NOCIONES GENERALES
DE ARITMÉTICA
TEORICO-PRACTICA.

Por Don Clemente Fernandez

Y

DON JORGE GARCÍA DE MEDRANO,

Inspectores de Instruccion primaria de las provincias de Logroño y Navarra respective.

OBRA APROBADA

PARA SERVIR DE TESTO EN LAS ESCUELAS POR REAL ORDEN DE 6 DE NOVIEMBRE DE 1852.

SESTA EDICION.

Corregida y aumentada con una sencilla exposicion del sistema de pesas y medidas métricas.

Por Braulio Vilbatua. ? Nano.

Año de 1864.

LOGROÑO.
Imprenta de Don Domingo Ruiz.
Donde se halla de venta.
1859.

PROLOGO.

Agotada la quinta edicion hasta el extremo de no haber quedado ni un solo egemplar, nos vemos en la precision de dar la sesta, en un todo conforme á la anterior. Los muchos y creidos pedidos que de varios puntos se nos hacen, son la mejor prueba de que en este tratado se expone con bastante claridad y concision cuanto se necesita saber en las escuelas de instruccion primaria, tanto respecto de las actuales pesas y medidas, como de sus correspondientes en el sistema métrico; y si esto no fuese suficiente á probar la bondad de la obra, la Real órden de 6 de Noviembre de 1852, por la que el Gobierno de S. M. se sirvió aprobarla para servir de texto en las escuelas, es la mejor garantía de cuanto llevamos relacionado. A las circunstancias que concurren en este tratado y que acabamos de manifestar, hay que agregar la no ménos recomendable de su baratura; debiendo ser esta, sin duda alguna, la causa del gran consumo que de él se hace; y esto es tambien una prueba inequívoca de nuestro desinterés, y de que nuestros deseos son solo los de proporcionar á la niñez los conocimientos necesarios en esta materia á un precio tan módico, que apenas habrá un niño, por pobre que sea, á quien no sea fácil su adquisicion.

Conste, pues, que todas nuestras aspiraciones no tienen otro objeto que el de complacer al público; y si la obra sigue mereciendo su aprecio como hasta aquí, estos deseos, estas aspiraciones quedarán completamente satisfechas, y acaso en otra edicion se introducirán en la obra algunas mejoras importantes, que por falta de tiempo y á causa de nuestras grandes é imprescindibles obligaciones no hemos podido hacer en la presente.

ARITMÉTICA.

Nociones preliminares.

PREGUNTA. ¿Qué es Aritmética?

RESPUESTA. La parte de las Matemáticas que trata de la cantidad expresada por números.

P. ¿Se puede tener idea del número sin tenerla de la cantidad y de la unidad?

R. No Señor.

P. Pues dígame V. qué es *cantidad*?

R. Todo lo que puede recibir aumento ó diminucion.

P. Qué es *unidad*?

R. Aquello que se elige para que nos sirva de término de comparacion respecto de otras cantidades de su misma especie.

P. Y *número* qué es?

R. Lo que resulta de comparar la unidad con la cantidad, ó de ver las veces que aquella está contenida en esta.

P. Póngame V. un ejemplo que me haga distinguir la diferencia que hay entre estas tres palabras, *cantidad, número y unidad*.

R. Aquí le tiene V.: si sobre una mesa veo una porcion de dinero, inmediatamente formo idea de la *cantidad*, mas no podré formarla del número hasta que, eligiendo un término de comparacion, tal como el real, el duro etc. que es lo que se llama *unidad*, vea las veces que dicha unidad texto en las escuelas, es la mejor garantía de cuanto llevamos relacionado. A las circunstancias que concurren en este tratado y que acabamos de manifestar, hay que agregar la no ménos recomendable de su baratura; debiendo ser esta, sin duda alguna, la causa del gran consumo que de él se hace; y esto es t

tro
solo
cim
pre
ño.
su a
C
cion
plac
cien
seos
men
intr
port
de r
gac
sent

ARITMÉTICA.

Nociones preliminares.

PREGUNTA. ¿Qué es Aritmética?

RESPUESTA. La parte de las Matemáticas que está contenida en la cantidad, y las que resulte es lo que llamamos *número:* así es, que si elijo el real, y resulta que la cantidad es igual á 400, este resultado 400 es el *número*, y el real la *unidad*; y si hubiese elegido el duro por unidad, estaria contenido 20 veces, y este resultado 20 seria el número.

P. Pues segun eso, siendo una misma la *cantidad* puede ser distinto el *número*?

R. Sí, Señor; pues como se ve en el ejemplo anterior, 400 reales y 20 duros es una misma cantidad y distinto número: tambien siendo uno mismo el número puede ser distinta la cantidad; como sucede en 300 reales y 300 duros, que es distinta la cantidad y uno mismo el número.

P. Teniendo ya idea del número, dígame V. en qué se divide?

R. Puede dividirse por razon de la *unidad*, por razon de su *expresion* y por razon de su *calidad.*

P. En qué se divide el número por razon de la *unidad*?

R. En *entero, quebrado y misto.*

P. Qué es número *entero*?

R. El que expresa solo unidades enteras, como 3 libros, 5 plumas.

P. Qué es número *quebrado*?

R. El que expresa parte ó partes de la unidad, como $^1/_5$, $^7/_8$ etc.

P. Qué es número *misto*?

R. El que expresa unidades y partes de la unidad, como $3^1/_2$ arbs. $5^3/_5$ rs.

P. En qué se divide por razon de su *expresion*?

R. En *simple* y *compuesto.*

P. Qué es número *simple*?

R. El que se expresa con un solo guarismo como 5 varas, 9 libras.

P. Qué es número *compuesto*?

R. El que se expresa con dos ó mas guarismos, como 25 varas, 145 libras.

P. En qué se divide por razon de su *calidad*?

R. En *abstracto* y *concreto.*

P. Qué es número *abstracto*?

R. El que no determina de qué especie es, como 3, 20.

P. Qué es número *concreto*?

R. El que determina de que especie es, como 3 reales, 20 arbs.

P. De cuántos modos pueden ser los números *concretos*?

R. De dos: *homogéneos* y *heterogéneos*.

P. Qué son números *homogéneos?*

R. Los que expresan cosas de una misma especie; como 20 rs y 15 rs.

P. Qué son números *heterogéneos?*

R. Los que expresan cosas de diferente especie, como 20 rs. y 15 arbs.

P. Qué es *numeracion?*

R. El arte de expresar los números de palabra y por escrito: es de dos maneras, *hablada* y *escrita*: numeracion *hablada* es el arte de expresar los números de palabra, y numeracion *escrita* es el arte de expresarlos por escrito. (1)

(1) El artificio de nuestra numeracion hablada se aprende con el uso.

P. En la numeracion hablada cuántas palabras son necesarias para expresar los números?

R. Todos los números imaginables se pueden expresar con solas trece palabras.

P. Cuáles son estas palabras?

R. Las siguientes: *uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez, ciento, mil y millon*. (1)

P. Y en la numeracion escrita cuántas cifras son necesarias?

R. Diez cifras ó guarismos, cuya figura y valor es como sigue:

Guarismos.	**1,**	**2,**	**3,**	**4,**	**5,**	**6,**	**7,**
Números.	uno,	dos,	tres,	cuatro,	cinco,	seis,	siete,

8,	**9,**	**0.**
ocho,	nueve y	cero.

Las nueve primeras son significativas, y el cero insignificativo.

P. Cómo es posible expresar todos los números con solas diez cifras?

R. Considerando en ellas dos valores: uno absoluto, que es el que por convenio se ha dado á cada figura, y otro relativo al lugar que ocupan segun su colocacion de derecha á izquierda.

P. Cómo se entiende esta colocacion?

R. De este modo: un 3, por ejemplo, siempre tiene el valor absoluto de *tres*; pero si está en el primer lugar de la derecha serán *tres unidades*, si en el segundo *tres decenas*, si en el tercero *tres centenas*, como se ve en 333; donde el primer 3

(1) Las palabras ONCE, DOCE etc., hasta quince inclusive, son irregularidades de nuestra lengua, que equivalen á DIEZ y UNO, DIEZ y DOS etc.

de la derecha representa 3 *unidades*, el segundo 3 *decenas* ó 30 *unidudes sencillas*, y el tercero 3 *centenas* ó 300 *unidades sencillas*; y se lee: *trescientos treinta y tres*.

Tabla que manifiesta el lugar destinado á cada especie de unidades.

etc	etc.
4	Centena de millar de trillon.
3	Decena de millar de trillon.
9	Unidad de millar de trillon.
8	Centena de trillon.
7	Decena de trillon.
6	Unidad de trillon.
0	Centena de millar de billon.
5	Decena de millar de billon.
4	Unidad de millar de billon.
2	Centena de billon.
8	Decena de billon.
1	Unidad de billon.
4	Centena de millar de millon.
5	Decena de millar de millon.
6	Unidad de millar de millon.
7	Centena de millon.
9	Decena de millon.
8	Unidad de millon.
8	Centena de millar.
4	Decena de millar.
3	Unidad de millar.
2	Centena.
5	Decena.
7	Unidad.

P. Y el cero qué valor tiene?

R. Por sí no tiene valor, y solo sirve para ocupar el lugar de las unidades, decenas y centenas donde no las hay, y hacer aumentar al guarismo ó guarismos de su izquierda diez veces mas su valor: así, por ejemplo, si al 8 añadimos un cero, su guarismo tendrá un valor diez veces mayor, y será (80) *ochenta*; si lo añadimos al 34, sus guarismos tendrán un valor diez veces mayor, y será 340; la razon es, porque el 4 que ántes expresaba 4 unidades, ahora vale 4 decenas, y el 3 que valia 3 decenas, ahora vale 3 centenas. Los ceros á la izquierda no tienen ningun valor.

P. Cómo se escriben los números?

R. De izquierda á derecha principiando por las unidades superiores, que son las primeras que nombramos al hablar.

P. Cómo se leen cuando están escritos?

R. Dividiéndolos en periodos de seis en seis guarismos (1) principiando por la derecha y poniendo en la primera division por la parte superior un 1, en la segunda un 2, en la tercera un 3, etc. y despues cada periodo de seis en dos de á tres con un punto; ahora principiando á leer por la izquierda se pronuncia *mil*, donde haya punto, y *millon*, *billon*, *trillon*, donde haya un 1, un 2, un
3 etc. Ejemplo $9\overset{3}{4}56.71\overset{2}{2}005.37\overset{1}{8}201.432$. Se lee *nueve trillones, cuatrocientos cincuenta y seis mil setecientos doce billones, cinco mil trescientos setenta y ocho millones, doscientos un mil cuatrocientos treinta y dos unidades.*

P. Cuántas operaciones se hacen en la Aritmética con los números?

R. En rigor solo son dos; pero generalmente se cuentan cuatro con los nombres de *sumar*, *restar*, *multiplicar y dividir*; ó sea *adicion*, *sustraccion*, *multiplicacion y division*.

P. Què fin nos proponemos con estas operaciones?

R. Averiguar un número desconocido por medio de otros, que se nos dan conocidos; los conocidos se llaman datos, y el desconocido resultado.

(1) Los maestros deben procurar que los niños distingan la diferencia que hay entre guarismo y número.

De las operaciones de la Aritmética por números enteros.

SUMAR.

P. Qué es *sumar*?

R. Es juntar en un solo número el valor de muchos.

P. Cómo se llaman los datos en la operacion de sumar?

R. *Sumandos.*

P Qué circunstancias deben tener los sumandos?

R. Deben ser homogéneos; porque un número de arbs. por egemplo, no aumenta otro de reales; así 3 arbs. y 2 rs. no se pueden sumar, porque ni son 5 arbs. ni 5 rs.

P. De cuántos sumandos puede constar una operacion?

R. De cuantos se quiera con tal que lleguen á dos.

P. Y el resultado de la operacion de sumar cómo se llama?

R. *Suma ó agregado.*

P. Cuàl es el signo con que se indica la operacion de sumar?

R. Una cruz (+) que se lee mas.

P. Con qué signo se indica el resultado de esta y de todas las demas operaciones?

R. Con dos rayas horizontales (=) que se lee *igual à*; v. g. $3 + 4 = 7$ que se lee *tres mas cuatro igual á siete.*

P. Qué es necesario saber para sumar?

R. La siguiente tabla.

1	y	1	son 2	2	y	1	son 3	3	y	1	son 4
1		2	3	2		2	4	3		2	5
1		3	4	2		3	5	3		3	6
1		4	5	2		4	6	3		4	7
1		5	6	2		5	7	3		5	8
1		6	7	2		6	8	3		6	9
1		7	8	2		7	9	3		7	10
1		8	9	2		8	10	3		8	11
1		9	10	2		9	11	3		9	12
4	y	1	son 5	5	y	1	son 6	6	y	1	son 7
4		2	6	5		2	7	6		2	8
4		3	7	5		3	8	6		3	9
4		4	8	5		4	9	6		4	10
4		5	9	5		5	10	6		5	11
4		6	10	5		6	11	6		6	12
4		7	11	5		7	12	6		7	13
4		8	12	5		8	13	6		8	14
4		9	13	5		9	14	6		9	15
7	y	1	son 8	8	y	1	son 9	9	y	1	son 10
7		2	9	8		2	10	9		2	11
7		3	10	8		3	11	9		3	12
7		4	11	8		4	12	9		4	13
7		5	12	8		5	13	9		5	14
7		6	13	8		6	14	9		6	15
7		7	14	8		7	15	9		7	16
7		8	15	8		8	16	9		8	17
7		9	16	8		9	17	9		9	18

P. Cómo se egecuta la operacion de sumar?

R. Despues de colocados los sumandos unos debajo de otros de modo que se correspondan unidades con unidades, decenas con decenas etc. se tira una raya para separar la suma de los sumandos, se principia á sumar por la columna de las unidades, (1) se colocan bajo la raya las unidades que resulten, y las decenas, si las hay, se llevan para unirlas á la segunda columna, que es la de las decenas: del mismo modo se procede en las demas columnas.

	345	
	———	
	+ 89	
Ejemplo	897	*Sumandos.*
	614	
	———	
	1945	*Suma.*
	———	
	1600	*Prueba.*

Resolucion. 5 y 9 son 14 y 7 son 21 y 4 son 25; en 25 hay 5 unidades, las que coloco debajo de su columna, y 2 decenas que llevo para sumarlas con la columna de las decenas, principio la segunda columna diciendo: 2 que llevo y 4 son 6 y 8 son 14 y 9 son 23 y 1 son 24; en 24 hay 4 decenas, que coloco debajo de su columna, y 2 cen-

(1) La razon de principiar por la derecha es por agregar á las decenas las que resulten de la columna de las unidades; pues si ninguna de las columnas llegase á componer unidad superior, podria principiarse indistintamente.

tenas que llevo á la suya, y digo: 2 y 3 son 5 y 8 son 13 y 6 son 19; coloco el 9 debajo de las centenas y llevo 1 que coloco á su izquierda.

P. Qué se entiende por prueba en la Aritmética?

R. Es una nueva operacion que se hace con el fin de ver si otra hecha está bien.

P. Cómo se hará la prueba de sumar? (1)

R. Tirando una raya debajo del primer sumando, egecutando la suma de todos los demas y reuniendo despues la suma de estos con el primero que es el que se cortó, deberá resultar la primera suma, si está bien egecutada la operacion: (véase el egemplo anterior).

P. Cuándo usamos de la operacion de sumar?

R. Cuando queremos saber lo que componen juntas muchas cosas de una misma especie.

RESTAR.

P. Qué es restar?

R. Es averiguar el exceso que hay entre dos números homogèneos.

P. Cuántos son y cómo se llaman los datos en la operacion de restar?

R. Son dos; el primero es el mayor ó aquel de quien se resta, por cuya razon se llama *minuendo*; y el segundo es el menor ó el que se res-

(1) Aunque generalmente la prueba de sumar se suele hacer restando, nos desviamos de esta práctica, fundados en que los niños no pueden sacarla, puesto que aun no saben restar.

ta, y se llama *sustraendo.*

P. Y el resultado de la operacion de restar cómo se llama?

R. Resta, exceso ó diferencia.

P. Cuál es el signo de restar?

R. Una raya orizontal (—) que se lee *ménos* v. g. 7—4=3 se lee *siete menos 4 igual á tres.*

P. Cómo se egecuta la operacion de restar?

R. Despues de colocado el sustraendo debajo del minuendo de modo que se correspondan las unidades de cada especie, se tira una raya para separar la resta del sustraendo; se principia por la derecha y se ve la diferencia que hay entre las unidades del sustraendo y las del minuendo, la que se colocará debajo de la raya: del mismo modo se procede con las decenas, centenas etc.

Ejemplo	9863	*Minuendo.*
—	7542	*Sustraendo.*
	2321	*Resta.*
	9863	*Prueba.*

Resolucion. De 2 unidades á 3 va 1, que coloco debajo, paso á las demas cifras de su izquierda y digo: de 4 á 6 van 2, de 5 á 8 van 3 y de 7 á 9 van 2.

P. Cuando alguno de los guarismos del sustraendo; es mayor que su correspondiente del minuendo, qué deberá hacerse?

R. En tal caso se tomará una unidad del guarismo inmediato de su izquierda que equivale á 10 *respecto del de su derecha, se suman estas 10 con las que hay en el minuendo, y de esta suma se restan las del sustraendo, teniendo cuidado de llevar 1 y añadirla al guarismo inmediato del sustraendo.* (1).

Ejemplo.

$$\begin{array}{r} 8726 \\ -\ 6543 \\ \hline 2183 \end{array}$$

Resolucion. De 3 á 6 van 3; de **4** á 2 no puede ser, (por ser mayor el guarismo del sustraendo que el del minuendo) tomo 1 del **7** que vale 10 respecto del **2**, y digo: **10** y **2** son 12, de 4 á 12 van 8: y llevo **1** y **5** son 6, de **6** á **7** va 1, y de **6** á 8 van 2.

P. Cuál es la prueba de restar?

R. Se suma el sustraendo con la resta, y si resulta el minuendo estará bien ejecutada la operacion, (véase el ejemplo.)

P Cuándo usaremos de la operacion de restar?

