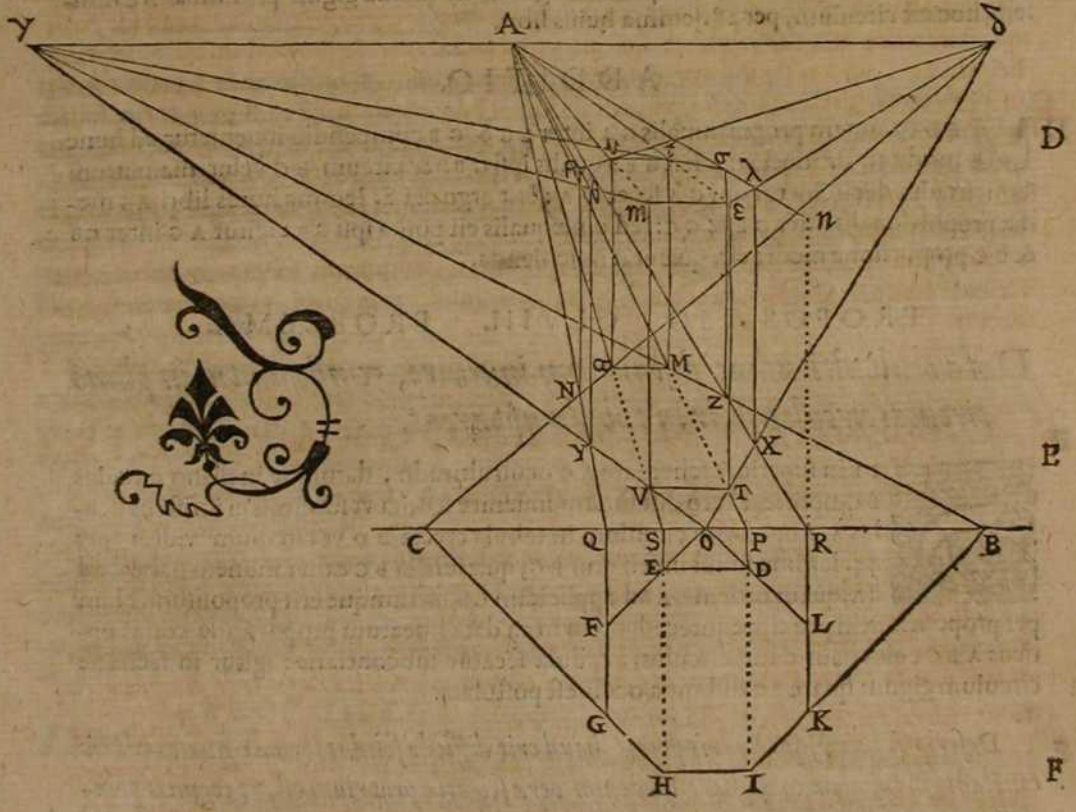
autem

autem de corporum regularium ac irregularium proiectionibus Euclidis & Pappi elementis adiuti in medium afferre possemus, exempla potiùs sunt eorum quæ hactenus diximus, quàm noua huius scientiæ documenta. Quapropter ne circa ea, quàm par est, diutiùs immoremur, ijs prætermissis, vno dumtaxat corporeæ proiecturæ exemplo contenti, mox ad vmbrarum proiectiones progrediemur. Nobis enim satis atque abundè esse debet ea tradidisse, ex quibus hæc, ac cetera etiam omnia, quæ eiusdem sunt generis solo ingenij acumine colligi possunt. Cœptum ergo prosequendo ordinem, ostendamus quo pacto instituendæ sint solidorum corporum proiecturæ. A B

PROPOSITIO CLIX. PROBLEMA.

Datum Prisma octogonas habens bases secundùm datam oculi constitutionem scenographicè in tabulam transcribere.

ESTO vt suprà primarium punctum A, oculi vicem subiens, communisque tabulæ ac plani intersectio B C, datumque Prisma octangulas habens bases, quarũ ima ichnographicè descripta hîc notatur literis DEFGHIKL, in qua duo quidem latera sunt directa F G & L K; duoque transuersa D E & I H, reliqua autem obliqua. Vt ergo Prisma huic insistens basi in tabulam transferatur, primò basin ipsam transferre in tabulam oportet. Id verò quamuis per propositionem 152. commodè perfici possit, tamen quia succinctè admodum de planarum figurarum proiectionibus ea propositione est actum, spero haud ingratum Lectori fore, si huius octogoni productio ab origine hîc repetatur. C



Lineæ K L & G F vsque ad communem sectionem plani ac tabulæ B C producantur, sintq; congressionum puncta R & Q; ex D verò & E ipsis K R & G Q parallelæ ducantur D P & E S, quæ cum D I & E H rectas lineas efficiunt. Hæ omnes, quoniam directæ sunt lineæ, à communibus punctis R, P, S & Q ad primarium punctum A destinentur: igitur linea K L in R A, & G F in Q A; eodemque modo I P in P A, & H S in S A spectantur per 130. propositionem libri huius: quocirca in hisce quatuor lineis R A, P A, S A & Q A, omnes

A nes totius octogoni prominentes anguli secundùm apparentiam existunt. Vno igitur illorum, puta D, in tabula reperto ad signum T per 151. vel 153. propositi. libri huius, ceteri nullo negotio inuenientur. Nam ductâ in primis T V ipsi B C parallelâ, erit T V ipsius D E proiectura, & V puncti E in tabula vicarium: deinde L D in O protensâ, & O δ per T actâ, erit T X apparens forma ipsius D L; ac eodem modo producta F E, (quæ nunc quidem fortè in idem punctum O incidit) actaque O γ per V, erit V Y proiectura ipsius E F: rursus protractis I K & H G in B & C, iunctisque B γ & C δ, erunt X Z & Z M primitiuarum L K & K I transumptæ formæ, vti Y N & N α ipsarum F G & G H: quare iuncta tandem M α, quæ ipsam I H repræsentabit, proiectum erit octogonum, ac numeris omnibus in tabu-

B la absolutum.

Qua in re hoc in primis apparet, transuersas D E & I H, in parallelas lineas T V & M α transcribi, quod propositione 131. necessarium esse ostendimus: deinde lineas directas L K & F G in lineis spectari X Z & Y N, quæ ad primarium punctum A diriguntur per 130. huius: denique ex obliquis eas quæ reipsa parallelæ sunt, vt D L & G H, itemque E F & K I, cùm in tabulam transcribuntur, ad vnum aliquod idemque punctum concurrere per 135. nimirum T X & N α ad punctum δ; V Y verò & Z M ad punctum γ: quæ quidem puncta δ & γ & in horizontali linea existunt per 141. (quòd videlicet Prismatis basis D H Horizonti æquilibris sit) & pari interuallo à puncto primario A distant, quòd scilicet D L & E F, itemque K I & G H æqualibus angulis à directis deflectant; quæ omnia ex

C dictis manifestam habent demonstrationem.

Descripta hunc in modum ima basi, suprema ex lineis quæ ab angulis infernæ basis ad perpendiculum excitantur, ijsque quæ in δ, A & γ congrediuntur, perueſtiganda erit. A puncto R, itemque à singulis proiectæ imæ basis angulis X, Z, M, α, N, Y, V & T rectæ excitentur subiecto plano perpendiculares, quæ omnes in tabulæ superficie parallelæ inter se erunt: fiatque R n veræ altitudini Prismatis æqualis, & n A iungatur: ergo perpendiculares ab X & Z excitatæ, cum n A concurrentes designant latus λ σ summæ basis quod lateri X Z imæ basis eminet, ipsique repræsentatione & parallelum est & æquale: deinde ex δ per λ recta ducatur δ ε, quæ perpendicularem insistentem puncto T secet in ε: ex σ verò recta ducatur σ γ perpendiculari M τ occurrens in τ: tum ex ε & τ paralle-

D læ ipsi B C ducantur, quæ perpendicularibus ex V & α occurrant in m & u: ac rursus ab m ad γ, & ab u ad δ rectæ destinentur, quæ perpendiculares ex Y & N secent in θ & ρ: denique θ ρ iungatur: erit ergo descripta Prismatis summa basis, ac ipsum Prisma in tabulam consignatum, quod erat faciendum.

Ad hunc modum facilè quilibet ceteras omnes corporum formas in tabula describet: quare ne exemplis recensendis immoremur, vmbrarum proiectiones aggredimur.

DE

E VMBRARVM SCENOGRAPHICIS PROIECTVRIS.

NON *minùs vmbrarum, quàm ceterarum rerum proiectiones huic nostro instituto congruere videntur: siquidem quod non semel diximus, luminosum corpus instar oculi est, quodque ab eo profunditur lumen, velut opticus radius; id verò cùm in opacum impingit transitu prohibitum vmbram à tergo facit, ceu quamdam intuitus priuationem, quæ ad planum vsque*

F *protensa obscurum quemdam locum complet, qui diffuso circumcirca fulgore cingitur. Quare de vmbrarũ productionibus nonnulla ex Scenographices institutis proponenda sunt, quod & in superioribus proiectionum generibus fecimus, vt nosse quis possit, quorsum, & quousque à datis corporibus, luminique obiectis, vmbrarum processus in subiecto plano protendantur. Id porrò in illis obseruari cupimus, vt lumen altiùs à plano subleuetur, quàm corpus propositum, vt scilicet tota in subiectum planum vmbra excipi possit. Nam siue demissius sit, siue in eadem sublimitate cum corpore vmbroso*

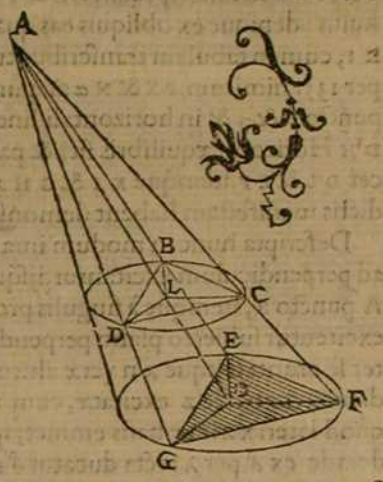
conſtitutum, ſemper in infinitum vmbra abſcedit, vt cuilibet rem attentiùs conſideranti patet: quamuis in his etiam caſibus, ex ijs quæ dicemus, non ſit futurum inuentu difficile, quantum ſeſe vmbra hinc inde expandat. A

PROPOSITIO CLX. THEOREMA.

Figura plana in ſubiectum parallelum planum ſimilem ſibi vmbram profundit.

B

ESTO ſignum radioſum A, eiúque obiecta figura quæpiam plana, quæ nunc quidem circulus ſit B C D, centrum habens L, cuius vmbra in parallelum planum conſignata figuram reddat E F G: hanc dico circulum eſſe. Producatur enim A L in O, & L D, O G iungantur: quoniam parallela plana B C D & E F G ſecantur plano A O G, erunt communes illorum ſectiones L D & O G inter ſe parallelæ per 16. vndecimi Euclidis: igitur æquiangula ſunt A L D & A O G triangula per 4. lemma libri quinti: quapropter per 4. ſexti Euclidis, vt A L ad A O, ſic ſe habet L D ad O G. Eodem verò modo oſtendi poteſt vt A L ad A O, ita eſſe L C ad O F: itaque per 11. quinti Euclidis vt L D ad O G, ita L C ad O F; & alterna ratione per 16. quint Euclidis, vt L D ad L C, ita O G ad O F: ſed L D & L C ſunt inter ſe æquales per circuli definitionem: ſunt ergo & O G, O F inter ſe æquales. Cumque eadem ſit demonſtrandi ratio in ceteris, quæ ex O ad proiectæ vmbræ peripheriam educuntur, ſequitur per circuli definitionem vmbram quoque parallelo plano exceptam circularem eſſe; quod demonſtraſſe oportuit.



C

D

Sit deinde figura, quæ de ſe vmbram fundit, rectilinea B C D, tribus conſtans lateribus B G, C D & D B: quoniam his parallela ſunt E F, F G & G E per 16. vndecimi Euclidis proximè citatam, erunt & hæc illis proportionalia per 4. ſexti Euclidis, ob triangulorum quæ ad verticem A terminantur ſimilitudinem: ſunt verò & anguli vnius, alterius angulis pares per 10. vndecimi Euclidis: igitur per 1. definitionem libri 6. Euclidis figura E F G figuræ B C D ſimilis eſt: at eadem eſt demonſtrandi forma in ceteris figuris rectilineis: palàm igitur, vmbram à figura plana in parallelum planum transfuſam primitiuæ figuræ ſimilem eſſe; quod erat probandum.

PROPOSITIO CLXI. THEOREMA. E

Poſſibile eſt à figura non æquilatera in planum non parallelum vmbram proïci æquilateram.

DEMONSTRAT hoc Franciſcus Maurolycus in ſuis Photiſmis poſtumis theoremate 9. in hunc modum: Conſtruatur pyramis æquilateram habens baſin, ſeceturque pyramis plano quopiam ad baſin obliquo: erit ergo hæc ſectio nequaquam æquilatera: quocircà ſi in ſummo pyramidis faſtigio luminoſum ſignum conſtituatur, & ab obliqua ſectione, in ſubiectam baſin vmbra profundi intelligatur, perſpicuum relinquitur proiectæ vmbræ formam æquilateram eſſe, quòd baſi exactè congruat. F

Hac ſanè ratione fieri omnino poteſt, vt non modò triangulum iſoſceles, verùm etiam ſcalenum in triangulum iſopleuron tranſcribatur; item vt quadrangulum altera parte longius, & rhombus, rhomboideſque ſchema, necnon trapezium, cuiuſcumque tandem ſit generis, in quadratum quod æquis lateribus atque angulis conſtet, commutetur: ſi nimirum radioſæ pyramidis ſectio ita inſtitui intelligatur, vt illi ſit ſimilis, quæ in pyramide baſin habente æquilateram accidere poteſt.

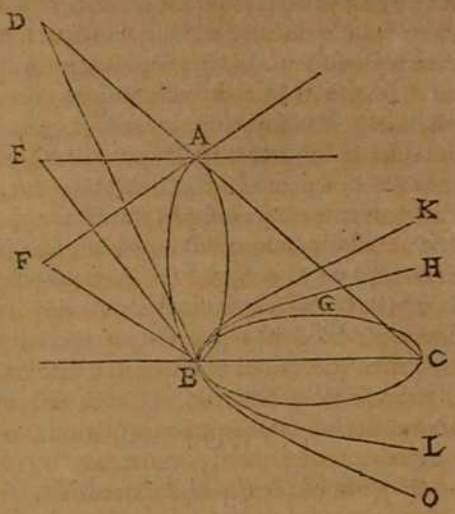
PRO-

A

PROPOSITIO CLXII. THEOREMA.

Circuli vmbra plano obliquo excepta est vel circulus, vel Ellipsis, vel Parabola, vel Hyperbole.

HOC in primis constat, luminis radium à signo luminoso per circuli ambitum transfusum efficere coni superficiem, cui circulus illustratus ceu basis subtenditur, conumque absoluit. Hic ergo conus si plano secetur subcon-
B trario, erit eius & coni communis sectio, in quam scilicet vmbra cadit, circulus, per 28. lemma huius libri: si verò plano secetur non subcontrario, quod tamen vtrumque coni latus secet, erit vmbra hoc plano excepta Ellipsis per 15. primi Conicorũ Apollonij: si autem planum in quod vmbra profunditur, alterum tantùm coni latus secet, alteri verò sit parallelum, Parabolam gignet apparens vmbra; vt patet ex 11. primi Conicorũ Apollonij: denique si planum vtrumque coni latus non secet, nec sit alteri lateri parallelum per 12. primi Conicorum Apollonij, hyperbolicam
C vmbram producet.

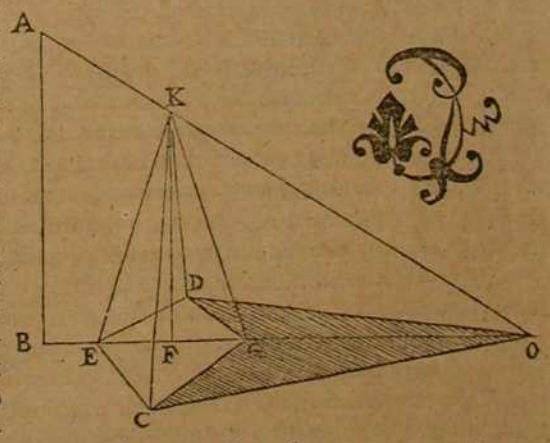


Ex his colligi potest; si circulus A B plano cuipiam B C ad normam insistat, sitque luminosum signum D sublimiori loco quàm circulus constitutum, fieri posse vt B G C vmbra in planum proiecta sit circulus, si nimirum A B & B C conum D B C subcontrariè secent; sin autem, Ellipsin esse; rursus si luminosum E in eadem fuerit cum circulo altitudine, ita vt parallelæ inter se sint A E & D B C, vmbram H B L Parabolam esse: denique si luminosum F puncto A humilius sit, vmbram K B O esse Hyperbolem: quæ omnia ex coni sectionibus perspicua sunt.

PROPOSITIO CLXIII. PROBLEMA.

Dato lumine, vmbram pyramidis, cuius basis in subiecto sit plano, inuestigare.

SIT datum lumen A, eiusque à plano sublimitas A B normæ beneficio ac-
E cepta; sitque data pyramis C D K, cuius basis C D in subiecto sit plano, vertex autem K sublimè erectus: oporteat verò pyramidis vmbram in subiecto plano designare. A puncto K perpendicularis in subiectum planum demittatur K F per 11. vndecimi Euclidis; perque F & K rectæ ducantur B F & A K, quæ protractæ conueniant in O:
F erit ergo O puncti K vmbra: at punctorum C & D vmbræ in ipsis sunt C & D punctis, quòd hæc in subiecto sint plano; ideoque pyramidi planoque communia: igitur iunctis C O & D O, erit locus, qui lateribus C G D O continetur, opacus; qui erat inuestigandus.

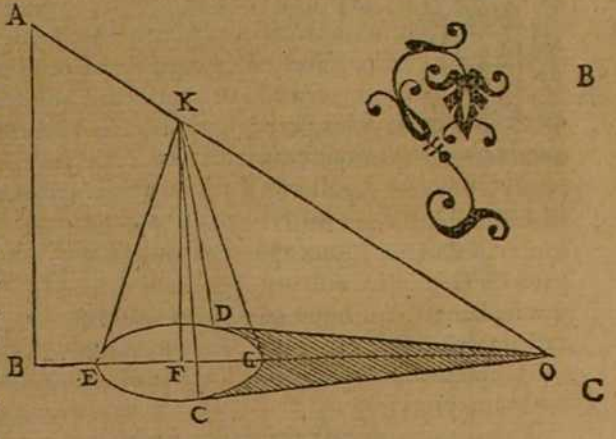


A

PROPOSITIO CLXIV. PROBLEMA.

Dato lumine, profusam à cono recto vmbram in subiecto plano definire.

ESTO vt suprà lumen A; B verò locus, in quem perpendicularis à lumine in planum demissa procidit, luminis sublimitatem repræsentans: sit prætereà datus conus, cuius basis C G D in subiecto existat plano, vertex autem K sublimis; oporteatque coni vmbram in plano definire: ex K in subiectum planum perpendicularis demittatur K F, & per F ex B recta agatur ad partem F infinitè protracta; à lumine autem A per coni verticem K rectus profusus radius cum B F producta cõueniat in O: denique ab O duæ rectæ lineæ euocentur, quæ coni basin contingant in C & D per 17. tertij Euclidis: dico spatium C G D O opacum esse. Ductis enim K C & K D, perspicuum est coni superficiem excepta basi in duas partes dissecari, eamque quæ lumine perfunditur C E D K ab illa quæ in opaco est C G D K, triangulo dirimi quod sectio C E D progignit: igitur C O vmbra est lineæ C K, & D O ipsius D K vmbra: quocirca tota coni vmbra in planum proiecta lineis C O & D O, itemque circularis perimetri portione C G D continetur; quæ erat definienda.

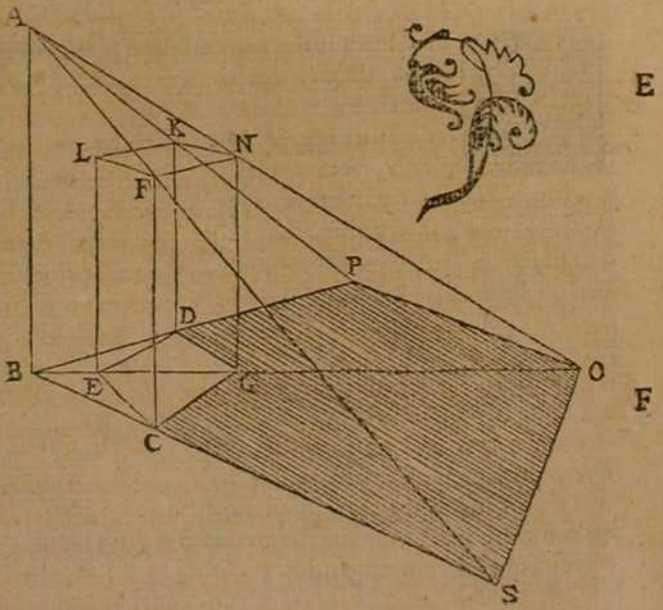


PROPOSITIO CLXV. PROBLEMA.

D

Dato lumine recti Prismatis vmbram in subiecto plano inuenire.

SIT iterùm lumen A, eiusque à plano sublimitas A B, & B punctum illud, in quod perpendicularis à lumine demissa incidit: sit denique datum Prisma C K rectangula habens latera, baseseque quadrangulas, quarum ima in subiecto sit plano, & Prisma secundùm normam constitutum: oporteat verò in subiecto plano dati Prismatis vmbram inuenire. A puncto B per puncta C, G & D imæ basis rectæ ejeciantur B C, B G & B D, quæ infinite producantur; atque à puncto A per puncta F, N & K summæ basis radij procidant, qui producti cum illis quæ ex B lineis congrediantur ad signa S, O & P; concurrent autem per lemma 14. libri 5. quoniam lumen A altiùs quam Prisma supra planum eminet, maiorque proinde e parallelis est A B quàm F C, vel G N, vel K D. Iunctis itaque C S, S O, O P & P D, erit qui his lineis continetur plani locus opacus: nam cum C F in ipso sit A B S triangulo, erit eius portio C F S lumine destituta, obsistente eius profluentiæ linea C F; sic & portiones D K P & G N O: vti ergo C F in C S, & D K in D P: ita F N & N K in S O & O P



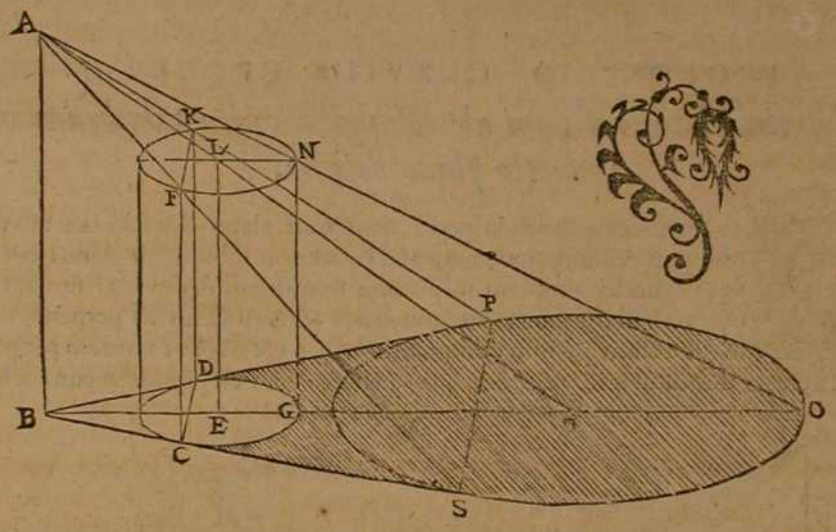
vmbram

A vmbram profundunt: quocircà Prismatis vmbra plano excepta vna quidem parte Prismatis soliditate, altera verò lineis C S, S O, O P & P D terminatur, quæ inuenienda erat.

PROPOSITIO CLXVI. PROBLEMA.

Dato lumine, datóque cylindro recto, cuius basis in subiecto sit plano, eum plani locum, in quem vmbra cylindri incidit, determinare.

B IDEM quod suprà repositum sit lumen A, eiusque altitudo à subiecto plano vt suprà A B: sit præterea datus cylindrus rectus C K, cuius ima basis C G D in subiecto sit plano: oporteat verò in plano locum illum designare, qui lumine destituitur obiectâ cylindri crassitie. A puncto B rectæ ducantur B C & B D, quæ peripheriam imæ basis contingant in C & D per 17. tertij Euclidis: ex C verò & D aliæ duæ excitentur C F & D K axi cylindri E L parallelæ, quæ



proinde vti & axis E L ad subiectum planum rectæ erunt per 8. vndecimi Euclidis: denique à puncto A radij per F, K & N procidant qui cum B C, B D & B G protractis conueniant ad signa S, P & O: perspicuum est igitur vmbræ terminum per puncta C, S, O, P, D incedere. Itaque si per S, O & P circuli peripheria describatur, hæc vna cum rectis C S & D P lineis, eaque imæ basis portione, quæ litteris C G D notatur, vniuersum vmbræ locum comprehendet. Quòd autem S O P portio sit circularis perimetri ex 4. primi Co-
E nicorum Apollonij, & ex propositione 160. huius libri patet. Luminosa namque superficies, quæ à puncto A ceu vertice ad basin F N K pertinet, si producatur, altero plano secabitur S O P ipsi F N K parallelo. Quare per iam citatam 4. primi Conicorum Apollonij & 160. huius vtraque sectio similem figuram exhibebit: est verò F N K circulus: igitur & S O P circulus erit. Quare sufficiet ex A per L supremæ basis centrum rectam lineam ducere quæ cadat in T, & centro T, interuallo autem T O circulum describere S O P. ex quo constat propositi cylindri vmbram duabus circulorum portionibus C G D & S O P, ac duabus præterea rectis lineis C S & D P contineri.

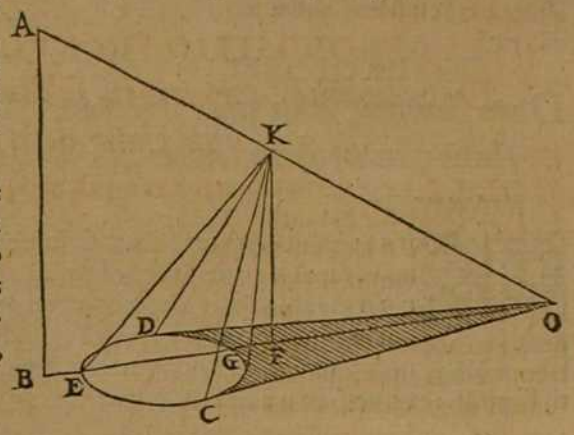
PROPOSITIO CLXVII. PROBLEMA.

F *Dato lumine, vmbram obliqui coni reperire, cuius basis in subiecto sit plano.*

OBLIQVVS iam sit is qui lumini obijcitur conus, vt C G D K, lumenque vt suprà A, ac eius altitudo à subiecto plano A B; non erit absimilis proiectæ vmbræ inuestigatio ab illa, quam propositione 164. in cono recto explicauimus. Demissa enim à vertice coni K in subiectum planum perpendiculari K F, productaque B F donec promisso à luminari A per K verticem coni radio occurrat in O, duæ rectæ lineæ ab O ducantur, quæ coni basin

contingant in C & D per 17. tertij Euclidis, factumque erit quod postulatur. Nam A
lineæ C K vmbra est C O, & D O vmbra lineæ D K, quòd nimirum verticis K vmbra in O procidat: est verò ea basis pars, quæ tangentibus OC & O D continetur, in opaco: igitur locus C G D O vmbrosus est.

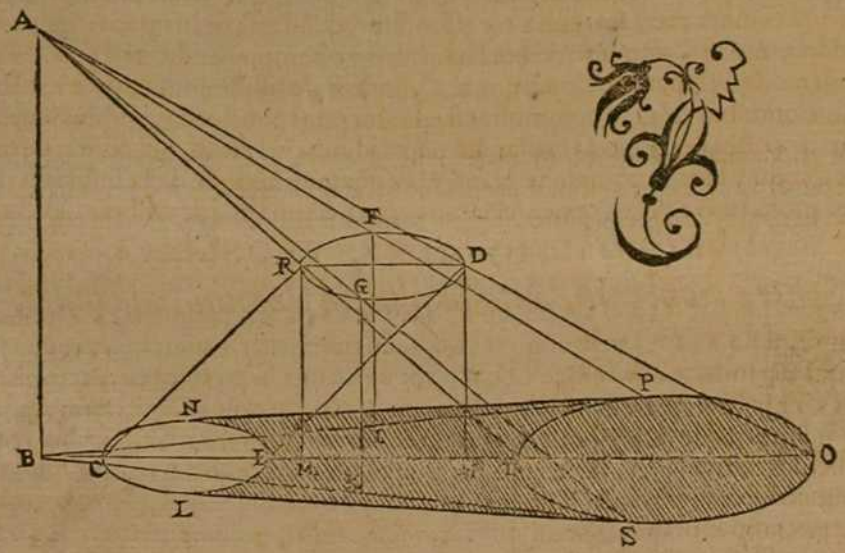
Eadem porrò ratio erit obliquæ pyramidis: inuenta siquidem, vt iam iam ostensum est, verticis vmbra, ab ea ad prominentes hinc inde basis angulos rectæ ducantur, eritque locus plani his comprehensus opacus, qui postulatur.



PROPOSITIO CLXVIII. PROBLEMA.

Lumine dato profusam ab obliquo cylindro vmbram in subiecto plano designare. C

SIT rursus expositum lumen A, eiusque à plano altitudo A B: sit etiam obliquus cylindrus C D, cuius ima basis C E in subiecto sit plano: oporteat verò cylindri vmbram in planum transfusam designare: sumantur in summa basi tria puncta vtcumque D, F & G, atque ab his perpendiculares in subiectum planum demittantur D H, F I & G K: ex B autem per puncta H, I & K, rectæ ducantur B H, B I & B K, quæ quantum opus est productæ cum radijs ab



A per D, F & G procidentibus congrediantur in O, P & S: dico si per O, P & S portio circularis perimetri decircinetur, hac vmbram summæ basis in plano terminari. Nam cùm summa basis parallela sit subiecto plano, erit per 4. primi Conicorum Apollonij, & F
per 160. huius vtraque coni luminosi sectio G D F & S O P similis: at G D F circulus est: igitur & S O P circulus erit: quocircà si per 17. tertij Euclidis rectæ ducantur S L & P N, quæ imam cylindri basin contingant in L & N, erit is plani locus, qui duabus rectis lineis S L & P N, ac duabus præterea circulorum portionibus L E N & S O P continetur, opacus.

In Prismate obliquo, cuius ima basis in subiecto sit plano, eadem ratio & praxis obseruanda erit. Inuentis enim, vt iam sæpè dictum est, & præcipuè propositione 165. vmbris, quæ ab angulis supremæ basis in subiecto plano proueniunt, si ab his ad angulos

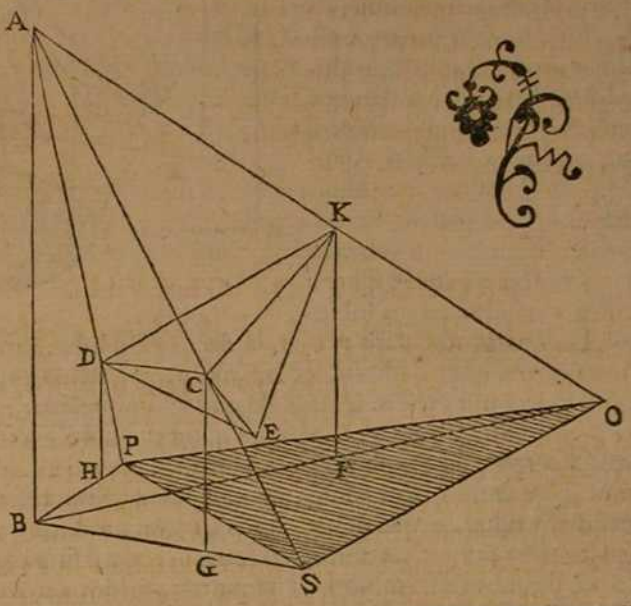
imæ

A imæ baſis, qui ſuperioribus reſpondent rectæ lineæ protendantur, repertus erit vmbroſus plani locus, qui poſtulabatur.

PROPOSITIO CLXIX. PROBLEMA.

Dato lumine, corporis in ſublimi pendentis vmbram in plano deſcribere.

B ESTO iterùm lumen A vt ſuprà, eiuſq́ altitudo A B, expoſitaq́ue in ſublimi pyramis C D E K, cuius vmbrá in ſubiecto plano deſcribere oporteat. Ab extremitatibus, quæ quidem lumini obijciuntur, vt ſunt C, D & K, perq́ue incidentiæ puncta



C rectæ ducantur lineæ B G, B H & B F, quæ protractæ, radijs ab A per C, D & K emiſſis occurrát in S, O & P. Quoniam igitur S puncti C, & P ipſius D, O denique verticis K vmbra eſt, iunctis SO, S P & P O, patet locum plani vmbroſum figura SOP contineri: nam S O ipſius C K, & P O ipſius D K, S P denique ipſius C D eſt proiectura. Ab E K

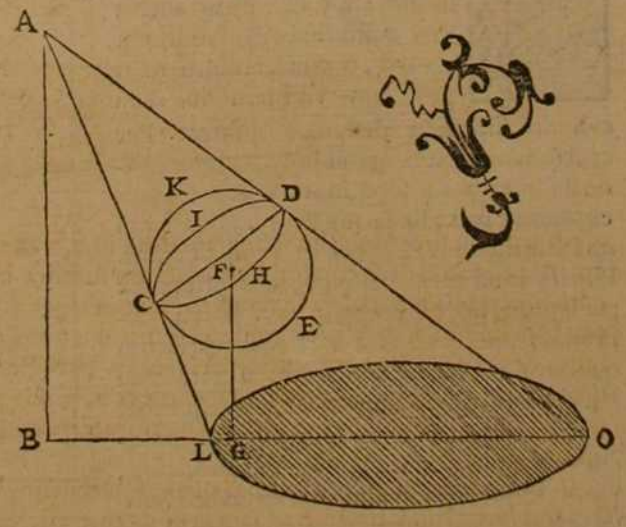
D autem nulla vmbra extra ſpatium S O P effunditur, quòd ipſa ſit in opaco: igitur totius pyramidis vmbra in planum recepta lateribus S O P comprehenditur.

Simili modo Priſmatum, Conorum, ac Cylindrorum ſublimium vmbræ in plano reperientur: omnibus enim id commnne eſt, aliquot priùs punctorum vmbras inueſtigandas eſſe, ac poſteà per proiecta in planum puncta lineas vel rectas, vel curuas ducendas, quæ vmbroſum locum comprehendant. Hæc quamuis abundè dicta ſufficiant de vmbrarum proiecturis: placet tamen claritatis gratia etiam ſphæræ vmbram attexere.

PROPOSITIO CLXX. PROBLEMA.

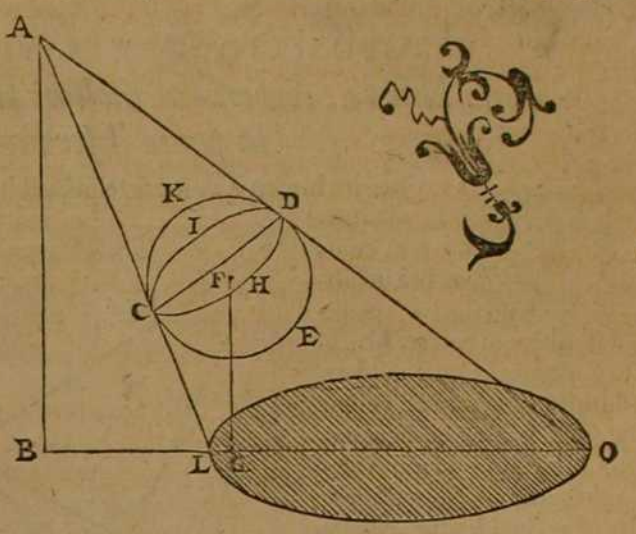
Sphæræ vmbram, dato lumine, in planum conſignare.

