Estante A nº 11
Cajón 14
1526

Cajon ~~[illegible]~~ 90 n 19

I 5
16

INITIVM·SAPIENTIE·TIMOR·DOMINI

1526.

¶ Cursus quatuor Mathematicarũ Artiũ Liberaliũ: quas recollegit atqz correxit magister Petr⁹ Ciruelus Darocẽsis Theologus simul ⁊ philosophus.

✠

Cursus quatuor mathematicarum artium liberalium quas recollegit atque correxit Petrus Cirvelus Darocensis.-

Contiene: Paráfrasis a la Aritmética de Boecio con cuestiones previas; el compendio de la Geometría de Tomás Brassardin; dos libelos "De quadratura circuli"; la Perspectiva de Juan de Cantorbery y un tratado de Música.- Compluti? 1526-28

17.

21 x 30 folios 102

¶ Petrus Ciruelus Darocensis philosophus pariter & theolog⁹: Rectori & scholasticis oīb⁹ almę vniuersitatis cōplutensis: q̄ studio sapiētiæ dicata est: salutē & liberalibus doctrinis vigilanter intendere.



Agnus ille Aurelius augustinus & christianorum philosophorum vehementissimus: dignissime Rector disertissimi præceptores ac vigilantissimi scholarum circuitores: in eo suo opere quod de institutione nouitiorum theologorum doctrinā christianam inscripsit: enumeratis omnibus fere artibus & scientiis gentilium philosophorum sub tippo auri, argēti, ac præciosæ vestis, & omnino thesauri ægyptiorum: eas postea diuisione bimembri sic compręhendere curauit. Duo inquit sunt genera doctrinarū quæ ingentibus etiam moribus exercentur, vnum rerum earum quas instituerunt homines: alterū earum quas animaduerterunt iā peractas aut diuinitus institutas, ac si dixisset quædam sunt sciētiæ de signis: aliæ de rebus. Signa homines instituerunt: res deus creauit, primas earum prosequens subdit. Illud quod est secūdum institutiones hominū: partim superstitiosum est: partim nō superstitiosum. Et vanitates superstitiosas latissime persequens dicit eas esse inuentiones diabolicas in quibus sunt pacta quædam hominū cum demoniis. Non superstitiosa vero hominum instituta vocat pacta hominū cum hominibus inita, quę ideo valent inter eos: ꝙ sic placuit eis vt valerent. Quorum insuper partim superflua & luxuriosa dicit: partim vtilia & necessaria. Superflua sunt inquit quæ saltando faciunt histriones: & quæ in theatris fiunt in conspectu totius populi comediæ, tragœdiæ, æglogæ, fabulæ. Cōmoda siue vtilia ac necessaria hominum instituta ea signa sunt: quæcunq; in habitu & cultu corporis ad sexus vel honores discernendos placuerunt: & quæ in ponderibus atq; mensuris & nūmorum impressionibus & alia id genus (sine quibus humana societas aut nō omnino aut minus cōmode geritur) instituerunt homines. maxime literaria disciplina linguarumq; peritia quantum satis est. Ad scientias de rebus veniens ait: illa vero quæ nō instituendo: sed aut transacta temporibus, aut diuinitus instituta inuestigando prodiderūt homines: disseramus, quorum alia sunt ad sensus corporis: alia vero ad rationem animi pertinentia, per hoc duplices rerum scientias denotans, idest de rebus sensibilibus & de imaginabilibus aut intelligibilibus. Sed illa īquit quæ sensu corporis attinguntur: vel narrata credimus, vel demōstrata sentimus, vel experta coniicimus. Ad primū pertinet hystoria: ad secundum cosmographia: ad tertium naturalis scientia, moralis prudentia, & ars factiua, vt agricultura & militaris. Restant ergo ea quæ non ad corporis sensus sed ad rationē animi pertinent: vt disciplina disputationis & ratio numeri: harū altera est sermocinalis dialectica & rhetorica: altera mathematica: siue numeri per seipsos considerentur: siue ad figurarū: aut sonorum: aliarūve motiouum leges adhibeantur: quia vbiq; incōmutabiles regulas habent. Quibus sic diuisis tandē septē artes liberales & vtrāq; philosophiam theologorum studio cōmendans (in qua facultate hæc nostra achademia cæteris hispanis iure præfertur) concludit ad hæc verba in fine secundi libri eiusdem operis. Quamobrē inquit videtur mihi studiosis & ingeniosis adolescentibus salubriter pręcipi: vt nullas doctrinas quæ præter ecclesiam christi exercentur: secure sequi audeant: sed eas sobrie diligenterq; disiudicent. Et si quas inuenerint ab hominibus institutas varias

In secūdo libro de doctrina chri.

Duplices scientie.

Sciētię de signis.

Sciētię de rebus.

Quę scientię sint theologis dicende.

propter diuersam voluntatem instituentium: & ignotas propter suspitiones errantium: maxime si etiam habeant cum demonibus initam societatem, repudient pœnitus & detestentur. Alienent etiam studium a superfluis & luxuriosis hominum institutis. Illa vero instituta hominum quæ ad societatem cõuiuentium valent: pro ipsa huius vitæ necessitate non negligant. In cæteris autem doctrinis quæ apud gẽtes inueniuntur: præter hystoriam rerum vel præteriti temporis vel præsentis ad sensus corporis pertinentium: quibus etiam vtilium artiũ corporalium experimenta & coniecturæ annumerantur: & præter rationem disputationis & numeri: nihil vtile esse arbitror. In quibus tamen oñibus hoc tenendum est ne quid nimis: & maxime in his quæ ad corporis sensus pertinẽtia voluuntur tẽporibus & continentur locis. Sed quorsum tam multa ex verbis diuini augusti ni? Nempe vt ex illis duo eliceremus ad propositum nostrũ valde necessaria documenta. Primum vt sciremus quas sciẽtiarum species fidelibus scholasticis liceret adiscere: quasve sicut illicitas & nocuas declinare. Alterum est nosse quem modũ in licitis & honestis disciplinis deberent obseruare: quia enim gentiles philosophi vt plurimum in suis æditionibus fuerunt valde prolixi & obscuri: in quorum libris perlegendis magnã fideles paterentur boni temporis iacturam: censuit præeligendas esse in singulis disciplinis extraneis breues quasdam summas: quæ magis necessaria doctrinarum compendiosa methodo complecterentur, vnde consequenter subdit. Sicut autem quidam de verbis omnibus & nominibus hebræis, syris, & ægyptiis, vel si qua alia lingua in scripturis sanctis inueniri potest: quæ in eis sine interpretatione sunt posita: fecerunt vt ea separatim interpretarentur: & quod Eusebius fecit de temporum hystoria propter diuinorũ librorum quæstiones: quæ vsum eius effiagitant: quod ergo hi fecerunt de his rebus: vt non sit necesse christiano philosopho in multis ꝑpter pauca laborare: sic video posse fieri in aliis: si quẽ eorum qui ad hoc valent benignam sane operam fraternæ vtilitati delectet impendere: vt quoscunq; terrarum locos quæ ve animalia vel herbas atq; arbores siue lapides vel metalla incognita speciesq; quaslibet quas scriptura cõmemorat: ea generatim diggerens sola exposita literis mandet: potest etiam & de numeris fieri, vt eorum exposita ratio conscribatur quos diuina scriptura meminit. Quod vtrũ de ratione disputãdi fieri possit, ignoro: & videtur mihi non oportere: per totum enim textum scripturarum colligata est neruorum vice: ideo magis ad ambigua soluenda & explicanda legentes adiuuant: quam ad incognita scripturarũ signa cognoscenda: quorum aliqua aut forte omnia iam facta sunt: sicut multa quæ a bonis doctisq; christianis elaborata atq; conscripta nõ arbitrabamur inuenimus: sed siue propter turbas negligentium siue propter inuidorum occultationes latent, hæc ille. Optimum certe laboris releuamen ac saluberrimum consilium in hoc datum est theologis: si fideles christi in talibus gentilium doctrinis docti: breues ex singulis earum summas excerpserint: in quibus superfluis omnibus amputatis reiectisq;: purissimi scientiarum fructus auidissime a seruis dei capiantur. Hoc itaq; munus gratiæ hac nostra ætate cum in aliis christianorum vniuersitatibus: tum vel maxime in præclarissima hac complutensi achadęmia: duce viro vtiq; religiosissimo pariter & sapiẽtissimo domino eius fundatore: nobis est diuinitus concessum: quando iam non modo latinorum vocabulorum quantumcunq; abditissimorum annotationes: sed etiam hebraicorum & græcorum omnium interpretationes latinæ in ꝑpatulo sunt oñibus vel mediocriter in literis eruditis: immo & multiplices singularum scientiarum introductiones nouitiis earum tirunculis passim & in dies traduntur: quæ acquirendis scientiis cognoscuntur vtilissime. Nam eis tenera puerorum ingenia quasi lacteo quodam prælibamento ad solidiorem earum cibum disponũtur: eorumq; mens quasi facili quodam præmisso viatico ad nitidiores auctorum disciplinas præparatur. Nam introductoriæ artes simillime semitis esse peribentur: quæ sine viarum erroribus ociissime perducũt ad terminum: & quasi na-

Breues ssime in scientijs sũt edẽde.

Laudãtur introductiones pluribꝰ enigmatibus.

uiculæ paratiſſimę altum tentantibus æquor: quibus ſine ſcopulis cęcæ ignorantiæ ſecurus attingitur ſcientiarum portus. Nempe in eis plurimum artis & doctrinæ cum multa facilitate breuitateq; continetur, quandoquidem diffinitiones/diuiſiones/& regulæ: quibus potiſſimum introductiones texuntur: ſe ſtatim intellectui manifeſtas offerũt. Et animus hominis ab ignorantiæ morbo: ęque atq; corpus a febre primũ facillimis ſirupis digerentibus: deinde rigoroſiore farmaco purgari habet. Et anima rationalis a deo creata velut tabula mundiſſima primum rudi effigie linearum eſt figuranda: poſtea vero coloribus appoſitis eſt in dei imaginem pingenda ac polienda. Sic in tradendis diſciplinis: audientium animos prius rudi minerua nouimus eſſe præparandos, demum vero exactiore doctrina diligenter excolendos. Ego itaq; omnium hic recte philoſophantium infimus cogitaui: vt vel modulo meo tam præclarę vniuerſitati quoquo modo deſeruirem: ſi in doctrinas mathematicas (quas omnes rationes numerorum vocauit beatus Auguſtinus & theologis neceſſarias prædicauit) breues introductiones: tum ab aliis tum & a me æditas in vnum corpus recolligerem emendatiſſimas, quinq; videlicet numero: paraphraſes duas de quantitate diſcreta in opera diui Seuerini Boetii: quarum altera in arithmeticam: alteram in muſicam eius introducit. Breuia quoq; duo compendia de quantitate continua quaſi præguſtamenta duarum aliarum ſcientiarum. Alterum gęometriæ Euclidis, & alterum perſpectiue Alacen. quinta quoq; erit introductio aſtrologica: quã in ſphęricum opuſculum olim condideram correſpondentem almageſto Claudii ptholomei clariſſimi: & Almanach perpetuo Zacuti Salmanticenſis: cum noſtro iudiciario quadripartito ac centilogio. Accipite ergo læto animo hanc tantæ vtilitatis æditionẽ: quæ ad vtriuſq; philoſophiæ plenam intelligentiam erit munimentum q̃ iucundiſſimum.

Valete feliciter.

¶ Petri Cirueli Darocēsis p̄uia in Arithmeticam quæstiuncula de vera numerorum natura.



Ro clara intelligentia omnium eorum quæ in arithmetica dicturi sumus: hæc in primis elucidanda est quæstio. Quæ nam res sint numeri de quibus hæc nostra arithmetica disputat? hoc est vtrum sint res in anima numerantis: aut res extra hominem existētes: quas quidam vocant numeros formales: alii numerata materialia? Ad hoc dubium sine argumentis (quoniam alias latius videri habet) dicimus tres esse opiniones de numeris arithmeticis. Prima est opinio realium distinguentium inter vnum quod est transcendens: & vnū quod est principium numeri: per hoc ꝙ vnū transcendens nihil aliud significat q̄ꝫ rei essentiam: per quam vnaquæq; res seipsa est vna vt aiunt methaphisice loquendo. vnde & opposita multitudo, aut numerositas non differt ab essentiis rerum a seipsis diuisarum. Sed vnum quod est principium numeri & limitatum: pertinens ad prædicamentum quantitatis licet reductiuæ: significat aliquod accidens superadditum essentiæ rei quæ est vna: & formaliter denominata talis ab illo accidente. quia vt aiunt quantitas est vnum de prædicamentis accidentium. ergo ipsius generalissimum & quælibet species eius directa vel reductiua debet significare aliquod accidens superadditum essentiæ rei quam significat: & per consequens opposita multitudo aut numerus est accidens a quo formaliter res numeratę denominantur. Sed inter istos sic oppinantes est aliquantula diuersitas. Nam eorum aliqui dicunt ꝙ numerus prædicamentalis est aggregatio vel collectio talium accidentium quæ sunt vnitates: eo modo quo dicimus de aceruo lapidum vel de exercitu qui non est aliqua vna res sed aggregatio plurium. Alii vero dicunt ꝙ quilibet numerus est vna simplex forma resultans ex aggregatione talium vnitatum, quia videtur eis ꝙ omnis species cuiuslibet prædicamenti debet esse vna simplex essentia. Ergo secundum istam opinionem realium cum numeramus diuinas personas vel attributa essentialia aut personalia: vtimur numeris transcendentalibus non prædicamentalibus: quia in deo nullum est accidens, sed cum numeramus creaturas vtrisq; numeris vti possumus: licet in angelis hoc non concedant aliqui eorum putantes ꝙ istæ vnitates numerales sint accidentia corporalia causata ex diuisione continui. Et cum arithmetica sit scientia particularis: non vniuersalis vt metaphisica quæ est de transcendentibus: consequenter dicunt ꝙ ipsa non speculatur de omnibus numeris: sed de solis prædicamentalibus qui sunt accidentia, vnde propterea dicta est scientia de quantitate discreta: & sic non se intromittit de numeris angelorum neq; de numeris rerum diuinarum. Alia est opinio nominalium prædictæ totaliter opposita quæ negat illam distinctionem de vnitate ant multitudine transcendente & limitata. Immo dicit ꝙ omnis vnitas est rei essentia, & ꝙ omnis multitudo est plures essentiæ rerum: & ꝙ vnitas & vnū sunt vocabula synonyma. similiter multitudo & multa: quia vt aiunt numerus nihil aliud est q̄ꝫ res nūeratæ, & viceuersa quælibet res numeratæ sunt numerus. Veruntamen concedit ista opinio ꝙ aliquis numerus est substantia vel substantiæ, & aliquis alius est accidens vel accidētia. Nam rerū quæ numerantur hæ substantiæ sunt: illa vero accidentia. Similiter dicunt ꝙ aliquæ vnitates sunt substantiæ: & aliæ sunt accidentia. Concedit ergo ista opinio ꝙ eisdem numerorum speciebus vtimur cum numeramus res diuinas & res angelicas & reliquas omnes creatu

Reales.