R. Cuando queramos saber la diferencia que hay entre dos números de una misma especie.

P. Me podrá V. decir las alteraciones que sufre la resta con respecto á sus datos?

R. Sí, Señor: la resta está en *razon directa* del minuendo é *inversa* del sustraendo

P. Qué quiere decir estar en *razon directa*?

R. Que le sucede al minuendo lo mismo que á la resta; esto es, que si aumenta el minuendo,

(1) Lo mismo seria rebajársela al minuendo.

aumenta la resta, y si disminuye el minuendo, disminuye la resta; entendiendo que aumenta ó disminuye esta en tantas unidades como hubiese aumentado ó disminuido aquel.

P. Qué es estar en *razon inversa?*

R. Que le sucede á la resta lo contrario que al sustraendo; es decir, que si el sustraendo aumenta, disminuye la resta, y si disminuye el sustraendo, aumenta la resta, tambien en las mismas unidades.

MULTIPLICAR.

P. Qué es *multiplicár*?

R. Es tomar un número tantas veces como unidades hay en otro.

P. Cuántos son y cómo se llaman los datos en la operacion de multiplicar?

R. Dos: *multiplicando y multiplicador:* multiplicando es el que se toma cierto número de veces, y multiplicador el que designa las veces que se ha de tomar el multiplicando: ambos juntos se llaman factores.

P. Y el resultado de la operacion de multiplicar cómo se llama?

R. *Producto.*

P. Cuál es el signo de multiplicar?

R. Una aspa (×) que se lee *multiplicado por*; v. gr: $4\times6=24$ que se lee *cuatro multiplicado por* 6 *igual á veinte y cuatro:* igual resultado nos daría diciendo: 6×4; porque el orden de factores no altera el producto. 7

P. A qué equivale la multiplicacion?

R. A una suma abreviada, que se puede usar solo cuando los sumandos sean iguales; como si tenemos que sumar 7 + 7 + 7 + 7 usamos de la suma abreviada, es decir, multiplicamos 7 por 4=28; pero si tenemos que sumar 7 + 4 + 5 no podemos hacer uso en este caso de la multiplicacion sino solo de la suma.

P. Qué es necesario saber para multiplicar?

R. La siguiente tabla.

2 veces	1 son	2	3 veces	1 son	3	4 veces	1 son	4
2	2	4	3	2	6	4	2	8
2	3	6	3	3	9	4	3	12
2	4	8	3	4	12	4	4	16
2	5	10	3	5	15	4	5	20
2	6	12	3	6	18	4	6	24
2	7	14	3	7	21	4	7	28
2	8	16	3	8	24	4	8	32
2	9	18	3	9	27	4	9	36
2	10	20	3	10	30	4	10	40
5 veces	1 son	5	6 veces	1 son	6	7 veces	1 son	7
5	2	10	6	2	12	7	2	14
5	3	15	6	3	18	7	3	21
5	4	20	6	4	24	7	4	28
5	5	25	6	5	30	7	5	35
5	6	30	6	6	36	7	6	42
5	7	35	6	7	42	7	7	49
5	8	40	6	8	48	7	8	56
5	9	45	6	9	54	7	9	63
5	10	50	6	10	60	7	10	70
8 veces	1 son	8	9 veces	1 son	9	10 veces	1 son	10
8	2	16	9	2	18	10	10	100
8	3	24	9	3	27	10	100	1000
8	4	32	9	4	36	10	1000	10000
8	5	40	9	5	45	10	10000	100000
8	6	48	9	6	54	10	100000	1000000
8	7	56	9	7	63			
8	8	64	9	8	72			
8	9	72	9	9	81			
8	10	80	9	10	90			

P. Cómo se ejecuta la operacion de multiplicar?

R. Si uno de los factores es número compuesto y el otro simple, se toma éste por multiplicador y se coloca debajo del compuesto, se tira una raya para separar el producto, se principia por la derecha y se multiplican sucesivamente los guarismos del multiplicando por el multiplicador, agregando al producto siguiente las que se llevan del anterior.

Ejemplo.	486	*Multiplicando.*
	× 3	*Multiplicador.*
	1458	*Producto*

Resolucion. 3 multiplicado por 6 son 18, en 18 hay 8 unidades y 1 decena, pongo el 8 debajo del 3 y llevo 1 para unirla al producto de la cifra inmediata, 3 por 8 son 24 y 1 que llevo son 25, pongo el 5 á la izquierda del 8, y llevo 2; 3 por 4 son 12 y 3 que llevo son 15, pongo 4 y llevo 1 que coloco á la izquierda.

P. Cuando el multiplicando y el multiplicador son numeros compuestos, cómo se ejecutará la operacion?

R. Se toma por multiplicador el que tenga menos guarismos, se coloca debajo del multiplicando y se tira una raya, despues se multiplica todo el multiplicando por las unidades del multiplicador, en seguida se multiplica todo el multiplicando por las decenas del multiplicador, teniendo cuidado de *correr el primer guarismo de este producto un lugar hácia la izquierda, esto es, de colocarle debajo de las decenas del producto anterior* (1) *y así se ejecutará hasta haber multiplicado todo el multiplicando por cada guarismo del multiplicador; hecho esto, se tira una raya debajo de estos productos, que se llaman parciales, se suman, y la suma nos dará el producto total.*

Ejemplo.

$$\begin{array}{r} 2468 \\ \times 325 \\ \hline 12340 \\ 4936 \\ 7404 \\ \hline 802100 \end{array}$$

Resolucion. Para multiplicar 2468 por 325, tomo éste por multiplicador, y colocado debajo del multiplicando, tiro una raya y multiplico el 2468 por 5 cuyo producto coloco debajo de la raya; paso á multiplicar todo el multiplicando 2468 por el segundo guarismo del multiplicador que es 2, y coloco su producto debajo del anterior, teniendo cuidado de correrle un lugar hácia la izquierda; multiplico despues todo el multiplicando por el tercer guarismo del multiplicador que es 3, y coloco el producto debajo del anterior y un lugar

(1) La razon de correr el segundo producto y todos los demás un lugar hácia la izquierda de su anterior es, porque de multiplicar decenas por unidades siempre resultan al menos decenas; y centenas por unidades; siempre centenas etc.

mas hácia la izquierda: del mismo modo continuaria si hubiese mas guarismos en el multiplicador; mas como no los hay, tiro una raya debajo, los sumo y la suma me dará el producto total.

P. Se puede abreviar la operacion de multiplicar?

R. Sí, Señor: **1.°** *cuando uno de los factores es la unidad seguida de ceros. 2.° cuando uno de los factores ó ambos acaban en ceros; y 3.° cuando hay ceros entre los guarismos significativos de multiplicador.*

P. Cuando uno de los factores es la unidad seguida de ceros, cómo se abreviará la multiplicacion?

R. Poniendo á la derecha del otro factor tantos ceros como haya despues de la unidad; v. gr. *si tengo que multiplicar* 728 *por* **100**, *no hay mas que poner los dos ceros á continuacion del* 728, *y tendré* 72800.

P. Cuando uno de los factores ó ambos acaban en ceros, cómo se abreviará la multiplicacion?

R. Multiplicando solo los guarismos significativos, y añadiendo al producto tantos ceros como haya al fin de ambos factores.

Para multiplicar 8400 por 34, quedará hecha la operacion con solo multiplicar 84 por 34 y al producto 2856 añadir dos ceros.

Ejemplo

$$\begin{array}{r} 8400 \\ \times 34 \\ \hline 336 \\ 252 \\ \hline 285600 \\ \hline \end{array}$$

Para multiplicar 78400 por 320, se multiplica solo 784 por 32, y al producto 25088 se añaden tres ceros que son los que hay en ambos factores.

Otro.

```
   78400
   ×320
 -------
    1568
   2352
 -------
25088000
```

P. Còmo se abreviarà la operacion cuando hay ceros entre los guarismos significativos del multiplicador?

R. En este caso se multiplica el multiplicando por las cifras significativas que tenga el multiplicador à la derecha de los ceros, y en llegando á estos se pasa á multiplicar por las demas cifras significativasque haya á la izquierda de los ceros, cuidando de correr el primer producto à la izquierda tantos lugares y uno mas, cuantos ceros haya entre los guarismos significativos del multiplicador.

Resolucion. Si tengo que multiplicar 26346 por 2004, multiplico todo el multiplicando por 4, y sin hacer caso de los ceros (1) paso à multiplicarlo por 2 y coloco este producto tres lugares mas à la izquierda por ser dos los ceros.

Ejemplo.

```
   26346
   ×2004
--------
  105384
 52692
--------
52797384
```

P. Cuándo usaremos de la multiplicacion?

R. En dos casos principalmente: 1.º cuando sabido el valor de una cosa, queramos averiguar el de muchas, y 2.º cuando tengamos que reducir unidades superiores á inferiores.

(1) La razon de no multiplicar por los ceros es porque aun cuando asi se hiciese, nos daria el mismo resultado.

P. Cuando se sabe el valor de una cosa, como se averigua el de muchas?

R. Se multiplica el valor de una por el número de ellas: v. g. si se quiere averiguar lo que valen 68 fanegas de trigo á 34 rs., multiplicaré el número de fanegas, que es 68, por el valor de una que es 34; y veo que valen 2312 rs.

P. Cómo se reducen las unidades superiores á inferiores?

R. Se multiplican las superiores que se nos dan por tantas como la mayor tiene de la menor; v. g. si quiero saber las libras que tienen 45 arbs., multiplicaré el 45 por 25, que son las libras que tiene una arb. y saco que las 45 arbs. tienen 1125 libras. (1)

DIVIDIR.

P. Qué es dividir?

R. Es averiguar las veces que un número contiene á otro.

P. Cuántos son y cómo se llaman los datos en la operacion de dividir?

R. Dos; *dividendo y divisor*: el 1.° es el que se divide, por cuya razon se llama dividendo; y el 2.° es aquel por el que se divide, por lo que se llama divisor.

P. Y el resultado cómo se llama?

R. *Cociente.*

P. Cuál es el signo de dividir?

(1) No decimos nada de la prueba de multiplicar porque la de fuera los nueves es inútil en muchos casos, y la de dividir, que explicaremos despues, no pueden aun entenderla los niños.

R. Dos puntos (:) que se leen *dividido por*; v. g. 18 : 6=3 que se lee *diez y ocho dividido por seis igual à tres.*

P. A qué equivale la division?

R. A una resta abreviada: asi es que dividir 18 *por* 6 *equivale á buscar las veces que el* 6 *se puede restar del* 18: v. g 18—6=12—6=6—6=0; *donde vemos que se puede restar tres veces, que es lo mismo que resulta de dividir* 18 *por* 6.

P. Qué es necesario tener presente para dividir?

R. 1,° *que al principiar la division se han de tomar en el dividendo tantos guarismos como tenga el divisor y uno mas sino cabe:* 2.° *que no se puede poner de una vez en el cociente mas que* 9: 3.° *que siempre que se tome un guarismo en el dividendo, se ha de poner otro en el cociente; y* 4.° *que todo número dividido por la unidad, dà el mismo número por cociente.*

P. Cómo se ejecuta la operacion de dividir?

R. Si el dividendo es número compuesto y el divisor simple, se coloca éste á la derecha, se tira una raya entre los dos, y otra debajo del divisor para separar el cociente: se ve las veces que el divisor está contenido en el primero ó dos primeros guarismos de la izquierda del dividendo, y se pone la cifra que esprese el número de veces debajo de la raya como primer guarismo del cociente; despues se multiplica este cociente por el divisor, y el producto se resta del dividendo parcial; en seguida se toma el guarismo siguiente del dividendo, y se ve las veces que en este guarismo junto con la resta está contenido el divisor, poniendo por co-

ciente lo que resulte: se multiplica este cociente por el divisor, y el producto se resta del dividendo, y así se continuará hasta que no haya mas guarismos en el dividendo, cuidando de señalar con un punto los guarismos que se van tomando.

Resolucion. Para dividir 624 por 5, tomo el 6 y digo: 6 entre 5 á 1, que pongo como primer guarismo del cociente, ahora multiplico 1 por 5 es 5 á 6 va 1: tomo el 2 y digo: 12 entre 5 á 2, 2 por 5 son 10 á 12 van 2: tomo el 4, 24 entre 5 á 4, 4 por 5 son 20, á 24 van 4: coloco esta última resta á la derecha del cociente con una raya y el divisor debajo: y resulta por cociente $124\frac{4}{5}$

Ejemplo.

$$\begin{array}{r|l} 6.2.4. & 5 \\ \hline 1\ 2\ 4 & 124\frac{4}{5} \\ 0\ 0 & \end{array}$$

P. Cuando el dividendo y divisor son números compuestos, cómo se egecuta la operacion?

R. Se colocan los dos términos como en el caso anterior; se toman de la izquierda del dividendo tantos guarismos como haya en el divisor, ó uno mas, si este no cabe en ellos: se ve las veces que el primer guarismo del divisor está contenido en el primero ó dos primeros del dividendo, y se pone por cociente lo que resulte: se multiplica este por todo el divisor, y el producto se resta del dividendo parcial: se toma el guarismo siguiente del dividendo, que unido con la resta ha de servir de nuevo dividendo; se ve las veces que en el primero ó dos primeros guarismos de éste está contenido el divisor, y el cociente que resulte se pone á *la derecha del anterior. Del mismo modo se continúa hasta que no haya mas guarismos que tomar.*

Resolucion. Para dividir 86432 por 85, tomo los dos primeros guarismos del dividendo, y digo: 8 entre 8 á 1, que coloco por primer guarismo del cociente; se multiplica este cociente por todo el divisor, y su producto 85 se resta del divedendo: tomo el 4 que unido á la resta tengo por nuevo dividendo parcial 14; ahora sigo diciendo, 1 entre 8 no cabe, pongo cero en el cociente y tomo el 3 con lo que tengo por dividendo 143, y así digo, 14 entre 8 á 1; multiplico este 1 por el divisor, y su producto 85 se resta del dividendo parcial 143; y por último, tomo el 2, que añadido á la resta 58, tengo por dividendo 582: ahora 58 entre 8 á 6 (1) multiplico 6 por 85 y el producto 510 lo resto del 582; como no hay mas guarismos en el dividendo, pongo el 72, que es lo que sobra, á la derecha del cociente, debajo una raya y debajo de esta el divisor.

Ejemplo.

```
8.6.4.3.2 |85
          -----------
0 1 5 8 2  1016 72/85
    0 0 7
```

P. Cómo se conoce cuando se pone de mas, ó de ménos en los cocientes?

R. Se conocerá que se ha puesto de mas, cuando el producto que resulte de multiplicar el cociente por el divisor, sea mayor que el dividendo parcial; y se conocerá que se ha puesto de menos, cuando la resta

(1) Omitimos el hablar de los tanteos, porque su teoria creemos no les tan útil para niños como la explicacion práctica del maestro.

que queda sea igual ó mayor que el divisor.

P. Se puede abreviar la operacion de dividir?

R. Sí, Señor: 1.º cuando el divisor acaba en ceros, y 2.º cuando ambos términos acaban en ceros.

P. Cómo se abreviará la division en el primer caso?

R. Se separan los ceros del divisor, é igual número de guarismos de la derecha del dividendo, y se ejecuta la division sin contar con ellos; pero se tiene cuidado de añadir al residuo los guarismos separados en el dividendo, y de poner debajo todo el divisor.

Resolucion. Para dividir 6943 por 400, se ejecuta la division como si solo hubiese que dividir 69 por 4, y añadiendo al 1 los dos guarismos separados, tendremos por residuo 143, que se coloca á la derecha del cociente con una raya y todo el divisor debajo.

Ejemplo.

6.9.(43	4(00
2 1	$17\,^{143}/_{400}$
0	

P. Cómo se abreviará la division en el segundo caso?

R. Se borran en ambos términos tantos ceros como haya en el que ménos, y se ejecuta la division con los demas guarismos que quedan.

Resolucion. Para dividir 8400 por 300 se hace la operacion como si solo hubiese que dividir 84 por 3, y en el 28 tendremos el verdadero cociente.

Ejemplo.

8.4.(00	3(00
2 0	28
0	

P. Cuando usaremos de la division?

R. En dos casos principalmente: 1.° cuando sabido el valor de muchas cosas, queramos averiguar el de una; y 2.° cuando tengamos que reducir unidades inferiores á superiores

P. Cuando se sabe el valor de muchas cosas, cómo se averigua el de una?

R. Se divide el valor de las cosas que se nos dan por el número de ellas: v. g. si 6 arrobas han costado 42 rs., y quiero saber á como sale la arb. dividire el valor de las arbs. que es 42, por el número de ellas que es 6, y veo que sale á 7 rs. cada una.

P. Cómo se reducen las unidades inferiores á superiores?

R. Se dividen las inferiores que se nos dan por tantas como la mayor tiene de la menor: v. g. si quiero reducir 2468 mrs á rs. divido 2468 por 34 que son los mrs. que tiene un real, y veo que hacen 72 rs. y 20 mrs.

Tabla de las divisiones y subdivisiones de las monedas, pesos y medidas españolas (1)

MONEDAS IMAGINARIAS.	MONEDAS EFECTIVAS DE ORO.
El doblon tiene 4 ps.	
El peso, 15 rs.	La onza de oro tiene
El ducado, 11 rs.	320 rs.

(1) Ponemos aquí esta tabla, porque creemos que conviene mucho ejercitar á los niños, despues que saben dividir, en las reducciones de unidades superiores á inferiores y al contrario, por ser de tanto uso en los denominados.

La media de id., 160 rs.
El doblon de oro, 80 rs.
El escudo de oro, 40 rs.
El escudito, 20 rs.
El id. de aumento, 21 $^1/_4$

MONEDAS DE PLATA.

El duro tiene 20 rs.
El medio id., 10 rs.
La peseta ordinaria, 4 rs.
La media id., 2 rs.
El real de vellon, 34 mrs. ú 8 $^1/_2$ cuartos.
La peseta colum.ª, 5 rs.
La media id., 2 $^1/_2$ rs.
El realito id., 1 rl. y 8 mrs.

PESOS.

El quintal tiene 4 arbs.
La arroba, 25 libras.
La libra, 16 onzas.
La onza, 16 adarmes.
El adarme, 3 toms.
El tomin, 12 granos.

MEDIDAS DE LONGITUD.

La vara tiene 3 pies.
El pié, 12 pulgadas.
La pulgada, 12 lins.

MEDIDAS PARA ARIDOS.

El cahiz tiene 12 fangs.
La fanega, 12 cels.
El celemin, 4 cuarts.

MEDIDAS PARA LÍQUIDOS MÉNOS EL ACEITE.