E RESTITVTO lumine A, eiuſq́ue altitudine A B, ac datâ ſphęrâ in ſublimi C D E, eius vmbram in ſubiectum planum conſignare propoſitũ ſit. Quoniam ex 50. libri quinti conſtat ſphæræ partem illuſtratam circulo contineri, finge à luminoſo A radioſam quamdam ſuperficiẽ ad ſphæram produci, quæ ipſam vndique ambiat, tangatq́; in circulo C H D I qui



F partem illuſtratam ab opaca dirimit. Quæ igitur ad hunc circulum pertinet radioſa ſuperficies ab A profuſa, conum facit, cuius baſis ſit idem diremptor circulus C H D I, vertex autem luminare A: hic verò

luminoſus conus longiùs productus, dum plano occurrit, ſectionem oſtendit, quæ quidem & ipſa circulus erit, ſi quæ à luminoſo A in ſubiectum planum perpendicularis procidit, centrum ſphæræ pertranſeat; ſin autem, vel Ellipſin gignit, ſi nimirum luminare A quàm ſphæra altius fuerit, vt in præſenti deſignatione; vel Parabolam, ſi luminare A eádem cum ſphæræ faſtigio altitudinem habuerit; ſi denique demiſſius fuerit, Hyperbolen: quæ omnia ex Conicis Apollonij, & propoſit. 162. huius libri perſpicuè patent. Vt autem hæ ſectiones in ſubiecto plano inueniátur, recta è ſphęræ centro F demittatur F G ſubiecto plano perpendicularis per 11. vndecimi Euclidis, iunctaque B G producatur in O. Porrò cùm A B & F G ſint ſubiecto plano perpendiculares, erunt ipſæ inter ſe parallelæ per 6. vndecimi Euclidis. Quare B O, quæ vtramque ſecat, in eodem erit cum ipſis plano per 7. vndecimi Euclidis, & planum quod per A B O extenditur ſphæram per centrum ſecat. Sit ergo eius & ſphæræ communis interſectio circulus maximus C K D E per 6. primi Sphæricorum Theodoſij, per cuius contactum D recta agatur A D per 17. tertij Euclidis, producaturque donec cum B G etiam producta conueniat ad ſignum O; (conueniet autem, quoniam ambæ A O & B O in eodem ſunt plano, & angulos faciunt B A O & A B O duobus rectis minores.) itaque triangulum A B O ad rectos angulos ſecans circulum C H D I, qui partem luminoſam ab opaca diſtinguit, & bifariàm ipſum ſecabit per 13. primi Sphæricorum Theodoſij: quocirca C D, communis ſcilicet vtriuſque ſectio, circuli C H D I dimetiés eſt, per cuius extremitates profuſi luminoſi radij dum plano occurrunt ad ſigna O & L lineæ B O, maximam vmbræ dimetientem exhibent L O ex qua per ea quę lémate 22. huius ſunt demonſtrata, facilè vmbroſi loci perimetrus inuenietur, ſi nimirú data coni ſectio, vt eo loci docuimus, in propria forma deſcripta exhibeatur.

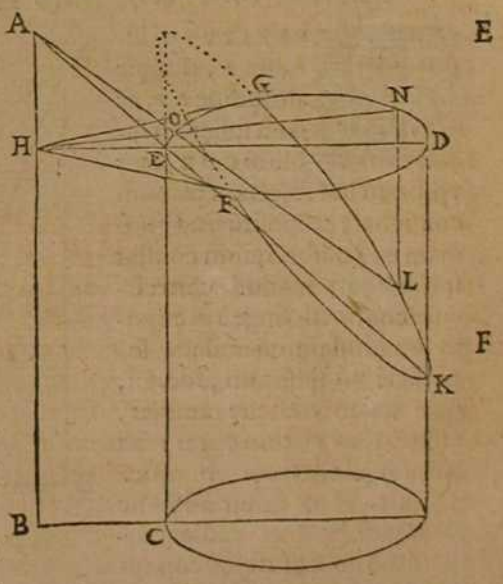


A B C D

PROPOSITIO CLXXI. PROBLEMA.

Dato lumine, datoq; cylindro recto, vmbram à baſis ambitu profuſam, cauæ cylindri ſuperficiei inſcribere.

SIT datum lumen A, eiuſque altitudo A B; cylindrus autem C D baſin habens ſublimem E F D G, à cuius ambitu F E G profuſam vmbram in caua cylindri ſuperficie deſignare oporteat. Per centrum baſis recta agatur linea D E, quæ producta lineam A B ſecet in H: ab H verò duæ excitentur rectæ lineæ H F & H G, quæ baſin contingant in F & G per 17. tertij Euclidis. His ita conſtitutis, perſpicuum in primis eſt per lemmation ad propoſit. 115. libri 4. demonſtratum, radios A F & A G cylindrum quoque in F & G contingere. Quare caua baſis portio F E G in opaco eſt, ab eaque ſola in cauam cylindri ſuperficiem vmbra proijcitur: reliqua autem à lumine radios ſuſcipit, vmbramque extra cylindrum effundit. Deinde ſi cuiuſlibet puncti, puta E, in peripheria F E G dati vmbra in caua cylindri parte expetitur, ea inuenietur hoc modo: A puncto H per



A H per E recta agatur H E, quæ in alteram cylindri partem producta incidat in punctum D, & à D recta per cylindri superficiem ducatur D K axi parallela, radiusque ab A per E procidat A E: hic sanè productus concurret cum D K, propterea quòd D K & A B parallelæ sint, ideoque in eodem cum D H plano per 7. vndecimi Euclidis: at A K in eodem est plano, in quo A B & D H: igitur & cum D K in eodem est plano: quocirca A K cùm secet alteram parallelarum A B, producta secabit & reliquam D K per 10. lemma libri 4. Sit verò sectionis punctum K: patet igitur K puncti E vmbram esse. Eodemque modo alterius cuiuslibet puncti vmbra inuenietur: vt si puncti O vmbra postuletur, ab H per O recta ducenda erit H N; ab N verò parallela axi cylindri demittenda N L, quæ proinde
B & ipsi A B parallela erit: deinde per O radius ab A eijciendus, qui cum N L concurrat in L (concurret autem ob eamdem iam dictam causam) itaque L vmbra erit puncti O dati, quæ postulabatur. Quæ ratio si in ceteris punctis peripheriæ F E G obseruata fuerit, tandem tota vmbra in cylindri cauitate descripta habebitur F K L G, quod fecisse oportuit.

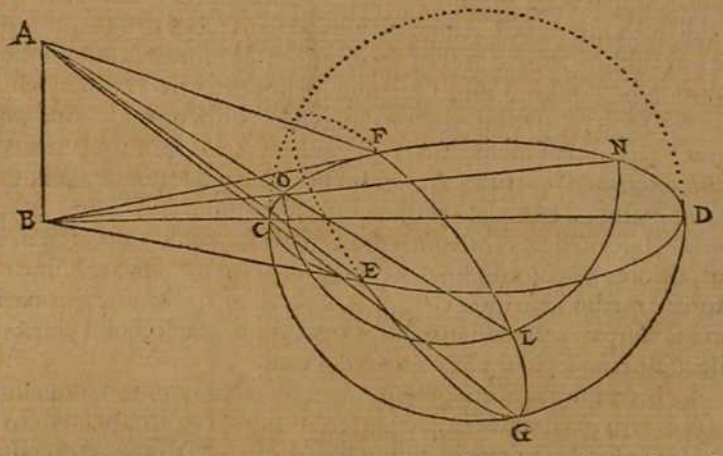
Porrò obseruandum hoc loco est, vmbram in caua cylindri superficie descriptam, Ellipseos peripheriam esse: omnium enim punctorum, quæ in portione basis F E G existunt, vmbræ in idem planum incidunt, quod cùm obliquè cylindrum secet, Ellipsin in sectione exhibet.

PROPOSITIO CLXXII. PROBLEMA.

C

Dato lumine, profusam ab hemisphærij ambitu vmbram in caua ipsius superficie adnotare.

SIT vt suprà lumen A, datumque hemisphærium C G D, cuius sectio circulus C E D F, à quo profusam vmbram in caua hemisphærij superficie inuestigare oporteat. A corpore luminoso A perpendicularis in planum circuli C E D F productum demittatur A B per 11. vndecimi Euclidis, & ex B ducantur B E & B F, quæ circulum C E D F contingant in E & F per 17. tertij Euclidis: erit ergo E C F ea circuli portio quæ lumini
D proximè obiecta in cauum hemisphærij vmbram profundit: quare punctum in peripheria E C F assumatur quodcumque, puta C, atque ex B per C recta traijciatur B C, quæ in oppositam
E hemisphærij partẽ protendatur ad signum D, perque C & D circulus describatur C G D, cuius diametrus sit C D,



immobili scilicet pede circini in peripheria C F D vel C E D constituto, eo loci, vbi ea secatur bifariàm: ac tandem radius ab A per C in circulum C G D cadat: hic inquam puncti C vmbram in G exhibebit. Eodemque modo alterius cuiuslibet puncti, exempli gratia O, vmbra inuenietur, si ex B per O recta educatur B N, sectoque arcu O F N bifariàm, in
F medio diuisionis signo pes circini immobilis defigatur, & altero pede circumacto circulus decircinetur O L N: ad extremum autem radius ab A per O decidat, qui puncti O vmbram proijciat in L; atque ita fiat in ceteris.

Cùm verò ea quæ ab hemisphærij ambitu in cauam superficiem profunditur vmbra sit sphæræ sectio, patet eam circulum esse: quare repertis tribus eius punctis E, G & F, si circulus per ea describatur, factum erit propositum.

DE

DE SCENIS.

SCENARVM repræsentatio non minimam partem susceptæ contemplationis sibi vindicat: à scenis namque velut à præcipua huius scientiæ materia, Scenographices nomen acceptum est. Cùm verò lineis planisque superficiebus, ac solidis partibus, luminibus item vmbrisque variè compositis, scenæ effingi soleant, hæcq; abundè sint pertractata, superuacaneum meritò videbitur plura addere: siquidem quæcumque in scenis repræsentandis necessarię sunt praxes, ex superioribus propositionibus tamquam ex communibus principiis desumi possunt. Verùm ne ieiunè nimis explicatum hoc caput, vel etiam omnino prætermissum esse videatur, pauca quædā huic operi coronidis loco summatim adiungemus.

In primis in omni scenarum repræsentatione data communi sectione plani ac tabulæ, mox primarium punctum est constituendum secundùm datam oculi altitudinem: huc enim omnes directæ lineæ, siue in horizontalibus siue in directis sint planis, porriguntur; quod in porticibus animaduertere licet, cùm eas non ex aduerso, sed secundùm longitudinem inspicimus: tum enim omnium columnarum summitates, capitulorumque ac basium, necnon epistyliorum, & coronicum directiones ad primarium punctum, quod oculi loco est, contendunt. Huc etiam communes illæ lineæ pertinent quibus pauimenta ac tabulata, & quæcumque demum ad Horizontis libramentum constituta sunt, directis parietibus committuntur.

Deinde cùm plurimum momenti in oculi altitudine positum sit, non parui ingenij erit opera, quo loco primarium punctum aptè collocetur; altè, an demissè, an medio loco? Hinc verò omnem cernendi modum in Opticam, Anopticam, & Catopticam distributum legimus, vt est apud Cælium Rhodiginum lib. 15. cap. 4. qui Opticam vocauit illam videndi rationem, qua aciem directè in Horizontem intendimus; Anopticam verò illam qua suspectamus; Catopticam denique illam qua despectamus.

Ergo cùm historia quæ repræsentari in plano postulatur, in illa est superficie quæ per oculum & Horizontem ducitur, scenæ descriptio ex Optica est instituendā; cùm verò historia supra oculi lineam eminet, ex Anoptica; ex Catoptica denique, cùm historia oculi linea inferior est. Anopticæ vsus est in iis rebus designandis, quæ vel in montibus, vel in sublimi æthere, vel in superioribus domorum contignationibus existunt: has enim suspectando ab imo intuemur. Catoptica verò res illas exhibet quæ in vallibus, aut sub terra, aliisve inferioribus locis sunt, cùm nos eas è superioribus locis despectamus. Quæ autem medio loco sunt constituta, ad Opticam pertinent: in qua duplex iterùm discrimen reperitur. Aut enim oculi altitudo humanam staturam exæquat, aut ab ea superatur: si exæquat, perspicuum est omnium erectorum hominum capita in eam rectam lineam quæ Horizontis proiectura est, incidere oportere: si verò inferior est oculus, altiores videbuntur homines propinqui remotioribus. Hunc verò modum quo historiæ è medio loco inter elatum & depressum spectantur, probari à peritioribus atque etiam vsurpari animaduerto, quibus calculum adiicio, quòd plurimum supra humanam altitudinem pictæ tabulæ collocari soleant.

Ex his omnibus Scenographicarum proiectionum modis quamuis nullus suapte natura ceteris præstantior sit, sed perfecti omnes, si ex artis præscripto instituantur; tamen pro locorum diuersitate in quibus statuuntur, vel è quibus spectantur, fit ex accidenti, vt non æquè intuentium oculis placeant: nam si immissum lumen ex ea parte proueniat qua depictę sunt vmbrę, imago oculos offendet, cùm necesse sit vmbras lumini aduersas esse: rursus si facta secundùm Catopticam imago ex inferiore loco videnda proponatur, non eam ostendit venustatem, quam si è superiore loco conspiciatur; atque eodem modo quæ secundùm Anopticam facta est, si ex alto despiciatur, minùs apparet perfecta: tum verò pictura intuentium oculis facit satis, cùm eum situm habet secundùm quem eius designatio est instituta. Similis fallacia contingit, cùm ex obliquo aspicitur id quod ex directo intuitu est deformatum. Vnde videre licet imagines quasdam secundùm lateralem seu obliquum aspectum designatas, quæ ex aduerso quidem spectatæ nihil repræsentant, at ex obliquo visæ, radio per exile foramen transmisso ne extra regionem primæ institutionis vagetur, rem propria ac naturali forma exhibent.

Tametsi planæ imagines numquam perfectiùs appareant quàm cùm ex præstituta oculi distantia atque altitudine videntur, tamen non quantum à proprio loco oculus

intuentis

A intuentis dimouetur, tantum expressa imago à veri similitudine aberrat. Nam nisi ad perpendicularem tabulæ respectum proximè accedas, quocumq. te vertas, eadem semper rei pictæ dispositio ac partium responsus sese offert: quod sanè fit occulta quadam vi ac proprietate, quam explicare est perdifficile. Vnde etiam illa reperta est ratio, qua humanus vultus ita exprimitur, vt intuentem, quocumque loco steterit, defixa semper acie contueatur, haud secùs ac si mobiles imago haberet oculos, quos ad omnem locum, quò se spectator conuertit, propria virtute circumferat: id verò tum euenire necesse est, cùm pictor se intuentem humanum vultum ad viuum imitatur: ita siquidem expressa effigies oculis sequi intuentem quocumque videtur.

B Vti prima præcipuaque cura in scenarum descriptionibus circa principale punctum versari debet, ita secunda in constituendis punctis secundariis ad quæ obliquæ lineæ contendunt, est collocanda. Nihil enim ad hanc artem tantum præsidij adfert, quantum ea puncta ad quæ parallelæ omnes lineæ se recipiunt. Nam quæcumque rectis lineis continentur, vt ædes, peristylia, atque horum partes, sine punctorum illorum cognitione in planitiem extendi scenographicè non possunt. De his porrò consulenda est propositio 141. huius libri & sequentes, ex quibus liquidò constat, obliquas omnes lineas in quibuscumque planis existant, præter aduersum, ad secundarium quodpiam punctum ducendas esse.

Rursus circularibus formis in tabulam transcribendis adiumento erit propositio 156.

C huius libri, vti etiam ea quæ de coni sectionibus tum hoc libro, tum libro quarto sæpe à nobis proposita sunt ac demonstrata: siquidem conus est is qui à circulo directe vel obliquè proposito ad oculum distenditur radius; hic igitur qua tabulam in transitu inuadit, figuram exhibet ex coni sectione ortam, quam proinde in tabula descriptam necesse est primitiuo circulo respondere.

Denique ceteræ curuæ lineæ quæ nulla certa lege constant, nulla etiam definita arte in tabulis repræsentari possunt, vt non semel monuimus: quare designatis primùm in tabula quotcumque punctis per quæ ex necessitate incedunt, sinuosæ quædam lineæ firma manu ducendæ sunt, quæ primitiuis, si non verissimè, certè vero proximè congruant.

D Hucusque ea quæ ad Graphidin spectant; cetera ad Pictoriam pertinent, quæ factis designationibus lumen vmbrasque adhibet, ac subinde etiam proprios cuiusque rei colores. Cùm verò, vti initio diximus, ea omnia quæ in scenarum descriptionibus vsu venire solent, vel rectæ sint lineæ, vel circuli, vel obtorti sinus nulla certa lege curuati, sintque iam horum omnium explicatæ rationes, perspicuum est nulla alia re opus esse ad propositas scenas hoc proiectionis genere explanandas.

Igitur vt lumina in proiectas iam formas aptè ducantur, primò id admonendum censeo, in quo plurimos video halucinari, aliter à lucernis, aliter à sole effusos radios luminis admitti; non vno item modo illustrari ea quæ in aperto sunt aëre, & quæ fenestris obiiciuntur in concluso; alia denique ratione à pluribus luminaribus, alia ab vno lumen

E suscipi. Nam quæ à lucernis, aut suscepto per fenestras lumine in concluso illustrantur, secundùm Scenographicen sic exprimi debent, vt lumine quidem parcius, vmbris verò vberiùs perfundantur: quæ autem directos solis radios admittunt, orthographicè sunt designanda: ita vt parallelis radiis ex æquo lumen vmbramque descriptæ formæ participent. Denique quæ in aperto sunt aëre pari vndique lumine circumfusa exhiberi debent, vtpote quæ omni propemodum parte vmbram excludunt.

Hoc præterea sedulò est adnotandum quod ad Opticen spectat, si pictura in pictura exhibenda sit, non secundùm eum intuitum quo ante facta est, illam designari oportere, sed vt in præsenti aspicitur: qua in re pictores plurimi haud vulgares, at rerum opticarum imperiti fœdè labuntur, cùm nimirum eis sancti Lucæ argumentum proponitur

F Dei matrem cum Iesu filio in tabula exprimentis: ij namque expressam à S. Luca Virginis effigiem ita transcribunt, quemadmodum à S. Luca Virgo cum puero cernebatur, cùm potiùs secundùm proprium aspectum eam repræsentare debuissent: siquidem Virginis simulachrum quod sancto Lucæ ectypum erat, ipsis archetypum est, eo proinde situ exprimendum quo aspectui ipsorum offertur.

Quæ toto hoc proiectionis genere tradita sunt, de æquabili plano sunt intelligenda: fiunt verò in quibusdam etiam infractis planis laborioſæ potius quàm ingenioſæ designationes, quarum ratio ex Optices principiis constat.

Eiusmodi in primis ea sunt quæ in sulcatis tabulis exhibentur: spectatæ namque ex

vno

vno latere vnam reddunt imaginem, ex alio autem aliam, quod mirum planè iis videtur qui nihil eiusmodi vmquam sunt experti, & causam mutatæ apparentiæ ignorant; ita profectò in ceteris naturæ effectis rei insolentia & causæ ignoratio admirationem pariunt. Res autem sic se habet: Lignea tabula sulcis perpetuis sibiq; cohærentibus excauatur, atque in porcarum lateribus hinc vnum, inde aliud simulachrum propriis lineamentis coloribusque exprimitur, sic vt qui tabulam obliquè intuentur, ab vno latere vnam, ab altero aliam videant imaginem. A

Si porrò ducti iam sulci aliis transuersim incidantur, atque in horum rursus parte ima vna imago, in summa alia depingatur, ac supra tabulam speculum pronum dependeat, vnde ad intuentis oculos forma redeat; quatuor videre licebit imagines, tres quidem recto aspectu, quartam verò à speculo repercussam. B

Simile quiddam in porticibus videre licet, cùm columnarum scapis figuræ quædam sic inscribuntur, vt omnium lineamenta simul ex obliquo spectata perfectam quamdam imaginem oculis reddant; è directo autem nullius rei speciem præ se ferant. Quo genere practici quidam homines simpliciorum oculos perstringunt, ac summa admiratione captos tenent: fieri namque haud posse credunt, vt certo oculi situ imago quædam appareat, quæ nusquam in rebus existit.

Denique huius quoque generis sunt designationes illæ, quæ in cameris fornicatisque testudinibus ostentationis causa figurari solent ad fallendum aspectum comparatæ. Fit enim vt cùm ea loca multis angulis infracta sint, planisque constent è quibus alia antrorsum prouolant, alia introrsum recedunt, in latera alia obliquantur, formæ quoque ipsæ ex vno dumtaxat aliquo loco perfectè videantur, quem vbi mutas, ob diuersum partium adspectum incondita colorum atque linearum permixtio visui sese offert. Quare qui eiusmodi opus faciunt certo loco constituti, oculoque immoto, rudem primùm formæ delineationem imprimunt oblongi radij beneficio, cuius extremitati hæreat adstrictus carbo; vel certè noctu lucernam in oculi vicem substituunt, eiq; formam, quam describere moliuntur, minore modulo efformatam obijciunt eo situ atque interuallo, vt vmbra illius in oppositam testudinem profundatur; hanc proinde vt fortè in varia loca incidit carbone designant, ac tandem perfectæ designationi colores inducunt. C D

His infiniti alij adijci possent huius scientiæ effectus, quos tamquam naturæ miracula imperitum vulgus admirari solet; sed quia eorum omnium rationes & causæ abundè sunt explicatæ, libenter eius generis ludicra agyrtis relinquimus, quorum hoc proprium est institutum, vt popularis auræ ac lucri gratia vanis præstigiis ignorantium hominum oculos ludificent. Tu verò amice Lector, iis quæ ad veram scientiam Optices illustrandam hoc volumine à nobis tradita sunt, fruere, ac studium erga te nostrum æqui bonique consule, & Vale.



INDEX

INDEX IN OPTICORVM LIBROS VI.

ABSENS, *vt absens videri impossibile est.* 95. B
Absolutè diaphanum quid. 32. B
Abstractiua scientia, aliis simplicis intelligentiæ vocatur. 94. D
Abstractiuæ & intuitiuæ notitiæ discrimen. 94. C
Academici scientiam de medio tollebant. 196. A
Accessus & recessus ita visu cognoscuntur vti distantia. 188. B
Accessus rei ex contractis continuò axibus opticis colligitur. 188. C
Acies in præterlabentes amnes quietæ teneri non possunt. 186. D
Actio breuissimis lineis intentatur. 54. D
Actio realis obiectorum, sublata causa aliquantisper in oculo perseuerat. 57. D
Actio longiùs effusa languescit. 54. E
Actio duobus modis vniformis dicitur. 379. F
Actionis continuæ difformitas in quo consistat. 379. F
Acutũ & obtusum quomodo visu dignoscãtur. 171. A
Adhærens oculi tunica. 4. C
Adiopton. Vide *Opacum.*
Adnata tunica. 2. D 4. C
Adnata tunica exteriùs alba. 4. C
Adnata tunica oculum firmat. 4. C
Adnatæ tunicæ origo. 2. E 4. C
Adnatæ tunicæ partes. 4. C
Adnatæ tunicæ situs. 4. C
Adolescentis exemplum, cui res eminus geminari videbantur. 346. A
Ædificij frontem ex aduerso spectatam orthographicè describere. 561. D
Ædificiorum Ideæ. 456. B
Ædificiorum superiores ordines resupinari videntur. 221. E
Ædis constructio, quæ ingredientibus inopinata ruina corruere videatur. 349. E
Æquale & inæquale ex cognitarum magnitudinum proportione internus sensus distinguit. 164. E
Æquales magnitudines visu translato quomodo æquales appareant. 251. E
Æqualia & inæqualia quædam sunt reuerà, alia apparent tantum. 164. E
Æqualia existimantur quæ eodem spectantur angulo, si distantiæ non percipiantur. 228. E
Æqualium magnitudinum propinquior remotiore apparet maior. 230. B
Æqualibus spectata angulis si inæqualiter distare deprehenduntur, inæqualia iudicantur. 233. A
Æqualibus magnitudinibus ex inæquali distantia visis maior est ratio distantiarum quàm angulorum. 158. D
Æqualitas atque inæqualitas è longiore interuallo qua ingenij sagacitate inuestigentur. 165. A
Æqualitatis inæqualitatisque veræ cognitio ex veris magnitudinibus vti apparentium ex apparentibus magnitudinibus pendet. 164. E
in Æqualitatis & inæqualitatis æstimatione sæpè aspectum falli contingit. 165. C
Æquator seu Æquinoctialis circulus quis. 499. D
Æquator cur ita dictus. 499. D
Æquatoris Poli iidem qui & totius orbis. 499. D
Æquator recta linea quouis plano horologij inscribitur. 568. F
Æquatoris Orthographica transcriptio visu per Æquinoctia & Horizontem incedente. 523. F
Æquatorem stereographicè describere oculo in altero Æquinoctiorum constituto. 610. A
Æquinoctia quæ. 500. C
Æquinoctium alterum vernum, alterum autumnale. 500. C
Aër quomodo sub aqua videatur. 59. A
Aër neutiquam purus. 360. B
Aër suapte natura caruleus est. 44. A
Aër nebulosus visionem citiùs terminat. 60. B
Aër rerum omnium formas recipit. 75. A
Aër opacitatis aliquid habet tum ex propriæ naturæ conditione, tum ab admixtis vaporibus. 360. B
Æruginis accensæ flamma viridis. 34. E
Ætatis anno quadragesimo vigere incipit iudicium, prudentia & consilium. 104. C
Ætatis anno quadragesimo corporis vires minui incipiunt. 104. C
Affectus animi vehemẽtes variè aspectũ illudunt. 57. C
Agens actione immanenti, instrumentaria virtute non indiget. 72. A
Agentia similia ex mutua actione non conualescunt. 396. D
Agentia similia dum simul agunt, singula propriam effectus partem producunt. 396. C
Agentia dum simul conspirant, maiorem edunt effectum, quàm vnũquodque solitaria actione. 381. B
Agentia indeterminata ab alio moueri debent. 70. F
Agentia naturalia necessitate naturæ ad agendum compelluntur. 53. E 396. D
Agentia naturalia maximum semper, quem possunt, effectum edunt. 396. D
Agentia & patientia reciprocam aptitudinem requirunt. 64. F
Agentia & patiẽtia certum postulant apparatũ. 58. A
Agentia creata præscriptum habent actiuitatis terminum. 376. A
Agentium virtus primaria cum eorumdem natura reciprocatur. 72. A
Agentium virtus primaria incõmunicabilis est. 72. A

Agentibus duplex ineſt facultas. 71. F
Agitatio ſeu trepidatio alia ex crebra motus recti in contrarias partes repetitione; alia ex circulari motu numquam peracto, ſed viciſſim eunte & redeunte; alia ex diuerſis circularibus motibus componitur. 186. A
Agri ſolaribus radiis ſtatim ab ortu acriùs percuſſi trepidare videntur. 439. E
Albani quidam glaucis oculis noctu pluſquam interdiu videre ſoliti. 16. B
Alba oculi tunica. 4. C
Albedo viſum diſgregat. 41. C
Albedo cur viſum diſſipet. 39. F
Albedo & nigredo contrarij colores. 39. E
Albedo nigredine præſtantior. 39. E
Albedo ex omnibus coloribus luci ſimillima. 39. E
Albedo ceteros colores intendit. 40. D
Albertus Magnus coloris fundamentum abſente externo lumine relinqui aſſeruit. 37. B
Albugineus oculi humor. 2. E 6. B
Albugineus humor non eſt excrementum à cryſtallini nutritione ſecretum. 19. B
Alcamenis & Phidia certamen. 262. F
Alexandri Aphrodiſæi ſententia de geminato aſpectu confutatur. 346. C
Alhazeni ſententia de centris tunicarum oculi. 11. C
Eadem refutatur. 11. F
Alhazeni ſententia viſionem per συγχύσιν fieri. 73. E
Alhazeni ſententia, an neruus opticus communis ſit præcipuum viſus organum. 23. E
Alhazeni ſententia an cryſtallinus humor ſit præcipuum viſus organum. 23. A
Almucantarath circuli ſphæræ qui. 501. C
Altitudinem ſolis cognita hora locóque in Zodiaco ex Orthographia indagare. 540. B
Altitudinem incognitam ex vmbra notæ altitudinis inueſtigare. 438. D
Altitudinem quanta ſit, radio inueſtigare. 242. A
Altitudinem ſolis ex hora locóque eius in Zodiaco ſtereographicè venari. 621. A
Altitudinum circuli in ſphæra qui. 501. C
Altitudinum circulos orthographicè explanare, viſu in Horizontis regione conſtituto. 528. B
Altitudinum circulos ſtereographicè repræſentare oculo in Horizonte conſtituto. 613. C
Alto ſomno ſopiti, poſtquam expergiſcuntur, parum dormiuiſſe ſe exiſtimant. 225. B
Amadæi Maygret ſententia de luminum concurſu & occurſu. 398. E
Amentibus omnia magna videntur. 234. C
Amentes cur reges haberi velint. 234. E
Amentes ſtramine ad poſtem alligati compeſcuntur. 134. D
Amicitia quandoque inter abſentes quàm inter præſentes firmior. 387. A
Amnibus diu ſpectatis, ſi oculos aliò transferas, quæ ſtant moueri videntur. 57. E
Amphitheatrum cur à nonnullis cauea ſit appellatum. 281. F
Ampulla vitrea aqua plena ſuſceptos ſolis radios à tergo colligit. 122. A
Ampulla vitrea aqua plena ſcalptoribus & gemmariis inſignem vſum præſtat. 122. A
Analemma quid. 493. C
Analemma Ptolemæi orthographica eſt ſphæræ proiectura. 503. C. 521. A
Analemma non rectè à Federico Commandino ſectionis nomine explicatur. 493. C
Andreæ Veſalij mira circa neruos opticos cuiuſdam obſeruatio. 15. C. 24. A
Angulus ex quo loco minimus ſpectetur. 276. A
Angulus quicumque certa oculi mutatione augeri minuiue videtur. 276. A 277. B 278. A
Angulus trianguli æquilateri nullum admittit angulum in tripla ratione. 254. E
Angulus rectus, oculo ſupra alteram earum quæ angulum continent delato, ſemper apparet rectus. 274. B
Angulus obliquus quo pacto mutatione oculi augeri minuiue videatur. 274. A
Anguli recti eſſentia in indiuiduo eſt cõſtituta. 129. D
Anguli aſpectus quomodo mutato oculo non mutetur. 272. A 279. A
Anguli aſpectus idem, cùm tantò oculus vertici propinquior ſit, quantò altiùs à plano ſubleuatur. 279. D
Anguli aſpectus varius organicè demõſtratur. 275. E
Anguli cuiuſuis multiplex angulus dari nequit in poſtulata ratione. 254. E
Angulo inſenſibili videri nil poteſt. 161. D
Angulo ſenſibili cur vnumquodque videri neceſſe ſit. 161. D
Angulum, quem axes optici in concurſu efficiunt, viſus non percipit. 156. A
Angulum datum in quotuis partes diuidere, hactenus indemonſtratum. 254. C
Angulis maioribus ſpectata, euidentiùs interno-ſcuntur. 219. A
Angulares colũnæ cur craſſiores faciendæ ſint. 280. E
Angulares formæ ex internallo ſpectatæ circulares apparent. 280. A
Anguloſa aliter rotunda eminus videntur, quàm coram ea quæ verè rotunda ſunt. 280. D
Animæ triplex facultas. 24. F
Animas à corporibus ſecretas proprio loquendi modo videre multi SS. Patres exiſtimarunt. 103. F
Animalia quæ noctu alimoniam venantur inſito oculis lumine vident. 16. D
Animalis ſpiritus eas dumtaxat partes irrigat, quæ ſenſus motuſque ſunt compotes. 25. A
Animalis ſpiritus origo cerebrum. 24. F
Animalis & vitalis ſpiritus diſcrimen. 92. F
Animalis ſpiritus cum ſole collatio. 25. B
Animalis ſpiritus ductus ſunt nerui. 25. A
Animalis ſpiritus vis in facultates animæ. 25. B
Animali ſpiritu agitato, res externæ moueri videntur. 25. C
Animales ſpiritus à prima origine flãma ſuccẽſi. 14. B
Animales ſpiritus lucidi. 13. F
Animales ſpiritus ad obiecta efferri Stoici finxerunt. 71. C
Animantia quæ noctu vident, non cryſtallinum humorem luminoſum habent. 17. F
Animantia quæ noctu vident, ſolam iridem luminoſam habent. 17. F
Animantia quædam ſenſu hominem antecellunt. 66. F
Animantia quæ plus cogitant, minorem habent oculorum diſtantiam, maiorem verò quæ minus cogitant. 131. E
Animi vires ab anno quadrageſimo augentur. 104. C
Animi vigor ab anno ſexageſimo marceſcit. 104. D
Animo delinquentes cur viſu deſtituantur. 78. F
Animo delinquentes inſtantia temporis præteriti & futuri connectunt. 225. B

Anoptica quæ. 682. C
Apertis oculis dormientes nihil vident. 8. F
Aphrodisæi sententia de iis quæ noctu lucent. 17. C
Apophthegma serui, cui Adrianus Imp. oculum eruerat. 66. D
Apparentes colores in solo versantur diaphano. 45. E
Apparentes colores qui. 145. E
Apparentes qui vocantur colores ad certa capita reuocantur. 43. A
Apparentes colores à veris quo differant. 43. A
Apparentes colores à nullo corpore simili colore affecto proficiscuntur. 45. E
A puncto nec paralleli, nec secantes se radij prosiliunt. 374. A
Aqua marina tum primùm noctu splendet, cùm validè agitatur. 32. E
Aqua tepida cur citiùs calefiat quàm frigida. 382. E
Aqua vino mista confunditur. 387. F
Aqua vino mista non sit vinum. 387. F
Aquam qui bibunt acutiùs vident. 25. F
Aquæ suapte natura subuiridæ sunt. 44. A
Aquæ immotæ cur virescant. 44. C
Aquarum deductiones alueorumque fastigia dioptris librantur. 175. C
Aqueus oculi humor. 2. E. F 6. B
Aqueus humor omnium maximè diaphanus. 6. B
Aquileges an aquas sub terra conspiciant. 62. F
Aquilæ quomodo solem fixis oculis intueantur. 67. B
Aquilis firmissimus est obtutus. 19. F
Ἀραχνοειδὴς oculi tunica. 5. E
Aranea oculi tunica. 2. F 5. E
Aranea tunicæ descriptio. 5. E
Aranea tunicæ origo. 2. F
Aranea tunica admodum sensibilis est. 19 F
Aranea tunicæ proprietates. 5. E
Aranea tunica aqueũ humorẽ à vitreo disterminat. 5. E
Aranea tunica & crystallini humoris consensus. 27. C
Arbores eos qui subtus recumbunt suo colore perfundunt. 74. F
Arbores creuisse videmus, non crescere. 190. E
Arborum & columnarum anteriorem in partem longo ordine expositarum, quæ longissimè distant, coniunctæ videntur. 222. D
Arborum strigæ ab extremitate inspectæ, contrahi in angustum videntur. 260. E
Archimedis elogium. 254. D
Archimedis sphæra. 453. D
Architectonicæ rudimenta. 455. D
Architectonicæ progressus. 455. E
Architectonicæ perfectio. 455. F
Architectorum quorumdam error. 259. B
Argonautæ visus acutissimus. 63. A
Aristoteles sensum communem centro circuli comparauit. 92. C
Aristoteles explicatur dicens sensibile proprium id esse, circa quod non contingit sensum errare. 215. D
Aristoteles quomodo visum potentiam passiuam esse dixerit. 78. C
Aristoteles explicatus. 32. A
Aristoteles sensum communem vltimum sentiens nuncupauit. 93. C
Alij primum seu primarium dixerunt. 93. D
Aristoteles sensum communẽ in corde collocauit. 92. D
Aristot. asserit strabonibus omnia gemina videri. 346. B
Aristoteles asserens strabonibus omnia geminari, explicatur. 346. D
Aristoteles explicatur dicens ea nobis notiora esse quæ sensui sunt viciniora: illa autem notiora naturâ, quæ longiùs absunt à sensibus. 99. B
Aristotelis sententia de talparum oculis. 67. C
Aristot. sententia, quinque esse cõmunia visus obiecta. 29. F
Aristotelis sententia de vnius oculi visione. 81. F 83. C
Arteriæ sunt ductus spiritus vitalis. 24. F
Ascensiones descensionesq́; solis ex proiecturis cognoscere. 525. E
Aspectus simplex quid. 86. A
Aspectus simplex fit quouis optico radio. 87. B
Aspectus simplex momento fit temporis. 87. D
Aspectus vagus quibus ex causis obueniat. 130. F
Aspectus linearum & superficierum triplex. 498. F
Aspectabiles qualitates sunt velut latentis essentiæ notæ. 184. D
Asperitas corporum quid. 170. D
Asperum & læue ex luminis repercussione internoscuntur. 170. D
Asphaltum, naphtha, & succinum è longinquo flammam suffurantur. 359. C
Astra quiescere videntur. 351. F
Astra orientia succendi, occidentia extingui, Epicureorum commentum. 38. D
Astra quantum à nobis distent visu per se non assequitur. 223. C
Astra tum maximè agunt, cùm præcipuè fulgẽt. 358. F
Astrorum distantiæ ex Optica potissimum cognitæ fuerunt. 223. D
Astrorum phænomena hypothesibus explicãtur 148. E
Astris omnibus portio aliqua luminis cogenita est. 358. F
Astrolabium Roias catholicum. 521. B
Astrolabium Roias vnde originem acceperit. 521. B
Astrolabium Roias industriâ primùm Huonis Held inchoatum. 521. B
Astrolabium Gemmæ Frisij. 624. E
Astrolabium Gemmæ Frisij ex Stereographia profluxit. 573. B
Astrolabium Stoflerini. 624. D
Astrolabiũ Stoflerini ex Stereographia manauit. 573. B
Astrolabium Stoflerini à Gemmæ Astrolabio quo discrepet. 573. B
Astrolabium Odonis Malcotij. 624. D
Astrolabij principia. 454. A
Astrolabij propriæ partes. 521. F
Astronomiæ exordia. 453. B
Astronomicæ theses. 453. B
Astronomicæ hypotheses quæ optimæ. 148. E
Astronomi non tam quid reipsa in cælo sit quærunt, quàm quibus positis saluentur phænomena. 453. C
Attendens facultas præter externos communemque sensum superflua est. 92. B
Atlas primus cælestẽ sphærã in Græciã deportauit. 453. C
Auditus ad capessendas disciplinas aptissimus. 66. A
Auditus percipit distantiam. 225. F
Auempace colorem dixit absque externo lumine non existere. 37. B
Augustus oculos suos ab aliis curiosè inspici indignè ferebat. 66. C
Auicenna lumen ratione medij requiri negauit. 64. D
Auium, quæ axes non iungunt, alter oculus semper feriatur. 21. C
Auerroës confutatur. 64. A
Auerrois commentum de specierum ab internis sensibus regressu. 57. A
Auriginosi cæruleũ colorem viridẽ arbitrantur. 215. D
Auriculari digito plicato & proximus sequitur. 21. A
Aureus color ex flauo & rubro componitur. 40. C

Austerus color Plinio quis. 40. C
Axioma proiectionum. 502. D
Axiomata vnde hauriantur. 215. F
Axiomata quæ ad apparentium magnitudinum fallacias demonstrandas necessaria. 227. A
Axis natura explicatur. 142. C
Axis opticus quid. 107. C
Axis opticus cur oculi acies nuncupetur. 107. E
Axis opticus solus ex omnibus radiis in superficiem visus rectis incidit angulis. 118. D
Axis opticus axi rotarum similis. 107. D
Axis opticus mundano axi similis. 107. E
Axis opticus per ipsius visus ac totius oculi centra transit. 107. C
Axis opticus maximum visionis robur sustinet. 107. D
Axis opticus omnium radiorum acerrimus est & vniuacissimus. 107. D
Axis opticus rectà in centrum visus penetrat. 119. A
Axis opticus verticem pyramidis opticæ subtendere non potest. 143. B
Axis communis. 108. D
Axis communis idem qui & medius axis. 108. D
Axis communis per se immutabilis est. 108. F 129. A
Axis communis cum opticis axibus radioque communi variè comparatur. 134. & seq.
Axis communis eam quæ extrema neruorum opticorum connectit, bifariam secat. 126. A
Axis communis, ei quæ connectit extrema neruorum opticorum, normalis est. 108. F
Axis pyramidis opticæ quis dicatur. 110. B
Axis pyramidis opticæ mouetur quidem mota pyramide, at situm in ea non mutat. 142. B
Axem opticum extra opticam pyramidem subinde excurrere nihil vetat. 142. E
Axe optico certissima sit visio, per ceteros autẽ radios tanto certior quanto sunt axi propinquiores. 125. D
Axes optici ad Horizontem sociati dextri ac sinistri medium indicant. 175. D
Axes optici quo intellectu moueri dicantur. 129. D
Axes optici motis oculis pariter mouentur. 129. C
Axes optici propius conuenire nequeunt quàm vbi cum neruis opticis angulos rectos efficiunt. 131. B
Axes optici cum communi radio axeq; communi varie comparantur. 134. & seq.
Axes optici eò adduci non possunt vt ad normam concurrant. 132. A
Axes optici in vnum semper idemque punctum conspirant. 126. D
Axes optici in somnis laxantur. 130. F
Axes opticos cum ea quæ connectit centra visuum, eaque quæ extrema neruorum opticorum iungit, in eodem plano necesse est esse. 127. B
Axium opticorum dispositio quæ ad visionem accommodatissima. 134. B
Axium opticorum longitudines visu quomodo dignoscantur. 133. C
Axium opticorum longitudines quò maiores sunt, eò incertius cognoscuntur. 133. F
Axibus a concursu diuulsis nihil exactè cerni potest. 21. D
Azimuth sphæræ cælestis circuli quos verticales appellant. 501. D

B.