Thomiste.

Scotiste.

Nomiales.

ras:vnde & arithmeticam de omnibus numeris vniuerſaliter ſcientiam eſſe determinant.
Tertia eſt opinio mediocris quorūdam recentiorum qui licet in vocabulis concedant di Neoterici.
ſtinctionē inter vnum tranſcēdens & limitatū:quia hoc vnuocum eſt: illud vero ęquiuo
cum:tamen in rebus ſignificatis per illa vocabula tenent omnino cum ſecūda opinione:
non diſtinguentes numeros ab eſſentiis rerum numeratarum: ſed hæc tertia cum neutra
prædictarum opinionum cōcedit arithmeticam eſſe ſcientiam de rebus numeratis ſiue il-
læ ſubſtantiæ ſint ſiue accidentia.Nam vt aiunt numeri de quibus pertractat arithmetica:
ſunt in anima hominis numerantis res quædā diuinæ & ſpirituales abſtractæ a tempore
& motu atq; omni phiſica qualitate & tranſmutatione corporali. Veruntamen iſta opi- Jacobus faber.
nio bipartita eſt:& quibuſdam eorum dicētibus q̄ numeri illi mentales ſunt quædā no-
titiæ vel conceptus rerum collectiui quibus intellectus plures res ſimul concipit vna no-
titia:& q̄ tales conceptus ſunt veræ ſpecies prædicamenti quantitatis eo modo quo phi-
loſophi cōmuniter dicunt de notitia qua quis concipit exercitum aut populū vel acer-
uum lapidum:alii tamen ſapientiores reputati apud cōmune vulgus dixerunt q̄ numeri
mentales non ſunt notitiæ aut conceptus prædicti:ſed quædam aliæ res diuiniores in ani
ma exiſtentes,quod ſic explicāt.dicentes q̄ veri numeri quibus anima res exteriores nu- Johannes picus.
merat:ſunt menſuræ quædam diſcretiue rerum exterius numeratarum: mēſuræ dico ete-
rogencæ/a quibus res appellantur extrinſeca denominatione numeratæ. Vnde ſicut vlna
eſt menſura panni continui, qua homo menſurat pānum applicando eam panno:in qua
menſuratione homo ipſe dicitur mēſurans principaliter:vlna vero inſtrumentaliter: quia
homo non eſt menſura ſed vlna:ita etiam numerus quilibet formalis in anima eſt men-
ſura numerans extrinſecę res quibus applicatur:anima vero ipſa eſt numerans principa-
le:quia applicat illam menſuram rebus numeratis vtens numero tanq̄ inſtrumento.vnde
res exteriores denominantur numeratæ a numero animæ ipſis applicato, vt duæ res
a binario animæ: & tres a ternario. & ſic de aliis: ſicut pannus denominatur menſura-
tus ab vlna ſibi applicata exterius ab homine menſurante. Et ſicut eadem vlna poteſt
pluribus pannis applicari quorū quilibet erit ab ea menſuratus:ita idē numerus animæ
poteſt diuerſis rebus numerandis applicari:vt denarius decem hominibus & decē ęquis.
Et ſicut ſi non fuerit vlna applicata panno non dicetur ipſe menſuratus quamuis æquam
contineat atq; cum menſuratur quantitatem: ita ſi numerus animæ non fuerit applicatus
rebus numeratis non dicentur duæ neq; tres: neq; alio quoquā numero numeratę: quā-
uis eandem atq; cum numerantur habeant multitudinē.Hæc itaq; nomina abſtracta bi-
narius:terna[illegible]rius: quaternarius: ipſum animæ numerum ſignificant, ſed eorum concreta
denominatiu[illegible]duo,tria,quatuor:pro rebus numeratis accipiuntur, animæ tamen nume-
rum cognotan[illegible]o. Addunt iſti quod mirabilius eſt numeros ipſos virtutes quaſdam na-
turales habere: & proprietates inſeparabiles quibus agant in res exteriores perfectius q̄
qualitates actiuæ elementorum. Et qui tales numerorum proprietates agnoſcunt:poſſunt Virtutes numeroꝝ.
applicatione illorum numerorum ad res naturales facere mirabiles effectus, quod dicunt
ad magiam naturalem pertinere. Confirmant hanc ſuam opinionem auctoritate eius qui
pſalmos Dauidicos non eo ordine quo editi fuerant in vnū volumen recollegit: ſed va-
riato ordine iuxta numerorū & pſalmorum concordantes ꝓprietates. Ita q̄ ille pſalmus
Beatus vir qui non abiit &c. licet non fuerit primo ęditus a dauide:tamen eſt primo po-
ſitus in pſalterio: quia habet proprietatem perſimilem vnitati. Et tertius pſalmus con-
cordat ternario numero: & quinquageſimus quinquagenario:& centeſimus centenario.
Sed de his imaginationibus alias operoſius. Nunc autem tota hæc tertia opinio dicit
arithmeticam noſtram eſſe de numeris illis mentalibus ſiue notitiis, ſiue menſuris rerum
exiſtentibus:quia vt aiunt contra ſecundam opinionē arithmetica ponens vnitatem im-
partibilem non poſſet eſſe vera in vnitate quæ eſt lapis vel albedo. Simile argumentum

Concordia omnium.

formaretur de numeri imparis īdimidiabilitate. Et fortæ hæc argumēta etiam procedere putant contra primā opinionem ponentem vanitates naturales esse accidentia corporalia ad diuisionē subiecti diuisibilia. Nos vero alias hanc disputationem examinandam relinquentes: nunc dicimus sine alicuius doctoris præiudicio (quia eos omnes pro certo & veneramur & admiramur) arithmeticam nostram æque bene esse intelligibilem cuilibet prædictarum opinionum. Nam secundum vnamquamq; earum vere saluari possunt arithmeticæ diffinitiones diuisiones principia & cōclusiones. Siue enim vnitas sit res spiritualis, siue corporalis, siue substantia, siue accidens: ratione indiuisibili siue indiuisibilitatem cognotante explicatur & significatur ab arithmetico: ita vt negatio importata in ratione vnitatis non referatur ad rem significatam: sed ad modum significandi vocabuli significantis: eodem modo diceretur de quolibet alio arithmetico principio aut principiato. Hic noster modus sicut est valde facilis & liberalissimus: sic omnibus predictis opinionibus erit cōmunis & conuenientissimus.

Eiusdē Petri Cirueli Darocēsis.

Paraphrasis in Arithmeticā speculatiuā diui Seuerini Boetii: clarius & certius çdita quā olim a thoma Brauardino. Cui tale premittitur exordium.

Septem artium liberalium commendatio.

OMnibus scientijs antiqui sapiētes septē specialiter discreuerunt in studiis suis ad optus eruidendorum. Hugo de sancto victore author est in suo didascalion: qui est de origine artium & scientiarum: in quibus tantam vtilitatem esse præ cæteris omnib? perspexerunt: vt quisquis harum disciplinam firmiter perçepisset: ad aliarum notitiam postea inquirendo magis & exercendo quam audiendo perueniret. Sunt enim quasi optima quædam instrumenta quibus via paratur animo ad plenam philosophiæ intelligentiam. Hinc triuium & quadriuium nomina acceperūt: eo ꝙ his quasi quibusdam viis animus viuax ad secreta sapientiæ introeat. Nemo etiam tunc temporis magistri nomine dignus videbatur: qui non has septem scientias profiteri posset. Pythagoras quoq; hanc in scholis suis consuetudinem seruasse legitur: vt vsq; ad septenniū (secundum numerum/scilicet septem artium liberalium) nullus discipulorum suorū de his quę ab ipso dicebantur rationem expeteret: sed fidem daret verbis magistri: quousq; omnia audiuisset. Has itaq; septem disciplinas illa ætate tanto studio quidam didicisse legūtur: vt plenæ omnes eas in memoria tenerent: adeo vt ad quascunq; quæstiones sibi propositas: ex harum regulis rationes inuenientes, vt diffinirent omne id de quo ambigeretur: non reuoluendo folia librorum: sed cordetenus statim haberent responsiones paratas. Quare & nos antiquorū exempla insequentes: scholasticis nostri temporis (in quo iterū omnes bonæ doctrinæ resipiscunt atq; reflorent) de hisce liberalibus disciplinis compendiosam editionem secundum mensurā gratię nobis diuinitus concessæ tradere voluimus: ab arithmetica exordium facientes quam in duos libros diuidemus.

¶ Liber Primus introductiōis arithmeticae de numeris & ꝓprietatibus numeralibus: habet duos tractatus. Primus agit de numero & speciebus eius, ac proprietatibus numerorum. habet capita sex.

¶ Caput primū de mathematicis doctrinis in genere.



Appositis igitur sermocionalibus disciplinis: quas tradiderunt copiosissime viri excellentes ingenio in hac nostra eruditissima et patria & ætate: nouellis philosophiæ tirūculis mathematicas doctrinas tradere volentes modo dumtaxat introductorio atq; intranscursu velut exploratores (vt & ipsi ad maiores nitidioresq; sapientum facultates quasi peregrini & transeuntes necessario & facili quodam sumpto viatico properent) sola ea quæ ad præcognitiones demonstrationum pertinent: declarabimus, hoc est vocabulorum diffinitiones, diuisiones ab auctoribus acceptas atq; approbatas: & singulorum generum ac specierum proprietates exemplariter solum declaratas dimissis alias demonstrationibus tradere intendimus: maxime in arithmetica & astrologia. Nam in aliis tribus mathematicis nonnullas conclusiones aliquantisper demonstrabimus. Mathematicæ itaq; disciplinæ quo pacto quave ratione distinguantur a phisica & methaphisica sibi condiuisis in sexta methaphisicorum aristotelis: quo etiā modo mathematicæ aliæ ab aliis discernantur: in primis doceamus: vt earum diffinitiones proprias & speciales hinc elicere valeamus. Distinxit aristoteles tria scientiarum speculatiuarum genera: mathematicum: phisicum: & metaphisicum: per hoc vel maxime q; mathematicæ scientiæ solas eas rerum naturalium proprietates quæ ad diuisibilitatem partium attinent speculantur. Phisica vero earundem rerum naturalium motus alterationes & quascunq; transmutationes theoricæ inquirit. Methaphisica autem transcendentibus quibusdam rationibus non modo rerum corporalium verumetiam & supernaturalium entium quiditates naturas graduscq; perfectionis absolutissime peruestigat. Hinc ergo sapientes antiqui mathematicas scientias recte diffinierūt: esse doctrinas de quantitate: quæ partium diuisibilitatem consignificat: vt Aristoteles expresse docet in cathegoriis: quod eorum dictum non sic est accipiendum meo iudicio: vt quātitas sit alicuius scientiæ subiectum attributionis (ne omnes mathematicas vnam sciētiam faciamus sub vnaue comprehendemus) sed quia cuiuslibet scientiæ mathematicæ subiectum attributionis sub quantitate continetur: vt species vel sicut pars in modo in diuisione accidentali. Sed iuxta duo genera subalterna quantitatis discretum & continuum: mathematicæ scientiæ bifariam distinguntur. Nam de quantitate discreta seu multitudine aut numero disputat arithmetica cum sibi adiuncta musica: de quantitate vero continua vel magnitudine agit geometria cum sibi annexis perspectiua & astrologia. Principalium autem mathematicarum & annexarum hinc sumi potest differentia: q; ille rationibus abstractis a consignificatione motus materiæ determinatæ & qualitatum sensibilium de rebus totius mundi subtilissime disputant. hæ vero rationibus concretis motum materiam & qualitates sensibiles denotantibus de eisdem rebus naturalibus pertractant. Hanc differentiam egregie notauit Aristoteles in secundo suorum phisicorum libro dicens: q; mathematicus de phisica linea intendit sed non inquātum est phisica: quia scilicet non sub ratione phisica quæ est concreta: sed sub ratione mathematica abstracta a talibus cognotationibus: & in sexto methaphisicorum ad idem propositum dicit q; differūt sicut curuum & simum: quæ duo nomina rem eandem sed diuersis rationibus significant. Ex hac autem differentia sequitur alia inter easdem scientias: q; principales sunt puræ mathematicæ: accessorie vero sunt partim phisicæ & partim mathematicæ: quia rationes & vocabula principalium mathematicarum sunt pœnitus abstracta non tamen absoluta (cum sint de prædicamentis quantitatis & qualitatis) rationes vero & nomina minus principalium mathematicarum sunt concreta & super rationes principalium mathematicarum addunt phisicas cognotationes: eo modo quo logici dicunt partem in modo cognotare supra suum totum, qualia sunt: homo & homo albus: similiter curuū & simum. Ex dictis ergo possunt duo

Mathematicę scientię ab aliis distingūtur.