El moyo tiene 16 cánts.
La cántara, 8 azumbs.
La azumbre, 4 cuarts.
El cuartillo, 4 copas.

DEL TIEMPO.

El siglo tiene 100 años.
El año, 365 dias ó doce meses.
El dia, 24 horas.
La hora, 60 minutos.

MISCELÁNEA.

La resma de papel tiene 20 manos.
La mano, 5 cuadernillos.
El cuadernillo, 5 pliegos.
La gruesa son 12 docens.
La docena, 12 cosas.

P. Qué alteraciones sufre el cociente con respecto á sus datos?

R. Como la division es una resta abreviada, el cociente sufre las mismas alteraciones que esta, aunque con alguna diferencia.

P. Sírvase V. decirme, qué alteraciones son esas?

R. Si el dividendo aumenta por via de multiplicacion, aumenta el cociente del mismo modo; y si disminuye el dividendo por via de division, sucede lo mismo al cociente: en el divisor al contrario; si él aumenta, disminuye el cociente; y si él disminuye, aumenta el cociente: pero si el dividendo y divisor se multiplican ó dividen por un mismo número, permanece uno mismo el cociente; de todo esto resulta que el cociente está en razon directa del dividendo é inversa del divisor.

P. Cuáles son las pruebas de multiplicar y dividir?

R. La prueba de multiplicar es dividir el producto por uno de los factores, y si sale por cociente el otro factor, estará bien hecha la operacion. La prueba de dividir es multiplicar el cociente por el divisor, y añadiendo la resta, si la hay, ha de resultar el dividendo, si está bien ejecutada.

DE LOS QUEBRADOS Y SUS PROPIEDADES.

P. Qué son *quebrados*?

R. Aquellos números que expresan parte ó partes de la unidad.

P. Cómo se formará idea de los quebrados?

R. Considerando una unidad dividida en un número cualquiera de partes iguales, de las que tomamos alguna ó algunas: v. g. si consideramos una vara dividida en tres partes y de estas tomamos solo dos, tenemos un quebrado de vara, que equivale á *dos tercios*. $^{2}/_{3}$

P. Con cuántos números se expresa un quebrado?

R. Con dos: el uno se llama *numerador*, porque numera ó cuenta las partes que se toman de la unidad; y el otro *denominador*, por que da nombre á las partes, y expresa en cuantas está dividida la unidad; los dos juntos se llaman *términos del quebrado*.

P. Cómo se escriben los quebrados?

R. Poniendo el *numerador* encima de una raya, y debajo de ella el *denominador*: v. g. *tres quintos* se escribe $^{3}/_{5}$; *dos sétimos* se escribe $^{2}/_{7}$.

P. Cómo se leen los quebrados?

R. Se lee primero el numerador con los numerales absolutos cardinales *uno*, *dos*, *tres* etc.; y despues el denominador con los partitivos sino llega á diez, y con los cardinales si llega ó pasa de diez, añadiendo en este caso la palabra *avos*: v. g. $^{1}/_{2}$ se lee *un medio*, $^{5}/_{6}$ *cinco sestos*; $^{7}/_{12}$ *siete doce avos* etc.

P. En qué se dividen los quebrados?

R. En *propios* é *impropios*.

P. Qué son quebrados *propios*?

R. Aquellos cuyo numerador es menor que su denominador; esto es, cuando tomamos ménos partes que las que tiene la unidad: v. g. $^{2}/_{3}$ $^{3}/_{4}$ $^{5}/_{8}$.

P. Qué son quebrados *impropios*?

R. Aquellos cuyo numerador es igual ó mayor que su denominador; esto es, cuando tomamos tantas ó mas partes como tiene la unidad: v. g. $^3/_3$ $^5/_4$ que contienen enteros.

P. Luego la unidad se puede expresar en forma de quebrado?

R. Si, Señor; siempre que se tomen todas las partes en que se considera dividida. es decir, cuando el numerador es igual al denominador; v. g.

$$1=\frac{2}{2}=\frac{3}{3}=\frac{4}{4}=\frac{5}{5}=\frac{12}{12}=\frac{27}{27}=\text{etc.}$$

P. Y los enteros se pueden poner en forma de quebrado?

R. Si, Señor; poniéndoles por denominador la unidad: v. g. $9=^9/_1$

P. Cómo se pueden considerar los quebrados?

R. Como una division indicada, en la que el numerador es el verdadero dividendo, y el denominador su divisor; de modo que un quebrado es el cociente de dividir el numerador por el denominador: v. gr. si hay que dividir 3 cosas entre 4 personas, el cociente ó lo que corresponde á cada persona es $^3/_4$.

P. Qué alteraciones sufre el quebrado con respecto á sus términos?

R. Siendo el quebrado una division indicada, en la que el numerador es el dividendo y el denominador el divisor, se deduce de lo que dijimos en la division que el *quebrado está en razon directa del numerador é inversa del denominador.*

P. *Qué se infiere de esto?*

R. *1.° Que de quebrados que tienen un mismo denominador es mayor el que tiene mayor numerador;* v. g. *de $^3/_5$ y $^2/_5$ es mayor el $^3/_5$; porque siendo uno mismo el denominador la unidad está dividida en igual número de partes, y por lo tanto estas serán iguales; y siendo iguales, será mayor aquel en que mas partes tomemos; 2.° que de quebrados que tienen un mismo numerador es mayor el que tiene menor denominador:* v. g. *de $^3/_4$ y $^3/_5$ es mayor el $^3/_4$; porque siendo uno mismo el numerador tomamos igual número de partes, y siendo el denominador menor, mayores serán las partes.*

P. Y cuando se multiplica ó divide uno de los términos de un quebrado, qué alteraciones sufre?

R. Podemos establecer por regla general que *permaneciendo intacto uno de los términos del quebrado*:

Si se multiplica Si se divide	el numerador	se multiplica se divide	el quebrado.
Si se multiplica Si se divide	el denominador	se divide se multiplica	el quebrado.

P. Qué se infiere de esto?

R. 1.° Que un quebrado se multiplica de dos modos; ó multiplicando su numerador ó dividiendo su denominador: 2.° que se divide de otros dos; ó dividiendo su numerador ó multiplicando su denominador: 3.° que si sus dos términos se multiplican ó dividen por un mismo número, no altera nada el valor del quebrado; y 4.° que quitando á un quebrado el denominador queda multiplicado por el mismo denominador; así para multiplicar $^3/_4$ por 4, no hay mas que quitar el denominador, y quedan 3 *enteros*.

P. En qué se funda la reduccion de quebrados á un comun denominador?

R. En que un quebrado no altera de valor cuando sus dos términos se multiplican por un mismo número.

P. Y cómo se reducen los quebrados á un comun denominador?

R. Para hallar los numeradores de los nuevos quebrados se multiplica el numerador de cada uno por el producto de los denominadores de los demas; y para hallar el nuevo denominador que ha de servir para todos, se multiplican los denominadores entre sí.

Ejemplo. $^1/_2$ $^2/_3$ $^3/_4$

$$\frac{12}{24} \quad \frac{16}{24} \quad \frac{18}{24}$$

Resolucion. Para reducir á un comun denominador los quebrados $^1/_2$ $^2/_3$ $^3/_4$ multiplicaré el 1 numerador del 1.° por 12 producto de los otros denominadores y tengo en 12 el nuevo numerador de $^1/_2$; despues multiplicaré el 2 numerador del $^2/_3$ por 8 producto de los denominadores de los otros, y tendré en 16 el nuevo numerador del $^2/_3$, luego multiplicaré el 3 numerador del $^3/_4$ por 6 producto de los denominadores de los otros y tendré en 18 el numerador del $^3/_4$; y por último multiplicaré todos los denominadores entre sí y tendré en el producto 24 el denominador que ha de servir para todos.

Otro ejemplo. $\frac{3}{5}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{7}{8}$

576	800	240	840
960	960	960	960

P. Qué es simplificar quebrados?

R. Buscar otros de igual valor, pero que sus términos sean mas pequeños.

P. En qué se funda la simplificacion de quebrados?

R. En que un quebrado no altera de valor, cuando sus dos términos se dividen por un mismo número.

P. Cómo se simplifican los quebrados?

R. Dividiendo sus dos términos por **2** *todas las veces que se pueda, luego por 3, por 5 etc.*

P. Cómo se conoce si un quebrado es divisible por 2, por 3 ó por 5?

R. 1.° *Cuando sus dos términos acaban en cero ó guarismo par, es divisible por 2; 2.° cuando los guarismos del numerador y denominador sumalos separadamente dan 3 ó un múltiplo de 3, es divisible por 3; 3.° cuando sus dos términos acaban en cero ó en 5, ó el uno en cero y el otro en 5, se puede dividir por* 5, *y 4.° cuando los dos acaban en cero ó ceros, se puede dividir por* 10, 100, 1000 *etc.* v. g.

para simplificar el quebrado $\frac{42}{78}$, como ambos términos acaban en guarismo par, los divido por **2** diciendo: la mitad de 4 es 2 y la mitad de **2** es **1**; y en el denominador, la mitad de **7** es 3 y sobra **1**, la mitad de 18 es 9, y tengo $\frac{42}{78}=\frac{21}{39}$: ahora no es divisible por 2; pero lo es por 3 y digo: la tercera parte de 21 es 7, y la de 39 es 13, y tengo $\frac{42}{78}=\frac{21}{39}=\frac{7}{13}$ que ya no se puede simplificar mas.

DE LAS OPERACIONES DE LOS QUEBRADOS.

P. Qué operaciones se hacen con los quebrados?

R. Las mismas que con los enteros; esto es, se *suman, restan, multiplican y dividen.*

P. Cómo se suman los quebrados?

R Cuando todos tienen un mismo denominador, no hay mas que hacer que sumar los numeradores y poner à esta suma por denominador el denominador comun; y si resulta quebrado impropio, se sacan los enteros que contenga, dividiendo el numerador por el denominador.

Ejemplo. Para sumar $^3/_5+^1/_5+^4/_5$ sumo los numeradores $3+1+4=8$, y tengo $^8/_5$ que como es quebrado impropio saco los enteros como queda dicho, y será $^8/_5=1\,^3/_5$

P. Cuando todos los quebrados no tienen un mismo denominador, cómo se suman?

R. Se reducen primero á un comun denominador, y despues se ejecuta la suma, como en el caso anterior.

Resolucion. Para sumar $^2/_3+^1/_2+^3/_5$ los reduzco primero á un comun denominador y se convierten en $\frac{20}{30}+\frac{15}{30}+\frac{18}{30}$ sumo los numeradores 20+15+18=53, y tengo $\frac{53}{30}$ y sacando los enteros será

$$\frac{53}{30}=1\frac{25}{30}$$

Ejemplo.

$$\frac{2}{3}=\frac{20}{30}$$

$$\frac{1}{2}=\frac{15}{30}$$

$$\frac{3}{5}=\frac{18}{30}$$

$$\frac{53}{30}=1\frac{25}{30}$$

P. Por qué se reducen los quebrados á un comun denominador para sumarlos?

R. Porque cuando no le tienen son heterogéneos, y los sumandos siempre deben ser homogéneos.

P. Cuàntos casos ocurren en la suma de quebrados?

R. Tres, sumar quebrados con quebrados, que ya queda esplicado, un quebrado con un entero, y números mistos con números mistos.

P. Cómo se suma un entero con un quebrado?

R. Para sumar un entero con un quebrado, ó lo que es lo mismo, para reducir un entero á la especie del quebrado que le acompaña, se multiplica el entero por el denominador del quebrado, se añade el numerador, y se pone por denominador el denominador del quebrado: v. gr. para reducir 3 y $^5/_8$ á la especie de su quebrado, multiplico 3 por 8, al producto 24 añado el numerador 5, y á la suma 29 pongo por denominador el del quebrado que es 8, y será $\frac{29}{8}$

P. Cómo se suman los números mistos con los números mistos?

R. Se suman los quebrados, como queda dicho, y los enteros que resulten de la suma de los quebrados se añaden à los enteros.

Resolucion. Para sumar este ejemplo coloco los sumandos como se ve, reduzco á un comun denominador los quebrados, sumo los nuevos numeradores 112+120+70 + 140, divido la suma 442 por 280 denominador comun, y resulta 1 y $\frac{162}{280}$ que simplificado $=1\frac{81}{140}$; agrego esta

Ejemplo.

(1		
$25\ ^2/_5$...	112	
$+32\ ^3/_7$...	120	280
$47\ ^1/_4$...	70	
$29\ ^1/_2$...	140	
	44(2 | 28(0	
$134\frac{81}{140}$	16	$1\frac{81}{140}$

suma á la de los enteros y será la total $134+\frac{81}{140}$

P. Cuando hay solo medios y cuartillos habrà necesidad de reducirlos á un comun denominador?

R. No, Señor: se considera cada $^1/_2$ como $^2/_4$ y con esto quedan reducidos; se suman los numerado-

res y la suma se parte por el denominador 4.

Ejemplo. Para sumar $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{1}{4}$ diré: $\frac{2}{4}$ que vale el $\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$ son $\frac{5}{4} + \frac{1}{4}$ son $\frac{6}{4} = 1\,\frac{2}{4} = 1\,\frac{1}{2}$

P. Cómo se restan los quebrados?

R. Si tienen un mismo denominador no hay mas que hacer que restar los numeradores, y poner á la resta el denominador comun, y se simplifica si se puede: v. g. para restar $\frac{1}{4}$ de $\frac{3}{4}$ resto los numeradores de 1 á 3 van 2, y la resta será $\frac{2}{4}$: simplificado $= \frac{1}{2}$

P. Cuando los quebrados no tienen un mismo denominador ¿cómo se restan?

R. Se reducen primero á un comun denominador (1) *y despues se ejecuta la resta como en el caso anterior.*

Resolucion. Para restar $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}$ los reduzco á un comun denominador, coloco el sustraendo debajo del minuendo como se ve y se convierten en $\frac{12}{15} - \frac{10}{15}$ resto los numeradores 12—10, y tengo la resta $\frac{2}{15}$

Ejemplo.

$$\left.\begin{array}{cc} \frac{4}{5} & 12 \\ \frac{2}{3} & 10 \end{array}\right\} 15$$

$$\frac{2}{15}$$

(1) Se reducen á un comun denominador por la misma razon que dijimos en la suma.

Cuando hay medios y cuartillos se considera el $^1/_2$ como $^2/_4$ lo mismo que se dijo en la suma.

P. Cuántos casos ocurren en la resta de quebrados?

R. Tres: restar un quebrado de otro que ya queda esplicado: un quebrado de un entero; y un número misto de otro número misto.

P. Cómo se resta un quebrado de un entero?

R. Se toma del entero una unidad, la cual, reducida á quebrado, tendrá tantas partes como espresa el denominador; y con esto tendremos ya dos quebrados que tienen igual denominador: despues se restan como en el caso anterior, y se pone en la resta el entero con una unidad ménos.

Resolucion. Para restar $^3/_5$ de 7, tomo una unidad del 7 que es igual á $^5/_5$ y restando de $^5/_5$ el $^3/_5$ tendré $^2/_5$ y rebajando la unidad que tomé del entero, la resta total será 6 y $^2/_5$

Ejemplo.

$$\begin{array}{rl} 7 & (^5/_5 \\ - & ^3/_5 \\ \hline 6 & ^2/_5 \end{array}$$

P. Cómo se resta un número misto de otro misto?

R. Se resta el quebrado del quebrado, y el entero del entero.

Resolucion. Para restar 18 y $^2/_7$ de 36 y $^3/_5$ resto el quebrado del quebrado y el entero del entero y será la resta total $18^{11}/_{35}$

Ejemplo.

$$\begin{array}{rll} 36 & ^3/_5 & 21 \\ -18 & ^2/_7 & 10 \\ \hline 18 & & ^{11}/_{35} \end{array} \quad \Big\} \; 35$$

P. En la resta de números mistos qué puede ocurrir?

R. Que el quebrado del sustraendo sea mayor que el del minuendo, y en este caso se toma una unidad del minuendo, la cual reducida á quebrado tendrá tantas partes como espresa el denominador comun: estas partes se suman con el numerador del minuendo; de esta suma se resta el del sustraendo, y á esto se pone por denominador el comun, cuidando de añadir una unidad á las unidades del sustraendo.

Resolucion. Para restar 18 y $^3/_5$ de 36 $^2/_7$ reduzco los quebrados á un comun denominador y se convierten en 10 $^{10}/_{35}$—$^{21}/_{35}$ mas como el $^{21}/_{35}$ del sustraendo es mayor que el $^{10}/_{35}$ del minuendo tomo una unidad del 36 que reducida á quebrado será $\frac{35}{35}$ y sumando 35 con 10 tengo $\frac{45}{35}$ y restando de esto $\frac{21}{35}$ quedan $\frac{24}{35}$; ahora como se tomó una unidad del minuendo, se la añado al sustraendo 18 y nos resulta por resta total $17\frac{24}{35}$

Ejemplo.

$$\begin{array}{rcc|c} & & (45 & \\ 36 & ^2/_7 & 10 & \\ -18 & ^3/_5 & 21 & 35 \\ \hline 17 & & ^{24}/_{35} & \end{array}$$

P. Cómo se multiplican los quebrados?

R. Se multiplica numerador por numerador y *denominador por denominador, y el producto se simplifica si se puede.*

Resolucion. Para multiplicar $^2/_3$ por $^3/_5$ dire, 2 por 3 son 6 numerador del producto, y 3 por 5 son 15 denominador del producto, y tendré $^2/_3 \times {}^3/_5 = {}^6/_{15}$ que simplificado $= {}^2/_5$

Ejemplo

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

P. Cuántos casos pueden ocurrir en la multiplicacion de quebrados?

R Todos se pueden reducir à tres, á saber: multiplicar un quebrado por otro, que ya queda explicado; un entero por un quebrado ó al contrario, y un número misto por otro número misto.

P. Cómo se multiplica un entero por un quebrado ó al contrario?

R. Se pone al entero la unidad por denominador y queda reducido á multiplicar un quebrado por otro: v.g. para multiplicar 7 por $^3/_5$ pondre $^7/_1 \times {}^3/_5 = \frac{21}{5} = 4\,{}^1/_5$

P. Còmo se multiplica un número misto por otro nùmero misto?

R. Se reducen los enteros á la especie de sus quebrados, como queda dicho en la suma de un entero con un quebrado, y queda reducido á multiplicar un quebrado por otro.