BALENÆ arctæ cum musculo societas. 68. A
Balenarum oculi plurimùm clausi. 68. A
Basis pyramidis opticæ maximæ non est circularis. 110. A
Basin maximæ pyramidis opticæ externæ oculi partes definiunt. 109. E
Basiliscus venenato aspectu homines interimit. 79. F
Breuitas temporis veram distantiæ cognitionem non concedit. 226. D
Brigantinus quidam noctu minutissima quæque videre solitus. 16. B
Brutæ animãtes discernunt quidẽ, at nil iudicãt. 101. F
Brutæ animantes quibus minima cogitatio est, maximam habent oculorum intercapedinem. 131. E
Bullæ sub aquis quo pacto cernantur. 353. B

C.

CÆLESTIS *globi origo.* 453. C
Cælestis sphæræ initia. 453. D
Cælestes circuli imaginarij sunt. 149. B
Cælestes circuli quo pacto imaginarij sint. 114. D
Cælestes circuli alij lationum alij distinctiores vocantur. 499. B
Cælestes circuli qua occasione in planum proijci cœperint. 454. A
Cælestes qualitates luminis ope agunt. 358. F
Cælestes qualitates in longinqua agunt. 358. F
Cælestes virtutes. Vide *Virtutes cælestes.*
Cælestia corpora colorem non respuunt. 35. B
Cælestium domorum terminos orthographicè ponere secundùm aspectum per Æquinoctia & Horizontem delatum. 544. A
Cælius Rhodiginus se noctu quandoque vidisse scribit. 16. B
Cælum prope Horizontem longiùs à nobis distare videtur, quàm iuxta verticem. 224. C
Cælum terræ cohærere in ambitu Horizontis videtur. 223. E
Cælum planum aspectui videtur. 312. D
Cælum rotundum esse ex nauigatione probat Cleomedes. 223. F
Cæli in hæc inferiora vitam & actiuitatem infundunt. 386. C
Cælorũ superficies exquisitè læues esse oportet. 420. A
Cælos variis motibus circumferri ex mutatis siderum interuallis certò colligimus. 190. C
Cæruleum vnde dictum. 44. D
Cæruleum lumine candelæ perfusum subuiride appareret. 39. C
Cæruleus color visum attemperat. 42. B
Cæruleus color inter simplices iucundissimus. 42. D
Caius imperator rigentes oculos habuit. 7. F
Καλαθοειδὲς *schema quod.* 432. F
Caligo quid. 61. A
Callimachus capitelli Corinthij primus inuẽtor. 432. F
Callimachus ab Athenienſibus Catatechnos appellatus. 432. F
Calor instrumentaria virtus ignis. 72. A
Calor à solis lumine velut effectrice causa progignitur. 383. F
Calor aërem diducit, frigus densat. 359. D
Calor non sine luminis ope propagatur. 359. B
Calor cur tempore producatur. 375. B
Calor in igne proprietas est substantiæ. 381. D
Calor naturalis quis. 14. C
Calor naturalis membra efficit agilia. 18. F
Calor naturalis qua conseruatrice causa in animantibus perennet. 14. C
Calor naturalis quo differat ab elementari. 14. C
Caloris naturalis oppositũ nõ frigus, sed priuatio. 14. C
Caloris naturalis præcipua sedes humor primogenius. 14. C

Calorem non rectè leuem dixeris, sed id quod calidum est. 359. C
Cancellorum spectatorum forma clausis etiam oculis inhæret. 56. D
Cancellis diu conspectis cur oculis clausis transennarum lucida obscura appareant, reliqua sublucida. 56. D 57. F
Cancri palpebris destituti. 8. F
Cancri cur præduros oculos habeant. 8. F
Canes interdum cæsij. 5. C
Canicula quam quidam æstinis mensibus sub aquis ostendunt, non canicula est, sed solis imago 420. C
Canicula sub aquis interdiu cur plano speculo exhibere non possit. 420. C
Capilli infantium initio subalbi, mox flaueſcunt, dein stabilem colorem induunt. 5. D
Capita piscium non ideò noctu lucẽt, quòd lauia sint. 17. C
Capitellum Corinthium à Callimacho repertũ. 432. F
Cardialgia quomodo contingat. 91. E
Cataphractus miles quomodo ingentem armatorum exercitum repræsentare queat. 330. E
Cato dicere solebat, se seneſcere quotidie multa discentem. 104. C
Catoptica quæ. 682. C
Cattorum pupillæ in tenebris non splendent. 18. A
Causa prima rerum omnium natura. 70. B
Causæ rerum plurimùm abditæ sunt. 70. C
Causæ ex effectis plurimùm colliguntur. 341. C
Causæ similes ex mutua actione non cõualeſcũt. 396. D
Causæ æquiuocæ contrariæ non semper contrarios effectus gignunt. 48. E
Causæ naturales necessitate quadam ceu fato ad agendum compelluntur. 396. D
Causæ naturales maximum semper, quem possunt, effectum edunt. 396. D
Causæ similes dum vnà agunt, singulæ propriam effectus partem producunt. 396. C
Causas rerũ proximas sæpe oportet inuestigare. 70. B
Cauum. Vide Concauum.
Centrum figuræ aliud est à centro grauitatis. 110. B
Centrum verum circuli obliqui stereographicè proiecti reperire. 584. E
Centrum Horizontis conspicui illud est, è quo spectator circumspicit. 174. A
Centrum visus quod. 11. E
Centrũ visus opticũ radiũ cuiusque rei definit. 116. F
Centri veri & apparentes discrimen. 511. E
Centra crystallini humoris totiusq; oculi diuersa. 11. B
Centra tunicarum oculi omnino quatuor. 11. E.
Centra oculi in directum iacent. 12. B
Centra oculi in opticũ axem vniuersa incidunt. 12. C
Centrorum oculi schematismus. 11. E
Κεφαλοειδὴς oculi tunica. 4. D
Cerebrum origo spiritus animalis. 24. F
Cerebrum bipartitum. 14. F
Cerebro affecto patitur ventriculus, & vicissim. 70. D
Chalcedonij lapides insculptis insigniis, annulis inseruntur. 353. A
Chamæleon multas ac varias affectiones patitur. 45. A
Chamæleon quo pacto colores mutet. 45. A
Chamæleon cur nec rubeat, nec candeat. 45. A
Chamæleontis subiti colores veri sunt, non apparentes. 44. F
Characteres ex obliquo inspecti cur legi vix possint. 238. F
Charta candida luci obiecta vicinum locum obscurum illustrat. 74. F
Chorographicæ designationes Ducibus militiæ vtiles. 456. F
Choroides tunica. 2. E 5. A
Choroides tunica intus impensè nigra. 5. B
Choroides tunica pluribus venis respersa. 5. B
Choroidis tunicæ descriptio. 5. B
Choroidis tunicæ origo. 2. E
Cilia quid conferant oculis. 8. C
Ciliaris oculi tunica. 5. E
Cinnabaris minio & lacca concinnè miscetur. 41. A
Circini constructio quo vno ductu ellipsis describatur. 476. B
Circulus crepuscularis. 501. C
Circulus Hecatemorius. 501. F
Circulus, vt rectæ lineæ instar appareat. 280. F
Circulus è quouis signo cauæ peripheriæ totus videtur. 281. C
Circulus meridianus quis, & vnde dictus. 501. D
Circulus quo pacto vt ellipsis appareat. 214. E
Circulus directè spectatus, vt circulus apparet. 283. D
Circulus quodam obliquo aspectu, vt circulus apparet. 284. A
Circulus directè spectatus, in circulum orthographice proijcitur. 510. D
Circulus ex perpendiculari aspectu, orthographicè in lineam transcribitur diametro æqualem. 508. B
Circulus obliquatus in ellipsin orthographice procidit. 512. D
Circulus directo aspectu in circulum stereographicè procidit, cuius idem est centrum verum & apparens, partesque primitiuis proportionales. 581. A
Circulus perpendiculariter spectatus stereographicè in lineam proijcitur ex vtraque parte infinitã. 577. E
Circulus ex obliquo aspectu in circulum stereographicè profunditur, cuius centrum non idem est verum & apparens. 582. F
Circulus obliquè spectatus subinde ellipsis apparet. 286. C 287. D
Circulus in plano orthographicè descriptus primitiuo circulo est æqualis. 511. A
Circuli orthographicè descripti partes sunt primitiuis æquales. 512. A
Circuli quadratura à nemine hactenus inuẽta. 254. D
Circuli partes æquales ex perpendiculari aspectu in partes inæquales profunduntur. 509. C
Circuli obliqui Polos stereographicè designare. 586. A
Circuli nulla pars spectabilis est, oculo in conuexa peripheria constituto. 282. A
Circuli pars minor medietate perpendiculari intuitu videtur. 282. D
Circuli portionem, quæ perpendiculari aspectu videtur, definire. 283. A
Circuli obliquè spectati quæ dimetientes appareant inæquales. 285. B
Circuli non maximi stereographicè proiecti locum in sphæra primitiuum adinuenire. 607. C
Circuli perpendiculariter spectati æquales partes in partes inæquales stereographicè proijciuntur. 580. B
Circuli obliqui maximi stereographica proiectura primitiuo circulo est maior. 584. D
Circuli ex obliquo aspectu stereographicè proiecti Polus ab vtroque centro vero scilicet & apparente distat. 586. F
Circuli stereographicè designati obliquitatem indagare. 605. D
Circuli linearum proiecturam in partes orthographicè secare. 509. A

Circuli bina puncta secundùm perpendicularē aspectū in idem punctum orthographicè procidunt. 509. D
Circuli obliqui partes in ellipsin repræsentando transscribere. 514. C
Circuli in ellipsin proiecti partes ad originem reuocare. 515. C
Circuli obliqui stereographicè transcripti partes ad originem reducere. 604. A
Circuli orthographicè descripti centrum idem verum est & apparens. 511. E
Circuli obliqui stereographicè descripti verum centrum reperire. 584. E
Circuli vmbra à puncto luminoso producta est coni sectio. 675. A
Circulum ex perpendiculari aspectu orthographicè in planum proiicere. 508. E
Circulum directè spectatum orthographicè transcribere. 511. C
Circulum ex directo aspectu orthographicè proiectum in partes repræsentando secare, & contrà. 512. C
Circulum ex obliquo aspectu in planum orthographicè consignare. 513. F
Circulum ex perpendiculari aspectu stereographicè describere, eumdemque in partes secare. 578. F
Circulum ex directo aspectu stereographicè transcribere, atque in partes secare. 582. A
Circulum ex obliquo aspectu stereographicè explanare. 583. E
Circulum maximum ex obliquo aspectu stereographicè descriptum in partes distribuere. 588. F
Circulum non maximū ex obliquo aspectu stereographicè proiectū in partes repræsentando secare. 595. E
Circulum, quem recta linea orthographicè repræsentat secta vtcumque, in partes reciprocè distribuere. 510. A
Circulū scenographicè in tabula repræsentare. 669. C
Circulo figuram quotcumque laterum æqualium inscribere necdum demonstratum. 254. D
in Circulo obliquè spectato quæ dimetientes æquales appareant. 284. D
Circuli horarij varij. 501. E
Circuli domorum cælestium inter positionum circulos connumerantur. 502. C
Circuli cælestes quo pacto imaginarij sint. 114. D
Circuli cælestes alij lationum, alij distinctiones vocantur. 499. B
Circuli cælestes qua occasione in planum transcribi cœperint. 454. A
Circuli sphæræ primò mobilis enumerantur. 499. D
Circuli diurni. 499. E
Circuli sphæræ cælestis sunt velut à motu astrorum relicta vestigia. 453. C
Circuli polares sunt vestigia polorum Zodiaci. 500. A
Circuli verticales, quos Arabes Azimuth nominant. 501. D
Circuli polares. 500. A
Circuli polares tantum distant à Polis mundi, quantum Tropici ab Æquatore. 500. A
Circuli semper apparentium, sempérque delitescentium maximi. 500. B
Circuli Almucantarath seu altitudinum. 501. C
Circuli diurni non verè sunt circuli, sed vnius spiræ volumina. 499. F
Circuli diurni impari interuallo ab inuicem disiunguntur. 499. E
Circuli latitudinum. 500. F
Circuli declinationum. 500. F
Circuli positionum. 502. C
Circuli domorum cælestium qui. 502. B
Circuli sphæræ immobilis. 501. A
Circulorum diurnorum munus. 500. A
Circulorum diurnorum portiones quæ supra Horizontem eminent, diem; quæ infra procumbunt, noctem repræsentant. 500. A
Circulorum inæqualium peripheriæ quæ æqualibus angulis subtenduntur, siue ad centrum siue ad circumferentiam, sunt inter similes. 590. A
Circulorum ex obliquo aspectu stereographicè proiectorum medietates, quas apparentes diametri disterminant, sunt inter se inæquales. 600. B
Circulorum ex obliquo aspectu stereographicè proiectorum partes partibus primitiuis comparantur. 601. E 603. A
in Circulis obliquis stereographicè proiectis quæ diametrus maxima, & quæ minima sit. 601. B
in Circulis obliquis stereographicè descriptis medietatum incrementa sunt decrementis proportionalia. 600. D
Circulos Horarios ex obliquo aspectu stereographicè designare. 630. B
Circulos omnes sphæræ planos facere secundùm Orthographicen visu per verticem ac sphæræ centrum procidente. 550. A
Circulos omnes sphæræ in plano orthographicè describere aspectu per mundi Polos traiecto. 546. A
Circulos sphæræ mobilis ex obliquo aspectu stereographicè describere. 630. B
Circulos quotcumque parallelos stereographicè descriptos vna opera in partes repræsentando distribuere. 599. C
Circulos sphæræ mobilis stereographicè explanare oculo in Polo constituto. 624. F
Circularis perimetri portionem in quotlibet partes secare, hactenus indemonstratum. 254. D
Circularis forma theatro aptissima est. 281. E
Circularis figura, qua nota visu dignoscatur. 171. E
Circumferentia figuræ cuiusque essentiam constituit ceu propria differentia. 171. E
Circumstantiarū consideratio memoriā firmat. 102. F
Coccinilla quid. 40. E
Cogitabundis axes optici nares versus contrahuntur. 21. D
Cognitio ab experientia originem ducit. 341. C
Cognitio confusa naturâ antecedit distinctam. 97. A
Cognitio confusa inter scientiam & ignorationem media est. 97. A
Collimantes cur alterum oculum claudant. 83. A
Color est, quod mouet actu perspicuum. 36. C
Color proprietas est corporis opaci. 31. F
Color non est lumen, vt Plato voluit. 37. A
Color non est superficies, vt malè Pythagoras. 36. D
Color est terminus perspicui in corpore definito. 36. D
Color non nisi lucis accessione videtur. 28. B
Color in extima tantùm corporis superficie conspicitur. 36. E
Color & lux visum terminant. 33. A
Color gemmarū quomodo in profundo videatur. 58. F
Color puniceus plus habet cyanei quàm amethystinus. 40. F
Color flauus visum attemperat. 42. B
Color simplicitati cælestiū corporū non repugnat. 35. B
Color aureus ex flauo & rubro componitur. 40. C
Color croceus plus habet rubedinis quàm fuluus. 40. F
Color cæruleus ex rubeo & caruleo componitur. 40. C

Color flammeus Aristoteli quis. 40. C
Color floridus Plinio quis. 40. C
Color austerus Plinio quis. 40. C
Color cæruleus inter simplices iucundissimus. 42. D
Color viridis ex flauo & cyaneo componitur. 40. C
Color materiæ inflammabilis in flamma apparet. 35. A
Color herbaceus plus habet flaui quam aruginеus. 40. F
Color è duobus compositus inter vtrumque medius est. 42. C
Color non in superficie, sed in sola profunditate diaphani perspicuus est. 32. D
Color cæruleus visum attemperat. 42. B
Color viridis cur omnium gratissimus. 42. C
Color intentionalis seu notionalis quis. 45. D
Color intentionalis tenuioris est essentiæ quàm corporeus. 45. D
Color corporeus duplex. 45. C
Color fuscus minùs remotè in visum agit. 60. B
Color viuacior interdum facit vt res propinquior quàm reipsa sit, appeat. 226. C
Color corporis admodum coruscantis minùs apparet. 46. C
Coloris cum lumine comparatio. 36. F
Coloris intentionalis cum lumine similitudo. 49. A
Coloris quà visibilis, forma est lumen. 38. B 64. B
Coloris & luminis discrimen. 36. C
Coloris species seu forma visibilis, est quidã color. 51. F
Colorem nihil aliud esse quàm lumen rationibus probatur. 37. B
Eadem sententia refutatur. 38. A
Colorem aliud esse quàm lumen, rationibus demonstratur. 37. E
Colores compositi simplicibus, quibus constant, suauiores sunt. 42. B
Colores qui apparentes vocantur, ad certa capita reuocantur. 43. A
Colores qui in mari variant ex luminis appulsu, veri sunt, non apparentes. 43. F
Colores in profunditate corporis quomodo interdum videantur. 36. E
Colores apparentes à veris quo differant. 43. A
Colores extremi cum ceteris omnibus amicam societatem ineunt. 40. D
Colores à panno aut viridi prato cum lumine repercussi, veri sunt, non apparentes. 43. F
Colores tunc tantùm esse, cùm videntur, Democriti sententia. 38. D
Colores qua ratione organum variè afficiant. 42. D
Colores instabiles pauonum, veri sunt, non apparentes. 43. C
Colores pauonum cur sole affulgente viuaciores reddantur. 43. D
Colores nubium, veri sunt colores propriæ inserti materiæ. 43. B
Colores longè minùs efficaces sunt lucidis corporibus ad sui similes producendos. 47. D
Colores apparentes qui sint. 45. E
Colores qui verè apparentes dicuntur, enumerantur. 45. B
Colores apparentes in solo versantur diaphano. 45. E
Colores apparentes à nullo corpore simili colore affecto proficiscuntur. 45. E
Colores quidam sympathiam, alij antipathiam cum aspectu habent. 42. E
Colores subitò in chamæleonte orti, veri sunt, non apparentes. 44. F
Colores per tincta vitra translucentes, veri sunt, non apparentes. 43. E
Colores quibus ex morbo oculi inficiuntur, specierum vim obtinent. 61. C
Colores intentionales non sunt defluuia, vt antiqui. 46. E
Colores à rebus lumine decisi ab iis qui in rebus sunt essentiæ tenuitate distant. 46. D
Colores cur nocte deliteſcant. 38. B
Colores intentionales pulchro experimento adstruuntur. 46. F
Colores intentionales cur sine lumine non producantur. 47. D
Colores intentionales cur clariùs in tenebris appareant. 47. D
Colores corporei qui. 45. C
Colores concreti qui. 38. E
Colores simplices & compositi quomodo ab Aristotele vsurpentur. 38. E
Colores à vicinis corporibus resilientes intentionales sunt, non materiales. 43. F
Colorum nomina vnde potissimùm desumpta. 40. F
Colorum simplicium quinque species, tres compositorum. 38. D
Colorum triplex differentia. 45. C
Colorum variæ permixtiones. 41. A
Colorum cum sonis comparatio ex Aristotele. 40. C
Colorum species sola intensione aut remissione distinctæ. 40. E
Colorum triplex compositio. 39. B
Colorum realis compositio. 39. C
Colorum realis compositio in rebus fit. 39. C
Colorum intentionalis compositio. 39. C
Colorum intentionalis compositio in medio diaphano fit. 39. D
Colorum notionalis compositio in oculo fit. 39. D
Colorum notiones per species quomodo fiant. 51. F
Colorum vires, quibus aspectum afficiunt. 41. C
Colorum tres mediæ species simul permixtæ ingratum colorem gignunt. 40. C
Colorum instabilitas in plumis pauonum vnde. 43. D
Colorum conuersiones mirabiles. 38. F
Colorum varietates physica ratione explicare quàm sit arduum. 39. A
Columna Traiani scamillum habet subiectum plintho. 262. D
Columna nubis & ignis ex qua fuerit materia. 421. F
Columna nubis & ignis quantæ fuerit molis. 422. B
Columna nubis & ignis, an vero igne succensa radiauerit. 422. A
Columna quæ interdiu nubem, eadem noctu ignem præ se ferebat. 422. B
Columna nubis & ignis Angeli ministerio deferebatur. 422. C
Columna nubis & ignis lumen habebat diuinitus insitum. 421. F
Columnæ nubis & ignis fulgor par lunari splendori fuit. 422. A
Columnæ quæ in aduersis sunt planis æquales omnes scenographicè transcribuntur. 654. C
Columnæ quò sunt excelsiores eò minorem admittunt summi scapi contractiuram. 232. D
Columnarum summi scapi, & hypotrachelia ratione altitudinis contrahi debent. 232. E
Columnarum striæ secundùm Orthographicen ducere. 554. F
Columnationes in circulum digestæ quomodo ortho-

graphicè sint designandæ. 555. A
Coluri circuli in sphæra qui. 500. E
Colurus alter Æquinoctiorum alter Solstitiorum dicitur. 500. E
Coluros stereographicè plano inscribere, oculo in Æquinoctij signo constituto. 609. A
Coluros in planum orthographicè transcribere, visu per Æquinoctia & Horizontem incedente. 523. C
Communia obiecta visus. 29. D
Communia obiecta visus enumerantur. 30. C
Communia sensilia proprias species sensiteriis inurunt. 50. C
Communia obiecta qua nota distingui debeant. 30. D
Communia obiecta cognoscuntur collatione, aut distinctione, aut prænotione, aut syllogismo. 151. F
Cõmunia obiecta visus alia ex aliis cognoscũtur. 152. D
Communia obiecta cur internorum sensuum præsidio ad sui cognitionem opus habeant. 151. F
Communium obiectorum species sunt modi & velut appendices propriorum. 50. F
Communium obiectorum species à specie propriorum non distinguuntur. 50. E
Communibus obiectis visus annexa. 30. C
Compassione sola non fit visio. 70. C
Compositio colorum triplex. 39. B
Compositio realis colorum. 39. C
Compositio intentionalis colorum. 39. C
Compositio notionalis colorum. 39. D
Compositus color inter duos simplices est medius. 42. C
Compositi colores venusti tres. 40. C
Compositi colores simplicibus, quibus constant, suaviores sunt. 42. B
Compositorum situum species. 177. D. 182. C
Compositi situs ex particularium notitia colliguntur. 182. C
Comprehensio rei qua absoluta dicatur. 172. E
Concauũ ex minore partium extremarũ elongatione, quàm in rectis accidat lineis, cognoscitur. 168. E
Concaui aspectus triplex. 168. E
Concaui & connexi dignotio è propinquo, quàm è longinquo certior est. 169. F
Concordes membrorum motus subinde ex sympathia proficiscuntur. 21. A
Concretio musculorum, motus membrorum coniungit. 21. A
Conditiones obiecti visus. 58. B
Conferentia organi visus. 58. C
Confundi qua dicantur. 387. E
Confundi mixtilia tribus cõditionibus accidit. 388. A
Cõfundi qualitates momento tẽporis nequeunt. 389. A
Confusa cognitio inter scientiam & ignorationem media. 97. A
Confusa cognitio naturâ antecedit distinctam. 97. A
Confusa mixtilia se mutuò nequaquã penetrãt. 389. D
Confusorum mixtilium singulæ partes distincta habent loca. 389. D
Coniecturale iudicium ex propria opinione ducitur. 224. B
Coniecturale iudicium sæpè fallit. 224. B
Coniunctæ hominum vires ingentia præstant molimina. 381. C
Coniunctiua oculi tunica, græcè ἐπιπεφυκὼς. 4. C
Connectẽs centra visuũ recta linea qua dicatur. 107. F
Connectens extrema neruorum opticorum recta linea qua dicatur. 108. C
Contignationes domorum tantò altiores fieri debent, quantò ampliora subtus loca habent. 260. D
Contiguum quid. 183. E
Continuitas non est distantiæ priuatio. 183. D
Contiguum à continuo visus non discernit. 183. F
Continuitas vnitatem parit. 152. C
Continuum qua ratione visu percipiatur. 183. C
Conus quid ex Apollonio. 443. E
Conus opticus quis. 109. C
Conus ex inæqualibus circulis sibi mutuò incumbentibus conflatur. 322. D
Conus secundùm basin spectatus in triangulum orthographicè profunditur. 552. E
Conus & cylindrus in longitudinem rectis lineis distenduntur. 169. E
Conus secundùm axem spectatus in circulum orthographicè proijcitur. 552. B
Conus & cylindrus vno tantùm respectu conuexitatem habent. 169. E
Conus si planis secetur subcontrariis, & quæ per axem triangula, iisdem planis subcontrariè dissecantur. 482. A
Conus & cylindrus trauersis circulis ambiũtur. 169. F
Conus in transuersum circulis cingitur inæqualibus. 169. F
Coni portio quæ videtur eò sit maior quò oculus altiùs in eadem à cono distantia attollitur. 329. D
Coni sola basis videtur, cùm radius ab oculo ad verticem pertinens basin attingit. 326. A
Coni sectio quæ producta vtrumque latus infra verticem secat, ellipsin repræsentat. 287. A
Coni & pyramidis discrimen. 443. D
Coni sectio subcontraria similem basi figuram exhibet. 481. B
Coni sectio basi parallela circulum producit. 286. D
Coni axis quis dicatur. 142. B
Coni orthographiam in partes distinguere. 554. A
Coni quintuplex sectio. 286. C
Coni sectio per verticem acta triangulũ præbet. 286. D
Coni sectio alteri laterum parallela, parabolam gignit. 286. E
Coni sectio quæ producta cum altero latere item producto supra verticẽ coit, hyperbolem exhibet. 286. F
Coni sectio quæ producta cum altero latere item producto infrà congreditur, ellipsin offert. 287. A
Coni orthographica proiectura, si radius axi normalis sit, triangulum est, basin habens dimidiatam ellipsin. 553. A
Coni superficiem oculus per radium ad verticem exporrectũ incedens eamdem semper intuetur. 327. D
Coni recti vmbra scenographica. 676. A
Coni obliqui vmbra scenographica. 677. F
Conum scalenum subcontrariè secare. 480. D
in Cono vt se habet vnius circuli portio quæ videtur, ad eam quæ latet; sic visa superficies ad reliquam quæ non apparet. 322. C
in Cono similes sunt omnium circulorum portiones, quas oculus vnico aspectu contuetur. 321. D
Conica superficies, oculo supra verticem incumbente, tota conspicua est. 324. E
Conica superficies, oculo in latere supernè producto existente, tota sub aspectum cadit. 325. C
Conicæ superficiei plus medietate videbitur, si radius opticus in verticem delapsus obtusum angulum fecerit. 374. A
Conicæ superficiei minus medietate videbitur, si radius ab externo oculo ad verticem destinatus acutum angulum fecerit. 222. E
Conicæ superficiei tum maior portio videtur, cùm radius

dius ad verticem ductus, ampliorem cum axe angulum facit. 328. C
Conicæ superficiei media pars videbitur si radius opticus axi ad verticem normalis fuerit. 323. C
Conicæ superficiei pars quæ videtur, oculo per planum in quo & basis appropinquante, minor est; apparet autem maior. 326. E
Contrarium ab altero pugnâ deuictum cedere cogitur. 386. F
Contraria tribus modis se mutuò excludunt. 386. E
Contraria iuxta se posita magis elucescunt. 353. A
Contrariorum contraria est ratio. 167. D
Contrariorum eadem est disciplina. 167. D
Conuexum percipitur ex præcipiti partium extremarum recessu. 168. A
Conuexi mediæ & extremæ partes quæ intelligendæ. 168. A
Conuexi & concaui æstimatio è propinquo certior est quàm è remoto. 169. F
Conuulsio oculorũ res distinctè videri prohibet. 127. A
Cor officina est spiritus vitalis. 24. F
Cordis agitatio à vitali, non verò ab animali fit spiritu. 92. F
Chordâ testudinis ictâ, cur altera consonet. 70. E
Cornea tunica. 2. E. 4. D
Corneæ tunicæ descriptio. 4. D
Corneæ tunicæ forma. 4. E
Corneæ tunicæ proprietates. 4. D
Corneæ tunicæ origo. 2. E. 4. D
Corneæ tunicæ, & glacialis humoris suprema superficies non æquè distant. 12. D
Corpus diaphanũ colore perspicuo infectũ rarefactione aut condẽsatione essentiã coloris non mutat. 35. A
Corpus lumini obiectum in opacum & illustratum distinguitur. 424. E
Corpus opacum inter rem visilem aspectumq; interiectum, si axibus comprehenditur, nullam rei partem obtegit. 145. B
Corpus opacum inter rem visilem & aspectum interiectum, si axes opticos non attingit, partem rei vtroq; visu spectandam relinquit. 146. B
Corpus opacum inter rem visilem & aspectum interiectum, si opticos axes excedat, partem rei ab aspectu surripit. 145. D
Corpus omne suapte natura diaphanum. 32. F
Corpus omnifariam diuidi potest. 431. C
Corpus vmbram vnius semper modi profert. 431. C
Corporis partes qua ratione distinguantur. 4. A
Corporis partes animæ sunt instrumenta. 23. C
Corporis spectati radius opticus pyramis est aut conus. 115. B
Corporis opaci vmbra semper est corpus. 431. A
Corpora maiora cur longius actionẽ profundant. 53. F
Corpora maiora cur è remotiore loco videantur. 53. F
Corpora opaca fiunt luminis aut coloris infectione. 32. F
Corpora cælestia colores non respuunt. 35. B
Corpora regularia quæ. 552. A
Corpora beatorũ subtilitate donata, densissima quæque corpora inuadent. 388. B
Corporeus color duplex. 45. C
Corporei & mentalis aspectus discrimina. 104. A
Corporei colores qui. 45. C
Corybantia quid. 8. F
Cosmographia duobus constat, historia & delineatione. 455. B
Crassities propria est qualitas corporum qua se mutuò protrudunt. 387. B
Crassum & tenue in iis tantùm locum habent quæ solida nuncupantur. 164. C
Crassum illud dicitur cuius duæ dimensiones tertia sunt minores. 164. C
Crassum & tenue ad aliquid dicuntur. 164. C
Crepusculum qua hora incipiat ac desinat, ex Orthographia indagare. 531. D
Crepusculum non est portio aliqua primi luminis in aëre superstes. 383. C
Crepusculi magnitudinem ex Orthographica proiectura indagare. 529. E
Crepusculi circulum orthographicè designare visu secundùm planum Horizontis incedente. 529. A
Crepusculi dubium lumen vmbræ ac tenebrarum est interstitium. 426. A
Crepusculi lux cur crepera seu dubia sit appellata. 426. A
Crepusculi lumen non vnius est gradus. 426. E
Crepusculi lumen ab aëre illustrato procedit. 373. A
Crepusculi fines. 501. C
Crepusculi limitem stereographicè definire oculo in Horizonte posito. 614. A
Crepusculi magnitudinem ex Stereographica descriptione inuestigare. 614. E
Crepuscula Australia in sphæra obliqua Borealibus non respondent. 532. A
Crepuscula in sphæra recta semper ante sextam incipiunt, & post sextam desinunt. 532. A
Crepuscula in sphæra recta inæqualia sunt. 530. B
Crepuscula in sphæra obliqua subinde post sextam incipiunt, & ante sextam desinunt. 532. A
Crepuscularis circulus quis. 501. C
Crocus cæruleo mixtus viridem colorem gignit. 39 D
Croceus color plus habet rubedinis, quàm fuluus. 40. F
Crystallus, suppositæ argenti bracteæ colore infecta, tota tincta videtur. 354. A
Crystallinus oculi humor. 2. F 5 F
Crystallinus humor nobilissima oculi pars. 5. F
Crystallinus humor alitur è cerebro. 3. A
Crystallinus humor inter vitreum aqueumque interiacet. 6. B
Crystallinus humor aranea tunicæ spissamentum esse dixit Ruffus. 27. B
Crystallinus humor non est præcipuum visionis organum. 22. F 23. C
Crystallinus humor nõ est perfectè sphæricus. 3. A 10. E
Crystallinus humor non est in oculi medio constitutus. 10. E
Crystallinus humor priore parte vitrei continetur. 3. A
Crystallinus humor non à vitreo, sed à sanguine alimentum capessit. 19. A
Crystalloides terram, tunicæ verò oculi cælos repræsentant. 107. E
Crystallini humoris figura. 3. D
Crystallini alimentum per venas retinæ in araneam deriuatur. 19. B
Crystallini humoris anterior pars depressior, posterior sphærica. 10. F
Crystallini humoris situs pupillæ propinquior. 10. F
Crystallini & aranea consensus. 27. C
Crystallini humoris substãtia minùs diaphana. 6. A
Crystallino humori inest principium sensus. 26. A
Crystallino humori ceteræ oculi partes subseruiũt. 6. A
Cubi Orthographica proiectio secundum triplicem aspectum. 556. C
Currus dum mouentur, minori vi incitantur quàm dum quiescunt. 382. E

Currum rotæ quandoque circulares, quandoque vt ellipses apparent. 289. C
Curuitas irregularis quæ dicatur. 167. D
Curuitas irregularis quomodo visu percipiatur. 167. C
Cyaneus color inter simplices iucundissimus. 42. D
Cyaneæ insulæ ponti Euxini. 349. D
Cylindrus & conus vno tantùm respectu conuexitatem habent. 169. F
Cylindrus & conus trãsuersis circulis ambiũtur. 169. F
Cylindrus in transuersum circulis cingitur æqualibus. 169. F
Cylindrus & conus secundùm longitudinem rectis lineis distenduntur. 169. F
Cylindrus fit ex conuersione rectanguli circa alterum quiescens latus. 315. C
Cylindrus est ordinata plurimorum circulorum sibi mutuò incumbentium aggregatio. 315. C
Cylindri portio quæ spectatur, tangentibus radiis opticis continetur. 313. C
Cylindri æqualis semper portio cernitur oculo per lineam axi parallelam incedente. 318. D
Cylindri pars visa quandoque parallelogrammo continetur. 315. D
Cylindrus orthographicè profusus, si radius axi normalis sit, rectangulum gignit. 553. D
Cylindri Orthographica forma, si radius axi sit parallelus, circulus est. 553. B
Cylindri orthographica forma ex obliquo aspectu quadrilatera est, duas habens dimidiatas ellipses. 553. E
Cylindri solæ basis conspicua est, oculo cum axe in rectam lineam incidente. 319. C
Cylindri conuexum, quod videtur oculo appropinquante, est minus; apparet autem maius. 317. E
Cylindri orthographiam in partes distribuere. 554. A
in Cylindri cauum quo pacto ab ambitu vmbra incidat. 680. D
Cylindri recti vmbra Scenographica. 677. A
Cylindri obliqui vmbra Scenographica. 678. C
in Cylindro vt se habet circuli portio quæ videtur ad eã quæ latet; sic visa superficies ad non visam. 315. B
in Cylindro æquales sunt omnium circulorum portiones, quas vnicus aspectus comprehendit. 314. D
Cylindricæ superficiei vno oculo minus medietate videtur. 316. A
Cymatilis color quis. 40. E 44. A

D.