Mathematicę scientię diffinitio.

Mathematicę in species distribuuntur.

elici notatu digniſſima. Primum eſt q̄ in mathematicis ſcientiis ideo vna earum dicitur alteri ſubalternata: quia ſubiectum attributionis eius continetur ſub alterius ſubiecto ſicut pars in modo: & conſimiliter cætera vocabula illius ſub aliis ſcientiæ ſuperioris vocabulis:non autem ex eo q̄ ſcientia ſuperior poſſit demonſtratiue p̄bare principia ſcientiæ inferioris: neq̄ ediuerſo ſcientia inferior poſſit aliquid demonſtrare ex principiis ſuperioris ſcientiæ,nam cuiuſlibet ſcientiæ principia ſunt immediata & indemonſtrabilia: demonſtratio etiam ſit ex propriis non ex extraneis principiis. Secundum eſt q̄ omnes termini principalium mathematicarum habent ſimplicem & vnicum modum cognoſcendi ſecundum rationem vnius tantum prædicamenti ariſtotelici: termini vero mathematicarum ſubalternatarum omnes ſunt mixtæ cognotationis ex rationibus duorum aut plurium prædicamentorum,vnde nullus eorum poteſt ad aliquod ariſtotelicum prædicamentum pertinere:qui non poſuit prædicamenta mixtę cognotationis. Sed de his alias operoſius. Nunc autem ſatis ſit ex prædictis ſingularum mathematicarum ſcientiarum diffinitiones colligere quæ ſequuntur. Arithmetica eſt ſcientia numerorum & ſuarum proprietatum conſideratiua per rationes abſtractas, vnde & de multitudine per ſe conſiderata ſcientia vocata eſt a Boetio. Dicitur aūt arithmetica a rithmis:ideſt a numeris de quibus conſiderat. Gęometria eſt ſcientia magnitudinum proportionum & figurarum aliarumq̄ proprietatum ſuarum contemplatiua. hanc de magnitudine immobili ſcientiam eſſe dixit idem Boetius:quia per rationes abſtractas a motu rerum magnitudines inquirit. Dicitur autem gęometria a metris:ideſt menſuris rerum de quibus conſiderat.Muſica eſt ſcientia de vocibus & ſonis eorumq̄ armonia & concentu ac cæteris proprietatibus ſpeculatiua:quam de multitudine ad aliud relata inſcripſit Boetius:quia rationes numerales concretas habet ad ſonos & voces.Dicitur autem muſica:nō vt aiunt quidam a mos quod eſt aqua, quia ſcilicet ſine humore illo qui eſt ſaliua cantus & armonia perfici non poteſt:ſed potius a muſis quæ canebant:qnaſi muſarum ſcientia. Perſpectiua eſt ſcientia lucis & coloris per radios viſuales (quæ dicuntur ſpecies viſum immutantes ſeu ad oculum venientes) ſecundum rationes gęometricas inquiſitiua. Hæc a perſpiciendo dicta:ab aliis ſpeculatiua nominatur ab ſpeculis de quibus pertractat.Aſtrologia eſt ſcientia de cœlis & ſtellis eorumq̄ motibus & effectibus theoriam faciēs, quæ & ab aſtris dicta:ab aliis aſtronomia appellatur:quia eſt de norma & lege motus aſtrorū.Hanc de magnitudine mobili ſcientiā dixit Boetius:quia rationes gęometricas pariter & arithmeticas motibus cœlorum applicat:ſicut & perſpectiua qualitatibus ſenſibilibus oculorum:ideo illa ſcientia de magnitudine ſenſibili dici poterat a Boetio.

Mathematicę ſcientię ſpecialiē diffiniuntur.

Arithmetica.

Gęometria

Muſica.

Perſpectiua.

Aſtrologia

¶Caput ſecundum de Arithmetica ſpecialiter & de numero generaliter.

IMISSIS AVTEM QVATVOR VLTIMIS: alias differendis: ad primam mathematicarum ſcientiarum arithmeticam noſtra hæc præſens ſe conuertat oratio:quæ ideo prima inter mathematicas ſcientias ordinatur,quia aliarum omnium eſt ſimpliciſſima & abſolutiſſima vel abſtractiſſima. Nam ſi ariſtoteli recte docenti in analecticorū poſteriorū libro ſuo primo credi oporteat:certior aliis ſciētia & prior eſt illa quæ eſt ex pauciorībus:ideſt ſimplicioribus terminis vtens:aliæ vero ſe habent ad illam ex appoſitione:ideſt additiōe cognotationis. Arithmetica aūt talis eſt erga alias mathematicas oēs, nā muſica vtitur terminis q extrinſecā & phiſicalē cognotationē addūt ſup̄ terminos arithmeticos, vt tonus ſuper ſexquioctauā p̄portionē:& diapaſon ſup̄ duplā:& ſic de aliis multis, ſimiliter gę-

Arithmeticę ſcientię p̄rimatus.

metria terminos habet ſuper arithmeticam cognotantes (non tamen phiſicæ cū ſit pū-
ra mathematica) vt punctus cognotat ſuper vnitatem: triāgulus ſuper ternarium: & ſic
de aliis ſine numero. Si ergo his rationibus arithmetica prior comprobatur gæome-
tria: multo verius præcedet perſpectiuam & aſtrologiam quarum termini ſuper gęome-
triam cognotationes ſuperaddunt. Primum omnium vocabulorum in arithmetica,
& ſubiectum attributionis eius eſt numerus ſeu multitudo: cuius diffinitio hæc eſt. Nu-
merus eſt plurium vnitatum collectio aut aggregatio, vel clarius: eſt plures vnitates colle
ctæ & aggregatæ, vt binarius: ternarius: quaternarius &c. Vnitas vero (quæ priuatiue co
gnotat ſupra numerum: ſicut punctus ſuper magnitudinem) eſt rei per ſe diſcretio: ideſt
res alteri non collecta vel aggregata: aut ſaltem tali ratione conſiderata. Numeri duæ ſunt
proprietates quas Iordanus in primo ſuæ arithmeticæ libro ſtatim demonſtrandas pro
ponit. Prima eſt. omnis numerus circum ſe proximę poſitorum/atq; ſimul iunctorum
eſt medietas numerorum, vt quinarius medietas eſt denarii ex aggregatione quaternarii
& ſenarii reſultantis, cuius proprietatis probatio clara eſt, quia omnis numerus inter alios
duos proximos mediat, quorum alterum ſola vnitate ſuperat: ab altero vero ſola vnitate
vincitur: ergo ſi exceſſum maioris addas minori: reſultabunt tres numeri æquales: quorū
duo extremi ſimul iuncti dupli ſunt ad medium, vt patet in exemplo propoſito de qui-
nario. Nam ſi vnitatem qua vincitur a ſenario auferas ab eo & quaternario eandem addi
deris: fient tres quinarii quorum medietas vnus quinarius erit. Et accipitur in prædicta
proprietate numerus large, ſicut ſæpius in arithmetica: adeo vt compræhendat vnitatem
cui etiam quodāmodo hæc proprietas conuenit, nam cum ante ſe nullum habeat nume-
rum: ipſa eſt medietas numeri immediate ſequentis ſcilicet binarii. Secunda proprietas nu
meri eſt. omnis numerus duorum quorumcunq; extrinſecus iacentium ſed ab eo æquali
ter diſtantium/ac ſimul iunctorum itidem eſt medietas: cuius probatio clariſſima eadem
eſt cum præcedente. nam numerus medius quantum minorem ſuperat: tātum exceditur
a maiore. ergo ſi exceſſum maioris minori addideris: fient tres numeri æquales, quorum
duorum vnus erit medietas. Diuiditur autem numerus primo in duo genera ſubalterna
de prædicamento quantitatis: quæ ſunt par & impar. Eſt autem par numerus ille qui in
duo æqualia nulla relicta vnitate diuidi poteſt. Impar vero numerus eſt qui in duo æqua
ſic diuidi minime poteſt. Paris numeri tres ſunt ꝓprietatēs quas Iordanus in ſuo ſeptimo
nititur demonſtrare. Prima eſt. cū numerus par in duo partitur, vtraq; pars erit eiuſdem
ſimiliſq; denominationis: ita ꝙ ſi vna earum fuerit numerus par: aliam quoq; parem eſſe
neceſſe eſt: et ſi vna fuerit impar: & altera. neq; vnq̄ in hac diuiſione poterit commiſceri
imparitas paritati, vt denarius diuiditur primo in duos quinarios: & in ſeptem & tria. &
in nouem & vnum: quæ partes omnes ſunt impares. Diuiditur ſecundo in ſex & qua-
tuor. in duo & octo quæ partes omnes ſunt pares. Secunda proprietas. ſi numerus per al
terum parem multiplicet ſemper naſcitur inde par, vt ducto binario in quaternarium ꝓ-
ducitur octonarius. ſimiliter ducto quaternario in ſenarium proueniet vigeſim⁹ quartus:
& ſic de aliis. Tertia proprietas. ſi numerus par multiplicet imparem ſemper inde ꝓuenit
numerus par, vt multiplicato binario per ternarium naſcitur inde ſenarius & ducto qui-
nario in ſenarium fit numerus trigenarius: & ſic de aliis.

Arithmeti
cę ſubiectū
principale.
Quid nu-
mer⁹ quid
vnitas.

Nūeri ꝓpę
tates due.
Proprietas.

Secūda ꝓ
prietas.

Due ſpēs
numerorū.
Par nūe-
rus.
Impar nu
merus.
Paris nu-
meri ꝓprie
tates tres.
Prima ꝓ-
prietas.

Secūda ꝓ
prietas.

Tertia pro
prietas.

¶Caput tertium de numero pariter pari & ſuis accidentibus.

DIVIDITVR AVTEM NVMERVS PAR IN TRES SPECIES atho-
mas: hæ ſunt pariter par: pariter impar/& impariter par. Pariter par numerus eſt
qui diuiditur in duo æqualia: & iterum eius medietas in duo æqualia partitur: ſic

Pariter
par nūer⁹
quid ſit.

q eius partes omnes vsq; ad vnitatem per duo æqua diuisionem recipiant, vnde patet ratio quare dicatur numerus pariter par. vt octonarius diuiditur per duos quaternarios: & illi iterum per binarios: & tandem binarii per vnitates: & sic de omnibus aliis in quibus diuisio non cessat quousq; ad impartibiles veniatur vnitates. Generantur autem siue inueniuntur omnes numeri pariter pares si ab vnitate incipiendo per duplationem continuam in infinitum procedatur. vt vnus: duo: quattuor: octo. 16. 32. &c. Pariter paris numeri quattuor sunt proprietates ex septimo libro Iordani demonstrandæ. Prima est. q omnes eius partes aliquotæ & similiter denominationes earum respectu totius sunt pariter pares: id est nomine & qnantitate aliquota denominantur a pariter paribus. vt octonarii partes aliquotæ sunt. 1. 2. 4. quarum quelibet prçter vnitatem est numerus pariter par. similiter & denominationes earum. nam quaternarius est medietas octonarii cuius denominatio sumitur a binario, qui est pariter par. Medietas enim nihil aliud est q̃ secũda aut bina pars totius. Item binarius est quarta pars octonarii, cuius denominatio fit a quaternario pariter pari, & sic de aliis omnibus sine exceptione. Dicitur autem in numeris pars aliquota ille numerus qui aliquotiens sumptus & replicatus efficit suum totum præcise, huiusmodi partes sunt medietas tertia, quarta, quinta: & aliæ sine fine.

Pariter paris ꝓprietates. 4.

Prima ꝓprietas.

Secũda ꝓprietas.

Pariũ ꝓditio triplex.