Ejemplo.

$$13\,{}^2/_5 \times 3\frac{5}{8} = \frac{67}{5} \times \frac{29}{8} = \frac{1943}{40} = 48\frac{23}{40}$$

Resolucion. Para averiguar cuanto valen 13 y

$^2/_5$ arbs. á 3 $^5/_8$ duros cada una (1) reduzco los enteros á la especie de sus quebrados y tengo $\frac{67}{5} \times \frac{29}{8}$; ahora multiplico numerador por numerador y denominador por denominador; esto es, 67 por 29 y 5 por 8 y será el producto $\frac{1943}{40}$, que sacando los enteros hallo que las 13 $^2/_5$ arbs. valen 48 $\frac{23}{40}$ duros

P. Cuando los quebrados son sencillos, como medios y cuartillos, se puede abreviar esta operacion?

R. Si, Señor; sea el ejemplo averiguar cuanto valen 7 $^3/_4$ varas á 4 $^1/_2$ reales, multiplico los enteros 7 por 4=28; ahora saco del multiplicando 7 la mitad que indica el quebrado del multiplicador, que es 3 $^1/_2$; despues saco del multiplicador 4 los $^3/_4$ sacando la mitad 2, y la mitad de este que es 1; finalmente multiplico los quebrados entre sí que dan $^3/_8$, sumo todas estas partes y la suma 34 $^7/_8$ será el producto total.

Ejemplo.

	7 $^3/_4$
	× 4 $^1/_2$
	28
$^1/_2$ de 7 . .	3 $^1/_2$
$^3/_4$ de 4 $\left\{ \begin{array}{l} ^1/_2 \\ ^1/_4 \end{array} \right.$	2 1
Produoto de los quebrados	$^3/_8$
Producto Total. . . .	34 $^7/_8$

(1) A pesar de haber enseñado en las operaciones de los enteros los usos de la multiplicacion y division, convendrá repetir cuando lleguen á los quebrados, que si se da el valor

P. Cómo se dividen los quebrados?

R. Se multiplican en cruz, esto es, el numerador del dividendo por el denominador del divisor, y este será el numerador del cociente, despues el denominador del dividendo por el numerador del divisor, y este será el denominador del cociente: v. g. para dividir $^2/_7$ por $^4/_5$ diré 2 por 5 son 10 numerador del cociente y 7 por 4 son 28 denominador del cociente y será $\frac{2}{7}:\frac{4}{5}=\frac{10}{28}=\frac{5}{14}$.

P. Cuántos casos pueden ocurrir en la division de quebrados?

R. Todos se pueden reducir á tres: dividir un quebrado por otro quebrado, que ya queda explicado, un entero por un quebrado ó al contrario, y un número misto por otro misto.

P. Cómo se divide un entero por un quebrado, ó al contrario?

R. Se pone al entero la unidad por denominador y queda reducido á dividir un qnebrado por otro.

Resolucion. Para dividir 7 por $\frac{2}{3}$ pondré

Ejemplo.

$$7:\frac{2}{3}=\frac{7}{1}:\frac{2}{3}=\frac{21}{2}=10\frac{1}{2}=\frac{7}{1}=:\frac{2}{3}=\frac{21}{2}\text{ y}$$

---

de una cosa y se trata de averiguar el de muchas, la operacion es de multiplicar, y cuando se nos da el de muchas y queremos saber el de una, será la operacion de dividir.

Otro.

sacando los enteros $=10^1/_2$. Si tuviese que dividir $^2/_3$ por $\frac{2}{3}:7=\frac{2}{3}:\frac{7}{1}=\frac{2}{21}$

7 pondría $\frac{2}{3}:\frac{7}{1}=\frac{2}{21}$

P. Qué debe tenerse presente en la division de quebrados?

R. Se debe cuidar de poner primero el dividendo, que en ejemplos concretos siempre es el dinero. (1)

P. Cómo se divide un número misto por otro misto?

R. Se reducen los enteros á la especie de sus quebrados, y queda reducido á dividir un quebrado por otro.

Ejemplo.

$$48\frac{23}{40}:13^2/_5=\frac{1943}{40}:\frac{67}{5}=\frac{9715}{2680}=3\frac{1675}{2680}=3^5/_8$$

Resolucion. Sabiendo que $13^2/_5$ arbs. han cos-

---

(1) Hacemos esta advertencia porque tenemos observado que es muy esencial para los niños, y que de no hacérsela invierten con facilidad el órden y por esto incurren en varios errores.

tado $48\frac{23}{40}$ duros (1) si se quiere averiguar á cómo vale la arb. reduzco los enteros á la especie de sus quebrados y tendré $\frac{67}{5}$ y $\frac{1943}{40}$; coloco primero el dividendo y tendré $\frac{1943}{40}:\frac{67}{5}$, ahora multiplico en cruz, esto es, 1943 por 5 y 40 por 67 será $\frac{9715}{2680}$, que sacando los enteros hallo que sale la arb. á $3\frac{1675}{2680}$ duros y simplificado el quebrado$=\frac{5}{8}$ (2)

P. Qué es valuar quebrados?

R. Es averiguar el valor en unidades de especie inferior á aquella á que se refiere.

P. Cómo se valúa un quebrado?

R. Se multiplica el numerador por el número de partes inferiores que tiene la unidad á que se refiere, y esto se parte por el denominador.

---

(1) Ponemos este ejemplo que servirá de prueba del que pusimos en la multiplicacion; lo que advertimos para que no se estrañe que pongamos el quebrado $\frac{23}{40}$

(2) Hemos simplificado este quebrado valiéndonos del máximo comun divisor, cuya teoría así como la del múltiplo menor y otras hubiéramos explicado; pero las omitimos por creer que son demasiado complicadas para niños.

Resolucion. Para valuar $^2/_5$ de arb., como esta tiene 25 libras, será $\frac{2\times25}{5}=10$ libras: si de la division queda otro quebrado se vuelve á valuar en la especie inmediata inferior: v. g. $^5/_8$ de duro, como este tiene veinte reales, $\frac{5\times20}{8}=12$ reales $+^4/_8$ de real; y como el real tiene 34 mrs. se valúa este en maravedis y será $\frac{4\times34}{8}=17$ maravedis, de modo que el quebrado $^5/_8$ de duro vale 12 rs. y 17 mrs.

Ejemplo

$\frac{2}{5}$ de @

$$\begin{array}{r|l} 2 & \\ 25 & \\ \hline 50 & 5 \\ \hline & 10 \text{ lib.} \end{array}$$

Otro.

$\frac{5}{8}$ de duro

$$\begin{array}{r|l} 5 & \\ 20 & \\ \hline 100 & 8 \\ \hline 024 & 12 \text{ rs.} \\ 034 & \\ \hline 136 & 8 \\ \hline 050 & 17 \text{ mrs.} \end{array}$$

P. Cuántos casos ocurren on la valuacion de quebrados?

R. Tres: 1.° cuando el quebrado se refiere á la unidad, como en el ejemplo anterior: 2.° cuando se refiere á muchas unidades, y 3.° cuando se refiere á otro quebrado.

P. Cómo se valúa un quebrado cuando se refiere á muchas unidades?

R. Se multiplica el numerador por el número de unidades á que se refiere y este producto se parte por el denominador, y el cociente serán uni-

dades de la misma especie que las dadas: y si queda resta se valúa como en el caso anterior.

Resolucion. Para valuar $^2/_3$ de 13 doblones, multiplico el 2 por 13 y tendré 26 que partido por el denominador 3 será 8 doblones + $^2/_3$ de doblon el que valuado en pesos segun el primer caso, será $\frac{2\times 4}{3}=2$ pesos + $^2/_3$ de peso, que valuado en reales será $\frac{2\times 15}{3}$ 10 reales y tengo que $^2/_3$ de 13 doblones valen 8 doblones, 2 pesos y 10 rs.

Ejemplo.

$\frac{2}{3}$ de 13 dobs.

$$
\begin{array}{r|l}
2 & \\
13 & \\
\hline
26 & 3 \\
02 & \overline{8 \text{ dobs.}} \\
4 & \\
\hline
8 & 3 \\
2 & \overline{2 \text{ pesos.}} \\
15 & \\
\hline
30 & 3 \\
00 & \overline{10 \text{ rs.}}
\end{array}
$$

P. Cómo se valúa un quebrado que se refiere á otro quebrado?

R. Se multiplican los numeradores entre sí, y despues los denominadores, con lo que quedan los quebrados reducidos á uno solo, el que se valúa por las reglas dadas.

Resolucion. Para valuar $^1/_2$ de $^2/_3$ de $^3/_4$ de arrb., diré $1\times2\times3=6$; y $2\times3\times4=24$ y tengo $\frac{6}{24}$ de arb. que siguiendo las reglas del primer caso será $\frac{6\times25}{24}=6$ libras $+\ \frac{6}{24}$ de libra, que valuado en onzas será $\frac{6\times16}{24}=4$: y tenemos que $^1/_2$ de $^2/_3$ de $^3/_4$ de arb. vale 6 libras y 4 onzas.

DE LOS QUEBRADOS DECIMALES.

P. Qué son decimales?

R. Aquellos quebrados que tienen por denominador la unidad seguida de uno, dos ó mas ceros.

P. Cómo se formará idea de los quebrados decimales?

R. Considerando la unidad dividida en diez partes iguales, á las que se llaman *décimas*; cada décima en otras diez partes iguales, que se llaman *centésimas*, y asi sucesivamente, de modo que cada vez van siendo diez veces menores.

P. Cómo se escriben los decimales?

R. Se pone á la derecha de los enteros una coma, despues de la coma las décimas, en seguida las centésimas, y asi sucesivamente.

ENTEROS. DECIMALES.

256,147608923324682 etc.

2	Centenas.
5	Decenas.
6	Unidades.
1	Décimas.
4	Centésimas.
7	Milésimas.
6	Diezmilésimas.
0	Cienmilésimas.
8	Millonésimas.
9	Diezmillonésimas.
2	Cienmillonésimas.
3	Milmillonésimas.
3	Diezmilmillonésimas
2	Cienmilmillonésimas
4	Billonésimas.
6	Diezbillonésimas.
8	Cienbillonésimas.
2	Milbillonésimas.

Asi veinte y siete enteros y cinco decimas se escribe: 27,5

P. Cuando no hay enteros ¿cómo se escribe el decimal?

R. Se pone un cero ántes de la coma para que ocupe el lugar de aquellos: v. g. *setenta y cinco centésimas se escribe:* 0.75.

P. Cómo se leen los decimales?

R. Se dividen en periodos como los enteros, y se leen del mismo modo que estos. expresando en la última cifra la especie de decimal á que se refiere: v. g. **256,14'760,892**, se lee: dos cientos cincuenta y seis enteros, catorce millones, setecientos sesenta mil ochocientos noventa y dos cien millonésimas.

P. Què alteraciones sufre un quebrado decimal cuando la coma muda de lugar?

R. Si la coma se corre un lugar á la derecha se hace diez veces mayor, si dos ciento; &; *pero si la coma se corre un lugar á la izquierda, el quebrado decimal se hace diez veces menor, si dos ciento,* &: en 47,25, si ponemos la coma á la derecha del dos, en esta forma: **472,5** este número será diez veces mayor, porque el **2** que ántes expresaba décimas, ahora expresa unidades, y el **5** que ántes eran centésimas, ahora son 5 décimas. Si en el mismo número **47,25** se corre la coma dos lugares á la izquierda, de este modo 0,4725 se habrá hechó cien veces menor, porque el 7 que ántes expresaba unidades, ahora expresa centésimas, y el **4** que ántes eran decenas, ahora son décimas.

P. Qué alteraciones sufre un quebrado decimal cuando se le añaden ceros á la derecha ó á la izquierda?

R. Si los ceros se añaden á la derecha no altera el decimal: porque en este caso equivale á *multiplicar numerador y denominador por un mismo número; pero si los ceros se ponen á la izquierda, esto es, entre la coma y el primer guarismo decimal, se hace este tantas veces menor como expresa la unidad seguida de tantos ceros como se añadan:* v. g. 0,5=0,50; pues $\frac{5}{10}=\frac{50}{100}$ luego es inútil escribir ceros á la derecha de los decimales. Pero 0,05 es diez veces menor que 0,5.

P. Cómo se reducen los quebrados comunes á decimales?

R. Dividiendo el numerador por el denominador; mas cuando el quebrado es propio, no cabe este en aquel, y asi se pone cero al cociente y despues del cero la coma; se añade un cero al dividendo y se ejecuta la division hasta sacar cociente exacto ó el número de cifras decimales que se quiera, de manera que para cada guarismo decimal se ha de añadir un cero al dividendo: v. g. para reducir á decimal el quebrado $\frac{2}{5}$, cómo 2 entre 5 no cabe, pongo al cociente cero y coma; añado al 2 un 0, y efectuada la division tengo por cociente exacto 0,4.

Reducido á decimal el quebrado $\frac{3}{7}$, como se ve, resulta 0,4285&: si quisiera sacar mas guarismos decimales continuaría añadiendo ceros al residuo y dividendo.

Ejemplo.

$$\begin{array}{l|l} 30 & 7 \\ \hline \ \ 020 & 0{,}4285\& \\ \quad 060 & \\ \qquad 040 & \\ \qquad\ 05 & \end{array}$$

P. Puesto que unas veces resulta cociente exacto y otras no ¿hay alguna regla para conocerlo?

R. Sí, señor: dará cociente exacto cuando el quebrado, ademas de no poderse simplificar, tiene por denominador 2, ó 5, ò un número en el que solo entren por factores exactamente el 2 y el 5: faltando estas circunstancias jamás dará cociente exacto. Así los quebrados $\frac{1}{8}\frac{7}{16}\frac{11}{20}$ darán cociente exacto, porque en sus denominadores no entran mas factores que el 2 y el 5; pero no darán cociente exacto $\frac{1}{6}\frac{7}{15}\frac{11}{18}$ porque en sus denominadores ademas del 2 y 5 entra otro factor diferente, que es el 3.

DE LAS OPERACIONES DE LOS DECIMALES.

P. Qué operaciones se hacen con los quebrados decimales?

R. Las mismas que con los enteros.

P. Cómo se suman los decimales?

R. Despues de colocados los sumandos, de modo que se correspondan las décimas con las décimas, las centésimas con las centésimas & : es decir, que formen columna las comas de los sumandos; se tira una raya debajo, y se suman como los enteros, poniendo despues á la suma otra coma que se corresponda con las de los sumandos.

Resolucion. Para sumar este ejemplo, colocados los sumandos como se ve, y ejecutada la operacion como si fuesen enteros, pongo en la suma una coma que se corresponda con la de los sumandos y será 131,4308 (1).

Ejemplo.

	82,	145
+	24,	75
	18,	0358
	6,	5
	131,	4308

P. Cómo se restan los decimales?

R. Despues de colocado el sustraendo debajo del minuendo, de modo que se correspondan las décimas con las déeimas &. y formen columna las comas, se tira una raya debajo y se restan como enteros, poniendo en la resta otra coma que se corresponda con las anteriores.

Resolucion. Para restar 24,135 de 47,386 los coloco como se ve, y ejecutada la resta como enteros, pongo una coma que se corresponda con las anteriores, y será la resta 23,251

Ejemplo.

	47,	386
—	24,	135
	23,	251

P. Cuando el minuendo y sustraendo tienen mas guarismos decimales el uno que el otro ¿cómo se ejecuta la resta?

R. *Se añaden ceros al que tenga ménos guarismos decimales hasta que queden iguales, y luego se ejecuta la resta como en el caso anterior.*

(1) Aunque las operaciones de los decimales se practican como las de los enteros, en rigor se fundan en las de los quebrados comunes; pues su sencillez consiste precisamente en llevar tácito el denominador, en prescindir de los ceros a la derecha por no alterar el decimal y en la facilidad de multiplicar ó dividir por la unidad seguida de ceros.

Resolucion. Para restar 84'5 de 96, 75 añado un cero al sustraendo, como se ve, y restando como en el caso anterior, será la resta 12,25.

Ejemplo.

$$\begin{array}{r} 96,\ 75 \\ -84,\ 50 \\ \hline =12,\ 25 \end{array}$$

Para restar 84, 75 de 96, 5, añado un cero al minuendo, como se ve, y la resta será 11,75.

Otro.

$$\begin{array}{r} 96,\ 50 \\ -84,\ 75 \\ \hline =11,\ 75 \end{array}$$

P. Cómo se multiplican los decimales?

R. Se ejecuta la multiplicacion como en los enteros sin hacer caso de las comas, y despues se separan de la derecha del producto tantos guarismos como cifras decimales haya en el multiplicando y multiplicador juntos; y si no hubiere las suficientes, se añaden á la izquierda tantos ceros como guarismos falten.

Resolucion. Para averiguar cuanto valen 13, 4 arbs. á 3,625 duros cada una, ejecuto la multiplicacion como enteros sin hacer caso de las comas, y de la derecha del producto separo cuatro guarismos por ser éstos los que hay en ámbos factores juntos, y será el producto 48,575 duros.

Ejemplo.

$$\begin{array}{r} 3.625 \\ \times 13,4 \\ \hline 145,00 \\ 10875 \\ 3625 \\ \hline =48,575\emptyset \end{array}$$

P. Se puede abreviar en algun caso la multiplicacion de decimales?

R. Sí señor: cuando hay que multiplicar por la unidad seguida de ceros se corre la coma á la derecha tantos lugares como ceros haya despues de la unidad: v. g. $75,24 \times 10 = 752,4$. Para multiplicar por 100 se correrá dos lugares; por mil, tres &

P. Cómo se dividen los decimales?

R. Se hace que el dividendo y divisor tengan un mismo número de guarismos decimales, para lo cual se añaden ceros al que tenga ménos, y luego se dividen como enteros. Si de la division queda resta se reduce à decimal el quebrado que resulte: v. g. sabiendo que 13,4 @ han costado 48,575 duros, si se quiere averiguar à como sale la @, como el dividendo tiene tres guarismos decimales y el divisor uno solo, añado á este dos ceros; ejecuto la division sin hacer caso de la coma y resulta el cociente 3 duros y un quebrado comun $\frac{8375}{13400}$, que reducido á decimal, segun lo dicho, da 0,625; y diré que sale la @ á 3,625 duros (1)

Ejemplo.