DACTYLI. 17. B
Declinatio rei duplex. 179. B
Declinatio stellæ quæ. 500. F
Declinationis situs quomodo visu deprehẽdatur. 179. B
Declinationum circuli. 500. F
Declinationũ circulos orthographicè explanare visu per Æquinoctia & Horizontẽ transeunte. 545. C
Declinationum circulos stereographicè explanare oculo in Æquatore collocato. 612. A
Deductiones aquarum dioptris librantur. 175. C
Delineatio, Anaglyptices, Sculptoriæ, Cælatoriæ, Statuariæ, & Plastices est mater. 457. B
Delinquentes animo temporis momenta coniungunt. 225. B
Deliquium animi patientes cur non videant. 78. F
Delirantium variæ imagines vnde proueniant. 25. D
Democritus per vacuum medium formicam in cælo è terris videri posse affirmabat. 74. E
Democritus tunc tantum colores esse censuit, cùm videntur. 38. D
Democriti error. 62. D
Democriticorũ commentum de specierũ defluuiis. 49. F
Densitas corporum lumini ac rerum formis non obsistit. 31. E
Depressio quo pacto visu deprehendatur. 166. C
Designatio Sculptoriæ & Pictoriæ fundamentũ. 637. C
Designatio est picturæ materia. 637. D
Deus sua essentia immediatè agit. 77. F
Deus in miraculorum ostensione naturales modos sæpè vsurpat. 422. C
Dextri ac sinistri medium axes optici ad Horizontem sociati indicant. 175. D
Dexteriora apparent, quæ radiis videntur dexterioribus. 257. B
Dextrorum partes quò à visu sunt remotiores, eò magis in sinistram educi videntur. 257. E
Diaphanum quid. 31. C
Diaphanum dicitur, quod lumini peruium est. 358. A
Diaphanum in sublunaribus nullum perfectum. 32. B
Diaphanum duplex. 32. B. 119. D
Diaphanum absolutè quid. 32. B
Diaphanum omnino perfectũ videri non potest. 32. E
Diaphanum medium quid. 32. C
Diaphanum primum ac secundum quod. 119. D
Diaphanum aliud rarius, aliud densius. 120. A
Diaphani varij intensionis gradus. 31. D
Diaphani diuersitas ex opaci admixtione oritur. 31. D
Diaphani cum visu & obiecto collatio. 62. E
Diaphani & opaci mutua ad visionem subsidia. 58. F
Diauliſci rectos radios admittunt. 372. B
Dies vernales & autumnales maioribus momẽtis augẽtur & minuũtur, quàm hiemales & æstini. 380. B
Diei noctisque quantitatem ex Orthographia explorare. 538. F
Diei noctisq; quantitatẽ stereographicè metiri. 619. D
Dierum incrementa & decrementa vniformiter difformia sunt. 380. A
Dierum incrementa circa Æquatorem maiora quàm circa Tropicos. 380. B
Differentiæ positionum cur numero sex. 642. D
Differentiæ rerum aspectu quidem, at non sine intelligentia percipiuntur. 101. F
Differentias motuum, quibus oculi agitantur, internus sensus distinguit. 22. A
Differẽtias vltimas multi etiã sapientes ignorãt. 100. D
Difformitas actionis continuæ vnde æstimandæ. 379. F
Digito pedis icto compatiuntur inguina. 70. D
Digito auriculari plicato proximus sponte sequitur. 21. A
Digitorum extremitates tactu pollent acutiori. 26. F
Dimensionis trinæ ratio. 642. D
Dionysius Siculus eductos è carcere in candidissimam domum excæcasse fertur. 41. D
Dioptris librantur aquarum deductiones alueorumq; fastigia. 175. C
Directæ omnes lineæ ad punctum tabulæ primarium contendunt. 643. B
Directas lineas scenographicè describere. 660. B
Directè oculis oppositorum remotiores partes quæ à dextris sunt, dextrouersum magis; quæ verò à sinistris propiùs, in sinistram accedere videntur. 258. C
Directus situs quomodo visu percipiatur. 179. F
Directus atque obliquus situs duobus oculis indubitatè cognoscitur. 180. B
Directiùs visui oppositæ, perfectiùs videntur; & quò obliquiùs, eò imperfectiùs. 238. B
Discretio atque iudicium quo differant. 101. F

Discretio numerum, multitudinem, paucitatemque gignit. 152. C
Discretio continuationi priuatiuè opponitur. 183. E
Discretum qua ratione visu percipiatur. 183. C
Disgregatio visus quid. 41. E
Disputatio aduersus Galenum de magnitudinis cognitione. 159. D
Distantia est coniunctionis priuatio. 154. A
Distantia duobus modis dicitur. 153. E
Distantia moderata quæ dicatur. 219. E
Distantia immoderata quæ. 220. A
Distantia moderata & immoderata ad aliquid dicuntur. 220. C
Distantia oculi infinita quæ. 503. E 504. F
Distantia infinita oculi ad aliquid dicitur. 503. F
Distantiæ infinitæ exemplum. 504. B
Distantiæ quantitas est magnitudo corporis quod inter rem visumque intercedit. 154. A
Distantiæ quæ maioris visibilis comparatione mediocris est, ea minoris respectu iusto est maior. 220. B
Distantia mediocris visui est quàm maximè symmetra. 217. D
Distantia ex nota rei magnitudine inuestigari solet, cùm certiora præsidia denegantur. 158. A
Distantia ex nota rei magnitudine intellectu potiùs quàm externo sensu cognoscitur. 158. D
Distantia interdum ex nota rei magnitudine argumentando colligitur. 158. A
Distantia ex nota rei magnitudine æquè vno ac duobus oculis accipitur. 158. D
Distantia & distantiæ quantitas differunt. 154. A
Distantia duobus oculis per se cognoscitur ex axium opticorum longitudine. 156. D
Distantiæ affines proprietates. 152. B
Distantiæ variatio magnũ est motus indicium. 190. B
Distantiæ cognitio quæ ex nota rei magnitudine hauritur, rerum præcognitione & assuetudine plurimùm iuuatur. 158. C
Distantiæ maiores & minores quo sensu accipiantur. 157. C
Distantiæ exacta cognitio temporis moram deposcit. 226. D
Distantiam rei subductis intermediis corporibus quasi diuinando aspectus coniectat. 224. B
Distantiam ex axium cõcurrentium angulis cognosci posse, non rectè quidam dixerunt. 155. F
Distantiam auditus percipit. 225. F
Distantiã vnus oculus per se definire non potest. 154. C
Distantiam quomodo vnus oculus ex accidenti cognoscat per interiecta corpora. 155. B
Distantiam duo etiam oculi per interiecta corpora explorant. 155. C
Distantiæ maiores ex cæruleo colore rebus affuso interdum cognoscuntur. 223. C
Distantiæ, minores semper quàm reipsa sint, conspiciuntur. 220. D
Distantiæ minores ex axium longitudine, maiores ex interiectis corporibus exactiùs discernũtur. 157. C
in Distantiis rerum tum maximè visus hallucinatur, cùm aut visile longiùs distat, aut nullum corpus inter visum & visile intercedit. 222. A
Distantias astrorũ visus per se non assequitur. 223. C
Distare vnum ab alio nil certius, at quantum distet, incertissimum. 154. A
Distare aliud ab alio qua ratione probetur. 154. B
Distinctio atque identitas quomodo visu percipiantur. 184. A
Distracta luminum societate cuncta geminari videntur. 345. F
Dodecaëdri orthographica proiectio secundùm triplicem aspectum. 558. E
Domus cælestes, si per æquales portiones Æquatoris agantur, in sphæra obliqua sunt inter se inæquales. 544. F
Domorum cælestium circuli qui. 502. B
Domorum cælestium circuli inter circulos positionum connumerantur. 502. C
Domorum cælestium terminos stereographicè ponere, oculo in communi Horizontis & Æquatoris sectione collocato. 623. B
Domorum cælestium circulos stereographicè proiycere oculo in vertice constituto. 633. E
Domorum cælestium circulos ex obliquo aspectu stereographicè designare. 635. A
Domorum cælestium circulos stereographicè explanare, visu in communi Horizonti & Meridiani sectione collocato. 634. E
Domorum cælestium terminos orthographicè ponere, aspectu per Æquinoctia & Horizontem delato. 544. A
Dubium sitne aliquis sub luna concauitate elementaris ignis. 31. D
Duobus oculis quomodo idẽ distinctè videatur. 85. A
Duobus oculis spectatum cur non semper geminum videatur. 85. B

E.

EBRII *interdum res geminas vident.* 25. C
Ebrij cur balbutiant. 25. D
Ebriorum pedes cur labent. 25. D
Ebriosis cur omnia agitari videantur. 348. E
Eclipsis solis. Vide *Solis defectus.*
Eclipsis lunæ. Vide *Lunæ defectus.*
Eclipsi solis visa excæcatos quosdam refert Galenus. 35. C
Eclipses solis non sunt vniuersales. 503. F
Ecliptica. 500. C
Ecliptica orthographica proiectio visu Æquinoctiis & Horizonti respondente. 524. C
Ecliptica orthographicam proiecturam, in partes repræsentando secare. 526. A
Alius modus. 526. E
Eclipticam stereographicè transcribere oculo in altero Æquinoctiorum collocato. 611. A
Ecliptica stereographicam proiecturam in partes diuidere, oculo in alterius Æquinoctij puncto constituto. 611. A
Ectropia quid. 8. F
Ectypa ex protypis fiunt, hæc verò ex designatione. 457. C
Efficiens causa illa potentior est, quæ vel æqualem effectum ad maius spatium profundit, vel eodem spatio maiorem producit effectum. 379. C
Effectus suæ causæ proportionatus esse debet. 379. B
Effectus sæpè causarum sunt indices. 341. C
Elementa non extant pura. 44. A
Elemẽtares qualitates aliæ actiuæ, aliæ passiuæ. 358. F
Ellipsis quid. 465. E
Ellipsis vnde dicta. 465. E
Ellipsis est circulus diminutus. 465. E
Ellipsis primò in Coni sectionibus reperta. 465. C
Ellipsis media est inter parabolam & circulũ. 287. C
Ellipsis vt regula & norma designetur, ex Guido Vbaldo. 476. F

Ellipſis deſcriptio organica, vnóque ductu. 475.B
Ellipſis vt circino deſcribi poſſit. 476.B
Ellipſis deſcriptio difficilis. 471.E
Ellipſis rectum latus quod, & quod tranſuerſum. 465.E 466.F
Ellipſis quodam oculi ſitu vt circulus apparet. 293.F
Ellipſis vno quidem obliquo ſitu in circulum proijcitur, alio verò in diſſimilem ellipſin. 517.A
Ellipſis directo aſpectu in ellipſin orthographicè proijcitur primitiuæ æqualem ac ſimilem. 516.D
Ellipſeos coniugatæ diametri quæ. 480.C
Ellipſeos diametro ordinatim applicari rectæ quædam lineæ dicuntur. 480.C
in Ellipſi recta linea, iuxta quam poſſunt quæ ad diametrum ordinatim applicantur, tertia eſt proportionalis. 465.B
Ellipſeos diametro maxima data, & puncto quopiam, per quod ellipſis incedat, minimam diametrum reperire. 477.F
Ellipſeos minima diametro data, punctóque per quod ellipſis incedat, maximã diametrũ inuenire. 478.C
Ellipſeos extremas diametros inueſtigare, datis quibuſcumque diametrorum coniugationibus. 479.A
Ellipſeos diametro quacumque data alteram ei coniugatam aſſignare. 480.A
Ellipſin circa datas extremas diametros deſcribere. 471.D
Ellipſin deſcribendi modus ex Guido Vbaldo. 474.F
Ellipſin per puncta ducere. 472.A
Ellipſin deſcribendi rationes omnes ad duo capita reuocari poſſunt. 471.F
Ellipſin in cylindri ſectione oſtendit Serenus. 465.E
Ellipſin deſcribendi ratio ex coni ſectione deſumpta. 472.C
Ellipſin deſcribendi modus ex cylindri ſectione repertus. 473.E
in Ellipſi deſcripto circa extremam diametrum circulo, quæ à circuli peripheria ad diametrum normales ducuntur, ab ellipſi in eamdem rationem diſſecantur. 468.C
in Ellipſi earum quæ à diametro ad peripheriam ordinatim educuntur quadrata ita inter ſe ſunt, vt à diametri ſegmentis rectangula. 467.E
Eminentiam quomodo viſus exploret. 166.E
Eminentiæ & profunditates ſi exiguæ ſint ex vmbris deprehenduntur. 170.A
Emiſſitios oculos quædam animantia nacta ſunt. 7.D
Empedocles non rectè lumen corpus eſſe dixit. 33.D
Empedoclis ſententia, ſimilia ſimilibus cognoſci. 15.F
Empedocles dicens omnia ſimilibus cognoſci, Deum facit ignorantiſſimum. 16.E
Empedocles ſecum pugnat, lumina corpora eſſe, & ſibi minimè officere aſſerens. 386.D
Epicurus tantillum eſſe ſolem putauit, quantillus apparet. 231.D
Epicuri commentum de magnitudine ſolis refellitur. 231.D
Epicurei aſtra orientia ſuccendi, occidentia extingui exiſtimarunt. 38.D
Epicurei viſionem fieri per corporeos defluxus ab obiectis cenſuerunt. 74.B
Eadem ſententia refutatur. 74.C
Epigramma de Phidiæ & Alcamenis certamine. 263.A
Equi nonnulli cæſij. 5.C
Equis celeribus diu vecti, in quiete etiamnum equitare ſibi videntur. 186.E
Error illorum, qui pulchritudinem & deformitatem inter communia viſus obiecta numerant. 31.A
Error illorum qui ſimilitudinem & diſſimilitudinem inter obiecta communia viſus referunt. 30.E
Error illorum, qui tranſparentiam, opacitatem, obſcuritatem, & vmbram communibus viſus obiectis adnumerant. 30.F
Erubeſcentia in hominibus vnde. 44.F
Eſſentiæ rerum ex quibus cognoſcantur. 385.E
Eſſentiæ rerum tempore cognoſcuntur. 96.D
Eſſentiæ rerũ non niſi ex prænotione dignoſcũtur. 96.A
Eſſentiæ rerum collatis indiuiduorum imaginibus cognoſcuntur. 96.B
Eſſentiæ inferiores ſuperiorum comparatione ad ſuam cognitionem maiore indigent tempore. 96.E
Eſſentiæ, quarum cognitio ex pluribus pendet, ampliori indigent temporis interuallo. 96.E
Euclidis theorema 25. Opticorum explicatur. 306.E
Euthygrammũ obliquo aſpectu examinari ſolet 166.B
Exemplum ranunculi de magnitudinis æſtimatione ex Satyrico. 235.C
Experientia eſt magiſtra ſcientiæ. 2.A
Experientia omnis cognitionis initium. 341.C
Experientia cur à pluribus actibus dependeat. 215.F
Experimentum inſigne, quo oſtenditur frigidum ſolo attactu ſentiri. 359.A
Experimentum ludicrum, probans incertam diſtantiæ cognitionem quæ vno oculo accipitur. 154.F
Experimentum quo intentionales colores adſtruuntur. 46.F
Aliud. 47.E
Experimentum circa lucentes in tenebris cattorum oculos. 18.A
Experimentum, quo inueſtigandum an ſalua ſit videndi facultas. 20.A
Externæ oculi partes quæ. 2.D 8.A
Externæ oculi partes oculum tuentur. 8.A
Externus viſus nullum per ſe eſſentiæ gradum percipit. 98.D
Externus viſus ſine ope ſenſus communis operari nil poteſt. 93.B
Externus viſus nullas percipit rerũ differentias. 93.C
Externus viſus propriam actionem non percipit. 90.B
Externus internuſque viſus ab obiecti pendent præſentia. 93.F
Externo viſu res abſens videri vt præſens poteſt, obſeruata in eo per diuinam potentiam ſpecie. 94.C
Externorum ſenſuum internique conſenſus. 93.D
Externorum ſenſuum impotentia non eſt ſomnus. 90.D
Extra horopterem conſtituta in horoptere indefinitè videntur. 149.D
Extremi colores cum ceteris omnibus amicam ſocietatem ineunt. 40.D

F.

Facies humana horrendum in modum fœdata, quo pacto eminus tamẽ formoſa appareat. 232.A
Facultas animæ triplex. 24.F
Facultas videndi non æqua eſt omnibus. 66.F
Facultas ſentiendi ei ineſt quod patitur. 26.F
Facultas videndi ſolidæ parti ineſſe debet. 25.A
Facultas videndi in extremitate nerui optici præcipuè viget. 26.F
Facultas videndi parti animatæ ineſſe debet. 25.A
Fallacia ſenſuum triplex. 214.E
Fallacia aſpectus vna ſæpè ex alia naſcitur. 234.B
Fallacia tum ſolùm in viſum irrepit, cùm cauſa ignoratur. 218.C

Fallacia tum solùm in visum irrepit cùm causa ignoratur. 218.C
Fallacia illa est, qua res absens vt præsens videtur. 95.A
Fallaciæ aspectus innumeræ. 195.F
Fallaciæ aspectus tum mente, tum aliis sensibus corriguntur. 218.A
Fallacia vnius sensus alterius sensus præsidio arguitur. 218.E
Fallaciæ aspectus circa communia obiecta potissimùm contingunt. 195.F 215.E
Fallaciæ aspectus aut depravato intuitu, aut falsa æstimatione, aut vitioso syllogismo inferuntur. 216.C
Fallaciæ omnes aspectus ex octo circumstantiarum asymmetria oriuntur. 217.B
Fallaciæ aspectus in mediis obiectis quàm in communibus pauciores. 352.C
Fallaciæ aspectus quæ circa magnitudinem obueniunt, ex ignorata rei distantia originem ducunt. 162.B
Fallaciæ aspectus circa similitudinem & dissimilitudinem, itemque circa pulchritudinem ac deformitatem nullæ. 352.D
Fallaciæ aspectus circa vmbram & tenebras vix vllæ. 352.C
Fallaciarum, quæ circa distantias contingunt, duplex causa. 222.A
Fallacias aspectus circa distantiam mens corrigit similium comparatione. 221.B
Fallacias visus emendari non posse, quibus rationibus probetur. 218.A
Fallaciis aspectus circa motum cur maximè pueri capiantur. 349.C
Fallitur potissimùm circa distantiam aspectus cum ea supra modum excrescit. 222.B
Feles solem fixis oculis aspiciunt. 67.B
Feles noctu vident. 16.A
Feles interdiu ab interno oculorum lumine nihil præsidij accipiunt. 17.B
Felium oculi lucidi. 16.A
Felium pupillæ in tenebris non splendent. 18.A
Figura glacialis siue crystallini humoris. 3.D
Figura sphærica cur oculo accommodatissima. 10.D
Figura sectionis oculi. 3.D
Figuræ sitne censenda inter communia obiecta visus. 29.E
Figura solida ex laterum dispositione aspectu cognoscitur. 173.C
Figura polygona quæ. 173.A
Figura polygona ex maiore angulorum quàm laterum à visu distantia colligitur. 173.A
Figura rectilineæ quæ dicatur. 172.E
Figura plana in parallelum planum similem sibi vmbram profundit. 674.A
Figuræ planæ centrum quod. 110.B
Figuræ affectiones. 152.B
Figuram rectilineam scenographicè repræsentare. 663.F
Figuræ omnes in sphæræ superficie descriptæ circulorum portionibus constant. 574.E
Figuræ omnes circumferentiis ceu propriis differentiis distinguuntur. 171.E
Figuræ cuiusque essentiam propria circumferentia constituit. 171.E
Figuræ omnes ex circumferentia inspectione cognoscuntur. 171.E
Figuræ similes ex parallelis planis in similes formas orthographicè procidunt. 520.C
Figurarum solidarum discrimina. 173.C
Flammeus color Aristoteli quis. 40.C
Floridus color Plinio quis. 40.B
Flauus color visum attemperat. 42.B
Fluminibus diu spectatis, si oculos aliò transferas, quæ stant, moueri videntur. 57.E
Fœtus in vtero primò vegetat, posteà sentit, ac tandem mouetur. 97.B
Forma. Vide *Species, Imago, Simulachrum.*
Formæ rerum vltra crystallinum non progrediuntur. 6.B
Formæ rerum distinctarum singulæ singulis radiis directè in oculos illabuntur. 115.D
Formæ singularum rerum quomodo pluribus radiis in oculos inferri possint. 116.B
Formæ rerum à qua parte proueniant quomodo visus dignoscat. 118.B
Formæ per foramen transparentes inuersæ apparent. 451.A
Formæ per foramen transparentes interdum rebus ipsis sunt æquales, aliàs maiores vel minores. 451.D
Formalis similitudo quæ. 51.A
Fornacis accensæ continuo aspectu visus hebetatur. 35.D
Fraus insignis præstigiatorum. 47.A
Frigidum sola attractatione sentitur. 359.A
Frigus aërem densat, calor diducit. 359.A
Frigus nullam de se frigiditatem effundit. 359.A
Frons quid commodi afferat oculis. 8.B
Frontis ædificij Scenographica descriptio. 653.F
Frontem ædificij ex aduerso spectatam orthographicè describere. 561.D
Furibundi diuulsis circa latera oculis distinctè non vident. 21.D

G.

GALENVS *sententiam Platonis probauit de insito oculorum lumine.* 15.F
Galenus luminis emissione visionem fieri cum Platone censuit. 72.D
Galenus vno oculo clariùs nos videre putauit. 81.F 83.C
Galenus causam geminati aspectus proximè est assecutus. 344.D
Galeni experimentum quoddam refellitur. 82.A
Galeni experimentum aliud, quo causam astruit geminati aspectus, confutatur. 344.F
Galeni duplex obiectio contra specierum vsum. 75.F
Eadem diluuntur. 76.A
Galeni sententia de neruorum opticorum coitione. 15.A
Galeni rationes de coniunctione neruorum opticorum euertuntur. 15.A
Galeni sententia de causa geminati aspectus refellitur. 342.F
Galeni sententia de præcipuo visionis organo. 22.F
Galeni sententia de figura ac situ crystallini humoris. 10.F
Galeni sententia de crystallini alimento. 19.B
Galeni sententia de magnitudinis cognitione excutitur. 150.E
Galeni sententia de causa dilatationis & constrictionis pupillæ refutatur. 20.B

Galli gallinacei aſpectu cur leo terreatur. 42. A
Gallina dum pullos agnoſcit, aut ouis lupum timet, diſcretione quadam, non iudicio id faciunt. 101. F
Gemina videri omnia ſtrabonibus ait Ariſtoteles. 346. B
Geminari cuncta videntur diſtracta luminum ſocietate. 345. F
Geminari omnia oculo ſuppreſſo videntur. 346. D
Geminum videri vno oculo nil poteſt. 345. C
Geminati aſpectus rationem organicè repræſentare. 341. B
Geminati aſpectus cauſam proximè Galenus attigit. 344. D
Geminati aſpectus cauſa ex Galeno. 342. E
Geminati aſpectus cauſa ex Vitellone. 343. D
Geminati aſpectus cauſa ex Philoſophorum ſententia. 343. B
Geminatur aſpectus quoties vnum pluribus in locis cernitur. 344. D
Geminatus aſpectus ex vitio oculorum interdum oritur. 346. A
Gemini aſpectus cauſa non aliunde quàm ab horopetere petenda eſt. 148. D
Gemmæ factitiæ attritu molæ cognoſcuntur. 354. C
Gemmarum color quomodo in profundo videatur. 58. F
Gemmarum impoſtura. 354. C
Gemmas quibus modis ars imitari ſoleat. 354. B
Gemmæ Friſij Aſtrolabium. 624. E
Gemmæ Friſij Aſtrolabium ex Stereographia manauit. 573. B
Gemmæ Friſij Aſtrolabium à Stoflerini Aſtrolabio quo differat. 573. B
Gemmæ Friſij error. 535. A
Genæ quid commodi adferant oculis. 8. B
Generica obiectorum ratio prius ac minori tempore percipitur quàm ſpecifica. 98. D
Idem experimentis & ratione confirmatur. 98. E
Genus rei eminus cognoſcitur cùm adhuc ſpecies latet. 99. F
Geodeſiæ fundamentum. 241. D
Geodeſiæ ratio in duorum triangulorum ſimilitudine conſiſtit. 241. E
Geographia duobus conſtat, hiſtoria & delineatione. 455. B
Geographicæ deſcriptiones variæ. 455. C
Geographicæ quædam deſcriptiones ex Stereographia petitæ. 573. B
Geographica deſcriptio quæ optima. 637. A
Geographicæ deſcriptiones cur Mappæ vocentur. 455. C
Geometria & Optica ratione obiecti differunt. 498. D
Geometriæ practicæ præcipuum Analemma. 241. E
Geometricorum inſtrumentorum ratio in quo poſita ſit. 241. F
Glacialis oculi humor vnde dictus. 5. F
Glaciali humori ineſt principium ſenſus. 26. A
Glacialis humoris & corneæ tunicæ ſupremæ ſuperficies non æquè diſtant. 12. D
Gladiatorum inuictum par, qui ad nullam comminationem conniuebant. 8. E
Glaucoma quid. 60. F
Glaucomate laborantes omnia tamquam per fumum aut nebulam vident. 60. F
Globi cæleſtis origo. 453. C
Gnomon longitudine horam ſignans axem mundi repræſentat. 565. E
Gnomon qui ſolo vertice horam ſignat, centrum mundi repræſentat. 565. E
Gnomon ſolaris horolabij axi mundano ſtatuendus eſt parallelus. 566. D
Gnomonum parallelorum vmbræ ſunt inter ſe parallelæ. 566. D
Gnomonum vmbras ſigna horarum præteriiſſe videmus, non verò circumagi. 190. E
Γράμμη eadem quæ Scenographice. 637. C
Γράμμη, id eſt deſignatio ex iuſto oculi internallo. 637. C
Γράμμη & delineatio eadem. 457. B
Graphidis & Pictoriæ materia. 683. D
Grues ſublimè volantes immotis ſubinde alis quieſcere videntur. 351. F
Gymnoſophiſtæ. 67. C
Gyratio quid. 185. E

H.

HALLVCINATIO *morbus oculi.* 61. A
Halo apparentes colores oſtendit. 45. B
Hecatemorius circulus quis. 501. F
Herbaceus color plus habet flaui, quàm æruginei. 40. F.
Herbæ primùm virentes cur maturitate flauescant. 44. C
Herculeus lapis. 372. D
Herculei lapidis vis. 54. E
Heterogenium quid. 53. B
Heterogenium à mixto quî differat. 53. B
Hexaedri Orthographica proiectio ſecundùm triplicem aſpectum. 556. C
Hieme acrique gelu cur vinaciores ſint flammæ. 359. D
Hieronymi Fabricij diligens obſeruatio circa congreſſum nerui optici. 15. C
Hieronymi Fabricij ſententia de primario viſus organo. 24. E
Hieronymi Fabricij rationes de radiorum infractione examinantur. 121. D
Hiſtoria lepida cuiuſdam ex Horatio. 25. D
Homini cur natura minimam oculorum intercapedinem molita ſit. 131. E
Homines in Triballiis & Illyriis irato intuitu quos vident interimunt. 79. F
Homines nonnulli, vt & lepores, apertis oculis dormiunt. 8. F
Homo oculum indice demonſtrans, præſtantiæ hieroglyphicum. 66. D
Homogenium quid. 53. B
Homogenei corporis definitio. 363.
Homogenei corporis materia, formaque & proprietates, atque harum vires proportione ſibi mutuò reſpondent. 363. B
In Homogeneis corporibus luminoſis ea eſt proportio totius luminis ad totum corpus, quæ partis luminis ad partem corporis proportionatam. 363. A
Horam cognita Solis altitudine locoque eius in Signifero ex Orthographica proiectura pronuntiare. 539. D
Horam ex ſolis altitudine locoq, in Zodiaco ex Stereographia edicere. 620. E
Horam ortus & occaſus ſolis ex Stereographia cognoſcere. 619. D
Horæ Aſtronomicæ quæ. 501. F

Horæ ab ortu vel occasu, quales Horarios deposcant. 501. F
Horæ inæquales quæ. 502. A
Horarum lineæ sunt quædam vmbrarum proiecturæ. 357. C
Horarum, quæ ab Horizonte initium ducunt, vmbræ solo stylo vertice signari possunt. 565. F
Horas inæquales circulis in sphæra maximis designari non posse. 502. A
Horariæ lineæ in sciotericis quando sint parallelæ. 568. A
Horariæ lineæ in sciotericis quando cõcurrant. 567. E
Horarij circuli varij. 501. E
Horariorum circulorum, qui horas ab Horizonte incipiunt, explicatio. 543. F
Horarios circulos ex obliquo aspectu stereographicè designare. 630. B
Horarios circulos, qui ab Horizonte horas auspicantur, stereographicè in plano reddere, oculo in communi Horizontis & Æquatoris sectione constituto. 621. C
Horarios circulos qui à Meridiano incipiunt stereographicè describere, oculo in Horizonte posito. 618. B
Horarios circulos stereographicè in planum transcribere, visu per mundi Polos traiecto. 628. F
Horarios circulos, qui horas à Finitore auspicantur, orthographicè complanare, visu per Æquinoctia & Horizontem traducto. 541. A
Horarios circulos, qui horas Astronomicas signant orthographicè describere, visu per Horizontis planum acto. 533. D
Horizon verus quis. 411. A
Horizon spectabilis seu apparens quis. 501. A
Horizon apparens dimidio terreni orbis est minor. 303. F
Horizon apparens non plus duũm millium stadiorum dimetientem habet secundùm Proclum. 304. A 501. B
Horizon conspicuus cæli terræque est interseptum. 175. C
Horizon editiori loco spectatur, quàm sit reuerà. 259. D 641. A
Horizon hemisphærium superum ab infero dirimit. 501. A
Horizon in rectam lineam plani cuiuscumque horologij transcribitur. 568. F
Horizon Latinè Finitor. 501. A
Horizon scenographicè proiectus in rectam lineam incidit. 641. A
Horizontis munus. 501. C
Horizontis conspicui medius locus is est vnde spectator circumspicit. 174. A
Horizontis inspectio libramenti regula est. 175. C
Horizontis Poli sunt Zenith & Nadir. 501. B
Horizontis spectabilis magnitudo secundùm Proclum. 501. B
Horizontis spectabilis magnitudo secundùm Macrobium. 501. B
Horizontis Orthographica proiectio visu per Æquinoctia & Horizontem traiecto. 522. D
Horizontis Scenographica proiectura. 641. E
Horizontem ad datam Poli sublimitatem stereographicè exhibere, oculo in eodem Horizonte defixo. 612. C
Horizontem eiusque parallelos stereographicè describere, oculo in vertice constituto. 633. E
Horizontem eiusque parallelos ex obliquo aspectu stereographicè repræsentare. 635. A
Horolabiorum principia. 454. A
Horolabium in quouis plano stereographicè describere. 618. F
Horologia solaria quàm plurima vni corpori breuissimè accuratissimeque inscribere. 566. F
Horologia solaria non necesse est in centro mundi collocari. 504. A 565. B
Horologij solaris in plano Æquatoris facillima descriptio. 569. F
Horologiorum indices non moueri, sed motos esse videmus. 190. E
Horopter quid. 110. F
Horopter eiusque planum sunt quiddam imaginabile. 111. C
Horopter est velut intuitus meta. 148. B
Horopter est velut translucidum interseptum. 148. B
Horopter experimento astruitur. 148. F
Horopter longiùs ab oculis dissita adducit, propinquiora promouet. 111. A
Horopter obliquo aspectu cum opticis axibus inæquales angulos facit. 147. F
Horopter omnium apparentium rerum loca excipit. 111. A
Horopter cum axibus opticis, eaque quæ centra visuum connectit, in eodem est plano. 146. E
Horopter radio optico affinis. 106. E
Horopter quo sensu eorum quæ videntur in se loca recipiat. 149. C
Horopter visum terminat. 110. F
Horopteris miranda vis. 110. F
Horopteris planum quod. 111. B
Horopteris planum incertam indefinitamq; loci æstimationem ingerit. 150. A
Horopteris planum eorum omnium apparentia loca excipit quæ extra opticorum axium regionem excurrunt. 149. E
Horopteris planum instar tabulæ est in termino visionis constitutæ. 111. D 150. A
Horopteris planum per Horopterem incedit. 111. C
Humanus vultus etsi horrendum in modum deformatus, quandoque tamen eminus formosus appareret. 232. A
Humiditas substantiam, non qualitatem significat. 358. F
Humiditas in aquea substantia idem quod in oleacia pinguedo. 359. A
Humectatio non est alteratio, sed humidi corporis adhæsus. 358. F
Humiliora apparent, quæ radiis humilioribus videntur. 257. B
Humor oculi albugineus. 2. E. F
Humor oculi aqueus. 2. E F 6. B
Humor oculi vitreus. 3. A
Humor oculi crystallinus. 2. F 5. F
Humor crystallino impactus visionem adimit. 62. B
Humor crystallinus non à vitreo, sed à sanguine alimentum capessit. 19. A
Humor medio-diaphanus oculo insertus nebulosam visionem reddit. 61. E
Humor primogenius, vulgò humidum radicale. 14. D
Humoris primogenij pabulum. 14. E
Humores oculi tres. 2. D
Humores oculi cur varij. 18. E
Humores oculi coloris omnis sunt expertes. 18. B

Humores oculi vitæ sunt expertes. 23. D
Humores oculis impacti, non per se videntur, sed obiecti partem intercipiunt. 61. B
Hyalius color. 44 D
Hyperbole media est inter parabolam & triangulum. 287. C
Hyperbole vnde dicta. 465. E

I.