Secunda proprietas pariter paris numeri est, q omnis numerus pariter par est numerus diminutus. Pro cuius declaratione supponitur vna diuisio accidentalis numeri paris/ quæ est non in specie: sed fit per partes in modo, quæ extrinsece cognotant super diuisum. Numerorum enim parium alius est perfectus: alius superfluus: alius diminutus, quorum diffinitiones ex constitutione totius per partes aliquotas accipiendæ

Perfectus par.

sunt. Dicitur enim numerus perfectus ille par quem adequant præcise eumq; constituunt suæ partes aliquotæ simul iunctæ: vel ad seipsas additæ: talis est Senarius cuius

Superfluꝰ par.

partes aliquotæ vnus/ duo/ tria præcise sex constituũt. Superfluus numerus est par/ cuius omnes partes aliquotæ ipsum excedunt: maioremq; summam suo toto efficiunt. talis est

Diminutꝰ par.

duodenarius cuius partes aliquotæ. 1. 2. 3. 4. 6. constituunt. 16. Numerus diminutus est par, cuius omnes partes aliquotæ non adequant summam totius: sed ab ea deficiunt: minoremq; numerum constituunt. talis est octonarius numerus cuius omnes partes aliquotæ. 1. 2. 4. simul additæ septenarium præciseconstittuunt. Est ergo secunda proprietas numeri pariter paris q omnes tales numeri sunt pares diminuti. verumtamen partes eius aliquotæ sola vnitate a suo toto deficiunt, & hoc verum est in omni numero pariter pari: vt patet inductiue. Tertia proprietas. omnis numerus pariter par

Tertia ꝓprietas.

ex correspondentibus sibi mutuo in eo partibus aliquotis procreatur, cuius explicatio hæc est. q procreatis numeris pariter paribus quotquot voluerimus per duplationem continuam ab vnitate eaq; connumerata: tam numeri mediales q̃ alii æqualiter a medialibus vtrinq; distantes sese mutuo denominant respectu totius: qui est maximus talium numerorum, vt si accipias per ordinem sex numeros pariter pares, vt hic. 1. 2. 4. 8. 16. 32. inuenies ibi duos mediales, scilicet. 4. & 8. æqualiter distantes ab extremis connumerata in eis, vt diximus vnitate. nam ante illos medios præcedunt duo numeri: totidemq; sequuntur post eos. ergo isti duo mediales se mutuo denominãt quotæ partes sunt triginta duorum. nam quaternarius est octaua pars: octonarius vero quarta huius numeri. similiter. 2. & 16. se mutuo denominant respectu eiusdem summæ. 32. cuius binarius est decima sexta pars & decimus sextus est medietas. tandẽ. 1. & 32. quæ sunt extrema prædictæ ordinationis sese mutuo denominant: nã vnitas est trigesimasecunda pars illius numeri & 32. est semel. 32. Si autem tales numeri pariter pares fuissent tm̃ quinq;: quorũ. 16. fuisset vltimus: non inuenires in eis nisi vnum medialem, scilicet. 4. qui seipsum deno-

minaret respectu vltimi: est enim eius quarta pars: & duo collaterales eius. 2. & 8. sese denominarent, nam binarius est octaua pars: & octonarius medietas decimisexti: denique vnitas est decimasexta pars eiusdem numeri: qui ab vnitate denominatur semel decem & sex. Eadem ratio esset in omni alia dispositione pariter parium, quia si disponant sub numero pari: semper sunt duo mediales. si autem sub numero impari: erit in eis tantum vnus medialis. Quarta proprietas numeri pariter paris est, q̃ omnium numerorum pariter parium continua serie dispositorum/ siue eorum sit vnus tantum medialis/ siue duo mediales: semper quod producitur ex multiplicatione vnius extremi per alterum: idem resultat ex ductu mediorum & collateralium numerorum æqualiter distantium a mediis, vt patet in exemplis tertiæ proprietatis præcedentis. Nam quicunq; numeri seipsos denominabant respectu vltimi: iidem si adinuicem multiplicentur eandem summam producent, Nam in primo exemplo siue dicantur quatuor in octo: siue duo in. 16. siue vnus in. 32. eadem summa triginta duorum resultabit: & in secundo exemplo multiplicato quaternario per seipsum/ siue. 2. per. 8. siue. 1. per. 16. semper idem p̃uenit/ scilicet decimus sextus.

Quarta p̃prietas.

¶ Caput quartum de numero pariter impari et proprietatibus eius.

PARITER IMPAR NVMERVS EST qui in duo æqualia diuidi potest: sed quælibet eius medietas diuisionem per æqualia non admittit: huiusmodi sunt tales numeri. 2. 6. 10. 14. & alii plures, vnde patet ratio quare dicantur pariter impares, quia licet ipsi sint numeri pares: prima tamen diuisione veniunt ad impares. patet etiam generatio continua talium numerorum per duplationem singulorum imparium etiam connumerata vnitate loco in paris numeri. Huius etiam speciei quatuor sunt proprietates: licet valde diuersæ & oppositę proprietatibus præcedentibus. Prima proprietas est q̃ cuiuslibet partis eius aliquotæ quantitas & denominatio differunt quantum ad paritatem & imparitatem. ita q̃ si pars illa sit numerus par habet denominationem imparem respectu sui totius: & si pars est numerus impar: denominatio eius est par: vt in hoc numero. 18. nouē est impar numerus sed eius medietas: & sex est numerus par sed eius tertia, & sic de aliis similiter. Secūda proprietas. Quilibet duo proximi pariter impares distant a seipsis quaternis vnitatibus: totidemq; numeris interscalariter dimissis, vt patet in exemplo superioris diffinitionis. Huius autem proprietatis ratio est clarissima: quia numeri pariter impares ex naturali serie imparium geniti sunt. Quilibet autem impar distat a suo proximo impari per duas vnitates: quibus duplatis vt fiant pariter impares: duplantur etiam eorum distantiæ: ergo distant per quatuor vnitates. vnde fit vt sequens pariter impar quinto loco situetur a proximo præcedente pariter impari, vt patet in exemplis supradictis. Tertia proprietas est. Dispositis naturali ordine pariter imparibus quotquot voluerimus incipiendo a binario: si in tali serie vnus tantū fuerit medialis: ille duorum pariter imparium altrinsecus ab eo æqualiter distantium erit medietas coniunctorum: vt acceptis his quinq; numeris. 2. 6. 10. 14. 18. medialis vnicus est denarius: cuius collaterales prædicti. 6. & 14. vel 2. & 18. vigenarium cōstituunt: cuius medietas est denarius. Quarta proprietas. Si in naturali serie pariter imparium fuerint duo mediales: illi simul iuncti adæquātur duobus collateralibus ex vtraq; parte ab eis æqualiter distantibus siue mediate/ siue immediate hinc & inde iacentibus, vt si accipiamus sex tales numeros, vt hic. 2. 6. 10. 14. 18. 22. duo mediales erunt. 10. & 14. qui simul iuncti complent. 24. eandemq; summam perficient

Pariter impar quid sit

Quatuor eius ꝓprietates.

Prima ꝓprietas.

Secūda ꝓprietas.

Tertia ꝓprietas.

Quarta ꝓprietas.

collaterales. 6. & 18. etiam. 2. & 22. Harum ꝓprietatum demonſtrationes ex primo & ſeptimo libro arithmetices iordani requirendæ ſunt certiſſimæ.

¶ Caput quintum de numero impariter pari ēt eius proprietatibus.

Impariter par nūerus quid ſit.

IMPARITER PAR NVMERVS EST par cuius duę medietates per æqualia partitionem admittunt: ſed non procedunt vſq; ad vnitatem: immo citra eam deficit partitio per æqualia in tali numero, vt. 12.20.40.&c. vnde patet ratio quare talis numerus dicitur impariter par, quia ſcilicet nō vniformiter ſed difformiter & impariter diuiditur per medietates, modo pares modo impares. Generantur autem numeri huius ſpeciei ex multiplicatione permixta numerorum pariter parium cum numeris imparibus. Si enim fiant duæ ſeries numerorum altera ſuperior ex imparibus a ternario initium ſumentibus & nullo impari dimiſſo: altera inferior ex pariter paribus numeris a quaternario incipiētibus cōtinueq; ꝓcedentibus: quilibet ſuperior numerus in quēlibet inferiorem ductus: numerū impariter parem ꝓducit, vt clare demonſtrat hæc forma.

	3	5	7	9	11	13
	4	8	16	32	64	128
Latitudo.	12	24	48	96	192	384
	20	40	80	106	320	640
	28	56	112	224	448	896
	36	72	144	288	576	1152
	44	88	176	352	704	1408
	52	104	208	416	832	1664

Longitudo.

Quattuor eius ꝓprietates.

Huius ſpeciei numerorum itidem quatuor ſunt proprietates ex ſeptimo arithmeticæ iordani demōſtrandæ.

Prima ꝓprietas.

Prima ꝓprietas eſt. Omnis numerus impariter par aliquas eius partes aliquotas habet denominatione & quantitate ſua conſimiles: aliquas vero differentes & diſſimiles, vt ille numerus. 24. habet has partes. 1. 2. 3. 4. 6. 8. 12. quarum iſtæ 2. 4. 6. 12. & re & denominatione ſunt pares, nam binarius eſt duodecima pars eius. duodecima medietas eſt. quatuor eſt ſexta pars, & ſex eſt quarta pars: ſed iſtæ. 1. 3. 8. diſcordant a ſuis denominationibus, quia vnitas eſt vigeſima quarta pars. ternarius eſt octaua. octonarius vero tertia eiuſdem numeri. Ex hac proprietate & ſequentibus apertiſſime conſtabit ꝙ hæc ſpecies numeri paris (licet ordine poſita ſit vltima) eſt tamen media per participationem inter duas præcedentes ſpecies ſibi inuicem aduerſas & diſſentientes: vt earum proprietates oſtenderunt.

Secūda ꝓprietas.

Secunda proprietas eſt. Omnis numerus impariter par eſt mediocriter diuiſibilis in partes: ſcilicet minus q̄ pariter par & pluſq̄ pariter impar. Huius ratio ex diffinitione ſuperiore eſt q̄ manifeſtiſſima, quia impariter par numerus non vnica ſed multipli-

Tertia ꝓprietas.

ci partitione diuiditur: nec tamen adeo vt diuidi poſſit vſq; ad vnitatem. Tertia proprietas. Q2 in ſupradicta numerorum impariter parium formula quælibet ſeries ſecundum longitudinem figuræ accepta procedit duplando, & habet quartam proprietatem numeri pariter paris/ſiue accipias in ea duos mediales numeros/ſiue vnicum. ſemper enim multiplicatio medii vel mediorum adæquatur multiplicationi collateralium & extremorum: quia eadem ſumma producitur vtrobiq;, vt patet ex arte multiplicandi in al-

Quarta ꝓprietas.

goriſmo. Quarta proprietas. Quælibet ſeries formulæ ſupra poſite ſecundum latitudinem eius procedit per æquales diſtantias, & obſeruat quartam proprietatem impariter paris. Nam per artem additionis algoriſticæ vnus medialis in ea eſt medietas duorum collateralium additorum, & duo mediales adæquantur duobus collateralibus æquæ diſtantibus ab eis ſi ſimul addantur.

¶ Caput sextum de numero impari & speciebus & proprietatibus suis.

IMPAR NVMERVS REPPETITA DIFFINITIONE: est ille q in duo æqualia minime potest diuidi, vt. 1. 3. 5. 7. 9. &c. Eius proprietates præcipue tres sunt: ex septimo libro Iordani demonstrandæ. Prima. Quilibet numerus impar in duo partitus, vt vnam partem habeat parem/& alteram imparem: ac partitionis membra inæqualia esse necesse est. Nam si quinarium in duas tantum partes diuiseris hæ solæ erunt. 1. &. 4. vel. 2. &. 3. in quibus manifeste est imparitati paritas associata, & sic de aliis numeris imparibus quibuscunq;. Secunda proprietas. Si numerus impar imparem multiplicet: solum producitur numerus impar. patet inductiue nam ter quinq; sunt quindecim, & quinquies septem. 35. & sic de aliis. Tertia proprietates. Impar numerus, si parem multiplicet semper nascitur inde par.. Hæc proprietas conuertibiliter se habet cum tertia proprietate numeri paris superius posita: & ideo eadem est veritas & ratio vtriusq;. Numeri imparis tres sunt species immediate quæ sunt, primus, secundus, & ad alterum primus. Numerus impar primus est qui sola vnitate parte aliquota metiri potest, vt. 3. 5. 7. idemq; incompositus nominatur, & ratio vtriusq; denominationis est eadem: quia numeri imparis nulla potest esse pars aliquota præter vnitatem, nisi illa etiam sit numerus impar. Ille ergo numerus impar qui nullum alium imparem præter vnitatem habet partem aliquotam: primus dici debet: quia ante se nullum habet numerum mensurantem, dicitur etiam incompositus: quia ex aliis numeris non componitur: sed ex solis vnitatibus. Impar secundus est, qui aliam vel alias præter vnitatem habet partes aliquotas. vt. 9. 15. 21. merito ergo idem secundus & compositus nominatur: quia præcedunt ipsum alii numeri componentes eum. Harum duarum specierum imparitatis quatuor assignari possunt proprietates: quarum duæ priores ex tertio libro: duæ vero posteriores ex septimo libro Iordani veniunt demonstrandæ. Prima proprietas est. Omnis numerus primus in se etiam est primus ad omnē alium numerum quem non mensurat, vt. 7. ad. 9. & ad. 15. & sic de aliis. Secunda proprietas. Omnis numerus secundus & compositus ab aliquo primo & incomposito necessario mensuratur, vt. 9. a ternario. &. 15. a quinario. &. 21. a septenario, & sic de aliis. Tertia proprietas. Omnis numerus primus & compositus post nullum imparem totus venit: quotus aliquis imparium fuerit in naturali serie ab vnitate. Quarta proprietas. Omnis numerus secundus & cōpositus post aliquē imparium naturali ordine dispositorū totus esse cognoscitur: quot⁹ ille impar erat in naturali serie ab vnitate. Hæ duæ proprietates simul declarari poterunt: data arte inueniendi per ordinē numeros prædictarum duarum specierum imparitatis, quæ talis est. Disponantur a ternario incipiendo omnes numeri impares in serie naturali. vt. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. 23. 25. 27. 29. Tunc clarum est q ternarius est impar primus & incompositus ante quem nullus impar est præter vnitatem. Si ergo post ternarium tot numeros accipiamus in prædicta serie: quot ipse ternarius continet vnitates continue procedendo: inueniemus omnes numeros secundos a ternario mensurandos, vt post ternarium acceptis. 5. 7. 9. tertius istorum nouenarius est secundus & cōpositus a ternario parte aliquota eius. Item post nouenarium tribus acceptis, vt. 11. 13. 15. tertius istorū quindenarius est secūdus & cōpositus a ternario parte aliquota eius. Similiter post quīdenarium iterū tribus acceptis, vt. 17. 19. 21. tertius istorū est secundus & cōpositus a ternario: & sic continue procedendo per illam seriem inueniemus infinitos secundos & compositos a ternario men-

Impar numer⁹ q̄d sit
Tres ei⁹ p prietates.
Prima p prietas.
Secūda p prietas.
Tertia p prietas.
Imparis 3 species.
Primus & incompositus q̄d sit.
Secund⁹ & compositꝰ quid sit.
Prima p prietas.
Secūda p prietas.
Tertia p prietas.
Quarta p prietas.
Modus generationis harum duarum specierum.
Per ternarium.

suratos. Similis ratio est habenda post quinarium ad inueniendum numeros secundos & compositos ab eo: scilicet acceptis post quinarium quinq; numeris continue: quia tot

Per quinarium.

ipse continet vnitates, vt acceptis. 7. 9. 11. 13. 15. vltimus istorum est secūdus & compositis a quinario parte aliquota eius: & iterum post illum si alios quinq; accipiamus. vt. 17. 19. 21. 23. 25. vltimus istorum est secundus & compositus a quinario, & sic consequenter procedendo inueniemus omnes alios. Eadem ratio est de numero septenario continue acceptis septem numeris post ipsum: & de nouenario acceptis nouem: & sic de aliis omnibus imparibus per ordinem. Ex quo processu liquido constat, qui numeri impares in dicta serie sint de prima: & qui de secunda specie impariū supradictis. omnes enim impares inuenti per saltum ternarii/aut quinarii/aut septenarii, & sic de aliis: sunt secundi & cōpositi: qui vero per nullū præcedentium numerorum saltus faciendo inueniri potuerunt: sunt primi & incompositi, vt patet in his duabus seriebus aut lineis.