48,575	13,4000
08 3750	3,625
035500	
067000	
00000	

P. Se puede abreviar en algun caso la division de los decimales?

R. Sí, señor: cuando hay que dividir por la unidad seguida de ceros se corre la coma à la iz-

(1) Cuando se añaden ceros al divisor, como en este ejemplo, puede reducirse mas facilmente a decimal el quebrado comun que queda, quitando para cada division un cero del divisor, mientras haya, en vez de añadírselo al dividendo. Sirva el mismo ejemplo.

quierda tantos lugares como ceros haya despues de la unidad: v. g 752,4: 10=75, 24. Para dividir por 100 se correria dos lugares, por mil, tres &.

P. Cómo se valúan los decimales?

R. Se multiplica el quebrado decimal por las partes que tiene el entero á que se refiere, cortando despues de la derecha del producto tantos guarismos como tenga el decimal: si la division no sale exacta, se vuelve á valuar en la especie inmediata inferior el quebrado que resulte.

Resolucion. Para valuar 0,625 de duro, como este tiene 20 rs. ejecuto la operacion, como se ve, y salen 12 rs. y 5 décimas de real, que valuadas en mrs. dá 17 mrs.: y diré que 0,625 de duro vale 12 reales y 17 mrs.

Ejemplo.

$$\begin{array}{r} 0,625 \\ \times\ 20 \\ \hline 12,5\cancel{0}\cancel{0}\text{rs.} \\ \times\ 34 \\ \hline 17,\cancel{0}\ \text{mrs.} \end{array}$$

SISTEMA MÉTRICO.

P. Qué se entiende por sistema métrico?

R Un nuevo arreglo general de pesas y medi-

Ejemplo.

$$\begin{array}{r|l} 48,575 & 13,40\cancel{9} \\ \cline{2-2} 08,375 & \\ 0,335 & \quad 3,625 \\ 0670 & \\ 000 & \end{array}$$

Resolucion En vez de añadir un cero al numerador 8375, tacho uno de la derecha del divisor, y queda este en 13,40: al residuo 335 no se le añade cero, y si se tacha el de la derecha del divisor: al residuo 67 hay que añadirle un cero para sacar otro guarismo decimal porque el divisor no tiene más á su derecha.

das, establecido sobre un tipo invariable y uniforme, y de una contabilidad que guarda completa armonía con nuestra numeracion.

Porqué se llama métrico este sistema?

R. *Porque su base es el metro.*

P. Qué términos se empleon para la nomenclatura científica de las pesas y medidas?

R Cuatro para espresar las unidades principales, cuatro para sus múltiplos ó medidas mayores y tres para los divisores.

P. Segun eso, ¿cuáles son las unidades principales del sistema métrico?

R. El metro para las medidas de longitud
El área para las superficiales.
El litro para los líquidos y áridos.
El kilógramo para las de peso.

P. Cómo se forman los múltiplos de estas cuatro unidades principales?

R. Anteponiendo á cada una de ellas las palabras griegas **miria, kilo, hecto, deca,** *que significan* **diez mil, mil, ciento, diez.**

P. Cómo se forman los divisores?

R. Anteponiéndoles las palabras latinas **deci, centi, mili,** *que significan:* **décimo, centésimo, milésimo.** (1)

P. Cuál es la unidad de las medidas longitudinales?

R. El metro, que es igual á la diezmillonésima parte de la distancia del polo Norte al Ecuador,

(1) Algunas unidades principales no tienen todos los múltiplos y divisores.

contada sobre el meridiano.

P. *Cuáles son los múltiplos y divisores del metro?*

R. Sus múltiplos son:
El miriámetro, que es igual á diez mil metros.
El kilòmetro, mil metros.
El hectómetro, cien metros.
El decàmetro, diez metros.

Sus divisores son:
El decímetro, igual à un décimo de metro.
El céntimetro, un centésimo de metro.
El milímetro, un milésimo de metro.

P. *Cuál es la unidad de las medidas superficiáles?*

R. *El área, que es igual á cien metros cuadrados, ó un cuadrado, que tiene diez metros por cada lado.*

P. *Cuales son sus múltiplos y divisores?*

Sus múltiplos son:

La hectárea, que es igual à cien àreas, ó diez mil metros cuadrados.

Sus divisores son:

La centiárea, que es igual á un centésimo de àrea ó un metro cuadrado.

P. *Cuál es la unidad de las medidas de capacidad para áridos y liquidos?*

R. *El litro que es igual al volúmen de un decímetro cúbico*

P. *Cuàles son sus múltiplos y divisores?*

Sus múltiplos son:

El kilólitro, igual á mil litros ó una tonelada de arqueo.

El hectólitro, cien litros.

El decálitro, diez.

Sus divisores son:

El decílitro, igual á un décimo de litro.

El centilitro. un centésimo de litro.

P. Cuál es la unidad de las medidas ponderales ò de peso.

R. El kilógramo, que es igual al peso en el vacío de un decímetro cúbico, ó sea, un litro de agua destilada à la temperatura de cuatro grados centígrados.

P. Cuáles son múltiplos y divisores?

Sus múltiplos son:

La tonelada de peso, igual á un millon de gramos.

El quintal métrico, cien mil gramos.

UNIDAD. *El kilógramo, mil gramos.*

Sus divisores son:

El hectógramo, cien gramos?

El decágramo, diez.

El gramo, igual al peso de un céntimetro cúbico.

El decígramo, un décimo de gramo.

El centigramo, un céntésimo de gramo.

El miligramo, un milésimo de gramo.

APLICACION DE LOS DECIMALES AL SISTEMA MÉTRICO.

P. Cómo se ejecutan las operaciones en el sistema métrico?

R. Del mismo modo que en los decímales pues-

to que siguen el mismo órden de numeracion. Por manera que escrita bien una cantidad cualquiera, el procedimiento de la operacion es en un todo igual al de los decimales.

P. Pues cómo se escribirá una cantidad cualquiera en el sistema métrico?

R. Poniendo por cantidad entera la unidad principal y sus múltiplos, y como decimal los divisores de aquella.

P. Como se hará mas palpable esta doctrina?

R. Con la série de ejemplos que ponemos á continuacion.

Ejemplo 1.° Si se quiere sumar treinta y cinco metros y ocho decímetros, mas cuatro hectómetros y ocho milímetros, mas seis kilómetros, cinco hectómetros, cuatro decámetros, ocho metros y veinte y cuatro centimetros, mas nueve metros y siete centimetros; los colocaré unos debajo de otros, como se ve, de modo que los cuatro hectómetros se hagan metros; y como un hectómetro vale cien metros, los cuatro serán 400 metros, despues la coma, 0 decimetros, 0 centimetros y 8 milimetros (ó milésimas). Debajo colocaré los seis kilómetros en cuarto lugar ántes de la coma, porque valen 6000 metros, los cinco hectómetros en tercero, los cuatro decámetros en segundo, ocho metros en primero, despues la coma y en seguida de esta los veinte y cuatro céntimetros (ó centésimas). Se suman como decimales, y la suma será 6993 metros, y 118

Ejemplo.

	35, 8 mrs.
+	400, 008
	6548, 24
	9, 07
=	6993, 118 metrs.

milimetros; ó lo que es lo mismo: 6 kilómetros, 9 hectómetros, 9 decámetros, 3 metros 1 decímetro, 1 centimetro y 8 milimetros.

Ejemplo 2.° Para sumar 69 hectáreas, mas 86 hectáreas, 99 áreas y 68 centiáreas, mas 28 hectáreas, 2 áreas y 8 centiáreas, mas 54 áreas, mas 174 hectáreas, 32 áreas y 9 centiáreas, los colocaré como se ve, haciendo todas las unidades de una misma denomjnacion, esto es áreas; y por consiguiente las 69 hectáreas serán 6900 áreas, puesto que una hectárea vale cien áreas; se colocan debajo y ántes de las áreas las 86 hectáreas, enseguida á la derecha las 99 áreas, despues la coma y luego las 68 centiáreas (ó céntèsimas), y asi se procede con los demás sumandos, se tira una raya, se suman como los decimales, y la suma será: 35887 áreas y 85 centiáreas, ó bien, 358 hectàreas 87 áreas y 85 centiáreas. (1)

Ejemplo.

	6900,	áreas.
	8699,	68
+	2802,	08
	54,	00
	17432,	09
=	35887,	85áreas

---

(1) Las unidades superficiales siguen el orden centesimal es decir, que cada unidad ha de considerarse compuesta de cien partes iguales inferiores de su inmediata especie, asi como cada ciento de las mismas unidades componen una unidad de su inmediata especie superior. Esto se funda en el cuadrado de los números; porque si el cuadrado de 10 es 100, el área que es igual a un cuadrado limitado por cuatro líneas cada uno de las cuales equivale á diez metros de longitud, será igual, por lo tanto, a cien metros cuadrados.

Por consiguiente, para la enumeracion de estas medidas se toman de dos en dos las cifras en los múltiplos y divisores como se ve en el ejemplo propuesto. Así es, que si se quie-

Ejemplo 3.° Si se quiere saber la diferencia que hay entre 89615,321 litros de vino y 8 kilólitros y 6 centésimos de centilitro, colocaré primero el minuendo, como se ve, y debajo el sustraendo reduciéndolo á la denominacion del minuendo; y como un kilólitro vale mil litros, 8 kilólitros serán 8000 litros, despues la coma, ó decílitros, 0 centilitros, 0 décimos de litro y despues los 6 centésimos. Ejecutada la resta, la diferencia será 81615 litros y 3204 diez milésimas de litro; ó bien sea 81 kilólitros, 6 hectolitros, 1 decàlitro, 5 litros, 3 decílitros, 2 centílitros y 4 centésimas de centílitro.

Ejemplo.

89615,321	litro.
— 8000.0006	
=81615,3204	

Ejemplo 4.° Para reducir 1,2345 kilólitros á decálitros, como que un kilólitro vale 100 decálitros, hay que multiplicar la cantidad propuesta por 100; cuya operacion quedará ejecutada con solo correr la coma dos lugares á la derecha; y por consiguiente el producto será 123,45 decálitros

---

re espresar una superficie en hectáreas, se habrá de representar el número de estas con enteros, y las dos primeras cifras decimales figurarán las áreas, así como las dos segundas las centiáreas: v. g.

Hectáreas.	Áreas.	Centiáreas.
184,	01	74

Se lee: ciento ochenta y cuatro hectáreas, un área y setenta y cuatro centiáreas.

Ejemplo 5.° Si se quiere averiguar el valor de un kilógramo sabiendo que 35 kilógramos 6 gramos y 28 centígramos han costado 7684, 5 rs., tomaré por dividendo esta cantidad y escribiré á su derecha el divisor poniendo primero los 35 kilógramos, en seguida la coma, 0 hectógramos 0 decágramos, despues los 6 gramos y en seguida los 28 centígramos. Y ejecutada la division, como se ve, resulta que el valor de un kilógramo es 219 rs. 517 milésimas de real.

Ejemplo.

768450000	35,00628
0683244	219,517&
3331812	
018124680	
006215400	
27147720	
02643324	

Ejemplo 6.° Para reducir 4268,007 gramos á kilógramos, hay que dividir dicha cantidad por 1000 puesto que un kilógramo vale mil gramos; lo que se conseguirá corriendo la coma tres lugares á la izquierda y diremos que el cociente es 4,268007 kilógramos.

1.ª

TABLA

de la correspondencia que guardan las actuales pesas y medidas de Castilla con sus correspondientes del sistema métrico.

La vara vale.......... { 0 metros y 836 milímetros.

La libra................	0 kilógramos y 460 gramos.
La cántara de vino....	16 litros, 13 centílitros, 3 décimas de centílitro.
La arroba de aceite...	12 litros, 56 centílitros 3 décimas de centílitro
La fanega de áridos ...	55 litros, 50 centílitros, 1 décima de centílitro.
La fanega superficial de marco real	64 áreas, 41 centiáreas, 2 decímetros cuadrados, 55 centímetros cuadrados.

2.ª

TABLA RECIPROCA.

Un metro vale..........	1 vara, 0 pies, 7 pulgadas, 074 líneas.
Un kilógramo....... ...	2 libras, 2 onzas, 12,52 adarmes.
Un litro de vino... ...	1 cuartillo, 3, 93 copas.
Un litro de aceite......	1 libra, 3, 96 panillas (cuarterones).
Un litro de grano......	0,865 de cuartillo.
Un área	143 varas cuadradas, 0 pies id. 745 milésimas de pie cuadrado.

3.ª

DE OTRO MODO.

Un metro vale..........	1, 196 vara.
Un kilógramo..........	2, 174 libras.
Un litro de vino........	0, 062 de cántara.
Un litro de aceite	0, 0796 de arroba.
Un litro de grano..	0, 01802 de fanega.
Una área................	0, 01553 de fanega.

4.ª

TABLAS.

de las medidas de Logroño, que se diferencian de las anteriores en valor.

La cántara de vino vale	16 litros y 4 decílitros.
La fanega de áridos...	54 litros y 94 centílitros.
La fanega superficial de 2722 varas cuadradas.	19 areas, 2 centiáreas, 39 decímetros cuadrados y 49 céntimetros id.

5.ª

TABLA RECIPROCA.

Un litro de vino vale...	1 cuartillo y 995 milésimas de cuartillo.

Un litro de grano..........	873 milésimas de cuartillo.
Una área...................	142 varas cuadradas y 6,670 pies cuadrados.

6.ª

DE OTRO MODO.

Un litro de vino vale	0, 0623 de cántara.
Un litro de grano..........	0, 0182 de fanega.
Una área...................	0, 0325 de fanega.

Reduccion de las actuales pesas y medidas de Castilla á sus correspondientes en el sistema métrico.

P. Cómo se reducen las actuales pesas y medidas á sus correspondientes métricas?

R. Del modo siguiente: Si las unidades que se dan para reducir se expresan por un número entero, y son de la misma especie que aquella en que está expresado el valor en el sistema métrico, no hay mas que multiplicar las unidades dadas por lo que vale cada una en dicho sistema.

Si las unidades son superiores, se reducen á unidades de la especie en que está dado el valor métrico, y la operacion queda reducida al caso anterior.

Si el número fuese misto ó denominado se hará un quebrado, y este se multiplicará por lo que vale una unidad en dicho sistema.

1.º Reducir al sistema métrico 48 varas de Castilla.

Ejemplos.

Resolucion. $48 \times 0,836 = 40,128$ metros.

Para resolver este ejemplo, se multiplican las 48 varas por 836 milímetros que vale cada una, y el producto será 40 metros y 128 milímetros.

Si el producto quisiera expresarse en decímetros, no hay mas que correr la coma un lugar á la derecha, y será 401 decímetros y 28 centésimas de decímetro.

2.° Reducir 20 @ al sistema métrico.

Resolucion. $20 \times 25 = 500 \times 0,460 = 230$ kilógramos.

Como que el valor métrico dado es el de la libra, se reducen las 20 @ á libras, y las 500 libras que resultan se multiplican por 460 gramos que vale una, y el producto será 230 kilógramos, ó 230000 gramos: pudiendo reducir este producto á diferente denominacion métrica corriendo la coma á derecha ó izquierda.

3.° Reducir al mismo sistema $18\frac{1}{3}$ @

Resolucion. $18\frac{1}{3} = \frac{55}{3}, \times 25 = \frac{1375}{3} \times 0,460 = 210,833$ kilógramos. Siendo misto el número dado, se hace quebrado de @, que será $\frac{55}{3}$ @; y para reducirlo á quebrado de libra, se multiplica su numerador por 25 y dará $\frac{1375}{3}$ libras: multiplicando el numerador por 460 gramos, y dividiendo el producto por el denominador 3, tendremos por resultado 210 kilógramos y 833 gramos.

4.° Reducir 7 fanegas y 3 celemines.

Resolucion. 7 fanegas y 3 celemines $= \frac{87}{12} \times 55$, $501 = 402, 382$ litros.

El número denominado se hace quebrado de fanega, que será $\frac{87}{12}$, y multiplicado este por 55 litros, 50 centílitros y una décima de centilitro, se tiene por resultado 402 litros, 38 centilitros y 2 décimas de centilitro.

5.° Reducir 5 azumbres de vino.

Resolucion. $\frac{5}{8} \times 16, 133 = 10, 083$ litros.

Como el valor métrico está dado en cántara, las 5 azumbres se hacen quebrado de cántara poniéndole por denominador 8; y multiplicando este quebrado por 16 litros, +13 centilitros y 3 décimas de centilitro, que vale la cántara, el producto será 10 litros, 8 centilitros y 3 décimas de centilitro (1).

Reduccion de pesas y medidas métricas á sus correspondientes en el sistema actual.

P. Cómo se reducirá una cantidad cualquiera de pesas ó medidas métricas á sus correspondientes en el sistema actual?

(1) Pudiéramos haber resuelto de otros varios modos los ejemplos anteriores; pero como por una parte, al enseñar el sistema metrico, no suponemos aun en los niños el conocimiento de razones y proporciones, y por otra era necesario que aquellos conservasen en la memoria muchos datos ó que tuviesen á la vista varias tablas; hemos querido evitar estos inconvenientes sujetándonos á principios que ya les son conocidos.

R Multiplicando, como una operacion de decimales, la cantidad dada por lo que vale una unidad: y si quedase residuo ó quebrado, se valuará sucesivamente en las especies inferiores (1)

Ejemplos.

1.° Reducir al sistema actual 46 metros y 27 centimetros.

Resolucion. 46,27 × 1, 196=55 varas, 1 pie y 2,41344 líneas.

Multiplicando 46 metros y 27 centimetros por 1, 196 vara, que vale cada metro, resultan 55 varas y 33892 cien milésimas de vara: y valuando este quebrado decimal en las especies inferiores, dá 1 pie, 2,41344 lineas.

Y diremos que los 46 metros y 27 centímetros hacen 55 varas, 1 pié y 2,41344 líneas.

2.° Reducir al mismo sistema 36 hectógramos.

Resolucion. 3,6×2,174=7 libras y 13,2224 onzas.

Háganse kilógramos los 36 hectógramos como se ve, multiplíquense por 2.174 libras que vale un kilógramo; y, despues de valuado el decimal, tendremos por resultado 7 libras y 13.2224 onzas.

3.° Reducir 8 hectólitros y 6 decílitros de aceite.

Resolucion. 800, 6 × 0.796 = 63 @ 18 libras y 3,104 onzas.