ICHNOGRAPHICE *quid.* 456. C
Icosaëdri Orthographica proiectio secundùm triplicem aspectum. 560. A
Ictterici non tam colorem oculi, quàm res externas flauedine aspersas vident. 48. C
Ictericis omnia flaua videntur. 18. C
Id omne ac solum videri à quo ad oculum radius opticus extendi potest. 112. A
Idea ædificiorum. 456. B
Idem seipso nunc maius nunc minus apparere potest. 160. B 233. D
Identitas distinctioque quomodo visu percipiantur. 184. A
Iecur fons spiritus naturalis. 24. F
Ignis cur maximè supernè excalfaciat. 359. C
Ignis maior acriorem calefaciendi vim habet. 161. E
Ignis calore vt instrumento vtitur. 72. A
Ignis emisso vapore igneo calefacit. 359. C 372. E
Ignis, non verò calor superna capessit. 359. C
Igni proximè admota vstulantur. 359. C
Ignes de suprema atheris regione delapsi igneum post se relinquunt vestigium. 347. D
Ignes noctu procul conspecti viciniores apparẽt. 225. C
Ignes emissitij cometas representant. 347. D
Ignorantia casum gignit. 2. B
Ignotum per definitionem interdum explicatur, aliàs per proprietates nobis notiores. 183. D
Illuminationis pyramis quæ. 361. A
Illustrationis pyramis vnde dicta. 361. B
Illustrationis varij modi pictoribus obseruãdi. 683. D
Illustrari obiecta impensius quatuor de causis accidit. 403. D
Imago. Vide *Species, Forma, Simulachrum.*
Imago in speculo cur debilior appareat. 52. D
Imago in speculo apparens sitne species. 52. C
Imago in pupilla alterius apparens quid sit. 52. E
Imaginis expressæ & intentionalis discrimen. 48. C
Imagines per foramen transparentes inuersæ videntur. 451. A
Imagines rerum distinctarum singulæ singulis radiis directè in oculos illabuntur. 115. D
Imagines per foramen transparentes interdum rebus ipsis sunt æquales, aliàs maiores vel minores. 451 D
Immoderata distantia quæ. 220. A
Implexa oculi tunica. 5. A
Inæquales magnitudines quibus è locis æquales spectentur. 253. C
Inæquales magnitudines in idem composita, quibus è locis æquales vtrique inæqualiũ appareant. 253. E
Inæqualium corporum si quod maius est spectetur minus, id longius abesse necesse est. 234. A
Inclinata è duobus locis recta iudicantur. 256. F
Indiuisibile Mathematicum quid. 428. C
Indiuisibile Physicum quid. 404. D
Infantibus omnia magna videntur. 234. C
Infinita oculi distantia quæ. 503. E 504. F
Infinita distantia oculi ad aliquid dicitur. 503. F
Infinitæ distantiæ exemplum. 504. B
Influxus cælestes. Vide *Virtutes cælestes.*
Infractio ad perpendicularem, & ea quæ ab axe optico, in oculo eadem est. 121. B
Infractio radiorum quæ in oculo fit res spectatas à propriis locis non diuellit. 123. B
Infractio radiorum quæ in oculo fit rerum ordinem situmque non confundit. 122. D
Infractio à perpendiculari fit per medium rarius. 120. A
Infractio ad perpendicularem fit per medium densius. 120. A
Infractionis modus duplex. 119. E
Infractionis quæ caussa. 124. C
Infractionis quæ in oculo contingit vtilitas. 121. C
Infractionis diuersitas quam adferat visui vtilitatem. 125. B
Infractiones in oculo variæ. 120. B
Ingenium primo ætatis flore viget. 104. C
Instantia coniungere quid sit. 225. C
Instrumentum ab agente vim accipit. 23. C
Instrumenta Mathematica radio optico plerumque vtuntur. 106. C
Intellectus agendo perficitur, oculus verò intuendo fatigatur. 104. B
Intellectus agendo proficit, non item visio. 104. B
Intellectus abdita, oculus verò solam rerum extremitatem videt. 104. A
Intellectus eo ordine singula cognoscit quo sensibus ingeruntur. 98. E
Intellectus incorruptibilis est. 104. C
Intellectus cur tabula rasa dicatur. 97. B
Intellectus noster vespertilionum oculis comparatur. 39. B
Intellectus capacitas quodammodò infinita. 152. F
Intelligere quodammodò videre est. 103. B
Intelligentiæ imagines obscuriùs res repræsentant, quam quæ in internis sunt sensibus, & hæ obscuriùs quàm quæ in externis. 102. B
Intelligentiæ opus est verum aut falsum argumentatione concludere. 101. F
Intelligentiæ sensuumque comparatio ex D. Gregorio Nysseno. 153. A
Intelligibile mentem acuit, sensibile verò oculum pessumdat. 104. B
Intensio qualitatis quid. 380. D
Intensio qualitatis proportione respondet corporum quantitati. 380. C
Intensio non differt reipsa à qualitate. 380. D
Intensionis gradus non solùm entitate, sed etiam dignitate agendique facultate sunt pares. 363. F
Intensionis gradus, qui primò adueniunt, imbecilliores non esse demonstratur. 363. F
Intentionalis color quis. 45. D
Intentionalis compositio colorum in medio diaphano fit. 39. D
Intentionalis color tenuioris est essentiæ, quàm corporeus. 45. D
Intentionalis colorum compositio. 39. C
Intentionales colores non sunt defluuia, vt antiqui. 46. E
Intentionales colores cur clariùs in tenebris appareant. 47. D
Intentionales colores cur sine lumine non producantur. 47. D
Intentionales colores pulchro experimento adstruuntur. 46. F
Aliud. 47. E

Internus

Internus sensus externum visum sympathia quadam perpetuò comitatur. 84. D
Interni sensus sua simulachra propria vi sibi efformant. 102. B
Interni sensus, affectis primùm externis, per consensum in actionem prorumpunt. 344. B
Interni sensus circa propria simulachra ita versantur, quemadmodum externi circa res ipsas. 102. A
Internarum facultatum catena. 344. C
Internorum sensuum imagines lumini à speculo repercusso sunt similes. 102. B
Internorum sensuum imagines tenuioris essentiæ sunt quam externorum. 102. B
Interualla æqualia longo ordine in directum exposita, quo remotiora sunt eo minora apparent. 221. B
Intuitus quid. 86. B
Intuitus & simplex aspectus primæ sunt visionis differentiæ. 86. A
Intuitus alius absolutè, alius ex prænotione dicitur. 86. B
Intuitus ex prænotione vnus assuetorum, alter insuetorum. 87. A
Intuitus ex prænotione quis dicatur. 86. D
Intuitus ex prænotione idem qui ex memoria. 86. E
Intuitus interdum ratione & sillogismo vtitur. 86. C
Intuitus ex prænotione in quibus locum non habeat. 86. E
Intuitus fit in tempore. 88. A
Intuitus solo fit axe. 87. B
Intuitus iterati formas rerum altiùs animo infigunt. 102. A
Intuitiuæ & abstractiuæ cognitionis discrimen. 94. C
Ioannis Roias error. 535. B
Iouis statua tribus oculis insignis. 66. A
Iris oculi in infantibus adultorum iridem fermè exæquat. 5. C
Iris oculi in hominibus versicolor. 5. C
Iridis oculi descriptio. 5. C
Iridis colores apparentes sunt, non veri. 45. B
Israëlitæ per desertum noctu iter habuisse nusquam leguntur. 422. A
Israelitarum castra in deserto propè tricies centena hominum millia numerarunt. 422. C
Iterati intuitus formas rerum altiùs animo infigunt. 102. A
Iudicium atque discretio quo differant. 101. F
Iugularibus venis validè exteriùs apprehensis collabascunt homines sensibus destituti. 90. D
Iusta distantia quæ dicatur. 219. E
Iustæ distantiæ maximus terminus non consistit in individuo. 638. D
Iusti interualli minimus terminus explicatur. 638. E
Iusti interualli maximus ac minimus terminus ad aliquid dicuntur. 639. D
Iustæ oculi distantia quæ. 638. B

L.

LACCA adiuncto indico venustum puniceum gignit. 41. B
Lacca cur sandaracæ non rectè admisceatur. 41. E
Læue atque asperum ex luminis repercussione internoscuntur. 170. D
Læuia corpora interdū translucida putantur. 353. C
Lævor corporum quid. 170. D
Læuigata corpora, qua parte nullum lumen ad oculos remittunt, nigra videntur. 39. E
Lapis Herculeus. 372. D
Lapidis Herculei vis. 54. E
Laterem lauare, prouerbium. 45. C
Latio quid. 185. D
Latio vna recta, alia circularis. 185. E
Latitudo stellæ quæ. 500. F
Latitudo in superficiebus minor est è duabus dimensio. 164. D
Latitudinem oblatam radio demonstrare. 243. A
Latitudinem solis ortiuam occiduamque ex proiecturis expiscari. 527. E
Latitudinem solis ortiuam occiduamq; ex Stereographica proiectura inuestigare. 613. A
Latitudinum circuli. 500. F
Latitudinum circulos orthographicè explanare, visu per Æquinoctia & Horizontem transeunte. 545. C
Latitudinum circulos stereographicè repræsentare, oculo in Æquinoctij puncto defixo. 512. A
Latum in solis superficiebus locum habet. 164. D
Λειποψυχία *quid.* 90. D
Lemmata ex Pappo Alexandrino desumpta. 203. A & *sequent.*
Leones rubedinis aspectu terrentur. 41. F
Leones conspecto gallo gallinaceo exhorrescunt. 42. A
Lepores apertis dormientes oculis nihil vident. 78. B
Libella inter elatum & depressum media est. 175. C
Libra est recta perpendiculi intersectio. 561. F
Libra ad Horizontem refertur. 182. F
Librâ expensa quomodo aspectu iudicentur. 182. F *ad Libram & ad perpendiculum constituta in mutuam cognitionem aspectū inducunt.* 182. E 183. B
Limacibus cornua pro oculis sunt. 7. E
Limis oculis spectatum inæquales gignit pyramidum angulos. 141. A
Limis oculis spectata cur non confusa videantur. 141. A
Linea connectens centra totius oculi & glacialis humoris omnibus oculi superficiebus normaliter insistit. 13. D
Linea connectens centra totius oculi & glacialis humoris, mediū pupillæ neruiq; optici pertransit. 13. B
Linea & superficies cur duplicis generis vmbram producant. 431. A
Linea opaco luminoso corpori obiecta perfectam vmbram gignere non potest. 429. B
Linea terræ in Scenographia quæ. 640. E
Linea terræ sensim assurgere videtur. 641. A
Linea directa. 642. C
Linea obliqua. 642. D
Linea perpendicularis. 642. D
Linea transuersa. 642. D
Linea obliquè spectata secundùm Stereographicen profunditur in lineam, cuius partes partibus primitiuis non ex æquo respondent. 576. B
Linea perpendiculariter spectata stereographicè projicitur in punctum. 575. B
Linea ex directo aspectu stereographicè in lineam projicitur, cuius partes partibus primitiuis secundùm proportionem respondent. 575. D
Linea perpendiculariter spectata orthographicè in punctum projicitur. 505. E
Linea directè intuita orthographicè projicitur in lineam maximam. 506. A
Linea obliquè obuersa orthographicè in lineam projicitur contractam. 506. D
Linea terrena Scenographica proiectura. 641. D
Linea rectæ propria nota est, quòd sua ex æquo interiacet puncta. 181. D

Linea radius subinde linea est, aliàs superficies. 115. A 128. F
Linea opaca umbra quando sit recta linea. 428. F
Linea opaca umbra interdum est linea, interdum superficies. 428. E
Linea recta projecturam orthographicè in partes secare. 506. F
Linea opaca umbra directo vel obliquo objectu est superficies. 429. D
Linea projecturâ sectâ utcumque similiter secare prototypam. 507. B
Lineam stereographicè in planum projcere. 577. A
Linea, quarum interuallum ubique æquale apparet, rectæ omnes esse non possunt. 270. F
Linea transuersa, & perpendiculares, & quæ directas ad normam secant, in parallelas lineas scenographicè projciuntur. 644. F
Lineæ omnes directæ ad punctum tabulæ primarium contendunt. 643. B
Lineæ quæ ad libellam aut ad perpendiculum consistunt, scenographicè transcriptæ, eumdem situm retinent. 645.
Lineæ omnes quæ ad perpendiculum eriguntur, illa excepta in quam obtutus defigitur, inflexæ apparent. 266. A
Lineæ omnes libella expensæ, præter eas quæ Horizonti aspectu respondent, inflexæ videntur. 265. F
Lineæ in terræ superficie coeuntes si angulum quàm maximè obtusum faciant, è sublimi spectatæ in directum sitæ existimantur. 167. B
Linearum aspectus triplex. 498. F
Linearum quarum interuallum æquale ubique spectatur, si una sit recta, ceteras coni sectiones esse oportet. 271. A
Lineas possibile est inuenire quarum intercapedo æqualis ubique appareat. 269. D
Lineas describere quæ dato oculo pari interuallo distare videantur. 271. A
Lipporum aspectus fascinat. 42. B
Locus seu Vbi quid. 174. A
Locus rei proprius quis. 330. C
Locus alienus quis. 330. C
Locus apparens quis. 330. C
Locus proprius unicus tantùm esse potest cuiusque rei. 330. D
Locus in axium opticorum congressu exquisitissimè dignoscitur. 174. E
Locus rei uno oculo certò definiri non potest. 174. C
Locus visu cognoscitur ex distantia respectuque partium uniuersi. 173. F 174. A
Loci variæ acceptiones. 173. F
Loci affectiones. 152. B
Loci cognitio duarum linearũ præsidio efficitur. 174. C
Locũ visu dignosci quibus argumẽtis probetur. 173. F
Locum solis in Zodiaco ex hora altitudineque orthographicè demonstrare. 540. E
Locum visui assignare unde non parallelæ rectæ lineæ ut parallelæ appareant. 266. D
Locum inuenire, unde magnitudo data alterius appareat pars aut multiplex in postulata ratione. 254. B
Locum visus reperire ex quo ellipsis ut circulus appareat. 294. C
Locum visui constituere, unde datus circulus ellipsis appareat, centrum habens intra circuli peripheriam datum. 293. C
Quæ loco procul dissito mouentur, quiescere sæpè existimantur. 351. E
Loca apparentia plura unius rei esse possunt. 330. D
Loca inuenire, quibus mutatum visile oculo consistente, æquale semper appareat. 247. C
Loca constituere, è quibus inæquales magnitudines in idem compositæ æquales utrique inæqualium videantur. 253. E
Loca reperire, è quibus eadem magnitudo suiipsius appareat pars aut multiplex in data ratione. 255. C
Loca in recta linea designare, è quibus immota magnitudo à visu moto quandoque æqualis, aliàs inæqualis conspiciatur. 249 F
Loca definire, quibus oculo moto objectum immotum æquale semper appareat. 249. C
Longitudo in superficiebus, maior est è duabus dimensio. 164. D
Longitudo quæ in linea reperitur, non ad latitudinem, sed ad breuitatem refertur. 164. D
Longitudinẽ incognitã radij beneficio explorare. 242. E
Longitudines latitudinesque terrarum ex astrorum aspectibus cognoscuntur. 457. A
Longum & latum ad aliquid dicuntur. 164. C
S. Lucæ imago quomodo exprimenda. 683. F
Lucentis atque opaci corporis comparatio. 357. B
Lucentia nocte quæ. 17. A. D 31. F
Lucerna iuxta solem posita longiùs lumen profundit, quàm sol per se valeat. 393. E
Lucerna in terris posita ad supremum usque cælum lumen protendit. 393. E
Lucerna una qua ratione secundùm aspectum multiplicari possit. 330. E
Lucernam gestantes, manu flammæ objecta accuratiùs vident. 65. E
Lucernis quotcumque in circulum digestis, quod minimè illustratur, est centrum. 400. E
Lucidum & coloratũ cum opaco reciprocantur. 32. A
Lucidum corpus oculo comparatur. 357. A
Lucretij locus aduersus Academicos asserentes sensus semper falli. 214. E
Lumen est velut color corporis perspicui. 33. B
Lumen est lucis soboles & imago. 358. D
Lumen rectis lineis cuibratur. 372. C
Lumen primum, secundum, ac tertium quod. 360. A
Lumen perfectum & imperfectum. 360. C
Lumen longiùs prouectum sensim languescit. 375. C
Lumen omnis vitæ actiuitatisque principium, fons & origo. 359. E
Lumen non à centro tantùm, sed ab omni parte extimæ superficiei corporis luminosi emicat. 371. E
Lumen temporis momento totam virtutis sphæram complet. 374. B
Lumen in ædificiis per Opticen rectè ducitur. 357. C
Lumen lumini non obsistit. 386. C
Lumen minus præsentiâ maioris in speciem tantùm, non verò reipsa obscuratur. 387. C
Lumen medium per quod transit non immutat. 383. E
Lumen res facit visibiles, uti veritas intelligibiles. 103. C
Lumen impeditum ab extensione conuertit se ad intensionem. 403. B
Lumen primarium umbræ rationem habere non potest. 361. D
Lumen totius uniuersitatis gratia creatum est. 373. C
Lumen à punctο per foramen circulare trajectum conus est. 443. B
Lumen proportione decrescens, quomodo non infinitè protendatur. 379. D
Lumen luminis accessione augescit. 386. B

Lumen non ideò sensim minuitur, quòd radij in progressu diuaricentur. 375. D
Lumen secundum primi comparatione est vmbra, vti tertium cum secundo collatum. 192. F
Lumen per foramen traiectum ipso foramine semper est maius. 445. E
Lumen minus maioris præsentiâ obscuratur. 389. D
Lumen non ideò instanti temporis producitur, quòd ei nihil sit contrarium. 374. B
Lumen effusum circumcircà in sphæræ modum distenditur. 373. B
Lumen sublato luminoso ne momento quidem temporis in medio persecurat. 383. B
Lumen vniformi difformitate decrescit. 379. F
Lumen æqualibus spatiis proportionalibus decrementis languescit. 379. A
Lumen quò est intensius, eò longiùs prouehitur. 380. C
Lumen à corpore luminoso per foramen dissimilis figuræ proiectum, foraminis simul & corporis figuram imitatur. 449. A
Lumen per foramen dissimilis figuræ promissum, quò propinquius est foramen luminoso, planumque remotius, eò perfectiùs figuram corporis luminosi assequitur. 450. E
Lumẽ quod oculo à spiritibus inest, tenuissimũ est. 73 D
Lumen ad species ita se habet, vt quantitas ad corporeas qualitates. 65. A
Lumen in medio quale requiratur. 65. B. C
Lumen ex compressione oculi excitatum. 13. F
Lumen quod oculo cõpresso emicat, intra oculũ est. 16. C
Lumen quod compresso oculo emicat, cur circulare appareat. 17. D
Lumen quod oculo compresso cernitur, cur solum circuli ambitum repræsentet. 62. B
Lumen quibus noctu apparuerit. 14. A
Lumen colores otiosos suscitat. 46. A
Lumen à cauæ sphæræ superficie effusum in centro minimum est. 399. C
Lumen non est corpus, vt malè Empedocles. 33. D
Lumen est actus corporis perspicui. 33. B
Lumen exquisitum diuspectatum visum hebetat. 35. C
Lumen eorũ quæ nocte lucẽt humori congenitũ est. 17. A
Lumen à lucido corpore colorem trahit. 46. B
Lumen ad opacum corpus appulsum, non fit per se intensius. 403. A
Lumen est imago corporis lucidi. 46. C
Lumen per se sui est diffusiuum. 33. C
Lumen intensum cur organum lædat, vera causa ex Aristotele. 35. F
Lumen quod oculo inest à spiritibus animalibus, tenuissimum. 17. E
Lumen per vitrum tinctum translapsum, vitri colore inficitur. 18. C
Lumen colorum intentionalium hypostasis. 46. A
Lumen vmbraque circum immotum opacum corpus appositis mouentur lationibus. 441. D
Lumen à corpore luminoso in oppositum planum per foramen exactè medium transfusum, luminoso corpore est maius. 445. B
Lumen quod à corpore lucido per foramen in oppositum planum profunditur, in medio quàm in ambitu impensiùs nitet. 441. A
Lumen quo sensu dicatur moueri, progredi, contrahi, ac dilatari. 33. F
Lumen externum tribus modis visioni officit. 65. C
Lumen ratione obiecti ad visionem est necessariũ. 64. B
Lumen ratione medij ad visionem requiritur. 64. E
Lumen perfectũ per foramen transmissum ab æquali corpore luminoso æquale est; à maiore minus; & à minore maius. 446. D
Lumen à puncto luminoso per foramen plano parallelum effusum foraminis figuram induit. 447. C
Lumen à puncto luminoso per foramen in obliquum planum effusum coni vel pyramidis sectionem exhibet. 448. E
Lumen coloribus, quos attingit, inficitur. 46. B. C
Lumen in exquisito diaphano non apparet. 58. F
Lumen procul vehendis colorum speciebus aptissimum est. 64. D
Lumen à puncto per foramen multilaterum transmissum, pyramis est. 443. D
Lumen non est corporea qualitas, sed intẽtionalis. 34 A
Lumen omne colore aliquo infectum est. 34 D
Lumen & species plurimis proprietatibus conueniunt. 65. A
Lumen alteri occurrens lumini, in eadem parte medij lumen adauget. 397. C
Lumen alteri occurrens lumini, nec maiorem nec minorem effectum edit, quàm per se solum. 397. B
Lumen maioris tantùm luminis accessione augeri, non verò minoris aut æqualis, quorumdam opinio. 390. F
Lumen alterius occursu adiutum longiùs prouehitur. 397. C
Luminis ducendi ratio. 357. D
Luminis decrementa si æqualibus spatiis æqualia essent, sequeretur toto spatio inter duo luminaria æquale lumen diffusum esse. 377. D
Luminis decrementa æqualibus spatiis inæqualia sunt. 376. B
Luminis profusio in minimum naturale terminatur. 384. A
Luminis totius virtus ad totum lumen ita se habet, vt pars virtutis ad luminis partem. 363. D
Luminis duplex munus. 373. C
Luminis decrementa remotioribus spatiis quàm propinquioribus sunt minora. 377. E
Luminis recta procidentia illustrius reddit obiectum. 404. A
Luminis paulatim deficientis causa, est finita luminosi corporis actio. 375. F
Luminis defectiones experimentis probantur. 378. A
Luminis actio ni sensim decrescat, infinitè procedet. 376. A
Luminis & coloris discrimen. 36. C
Luminis & coloris intentionalis similitudo. 49. A
Lumimis intentionalis cum spiritualibus rebus similitudo. 34. B
Luminis cum colore comparatio. 36. F
Luminis duplex existendi modus. 34. A
Luminis color cum qui in corpore lucido est ceu propria imago repræsentat. 46. C
Luminis variæ proprietates. 34. C
Luminis perexigui amplissima est actiuitatis sphæra. 65. B
Luminis radij in vnum punctum concurrentes, non semper lumen adaugent. 121. E
Lumini nihil aduersatur. 37. F
Lumina per idem medium distincta penetrant. 387. E
Lumina solis discrepant accidentibus. 385. E
Lumina omnia vnius sunt speciei atque essentiæ. 385. E
Lumina omnia proprietatibus naturæ conueniũt. 385. E
Lumina spirituum more in eodem medio se mutuò penetrant. 387. B
Lumina confundi qua ratione intelligendum. 387.

Lumina coloribus discrepant. 46. C
Lumina à pluribus luminaribus in eadem parte medij excitata, & mente, & reipsa distinguuntur. 396 F
Luminum occurrentium proportiones numeris explicantur. 401. D
Luminum actiones ex mutuo occursu nec segniores redduntur, nec vegetiores. 396. A
Luminum colores varij. 386. A
Luminum colores vnde proueniant. 386. A
Luminum concursus quid. 384. F
Luminum occursus quid. 385. A
Luminum concursus numeris explicatur. 394. A
Luminare amplum si in angustiorem molem compingatur, quantum corporis minuitur extensio, tantum luminis augetur intensio. 391. C
Luminare quò clarius emitet, eò vberius obiectum corpus perfundit. 403. F
Luminare quò propinquius est corpori obiecto, eò impensius illustrat. 403. F
Luminare maius cur præsit diei, luminare verò minus nocti. 373. C
Luminaris moles, luminis intẽsione cõpensatur. 363. E
Luminari obiectum corpus in opacam & illustratam partem distinguitur. 424. E
Luminaria dum simul agunt, singula in quauis parte medij eumdem effectum edunt, quem solitaria actione. 390. A
Luminaria quotcumque iuxta se posita, eam virtutis rationem habent, quam partes vnius proportionatæ. 364. B
Luminarium magnitudines, spatijs quibus actionem diffundunt non ex æquo respondent. 381. D
Luminarium communi actione vnumquodque in eadem parte medij effectum edit suæ magnitudini proportionatum. 392. B
Luminarium inæqualium minimum lumen ex occursu procreatum infirmiori luminari propinquius est. 401. A
Luminarium æquè intensorum, quod maius est, longius actionem producit. 381. B
Luminarium communis effectus in eadem parte medij singulorum effectu est maior. 390. D
Luminarium æqualium lumen ex occursu conflatum inter vtrumque luminare exactè mediũ est. 399. B
Luminaribus interuallo disiunctis, quod inter vtrumque diffusum est lumen, ab extremis ad medium vsque perpetuò decrescit. 398. B
Luminosus radius quid. 360. D
Luminosus vmbrosósque radius pari motus velocitate cientur. 441. E
Luminosi actio non tantò longiùs extenditur, quantò lumen intensius est. 380. F
Luminosi corporis magnitudo ad perfectiorem illustrationem conducit. 403. E
Luminosi corporis partes singulæ ad extremam vsque virtutis sphæram lumen protendunt. 381. E
Luminoso æquè vicina, pari illustrantur vigore. 404. E
Luminoso puncto propinquius interdum minus illustratur quàm quod remotius est. 406. A
Luminosum signum in centro vel peripheria sphæræ constitutum, totam cauam superficiem æquali nitore perfundit. 405. F
Luminosum sphæroides minùs è propinquo minorem portionem opaci irradiat, quàm è remoto. 413. B
Luminosum signum maiorem partem sphæræ remotioris irradiat, quàm propinquioris. 408. D
Luminosum sphæroides maius è propinquo ampliorem partem opaci irradiat, quàm è remoto. 412. A
Luminosum corpus aliud proprio coruscat fulgore, aliud externo lumine affluente splendet. 357. E
Luminosum corpus dicitur id, à quo vtcumque lumen profunditur. 357. F
Luminosa pyramis quæ. 360. F
Luminosa sphæra maior, minoris opacæ plus medietate illuminat. 410. A
Luminosa sphæra minor, opacæ maioris portionem medietate minorem illustrat. 411. C
Luminosa sphæra sphæræ opacæ æqualis mediam partem illuminat. 409. C
Luminosa sphæra plures radios ad externum signum remotius transmittit, quàm ad propinquius. 408. A
Luminosæ sphæræ puncto medius dumtaxat virtutis orbis illustratur. 404. B
Luminosa iunctis viribus longiùs agunt, quàm disiunctis. 391. F
Luminosa dum simul agunt, singulorum actio ad extremitatem sphæræ communis actiuitatis attingit. 393. C
Luminosa corpora non tantò longiùs simul agunt, quanto vtrumque compositum altero solo est maius. 392. E
Luna sole est minor. 434. B
Luna oriens nondum videtur, & ante occubitum disparet. 411. E
Luna non statim ab oppositione decrescit. 410. E 415. A
Luna tertio ferè post oppositionem die decrescere manifestè incipit. 415. B
Luna augem assecuta, & soli proxima fit, & à sole remotissima. 412. F
Luna quo pacto à sole lumen accipiat, susceptumque ad nos transmittat. 419. D
Luna non aliter, quàm nubes à sole lumen accipit. 421. F
Luna in terræ superficie diuersitatem facit aspectus. 503. F
Luna ἀμφίκυρτος quæ. 417. F
Lunæ maculosa facies ex inæquali opacitatis aspersione. 422. D
Luna qua parte lucidior est, ea est opacior; qua verò obscurior, ea magis translucet. 422. D
Lunæ maculas sordes esse è terra sublatas ac lunæ inhærentes, Plinij sententia. 420. E
Luna numquam illuminatur minùs quàm cum est plena. 412. E
Luna sole inferior est. 433. C
Luna subinde præteractis nubibus moueri videtur. 350. B
Luna celeriùs quàm sol moueri propria circumlatione videtur. 351. C
Lunæ ac solis orbis planus videtur. 312. E
Lunæ extimã superficiem exquisitè lævem esse. 420. A
Lunæ ac solis disparia interualla vnde. 351. D
Lunæ pars medio-diaphana nubi similis ostenditur. 421. D
Lunæ facies quo pacto ad nos semper propẽdeat. 421. D
Lunæ alterum hemisphærium exquisite diaphanum, alterum medio-diaphanum est. 421. C
Lunæ portio maior medietate à sole illustratur. 410. D
Lunæ fulgor argenteus. 34. E
Lunæ maculas, vallium, nemorum atque opaciorum locorum imagines esse quidam volucrunt. 420. F
Lunæ pars illustrata parsque visa pluriminùm discrepant. 415. B

Lunæ maculas inter aſpectus fallacias nonnulli retulerunt. 420. E
Lunæ varietates. 413. E
Lunæ quadratus aſpectus quis. 418. C
Lunæ ſplendor qui in quadrato aſpectu apparet, ſemicirculo maior eſt. 418. C
Lunæ ſplendor in quadrato ſitu ſemicircularis appareret. 418. E
Lunæ partes nitidiores, quo ſenſu denſiores plurimi philoſophi dixerint. 422. E
Lunam impenſè opacam eſſe vnde colligatur. 419. F
Lunam montibus & vallibus aſperam, opinio cuiuſdam. 421. A
Lunam ſolis radios à ſe tamquam à conuexo ſpeculo ad nos propellere quorumdam opinio. 419. E
Lunam non tamquam ſpeculum ſolis radios à ſe depellere oſtenditur. 420. B
Lunam dumtaxat inter planetas à ſole lumen mutuari, Auicennæ & Macrobij ſententia. 419. D
Lunare corpus in propriam epicycli cauitatem inſertum eſt. 421. C
Lunare corpus opacum eſſe qui ſenſerint. 419. E
Luſci an poſt calamitatem clariùs videant quàm antè. 82. F
Lux proprietas eſt corporis opaci. 31. F
Lux ſui per ſe eſt diffuſiua. 358. E
Lux vnius tantùm eſt ſpeciei atque eſſentiæ. 37. F
Lux quo ſenſu coloris forma dici poſſit. 38. B 64. B
Lux & color in diaphano corpore ſubſiſtere non poſſunt. 31. F
Lux & color viſum terminant. 33. A
Lux mediocris ad optimam viſionem eſt vtilior quàm aut maxima aut minima. 217. C
Lux ea dicitur, quæ fulgenti corpori congenita eſt. 358. C
Lux per ſe primò ad obiectum viſus pertinet. 28. B
Lux eò minùs in diaphano videtur, quò purius eſt. 32. A
Lux à ceteris qualitatibus quo differat. 358. E
Lychnis penſilibus ampliſſima illuſtrantur triclinia. 381. C
Lynces. 62. F

M.

MACVLÆ *interdum ex oculi vitio rebus aſperſæ videntur.* 60. E 61. B
Magnes ferrum ad ſe rapit. 72. A
Magnes quò ampliorem molem habet, eò potentiùs agit. 161. E
Magnetis vis in rectam lineam exeritur. 54. E
Magnetis poli. 54. E
Magnetis vis obiecto corpore denſiore non prohibetur. 372. D. F
Magnitudo quomodo per anguſtum pupillæ ambitum videri poſſit. 76. C
Magnitudo ſenſibilis ſenſibili angulo conſpicitur. 161. C
Magnitudo vnde alterius pars aut multiplex cernatur in ratione poſtulata. 254. B
Magnitudo ſuiipſius pars aut multiplex in data ratione vnde appareat. 255. C
Magnitudinis cognitio vſu experientiaque perficitur. 162. C
Magnitudinis vera æſtimatio ex ratione atque experientia pendet. 234. F
Magnitudinis cognitio ab effecta parte aranea tumicæ primò proficiſcitur. 161. B
Magnitudinem ex Galeni ſententia è propinquo atque è remoto eamdem videri conuincitur. 76. C
Magnitudinem viſu cognoſci poſſe Galenus negauit, ſi viſio ſuſceptione fiat. 159. E
Magnitudines veræ quæ dicantur. 162. B
Magnitudines apparētes à veris quo differāt. 160. A
Magnitudines rerum apparentes non ita ſe habent vt diſtantiæ. 163. E
Magnitudines inæquales maiorem inter ſe rationem habent, quàm anguli quibus conſpiciuntur. 162. D
Magnitudines veræ maiorem rationem habent quàm apparentes. 163. B
Magnitudines veræ ex collatione anguli pyramidis opticæ cum diſtātia rei, ſyllogiſmo colligūtur. 162. A
Magnitudines rerum apparentes ita inter ſe ſunt, vt anguli pyramidum opticarum, quibus conſpiciuntur. 160. B
Magnitudines minores ſemper quàm reipſa ſint apparent. 163. C. 231. C
Magnitudines inæquales è quibus locis æquales appareant. 253. C
Magnitudines rerum apparētes ex quantitate anguli verticalis pyramidis opticæ dignoſcuntur. 159. D
Magnitudines pari altitudine ſub viſu cōſtitutæ quò ſunt remotiores eò altius euectæ conſpiciūtur. 261 A
Magnitudines inæquales in idem compoſitæ quibus è locis æquales vtrique inæqualium videantur. 253. E
Magnitudines æquales qua ratione viſu tranſlato æquales appareant. 251. E
Magnitudines cùm ſimul omnes videri non poſſunt, intellectu ac memoria æquales aut inæquales iudicantur. 165. B
Magnitudines auctæ oculo appropinquare videntur. 239. C
Magnitudines pari libra ſupra oculum imminentes quò ſunt remotiores, eò depreſſiores apparent. 261. C
Magnitudinum apparentium minor eſt ratio quàm diſtantiarum. 163. E
Magnitudinum æqualium ſi vna duplo remotior altera exiſtat, ea pluſquàm dupla minor apparebit. 164. A
Magnitudinum æqualium ſi remotior propinquioris dimidia apparet, amplius quàm duplo interuallo eam abeſſe oportet. 164. A
Magnum & paruum, ad aliquid dicuntur. 164. C
Magnum & paruum, craſſum & tenue, longum & latum quomodo viſu percipiantur. 164. B
Magno & paruo reſpondet in formis ſubſtantialibus perfectum & imperfectum, in qualitatibus intenſio ac remiſſio, in motu velocitas tarditaſque, in tempore diuturnitas ac breuitas. 230. D
Maius apparere poteſt minore minus; & quod minus eſt, maiore maius. 233. D
Maius reipſa, minus poteſt apparere, & maius quod reuerà eſt minus. 160. A
Maioris corporis proſpectum à minori interpellari nil vetat. 433. D
Maiora exiſtimantur ſub tenebras & per nebulam ſpectata. 234. A
Maioribus ſpectata angulis euidentiùs internoſcuntur. 219. A
Maioribus ſpectata angulis maiora, minora minoribus, æqualibus æqualia videntur. 229. D
Malæ quid commodi adferant oculis. 8. B
Malcotianum aſtrolabium. 624. D
Mare ex aduerſo ſolis ſpectatum viſui impernium eſt. 355. D

Mare cur quandoque cæruleum, quandoque viride appareat. 44. E
Mare cur & quando potissimùm purpureum appareat. 44. E
Mare cur interdum canescat. 44. E
Mare qui nauigant, scandere se perpetuò arbitrantur. 259. F
Mare ex parte solis spectatum opacam quamdam profunditatem exhibet. 355. C
Maris conuexitas gibbi in morem protuberare videtur. 259. E
Marina aqua tum noctu splendet, cùm validè agitatur. 32. E
Marsilij sententia, de colorum qui in luce reperiuntur, varietate, confutatur. 34. E
Materia rara luce perfusa candorem exhibet. 39. F
Maxima pyramis optica quæ dicatur. 109. D
Maximas res per angustissimum foramen quo pacto videri contingat. 159. F
Maxima pyramis optica nec propriè pyramis est, nec conus. 109. E
Maxima pyramis optica augetur minuiturque pupillæ dilatatione & constrictione. 109. F
Medici nonnulli visum irradiationem esse dixerunt. 68. B
Eorumdem argumenta proponuntur. 68. C
Eadem diluuntur. 69. C
Medici non ex libris sed experientia fiunt. 2. B
Medius aspectus quis. 177. A
Medius aspectus solius axis optici comparatione dicitur. 177. A
Medij prospectus indices sunt libella ac norma. 175. D
Media luce quæ propè sunt remota esse creduntur. 225. D
Medium visionis aliud rarius, aliud densius. 120. A
Medias duas proportionales inuenire nemo hucusque demonstrauit. 254. D
Medius aspectus à medio prospectu quomodo differat. 177. A
Medius prospectus duplici relatione definitur. 175. C
Medius prospectus inter omnes positionum differentias medius interiacet. 175. C
Medius prospectus ex radio communi ad Horizontem librato, eique quæ centra visuum connectit normali, cognoscitur. 175. B
Medio-diaphanum quid. 32. C
Medio-diaphanum opaco oppositum, transparens videtur; oppositum autem perspicuo, opacum. 352. E
Membra necessitate quadam simul moueri variis ex causis contingit. 21. A
Memoria quomodo fiat. 102. C
Memoria localis vnde originem ducat. 102. F
Memoria artificialis quibus perficiatur. 102. F
Memoria circumstantiarum consideratione firmatur. 102. F
Memoriam stabilit frequens meditatio, atque identidem repetitus intuitus. 102. D
Memoriâ aliquid discentes cur sæpiùs idem relegant. 102. E
Meniana ædificia. 493. D
Mercurij fulgor rubicundus. 34. E
Meridianus circulus. 501. D
Meridianus circulus vnde dictus. 501. D
Meridianus circulus vnus est è verticalibus. 501. E
Meridiani circuli Orthographica projectio visu per Æquinoctia & Horizontem translapso. 522. A
Meridianum circulum stereographicè in plano describere, oculo in communi Horizontis & Æquinoctij intersectione constituto. 618. B
Meridie cur magis sol æstuet. 399. F
Mens sola verum aut falsum argumentando concludit. 101. F
Mens in animo est, quod oculus in corpore. 103. B
Mentis oculus tum primò acutùm incipit cernere, cùm corporis oculus defloresçit. 103. A
Mentis cognitio, sensum sequitur præeuntem. 98. E
Mentem hallucinari quibus modis contingat. 214. F
Mentalis & corporei aspectus discrimina. 104. A
Meta quid. 443. B
Metallorum inuentio per virgulam furcatam verane sit, an superstitiosa. 63. C
Michaël Ephesius sensum communem attendentem facultatem appellat. 92. A
Mixtilia tribus conditionibus confunduntur. 388. A
Mora & sepiam esitantes candidum chylum gignunt. 19. C
Mors caloris naturalis extinctio est. 14. C
Moschi odor cur è proximo grauis, è remoto suauior. 62. A
Motis internis spiritibus res externæ moueri videntur. 25. C
Motus oculi septem. 7. A
Motus alius ad locum, alius ad qualitatem. 185. C
Motus simplices sunt latio & gyratio. 185. D
Motus compositi sunt volutatio & agitatio. 185. F
Motus duplex causa, imperans & exequens. 22. B
Motus causa, quæ imperat, & quæ moderatur, vna eademque. 22. B
Motus velox ne an tardus sit, vnde aspectus diiudicet. 189. D
Motus sitne inter communia visus obiecta numerandus. 29. E
Motus quo pacto etiam per se visu percipiatur. 187. F
Motus quomodo tactu percipiatur. 187. E
Motus sensibili percipitur tempore. 189. B
Motus tardissimus sensibili tempore insensibile spatium conficit. 374. F
Motus plurimùm cognoscitur ex oculi motione. 186. C
Motus interdum cognoscitur ex mutato corporis situ. 187. B
Motus oculi si insensibilis sit, & rei motus imperceptibilis erit. 186. F
Motus si tardus est, ex comparatione vicini corporis quiescentis percipitur. 190. A
Motus circularis perpendiculari aspectu rectus apparet. 348. A
Motus in orbem æqualis perpendiculari aspectu inæqualis videtur. 348. B
Motus qui ab animali spiritu excitatur voluntatis subest imperio. 92. F
Motus quibus morbis adimatur. 93. A
Motus membrorum vniformis variæ causæ. 21. A
Motus imperfectè visu, perfectè intellectu cognoscitur. 30. A
Motus solis alter continuus, alter discretus. 568. C
Motus in siccis calorem, in humidis frigiditatem excitat. 32. B
Motus oculorum vniformes. 20. F
Motus tardiores tempore interrupto certiùs deprehenduntur quàm continuo. 190. B
Motus accessus & recessus iisdem cognoscuntur modis quibus distantiæ quantitas. 188. B
Motus qui respectum ad corporis situm adsignificant, sunt

sunt progressio, reptatio, volatus, natatio, cursus, incessus, saltatio, ascensus, descensus, casus. 186. B
Motum tempus consequitur. 152. C
Motum tempus metitur. 189. C
Motum oculorum interna animæ facultas persentiscit. 21. E
Motum etiam quiescens oculus ex diuersa sui parte successiuè affecta persentit. 187. D
Motum faciliùs monetur, quàm quod nondum moueri est cœptum. 382. E
Motu in gyrum ocyssimè delata qui intuentur, vertigine corripiuntur. 186. E
Motu tardissimo res non moueri, sed motæ esse deprehenduntur. 374. F
Motuum differentiæ vnde sumantur. 188. F
Motuum differentiæ è spatio per quod res visæ cientur percipiuntur. 188. F
Motuum, quibus oculi agitantur, differentias internus sensus distinguit. 22. A
Motuum qui ad aliquid sunt cognitio ex alterius cognitione pendet. 189. A
Motuum concordia interdum ex sympathia membrorum euenit. 21. A
Mulieres tempore mensium cur specula visu inficiant. 79. D
Multis occupati, temporis breuitatẽ mirantur. 225. A
Murorum planities proximè admotis oculis quàm optimè deprehenditur. 167. A
Muscæ vnde interdum oculis oberrare videantur. 60. E 61. B
Musculus oculi superior cur inferiore validior. 7. B
Musculum oculi septimum negantes refelluntur. 7. B
Musculi oculorum septem. 7. A
Musculi erga balænam officium. 68. A
Musculorum oculi figura. 7. B
Musculorum concretio membrorum motus coniungit. 21. A
Musculorum oculi principium. 7. B
Midriasis quid. 20. B
Μυδρίασις *causa.* 20. B
Mydriasis effectus. 20. B
Myopes qua oculi parte laborent. 20. C
Myopes omphaloptris iuuantur. 20. C
Myoptra quid. 20. C 120. E
Myoptræ omphaloptræ contrariæ. 120. F
Myoptris qui vti debeant. 120. F
per Myricas iter facientes, semper conscendere se putant. 259. F