Per septenarium.

Inuētio talium numerorum.

Primi & incompositi. 3. 5. 7. 11. 13. 17. 19. 23. 29. 31. 37. 41. 43. 37.
Secundi & compositi. 9. 15. 21. 25. 27. 33. 35. 39. 45. 49. 51. 55. 63. 81.

Et si ex hac secunda serie vellet quis plures alias diuidere: quarum prima contineret numeros mensurandos per ternarium: secunda mensurandos per quinarium: tertia eos quos mensurat septenarius, & sic de aliis: inueniet hanc legem in eis obseruatā inuiolabiliter: q denominationes cuiuslibet imparis respectu suæ seriei numerorū ab eo cōpositorum variantur cōtinue secundū naturalem seriem omnium numerorū impariū superius descriptam, ita q respectu primi in sua serie quilibet impar est tertia pars: & secundi est quinta pars. tertii est septima: & sic consequenter in omnibus lineis.

Obseruanda regula.

Compositi a ternario. 9. 15. 21. 27. 33. 39. 45. 51. 57. 63, 69. 75.
Compositi a quinario. 15. 25. 35. 45. 55. 65. 75. 85. 95. 105.
Cōpositi a septenario. 21. 35. 49. 63. 77. 91. 105. 119. 133. 147.

Ex his facile intelligūtur duæ proprietates harum specierū imparitatis vltimo positæ superius. nā omnis numerus secundus & cōpositus ab aliquo impari: totus est in sua serie quotus erat ille impar cōponens ipsum in ordine impariū vel alius sequens eum naturali ordine: vt nouenarius totus est inter secundos & compositos a ternario quotus erat ternarius in naturali serie impariū: quia primus & quindenarius tot? quotus quinarius quia secundus, & vigesimus primus est eorum tertius sicut septenarius inter impares. Eadem ratio est in omnibus aliis. Numerus aūt primus & incompositus hac lege nō astringitur, quia non dicitur per relationē ad aliquem alium numerum: ex quo a nullo componitur sed a sola vnitate, hæc de primis duabus specieb? numerorū impariū. Numerus ad alterū primus est impar qui secundū se est secūdus & cōpositus: sed ad alterū cōparat? sola cum illo cōuenit vnitate parte aliquota qua vterq; cōmuniter mensuratur: vt nouenarius ad vigesimūquintum. & ad. 129. &c. Generantur aūt siue inueniunt oēs numeri huius tertiæ speciei per continuā multiplicationē numerorum impariū primæ speciei: si eorum quilibet ducatur in seipsum: vt in hac serie est quam manifestissimum.

Numerus ad alterum primus q̄d sit.

3. 5. 7. 11. 13. 17.
9. 25. 49. 121. 169. 289.

Nam ex tali multiplicatione quilibet numerus productus est secūdus & compositus per diffinitionem: cuius pars aliquota præter vnitatem est ille impar, ex cuius multiplicatione producitur & nullus alius: igitur quilibet duo tales adinuicem comparati in nulla parte aliquota præter vnitatem concordant. Huius speciei duæ sunt proprietates. Prima est. Omnes numeri ad seipsos primi singuli in se ducti numeros etiā primos ad seipsos producunt. vt. 81. qui ex multiplicatione nouenarii per seipsum producitur: licet sit secundus & compositus seorsum acceptus: tamen comparatus ad. 625. (qui ex vigesimoquinto in se ducto nascitur) est primus & incompositus: quia in nulla cum eo parte aliquota conuenit excepta vnitate.

Mueri ad alterū pmi due pprietates.

Prima pprietas.

Secūda ꝓprietas.

Secunda proprietas. omnis numerus minor qui ad maiorē est primus: si a maiore detrahatur quotiens poterit: & eo qui relinquetur quotiēs potest a minore distracto: atq; hoc pacto cōtinue detractis residuis a suis p̄cedētibus ꝓcedendo: tandē sola relinquet vnitas. q; si aliqs alius nūerus ab vnitate remāserit: tales numeri nō sunt adinuicē primi. vt si. 9. de matur quotiēs poterit a. 25. remanēt. 7. quo residuo vlteri⁹ detracto a nouenario quotiēs poterit: remanent duo. qbus iterum subtractis a septenario quotiēs fuerit possibile: remanet sola vnitas. nō sic autem se habebit. 9. ad. 21. quia ante vnitatē remanebit ternarius. ergo duo primi nūeri sunt ad seipsos primi & incōpositi ptinētes ad tertiā speciē imparīū duo vero vltimi nō possunt ad illā pertinere: sed tantum remanēt sub secunda specie imparium, prædictæ duæ proprietates ex tertio libro iordani veniunt demonstrādæ.

Incidēs de numeris ꝓfectis.

Quia vero superius de numeris paribus perfectis superfluis & diminutis mētionem fecimus: libet hic in calce huius tractatus eorum inuētiones & ꝓprietates determinare. Numeri igitur perfecti duabus regulis inueniuntur. Prima est q; in quolibet limite numerorum est tantum vnus perfectus. Ideo numeri perfecti quia rari & præciosi similitudinem gerunt moralīū virtutum: de quibus Aristoteles dicit in fine secūdi æthicorū q; virtus est rara & præciosa. Vocamus autem in proposito limites numerorū eos quos in descriptionib⁹ algoristicis locos scribēdi numeros vocare solent, vt in primo loco vnitates. i. omnes numeros vsq; ad nouem inclusiue, in secundo loco denas quæ etiā sunt nouē, in tertio cētenas, in quarto millenas, & sic de aliis quæ oēs denominationes vsq; ad nouem præcise se extendunt. Est ergo sensus huius primæ regulæ q; infra decem est vnus solus numer⁹ perfectus, & supra decē sed infra cētum etiā vnicū perfectū repperimus, deinde supra centum sed infra mille est tantum vnus perfectus, & sic consequenter per oēs alios limites numerorum idē reperimus.

Inuentionis eoꝝ due regule. ꝑma.

Secūda regula.

Sed quia ista regula prima est satis cōfusa addamus secundam magis distinctā. q; omnis numerus perfectus ex cōtinua aggregatione pariter parīū numerorum naturali serie ab vnitate dispositorū: & ex multiplicatione imparis primi inde resultantis per vltimum pariter parīū simul additorum infallibiliter & continue generatur. vt dispositis hoc ordine pariter paribus. 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. &c. Si addamus primum secundo resultat ternarius: qui cum sit numerus primus & incompositus: si multiplicetur per binarium, qui erat vltimus additorum: resultat senarius numerus perfectus, deinde si duobus primis addatur tertius pariter par/ scilicet quaternarius, resultat septenarius: qui cum sit impar primus & incompositus: debet multiplicari per quaternarium vltimum additorum: & producetur inde. 28. qui est numerus perfectus, postea addatur octonarius ad præcedentes: & resultant. 15. qui cum non sit impar primus: inefficax & inutilis est ad generationem numeri perfecti. dimittatur ergo & non multiplicetur per octonariū vltimum additorum: sed procedatur addendo pariter pares sequentes, & vbi ex eorum additione resultauerit numerus impar primus: ille est multiplicādus per vltimum pariter parium additorum, vt generetur inde numerus perfectus: quorum exemplar & recta series est hæc.

Impares collecti.	3.	7.	15.	31.	63.	127.	255.	511.	
Pariter pares.	1.	2.	4.	8.	16.	32.	64.	128.	256.
Perfecti numeri.	0.	6.	28.	0.	496.	0.	8128.	0.	130816.

Vnica ꝓprietas ꝑfectorum.

Numerorum perfectorum hæc est notabilis proprietas, q; omnes numeri perfecti seriatim & naturali ordine dispositi alternatim senario & octonario numeris terminātur semper. Numeri igitur perfecti licet pares sint: inter alios sui generis obtinuerunt principatum laudesq; promeruerūt: cū alii pares omnes dicātur apud Pythagoricos infamati: & maxime pariter pares ꝓpter suam diuisibilitatē, nam perfecti numeri a radice imparitatis procreantur oēs: quæ magnas laudes habet in negotio arithmetico. Inuentio aūt numerorū parium superfluorū & diminutorū facilis est, quia vt superius diximus oēs numeri

Due ꝓprietates alioꝝ 1. ꝓprietas.

pariter pares sunt diminuti: ergo reliqui oēs pares exceptis perfectis erūt numeri superflui. Quorum duorū modorū proprietates ex septimo libro Iordani demonstrandæ hę duæ sunt. Prima oīs numerus diminutus a sola vnitate aut ab alio numero diminuto parte aliquota eius mensuratur. Hæc ex prima ꝓprietate pariter paris est q̄ manifestissima. Secūda ꝓprietas. oīs numerus abūdans aut superfluus solū numerū abundantē mensurare pōt tanq̄ pars aliquota eius, patet inductiue, quia. 12. est pars aliquota istorum. 24. 36. 60. qui omnes sunt superflui. Hactenus igitur de numero & specieb⁹ suis tā subalternis q̄ specialissimis: qui oēs termini sunt de p̄dicamēto quātitatis: & de ꝓprietatib⁹ siue generis siue specierum oīm: hæc nos dixisse sufficiat ꝑ primo tractatu hui⁹ nostri primi libri introductionis arithmeticæ. Quæ quātas cōmoditates afferāt in maioribꝰ scientiis phisica: methaphisica: morali sciētia: & medicina: atq̄ theologia: longum esset enarrare & altioris egens speculationis. Nunc aūt hoc vnū tacere non volumus: q̄ diuinus ille pythagoras totam philosophiā numerorū rationibus intexuit: attribuens vnitatē primo oīm rerum principio. s. deo. Numeros aūt oēs creaturis adaptauit, vt Aristoteles narrat in primo libro methaphisicorum, sed pares numeros ꝓpter eorū diuisibilitatem creaturis corruptibilibus indidit: impares vero creaturis spiritualibus & īcorruptibilibus. Hinc processit illa distinctio duorum p̄dicamentoꝝ apud pythagorā. s. rerū perfectarū & imperfectarum. in quarū coordinationū prima imparē posuit: in secūda vero parē. Et quia materia rerū naturaliū est omniū imperfectissima creatura & causa oīs corruptionis & varietatis in rebus mūdi: ideo ei attribuit primū & imperfectissimū oīm numerorū binariū, cuius mētem Plato explicans vocauit materiā magnū & paruum: vt Aristoteles tradit in primo phisicorum. Elementis aūt pythagoras attribuit quenariū: quia sunt prima & imperfectissima omniū corporū naturaliū: & sic cōsequēter ꝓcedebat per alias species numerorum pariū & rerū naturaliū. Post quas ad corpora celestia veniēs quia sunt incorruptibilia: attribuebat eis numeros īpares: quia spherā quālibet planetarū trifidam in tresq̄ orbes diuisam ponebat. Quā viam postea secut⁹ est ptholomęus ponēs orbes eccētricos planetarū, & tandē super septē spheras planetarū. tres alias spheras mobiles concessit Pythagoras, vt Aristoteles narrat in primo methaphisicorum. Vltimo veniēs ad substātias spirituales separatas de eis per numeros impares primos & incōpositos ratiocinabat̄ ponens eas substantias simplices a sola vnitate quæ deus est dependētes & mēsurabiles. Hūc modū philosophandi diuinissimus Plato postea insecutus est satis copiose & mirabiliter. Deinde Aristoteles ingeniosissimus hāc viā sibi placuisse testatus est: cum in octauo libro suorū methaphisicorū dixerit q̄ essentiæ rerū sunt sicut numeri: & alibi plures de hoc. Sancti etiā doctores ecclesiæ Augustinus, Hieronymus. Chrysostomus, Origenes: & alii plures in suis opusculis multa ad fidē & mores pertinētia rōnibus numeralibus sufficientissime explicarunt, atq̄ in cōmentationibus suis supra textū sacræ bibliæ nimis pōderāt ea q̄ certis numerorū speciebus spūssanctus determinari voluit a prophetis & apostolis, vt videre est apud moysen in descriptiōe tabernaculi: & apud ezechielē in mensuratione tēpli, cui fere similia verba posuit Ioānes in apocalipsi. Vnde non sine oīm theologorum miraculo legit̄ illud Genes. 1. vbi in secūdo die creationis nō dicit̄: vidit deus q̄ esset bonum: cum tū hoc verbū in nullo aliorum dierum prætermittat̄, quia vt aiūt in hoc designauit spūssanctus numeri binarii imperfectionē: qui cum sit primus recessus ab vnitate: peccati primorū parentū vel malorū angelorū figurā habet. Senarii quoq̄ numeri perfectionē August. sup Genesim annotauit: rationē reddēs quare in sex diebus perfecti sunt cœli & terra & omnis ornatus eorū: totaq̄ mundi perfectio illo dierū numero ędita est. Non solum autem supradicti philosophi & theologi per numeros & eorū ꝓprietates de rebus humanis & diuinis ratiocinātur: sed etiā per numerorum habitudines quas vocant proportiones: de quibus vt iam differamus opus est.