Escrita en litros la cantidad dada, y multiplicada por 0796 diez milésimas de @ que vale un litro, será el resultado 63 @. 18 libras y 3,104 onzas,

(1) Véanse al efecto las tablas números 3 y 6 (páginas, 66 ó 67.)

DE LOS DENOMINADOS.

P. Qué son números *denominados?*

R. Los que constan de unidades de diferentes especies, unas mayores que otras; pero que todas se refieren á una unidad principal y superior; como 3 duros, **12** reales **17** mrs. que se refieren al duro como unidad principal.

P. Los números denominados se pueden expresar de otro modo que sea equivalente?

R. Sí, señor; reduciéndolos á su menor especie; v. g. 3 duros, 12 reales y **17** mrs. se pueden expresar por 2465 mrs. que equivalen á los tres números propuestos: para reducirlos se multiplica el 3 por 20 que son los reales que tiene en duro, y serán 60 reales, á cuyo producto se añaden los 12 y serán 72 rs. que multiplicados por **34** mrs que tiene un real, y añadiendo al producto los **17** que hay, resultan 2465 mrs.

P. Cómo se suman los denominados?

R. Despues de colocados los sumandos unos debajo de otros de modo que se correspondan las unidades de cada especie, se tira una raya debajo y se principia á sumar por las unidades inferiores: si en la suma de estas hay alguna unidad de la superior inmediata se sumará con estas, y las sobrantes se colocan debajo de las de su especie; y si no sobra nada se pone cero: del mismo modo se continúa hasta sumar las unidades de especie superior.

Ejemplo

	(2	(1	
	27 varas,	2 pies,	5 pulgadas
+	12 »	1 »	3 »
	7 »	2 »	8 »
	48 »	0 »	4 »

Resolucion. Para sumar este ejemplo, despues de colocados los sumandos, como se ve, se principia por las unidades inferiores, que son las pulgadas, y las 16 que resultan, reducidas á pies hacen un pié que se coloca con los pies, y las 4 pulgadas que sobran, debajo de las pulgadas: se pasa á sumar los pies, y como la suma 6 hace 2 varas exactas, se colocan con las varas, y se pone cero debajo de los pies; finalmente se suman las varas, que son 48, y la suma total será 48 varas, 0 pies y 4 pulgadas.

P. Cómo se restan los denominados?

R. Se coloca el sustraendo debajo del minuendo de modo que se correspondan las unidades de cada especie, se tira una raya, y se principia á restar por las unidades inferiores.

Ejemplo

	36 arrobas,	14 libras,	8 onzas.
—	24 »	10 »	5 »
	12 »	4 »	3 »

Resolucion. Para restar 24 arrobas, 10 libras y 5 onzas de 36 arrobas, 14 libras y 8 onzas se colocan como se ve; y principiando por las unidades inferiores, que son las onzas, se va restando cada especie de su correspondiente, y resulta por resta total 12 arrobas, 4 libras y 3 onzas.

P. Cuando alguna de las unidades del sustraendo es mayor que su correspondiente en el minuendo, cómo se ejecuta la resta?

R. Se toma una unidad de la especie inmediata superior del minuendo, la cual se reduce á la especie inferior, se suma con las inferiores que haya. y de esta suma se restan las del sustraendo, cuidando de rebajar una unidad á aquella especie superior del minuendo de donde se tomó, ó añadirla al sustraendo.

Ejemplo.

	22 pesos,	7 reales	18 mrs.
—	14 »	8 »	16 »
	7 »	14 »	2 »

Resolucion. Para restar este ejemplo, se principia por los maravedis diciendo: de 16 á 18 van 2; se pasa á los reales de 8 á 7 no puede ser, por ser mayor el sustraendo que el minuendo, se toma un peso que tiene 15 reales y sumados con los 7 que hay hacen 22 reales; ahora se dice: de 8 á 22 van 14, y se lleva una, que se añade á los 14 pesos: finalmente, de 15 á 22 van 7, y será la resta 7 pesos, 14 reales y 2 maravedis

P. Cuando por ser mayor alguna de las unidades del sustraendo pasamos à tomar una unidad superior del minuendo y ocurre que no la hay en la inmediata ¿qué se hará en este caso?

R. *Se pasa á tomarla de la superior donde las haya, la cual se reduce á las inferiores inmediatas, se dejan en ellas todas ménos una, esta se reduce á las unidades inferiores, se suman con las que hay, y de esta suma se restan sus correspondientes, teniendo cuidado de rebajar una unidad á aquella especie superior del minuendo de donde se tomó ó añadirla al sustraendo.*

Ejemplo.

	(19	(34 + 10 = 44.
18 duros,	0 reales,	10 mrs.
— 14 »	16 »	30 »
3 »	3 »	14 »

Resolucion. Para restar este ejemplo, se dirá: de 30 á 10 no puede ser, se pasa á tomar un real y como no los hay se va á los duros, se toma uno que tiene 20 rs. se dejan 19 en la columna de los rs. y el otro que queda, se descompone en maravedís, se suman los 34 que tiene con los 10 que hay, y de la suma 44 se restan los 30 del sustraendo, se restan despues los 16 reales de los 19. y por último se pasa á los duros cuidando de añadir uno á los 14 del sustraendo ó de rebajárselo al minuendo 18, y será la resta 3 duros, 3 reales y 14 maravedís.

P. Cómo se multiplican los denominados?

R. Reduciéndolos primero á quebrados, para lo cual se reducen multiplicando y multiplicador á *su menor especie, y lo que resulte en cada uno será el numerador del quebrado, y por denominador se pone el número que exprese las veces que la unidad de especie inferior respectiva está contenida en su superior; despues se multiplican como quebrados, esto es: numerador por numerador y denominador por denominador.*

Ejemplo. ¿Cuánto costarán 13 arrobas y 10 libras valiendo la arroba á 3 duros, 12 reales y 17 maravedís?

(A)	(B)
13 arrobas.	3 duros.
25	20
65	60
26	12
10	72 reales.
335 libras	34
	288
	216
	17
	2465 maravedís.

$$\frac{2465}{688}\times\frac{335}{25}=\frac{825775}{17000}=48\frac{9775}{17000}\text{duros.}$$

$=$ 48 duros, 11 reales y 17 maravedís.

Para resolver este ejemplo, se reducen las 13 arrobas y 10 libras á libras, como se ve en (A), y á las 335 que resultan se pone por denominador 25 que son las libras que tiene la arroba, con lo que se tiene el quebrado $\frac{335}{25}$; se reducen tambien los 3 duros, 12 reales y 17 maravedís, á maravedís como se ve en (B), y á los 2465 que resultan se pone por denominador 680, que son los maravedís que tiene un duro, con lo que se tiene el quebrado $\frac{2465}{680}$ que multiplicado por $\frac{335}{25}$ da de producto $\frac{825775}{17000}$ y sacando los enteros será $48\frac{9775}{17000}$ ó 48 duros, 11 reales y 17 maravedís.

P. Cuando uno de los factores es denominado y el otro no, cómo se pondrá en forma de quebrado?

R. Se reduce el denominado á quebrado, y al que no lo es, se le pone por denominador la unidad.

(A) *Ejemplo.*

6 reales.
34

204
13

217 maravedís.

$$\frac{7}{1}\times\frac{217}{34}=\frac{1519}{34}=44\frac{23}{34}$$

Para averiguar cuanto valen 7 cántaras á 6 reales y 13 maravedís la cántara, se reduce el denominado 6 reales y 13 maravedís á maravedís, como se ve en (A), y á los 217 se le pone por denominador 34, despues al 7 se le pone la unidad, y se tendrá $\frac{7}{1} \times \frac{217}{34}$, que ejecutadas las operaciones como en el caso anterior se ve que las 7 cántaras á 6 reales y 13 maravedís valen 44 reales y 23 mrs.

P. *Qué hay que tener presente en la multiplicacion de denominados?*

R. *Que se necesita saber cual es el multiplicando y cual es el multiplicador?*

P. *Cómo se sabrá cuál es el multiplicando y el multiplicador?*

R. *El multiplicando es el de la misma especie que lo que se busca en el producto, que generalmente es el dinero, y el otro es el multiplicador:* v. g. si se quiere averiguar cuanto valen 7 cántaras á 6 reales y 13 maravedís, como lo que se busca son los reales que valen las 7 cántaras, los 6 reales y 13 maravedis será el multiplicando y las 7 cántaras el multiplicador.

P. Hay que advertir alguna otra cosa en la multiplicacion de denominados?

R. Que se puede dar el precio á cualquiera de las especies del multiplicador: v. g. si hubiese en el multiplicador arrobas, libras y onzas, se puede dar el precio de la arroba, se puede dar el de la libra y el de la onza; y en los tres casos el denominador debe ser diferente.

P. Pues qué se hará en cada uno de estos tres casos y los demas que ocurran?

R. Poner por denominador en el multiplicador el número que exprese las veces que la unidad de especie inferior está contenida en la superior *cuyo precio se nos dá;* asi si hay arrobas, libras y onzas y se dá el precio de la arroba, se pone por denominador 400, que son las onzas que tiene la arroba; si se da el precio de la libra, se pone por denominador 16, que son las onzas que tiene la libra y finalmente, si se dá el de la onza, se pone por denominador la unidad.

P. *Cómo se dividen los denominados?*

R. *Reduciéndolos á quebrados, y despues se dividen como tales, es decir: multiplicándolos en cruz.*

Ejemplo. 13 arrobas y 10 libras han costado 48 duros, 11 reales y 17 maravedís, se pregunta á cómo vale la arroba?

(A)	(B)
13 arrobas	48 duros.
25	20
65	960
26	11
10	971 reales.
335 libras.	34
	3884
	2913
	17
	33031 maravedís.

$$\frac{33031}{680}:\frac{335}{25}=\frac{825775}{227800}=3\ \frac{142375}{227800}\text{duros}=3$$

duros, 12 reales y 17 maravedís.

Para resolver este ejemplo se reducen las 13 arrobas y 10 libras á libras, como se ve en (A), y á las 335 que resultan se pone por denominador 25 que son las libras que tiene la arroba, se reducen tambien los 48 duros, 11 reales y 17 maravedis á maravedís, como se ve en (B) y á los 33031 que resultan se pone por denominador 680 que son los maravedis que tiene un duro, con lo que se ha conseguido reducirlos á estos quebrados $\frac{335}{25}$ y $\frac{33031}{680}$ se coloca primero el dividendo y se tendra $\frac{33031}{680}:\frac{335}{25}$; ahora se multiplican en cruz, esto és: 33031 por 25 y 680 por 335 y se tendrá $\frac{825775}{227800}$ que sacando los enteros será $3\frac{142375}{227800}$ duros, ó tres duros, 12 reales y 17 maravedís.

P. Cuando uno de los términos de la division es denominado y el otro no, cómo se pondrá en forma de quebrado?

R Se reduce el denominado á quebrado y al que no lo es, se le pone por denominador la unidad:

(A) *Ejemplo.*

44 reales
34
———
176
132
23
———
1519 maravedís.

$$\frac{1519}{44}:\frac{7}{1}=\frac{1519}{238}=6\ \text{y}\ \frac{91}{238}\ \text{reales}$$

Sabiendo que siete cántaras han costado 44 reales y 23 maravedís, si se quiere averiguar á como sale la cántara; se reduce el denominado 44 reales y 23 maravedís, á maravedís como se ve en (A), y á los 1519 se pone por denominador 34, despues al 7 se le pone la unidad y será $\frac{1519}{34}:\frac{7}{1}$ y ejecutadas las operaciones como en el caso anterior, se ve que vale la cántara á 6 y $\frac{91}{238}$ reales, ó 6 reales y 13 maravedís.

P. Que hay que tener presente en la division de denominados?

R. Que se ha de poner por denominador en el divisor, el número que exprese las veces que la unidad de especie inferior esté contenida en la superior, *cuyo precio se nos pida*; así si hay arrobas, libras y onzas; se nos puede preguntar á como sale la arroba, á como la libra, y á como la onza; si se nos pide el de la arroba se pone por denominador 400 que son las onzas que tiene la arroba; si se nos pide el de la libra, se pone 16, y si el de la onza, se pone la unidad.

P. Se pueden poner los denominados en forma de números mistos?

R. Si, señor, y tambien en forma de decimales.

P. Cómo se ponen los denominados en forma de números mistos?

R Se deja la especie superior como está y las inferiores se reducen à la inferior de todas el re-

sultado de esta reduccion será el numerador del quebrado, al que se le pondrá por denominador el número que exprese las veces que la unidad de especie inferior esté contenida en su superior: v. g. para poner en forma de número misto el denominado 3 duros, 12 reales y 17 maravedís, se deja el 3 como está, y se reducen los 12 reales y 17 maravedís á maravedís, los 425 que resultan será el numerador del quebrado, y su denominador 680 que son los maravedis que tiene un duro, y quedará reducido al número misto $3\frac{425}{680}$ duros, y simplificado el quebrado $3\frac{5}{8}$ duros, que es lo mismo que 3 duros, 12 reales y 17 maravedís. Reducido á número misto el denominado 13 arrobas y 10 libras será $13\frac{10}{25}$ arrobas; simplificado $13\frac{2}{5}$ arrobas que es lo mismo que 13 arrobas y 10 libras.

P. Cómo se reducen los denominados á decimales?

R. Despues de reducidos á números mistos, como se acaba de decir, el quebrado que resulte se reduce á decimal por las reglas dadas en los decimales v. g. reducido á número misto el denominado 3 duros, 12 reales y 17 maravedís ha resultado igual á $3\frac{5}{8}$ duros; ahora reducido el $\frac{5}{8}$ á decimal será 3,625 duros. Reducido igualmente el denominado 13 arrobas y 10 libras á número misto, dió 13$\frac{2}{5}$arrobas, y reducido el $\frac{2}{5}$á decimal será 13, 4 arrobas (1)

DE LAS PROPORCIONES.

P. Qué es razon de dos números?

R. El cociente de dichos números. Así la razon de 9 á 3 es 3, la de 3 á 5 es $\frac{3}{5}$

P. Cómo se escribe una razon?

R. Poniendo dos puntos (:) entre los dos números que se leen **es á**. Así pues, la razon de 9 á 3, se escribe 9: 3, y se lee 9 es á 3.

P. Cómo se llaman los términos de la razon?

R. El primero, ó el que hace de dividendo toma el nombre de **antecedente**, *y el segundo ó el divisor,* **consecuente;** *y al resultado ò cociente se le dá el nombre de* **razon**. Por consiguiente, en la razon 9: 3, el 9 es el antecedente, el 3 el consecuente, y el cociente 3, la razon.

P. Qué alteraciones sufre una razon cuando se

(1) En confirmacion de esto pueden verse los ejemplos de la multiplicacion de números mistos, decimales y denominados: en los números mistos se ha puesto 13$^{2}/_{5}$ arrobas á $^{35}/_{8}$ duros: en los decimales 13, 4 arrobas á 3, 625 duros, en los denominados 13 arrobas y 10 libras á 3 duros, 12 reales y 17 maravedís que todo es un mismo ejemplo: lo mismo hemohecho en la division, y ademas para que sirva de prueba hemos puesto los resultados de la multiplicacion en todos los ejemplos de la division.

multiplica ó divide alguno de sus términos?

R. Siendo la razon un cociente ó un quebrado, sufrirá esta las mismas alteraciones que su antecedente y las contrarias que su consecuente; pero cuando los dos términos se multipliquen ó dividan por un mismo número, no alterará la razon.

P. Qué es proporcion?

R. La igualdad de dos razones: ó lo que es lo mismo, *la reunion de cuatro números tales, que la razon de los dos primeros sea igual á la de los dos segundos.*

P. Cómo se escribe una proporcion?

R. Poniendo cuatro puntos entre las dos razones. Asi: 2: 6:: 8: 24, y se lee, dos es á seis, como ocho es á veinte y cuatro. El 2 y el 8 son los *antecedentes* de las dos razones, y el 6 y el 24 los consecuentes; el 2 y el 24 se llaman *extremos* y el 6 y el 8 *medios.*

P. De cuántos modos pueden ser las proporciones?

R. De dos, discretas y contínuas: discretas se llaman cuando los medios son diferentes: v. g. 2: 6:: 8: 24; *y contínuas cuando los medios son iguales*: v gr. 2: 6:: 6: 18. *Esta se escribe abreviadamente asi*: ∴2: 6: 18.

P. Cuál es la propiedad mas esencial de una proporcion?

R. Que en la discreta el producto de los extremos es igual al de los medios; y en la contínua el producto de los extremos es igual al cuadrado del término medio. En la proporcion discreta 2: 6:: 8: 24 tenemos que $2\times 24=48$, y $6\times 8=48$.

En la continua 2: 6:: 6: 18 vemos que $2\times18=36$, y $6^2=36$.

P. Qué utilidad nos resulta de esta propiedad?

R. La de averiguar un término desconocido en una proporcion.

P. Cómo se ejecutará esto?

R. Si el término desconocido es un extremo de la proporcion, se multiplican los medios, y su producto se divide por el extremo conocido. Y si el desconocido fuese un medio, se hallará multiplicando los extremos y dividiendo el producto por el medio conocido.

Ejemplo 1.° 6: 8:: 12: x $\quad x=\frac{8\times12}{6}=16$

Ejemplo 2.° 6: 8:: x : 16 $\quad x=\frac{6\times16}{8}=12$

REGLA DE TRES.

P. Qué es regla de tres, ó de proporcion?

R. La que enseña á buscar un número que tenga con otro dado la misma razon que la que tienen otros dos números tambien dados.

P. En qué se divide la regla de tres?

R. En simple y compuesta. Simple es aquella que solo tiene tres términos, y compuesta la que tiene mas.

P. Cómo se llaman los datos que entran en una regla de tres simple?

R. Los dos conocidos de una misma especie,

datos; *y los otros dos, tambien de una misma especie, el uno conocido y el otro incógnito,* **resultados**. v. g. Si tres hombres ganan 24 reales, 5 hombres cuantos ganarán; 3 hombres y 5 hombres son los datos, y 24 reales y x reales los resultados.

Tambien se hace otra clasificacion, llamando á los tres hombres y 24 reales términos del supuesto, y á los 5 hombres y x reales términos de la pregunta. Igualmente se clasifican en causa y efecto; por manera que 3 hombres se llaman causa del supuesto, y 24 reales su efecto, 5 hombres causa de la pregunta, y x reales efecto de la pregunta.