N

NADIR *quid.* 501. B
Naphtha, asphaltum, succinumque è longinquo flammam suffurantur. 359. C
Natiuus calor membra efficit agilia. 18. F
Natura prima rerum omnium causa. 70. B
Naturam pro causa assignare, imperitorum asylum. 70. B
Naturalis spiritus proprij ductus sunt venæ. 24. F
Naturalia agentia necessitate naturæ ad agendum compelluntur. 53. E
Nauarchi aliquam Astronomiæ cognitionem habere debent. 457. A
Naues in alto mari, quamuis ocyssimè prouehantur, consistere putantur. 351. F
Naues ferri videmus ex riparum vicinitate. 190. C
Nauigantibus littora præterire videntur. 349. D
Nauigantibus ipsa, qua vehuntur, nauis stare; cetera quæ stant, præterire videntur. 349. A
Nauigantibus quæ occurrunt naues, dupla celeritate præterlabi videntur. 349. B
Nauigantibus, quæ pari velocitate congrediuntur, naues stare videntur. 349. B
Nauigantibus, quæ anteit, nauis stare subinde videtur; quandoque accedere, aliàs abscedere. 352. B
Nebuloso aëre res longiùs quàm sereno cælo distare existimantur. 226. A
Nemesius sensum communem putauit esse intellectricem potentiam. 92. A
Nero cur perpetuò oculis conniuebat. 19. E
Neruo optico communi non inest primaria facultas cernendi. 23. D
Neruus opticus communis non est verè vnus, sed duo simul concreti. 14. F 15. C
Nerui optici. 6. D
Nerui omnium maximè sensibiles. 13 F
Nerui spirituum animalium receptacula. 13. F
Nerui optici toti sensu sunt præditi. 24. B
Nerui sunt ductus spiritus animalis. 25. A
Nerui punctura cæsi grauissima innehunt symptomata. 13. F
Nerui optici eo exquisitiori sensu pollent, quo ad cerebrum propiùs accedunt. 24. C
Nerui sensifici motoribus molliores & ampliores sunt. 14. F
Nerui motores à cerebello & spinali medulla prosiliunt. 14. F
Nerui sensifici ab anteriore parte cerebri oriuntur. 14. F
Nerui optici longitudine sunt pares. 22. C
Nerui optici ex Vitellonis sententia sese decussant. 15. D
Nerui optici à congressu dexter dextrum, sinister sinistrum oculum petit. 15. D
Nerui optici cum axibus opticis numquam in directum iacent. 24. B
Nerui optici cum ea quæ illorum connectit extrema, in vno sunt plano. 128. A
Nerui optici non ita respondent connectenti centra visuum, vt axes optici ei quæ connectit extrema neruorum. 128. B
Neruos opticos quidam Patauij penitus disiunctos habuit. 15. C 24. A
Neruos opticos perfectè in vnum nerum coire, perperàm Galenus. 15. A
Neruorum opticorum vsus. 71. A
Neruorum opticorum pori. 13. E
Neruorum omnium duplex origo. 14. F
Neruorum opticorum æqualitas ex illorum situ ac progressu probatur. 22. D
Neruis opticis duo insunt, spiritus & sentiendi facultas. 71. B
Nictare homini quàm maximè naturale. 8. E
Nictatio crebrior pauoris indicium. 8. E
Nihil est quod nusquam est. 149. D
Nigredo & albedo contrarij colores. 39. E
Nigredo ceteros colores obfuscat. 40. D
Nigredo per se visum colligit. 41. F
Nigredo ex accidente visum hebetat. 41. F
Nigredinis, quæ in interna parte choroidis spectatur, causa. 19. C
Nix cur candida. 44. E
Nocte iter facientes eminus se videre arbitrantur ædes, arbores, homines, turres, quibus tamen propinqui sunt. 225. E
Nocte lucentia quæ. 17. A. D 31. F 358. C

Nocte lucentia interdiu opacum corpus referunt. 31. F
Noctinaga animantia. 17. B
Nodi duo soluuntur eorum qui lumina confundi arbitrantur. 389. B
Notio, quæ ex primo adspectu concipitur, confusa est. 101. B
Notionalis color quis. 45. D
Notionalis colorum compositio. 39. D
Notionalis colorum compositio in oculo fit. 39. D
Notiora nobis cur illa quæ sensibus propinquiora. 341. C
Nox cur in cælo nulla. 373. D
Nubecula in oculo quid. 61. A
Nubes moueri, ex proximarum ædium adspectu deprehenduntur. 190. C
Nubes multis passuum millibus abesse imperitum vulgus arbitratur. 224. F
Nubes terræ cohærentes, propè; auulsæ, longissimè abesse videntur. 224. E
Nubium colores veri sunt colores propriæ inserti materiæ. 43. B
Nubium ortus. 224. E
Numerare solius mentis est opus, adiuuante memoria. 185. B
Numeratio solius intellectus est opus. 30. C
Numerus alius ex discretione, alius ex distinctione producitur. 184. F
Numerus ex discretione vel distinctione aspectu cognoscitur. 184. E
Numerus ex diuisione cognoscitur. 344. D
Numerus sitne inter communia obiecta visus. 29. E
Numerus confusè aspectu cognoscitur. 30. C
Numus aureus quomodo congestum aureorum acervum exhibere possit. 330. E

O.

OBIECTVM. Vide *Visile.*
Obiectum visus lux & color. 28. B
Obiectum formale visus. 215. C
Obiectum visus præcipuum est lumen colore affectum. 16. F
Obiectum visus præstantissimum. 65. F
Obiectum visus magnitudine aliqua præditum esse debet. 59. A
Obiectum visus opacum esse debet. 58. C
Obiectum duobus oculis spectatum cur geminum non appareat. 85. B
Obiectum in illo apparet radio, quo ipsius simulachrum ad obtutum porrigitur. 112. C
Obiectum idem ex eodem interuallo sub diuerso angulo spectari non potest. 162. C
Obiecti visus materia & forma quæ. 28. E
Obiecti visus forma non visibilitas, sed visibilitatis principium. 28. E
Obiecti visus partitio. 28. B
Obiecti visus conditiones sex. 58. B
Obiecti minima distantia quæ. 60. E 61. F
Obiecti minima distantia non ex natura specierum petenda est. 62. A
Obiecti magnitudo, quæ ad visionem requiritur, indefinita est. 59. C
Obiecta communia visus. 29. D
Obiecta communia visus enumerantur. 30. C
Obiecta communia qua nota distingui debeant. 30. D
Obiecta communia visu propriam speciem sensiteriis inurunt. 50. C
Obiecta communia cur internorum sensuum præsidio ad sui cognitionem opus habeant. 151. F
Obiecta visus quomodo distincta videantur. 27. B
Obiecta plura æque distincte simul videri non possunt. 85. F
Obiecta sensuum organa pessumdant; intellectus autem obiectum quo excellentius est, eò suauius potentiam afficit. 104. B
Obiecta duobus modis in externos sensus agũt. 57. D
Obiecta maiora è remotiore loco videntur. 60. C
Obiecta propinquiora maiori angulo, remotiora minore conspiciuntur. 196. E
Obiecta visus aut solo aspectu, aut accedente mentis cognitione, aut insuper syllogismo dignoscuntur. 216. C
Obiecta communia visus alia ex aliis cognoscuntur. 152. D
Obiecta communia cognoscuntur collatione, aut distinctione, aut prænotione, aut syllogismo. 151. F
Obiecta aspectui viciniora euidentiùs cernuntur. 197. C
Obiecta in visum agere argumentis probatur. 69. E
Obiecta spatio definiuntur, quo videri possunt. 60. A
Obiectorum communium species à speciebus propriorum non distinguuntur. 50. E
Obiectorum communium species sunt modi & velut appendices propriorum. 50. F
Obiectis communibus visus annexa. 30. C
Obiectis oculo præsentibus superuacaneæ sunt species. 61. E
Obliquam lineam quæ tabulæ parallela non sit scenographicè transcribere. 662. C
Obliquæ parallelæ lineæ plani directi, scenographicè quò porrigantur. 656. B
Obliquæ parallelæ lineæ è planis inclinatis quò scenographicè contendant. 656. E
Obliquæ parallelæ lineæ plani horizontalis scenographicè quò sint ducendæ. 655. D
Obliquæ parallelæ lineæ plani inclinati, ad quod punctum scenographicè respiciant. 657. A
Obliquæ parallelæ lineæ, quo obliquioribus angulis directas secant, eò propiùs puncto primario scenographicè transcriptæ congrediuntur. 652. B
Obliquæ parallelæ lineæ plani declinantis ad quod punctum scenographicè sint destinandæ. 657. D
Obliquitas ex interuallo spectata non perpenditur. 256. C
Obliquus situs quomodo visu percipiatur. 180. C
Obliquo adspectu horopter cum axibus opticis inæquales angulos facit. 147. F
Obscuro carcere diu detenti visu deficiunt. 41. F
Obscuræ maculæ in parietibus interdum vmbræ putantur. 217. E
Obtutus idem quod intuitus. 86. B
Obtutus solo fit axe. 87. B
Obtutus alius absolutè, alius ex prænotione dicitur. 86. B
Obtutus ex prænotione quis dicatur. 86. D
Obtutus ex prænotione alius assuetorum, alius insuetorum. 87. A
Obtutus ex prænotione idem, quem Nemesius ex memoria appellat. 86. E
Obtutus interdũ ratione & syllogismo vtitur. 86. C
Obtusum & acutum visu quomodo percipiantur. 171. A
Obtusa oculorum acie res propinquæ longiùs quandoque

doque abesse existimantur. 226.C
Obuersionis situs quis. 177.C
Obuersionis situs triplex. 177.B
Obuersionis situs motu in loco variat. 177.E
Occulta multa cur Deus esse voluit. 63.F
Octaëdri Orthographica proiectio secundùm triplicem aspectum. 557.E
Octo circumstantiarum asymmetria omnium fallaciarum aspectus est causa. 217.B
Oculus mundo comparatur. 107.E
Oculus hominis nec antrorsum, nec retrorsum mouetur. 7.C
Oculus corporis videndo fatigatur, intellectus autem perficitur. 104.A
Oculus humore albugineo præter naturæ conditionem distentus, eminus non videt. 120.F
Oculus dum videt, externo lumine à rebus promisso illustratur. 17.A
Oculus supra terræ superficiem constitutus, ad cælos comparatus ita se habet, ac si in centro mundi existeret. 224.D
Oculus propemodum velocior est, quàm animus. 71.C
Oculus optimè videt è tenebris. 65.C
Oculus cur variis humoribus constet. 18.E
Oculus vnus quomodo plura simul videat. 84.E
Oculus cuius albugineus humor siccescit, eminus quidem, sed minora omnia intuetur. 121.A
Oculus corporis extremitatem rerum intuetur, intellectus autem interiora & abdita. 104.A
Oculus id est in corpore, quod mens in animo. 66.B
Oculus variis externis iniuriis expositus. 8.B
Oculus cur aqueus sit & frigidus. 18.D
Oculus mentis tum primò acutùm incipit cernere, cùm corporis oculus defloreſcit. 103.A
Oculi structura. 3.B
Oculi partium schema. 3.B
Oculi figura ad radiorum infractionem plurimùm conducit. 120.E
Oculi partes externæ. 2.D 8.A
Oculi temperamentum cur non aërium. 18.E
Oculi partes immotæ perseuerant. 20.D
Oculi humores coloris omnis sunt expertes. 18.B
Oculi motus septem. 7.A
Oculi distantia quid proiectionibus conferat. 495.A
Oculi ac mentis variæ comparationes. 103.B
Oculi pars anterior myoptræ similis est. 120.E 122.B
Oculi partes pleræque exsangues. 18.D
Oculi tunicæ venarum fibris colligantur. 20.D
Oculi motus diagnosticum est signum eius motus quo res spectatæ cientur. 187.A
Oculo vtroque quàm altero tantùm perfectiùs cernimus. 81.E 82.F 83.B
Oculo compresso lucidus circulus emicat. 16.C 17.D
Oculo suppresso, res vna geminari videtur. 346.D
Oculo vno obiecto, alterius pupilla dilatatur. 20.A
Oculo ei quod videtur appropinquante, spectatum augeri putatur. 239.A
Oculo humano nullum lumen à natura insitum. 15.F 16.D
Oculo vno diutiùs intuentes visu deficiunt. 83.E
Oculum tunicæ septem & tres humores constituunt. 2.D
Oculorum musculi septem. 7.A
Oculum igneum dixit Plato. 18.D
Oculi pars corporis nobilissima. 2.D
Oculi cur in summo collocati. 2.D
Oculi speculatores. 2.D
Oculi à cerebro originem ducunt. 6.C
Oculi cur à cerebro profecti. 6.E
Oculi non ipso intuitu, sed tetra exhalatione noxam inferunt. 80.B
Oculi cur ad proximè admota oacutiant. 132.B
Oculi cur in anteriore parte capitis. 7.D
Oculi neruorum opticorum apophyses. 6.E
Oculi ingenij nota. 66.C
Oculi affectionum animi indices. 66.B
Oculi quomodo pariter moueantur. 20.F
Oculi brachiis comparantur. 6.F
Oculi emissitij animantibus quibusdam dati. 7.D
Oculi paralysi aut conuulsione laborantes nil exactè vident. 127.A
Oculi infantum statim à partu caſiuſculi. 5.D
Oculi profundiores acutiùs vident. 65.E
Oculi actionum omnium duces. 66.D
Oculi exemptitij, commentum Luciani. 7.F
Oculi in extremis digitis depicti, cæcitatis hieroglyphicum. 7.E
Oculi laxatis musculis abiectoque retentionis conamine incertum situm habent. 130.F
Oculi cur bini. 6.F
Oculi propiùs adduci nequeunt, quàm vt axes cum neruis opticis angulos rectos efficiant. 131.B
Oculi quomodo volubiles, cùm frigidi sint. 18.F
Oculi ita diuaricari nequeunt, vt axes firmentur paralleli. 130.E
Oculi facilius ad longissima spatia acies protendunt quàm ad proxima contrahant. 132.A
Oculi ad solem ita sunt comparati, vt intellectus ad Deum. 103.C
Oculorum numerus quomodo distinctæ visioni non officiat. 85.A
Oculorum contractio animi attentionem conciliat. 131.E
Oculorum nimia contractione cur dolor excitetur, diuaricatione non item. 131.E
Oculorum intercapedinem cur homini minimam natura molita est. 131.E
Oculorum volubilitas visioni quid conferat. 85.F
Oculorum acie vnum dumtaxat punctum distinctè conſpicitur. 81.A
Oculorum mira societas. 20.F
Oculorum mirus consensus. 126.D
Oculorum diuersæ figuræ, quæ in animantibus cernuntur, visioni nil officiunt. 123.F
Oculorum temperamentum humidum est & frigidum. 18.D
Oculorum contractio non omnibus eadem est. 132.C
Oculorum situs naturæ aspectus quis accommodatissimus. 129.B
Oculos infectos qui intuentur, contagione læduntur. 79.E
Oculos plerique eò adducunt, vt axes optici cum ea quæ contra visuum iungit, triangulum aquilaterum efficiant. 132.C

Oculis libertatis vestigium inest. 66.C
Oculis motis, & optici axes pariter mouentur. 129.C
Oculis ita diuulsis vt axes non concurrant, impossibile est aliquid distinctè videri. 21.D
Oculis a fluminum aspectu semotis, quæ stant moueri videntur. 57.E
Oculis obiecta conuicia omnium acerbissima. 66.D
Ocyssimè delata, totum, per quod feruntur, spatium complere videntur. 347.C
Odores corporea exhalatione subnixi feruntur. 74.C
Ὀμφαλόπτρα quid. 20.C 120.F
Omphaloptra myoptræ contraria. 120.F
Omphaloptris qui vti debeant. 120.F
Opacum quid 32.B
Opacum dicitur, quod lumini impenetrabile est. 358.B
Opacum corpus ex inæquali distantia signi luminosi radiis ex æquo perfundi potest. 405.C
Opacum tot vmbras fundit, quot opponitur luminaribus. 444.A
Opacum maius maiorem vmbram progignit. 425.C
Opacum corpus in aduersam luminis partem vmbram proijcit. 424.E
Opacum corpus quò plures radios luminis intercipit, eò ampliorem vmbram producit. 425.A
Opacum planum à puncto lucido illic apprimè illustratur, vbi radius ad normam incidit; hinc verò semper obscurius. 406.D
Opaci & diaphani mutua ad visionem subsidia. 58.F
Opaci ac lucentis corporis comparatio. 357.B
Opaca si visui paterent, quæ incommoda sequerentur. 62.E
Opacitas non est peculiaris qualitas corporibus ingenita. 32.F
Opacitas tamquam velum eorum quæ latere oportet. 63.F
Opacitas ex aspectus prohibitione percipitur. 192.C
Opacitas rei visilis quanto est maior, tanto est visui accommodatior. 217.D
Ophthalmicis caruleus color purpureus appareat. 215.D
Opinio Galeni de crystallini alimento. 19.A
Opinio lucem in diaphano, colorem in opaco esse, Aristoteli attribuitur. 31.F
Opinio quorumdam, cur sphærica esse debeat oculi figura, refutatur. 9.F
Oppositio similis quæ dicatur. 178.C
Oppositionis situs motu ad locum variat. 177.E
Oppositionis situs duplex. 176.F
Oppositum visui quomodo accipiendum. 59.D
Oppositæ positionum differentiæ tribus planis diriminantur. 176.B
Optica & Geometria obiecti ratione distinguuntur. 498.D
Optica medius videndi modus. 682.C
Optice quibus rationibus nitatur. 2.B
Optice distantias astrorum edocuit. 223.D
Optico nerno communi non inest primaria facultas cernendi. 23.D
Optici nerui. 6.D
Optici nerui longitudine sunt pares. 22.C
Optici nerui toti sensui sunt præditi. 24.B
Optici nerui cum axibus opticis numquam in directum iacent. 24.B
Optici nerui eò exquisitiori sensu pollent, quò ad cerebrum propius accedunt. 24.C
Opticorum neruorum vsus. 71.A
Opticorum neruorum æqualitas ex illorum situ ac progressu probatur. 27.D
Organum visus primarium est aranea tunica. 26.E
Organum visus nobilissimum. 65.F
Organum visus cur diaphanum. 16.E
Organum visus sphæricum. 9.A
Organum visus geminum. 26.A
Organum sensus communis est cerebrum. 92.D
Organo minus sensibili prædita latiorem habent pupillam. 19.F
Organa omnium sensuum à propriis obiectis patiuntur. 26.E
Ophthalmia rubedinis aspectu ingrauescit. 41.F
Orthographice quid. 456.C
Orthographice vnde dicta. 505.B
Orthographica proiectio radiis fit parallelis. 504.
Orthographice imaginaria quodammodo est proiectio. 562.D
Orthographice primum proiectionis genus ex infinita oculi distantia 498.B
Orthographice quomodo ex infinita oculi distantia esse intelligatur. 503.E
Orthographices materia. 503.B
Orthographices ac Stereographices discrimina. 573.D
Orthographices vsus. 503.D
Orthographices cognitio ad Gnomonicen necessaria. 562.E
Orthographices incommodum. 573.D
Orthographicæ descriptiones possunt subinde coloribus leuiter depingi. 562.A
Ὀρθὴ eadem quæ normalis. 505.B
Ortus & occasus astrorum verus quis. 411.A.E
Ortus & occasus horam ex Orthographia definire. 537.D
Ortus & occasus horam ex Stereographia cognoscere. 619.D
Ὄφεων Aristoteli quid. 39.E
Oscitante vno, & alter oscitat. 70.E
Otiosi temporis prolixitatem incusant. 225.B

P.

PALLOR *in hominibus vnde.* 44.F
Palpebra inferior in hominibus immobilis. 8.C
Palpebræ quid conferant oculis. 8.B
Palpebræ cur tenues. 8.E
Palpebrarum celeri & crebro motu, & oculus custoditur, & continua visio non intermittitur. 8.D
Panni quidam quomodo mutato oculi situ colorem mutent. 43.D
Pantheon tribus imparibus scamillis in ambitu circtum. 262.C
Parabola quid cum triangulo & circulo commune habeat. 287.B
Parabola inter ceteras coni sectiones medium locum obtinet. 287.B
Parabolam quadrare docuit Archimedes. 254.D
Paralogismus quid, & quomodo procreetur. 216.
Paralysis oculos inuadens rectæ visionis vsum adimit. 127.A
Parallelæ obliquæ lineæ plani declinantis ad quod punctum scenographicè pergant. 657.D
Parallelæ obliquæ lineæ è planis inclinatis quò scenographicè porrigantur. 656.E

Parallelæ obliquæ lineæ plani directi ſcenographicè quò ſint ducendæ. 656.B
Parallelæ obliquæ lineæ plani horizontalis ſcenographicè quò porrigantur. 655.D
Parallelæ obliquæ lineæ quò obliquioribus angulis directas ſecant, eò propiùs puncto primario ſcenographicè tranſcriptæ congrediuntur. 652.B
Parallelæ obliquæ lineæ plani inclinati, ad quod punctum ſcenographicè deſtinentur. 657.A
Parallelæ rectæ lineæ in parallelas rectas lineas orthographicè proijciuntur. 519.C
non Parallelæ rectæ lineæ quomodo in parallelas lineas ſcenographicè tranſcribantur. 647.E
Parallelæ lineæ quæ directas obliquè ſecant, tabulâ ſcenographicè exceptæ in vnum punctum concurrunt. 648.D
Parallelæ rectæ lineæ quò longiùs à viſu protenduntur, eò propiùs coire videntur. 264.D
Parallelæ omnes rectæ lineæ ad eam ſecundùm aſpectum contendunt, quæ ab oculo vni illarum parallelæ educitur. 266.B
Parallelæ rectæ lineæ vtcumque ſpectatæ numquam apparent parallelæ. 265.B
Parallelæ ſuperficies perpendiculariter expoſitæ, in parallelas rectas lineas orthographicè tranſcribuntur. 519.F
Parallelæ eſſe oportet quæ ſimiliter viſui opponuntur. 178.D
Parallelæ interualla ex inæquali diſtantia ſpectata, ſi æqualia ſint, inæqualia apparent. 264.A
Parallelarum in tabula apparentium interualla ſecundùm aſpectum ſcenographicè contrahere. 646.A
Paralleli diurni. 499.E
Paralleli diurni non verè ſunt circuli, ſed vnius ſpiræ volumina. 499.F
Paralleli diurni impari interuallo ab inuicem diſiunguntur. 499.E
Parallelorum diurnorum portiones quæ ſupra Horizontem extant, diem; quæ infra procumbunt, noctem repræſentant. 500.A
Parallelorum diurnorum munus. 500.A
Parallelos diurnos ſtereographicè explanare, oculo in Æquatore poſito. 611.D
Parallelos diurnos orthographicè deſcribere, viſu per Æquinoctia & Horizontem effuſo. 527.C
Pari velocitate moueri, quænam oculorum iudicio exiſtimentur. 351.B
Pari velocitate delatorum remotiora poſtera fieri videntur. 350.F
Pari velocitate delatorum remotiora minùs ſecundùm aſpectum promouent. 350.C
Parietes obtuſo admodum angulo commiſſi, ſi ex aduerſo anguli ipſius aſpiciantur, perpetui exiſtimantur. 167.B
Parietes ventorum procellas; tecta ſolis ardores, pluuias, niues, grandines arcent. 455.D
Parietum æquales planities admotis proximè oculis examinantur. 167.A
Partes externæ oculi. 2.D 8.A
Partes quæ animali ſpiritu incitantur, defatigatione moleſtantur. 92.F
Partes corporis, animæ ſunt inſtrumenta. 23.C
Partes corporis qua ratione diſtinguantur. 4.A
Partes oculi pleræque exſangues. 18.D
Partium oculi conſtantia ad viſionem perneceſſaria. 20.E
Particulares notiones quomodo ex aſpectu generentur. 101.D
Paſiteles nihil fecit antequam finxit. 457.C
Patera fallax, quæ cùm vino plena videatur, bibere tamen volentibus nihil profundit. 354.E
Pauimenta templorum ingredientibus faſtigiata videntur. 159.B
Pauimentorum planities oculo in terram demiſſo expenduntur. 167.A
Pauonum inſtabiles colores veri ſunt, non apparentes. 43.C
Pauonum colores cur ſole affulgente viuaciores reddantur. 43.D
Penſilibus lychnis maiora illuſtrantur triclinia. 381.C
Perfectè diaphanum videri non poteſt. 32.E
Perfecta quæ aſpectu ſit comprehenſio, diligenti intuitu & ſyllogiſmo & prænotione indiget. 89.E
Peripatetici nec ſemper nec numquam falli ſenſus aſſeruerunt. 214.E
Perpendicularis illa linea explicatur, à qua vel ad quam fit radiorum infractio. 119.E
Perpendicularis primaria. 642.D
Perpendicularis linea breuiſſima eſt illarum omnium quæ à puncto ad planum ducuntur. 488.C
Perpendicularis ſitus quis. 177.B 181.D
Perpendicularis ſitus quo pacto viſu agnoſcatur. 181.C
Perpendicularis ſitus non in lineis tantùm, ſed etiam in ſuperficiebus locum habet. 181.F
Perpendiculo erecta quo pacto viſu dignoſcantur. 182.F
quæ Perpendiculo aut libra expenſa ſunt, in mutuam cognitionem aſpectum inducunt. 182.E 183.A.
Perpendiculares lineæ in parallelas lineas ſcenographicè transferuntur. 644.F
Perpendiculares lineas ſcenographicè tranſcribere. 660.E
Perpendiculum, verticem ac mundi centrum reſpicit. 182.F
Perſpicuum indefinitum quid. 31.D
Perſpicuum terminatum quid. 31.D
Perſpicuum duobus modis dicitur. 31.C
Phantaſia non ita componit, vt verum aut falſum argumentatione eliciat. 101.F
Phantaſia media eſt inter intellectricem potentiam externoſque ſenſus. 95.B
Philoponus ſenſum communem, attendentem facultatem appellat. 92.A
Philoſophiæ originem viſui adſcribit Philo. 66.A
Philoſophiam Plato aſpectui acceptam refert. 66.A
Philoſophorum ſententia de geminati aſpectus cauſa confutatur. 343.B
Phidiæ & Alcamenis certamen. 262.F
Pictores primùm rudioribus lineamentis res deſignant, deinde emortuis coloribus velut prima forma adumbrant, tandem opus perficiunt. 97.C
Pictores naturâ phlegmatici quamdam etiam in rebus ferocibus modeſtiam & ſuauitatem exprimunt. 194.D
Pictores naturâ melancholici grauitatem in operibus affectant. 194.D
Pictores qui anguſto ſunt pectore, res paruas exili tabella comprehendunt. 194.D
Pictores quibus generoſius eſt animus, magnis figuris præcipuè delectantur. 194.D

Pictorum obseruatio. 44. D
Pictoriæ partes quatuor. 457. B
Pictus humanus vultus quomodo intuentem respiciat. 683. A
Pictura est quædam aspectus fallacia. 218. F
Pictura in pictura quæ. 683. E
Picturæ quædam cur eminus elegantes appareant, cominus turpes ac fœdæ: aliæ è conuerso cominus venustæ, eminus deformes. 231. F
Picturæ quomodo collocandæ. 682. E
Picturæ loco editiori collocatæ antrorsum inclinandæ sunt vt ab imo spectantibus propensiores fiant. 221. F
Picturæ sulcatæ. 683. F
Picturæ quæ intuentes fallunt. 684. B
Pingere ita vt cominus tantùm imago perfecta appareat, laboris est opera. 232. A
Pingere ita vt eminus perfecta imagine appareat, magnæ artis est opera. 231. F
Pinguedo illita pinguefacit, vti humiditas solo adhæsu humectat. 359. A
Pisces cur palpebris destituti. 8. F
Planæ figuræ centrum quod. 110. B
Planæ superficies libella expensæ, cùm visus altitudinem superant, alueolatæ videntur. 261. F
Planetæ cur stationarij, progressiui, & retrogradi vocentur. 348. C
Planetæ insulæ ponti Euximi tamquam πλαγκταὶ πέτραι. 349. E
Planetæ in epicyclis recto motu reciprocari videntur. 348. A
Planetas omnes à sole lumen mutuari, communis Astronomorum sententia. 419. D
Plani accessus & recessus proiecturæ genus non mutat. 496. C
Plani distantia quid proiectionibus conferat. 495. A
Planisphærium Ptolemæi secundùm Stereographicen descriptum est. 573. B
Planisphærium Ptolemæi oculo in polo stereographicè descriptum. 624. D
Planities vnico intuitu diiudicari non potest. 167. A
Planum quomodo visu cognoscatur. 166. F
Planum directum. 642. B
Planum declinans. 642. B
Planum declinans simul & inclinans. 642. B
Planum inclinatum. 642. B
Planum obliquum. 642. B
Planum horizontale. 642. B
Planum aduersum. 642. A
Planum obliquo aspectu certiùs cognoscitur quàm directo. 166. F
Planum horopteris quod. 111. B
Planum horopteris per horopterem incedit. 111. C
Planum horopteris tabulæ comparatur in termino visionis constitutæ. 111. D
Planum horopteris ad planum quod per iugatos axes ducitur, rectum est. 111. C
Planum horopteris vti horopter sunt quiddam imaginarium. 111. C
Planorum sub oculo iacentium remotiores à visu partes in altum efferri videntur. 258. E
Planorum quæ supra visum incumbunt, remotiores partes ad ima prolabi videntur. 260. A
Plato cur oculum igneum putauerit. 18. D
Plato philosophiam aspectu acceptam refert. 66. A
Plato colorem non rectè lumen esse dixit. 37. A
Plato luminis emissione visionem fieri censuit. 72. B
Platonis de insito oculorum lumine sententia refellitur. 16. E
Platonis sententia de insito oculorum lumine. 15. F
Plinius ex Stoicorum sententia lunæ maculas sordes esse dixit è terra sublatas. 420. E
Plinij sententia de talparum cæcitate. 67. C
Plotinus à vera visus ratione non longè aberrauit. 70. E
Plotinus compassione fieri visionem existimauit. 70. C
Plotini ratio, cur propinquiora remotioribus maiora appareant, explodituir. 230. C
Plura obiecta æquè distinctè simul videri non possunt. 85. F
Pluribus radiis spectata radiorum numero geminantur. 116. D
Polares circuli. 500. A
Polares circuli sunt vestigia Polorum Zodiaci. 500. A
Polares circuli tantum distant à Polis mundi, quantum Tropici ab Æquatore. 500. A
Polares circulos orthographicè proiycere, visu per Æquinoctia & Horizontem translapso. 523. F
Polares circulos stereographicè proiycere, oculo in altero Æquinoctiorum collocato. 610. A
Polita corpora interdum translucida putantur. 353. C
Polorum stereographicè proiectorum insignes proprietates. 587. B
Polygona figura quæ. 173. A
Polygona figura ex maiore angulorum quàm laterum a visu distantia colligitur. 173. A
Pori neruorum opticorum. 13. E
Porticus ab extremitate inspectæ stringi in angustum videntur. 260. E
Positionum circuli. 502. C
Positionum circulos orthographicè planos facere, visu per Æquinoctia & Horizontem incedente. 545. A
Positionum circulos ex obliquo aspectu stereographicè explanare. 635. A
Positionum circulos stereographicè proiycere, oculo in vertice collocato. 633. E
Positionum circulos stereographicè constituere, oculo in communi Horizontis & Æquatoris sectione existente. 623. E
Positionum circulos stereographicè planos facere, oculo in communi Horizontis & Meridiani sectione constituto. 634. E
Positionum differentiæ sex. 175. E
Positionum differentiæ cur numero sex. 642. D
Positionum differentiæ ex comparatione medij prospectus colliguntur. 175. E
Positionum differentiæ tribus planis distinguuntur. 176. B
Possibile est, vt quod ocyùs fertur, seguiùs moueri videatur. 351. A
Potentia visiua cur exercitatione non perficiatur. 78. C
Potentiæ apprehensiuæ & appetitiuæ discrimen. 75. E
Potentiæ admittunt magis & minùs. 67. B
Potentiæ variæ circa idem obiectum diuersa ratione versari possunt. 91. B
Potentias cognoscitiuas oppido comparat D. Gregorius Nyssenus. 153. A
Præcognitum esse oportet quod in alterius cognitionem ducit. 187. A
Prænotio quantum visioni conferat. 88. F
Prænotio in iis locum non habet, quæ insigniter sunt

sunt immutata. 86.E
Præstigiatorum insignis fraus. 47.A
Primo ætatis flore viget ingenium & comprehendendi facilitas. 104.C
Primus aspectus confusam notionem ingerit. 101.B
Principia scientiarum quo pacto gignantur. 215.F
Priscorum scrupulus de specierū usu explicatur. 76.E
Prismatis Scenographica designatio. 672.B
Prismatis recti Scenographica umbra. 676.D
Prismatis obliqui Scenographica umbra. 678.F
Procul ab amne disiuncti, res ulteriores à citerioribus non distinguunt. 223.A
Procul distare illud necesse est, quod cùm magnum sit, exiguum apparet. 152.E
Procul spectata cærulea apparent. 44.D
in Profunditatis ignotæ cognitionem radio ducere. 242.C
Profunditates atque eminentiæ si parvæ sint, ex umbris cognoscuntur. 170.A
Progressiones omnes ab imperfecto ad perfectum per medium fiunt. 97.A
Proiecta ob motūs pernicitatem sæpè non videntur. 347.A
Proiectio quid. 493.A
Proiectionis definitio. 493.E
Proiectio idem quod designatio. 457.C
Proiectio naturam lationis æmulatur. 493.F
Proiectio à Guido Vbaldo Sectio nuncupatur. 493.C
Proiectionis appellationes variæ. 493.C
Proiectio solaris umbræ ab Orthographia nil discrepat. 562.C
Proiectio umbræ, Opticæ proiectioni simillima est. 562.D
Proiectio tribus absoluitur. 493.E
Proiectio Pictoriæ est fundamentum. 457.B
Proiectio quæ optima. 573.D
Proiectionis exemplum organicum. 494.F
Proiectionis genus non mutatur plani accessu & recessu. 496.C
Proiectionis genus triplex ex plani ipsius conuersione. 498.A
Proiectionis ex infinita oculi distantia meminit Gemma Frisius. 521.B
Proiectionem ex infinita oculi distantia negat Guidus Vbaldus. 521.C
Proiectiones ad Architectonicam necessariæ. 455.D
Proiectionum axioma. 502.D
Proiectionum genera qua nota distinguantur. 495.C
Proiectionum tria genera ex oculi transpositione demonstrantur. 497.D
Proiectionum elogium. 457.C
Proiectionum tria genera ex oculi transpositione. 497.D
Proiectionum genera quæ absolutè dicenda. 498.B
Proiectionis genus non mutatur ex rei ipsius diuerso situ. 496.B
Proiectionum cognitio ad Geographiam vtilis. 455.B
Proiectionum scientia Nauarchis necessaria. 456.F
Proiectionum peritus cælum secum deferre videtur. 455.A
Proiectionum gnarus, Sphæra aut Astrolabio opus non habet. 454.D
Proiectionū materia, puncta, lineæ, superficies. 498.C
Proiectionum scientia ad res Astronomicas vtilis. 453.A 454.A
Proiectionum vtilitas in sciotericis describendis ostenditur. 565.D
in Proiectionibus oculus semper alterum extremum occupat. 494.D
in Proiectionibus res & planum subinde ordinem permutant. 494.D
Proiectura quo differat à simplici rei phantasia. 493.B 494.A
Proiectura ex oculi plani ve distantia quam diuersitatem subeat. 495.A
Proiecturæ ex rei & plani obuersione variant. 494.E
Proiecturæ sunt quædam aspectus fallaciæ. 494.C
Proiecturæ ædificiorum vnde dictæ. 493.E
Proiecturæ bello peropportunæ. 456.E
Proiecturæ in ædibus quæ. 495.D
Prominentia quomodo visu deprehendatur. 166.E
Propè id esse coniicitur, quod cùm paruum sit, magnum videtur. 152.E
Propinquiora plurimùm videntur, quorum intermedia corpora non percipiuntur. 225.A
Propinquiora remotioribus maiora videntur. 230.B
Propinquitatis eorum quæ in oculo sunt, triplex locus. 60.F
Proprietatum visibilium aliæ aliis citiùs percipiuntur. 100.E
Promptiùs mouetur motum, quàm quod nondum moueri est cœptum. 382.F
Prouerbium, Plus vident oculi quàm oculus, vnde deductum. 85.C
Prunæ accensæ cur, dùm Soli exponuntur, quamdam aëris agitationem ostendant. 439.E
Ptolemæi planisphærium ex Stereographia originem habet. 573.B
Pueri diu circumacti in terram collabuntur. 25.E
Pueri cur cùm verti desierint, cadant. 348.E
Pueri cur maximè circa motum aspectu fallantur. 349.C
Puerorum lusus. 234.C
Pueris omnia magna videntur. 234.C
Pulchri & turpis vera æstimatio ex ratione magis quàm ex aspectu pendet. 194.E
Pulchritudo & turpitudo à visu qua ratione percipiantur. 193.E
Pulchritudo & deformitas sintne inter communia visus obiecta. 31.A
Pulchritudo & turpitudo non manāt è subiecto. 194.E
Pulchritudinis & turpitudinis æstimatio ad iudicium pertinet. 31.A
Pulchrum quid. 193.F
Pulchrum ex hominum opinione. 194.D
Pulchrum ex fine propriaque functione. 194.A
Pulchrum in aliquo genere quid. 194.A
Pulchrum ex vsu & consuetudine. 194.C
Pulchrum in colore potissimùm & figura versatur. 193.F
Pulsuum differentiæ tactu quidem, sed ope intellectus perfectè cognoscuntur. 30.B
Punctum vndequaque insectile est. 431.C
Punctum semper in punctum orthographicè profunditur. 505.C
Punctum stereographicè in punctum proiicitur. 573.A
Punctum primarium in Scenographicis descriptionibus quod. 641.B
Punctum primarium Scenographicæ descriptionis est vmbilicus. 648.B
Punctum primarium puncto cuipiam Horizontis respondet. 641.C
Punctum primarium est principalis radij proiectura. 641.B