Epilogꝰ superioꝝ ꝓdictoꝝ.

Pythago. Vnitas est deus.

Pares numeri corruptibilia.

Impares nūeri incorruptibilia.

Binarius materia.

Quaternarius elemēta.

Ternarius sphera celestis.

Impar primus intelligentia.

Plato.

Aristote.

Theologi.

Moyses. Ezechiel. Joannes.

Senarius creationis.

Tractatus secundus de ꝓportione ⁊ ꝓportionū

ſpeciebus ac ꝓprietatib⁹:cuius ſunt capita ſeptē.Primū caput de ꝓportione multiplici & ſpeciebus & proprietatibus eius.

POSTq̄ ea quæ ad quēlibet numerū per ſe ſumptū pertinebant diffuſius pertractauimus:reliquū eſt vt numerorū ad numeros habitudines ſeu ꝓportiones inquiramus:a vocabuli diffinitione exordiū noſtræ narrationis auſpicantes.Proportio numeralis eſt numeri ad numerꝝ certa habitudo,vel clarius eſt numerus ad numerū aliqualiter ſe habens in quantitate ſua:vt.2. ad.4.& econtra eſt ꝓportio:& ſic de aliis.Huius generis duæ aſſignari poſſunt ꝓprietates.Prima eſt,ꝙ oīs ꝓportio numeralis eſt ꝓportio rationalis.ꝓbaf̄ ex diffinitione rationalis ꝓportionis q̄ eſt hæc. Proportio rōnalis eſt habitudo duarū quantitatū adinuicem cōmunicantiū in parte aliquota quæ cōmuniter vtriq̄ illarū conuenit,licet nō ſub eadem denominatione.Cōſtat aūt ꝙ oīs numerus cuilibet alteri numero cōmunicat in parte aliquota ad minus in vnitate:q̄ oīs numeri eſt pars aliquota:omniſq̄ numerus ad vnitatem eſt ꝓportio multiplex:ergo oīs ꝓportio numeri ad numerum eſt rōnalis.Ex hac prima ꝓprietate ſequit̄ alia & ſecunda,ꝙ non oīm ꝓportionum modi aut ſpecies poſſunt in numeris repperiri:ꝓbatur quia ſunt dabiles aliquæ ſpecies proportionum quæ dicunt̄ irrationales:quales ſunt quantitates in nulla parte aliquota adinuicē cōmunicantes:vt gēometræ ꝓbant de duabus lineis in quadrato q̄ ſunt diameter & coſta:& etiam de quibuſdam aliis lineis & ſupficiebus.nulli aūt numeri ſunt adinuicē incōmunicantes: vt ꝓbatum eſt. ergo talium ꝓportionū modos vel ſpecies:numerorū natura nō partitur. Diuidit̄ autem ꝓportio numeralis in duas ſpēs immediate,q̄ ſunt æqualitas & inęqualitas.Aequalitas eſt numerus taliter ſe habēs ad aliū numerum ꝙ eū nō excedit neq̄ ab eo exceditur.vt.3.ad 3.&.8.ad.8.Inæqualitas vero eſt numerus ad alium ſic ſe habens ꝙ illū excedit vel ab eo exceditur:vt.6.ad.3.vel.4.ad.8.Patet ergo ꝙ in arithmetico negotio ſcd̄m veriorē philoſophiam noīa abſtracta & cōcreta ſynonyma ſunt:idemq̄ pœnitus ſignificant:vt æqualitas & æquale:inęqualitas & inæqualę.Harū duarū ſpecierum ſimul tres ponimus ꝓprietates:ex nono libro iordani demonſtrādas.Prima eſt ꝙ æqualitas eſt omnis inęqualitatis principium origo & mater.Secūda ex prima ſequitur ꝙ oīs inæqualitas ex ęqualitate naſcitur.Tertia ꝙ omnis inæqualitas eſt reſolubilis vſq̄ ad æqualitatem.Harum ꝓbationes in vltimis duobus capitulis huius tractatus erūt clariſſimę.Aequalitas aūt in alias ſpecies vlterius non diuidit̄:ſed eſt ſpecies athoma aut ſpecialiſſima:quia talis numerorū habitudo eſt inuariabilis & in idiuiſibili conſiſtens.Inęqualitatis vero duæ ꝓbantur ſpecies immediate ex diffinitione eius diſiunctiua,hæ ſunt maior & minor inæqualitas.Inæqualitas maior eſt numerus excedens alterū numerum ad quē comparatur in ſua habitudine,vt.6. ad.3. Minor inæqualitas eſt numerus qui ab alio exceditur ad quem refertur: vt.4. ad. 8. Horum generum ſubalternorum conſimilia eſt diuiſio in ſuas ſpecies:quot enim modis contingit vnū numerum excedere alium:tot modis contingit ꝙ vnus nūerus ab alio excedatur:ideo totidem ſunt ſpecies pręciſe minoris quot maioris inæqualitatis eiſdēq̄ vocabulis fere diſtinctę. Maioris ergo inæqualitatis quinq̄ ſunt ſpecies proximæ. tres primę ſimplices vt multiplex.ſuperparticularis & ſuperpartiens,duę vltimæ ſunt compoſitę ex tribus primis:ſcilicet multiplex ſuperparticularis:& multiplex ſuperpatiens.ergo ſimiliter minoris inæqualitatis erunt quinq̄ ſpecies iſtæ.ſubmultiplex, ſubſuperparticularis, ſubſuperpartiens,ſubmultiplex ſuperparticularis.& ſubmultiplex ſuperpartiens. Et proportionaliter diffiniendæ ſicut ſpecies maioris & minoris inæqualitatis, atq̄ eiſdem exemplis conuerſis declarandæ. Multiplex igitur proportio eſt numerus maior ſic excedēs ſuū minorē ꝙ eum totū præciſe pluries cōtinet,vt.12.ad.3.vbi maior continet minorem totum quater & nihil plus,& in eodē exemplo comparando.3.ad.12.eſt ꝓportio ſubmul-

Proportio numeralis quid ſit.
Duę ei⁹ ꝓprietates.
Prima ꝓprietas.
Secunda ꝓprietas.
Proportionis duo genera.
Aeqlitas.
Inęqlitas.
Proprietates earum tres.
1.ꝓprietas.
2.ꝓprietas.
3.ꝓprietas.
Inęqualitatis ſpecies duo.
Maior inęqualitas.
Minor inęqualitas.
Maioris inęqualitatis ſpēs quinq̄.
Multiplex ꝓportio q̄d

Proprietates eiꝰ tres.

tiplex: qua minor numerus totus pluries exceditur a maiore cōtineturq; in illo. Multiplicis ꝓportionis in cōmuni tres notantur ꝓprietates ad nonum librū arithmetices iordani referendæ.

Prima proprietas.

Prima est ꝙ multiplex ꝓportio cæteris inæqualitatibꝰ est ātiquior & origine prior. hæc declarabitur infra in cap̄.6. huius tractatus qđ erit de origine ꝓportionū.

Secūda ꝓprietas.

Secunda proprietas oīs ꝓportio multiplex omnesq; multipliciū spēs & modi ex cōtinua serie numerorū ad vnitatē relata facile inueniunt̄. hæc ex prius dictis in hoc capitulo clarescit. dictū est em̄ ꝙ oīs numerus ad vnitatē est multiplex: sub varia tn̄ specie multiplicatis.

3. ꝓprietas Mltiplicis species infinite.

Tertia ꝓprietas ꝙ omnis ꝓportio multiplex habet aliā multiplicem se maiorē. vt dupla quadruplā. tripla nonocuplā: & sic de aliis. Multiplicis ꝓportionis infinitæ sunt species specialissimæ tot. s. quot sunt spēs numerorū a qbus denominantur. vt dupla, tripla, quadrupla &c. sine statu.

Dupla. Tripla. Quadrupla.

Dupla proportio est numerus maior continens totū minorē ad quem cōparatur bis præcise vt. 6. ad. 3. & 8. ad. 4. &c. Tripla proportio est cū maior numerus minorem ter p̄cise cōtinet, vt. 9. ad. 3. & 12. ad. 4. &c. Quadrupla portio est. cū maior numerus minorē cōtinet totū præcise quater, vt. 8. ad. 2. & 12. ad. 3. &c. & secundū hanc proportionem definirent̄ oēs aliæ species ꝓportionis multiplicis.

Generatio earum.

Generantur aūt siue inueniunt̄ numeri taliū proportionum ex naturali serie numerorū. nam quilibet numerꝰ ad vnitatē cōparatus cōtinue sub alia & alia specie multiplicitatis se habet ad illam, vt binarius est duplus, ternarius triplus, qnaternariꝰ q̄druplus ad vnitatem: & sic in infinitū. Sed in hoc processu nō habemus pro qualibet specie multiplicatis nisi vnū exemplū, vt ergo sub qualibet specie infinita exēpla repperiamus: oportet nos hāc regulā obseruare ꝙ descripta naturali serie numerorū ab vnitate incipiendo super eam scribatur alia series quæ incipiat a binario procedatq; per cōtinuam additionē binarii: & sic habebimus infinita exempla proportionis duplæ, vt patet in hac serie.

Dupli. 2. 4. 6. 8. 10. 12.
1. 2 3 4 5 6

Et si linea supior inciperet a ternario ꝓcederetq; ꝑ continuā additionē ternarii inuenirem⁹ īfinita exēpla ꝓportiōis triple, vt hic.

3. 6. 9. 12. 15. 18.
Tripli. 1. 2. 3. 4. 5. 6.

Et si series superior inciperet a quaternario: extenderetur q; per continuam additionem quaternarii deseruiret exemplis proportionis quadruplæ, vt in hac forma patet.

Quadrupli. 4. 8. 12. 16. 20. 24.
1. 2. 3. 4. 5. 6.

Et si in incipiamus a quinario in serie superiore & consequenter ꝓcedamus ꝑ quinarios īueniemus infinita exēpla ꝓportionis quincuplæ: & sic cōsequenter in aliis oībus speciebus.

Quincupli. 5. 10. 15. 20. 25. 30.
1. 2. 3. 4. 5. 6.

Alii vero auctores diuersis verbis huius regulæ eandem sententiā aliter protulerunt dicentes ꝙ si ex naturali serie numerorum procedatur continue vno dimisso inter scalariter: inueniemus oēs duplos, & duobus dimissis oēs triplos, & trib⁹ dimissis om̄es quadruplos, & sic consequēter: vt patet in exēplis positis. Alii clarius dixerunt ꝙ acceptis primis exemplis omniū proportionū ex naturali serie numerorū vt prius dicebamus: si illi numeri duplētnr erunt secūdi numeri in eisdē proportionibus, & si triplent̄ erunt tertii numeri earūdem ꝓportionū, & si quadruplent̄ erunt quarti nūeri, & sic consequēter: & hoc patet etiā esse verū in exēplis supra positis.

Due p̄dictorū ꝓpetates Prima ꝓprietas.

Quarū oīm specieꝝ simul hę sunt duę ꝓprietates ad nonū librū iordani pertinētes. Prima est ꝙ oīm ꝓportionū multipliciū a paribus numeris denoīatarū semꝑ nūeri maiores sunt pares in oībus suis exēplis: imparē vero habētiū denoīationē: nūeri maiores neq; oēs sunt pares neq; om̄es impares: sed vnus par & alter impar alternatim ꝓcedendo: vt manifeste declaratur in formulis ꝓportionū multiplicum ꝑ superius descriptis.

Secūda ꝓprietas.

Secunda proprietas ꝙ omnis proportio multiplex in sua generatione solam vnitatē numeros superat ōmittendos ex naturali serie: sic ꝙ denoīatio illius ꝓportionis sumitur a maiori numero q̄ꝫ sit numerus ommittēdorum: & ille excessus est sola vnitas: vt in dupla proportione est continue dimittendus vnus numerus: in tripla duo numeri: in quadrupla tres, & sic consequenter.

¶Caput secūdū de ꝓportione superparticulari & eius speciebus & ꝓprietatibus.

Supparticularis proportio qd.