P. En qué se divide la regla de tres simple?

R. En directa é inversa.

P. Cuándo será directa?

R. Cuando á los datos corresponden, ó son proporcionales los resultados. Ejemplo Si 20 fanegas de trigo han costado 640 reales ¿cuánto costarán 40 fanegas del mismo trigo?

Puesto que 20 fanegas cuestan 640 reales, 40 fanegas costarán doble; luego las fanegas, que son los datos, son proporcionales á sus valores, que son los resultados; y por consiguiente, la cuestion será directa.

P. Cuándo será inversa?

R. Cuando á los datos no corresponden ó no son proporcionales los resultados.

Ejemplo. Con 8 varas de paño de 5 cuartas de ancho se hace una capa, qué varas de á 7 cuartas de ancho se necesitarán para hacer la misma capa?

Siendo mayor la anchura del paño, ménos varas se necesitarán; es decir, que á mayor anchura ménos longitud: luego la regla es inversa.

P. Cómo se formarán las proporciones, siendo directas?

R. De este modo: Dato del supuesto es à su homogéneo de la pregunta, como el resultado del supuesto es á su homogéneo de la pregunta. Despues se hallará la incógnita como se dijo en las proporciones.

P. Y siendo inversas?

R. De este modo: Dato del supuesto es á su homogéneo de la pregunta, como el resultado de esta es á su homogéneo del supuesto.

EJEMPLOS.

1.° Una fuente arroja en diez horas 2840 cántaras de agua ¿cuántas arrojará en 24 horas?

En doble tiempo arrojará doble cantidad; luego los tiempos son proporcionales á las cantidades: y la proporcion será:

$$10 : 24 :: 2840 : x$$

Supuesto que la incógnita es un extremo, la hallarémos multiplicando los medios y dividiendo por el otro extremo y tendrémos,

$$x = \frac{24 \times 2840}{10} = 6816 \text{ cántaras.}$$

2.° 20 hombres hacen una obra en 36 dias, 14 hombres en cuántos dias la harán?

Ménos hombres necesitarán mas dias; luego los hombres están en razon inversa de los dias y la proporcion será:

$$20 : 14 :: x : 36.$$

Hallando la incógnita, tendrémos.

$$x = \frac{20 \times 36}{14} = 51\frac{3}{7} \text{dias.}$$

3.° 28 operarios han tejido 280 varas de lienzo; para tejer 160 varas del mismo género ¿qué operarios se necesitarán?

A ménos varas se necesitan ménos operarios; luego la regla es directa, y la proporcion.

$$28 : x :: 280 : 160.$$

Hallando la incógnita tendrémos:

$$x = \frac{\cancel{28} \times 16\cancel{0}}{\cancel{28}\cancel{0}} \text{ (1)} = 16 \text{ operarios.}$$

(1) Para hallar la incógnita, se ve que X es igual á un quebrado; y como este se puede simplificar, segun se dijo al hablar de los quebrados, hemos hallado dicha incógnita valiéndonos de este procedimiento, diciendo: 0 del numerador y 0 del denominador se destruyen (y se tachan con una raya): 28 del numerador y 28 del denominador son divisibles por sí mismos, se destruyen; luego la incógnita es 16.

Esta simplificacion es de la mayor utilidad en las reglas compuestas, como veremos despues; pues muchas veces es tanta la simplificacion, que se halla el verdadero resultado sin tener que multiplicar, como ya se ha visto en el ejemplo propuesto.

4.° Una plaza sitiada tiene víveres para 16 dias ¿cuál deberá ser la racion de cada persona para sostenerse en 24 dias?

A mayor número de dias menor será la racion diaria; luego la regla es inversa. Si llamamos 1 á la racion ordinaria, la proporcion será:

$$16 : 24 :: x : 1$$

Hallando la incógnita y simplificando el quebrado, tendrémos.

$$x=\frac{16}{24}=\frac{2}{3} \text{ de racion.}$$

P. Cómo se resuelve una regla de tres compuesta?

R. Se reduce á una regla de tres simple multiplicando los términos principales por las causas que los acompañan.

Ejemplo. Si 36 hombres en 8 dias, trabajando 10 horas al dia hacen 120 varas de paño, 45 hombres en 16 dias, trabajando 6 horas al dia ¿cuántas varas de paño harán?

Para reducir esta operacion á simple se multiplican los 36 hombres por 8 dias, y este producto por 10 horas, cuyo total será 2880: se ejecuta lo mismo con los 45 hombres, 16 dias y 6 horas, que darán de producto 4320. Y supuesto que la cuestion es directa la proporcion será:

$$2880 : 4320 :: 120 : x$$

Hallando la incógnita como en los ejemplos anteriores, tenemos.

$$\begin{array}{ll} 180 & 1 \\ \cancel{540} & \cancel{3} \\ \cancel{1080} & \cancel{6} \\ \cancel{2160} & \\ \cancel{4320}\times\cancel{120} & \end{array}$$

$$x=\frac{\cancel{4320}\times\cancel{120}}{\cancel{2880}}=180 \text{ v.}^{s}$$

$$\begin{array}{c} \cancel{2880} \\ \cancel{144} \\ \cancel{72} \\ \cancel{24} \\ \cancel{12} \\ \cancel{6} \\ \cancel{3} \\ 1 \end{array}$$

Se simplifica de este modo: 0 del 120 y 0 del 2880 se destruyen: la mitad de **12** son 6 y la de 288 es **144**; la mitad de **6** es **3** y la de 144 es 72; la tercera parte de 3 es **1** y la de **72** es **24**. Ahora se pasa á dividir el **24** con el **4320**; diciendo: la mitad de **24** es 12 y la de 4320 es 2160: la mitad de 12 es 6 y la de 2160 es 1080; la mitad de 6 es 3 y la de 1080 es 540; la tercera parte de 3 es **1**, y la de 540 es 180, que es el número de varas.

P. Se puede dar algun método general para resolver las reglas de tres sin necesidad de dividirlas en simples y compuestas, directas é inversas?

R. Sí señor, para lo cual solo se necesita sa-

ber lo que es causa y lo que es efecto.

P. Pues cómo se resuelve una regla de tres, sea de la clase que quiera?

R. Se multiplica la causa ó causas del supuesto por el efecto de la pregunta, y la causa ò causas de la pregunta por el efecto del supuesto. Despues se divide el producto compuesto de mas número de términos por el producto compuesto de ménos.

P. Conviene hacer alguna colocacion de los términos para mayor claridad?

R. Si señor, se coloca primero la causa ó causas del supuesto y á continuacion su efecto, y debajo de estos se colocan sus homogéneos que haya en la pregunta Se tiran dos líneas que se corten: la una desde las causas del supuesto irà al efecto de la pregunta, y la otra desde las causas de esta al efecto de aquel; y cada una de estas líneas señalará los términos deque se ha de componer cada producto.

Ejemplo. 1.° Si 30 hombres en $7\,^1/_2$ dias, trabajando 8 horas al dia fabrican 180 varas de paño; 10 hombres, trabajando $6\,^1/_4$ horas qué dias necesitarán para fabricar 240 varas del mismo paño?

Poniendo primero los términos del supuesto, y debajo los correspondientes de la pregunta, como se ha dicho, la colocacion será.

Hombres.	*Dias.*	*Horas.*		*Varas.*
30	$7\,^1/_2$	8		180
10	x	$6\,^1/_4$		240

Las líneas tiradas nos dicen, que se ha de multiplicar 30 por $7\,^1/_2$, por 8 y por 240, cuyo total se ha de dividir por el producto de 10 multiplicado por $6\,^1/_4$ y por 180. Luego

$$x = \frac{30 \times 7\,^1/_2 \times 8 \times 240}{10 \times 6\,^1/_4 \times 180}$$

Y haciendo desaparecer los quebrados (1), tendremos:

$$x = \frac{\overset{3}{\cancel{30}} \times \overset{}{\cancel{15}} \times \overset{8}{8} \times \overset{2}{\cancel{240}} \times \cancel{4}}{\cancel{10} \times \cancel{2} \times \underset{5}{\cancel{25}} \times \underset{\substack{\cancel{9}\\ \cancel{3}\\ 1}}{\cancel{180}}}$$

(1) Para hacer desaparecer los quebrados, hemos hecho el siguiente procedimiento. El $7\,^1/_2$ y $6\,^1/_4$ se han reducido á quebrado impropio, dando el 1.º $\frac{15}{2}$ y el 2.º $\frac{25}{4}$. Quitando á estos los denominadores, el factor 15 se ha multiplicado por 2; pues ya dijimos que si á un quebrado se quita el denominador, queda multiplicado por el mismo denominador; y por consiguiente el producto de todos los factores que componen el numerador de X se ha hecho 2 veces mayor. Luego para que no altere el quebrado es necesario multiplicar tambien el denominador por 2, lo que se consigue poniéndole como factor el 2 que se quitó al $\frac{15}{2}$ del numerador. Por la misma razon el 4 que se quita al $\frac{25}{4}$ se pondrá como factor del numerador: y de este modo el numerador y denominador quedan multiplicados por un mismo número.

Esta operacion, que á primera vista parece complicada, la entienden luego los niños con solo advertirles que cuando alguno de los términos contiene quebrado, los denominadores de estos se cambian de lugar, poniendo abajo el que está arriba y vice-versa.

Este quebrado se puede simplificar de este modo. Los ceros del 240 del numerador y del 180 del denominador, se tachan; pues equivale á dividir ambos términos por 10; por la misma razon se tachan el del 30 y el 10. El 2 y el 4 son divisibles por 2 y se tacha aquel, poniendo un 2 sobre el 4: este 2 y el 18 son divisibles; por lo que se tacha el 2 y debajo del 18 se pone un 9: este y el 24 son divisibles por 3, poniendo un 8 sobre el 24 y un 3 debajo del 9; este 3 con el que quedó del 30 se tachan. El 15 y el 25 son divisibles por 5, poniendo un 3 sopre el 15 y un 5 debajo del 25. No pudiendo simplicarse mas, la operacion queda reducida á

$$x=\frac{3\times8\times8}{5}=38\ {}^{2}/_{5}\ \text{dias}$$

Ejemplo 2.° Si 4 hombres en 8 dias, trabajando 6 horas al dia, han trasladado á un punto 1600 fardos, para conducir 120 fardos 12 hombres en 10 dias ¿qué horas deberán trabajar? (1).

COLOCACION.

Hombres.	*Dias.*	*Horas.*	*Fardos.*
4	8	6	1600
12	10	x	120

Y por lo mismo,

$$x=\frac{\overset{1}{\cancel{4}}\times\overset{1}{\cancel{8}}\times\overset{3}{\cancel{6}}\times\overset{1}{\cancel{120}}}{\underset{1}{\cancel{12}}\times\underset{5}{\cancel{10}}\times\underset{\underset{5}{\cancel{20}}}{\cancel{1600}}}=\frac{3}{25}\text{ de hora.}$$

(1) Ponemos este ejemplo para llamar mas la atencion so-

REGLA DE INTERES.

P. Qué esregla de interés?

R. La que enseña á averiguar la ganancia que produce una cantidad impuesta á réditos.

P. De cuántos modos puede ser la regla de interés.?

R. De dos, simple y con tiempo. Simple se llama cuando en tiempo (vaya ó no expreso) *es un año; y con tiempo cuando este es diferente de un año.*

P. Cuántos casos pueden ocurrir en la regla de interés simple?

R. Tres; averiguar el interés, el capital ó el tanto por ciento.

P. Cómo se resolverán estas cuestiones?

R. Por medio de la proporcion **100: capital:: tanto: interés**; *y hallando despues la incógnita como se dijo en las proporciones.*

Egemplo 1.° Qué interés producirán 4800 rs. al $5\ ^1/_2$ por 100

$$100 : 4800 :: 5\,^1/_2 : x$$

Hallando la incógnita será:

$$x=\frac{\overset{24}{\cancel{4800}}\times 11}{\cancel{100}\times\cancel{2}}=264\ \text{rs.}$$

---

bre lo que dijimos en la última parte de la regla general; es decir, que se ha de dividir el producto compuesto de mas número de términos por el producto compuesto de menos, aunque aquel sea menor que este.

2.° Cuál es el capital que en un año produce 264 rs. de interés al $5\ {}^{1}/_{2}$ por 100?

$$100 : x :: 5\,{}^{1}/_{2} : 264 \quad x=\frac{100\times264\times2}{11}=4800\text{rs.}$$

3.° Si el capital 4800 rs. produce en un año 264 rs. de interés ¿á cómo estará impuesto?

$$100 : 4800 :: x : 264 \quad x=\frac{\cancel{100}\times\overset{\overset{\overset{11}{\cancel{66}}}{\cancel{132}}}{\cancel{264}}}{\underset{\underset{\underset{2}{\cancel{12}}}{\cancel{24}}}{\cancel{4800}}}=5\,{}^{1}/_{2}$$

P. *Cuántos casos pueden ocurrir en la regla de interés con tiempo?*

R. *Cuatro: averiguar el capital, el interés, el tiempo ó el tanto por* 100.

P. *Cómo se resolverán estas cuestiones?*

R. *Por medio de la proporcion* **36000: capital × tiempo:: tanto: interés**, *y hallando despues la incógnita.* (1)

Ejemplo 1.° Que interés producirán en 180 dias 20000 rs. al 6 por 100

$$36000 : 20000\times180 :: 6 : x$$

(1) Cualquiera que sea la especie del tiempo que se dé, se ha de reducir á la denominacion de dias, contando cada mes de 30 dias, y por consiguiente el año de 360, segun se acostumbra en el comercio.

$$x=\frac{\overset{30}{20\cancel{000}}\times\cancel{180}\times\cancel{6}}{\underset{6}{\cancel{36000}}}=600\text{ reales.}$$

2 ° Cuál será el capital que en 180 dias produce 600 rs. de interés al 6 por 100?

$$36000 : x \times 180 :: 6 : 600$$

$$x=\frac{\overset{200}{\cancel{36000}}\times\overset{100}{\cancel{600}}}{\underset{1}{\cancel{180}\times\cancel{6}}}=20000\text{ rs.}$$

3.° En cuánto tiempo el capital 20000 rs. producirá 600 de interés al 6 por 100?

$$36000 : 20000 \times x :: 6 : 600$$

$$x=\frac{\overset{180}{\cancel{36000}}+\overset{\cancel{100}}{\cancel{600}}}{\underset{\cancel{100}}{\cancel{20000}}\times\cancel{6}}=180\text{ dias.}$$

4.° Si el capital 20000 rs. produce en 180 dias 600 rs. de interes ¿á cómo estará hecha la imposicion?

$$36000 : 20000\times 180 :: x : 600$$

$$x=\frac{\overset{\cancel{18}}{\cancel{36000}}\times\cancel{600}}{\underset{1}{\cancel{20000}}\times\cancel{180}}=6\text{ reales.}$$

DE LAS REGLAS DE COMPAÑIA.

P. Qué es regla de *Compañia*?

R. La que enseña á determinar la ganancia ó la pérdida de varios socios en proporcion al capital que cada uno impuso.

P. De cuántos modos es la regla de *Compañía?*

R. De dos: *simple* y *con tiempo*, *simple* se dice cuando todos los capitales permanecieron un mismo tiempo en el fondo; y *con tiempo*, cuando los capitales estuvieron en el fondo unos mas tiempo que otros.

P. Cómo se resuelve la regla de compañia simple?

R. Se suman los capitales que pusieron todos los socios y se forma una proporcion para cada uno, poniendo por primer término la suma de los capitales, por segundo la ganancia ó perdida, y por tercero el capital que puso cada uno de los socios.

Ejemplo. Tres hicieron compañia y ganaron 7000 duros; el primero puso 3000, el segundo 2000 y el tercero 4000: se pregunta ¿qué ganancia corresponde á cada uno de los socios?

Capitales.

										(1
1.°	3000	1.°	9000	:	7000	::	3000	:	2333	$\frac{3}{9}$
2.°	2000	2.°	9000	:	7000	::	2000	:	1555	$\frac{5}{9}$
3.°	4000	3.°	9000	:	7000	::	4000	:	3111	$\frac{1}{9}$
Suma	9000				*Ganancia total....*				7000	

+

Donde se ve que el primero ganó $2333\frac{3}{9}$ duros, el segundo $1555\frac{5}{9}$ duros, y el tercero $3111\frac{1}{9}$ duros. Como la suma de las ganancias parciales componen 7000 que es la total, es prueba de que la operacion está bien ejecutada.

P. Como se resuelve la regla de Compañia con tiempo?

R. Se multiplica el capital de cada socio por el tiempo que lo tuvo en la compañia y queda reducida à una regla de compañia simple:

Ejemplo. Dos hicieron compañía y perdieron 60 doblones, el primero puso 40 doblones por 3 años y el segundo 30 por 5 años ¿cuánto perdió cada uno?

Dobls.	*años.*			
1.° 40	× 3 =	120	1.° 270 : 60 :: 120 :	$26\frac{180}{270}$
2.° 30	× 5 =	150	2.° 270 : 60 :: 150 :	$33\frac{90}{270}$
		270	*Pérdida total...*	60

donde se ve que el primero perdió $26\frac{180}{270}$ doblones, y el segundo $33\frac{90}{270}$ y como la suma de las pérdidas parciales componen 60 que es la total, es prueba de que la operacion está bien hecha. Si el tiempo fuese diferente se hace la reduccion de modo que en todos sea de una misma especie; y lo mismo se ejecuta con los capitales cuando no son homogéneos.

Ejemplo. Dos hicieron compañia y ganaron 40 duros: el primero puso 40 por 2 años y 3 meses y el segundo 130 por 7 meses: ¿qué ganancia corresponde á cada uno?

$$\begin{array}{lrcrcr} & \underline{\textit{Ds.}} & & \underline{\textit{M.}} & & \\ 1.^{\circ} & 40 & \times & 27 & = & 1080 \\ 2.^{\circ} & 130 & \times & 7 & = & \underline{910} \\ & & & & & 1990 \end{array}$$

$$1.^{\circ}\ 1990 : 40 :: 1080 : 21\tfrac{141}{199}\ (1$$

$$2.^{\circ}\ 1990 : 40 :: 910 : 18\tfrac{58}{199}$$

Ganancia total.... 40

Otro ejemplo. Dos hicieron compañia y ganaron 30 duros: el primero puso 20 duros: y el segundo 175 reales ¿qué ganancia corresponde á cada uno?

$$\begin{array}{lr} & \underline{\text{Rs.}} \\ 1.^{\circ} & 400 \\ 2.^{\circ} & \underline{175} \\ & 575 \text{ rs.} \end{array}$$

$$1.^{\circ}\ 575 : 30 :: 400 : 20\tfrac{500}{575}\ (1$$

$$2.^{\circ}\ 575 : 30 :: 175 : 9\tfrac{75}{575}$$

$$\overline{\quad 30 \quad}$$

REGLA DE ALIGACION.