Punctum nec obuersionis nec partium inter se situm habet. 178. B
Punctum solum admittit oppositionis situm. 178. B
Punctum vnius tantùm modi vmbram gignit. 431. C
Punctum opacum quod corpore luminoso illustratur nullam perfectam vmbram producit. 428. D
Punctum cocuntium in speciem parallelarum inuenire. 266. B
Puncti visibilis radius opticus recta est linea. 115. A
Puncti opaci vmbra est recta linea infinita. 428. A
Puncti primarij vis. 682. B
Puncta secundaria quæ. 641. D
Puniceus color plus habet cyanei, quàm amethystinus. 40. F
Pupilla oculi. 2. E 5. A
Pupilla ad intensum lumen constringitur. 19. D
Pupilla iis angustior est, quibus organum magis sensibile. 19. F
Pupilla intuentis imaginem quomodo reddat. 52. E
Pupillæ ambitus constringitur & dilatatur. 2. F 19. D
Pupillæ ambitus in tenebris quàm maximè dilatatur. 19. D
Pupillæ constrictio & dilatatio non subsunt voluntatis arbitrio. 20. B
Pupillæ constrictio & dilatatio non fit vi sphincteris. 20. B
Pupillæ facultas sphincteris inest. 2. F
Pupillæ dilatatio non fit ex affluentia spirituum, constrictio verò ex parcitate. 20. B
Pupillæ constrictio & dilatatio cordis agitationi similis est. 20. B
Pupillæ magna constrictio dolorem infert. 20. B
Pupillæ constrictio causa non est cur excellens lumen organum lædat. 35. E
Pupillæ dilatatione luminis plurimũ suscipitur. 19. D
Pupillæ in hominibus magna amplitudinis varietas. 19. F
Pupillæ constrictione externum lumen arcetur. 19. D
Pupillæ contractio maioris mali arcendi est causa instituta. 35. E
Pupillæ constrictio & dilatatio quid commodi visui adferat. 19. D
Pupillæ in animantibus varia forma. 5. A
Pupillæ proximè admota cur non appareant. 16. C
Pupillæ cattorum in tenebris non splendent. 18. A
Pupillis geminis orti vim fascinandi habere creduntur. 80. A
Purpureus color ex rubeo & cæruleo componitur. 40. C
Pyramis optica scaphio comparatur. 160. A
Pyramis quid, ex Euclide. 443. D
Pyramis optica quæ. 109. A
Pyramis optica maxima quæ dicatur. 109. D
Pyramis optica maxima augetur minuturque pupillæ dilatatione & constrictione. 109. F
Pyramis optica per se immobilis est: mouetur autem ex accidenti interdum tota, alias ex parte. 141. D
Pyramis luminosa quæ. 360. E
Pyramis illustrationis quæ. 361. A
Pyramis luminosa interdum optica est. 360. F
Pyramis illustrationis conuersa proportione respondet pyramidi luminosæ. 361. A
Pyramidis opticæ vertex centrum visus. 26. B
Pyramidis opticæ axis quis dicatur. 110. B
Pyramidis & coni discrimen. 443. D
Pyramidis opticæ verticalem angulum quo pacto visus percipiat. 143. C
Pyramidis opticæ axis mouetur quidem mota pyramide, at situm in ea non mutat. 142. B
Pyramidis opticæ magnitudo non ex re visa, sed ex amplitudine anguli verticalis pensanda est. 109. E
Pyramidis vmbra scenographicè proiecta. 675. D
Pyramides radiosæ non omnes opticæ sunt. 109. C

Q.

QVADRATVM *obliquè spectatum nec aquilaterum, nec parallelogrammum videtur, nec eius oppositi anguli æquales.* 299. A
Quadrangulares turres è longinquo spectatæ rotundæ videntur. 280. B
Quadrati dimetientes obliquo aspectu quomodo æquales & inæquales appareant. 297. B
Quadrati latera directo aspectu infracta videntur. 295. E
Quadrati latera & dimetientes directo aspectu æquales apparent. 295. B
Qualitates elemẽtares aliæ actiuæ, aliæ passiuæ. 358. F
Qualitates specificæ cominus agunt. 358. F
Qualitates cæleſtes eminus agunt. 358. F
Qualitates cæleſtes luminis ope agunt. 358. F
Qualitates vnius proximi generis se in gradu perfecto non admittunt. 386. F
Qualitates specificæ cæleſtibus similes sunt. 358. E
Qualitates diuersi generis se mutuò sine noxa penetrant. 388. B
Qualitates vnius generis proximi, quibus similes. 387. A
Qualitates, paruis licet accessionibus, intenduntur. 387. D
Qualitates tam cæleſtes quàm specificæ effectus proferunt sibi dissimiles. 358. F
Qualitates actiuæ duorum sunt generum, cæleſtes & elementares. 358. E
Qualitatum specificarum exempla. 358. E
Quantitas non differt reipsa à substantia. 380. D
Quantitas complectitur magnum, parvum, crassum, tenue, longum, latum, æquale & inæquale. 152. B
Quantitas prima dispositio est eorum, quæ ab agentibus naturalibus patiuntur. 64. F
Quantitas à substantia corporea seiungi non potest. 380. D
Quantitatis ratio in quo consistat. 380. D
Quatuor causarum genera in visione ex Aristotele. 78. E
Quatuor magnitudinum comparatio. 197. E 198. A
Quies in priuatione consistit. 152. C
Quies sitne inter communia visus obiecta. 29. E
Quies quo pacto visu percipiatur. 191. A
Quod nusquam videtur, non videtur. 139. D
Quod in actu est, alium actum eiusdem conditionis non requirit. 386. E
Quod potest maius, & id quod minus est in sua habet potestate. 384. B

R.

RADIVS *luminosus est recta luminis profluentia.* 360. D
Radius luminis à puncto per circulare foramen traiectus, conus est. 443. B
Radius luminis à puncto per multilaterum foramen transfusus pyramis est. 443. D
Radius vmbrosus, cum radio luminoso à quo procedit, in directum extenditur. 423. B
Radij insectilis visus. 115. C
Radius opticus quid. 107. A

Radius opticus in plerisque Mathematicis instrumentis locum habet. 106. C

Radius opticus, quo punctum videtur, recta est linea. 115. A

Radius opticus, quo linea videtur, interdum linea est, alias superficies. 115. B

Radius opticus, quo corpus videtur, pyramis est aut conus. 115. B

Radius principalis in Scenographia quis. 640. E

Radius principalis est quidem terrenæ lineæ parallelus, at non videtur. 640. E

Radius principalis in punctum primarium scenographicè proijcitur. 641. B

Radius Ptolemæi. 106. D

Radius communis. 108. E

Radius communis in connectentem centra visuum interdū rectis, aliàs obliquis angulis incidit. 108. F

Radius communis cum axe communi oppositisque axibus variè comparatur. 134. *& seq.*

Radius communis libratur Horizontis inspectione. 173. C

Radius communis oculorum diuaricatione & constrictione locum non mutat. 130. B

Radius communis qua oculorum mutatione situm variet. 130. A

Radius communis cum axe communi quibus conueniat. 108. F

Quibus iidem discrepent. 108. F

Radij optici sola extremitas quæ organum attingit videndi facultatem excitat. 118. B

Radio communi ad horopterem obliquo, & quos horopter cum axibus angulos facit sunt inæquales. 147. C

Radio communi in horopterem rectis angulis incidente, & axes optici cum horoptere æquales angulos efficiunt. 147. A

Radij optici sunt veræ formarum productiones, non autem imaginariæ. 112. E

Radij optici quarum formarum sint productiones. 113. D

Radij optici sunt formæ partim sectiles, partim insectiles. 114. F

Radij optici radiis luminis similes. 113. F

Radij optici per oculi humores tunicasque variè franguntur. 120. B

Radios opticos crystalloiden transuectos emori est necesse. 122. B

Radij optici axi viciniores angulis maioribus, remotiores minoribus, æquè dissiti æqualibus franguntur. 124. A

Radij optici variè inter se comparãtur. 136. *& seq.*

Radij omnes optici, præter axem, per albugineum oculi humorem franguntur. 119. D

Radij optici motu oculorũ respectum mutãt. 129. E

Radij optici ab aliis Araneæ nuncupantur. 113. D

Radij optici quomodo à materia secerni possint. 114. A

Radij optici, qui per extremitates parallelarum magnitudinum incedunt, sunt ipsis magnitudinibus proportionales. 241. C

Radij optici à rebus corporeo quodam modo profluunt. 114. F

Radij optici non minùs propter oculi figuram, quàm propter humorum diuersitatem frangũtur. 120. E

Radij ad oculum pertinentes non omnes optici sunt. 113. F

Radij qui circa lucernæ flammam apparent, vnde. 114. A

Radij superficiem coni tangentes, in rectis lineis tactiones faciunt. 320. F

Radij à medio rariori per densius transuecti, ad perpendicularem inclinantur. 120. A

Radij à densiori medio per aliud rarius transmissi, à perpendiculari resiliunt. 120. A

Radij omnes, qui à recta linea ad centrum visus porriguntur, in eodem sunt plano. 128. F

Radij qui ad cylindri superficiem tangentes ducuntur, omnes in rectis lineis tactiones faciunt. 313. E

Radij ab vno luminari profusi non confunduntur. 388. F

Radiorum triplex genus. 373. D

Radiorum in oculo collectio non est causa cur oculus ab excellenti lumine lædatur. 35. E

Radiorum diuersa infractio quam vtilitatem visui adferat. 125. B

Radiorum inflexione quæ extra oculum fit res alio loco apparet, quàm sit. 52. D

Radiorum infractio quæ in oculo fit, res spectatas à propriis locis non diuellit. 123. B

Radiorum opticorum infractio, quæ in oculo fit, rerum ordinem situmque non confundit. 122. D

Radiorum omnium solus axis in superficiem visus rectis incidit angulis. 118. D

Radiorum opticorum quantus sit vsus. 106. B

Radios opticos D. Basilius tactus oculorum appellat. 113. D

Radios opticos illos putat imperitum vulgus, qui in tenebris exlucernæ flamma emicant. 113. F

Radios opticos imaginarios esse illi senserunt qui visionẽ solã obiecti præsentiã fieri docuerunt. 113. A

Radios opticos imaginabiles esse, Mathematicorum sententia fuit. 112. F

Radios omnes opticos in centrum visus coire est necesse. 116. F

Radios opticos sensibiles esse rectè philosophi docuerunt. 113. B

Radios opticos imaginarios esse, qua ratione probetur. 113. B

Radios opticos Galenus visionem appellat. 113. C

Radiis omnibus opticis cur non æquè certa visio contingat. 125. D

Radius singulis singula videri necesse est. 115. E

Radiosæ pyramides non omnes opticæ sunt. 109. C

Ὑαλοειδὴς oculi tunica. 5. A

Ranunculi exemplum de magnitudinis æstimatione ex Satyrico. 235. C

Rara materia luce perfusa candorem exhibet. 39. F

Raritas, densitas, quæ prima sunt ortus atque interitus conditiones. 422. E

Raritatis ac densitatis nomina cælis minimè conueniunt. 422. E

Ratio quorumdam, qua probant neruos opticos pares esse longitudine, refellitur. 22. C

Rationibus quibus vtatur Optice. 2. B

Realis compositio colorum quæ. 39. C

Realis colorum compositio in rebus fit. 39. C

Realis obiectorum actio sublata causa in oculo aliquantisper perseuerat. 57. D

Recessus rei ex productis continuò axibus opticis conuincitur. 188. C

Recta linea quæ à circuli peripheria ad diametrum secundùm normam ducitur, mediam proportionem inter diametri segmenta obtinet. 458. C

Recta linea secans alteram parallelarum, producta secat & reliquam. 201. B

Recta interdum linea gemina apparet. 341. A
Recta linea perpendiculariter visui obiecta, spectatur vt punctum; directè verò aut obliquè, vt linea. 255. D
Rectæ lineæ, quæ horopteris plano parallela sit, binæ phantasiæ sunt inter se parallelæ. 341. A
Rectæ lineæ, quæ inæquales connectunt rectas lineas, productæ ad partes minoris concurrunt. 370. A
Rectæ lineæ propria nota, quòd sua ex æquo interiacet puncta. 181. D
Rectæ lineæ, (si illa horopteris planum pertransit) binæ phantasiæ se mutuò ad commune horopteris punctum intersecant. 341. A
Rectæ lineæ intra duas parallelas qua ratione se secent. 201. E *& seq.*
Recti anguli nullus alius duplã habet rationẽ. 254. E
Rectum ac planum quomodo dignoscantur. 165. D 166. F
Rectilinea figura quæ vocetur. 172. E
Rectilineam figuram laterum rectitudo conspicuam facit. 172. E
Rectitudo vno intuitu, at planicies pluribus cognoscitur. 167. A
Rectitudinis dignotio ex obliquo aspectu certior quàm ex directo. 166. B
Relectione memoria iuuatur 102. E
Reminiscentia qua ratione fiat. 75. D
Remotiora quandoque, aliàs propinquiora ea existimantur, quorum intermedium spatium ignoratur. 224. A
Res à tergo positæ cur non videantur. 55. A 59. E
Res in aperto minores apparent quàm in concluso. 226. F
Res eadem ex eodem interuallo sub alio atque alio angulo spectari non potest. 162. C
Res minimæ breui interuallo ab aspectu disiunctæ depereunt. 231. E
Res locusque se mutuò necessariò consequũtur. 175. B
Res omnes minores semper, quàm reipsa sint, apparent. 231. C
Res sensibiles angulo sensibili conspiciuntur. 161. C
Res spirituales sub aspectum non cadunt. 29. C
Respublica experientia potius quàm mente administratur. 2. B
Retina oculi tunica. 2. F 5. F
Retina tunica cur sic dicta. 5. F
Retinæ tunicæ origo. 2. F
Retinæ tunicæ figura. 5. F
Rubedo leonibus terrori. 41. F
Rubedo oculos accendit. 41. F
Rubedinis aspectus opthalmicis noxius. 41. F
Rufi sententia de Aranea tunica. 5. E

S

SANDARACA *rectè admiscetur cerussæ vstæ, non item laccæ.* 41. B
Sanguis facultatibus partium prolectatur. 19. C
Sanguis per venas non tamquam per canales defertur. 19. C
Sanguis cerebrum petens res externas sanguineo colore respergit. 25. D
Sancti quomodo visuri sint Deum in corpore. 29. B
Scalptores & Gemmarij cur vitream ampullam lumini obijciant. 122. A
Scamilli interdum gemini fiunt. 262. D
Scamilli impares apud Vitruuium qui sint. 261. F
Scamilli resimi qui sint, & quis illorum vsus. 262. D
Scamilli impares visuntur in Pantheo. 262. C
Scamilli resimi proprium adferunt operi ornamentum, minimè tamen necessarium. 262. D
Scaporum contracturæ ex Vitruuio. 232. E
Scænæ. 682. A
Scenographice quid. 456. C
Scenographice vnde dicta. 682. A
Scenographice tertium proiectionis genus ex insto oculis interuallo. 498. C
Scenographice eadem quæ Τρόμμη. 637. C
Scenographice ex oculi altitudine distantiaque pendet. 638. A
Scenographice res maximè ad viuum repræsentat. 637. B
Scenographicæ vmbrarum proiecturæ. 673. E
Scenographicas praxes plurimi scripsere mechanici. 637. D
Scenographicas proiecturas ad originem reuocare. 667. A *& seq.*
Schema partium oculi. 3. B
Scientiæ principium experientia. 341. C
Scientiam de medio tollebant Academici. 196. A
Scintillæ raptu ignea enitet linea. 347. D
Sciotericum horolabium ex Orthographicis proiectionibus elicere. 535. C
Scioterici in plano Æquatoris facillima descriptio. 569. F
Scioterica non necesse est in centro mundi collocare. 565. B
Scioterica quotcumque vni corpori breuissimè accuratissimeque inscribere. 566. F
in Sciotericis horariæ lineæ quando sint parallelæ. 568. A
in Sciotericis horariæ lineæ quando cõcurrant. 569. E
Sclerodes tunica. 2. E 4. E
Sclerodes tunica ab Alba qua differat, 4. F
Sclerodis tunicæ origo. 2. E 4. E
Sclerodis tunicæ durities vnde. 4. F
Sclerodis tunicæ munia. 4. F
Scotus & D. Thomas conciliantur. 50. F
Sectio apud Mathematicos quid. 493. C
Sectionis oculi figura. 3. C
Semicylindri conuexum duobus oculis videbitur, si diametrus distantiæ oculorũ æqualis fuerit. 316. D
Senatus à senio dictus. 104. D
Senis exemplum, qui Viterbi apes horrido aspectu necabat. 79. F
Sensilia communia proprias species sensiteriis inurunt. 50. C
Sensiones contactum saltem virtutis exigunt. 71. B
Sensus formas sine materia suscipit. 74. E 75. B
Sensus cõmunis quibus argumentis oppugnetur. 90. E
Eorumdem argumentorum solutio. 91. A
Sensus communis cur sic nuncupatus. 91. E
Sensus communis organum est cerebrum. 92. D
Sensus communis duplex munus. 90. A
Sensus cõmunis reliquorũ sensuum est arbiter. 90. D
Sensus communis colorem non vt visibilem sed vt sensibilem percipit. 91. B
Sensus communis colorem, quà visibilem, vt partem sui obiecti cognoscit. 91. C
Sensus communis interstitium quoddam est externorum internorumque sensuum. 92. B
Sensus communis à Philosopho vltimum sentiens appellatur. 93. C
Sensus communis externorum sensuum est complementum. 93. C

Sensus cõmunis plura quodãmodò est & vnum. 92. C
Sensus communis externorum sensuum notiones in vnam cogit & ad internos sensus transcribit. 92. C
Sensus communis suapte natura eò semper contendit vbi axes optici conueniunt. 148. C
Sensus communis circa omnium sensuum obiecta versatur. 90. C
Sensu, quibus morbis adimatur. 93. A
Sensus communis & externorum conuenientia. 93. D
Sensus principium inest crystallino humori. 26. A
Sensui communi somnus & vigilia propriè accidunt. 90. D
Sensum communem dari, quomodo probet Aristoteles. 90. A
Sensum communem Aristoteles in corde collocauit. 92. D
Sensum communem Aristoteles centro circuli comparauit. 92. C
Sensum communem putauit D. Nemesius esse intellectricem potentiam. 92. A
Sensum communem Michael Ephesius & Philoponus Attendentem appellant. 92. A
Sensus, quomodo conuenientium obiectorum perceptione oblectentur. 91. D
Sensus interni non per qualitatum traductionem, sed per consensum operantur. 344. B & C
Sensus interni externiq́ue magnam inter se societatem habent. 218. D
Sensus animæ sunt facultates corpori astrictæ. 69. A
Sensuum notiones seipsis cognoscuntur. 91. C
Sensibus viciniora cur nobis notiora. 341. C
Sensus interdum falli. 214. E
Sententiæ variorum de cæcitate talparum conciliantur. 67. E
Sentiendi facultas ei inest quod patitur. 26. F
Sepiam & mora esitantes candidum chylum gignunt. 19. C
Serui, cui Adrianus oculum eruerat, apophthegma. 66. D
Signum vnum extra horopterem constitutum, vtroque visu geminis spectatur locis. 332. A
Signi vnius gemina phantasia obliquo aspectu æquè ab axium concursu distat; at minus interuallum videtur, quod obliquioribus radiis comprehenditur. 335. C
Signi vnius gemina phantasia directo intuitu æquè ab axium concursu distat, & distare videtur. 334. D
Signa sex Borealia nobis æstiua sunt, reliqua Australia nobis hiberna. 500. D
Signa oculorumq́ue distantia si non in eodem sint plano, nec in eadem recta linea signorum phænomena conspicientur. 339. D
Signa duo in eumdem incidentes radium, tribus locis conspiciuntur, è quibus alter extremorum ex duobus fit vnus. 333. D
Signa duo extra horopterem in axibus opticis posita duobus visibus tribus numerantur locis. 332. E
Signa non semper ad constitutam symmetriæ rationem; sed sæpè ad naturam loci facienda sunt. 262. E
Signa duo interdum quatuor numerãtur locis. 334. A
Signa duo in axibus constituta, cùm tribus numerantur locis, horum medius è duobus efficitur vnus. 332. E
Signa, oculorumq́ue distantia si non in eodem sint plano, quæ signorum connectunt phantasias, sunt inter se parallelæ. 339. F
Signorum quæ vltra horopterem spectantur phantasiæ, situm retinent. 338. C
Signorum alia ad manum speciès est, alia in excelso, alia in concluso, alia in aperto. 262. E
Signorum longiùs ab horoptere disiunctorum phantasiæ longiùs ab inuicem distrahuntur. 340. E
Signorum duorum tres phantasiæ directo aspectu æquè ab inuicem distant, & distare videntur. 336. A
Signorum cælestium nomina & characterismi. 500. D
Signorum duorum tres phantasiæ obliquo aspectu æquè ab axium concursu distant; sed propinquius videtur quod obliquiori radio continetur. 336. E
Signorum quæ pluribus apparent locis phantasiæ non æquè euidenter cernuntur. 340. D
Signorum quæ citra horopterem spectantur phantasiæ situm mutant. 338. A
Signis in communi radio datis, si nunc in vnum, nunc in alterum acies defigantur, phantasiæ loco perstare videbuntur. 339. A
Similia similibus cognosci Empedoclis sententia. 15. F
Similiter visui opponi quæ dicantur. 178. C
Similiter opposita parallela esse oportet. 178. D
Similitudo formalis quæ. 51. A
Similitudo virtualis quæ. 51. B
Similitudo & dissimilitudo quomodo visu dignoscantur. 193. B
Similitudo & dissimilitudo media sunt inter communia & propria obiecta visus. 30. F
Similitudo & dissimilitudo sintne inter communia visus obiecta. 30. E
Similitudinis formalis & virtualis differentia. 51. C
Simplex aspectus quid. 86. A
Simplex aspectus & intuitus primæ sunt visionis differentiæ. 86. A
Simplex aspectus fit quouis optico radio. 87. B
Simplex aspectus momento fit temporis. 87. D
Simplicium colorum qui medij sint. 39. F
Simulachrum. Vide *Species, Forma, Imago.*
Sinistram versus illa apparent, quorum radij in sinistram vergunt. 257. B
Sinistrorum partes quò sunt à visu remotiores, eò magis in dextram educi videntur. 257. E
Situs proprietas quædam est loci. 187. C
Situs triplex. 176. F
Situs obuersionis quis. 176. B
Situs obuersionis triplex. 176. B
Situs directus quis. 177. B
Situs directus quomodo visu percipiatur. 179. F
Situs directus atque obliquus duobus oculis indubitatè cognoscitur. 180. E
Situs absque loci mutatione non variat. 187. C
Situs declinationis quomodo visu percipiatur. 179. B
Situs obliquus quomodo visu dignoscatur. 180. C
Situs perpendicularis quis. 177. B
Situs perpendicularis quo pacto visu agnoscatur. 181. C
Situs perpendicularis non modò in lineis, verùm etiam in superficiebus planis reperitur. 181. F
Situs qui ex aduerso est, ex obtutus perspicuitate cognoscitur. 178. F
Situs partium inter sese quis. 177. B
Situs partium inter sese ex notis positionum differentiis perspicuus euadit. 182. A
Situs obuersionis & partium inter sese motu in loco variant. 177. E
Situs oppositionis motu ad locum variat. 177. E
Situs oppositionis alius ex aduerso dicitur, alius declinans.

clinans. 176. F
Situs compositi ex particularium notitia colliguntur. 182. C
Situs mixti sunt sessio. statio, cubatio, & illi quibus stantes recti aut inclinati, iacentes proni aut supini dicuntur. 177. D 182. C
Situum differentiæ. 152. B
Situum omnium genera ad aliquid referūtur. 182. B
Societas oculorum mirabilis. 20. F
Societatis, quæ in motibus oculorum cernitur, vtilitas. 21. C
Sol mundi oculus. 357. A
Sol maior est quàm luna. 434. B
Sol altiori cælo est constitutus quàm luna. 433. C
Sol maiorem medietate terræ plagam illustrat. 410. F
Sol ante exortum, & post occubitum etiam tum spectabilis est. 411. A
Sol cur terreno orbe factus sit maior. 410. F
Sol altior à terra est quàm luna. 233. F
Sol motu orbis excentrici nunc terræ propinquior est, nunc à terra remotior. 433. E
Sol maiorem medietate portionem lunaris corporis illuminat. 410. D
Sol interpositione lunaris corporis non semper totus obscuratur. 434. A
Sol per circuli maximi ambitum delatus vmbram à centro in rectam lineam profundit. 568. E
Sol per quadrilatera profluens, circulum propius æmulatur. 449. C
Sol qua hora oriatur & occidat, ex Orthographia definire. 537. D
Sol diu conspectus varias affectiones clausis oculis parit. 56. B
Sol dum totus supra Horizontem emergit, equus decem, non minus, terræ stadia percurrit. 231. E
Sol in terræ superficie nullam facit diuersitatem aspectus. 503. F
Solis lux aurea. 34. E
Solis locum in Signifero, cognita altitudine horáque, stereographicè ostendere. 621. B
Solis defectus maximi sunt cùm luna terræ proxima est, sol autem remotissimus. 433. F
Solis motus duplex, continuus alter, alter discretus. 568. C
Solis & spiritus animalis comparatio. 25. B
Solis vis in hæc inferiora. 25. B
Solis ac lunæ orbis planus videtur. 312. E
Solis maculæ. 421. A
Solis defectu quo pacto densissimæ tenebræ subinde inuehantur. 422. F
Solis magnitudo ex amplitudine luminis per foramen tralecti non rectè colligitur. 446. B
Solis defectus minimi sunt cùm sol proximus nobis est, luna autem remotissima. 434. A
Solis defectus non semper æquales. 433. E
Solis ac lunæ disparia interualla vnde. 351. D
Solis defectiones non sunt vniuersales. 503. F
Solis accessus & recessus vniformiter difformis est. 380. A
Solis proprius motus lunæ motum velocitate superat. 351. C
Solaris defectionis maximæ & minimæ exēpla. 434. A
Solares vmbræ à parallelis lineis profusæ sunt inter se parallelæ. 504. A
Solarium vmbrarum variæ proiectiones. 563. A
Solida figura ex laterum dispositione aspectu cognoscitur. 173. C
Solidarum figurarum præcipuæ genera. 173. C
Solstitia quæ. 500. C
Solstitium vnum æstiuum, aliud hiemale. 500. C
Solstitium alterum boreale, alterum australe. 500. C
Somnus fit cùm frigidus vapor organum sensus communis naturaliter occupauit. 90. D
Somno primo perfuncti, subinde multùm, aliàs parùm dormiuisse se putant. 225. B
Somniando qui longas texunt historias, expergefacti diu se dormisse arbitrantur. 225. B
Somniantes res quandoque verè oculis obiici existimant. 57. B
Somniantibus omnia magna videntur. 234. C
Spatium non est quid penitus confictum. 114. C
Spatium quomodo distinguatur ab eo quod spatium implet. 114. C
Spatia imaginaria quæ. 112. F
Spatia imaginaria extra cælos. 149. B
Sonus qui procul est præcipuè auditur, cùm motus aër aurem pulsat. 48. C
Soni longiùs prouecti remittuntur quidem secundùm qualitatis intensionem; non verò secundùm amplitudinem collisi aëris qua grauitas & acumen spectantur. 230. F
Species communium sensibilium à specie sensibilis propriy reipsa non distinguitur. 50. E
Species. Vide Forma, Imago, Simulachrum.
Species continuati coloris continua est. 53. A
Species in oculo est velut tinctum vitrum. 51. F
Species coloris est quidam color. 51. F
Speciei formalis & virtualis differentia. 51. C
Speciei visibilis duplex munus. 77. E
Species sunt virtuales rerum similitudines, non formales. 51. A
Species internorum sensuum lumini à speculo repercusso sunt similes. 102. B
Species visibiles quomodo aspectum fallant. 216. A
Species visibiles quò maiorem in oculo distensionem habent, eò vim imprimunt maiorem. 161. F
Species externorum sensuum sunt efficacissimæ, deinde quæ in internis sunt sensibus, denique illæ quæ in intellectu. 341. C
Species coloribus dignitate sunt inferiores. 49. C
Species visibiles non semper rebus similes. 216. A
Species diuersorum colorum se mutuò distinctæ penetrant. 53. A
Species sunt perennes quædam actiones. 54. D 56. E
Species diuersorum colorum in vnam speciem non coalescunt. 53. A
Species non sunt ex illis, quæ firmæ qualitates vocantur. 54. D
Species spiritualibus substātiis quomodo similes. 54. B
Species medium trayciunt in instanti. 54. A
Species ex omni parte obiecti in omnem partem medij prosiliunt. 53. D
Species intentionales ab expressis imaginibus qui differant. 48. C
Species sunt formæ sensibiles. 51. D. E
Species quomodo ab Augustino spirituales vocentur. 48. F
Species per pyramidem in oculum dilabuntur. 49. D
Species rectis semper lineis protenduntur. 54. D
Species visibiles de subiecto in subiectum non commigrant. 80. F
Species diminutam quamdam habet essentiam. 49. C
Species à rebus naturâ dissident, non repræsentatione. 48. D

Species ſunt velut in aqua impreſſum veſtigiũ. 56. F
Species nullo ſubiecti diſpendio emanant. 49. F
Species radicis filicis feminæ comparantur. 50. B
Species organum non degrauant. 49. D
Species contrarietate non pugnant. 49. D
Species ſe mutuò penetrant. 49. D
Species quæ in intellectu ſunt, omnium obſcuriſſimè obiecta repræſentant. 102. B
Species rerum viſibilium aſtruuntur. 48. A
Species amoto obiecto illicò euaneſcunt. 55. E
Species internorum ſenſuum obſcuriùs res repræſentant, quàm quæ in externis ſunt ſenſibus. 102. B
Species quò ſunt à rebus ipſis remotiores, eò ſegniorem vim repræſentandi obtinent. 102. C
Species internorum ſenſuum tenuioris eſſentiæ ſunt, quàm externorum. 102. B
Species ſeu eſſentia rerum infimæ pleriſque incognitæ. 100. D
Species laruis diſſimiles. 50. A
Species in memoria aſſeruatæ, vicariæ ſunt abſentium obiectorum. 94. A
Species ſunt formæ homogeniæ. 52. F
Species ordinatè ad viſum perueniunt. 55. B
Species per diaphanum fortuitò non oberrant. 49. D
Species à calore ignis & odoribus qui differant. 49. A
Species quo differant ab habitibus. 77. E
Species obiectorum communium ſunt modi & velut appendices propriorum. 50. F
Species naturâ diuiduæ, repræſentandi vi indiuiduæ ſunt. 48. F 49. A
Species inflexione hebetantur. 52. D
Species & lumen multis proprietatibus conueniunt. 65. A
Species ſunt vicariæ obiectorum formæ. 71. C
Species viſibiles nulla magnitudine præditæ viſum ciere non poſſunt. 161. F
Species ad viſionem formaliter non autem effectiuè concurrunt. 77. B
Specierum in medio permixtio quomodo viſioni non officiat. 54. F
Specierum momentanea traiectio pẽdet à lumine. 54. A
Specierum multitudo viſum non turbat. 49. D
Specierum cum ſigillo comparatio. 50. A
Specierum inflexione res alio loco apparet, quàm ſit. 52. D
Specierum actio ab efficientia quo differat. 77. E
Species per ſe ſenſu dignoſci, experimentis probatur. 52. A
Species formas ſine materia dixit Ariſtoteles 49. A
Species eſſe expreſſas rerum ſimilitudines Galenus putauit. 76. D
Species negantium argumenta proponuntur & diluuntur. 48. B
Species viſibiles ad viſionem effectiuè concurrere rationibus probatur, & eadem diluuntur. 77. C
Species amoto obiecto perdurare, quibus argumentis probetur. 55. F
Eadem diluuntur. 57. A
Species non eſſe ſenſibiles, quibus argumentis probetur. 51. D
Speciebus plenum eſt totũ diaphanũ illuſtratum. 49. E
Specifica obiectorum ratio cur ſubinde priùs ſe aſpectui offerat quàm generica. 100. C
Specificæ qualitates cæleſtibus ſimiles. 358. E
Specificæ qualitates cominus agunt. 358. F
Specificarum qualitatum exempla. 358. E
Spectata eodem angulo, quorum diſtantiæ non perpenduntur, æqualia exiſtimantur. 228. E
Speculi imago cur re ipſa debilior. 52. D
Specula omnia definita ſeu terminata eſſe oportet. 419. E
Specula quædam ſuapte natura ingenitaque opacitate terminata ſunt. 419. E
Specula quædam arte terminari opus habent. 419. F
Specula conuexa & plana non eumdem effectum edunt. 420. B
Specula plana imagines exhibent rebus ipſis æquales. 420. B
Specula conuexa res exhibent, quàm reipſa ſint, minores. 420. B
Specula conuexa quò res longiùs abſunt, eò minora reddunt idola. 420. B
Sphæra tota è quouis puncto cauæ ſuperficiei ſpectabilis eſt. 308. E
Sphæra mobilis eſt quæ circulos cõtinet lationũ. 499. B
Sphæra immobilis eſt quæ circulos continet diſtinctores. 499. B
Sphæra immobilis non eſt immutabilis. 499. C
Sphæra cur altera mobilis, altera immobilis dicatur. 499 B
Sphæra Archimedis. 453. D
Sphæra tota, præter punctum in quo eſt oculus, ſtereographicè in planum tranſcribitur. 578. E
Sphæra actiuitatis quid. 53. E
Sphæra non omnes cæleſtium lationum circulos capere poteſt. 454. C
Sphæra luminoſa, ſphæræ opacæ æqualis medietatem illuminat. 409. C
Sphæra luminoſa maior, opacæ ſphæræ minoris plus medietate illuminat. 410. A
Sphæra luminoſa minor, opacæ maioris portionem medietate minorem illuſtrat. 411. C
Sphæræ pars illuſtrata quando vt circulus appareat. 414. C
Sphæræ pars illuſtrata quando vt ellipſis videatur. 415. C
Sphæræ cæleſtis initia. 453. D
Sphæra in mobilem atque immobilem partitio. 499. A
Sphæræ circuli alij lationum, alij diſtinctores vocantur. 499. B
Sphæræ materialis difficillima conſtructio. 454. B
Sphæræ in plano deſcriptio accuratiſſima. 454. B
Sphæræ pars viſa circulo continetur. 303. A
Sphæræ pars illuſtrata quo ſitu μιγονδὲς oſtendat ſchema. 416. E
Sphæræ pars illuſtrata quando vt ſemicirculus appareat. 416 A
Sphæræ pars illuſtrata quo aſpectu vtrimque gibboſa cernatur. 417. D
Sphæræ pars illuſtrata, parsque viſa, ſi baſes habeant parallelas, lumen ſpectatum circulare & erit & apparebit. 413. F
Sphæræ cauæ portio maior oculo appropinquante videtur. 310. B
Sphæræ opacæ minoris quàm luminoſa ſit, vmbra eſt conus. 432. A
Sphæræ circulos omnes in vnum ſchema ſtereographicè conſcribere. 635. A
Sphæræ mobilis circulos ex obliquo aſpectu ſtereographicè deſignare. 630. B
Sphæræ mobilis ſtereographia, oculo in Polo conſtituto. 624 F
Sphæræ aſpectus nullam admittit obuerſionis differentiam. 178. B