VPERparticularis ꝓportio est nūerus maior cōtinēs in se alīū minorem totū semel & vltra hoc vnā tm̄ eius partē aliquotā.i. medietatē vel tertiam vel quartā &c.vt.6.ad.4.&.12.ad.9.Huius generis duę sunt ꝓprietates: etiā ex nono libro arithmeticæ iordani demōstrandæ. Prima est ꝙ oīs superparticularis ꝓportio habet post se aliā minorē supparticularē:vt sesquialtera sesquitertiā & illa sesquiquartā,& sic deinceps.Pro cuiꝰ declaratione addit̄ secūda proprietas,ꝙ oīs superparticularis ꝓportio quāto a minori numero denominat̄ tāto est maior:& viceuersa quāto a maiori nūero sumit denoīationē tanto ipa est minor:vt sesquialtera est maior ꝓportio q̄ sesquitertia & hæc maior q̄ sesquiquārta &c. ratio clara est ex quātitate partiū aliquotarū:qa medietas est maior tertia parte & tertia maior quarta &c. In multiplicibꝰ aūt ꝓportionibus quātitates earū augent̄ secūdū ordinē suarū denoīatio nū:& a maiori nūero denoīata ꝓportio est maior:vt tripla q̄ dupla & quadrupla ē tripla maior &c.Supparticularis ꝓportionis infinitæ sunt spēs sumptæ ex varietate aliquotarū partiū q̄ ꝓcedit secūdū naturalem seriē numerorū: vt sesquialtera,sesquitertia,sesqquarta, sesquiquinta:& ita sine fine.Sesqaltera vel potius sesqualtera/quā græci hemiolā vocāt:est nūerus maior minorē cōtinēs totū & eiꝰ medietatē p̄cise.vt.3.ad.2.&.12.ad.8.&c. Sesquitertia ꝓportio q̄ & epitrita est maior numeriꝰ minorē cōtinēs & eiꝰ tertiā partē.vt.4.ad.3. &.12.ad.9.Sesquiquarta ab excessu quarte ptis sup minorē numerū denoīat̄:vt.5.ad.4.& 15.ad.12.Sesquiquinta vero a quinta pte: & sic cōsequēter.Gñatio aūt oīm istarū spērum ad habendū singula exēpla earū hac vnica regula cōprehenditur. ꝙ i serie nūeroꝝ vnitate dimissa q̄libet sequēs nūerus ad suū ꝓximū p̄cedentē cōtinue sub alia & alia spē supparticularis ꝓportiōis refert̄.vt.3.ad.2.est sesqualter,&.4.ad.3.sesquitertius,&.5.ad.4.sesquiquartus &c. Ad habendū aūt infinita exēpla cuiuslibet speciei ponit̄ hæc alia regula. Si ex exēplis multipliciū ꝓportionū superiꝰ descriptis lineæ superiores adinuicē cōparent̄: infinita exēpla cuiuslibet ꝓportionis superparticularis ostendent̄.s. quia tripli ad duplos sunt sesquialteri:& quadrupli ad triplos sesquitertii,& sic consequenter,vt patet hic.

Supparticulariū spēs infinite.

Sesqualtera.

Sesqtertia.

Sesquiqrta.

Sesquiquinta.

Gñatio eorum.

Sesquialteri.	3. 6. 9. 12. 15.	
	2. 4. 6. 8. 10.	
Sesquiquarti.	5. 10. 15. 20.	
	4. 8. 12. 16.	
Sesquitertii.	4. 8. 12. 16. 20. 24.	
	3. 6. 9. 12. 15. 18.	
Sesquiquīti.	6. 12. 18. 24. 30. 36.	
	5. 10. 15. 20. 25. 30.	

Alīꝰ modꝰ facilioꝛ.

Alii vero facilius hāc secūdā regulam protulerūt dicētes ꝙ habitis ex prima regula primis exemplis ꝓportiōis superparticularis cuiuscūqꝫ:si illi numeri duplentur erūt scdi in illis ꝓportionibꝰ.& si triplentur erunt tertii:& si quadruplent̄ erunt quarti:vt pꝫ in exemplis prædictis. Omniū autem superparticularium proportionum hæc vnica est & notanda ꝓprietas. ꝙ cuiuslibet superparticularis proportionis in oīnibus exēplis suis seriatim sumptis primus dux primū comitē sola vnitate superat:& secūdus secundū binario: tertius tertiū ternario.& sic cōsequenter ꝓcedēdo ꝑ numeros naturalis ordinis.vocamus aūt in hoc capitulo & in oībus sequētibus illos nūeros duces qui sunt maiores in suis ꝓportionibus:minores vero comites.exēpla huius ꝓprietatis iam posita sunt in generatione istarum specierum.

ꝓprietas vnica.

¶Caput tertiū de ꝓportione suppartiente & speciebus & ꝓprietatibus eius.

Superpartiens ꝓportio quid sit.



ROPORTIO superpatiens:est numerus maior qui ad alīū minorē comparatus ipsum totū semel & plures eius partes aliquotas eiusdem denominationis:ex quibus tm̄ non fiat vna pars aliquota:cōtinet,vt.5.ad.3.vel.9.ad.7.&c. vocamus autem plures partes aliquotas eiusdem denominationis vt plures medietates:vel plures tertias:aut plures quartas &c.dicimus etiam notanter ex quibus nō fiat vna pars aliquota:quia in tali casu illa ꝓportio reduceret̄ ad superparticularem & nō esset superpartiens, vt si maior numeriꝰ cōtinet minorem & duas quartas eius esset illa ꝓ

portio sesquialtera: quia duæ quartæ sunt vna medietas. similiter si maior nūerus continet minorē & tres nonas eius illa esset ꝓportio sesquitertia: quia tres nouenæ sunt vna tertia pars totius, Huius generis hæ duę sunt notabiles ꝓprietates ex nono libro arithmetices iordani requirendæ. Prima est ꝙ omnis superpartiens ꝓportio habet post se aliam maiorem superpartientem sub eadem partium denominatione. vt superbipartiens habet post se supertripartientem & illam sequitur superquadripartiens: deinde superquinpartiens &c. quæ semper augentur retenta eadē denominatione. nam in hoc genere tanto proportio est maior quanto a maiori numero partium denominantur si earum denominatio sit eadem & similis, vt maior proportio est supertripartiēs septimas ꝫ superbipartiens septimas, & adhuc maior est quę sequit̄ super quadripartiēs septimas: & sic de aliis.

Due eius ꝓprietates i. ꝓprietas.

2. ꝓprietas

Secunda ꝓprietas: oēs suppartiētes proportiones: idest oēs species subalterne huius generis consurgūt ex naturali serie impariū sumpto initio a quinario: quib⁹ subscribant̄ omnes numeri tam pares ꝫ impares in naturali serie sumpto initio a ternario: vt. 5. ad. 3. est superbipartiens ꝓportio. 7. ad quatuor supertripartiens. 9. ad, 5. supraquadripartiēs: & sic de aliis: sed hæc numerorū forma: nō omnes species specialissimas superpartientes explicat: ideo aliter inuestigāda est huius generis ramificatio. Diuidit̄ ergo superpartiēs ꝓportio primo per infinitas species subalternas ex nūero partiū acceptas. hæ sunt superbipartiens, supertripartiēs, superquadripartiens &c. Est aūt ꝓportio superbipartiens numerus maior continēs minorem & duas eius partes aliquotas eiusdē denominationis ex quibus non fit vna pars aliquota, vt. 5. ad. 3. vel. 9. ad. 7. &c. Supertripartiens ꝓportio tres tales partes aliquotas superaddit, vt. 7. ad. 4. vel. 8. ad. 5. &c. Superquadripartiēs quatuor, vt. 9. ad. 5. vel. 11. ad. 7. & sic deinceps per infinitas species. Quęlibet aūt prædictarum specierū quia subalterna iterum diuidit̄ per infinitas species specialissimas variatas ex denoīatione partium, vt proportionis superbipartientis: hæ sunt species athomæ, superbipartiens tertias, superbipartiens quintas, superbipartiens septimas: & sic ꝓcedendo per numeros impares in infinitum. Item ꝓportionis si pertripartientis hæ sunt spēs specialissimæ supertripartiens quartas supertripartiens quintas, suptripartiens septimas &c. Eodē modo ꝓcederet̄ in diuidendis aliis speciebus subalternis huius generis: dūmodo obseruet̄ hæc cōditio ꝙ prima species specialissima cuiuslibet subalterni habeat denoīationem partiū sola vnitate maiorē numero earundē partium vt sit superquadripartiēs quintas, supquipartiēs sextas, supersexpartiēs septimas &c. Progñatione aūt vel inuētione nūeroꝝ qui ad singulas species hmōi ꝓportionum ptinent. hæc vnica regula & facillima ponit̄. ꝙ ꝓposita qualibet hmōi specie specialissima: primus comes ei⁹ statuat̄ nūerus denoīationis partiū: cui si addant̄ tot vnitates quotus est nūerus illarū partiū: ꝓtinus cōsurget prim⁹ dux illi⁹ ꝓportionis: vt si ꝓponat̄ ꝓportio supbipartiens tertias: primus comes est ternari⁹: cui additis duab⁹ vnitatib⁹ cōsurgit quinari⁹ prim⁹ dux illi⁹ ꝓportiōis. nā. 5. cōtinet. 3. & duas vnitates q̄ sunt duæ tertiæ ternarii, & si ꝓponat̄ superbipartiens quintas: primus comes erit. 5. & primus dux. 7. superaddens duas vnitates. eodē modo in supbipartiente septimas: primus comes est. 7. & prim⁹ dux. 9. & sic de aliis oībus specieb⁹ huius primi generis. Itē si ꝓponat̄ ꝓportio super tripartiēs quartas: prim⁹ comes erit. 4. & prim⁹ dux. 7. qa addit tres vnitates q̄ sunt tres quartæ quaternarii, sic in proportione supertripartiente quintas primus comes est. 5. & prim⁹ dux est. 8. & sic de aliis speciebus huius gñis. Eodē modo ꝓcedi pōt ꝓ hanc regulā in singulis speciebus alioꝝ generū sequentiū in hmōi ꝓportionibus. Habitis aūt primis numeris cuiuslibet speciei taliū ꝓportionum: secundi & tertii & quarti in eisdem ꝓportionibus per continuā multiplicationem eorum facile inuenitur: vt eis duplatis fient secundi, triplatis tertii, quadriplatis quarti: & sic deinceps sine fine. est enim regula verissima ꝙ multiplicium & submultipliciū numerorum eadem & similis est proportio. vnde per hanc viam qui vellet procedere: faceret plures series numerorum quæ essent exempla istarum specierum: sed hæc lectorum ingenio pariter & exercitio describenda relinquimus.

Suppartiētis species infinite.

Superbipartiens.

Suptripartiens.

Superquadripartiēs.

Superbipartientis spēs infinite.

Suptripartientis spēs infinite.

Proprietas vnica.

Generatio talium specierum.

Regula verissima.

¶Caput quartū de multiplici ſuperparticulari & eius ſpecieb⁹ & ꝓprietatibus.



VLTIPLEX ſupparticularis ꝓportio eſt maior nūerus cōtinēs minorē totū pluries & vltra vnā tm̄ ei⁹ partē aliquotā, vt.5.ad.2.nā binari⁹ pluries cōtinet in quario: qa bis & remanet adhuc vnitas q̄ eſt medietas binarii. Similiter ſe hn̄t.7.ad.3.&.9.ad.4.&c. Huius gn̄is hęc vna ponit ꝓprietas ad nonum librū iordani ptinēs: ꝙ multiplices ſupparticulares cōtinue naſcātur ex iparib⁹ ſuo ordine a quario ꝓcedētib⁹. Hui⁹ rō eſt. qa ante quinariū null⁹ eſt numerus taliter excedēs ſuos minores p̄cedētes. poſt quariū aūt cōtinue ſequunt ipares tali ter ꝓportiōabiles ad ſuos īferiores. Diuidit aūt hoc gen⁹ prio p īfinitas ſpēs ex pte multiplicis variatas q̄ ſunt: dupla ſupparticularis tripla ſupparticularis &c. q̄ ſic diffiniuntur. Dupla ſupparticularis ꝓportio eſt nūerus maior cōtinēs minorē totū bis & vnā ei⁹ ptē aliquotā, vt.5.ad.2.&.7.ad.3.&c. Tripla ſupparticularis eſt maior nūer⁹ cōtinēs minorem integrū ter & vnā ei⁹ ptē. vt.7.ad.2.&.10.ad.3.&c. Quadrupla ſupparticularis ē maior nūerus cōtinēs minorē q̄ter & vnā ei⁹ ptē aliq̄tā, vt.9.ad.2.&.13.ad.3.&.17.ad.4. & ſic ꝑſequēter diceret de oīb⁹ aliis ſpecieb⁹ ſubalternis. Quaꝝ q̄libet iterū diuidit ꝓ īfinitas ſpēs ſpecialiſſimas variatas ex denoīatiōe ptis aliq̄tæ: q̄ ꝓcedūt ſm naturalē ordinē numeroꝝ: vt ſuper⁹ dicebat in cap̄.2.hui⁹ tractat⁹. ſic dicēdo. dupla ſeſqualtera: dupla ſeſqtertia: dupla ſeſquiquarta &c. Simil'r tripla ſeſquialtera, tripla ſeſqtertia: tripla ſeſquiq̄rta. Item quadrupla ſeſquialtera, quadrupla ſeſquitertia, q̄drupla ſeſquiquarta &c. quarū ſpēr⁹ diffinitiōes ex ꝓximo dictis ſubalternis: & ex diffinitionib⁹ ſecūdi cap̄. nuper allegati facile quis colligere pōt. Generant aūt ſiue iueniunt nūeri oīm iſtaꝝ ſpērū hac vnica regula obſeruata. ꝙ in q̄libet ſpecie prim⁹ comes ſemp eſt nūer⁹ denoīationis ptis aliquotæ. q̄ duplato vel triplato aut quadruplato ſm exigētiā ſpeciei ſubalternæ ꝓpoſitę, & vnitate ſupaddita: reſultat prim⁹ dux talis ꝓportiōis: vt dupla ſeſqaltera ꝓcedit ex binario duplato & vnitate appoſita, vt.5.ad.2, dupla ſeſquitertia orit a ternario duplato cum vnitate, vt.7.ad.3.& ſic de aliis ſpēbus huius ſubalterni. Simil'r tripla ſeſquialtera fit ex binario triplato cū vnitate, vt.7.ad.2. tripla ſeſquitertia ex ternario triplato adiuncta etiā vnitate, vt.10.ad.3. tripla ſeſquiq̄rta ex quaternario triplato & vnitate, vt.17.ad.4.& ſic de aliis ſpēbus/ tā ſubalternis q̄ſ ſpecialiſſimis fiat ꝓceſſus ſine fine. Habitis aūt primis nūeris cuiuſlibet ꝓportiōis prædictæ ꝑ cōtinuā eorū multiplicationē. i. duplationē triplationē &c. inuenient ſecūdi nūeri & tertii & quarti in eiſdē ſpeciebus ꝓportionū, & ſic cōſequēter in infinitū, & poſſet qui vellet hic formulas iſtarū proportionū ex dictis facile deſcribere.