P. Qué es regla de aligacion?

R. Aquella por medio de la cual se pueden resolver los tres problemas siguientes.

1.° *Conociendo las cantidades de diferente especie, y sus valores respectivos, hallar el precio medio de dichas cantidades despues de mezcladas.*

2.° *Sabido el precio medio y los precios de las diferentes especies, averiguar la razon en que deben mezclarse dichas especies.*

3.° *Resuelto ya el caso anterior y dada una cantidad determinada de mezcla, averiguar lo que debemos tomar de cada una de las especies.*

Para resolver el primer caso se multiplican las especies por sus valores respectivos, se suman los productos y la suma de ellos se divide por la de las especies: v. g.

Habiendo mezclado 40 fanegas de trigo de á 36 reales fanega con 60 de a 52 y con 80 de á 42, vamos á averiguar cual será el precio medio á que deberá venderse cada fanega de la mezcla.

Ejemplo.

$$\begin{array}{l}
40 \times 36 = 1440 \\
60 \times 52 = 3120 \\
\underline{80} \times 42 = 3360 \\
\hline
180 \qquad\quad 792(0 \ \underline{|\ 18(0\quad} \\
\qquad\qquad\;\; 070 \qquad 44 \\
\qquad\qquad\quad 0
\end{array}$$

Resolucion. Se multiplican las 40 fanegas por su precio respectivo 36 y resulta 1440, despues 60 por 52 y resulta 3120 y últimamente 80 por 42 y da por producto 3360, se suman estos tres productos 1440+3120+3360, y la suma de ellos 7920 se divide por 40+60+80, esto es por 180, suma de las especies, y el cociente **44** que resulta es el precio medio de cada fanega de la mezcla.

Para resolver el segundo caso siendo solamente dos los precios, se ve la diferencia que hay entre el precio mayor y el precio medio, la que se pondrá al menor; despues se averigua la diferencia que hay entre el menor y el precio medio, y esta se pondrá al mayor v. g.

Teniendo aceite de 60 reales @ y de 45 reales, vamos á averiguar en què razon se tomará cada uno de estos precios para vender la @ de mezcla á 53 reales:

Ejemplo.

$$\begin{array}{ll} \textit{Precio mayor} & \\ \textit{Medio. . . . .}\ 53 & \left\{\begin{array}{l} 60 - 8 \\ 45 - 7 \end{array}\right. \\ \textit{Menor. . . .} & \end{array}$$

Resolucion. La diferencia entre el precio mayor 60 y el precio medio 53 es **7** que se pone al menor **45**, despues la diferencia entre el precio menor 45 y el medio 53 es 8 que se pone al mayor 60, cuyos números 8 y 7 nos dicen la relacion de la mezcla.

Cuando sean tres ó mas los precios se ve la diferencia que hay entre el precio medio y cualquiera de los mayores, la que se pondrà à uno de los menores, despues se averigua la diferencia que hay entre este menor y el precio medio, la que se pondrá al mayor con quien se haya comparado, y así *se continuará hasta que se hayan comparado todos los precios mayores y menores con el precio medio; debiendo observarse que cuando haya mas mayores que menores. ó al contrario, se cuidará siempre de poner la diferencia de los precios mayores á los menores y la de los menores á los mayores:* v. g.

Si tenemos vino de 12 rs. cántara, de 8 reales y de 4, y queremos averiguar en qué razon lo debemos mezclar para vender la cántara de mezcla á 7 reales, haremos la comparacion del modo siguiente.

Ejemplo.

$$7\left\{\begin{array}{l} 12 - 3 \ldots\ldots\ldots\ldots\ 3 \\ 8 - 3 \ldots\ldots\ldots\ldots\ 3 \\ 4 - 5 + 1 = 6 \end{array}\right.$$

Resolucion. Se compara la diferencia que hay entre el mayor 12 y el precio medio 7 y la diferencia 5 que resulta se pone al menor 4, despues se ve la diferencia que hay entre el 4 precio menor y el precio medio 7 y las tres que resultan se ponen al 12; luego se compara el 8 con el 7 y la diferencia 1 se añade tambien al 4, en seguida la diferencia del 4 al 7 que es 3 se pone tambien al 8, y se ve que se mezclaria en razon de 3 del de á 12, de 3 del de á 8 y de 6 del de á 4.

Para resolver el tercer caso, despues de hecha la comparacion como se ha indicado en el segundo se formarán proporciones del modo siguiente: la suma de las mezclas es á lo que se tomó de cada uno de los precios, como la cantidad determinada de mezcla es á lo que resulte, y haciendo tantas pro-

porciones como precios tengamos, los cuartos términos de ellas designarán lo que se ha de mezclar de cada uno de los precios, y por consiguiente la suma de los cuartos términos nos darán la cantidad determinada de mezcla: v. g.

Tenemos trigo de 20 reales, de 30, de 40 y de 50, y vamos á averiguar cuánto se mezclará de cada uno de estos precios para vender la cantidad determinada de 100 fanegas á 34 reales.

Ejemplo.

34	20....... 16	40 : 16 :: 100 : 40
	30....... 6	40 : 6 :: 100 : 15
	40....... 4	40 : 4 :: 100 : 10
	50....... 14	40 : 14 :: 100 : 35
	40	100

Resolucion. Hechas las comparaciones como en los casos anteriores, se han formado cuatro proporciones del modo siguiente: 1.ª Si para 40 de mezcla se toman 16 del precio de á 20, para 100 cantidad determinada de mezcla se tomarán 40: 2.ª Si para 40 de mezcla se toman 6 del precio de á 30, para 100 cantidad determinada de mezcla se tomarán 15: 3.ª Si para 40 se toman 4, para 100 se tomarán 10. 4.ª Si para 40 se toman 14, para 100 se tomarán 35, y sumados los cuartos términos de las proporciones 15+40+10+35 han resultado las 100 cantidad determinada de la mezcla.

DE LA FALSA POSICION.

P. Qué es regla de *falsa posicion*?

R. La que enseña á descubrir un número verdadero por medio de otro supuesto que se finge ó supone.

P. De cuántas maneras es la regla de falsa posicion?

R. De dos, *simple* y *doble*; simple es aquella en que solo se supone un número, y doble la que necesita de dos suposiciones.

P. Cómo se resuelve la regla de falsa posicion simple?

R. Tomando un número cualquiera y practicando con él todas las condiciones que manifieste la cuestion como si fuese el verdadero, despues se forma una proporcion de este modo: el resultado del número supuesto es al resultado conocido, como el número supuesto es al desconocido que se busca

Ejemplo. Cuál será el número que añadiéndole su mitad, tercera y cuarta parte sume 125. Si se supone que el número sea 12 cuya mitad es 6, su tercera 4, y su cuarta es 3; se dirá $12+6+4+3=25$ resultado del número supuesto, y se formará esta proporcion.

$$25 : 125 :: 12 : \frac{125 \times 12}{25} = 60;$$ esto es 25 resultado del número supuesto es á 125 resultado conocido, como 12 el número supuesto es á 60 número desconocido que se buscaba, al cual sumándo-

le su mitad 30, su tercera parte 20 y su cuarta 15 resultan 125 que dice la cuestion.

P. Cómo se resuelve la regla de falsa posicion doble?

R. Tomando dos números y ejecutando con cada uno por separado las condiciones de la pregunta como en la simple; despues se compara el resultado de cada uno de estos números con el de la pregunta, y las diferencias, á que se dá el nombre de errores, *se pone en frente de su número supuesto respectivo con el signo + si el resultado del supuesto es mayor que el de la pregunta; y con el signo — si es menor. En seguida se multiplica el primer número supuesto por el error del segundo y el segundo número supuesto por el error del primero. Finalmente si los errores tienen un mismo signo se dividirá la diferencia de estos productos por la diferencia de los errores, y el cociente será la respuesta*

Si los errores tienen diferente signo, se dividirá la suma de los productos por la suma de los errores y el cociente será la respuesta.

Ejemplo. Preguntando Juan á Pedro cuanto dinero tenia, respondió: si tú me das un duro tendré tanto dinero como tú; entónces le dijo Juan, pues si tú me das un duro tendré doble que tú; ¿cuánto dinero tenia cada uno? Suponiendo que Pedro tiene 7 duros, Juan tendrà 9; porque prestando un duro á

Primer supuesto.

Primera condicion.

Pedro... $7 + 1 = 8$

Juan.... $9 - 1 = 8$

Pedro habian de quedar iguales; y en efecto prestándoselo, Pedro tendrá $7 + 1 = 8$, y Juan $9 - 1 = 8$: pasando á la segunda condicion, esto es; si Pedro da un duro á Juan, á Pedro le quedan 6, y Juan tendrá 10; pero como para cumplir con la condicion habia de tener Juan doble dinero que Pedro, teniendo éste 6, Juan debia tener 12, y como solo reune 10, hay un error de 2 por defecto. Suponiendo ahora que Pedro tiene 11, Juan tendrá 13 y ejecutando las condiciones como se ve en (A) resulta un error de 6 que será tambien por defecto.

Hecho esto se multiplica el 1.er supuesto por el error del 2.° y el 2.° supuesto por el error del 1.° se divide la diferencia de los productos por la de los errores, como se ve en (B) y resulta que Pedro tenia 5 duros y Juan 7 duros.

Segunda condicion.

P........ $7 - 1 = 6$
J........ $9 + 1 = 10$

(A) *Segundo supuesto.*

Primera condicion.

P........ $11 + 1 = 12$
J........ $13 - 1 = 12$

Segunda condicion.

P........ $11 - 1 = 10$
J........ $13 + 1 = 14$

Supuestos.	*Errores.*
1.°...... 7	...... — 2
2.°...... 11	...... — 6

(B) $7 \times 6 = 42$
$11 \times 2 = 22$

$20 : 4 = 5$

Comprobacion.

Primera condicion.

P........ $5 + 1 = 6$
J........ $7 - 1 = 6$

Segunda condicion.

P........ $5 - 1 = 4$
J........ $7 + 1 = 8$

De la elevacion al cuadrado y extraccion de la raiz cuadrada.

P. Qué es cuadrado?

R. El producto que resulta de multiplicar una cantidad por sí misma. Asi es que el cuadrado del 1 es 1, porque $1 \times 1 = 1$; el de 2 es 4, porque $2 \times 2 = 4$; el de 3 es 9 porque $3 \times 3 = 9$; el de 4 es 16, el de 5 es 25, el de 10 es 100. Tambien se le da el nombre de 2.ª potencia.

P. Cómo se indica cuando hay que elevar una cantidad al cuadrado ó 2.ª potencia?

R. Poniendo á la derecha del número que quiere elevar y en su parte superior un 2, en esta forma: $8.^2$, que indica que hemos de elevar el 8 al cuadrado, esto es, que lo hemos de multiplicar por sí mismo, de este modo: $8.^2 = 8 \times 8 = 64$. El $9.^2 = 9 \times 9 = 81$; el $12.^2 = 12 \times 12 = 144$; el $100.^2 = 100 \times 100 = 10000$.

P. Qué es raiz cuadrada de un número?

R. Es otro número que multiplicado por si mismo nos dé por producto el número propuesto.

Así es que la raiz cuadrada de 4 es 2, porque si multiplicamos 2 por 2=4; la de 9 es 3, la de 16 es 4, la de 25 es 5, la de 36 es 6, la de 100 es 10, la de 10,000 es 100. etc.; de donde se infiere que la extraccion de la raiz cuadrada es la operacion contraria de la elevacion al cuadrado.

P. Qué se hace para hallar la raiz cuadrada de un número cualquiera?

R. Se divide el número que se nos dé en periodos de á 2 guarismos, principiando por la derecha; y puede suceder que en el último periodo haya un solo guarismo: se tiran despues á la derecha las rayas como si fuésemos á ejecutar una operacion de dividir, luego se ve cuál es la raiz del periodo de la izquierda, la que se coloca en las rayas de dividir como si fuese el divisor, se cuadra esta raiz y el cuadrado se resta del periodo de la izquierda; se agrega despues á esta resta el periodo siguiente, y se separa con una coma el guarismo de la derecha; lo que queda á la izquierda, que será la resta mas un guarismo del 2.° periodo, se divide por el duplo de la raiz ya hallada, que deberá colocarse debajo del separado anteriormente por medio de la coma: el cociente que resulte de esta division se pone en la raiz á la derecha del guarismo anterior y tambien á la derecha de lo que nos ha servido de divisor; se multiplica este junto con el cociente por el mismo cociente, cuyo producto se resta de lo que haya encima, es decir, de la resta anterior junto con el periodo que se le agregó; si quedase resta y mas periodos que bajar se hace lo mismo que hemos indicado para el periodo anterior, teniendo siempre *cuidado de dividir por el duplo de la raiz ya hallada, que en este caso seria ya por el duplo de dos guarismos. Y de este modo se continúa hasta que no quede ningun periodo que bajar; y si al concluir la operacion no quedase resta, es prueba de que la raiz es exacta, y si sobra alguna cantidad esto nos indicará que la raiz no es exacta, en cuyo caso para aproximarla por decimales se añadirán á la resta dos ceros, lo que se considerará como un nuevo periodo, se separa por consiguiente uno, se divide lo que queda á la izquierda por el duplo de toda la raiz hallada, el cociente que resulte se pondrà en la raiz despues de una coma; y así se continúa todo lo que se quiera, añadiendo dos ceros por cada guarismo decimal que se quiera sacar: v. g. si nos proponemos extraer la raiz cuadrada de 2304, lo haremos del modo siguiente;*

Resolacion. Despues de dividir el número en dos periodos se ve que la raiz del periodo de la izquierda 23 es 4, que se pone en las rayas de dividir; se cuadra, el cuadrado 16 que resulta se resta del 23; á la resta 7 se le agrega el periodo siguiente, y despues de separar con una coma el 4, se divide el 70 que queda á la izquierda por 8, duplo de la raiz hallada, el cociente 8 que resulta se coloca en la raiz á la de-

Ejemplo.

```
 23,04 |48
 16    ------
------
 «70 4
   8 8
     8
------
   704
------
   000
```

recha del 4 y tambien á la derecha del otro 8 que ha servido de divisor, y para mayor comodidad se pone tambien debajo para efectuar la multiplicacion, el 704 que resulta despues de efectuada la del 88 por 8 se resta del 704 que hay en la parte superior del 88; y como despues de efectuada la resta no sobra nada, se puede asegurar desde luego que el 48 es la raiz exacta del 2.304, que para mayor seguridad se cuadra, y tendremos que $48 \times 48 = 2304$.

Ejemplo.

```
5,85,64 | 242
4
-------
 18,5
  4 4
    4
-------
 17 6
-------
 »»96,4
   48 2
      2
-------
   96 4
-------
   00 0
```

Resolucion. La raiz del 5 es 2, que cuadrada resulta 4; á la resta 1 se baja el periodo 85, el 18 que queda á la izquierda se divide por 4 duplo de la raiz hallada, y el cociente 4 se pone en la raiz á la derecha del divisor 4; se efectúa la multiplicacion del 44 por 4 y el producto 176 se resta del 185, á la resta 9 se agrega el periodo 64 y el 96 que queda á la izquierda se divide por 48, duplo de la raiz hallada, el cociente 2 se pone á la derecha del 24 y del 48, y efectuada la multiplicacion como anteriormente, el producto 964 se resta del 964 que hay en la parte superior de 482; y resultando 0 diremos que la raiz de 58564 es 242.

Resolucion. La raiz del 11 es 3, que cuadrada resulta 9; á la resta 2 se baja el 64, el 26 de la izquierda se divide por 6, el cociente 4 se coloca en la raiz y á la derecha del 6, se multiplica el 64 por 4 y el producto 256 se resta de 264; á la resta 8, como no hay mas periodos que bajar se añaden dos ceros, se separa el de la derecha con una coma y tambien se pone otra á la derecha del 34: se divide el 80 por 68, el cociente 1 se pone en la raiz á la derecha de la coma y tambien á la del 68, se multiplica el 681 por 1, cuyo producto se resta de 800; á la resta 119 se añaden dos ceros; y continuando del mismo modo que en los casos anteriores, tendremos que la raiz aproximada de 1164 es 34,117.

Ejemplo.

```
11,64  |34,117
 9
------
 2 6,4
 6 4
   4
------
 25 6
-------
   80,0
-------
   68 1
      1
---------
   68 1
      1
-----------
   1190,0
    682 1
        1
-----------
    6821
------------
   50790,0
    6822 7
         7
------------
   477580
------------
   »30311
```

TABLA
de la correspondencia recíproca entre las pesas y medidas métricas y las que actualmente están en uso en la provincia de Navarra.

La vara vale............	785 milimetros.
La libra......	372 gramos.
El cántaro............. .	11 litros y 77 centilitros.
La libra de aceite.. ...	41 centilitros.
El robo para áridos....	28 litros, 15 centilitros.
La robada superficial de 1458 varas cuadradas	8 áreas, 98 centiáreas, 45 decimetros cuadrados 60 centimetros id.

TABLA RECIPROCA.

Un metro vale.......	1 vara, 9 pulgadas 10 lineas 318 milésimas de linea.
Un kilógramo........	2 libras, 8 onzas, 2 ochavas, 64 milésimas de ochava.
Un litro de vino.....	1 pinta, un cuartillo, 458 milésimas de cuartillo.
Un litro de aceite....	2 libras, 1 cuarteron, 756 milésimas de cuarteron.

Un litro de grano..........	0 almudes, 569 milésimas de almud.
Una área....................	162 varas cuadradas, 2 pies id. 506 milésimas de pie id.

DE OTRO MODO.

Un metro vale..............	1 vara, 274 milésimas de vara.
Un kilógramo...............	2 libras, 668 milésimas de libra.
Un litro de vino	085 milésimas de cántaro.
Un litro de aceite..........	2 libras, 44 centésimas de libra.
Un litro de grano..........	0356 diezmilésimas de róbo.
Una área.....................	1113 diezmilésimas de robada.