Sphæræ

Sphæræ portio quæ videtur, oculo appropinquante fit minor. 304. A
Sphæræ portio quæ spectatur, radiis tangentibus definitur. 302. C
Sphæræ pars visa quò reipsa est minor, eò maior apparet. 304. E
Sphæræ pars, quæ vno videtur oculo, hemisphærio est minor. 303. D
Sphæræ circulos omnes in plano orthographicè designare, aspectu per verticem ac mundi centrum traiecto. 550. A
Sphæræ circulos omnes planos facere secundùm Orthographicen, visu per mundi Polos procidente. 546. A
Sphæræ cælestis circuli sunt velut à motu astrorum relicta vestigia. 453. C
Sphæræ Orthographica proiectio, visu per Æquinoctia & Horizontis planum incedente. 520. F
Sphæræ opacæ vmbra à luminosa sphæra æquali cylindrus est interminatus. 431. D
in Sphæræ cauum quo pacto ab ambitu vmbra incidat. 681. C
Sphæræ opacæ maioris vmbra formam turbinis Coluri infinitam adquirit. 432. E
Sphæræ portio duobus oculis spectata interdum hemisphærio est æqualis. 306. A
Sphæræ portio duobus oculis spectata interdum hemisphærio est maior. 307. C
Sphæræ portio duobus oculis spectata interdum hemisphærio est minor. 308. A
Si sphæræ inæquales ex eadem distantia videantur, maiorem habebit rationem pars visa minoris, quàm maioris ad totum ambitum. 311. C
Sphærica figura cur oculo accommodatissima. 10. D
Sphæricæ superficies, seu concauæ seu connexæ, è longinquo spectatæ, planæ videntur. 312. B
Sphæroides luminosum maius è propinquo ampliorem partem opaci irradiat, quàm è remoto. 412. A
Sphæroides luminosum minus è propinquo minorem portionem opaci irradiat, quàm è remoto. 413. B
Spiritus in corpore animalis triplex. 24. F
Spiritus animalis per neruos defertur. 13. F
Spiritus animalis non est præcipuum visus organum. 24. E
Spiritus animalis eas dumtaxat partes irrigat, quæ sensus motusque sunt compotes. 25. A
Spiritus sensificus per poros neruorum opticorum in oculos deriuatur. 13. E
Spiritus naturalis fons iecur. 24. F
Spiritus naturalis proprij ductus venæ. 24. F
Spiritus vitalis officina cor. 24. F
Spiritus vitalis ductus sunt arteriæ. 24. F
Spiritus animalis origo cerebrum. 24. F
Spiritus animalis ductus sunt nerui. 25. A
Spiritus animalis vis in facultates animæ. 25. B
Spiritus animalis cum sole collatio. 25. B
Spiritus animalis & vitalis discrimina. 92. F
Spiritu animali agitato res externæ moueri videntur. 25. C
Spiritu concitato moueri quæ quiescunt existimantur. 348. E
Spiritus animales lucidi. 13. F
Spiritus animales sensus motusque sunt causa. 92. E
Spiritus animales à prima origine flãma succẽsi. 14. B
Spiritus animales ad obiecta efferri non possunt. 71. C
Spirituum in corpore series. 92. E
Spirituum crassities visum hebetat. 25. F
Spirituum defectu quidam parum aut nihil vident. 25. F
Spirituum volubilitas obtutum defigi non patitur. 25. F
Splendor est lumẽ à terso corpore repercussum. 359. E
Splendor est lumen de lumine. 360. B
Splendor luminis est propago. 359. E
Splendor tenuioris essentiæ est quàm lumen. 359. F
Splendor propulsione corporis læuis retunditur ac hebetatur. 359. F
Splendoris varij gradus ex alia atq; alia repercussione prognati. 359. F
Spuma cur candida. 44. E
Statua Iouis tribus oculis insignis. 66. A
Statuæ non semper ad constitutam symmetriæ rationem, sed sæpe ad naturam loci faciẽdæ sunt. 262. E
Statuarij è rudi lapide detractione facta signum absoluunt. 97. C
Stellæ firmamenti imperceptibili tempore amplissima emetiuntur spatia. 374. F
Stellæ in magnis Solis defectionibus apparent. 389. D
Stellæ è profundissimis puteis interdiu conspiciuntur. 65. D 389. E
Stellæ proprius in sphæra locus quis. 533. A
Stellæ proprium locum stereographicè in plano assignare. 618. A
Stellæ proprium locum in plano orthographicè assignare. 533. A
Stellæ latitudo quæ. 500. F
Stellæ declinatio quæ. 500. F
Stellæ fixæ qua ex causa micent, propria sententia. 441. A
Stellarum agitationem non posse à sublunari causa prouenire. 440. B
Stellarum inquietudinem in formarum attenuationem aly retulerunt. 440. E
Stellarum micantium causam longinquitati Aristoteles attribuit. 440. C
Stellas tremulas fieri pluribus adiuuantibus causis, Iulius Scaliger. 440. F
Stellas moueri propter diurni motus pernicitatem, quidam dixerunt. 440. F
Stellas fixas scintillare propter simulachrorum motum Vitellonis sententia. 440. A
Stellas tremulas videri ob potentiæ imbecillitatem, Cardanus. 440. D
Stellas fixas tremere propter radiorum inflexionem aliorum opinio. 440. A
Stellas fixas tremere non reipsa, sed videri tantùm quorumdam opinio. 439. E
Stellas nocte deciduas cur continuo aspectu prosequamur. 186. D
Stereographice quid. 572. D
Stereographice vnde sic dicta. 573. A
Stereographice à priscis neotericisque vsurpata. 573. A
Stereographice à Stereometria & Geodæsia quo differat. 573. A
Stereographice cur ex oculi contactu. 573. A
Stereographice alterum proiectionis genus ex oculi contactu. 498. C
Stereographice planum poscit per centrum sphæræ actum. 574. B
Stereographices prænotationes. 574. B
Stereographices in sola sphæra est vsus. 573. A
Stereographices & Orthographices discrimina. 572. D. E. 573. D

Stereographices præstantia. 573.C
Stereometria à Geodæsia quo differat. 573.A
Stoici per aërem circumfusum, quasi per baculum obiecta attingi asseruerunt. 73.C
Stoicorum gutta. 71.D
Stoicorum sententia, spiritus animales ad obiecta efferri. 71.C
Stoicorum quidam videndi facultatem ad obiecta transmitti statuerunt. 71.F
Stoslerini Astrolabium. 624.D
Stoslerini Astrolabium ex Stereographia manauit. 573.B
Stoslerini & Gemmæ Frisij Astrolabia quo differant. 573.B
Strabones cur oculos distortos habeant. 346.C
Strabones quæ oculi parte vitium habeant. 13.B
Strabones cur non omnia videant gemina. 346.C
Strabonibus omnia gemina videri, ait Aristoteles. 346.B
Structoriæ artis incunabula. 455.D
Structoriæ artis progressus. 455.E
Structoriæ artis perfectio. 455.F
Structura oculi. 3.B
Stulti cur se reges arbitrentur. 234.E
Stulti interdum staminis nodo adstricti compescuntur. 234.D
Stultis omnia magna videntur. 234.C
Stylobatis cur adiectio facienda sit in medio per scamilles. 261.F
Sublimiora apparent, quæ radiis sublimioribus cernuntur. 257.B
Sublunaria nulla perfectè diaphana. 32.B
Substantia corporea visu per se dignosci non potest. 95.D
Substantiæ omnes creatæ per se inertes sunt, atque actionis expertes. 95.E
Substantiæ corporeæ visu ex accidenti cognoscuntur. 95.F
Succinum aliaque id genus bitumina flammam è longinquo suffurantur. 359.C
Succinis quomodo muscæ & culices interdum innascantur. 36.E
Suffusio quid. 61.A
Suffusionis effectus. 60.E
Sulcatæ picturæ. 683.F
Sulphureæ flammæ color cæruleus. 34.E
Supercilia quid commodi adferant oculis. 8.C
Superficies perpendiculariter obiecta orthographicè projcitur in lineam. 507.C
Superficies directè aut obliquè proposita orthographicè transcribitur in superficiem. 507.E
Superficies plana non eadem figura apparet obliquo aspectu atque directo. 236.F
Superficies plana perpendiculariter visui proposita, apparet vt linea; directè verò aut obliquè, vt superficies. 236.C
Superficiei radius opticus interdum superficies est, aliàs corpus. 115.A
Superficiei vmbra ex perpendiculari obiectu est plana superficies. 430.A
Superficiei vmbra ex obliquo vel directo obiectu est solidæ figuræ genus. 430.D
Superficies lineaque cur duplicis generis vmbram profundant. 431.A
Superficies planæ quomodo perpendiculariter visui obiciantur. 181.F
Superficies cauæ ex internallo spectatæ non rarò conuexæ apparent, & contrà. 312.E
Superficierum aspectus triplex. 498.F
Superiores ædificiorum ordines resupinari videntur. 221.E
Syllogismus quibus modis vitietur. 216.F
Sympathia amicos absentes mouet. 70.D
Sympathia interdum motuum concordiam inuehit. 21.A
Symplegades insulæ ponti Euxini. 349.D
Syndromides insulæ ponti Euxini. 349.D

T.

TABIS propria causa. 14.E
Tactus in digitorum extremitatibus potissimùm viget. 26.F
Talpæ perfectum visum habent, vti & oculos. 68.A
Talparum oculi aduersus terræ impressionem comparati. 68.A
Talparum oculi quomodo perueftigandi. 67.F
Tangat duos circulos recta linea, erunt quæ ex cẽtris ad contactum educuntur, inter se parallelæ. 366.A
Tangant duos circulos duæ rectæ lineæ, erunt quæ tactus iungunt parallelæ. 366.C
Tangant duos circulos duæ rectæ lineæ, quæ tactus iungunt diuident circulos in segmenta proportionalia. 368.A
Tangentes inæquales circulos rectæ lineæ, in illa conueniunt linea quæ per vtrinsque circuli centrum ducitur. 369.A
Tangentes inæquales circulos rectæ lineæ, ad partes minoris circuli productæ conueniunt. 368.E
Tangentes duos circulos rectæ lineæ, sunt inter se æquales. 367.D
Tangentes circulum rectæ lineæ si in vnum punctum conueniant, quæ à concursu ad centrum circuli ducitur, eam quæ tactus iungit bifariàm secat. 365.D
Tangentes circulum rectæ lineæ si in vnum punctum concurrant, quæ tactus iungit recta linea, à tangentibus æquales portiones resecat. 365.A
Tardè delata non moueri sed mota esse deprehenduntur. 187.A 190.C
Tarditas motus quid. 189.E
Tarditas quietis est æmula. 186.F
Tarditas velocitasque motus quo pacto visu æstimentur. 189.D
Tardi motus tempore interrupto certiùs deprehenduntur quàm continuo. 190.E
Tarsi ciliorum bases. 8.C
Tecta solis ardores, pluuias, niues, grandines; parietes ventorum procellas arcent. 455.D
Temperamentum oculi igneum ex Platonis sententia. 18.D
Temperamentum oculorum humidum est & frigidum. 18.D
Temperamentum oculi cur non aërium. 18.E
Temperamentũ oculi cur aqueum & frigidum. 18.D
Templorum pauimenta ingredientibus fastigiata videntur. 259.B
Tempus mensura quædam est motus. 189.C
Tempus imaginarium. 149.B
Tempus ex Orthographia definire, quo stella supra infraque Horizontem latione primi mobilis immoratur. 539.B
Temporis breuitas veram distantiæ cognitionem non concedit. 226.D
Temporis moram non sentiunt qui grauioribus rebus distinentur. 225.A

Temporis prolixitatem otiosi mirantur. 225.B
Tenebræ quæ dicantur. 426.A
Tenebræ merâ luminis priuationem significãt. 361.D
Tenebræ quo sensu densæ vocentur. 425.E
Tenebræ ex totius luminis absentia visu percipiuntur. 193.A
Tenebræ & vmbra quomodo differant. 193.A
Tenebræ ab vmbris solo intensionis gradu distinguuntur. 426.A
Tenebrarum notio ex communi vsu. 361.D
Tergemina dimensionis ratio. 642.D
Terminis intrinsecis omnia incipiunt & desinunt. 384.A
Terra natura sua flaua est. 44.C
Terra cur in medio mundi loco collocata. 400.B
Terram rotundam esse quo argumẽto probetur. 223.F
Terræ portio maior medietate à sole illustratur. 410.F
Terra si solis comparatione punctum est, cur quædam inhorrescunt gelu, alia torrentur æstu? cur item sol ad nos accedere, rursusque abscedere dicitur? 232.C
Terræ longitudines latitudinesque ex astrorum aspectibus perdiscuntur. 457.A
Terræ vmbra à sole promissa, cur subinde totum corpus lunare non inuoluat. 411.D
Terrenus orbis solis comparatione puncti rationem habet. 232.B
Terrenus orbis cur solari astro factus sit minor. 410.F
Terrenus orbis è loco solis spectatus puncti rationem habet. 504.A
Tersa corpora, qua parte nullum lumen ad oculos remittunt, nigra videntur. 39.E
Tersa corpora interdum translucida putantur. 353.C
Tertulliani locus de sensuum externorum auctoritate. 214.A
Tertulliani locus aduersus Academicos putantes sensus semper errare. 214.D
Testudinum flexus vnde inchoandi. 262.C
Tetraëdri Orthographica proiectio secundùm triplicem aspectum. 555.B
Theatro circularis forma aptissima est. 281.E
Theses Astronomicæ. 453.D
D. Thomas & Scotus conciliantur. 50.F
Tiberius Cæsar noctu videre solitus. 16.E
Tinctæ aquæ, ex eo loco spectatæ vnde lumen procidit, obscuræ videntur. 355.A
Tinctura diaphana in maiore profunditate saturatior apparet. 32.C
Titionis rotatu lucidus orbis emicat. 347.D
Topographicæ designationes Ducibus militiæ vtiles. 456.F
Totum ab omnibus simul sumptis partibus nil discrepat. 182.D
Traiani columna scamillum habet subiectum plintho. 262.D
Transparens & translucidum. Vide *Diaphanum.*
Transparentiam medij exquisitissimam visio deposcit. 217.D
Transparentia visu quomodo percipiatur. 192.A
Transuersæ lineæ in parallelas lineas scenographicè transferuntur. 644.F
Transuersas lineas scenographicè transcribere. 660.E
Trianguli æquilateri angulo nullus dari potest triplus. 254.E
in Triangulo linea vni laterum parallela rescindit triangulum toti triangulo æquiangulum. 364.E
Triangulorum super æqualibus basibus constitutorum anguli ad verticem multis modis inæquales. 198.E *& seq.*
Tribus modis obiecta visusque coniungi possunt. 71.B
Triplex fallacia sensuum. 214.E
Trochi impetu è spira excussi, quiescere videntur. 348.D
Trochis insignita macula dum circumaguntur circulos ostendunt. 347.D
Tropicos orthographicè proiycere, visu per Æquatorem & Horizontem traiecto. 523.F
Tropicos stereographicè in plano designare, visu in altero Æquinoctiorum posito. 610.A
Tunicæ oculi septem. 2.D
Tunicarũ numerus rationibus stabilitur. 3.F *& seq.*
Tunicæ oculi venarum fibris colligantur. 20.D

V.

VAGVS *aspectus quibus ex causis obueniat.* 130.F
Vapores in cerebrum delati visionem perturbant. 348.F
Velocitas motus quid. 189.E
Velocitas oculorum vnde. 18.F
Velocitas tarditasque motus, quo pacto visu æstimentur. 189.D
Venæ proprij sunt ductus naturalis spiritus. 24.F
Veritas ad res intelligibiles ita se habet, vt lumen ad res visibiles. 103.C
Veras magnitudines explorare, rationis est opus. 233.
Verum obliquæ proiecturæ centrum reperire. 584.E
Verticalis primarius quis. 501.E
Verticales circuli, quos Arabes Azimuth nominant. 501.D
Verticales circulos orthographicè describere. 532.B
Verticales circulos ex obliquo aspectu stereographicè exhibere. 635.A
Verticales circulos stereographicè profundere, oculo in Horizonte collocato. 617.A
Verticales circulos stereographicè proiycere, oculo in vertice constituto. 633.E
Verticalium circulorum munus. 501.E
Vertigo vnde generetur. 25.C
Vertigo ex aspectu rerum in gyrum ocyssimè actarum subinde oritur. 186.E
Vertiginosis cur omnia circumagi videantur. 348.E
Viarum flexus exigui è medio spectati non deprehenduntur. 167.C
Videndi facultas solidæ parti inesse debet. 25.A
Videndi præcipua vis ad solam nerui optici extremitatem propriè pertinet. 26.F
Videndi facultas an salua sit, quomodo cognoscatur. 20.A
Videndi facultas parti animatæ inesse debet. 25.A
Videndi facultas non æqua est omnibus. 66.F
Videndi actus nobilissimus. 65.F
Vino aqua infusa confunditur. 387.F
Vires corporis ab anno quadragesimo minuũtur. 104.C
Viridis color ex flauo & cyaneo componitur. 40.C
Viridis color cur omnium gratissimus. 42.C
Virtus agendi primaria cum essentia agentis reciprocatur. 72.A
Virtus agentis primaria incommunicabilis est. 72.A
Virtutes cælestes vnà cum lumine in hæc inferiora influunt. 386.B
Virtutes cælestes luminis comites sunt, non administræ. 586.B
Virtutes corporeæ corporeo modo subiectis insunt. 161.E

Virtualis similitudo quæ. 51.B
Visile. Vide *Signum*.
Visile duobus oculis spectatum, duas mittit radiosas pyramides, quarum communis basis id quod spectatur; vertices autem in oculis sunt. 140.D
Visile diuersis apparẽs locis, geminũ conspicitur. 342.C
Visile non eodem loco cerni ab altero oculo tantùm atque ab vtroque. 342.E
Visile pluribus spectatum locis minùs perspicuè videtur. 340.C
Visile in eodem cum axibus existens plano, in Horoptere verum vel apparentem locum habet. 148.A
Visile in axium opticorum congressu positum, vnum videtur. 345.D
Visile minus videtur obliquo aspectu quàm directo. 237.A
Visile cùm pluribus spectatur locis, nullus illorum proprius est. 340.B
Visile in communi radio atque altero axe optico constitutum, vnum videtur. 345.E
Visile in illo apparet radio, quo ipsius simulachrum ad obtutum porrigitur. 112.C 174.C
Visile limis oculis spectatum inæquales gignit pyramidum angulos. 141.A
Visile vno oculo vnico spectatur loco. 331.B
Visile in ea Horopteris parte conspicitur, vbi ipsum radius per rem ductus attingit. 330.F
Visile in Horoptere existẽs vnico cernitur loco. 331.E
Visile aliud per se, aliud ex accidente. 28.B
Visile per se aliud proprium, aliud commune. 28.B
Visile quod vno tantùm spectatur oculo, cùm in id occlusi etiam oculi acies tacitè dirigitur, acutius videtur. 84.A
Visile nisi illustretur non apparet. 64.B
Visibile in sola oppositione videtur. 59.D
Visibiles proprietates omnes inter se sunt cõnexæ. 97.F
Visibilia communia media sunt inter propria, & ea quæ ex accidente. 28.C
Visibilia vno spectata radio, eodẽ apparent loco. 331.C
Visibilia communia magis accedunt ad propria quàm ad ea quæ ex accidente. 28.D
Visibilia quædam ob parvitatem delitescunt. 59.A
Visibilium proprietatum aliæ aliis citiùs percipiuntur. 100.E
Visibilium rerum admittendæ sunt species. 48.A
Visio ex lucis & aranea contactu quomodo fiat. 27.C
Visio non fit interni luminis cum externo commixtione, vt voluit Plato. 17.A
Visio per vacuum fieri non potest. 62.D
Visio fit per species in oculum susceptas. 74.B.D
Visio non fit per species formales. 51.B
Visio fit per pyramidem. 26.B
Visio perfecta quales spiritus exigat. 25.F
Visio non fit sola obiecti præsentia. 69.D.E
Visio non fit sola compassione. 70.C
Visio solo illo fit radio, qui ad centrum visus attinet. 26.B
Visio ab vtroque oculo robustior est quàm ab altero tantùm. 81.E 82.F 83.B
Visio quædam est passio. 26.E
Visio non sola est passio, sed etiam actio quædã. 78.A.E
Visio duobus organis perficitur. 26.E
Visio per simplex medium rectis fit lineis. 80.E
Visio per intuitum tempore fit. 88.A
Visio ex prænotione, minore fit tempore quàm intuitus. 89.A
Visio ex prænotione collatione perficitur. 88.D
Visio ex prænotione in rebus assuetis minimo fit tempore. 89.C
Visio reverà non est, cùm res absens vt præsens videtur. 95.A
Visio rectis fit lineis. 111.E
Visio non fit radiorum emissione. 71.A
Visionis prima differentia, simplex aspectus & intuitus. 86.A
Visionis ratio in duobus consistit. 493.B
Visionis præstantia non ab obiectis pensanda est. 99.F
Visionis principium inest crystallino humori. 26.A
Visionis quatuor causæ ex Aristotele. 78.E
Visionis intermissio tenebrarum & nigredinis speciem ingerit. 217.E
Visionem per corporeos defluxus fieri, Epicureorum commentum. 74.B
Eadem sententia refutatur. 74.C
Visionem motu fieri quomodo intelligendum. 88.B
Visionem luminis emissione fieri sententia Platonis & Galeni. 72.D
Visiones Galeno eadem qui radij optici. 113.C
Visiua potẽtia cur exercitatione non perficiatur. 78.C
Visus suapte vi nihil extersus operatur. 79.D
Visus externus nullas percipit rerum differẽtias. 93.C
Visus externus nullum per se essentiæ gradum percipit. 98.B
Visus ab obiectis remotè, à specie proximè patitur. 51.E
Visus tactui comparatur. 118.B
Visus externus propriam actionem non percipit. 90.B
Visus potentia ex se est indeterminata. 75.B
Visus organum cur diaphanum. 16.E
Visus ceteris sensibus dignitate præstat. 65.F
Visus agendo nil proficit, intellectus autem seruatis in memoria imaginibus scientiam auget. 104.B
Visus percipit angulum, sub connectente centra visuum & axe optico comprehensum. 153.A
Visus externus sensusque communis ab obiectis pendent præsentia. 93.F
Visus centrum quod. 11.E
Visus non fit per συναγωγίαν. 73.E
Visus mente inferior tum propter ignobiliorem naturæ conditionem, tum propter incertitudinem functionis. 195.F
Visus ac visilis eadem est ratio, si vicissim permutentur. 247.F
Visus externus sine ope sensus communis operari nihil potest. 93.B
Visus cur ad proximè admota caecutiat. 132.B
Visus circa proprium obiectum formale numquam fallitur. 215.C
Visus ad nimis excellens obiectum non propendet. 36.B
Visus organum sphæricum. 9.A
Visus si semper erraret, nulla existeret in rebus scientia. 196.A
Visus vnam solam visibilem proprietatem non percipit. 97.D
Visus suapte natura infinitè extenditur. 59.E
Visus discrimina vnde. 67.A
Visus obiectum lux & color. 28.B
Visus humanus & beluarum essentiâ non differunt. 29.E 67.A
Visus non est irradiatio. 68.B.E
Visus plurimas rerum differentias comprehendit. 65.F
Visus circa particulares luces & colores fallitur aliquando. 215.D

Visus si nulli errori suo iaceret, plus oculis quàm rationi crederetur. 196.A
Visus ab animi affectionibus sæpè deluditur. 57.C
Visus si opaca corpora permearet, quid incommodi. 58.E 63.E
Visus ad inueniendas disciplinas aptissimus. 66.A
Visus est facultas organo ingenita. 69.A
Visus post simplicem rei singularis aspectum primò essentiam lucis & coloris dignoscit. 98.A
Visus organum præcipuum non est spiritus animalis. 24.E
Visus organum præcipuum est uranea. 26.E
Visus obiectum formale. 215.C
Visus disgregatio quid. 41.E
Visui locum reperire, ex quo ellipsis vt circulus appareat. 294.C
Visui locum assignare, vnde datus circulus ellipsis appareat, centrum habens intra circuli peripheriam datum. 293.C
Visum semper errare Academici senserunt. 196.
Visum inter & visile medium requiritur diaphanum. 62.D
Visum numquam errare, quibus rationibus suaderi possit. 213.F
Visum subinde & falli & fallere. 213.E
Visum agentem malè quidam astruere sunt conati. 79.A
Visum numquam errare Epicurei putarunt. 196.A
Visum irradiationem esse, quidam partim verè, partim falsè senserunt. 69.B
Visum obiectorum actione excitari argumentis probatur. 69.E
Visu externo res absens videri vt præsens potest, asseruata in eo per diuinam potentiam specie. 94.C
Visu transportato quo pacto consistens visile æquale semper appareat. 247.E
Visu immoto quo pacto mutatum obiectum æquale semper appareat. 243.C
Vitalis spiritus ductus sunt arteriæ. 24.F
Vitalis spiritus officina cor. 24.F
Vitalis & animalis spiritus discrimen. 92.F
Vitellonis sententia, an crystallinus humor sit præcipuum visus organum. 23.A
Vitellonis sententia, an neruus opticus communis sit præcipuum visus organum. 23.E
Vitellonis sententia de causa geminati aspectus confutatur. 343.F
Vitellonis paralogismus. 427.
Vitellonis ratio de momentanea luminis productione refutatur. 374.C
Vitellonis sententia de magnitudine anguli qui ad verticem est pyramidis opticæ, refellitur. 143.E
Vitellonis sententia de centris tunicarum oculi. 11.C
Eadem confutatur. 11.F
Vitellonis sententia de neruorum opticorum decussatione. 15.D
Vitrum tinctum, lumen traiectum inficit. 18.C
Vitrum triangulare non veros, sed apparentes colores exhibet. 45.B
Vitrum omne, nisi emendetur, subuiride ex fornace prodit. 44.D
Vitreus oculi humor. 3.A
Vitreus humor vitro fuso substantia similis. 6.B
Vitreus humor cur post crystallinum situs. 6.B
Vitruuij obseruatio circa angulares columnas. 280.E
Vitruuij locus de imparibus scamillis à Bernardino Baldo explicatus. 261.F
Vmbra non est absolutè lucis priuatio, sed lux minor in luce maiore. 192.E
Vmbra ex vicinia lucis maioris spectatur. 192.E
Vmbra centri, sole per maximum circulum delato, in rectam lineam profunditur. 568.E
Vmbra sphæræ opacæ minoris, quàm sit luminosa, est conus. 432.A
Vmbra inter lumen & tenebras media est. 361.C
Vmbra prima quæ, & quæ secunda, ac tertia, sicque deinceps. 361.E
Vmbra non secùs ac lumen suos habet intensionis gradus. 361.F
Vmbra perfecta non vndique æquè obscura est. 362.C
Vmbra non est mera priuatio. 361.C
Vmbra plena seu perfecta quæ. 362.A
Vmbra imperfecta quæ. 362.D
Vmbra perfecta perfecto lumini conuersa proportione respondet. 362.A
Vmbra finita partim opaco corpore, partim lumine circumfuso terminatur. 423.E
Vmbra lineæ opacæ quandoque linea est, quandoque superficies. 428.E
Vmbra multiplicata obscurior est. 426.C
Vmbra secunda obscurior est quàm prima, & deinceps obscurior semper illa quæ proximo gradu subsequitur. 426.E
Vmbra opaco propinquior obscurior est. 427.A
Vmbra opaco propinquior, multò quàm reipsa sit obscurior apparet. 427.E
Vmbra opacæ lineæ perpendiculari obiectu est recta linea. 428.F
Vmbra opacæ lineæ directo vel obliquo obiectu plana est superficies. 426.D
Vmbra superficiei ex perpendiculari obiectu est plana superficies. 430.A
Vmbra superficiei ex obliquo vel directo obiectu est solidæ figuræ genus. 430.D
Vmbra sphæræ opacæ, cui æqualis est sphæra luminosa, cylindrus est infinitus. 431.D
Vmbra superficiei opacæ luminoso corpori perpendiculariter obiectæ, perfecta esse numquam potest. 430.C
Vmbra iuxtà ac lumen proprio quodam pacto intendi ac remitti potest. 425.D
Vmbra puncti opaci recta est linea interminata. 428.A
Vmbra centri, cùm Sol per circulum non maximum incedit, coni superficiem describit. 442.D
Vmbra centri, cùm Sol per maximum circulum incedit, eumdem percurrit circulum. 442.D
Vmbra, moto seu luminoso seu opaco, pariter mouetur. 438.E
Vmbra sphæræ opacæ maioris formam turbinis Coluri infinitam adquirit. 432.E
Vmbra corporis opaci semper est corpus. 431.A
Vmbræ definitio. 361.B
Vmbræ magnitudo ex magnitudine intercepti luminis æstimatur. 425.B
Vmbræ radius cum luminoso à quo procedit, in directum extenditur. 423.B
Vmbræ ac luminis radius pari motus velocitate cientur. 441.B
Vmbræ ac luminis radius circum immotum corpus opacum oppositis mouentur lationibus. 441.D
Vmbræ solaris extremũ cur tremere videatur. 439.C
Vmbræ gradus non ex æquo luminis gradibus respondent. 361.F
Vmbræ plurium radiorum prohibitione ampliores fiunt. 425.A

Vmbræ luminarium multitudine numerantur. 424.A
Vmbræ solares à parallelis lineis profusæ sunt inter se parallelæ. 504.A
Vmbræ lunares solaribus sunt longiores. 436.C
Vmbræ meridianæ brumali tempore quàm æstiuo sunt prolixiores. 436.A
Vmbræ solares temporibus æqualibus inæqualia sumunt incrementa. 436.A
Vmbræ solares circa ortum & occasum longiores sunt quàm meridie. 435.F
Vmbræ in aduersam luminis partem proijciuntur. 424.E
Vmbræ ac tenebræ sola intensionis & remissionis inæqualitate distinguuntur. 426.A
Vmbræ à nonnullis arboribus delapsæ cur graues sint & infestæ. 361.D
Vmbrarum quæ à motu solis proueniunt descriptiones. 569.A
Vmbrarum gradus. 426.B
Vmbrarum scenographicæ proiecturæ. 673.E
Vmbras solares non moueri, sed motas esse aspectu cognoscimus. 190.E
Vmbrarum solarium variæ proiectiones. 563.A
Vmbrosus conus mutata corporum intercapedine variat. 432.B
Volutatio quid. 185.F
Volutatio alia ex gyratione & recta latione, alia ex gyratione circulari latione componitur. 185.F
Vnitas ex continuatione vel identitate aspectu cognoscitur. 184.E
Vniformitas actionis duplex. 379.F
Vniuersales rerum notiones quomodo ex indiuiduorum adspectu in animo nascantur. 101.A
Vnum aliud continuatione, aliud identitate. 184.E
Vnum continuatione quid. 184.E
Vnum identitate quid. 184.F
Vnum secundùm identitatem cum diuisione quantitatis consentit. 184.F
Vnum videtur quod vno cernitur radio. 115.E
Vnum continuatione, numerum qui ex distinctione est admittit. 184.F
Vnus oculus quomodo plura simul obiecta videat. 84.E
Vnius rei forma fractionis ope pluribus radiis in oculos inferri potest. 116.B
Vno oculo certus definitusque rei locus designari non potest. 174.C
Vno oculo filum in foramen acus transuersim immittere, incerti negotij est. 154.F
Vno oculo difficile est signum in aëre vagum ex transuerso attingere. 154.E
Vuea tunica oculi. 2.E 5.A
Vueæ tunicæ forma ac dispositio. 5.A.
Vueæ tunicæ origo. 2.E
Vulgi imperiti error circa opticos radios. 113.F

X.

XENOPHONTIS *milites per niuem iter facientes visu sunt hebetati.* 41.D

Y.

Ὑαλοειδὴς *oculi humor.* 6.B

Z.

ZALEVCI *in iudicando seueritas iuncta clementiæ.* 66.E
Zenith quid. 501.B
Zodiacus. 500.B
Ζωφερὸν *Aristoteli quid.* 39.E

ERRATA.

Pag. 22. D. 1. Itaque *lege* Ita.
Pag. 29. F. 6. contingere *leg.* contingit.
Pag. 38. E. 3. ceteris *leg.* ceteri.
Pag. 45. F. 8. polyedres *leg.* polyedri.
Pag. 47. B. 7. obumbulantis *leg.* obambulantis.
Pag. 53. C. 8. disignare *leg.* designare.
Pag. 54. C. 8. iuxta lumen *leg.* iuxtà ac lumen.
Pag. 59. C. 6. obsistat *leg.* absistat.
Pag. 86. E. 3. præcepta *leg.* percepta.
Pag. 88. D. 4. *lege* Visio enim ex præcedente scientia est.
Pag. 185. C. 5. *leg.* pręsenti agimus, sed non de eo.
Pag. 192. B. 5. Quò porrò *leg.* Quà porrò.
Pag. 197. D. 1. multæ quædam partes. *dele* (quædam)
Pag. 234. A. 5. ex priua *leg.* ex praua.
Pag. 243. D. 6. *lege* Ac primò obiectum motum, quamuis oculus loco consistat.
Pag. 314. D. 5. Prop. CXV. *leg.* XCV.
Pag. 322. E. 1. qualis inest *leg.* qualis est in.
Pag. 443. A. 1. ea quæ *leg.* eaque.
Pag. 559. C. 4. hentagonis *leg.* pentagonis.

APPROBATIO SVPERIORVM.

EGO FRANCISCVS FLERONTINVS Prouincialis Societatis IESV per Belgium, potestate ad hoc mihi facta à R^do admodum P.N. CLAVDIO AQVAVIVA Generali Præposito, facultatem concedo, vt OPTICA Patris FRANCISCI AGVILONII eiusdem Societatis IESV, sex libris comprehensa, ac designatorum Patrum eiusdem Societatis IESV iudicio approbata typis euulgentur. In cuius rei fidem has litteras nomine nostro subscriptas, & sigillo nostro munitas dedimus. Antuerpiæ Anno Domini M. DC. XII. Ianuarij die XV.

Franciscus Flerontinus Prov^lis, vt suprà.

APPROBATIO CENSORIS.

HÆC OPTICA Auctore R. Patre FRANCISCO AGVILON Societatis IESV Presbytero sex libris comprehensa nihil habent nostræ Religioni contrarium. Quocircà vtiliter admodum imprimentur, vt sint in vsum Philosophorum iuxtà ac Mathematicorum. Quod censuit IX. Decemb. Anno M. D. XI.

Egbertus Spitholdius S.T.L. Canonicus & Plebanus Antuerpiensis.

SVMMA PRIVILEGII.

ALBERTI & ISABELLÆ CLARÆ EVGENIÆ, Archiducum Austriæ, Ducum Burgundiæ, Brabantiæ, &c. Serenissimorum Belgicæ Principum Priuilegio cautum est; nequis FRANCISCI AGVILONII E SOCIETATE IESV OPTICORVM LIBROS SEX præter Martinæ Plantinæ viduæ & Balthasaris & Ioannis filiorum Ioannis Moreti p. m. voluntatem, intra decennium imprimat, aut alibi terrarum impressos in has Inferioris Germaniæ ditiones importet, venalésve habeat. Qui secùs faxit, confiscatione librorum & alia graui pœna mulctabitur, vti latiùs patet in litteris datis Bruxellæ, XX. Ianuarij, M. DC. XII.

Signat.

Buschere.


LABORE ET
CONSTANTIA

Optik

I 1/3