Multiplex ſupparticularis ꝓportio quid ſit

Ꝓpꝛietas vnica

Hui⁹ gn̄is ſpēs īfinite.

Dupla ſupptic̄laris.

Tripla ſupptic̄laris.

Quadrupla ſuppar ticularis.

Spēs iſte ſubdiuidūtur in alias ſpecies infinitas.

Modū generationis earum.

¶Caput quintū de multiplici ſuperpartiēte & ſpeciebus & ꝓprietatibus eius.



VLTIPLEX ſuppartiēs ꝓportio eſt numer⁹ maior minorē totū cōtinens pluries: & cū hoc plures ei⁹ ꝑtes aliquotas eiuſdē denoīatiōis ex quib⁹ nō fit vna ꝑs aliq̄ta. vt.8.ad.3.&.11.ad.4.&c. Hui⁹ gn̄is hęc vnica ꝓprietas ē, ꝙ multiplices ſuppartiētes ab octonario principiū hn̄t: deīde ꝑ alios nūeros mō pares/ modo īpares ſubſequunt & generātur. Cui⁹ rō eſt: qa āte octonariū null⁹ eſt dabilis nūerus talē ꝓportionē hn̄s ad aliquē minorē p̄cedētiū: & tm̄ poſt ipm̄ m'lti & infiniti ſequunt nūeri i quib⁹ hmōi ꝓportiōes iueniunt. Diuidit aūt hoc gen⁹ tripl'r in ſpēs. Prio i ſubalternas īfinitas variatas ex ꝑte m'ltiplicis: vt dupla ſupptiēs/ tripla ſupptiēs/ q̄drupla ſupptiēs &c. q̄ ſic diffiniunt. Dupla ſupptiēs ꝓportio ē nūer⁹ maior cōtinēs mīorē totū bis & plures ꝑtes ei⁹ aliq̄tas ex qb⁹ nō fiet vna ꝑs aliq̄ta. cōſimil'r diceret de aliis ſubalternis ſequentibus. Secūdo diuidit q̄libet ſpēs ſubalterna per infinitas ſpēs variatas ex numero partiū, vt dupla ſuperbipartiēs, dupla ſupertripartiens. dupla ſuperquadripartiens &c. Itē tripla ſuperbipartiēs, tripla ſupertripartiēs &c. Similiter quadrupla ſuperbipartiēs, q̄drupla ſupertripartiēs &c. quarū ſpecierū facile darent diffinitiōes ſic. Dupla ſuperbipartiēs ꝓportio eſt maior numer⁹ cōtinēs minorē bis & duas eius partes aliquotas nō faciētes vnā aliquotam, & ſi excreſcerēt tres tales partes eſt dupla ſupertripartiēs, & ſi quatuor: dicit dupla ſuperquadripartiēs, eodē modo diffinirent aliæ oīnes ſpēs ſupradi-

Multiplex ſuppartiēs quid ſit.

Ꝓpꝛietas eius.

Hui⁹ gn̄is ſpēs īfinite.

Dupla ſupbipartiens

Eius ſpēs infinite.

Eiusſ pecies ĩfinitę.

ctæ. Tertio quęlibet ꝓximo dictarū ſpecierū ſubalternarū diuidit̃ ꝑ infinitas ſpecialiſſimas variatas ex denoīationib⁹ partiū, vt dupla ſupbipartiens tertias: dupla ſupbipartiens quintas: dupla ſupbipartiēs ſeptimas &c. Itē dupla ſuptripartiēs quartas, dupla ſuptripartiens qntas vel ſeptimas &c. Itē dupla ſuperq̄dripartiens qntas, vel ſeptimas &c. Similiter tripla ſupbipartiēs tertias, qntas vel ſeptīas &c. Itē tripla ſuptripartiēs q̄rtas, vel qntas &c. Itē tripla ſupq̄dripartiēs qntas vel ſeptīas &c. Simil̃r q̄drupla ſupbipartiēs tertias, vel qntas, vel ſeptīas &c. Itē q̄drupla ſuptripartiēs q̄rtas vel qntas &c. Item q̄drupla ſupquadripartiēs quītas: vel ſeptimas &c. Quaꝝ ſpērū diffinitiōes facile ex dictis īgeniari pñt hoc mō. Dupla ſupbiptiēs tertias ꝓportio eſt nūerus maior cōtinēs minorē totū bis & duas partes ei⁹ q̄ ſunt duæ tertiæ minoris, vt. 8. ad. 3. & ſi ſint duæ qntæ eſſet dupla ſupbiptiēs quītas, vt. 12. ad. 5. & ſi duæ ſeptimę/eſſet dupla ſupbipartiens ſeptimas, vt. 16. ad. 7. &c. Sil̃r diffiniret̃ aliarū ſpēꝝ ꝑdenoīatarū vnaq̄q⁹. Qui aūt vellet īuenire cuiuſlibet ſpeciei ex ꝑdictis nūeros primos hac vtatur regula facillima. Cuiuſlibet ꝓportiōis multiplicis ſuperpartiētis ī ſpecie ſpecialiſſima. prim⁹ comes eſt nūerus denoīatiōis partiū, q̄ vltimo ꝓfert̃ in illa ſpē: deīde ſi ille duplet̃/aut triplet̃/aut quadruplet̃ fm cōditionē ſpeciei ſubalternæ primo diuiſæ: & tertio tot vnitates addant̃ quot⁹ ē nūerus partiū ſignificat⁹ ī ſpecie ſubalterna ſecūdo loco diuiſa: reſultat prim⁹ dux talis ꝓportiōis, vt ſi ꝓponat̃ tripla ſupbiptiēs ſeptimas: prim⁹ comes eſt. 7. q̄ triplato fiūt. 21. & additis duab⁹ vnitatib⁹ conſtat. 23. q̄ eſt prim⁹ dux talis ꝓportiōis: & ſic fiat in oībus aliis ſpēb⁹ ſine exceptiōe. Et tūc primis illis numeris duplatis/aut triplatis/aut q̄druplatis/aut aliter multiplicatis ꝓueniēt ſecūdi/ & tertii/ & quarti nūeri in eiſdē ꝓportionib⁹: & ſic de aliis multis. Vñ ptꝫ mod⁹ deſcribēdi formulas iſtarū ſpecierū: ſi qs vellet eas facere. Sed qa multi ſunt īpediti & tardi īgenio ad faciēdas ſupradictas ꝓportionū formulas: quas arbitrio eoꝝ reliqmus in caꝑ. ꝑcedētibus: decreuim⁹ hic addere quādā nūeroꝝ formā quadratā, q̄ oīb⁹ aliis formulis & factis & faciēdis çqualeat: atq⁹ ī ea oīꝫ ꝓportionū inçqualitatis nūeri exēplares valeāt īueniri, q̄ magna forma ꝑ lōgitudinē ſuā a ſiniſtra in dexterā habeat ī prima linea naturalē ſerīē numerorū ab vnitate. ſecūda linea ſub ea īcipiat a binario ꝑ cōtinuā ei⁹ additionē ꝓcedēs. tertia linea incipiēs a ternario cōtinue per additionē eius ꝓcedit, quarta per quaternarios, quinta per quinarios &c. Donec tot ſiant lineæ ſubſcriptæ quot ſunt numeri in prima linea, ſicq⁹ euadet forma quadrata omnium laterum æqualium ad hunc modum.

Tripla ſupbipartiens.

Quadrupla ſupbipartiens.

Dupla ſupbipartiens tertias.

Modus generationis harum ſpecierum.

Longitudo tabulæ.

Latitudo tabulæ

Exemplar omniū ꝓportionū numeralium.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48	51	54	57	60
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60	64	68	72	76	80
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72	78	84	90	96	102	108	114	120
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84	91	98	105	112	119	126	133	140
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96	104	112	120	128	136	144	152	160
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108	117	126	135	144	153	162	171	180
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200
11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132	143	154	165	176	187	198	209	220
12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144	156	168	180	192	204	216	228	240
13	26	39	52	65	78	91	104	117	130	143	156	169	182	195	208	221	234	247	260
14	28	42	56	70	84	98	112	126	140	154	168	182	196	210	224	238	252	266	280
15	30	45	60	75	90	105	120	135	150	165	180	195	210	225	240	255	270	285	300
16	32	48	64	80	96	112	128	144	160	176	192	208	224	240	256	272	288	304	320
17	34	51	68	85	102	119	136	153	170	187	204	221	238	255	272	289	306	323	340
18	36	54	72	90	108	126	144	162	180	198	216	234	252	270	288	306	324	342	360
19	38	57	76	95	114	133	152	171	190	209	228	247	266	285	304	323	342	361	380
20	40	60	80	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280	300	320	340	360	380	400

In hac igitur forma quælibet linea ad primā cōparata eſt ꝓportio multiplex, vt ſecūda linea ad primā eſt dupla.tertia tripla.q̄rta q̄drupla, & ſic ꝑ oēs ſpēs multiplicitū ꝓportionū.Itē dimiſſa prima linea q̄libet aliarū ſeq̄ns ad ſuā ꝓximo p̄cedentē eſt ſupparticularis ꝓportio,vt tertia ad ſecūdā eſt ſeſquialtera.q̄rta ad tertiā ſeſquitertia.qnta ad quartā ſeſquarta,& ſic deīde ꝑ oēs ſpēs ſupparticularitū. Itē quinta linea ad tertiā,vel ſeptima ad qntā,vel nona ad ſeptimā,& ſic cōſequēter ꝑ oēs īpares: oſtendēt ſingulas ſpēs ſupbipartiē tis ꝓportiōis.Similiter ſeptima linea ad quartā:& octaua ad quintā,& decima ad ſeptimā &c.declarāt ſpēs ſuptripartiētis.Simil'r nona linea ad quintā,& vndecima ad ſeptimam,& tredecima ad nonā &c.explicāt ſingulas ſpēs ſuꝑ quadripartiētis. & ſic ꝓcedi pōt ad oēs ſpēs tertii generis q̄ eſt ꝓportio ſuperpartiēs.Itē referēdo quintā lineā ad ſecūdā, vel ſeptimā ad tertiā,vel nonā ad quartā,vel vndecimā ad quintā &c ꝑ additionē binarii:habebimus oēs ſpēs duplicis ſupparticularis.Simil'r cōparādo ſeptimā lineā ad ſecūdā.vel decimā ad tertiā,vel tredecimā ad quartā &c.ꝑ additionem ternarii:īueniem⁹ oēs ſpēs triplę ſuperparticularis.Simil'r ſi cōparemus nonū ordinē ad ſecūdū, & tredecimū ad tertiū,& decimūſeptimū ad quartū &c.ꝑ additionē quaternarii: oſtendem⁹ oēs ſpēs quadruplicis ſuperparticularis,& ſic cōſequenter ꝓcederet̄ per oēs ſpēs multiplicis ſuperparticularis q̄ erat quartū gen⁹ ꝓportiōis inęqualitatis. Tandē ad habēdas ſingulas ſpēs ſpecialiſſimas quinti generis qđ eſt multiplex ſuppartiēs.cōparare oportet alias lineas ad alias in p̄dicta forma.nā octaua linea ad tertiā,& vndecima,& quartadecima,& decimaſeptima.ad eande tertiā & ſic cōſequēter ꝑ additionē ternarii aliæ multę:exhibēt nūeros ſingularū ſpērum multiplicis ſupbipartiētis tertias,vt duplā, triplā &c.Sil'r ſi ad quintā lineā duodecima & decimaſeptīa,& vigeſimaſecūda: & cæterę ꝑ additionē qnarii referātur:oſtendūt oēs ſpēs multiplicis ſuperbipartiētis quintas,vt duplā,triplā &c. Simil'r ad quartā lineā referendo vndecimā/& decimāquintā/& decimānonā &c.per additionē quaternarii:habem⁹ ſingulas ſpēs multiplicis ſupertripartiētis quartas.Simil'r ſi ad quintā lineam tredecima,& decimaoctaua/& vigeſimatertia &c.ꝑ additionē quinarii:erūt oēs ſpecies multiplicis ſupertripartientis quintas,vt dupla tripla &c.Eodē modo ſi ad ſeptimā lineam decimaſeptima:& vigeſimaquarta/& trigeſimaprima &c.per additionē ſeptenarii referant̄:oſtendēt ſingulas ſpecies multiplicis ſupertripartientis ſeptimas,vt duplam triplam &c. Conſimiliter ſi ad quintam lineam comparemus quartamdecimam,& decimānonam, & vigeſimamquartam &c. Per additionē quinarii habebimus ſingulas ſpēs ſuperquadripartiētis quintas, vt duplam triplam &c. Itidem ſi ad ſeptimam lineam referat̄ decimaoctaua, & vigeſima quinta,& trigeſimaſcđa &c.Per additionē ſeptenarii apparebūt oēs ſpēs ꝓportiōis multiplicis ſupquadriptiēs ſeptīas,vt duplā triplā &c.Patet ergo ꝙ p̄dicta numerorū forma ſi bene in longū & latū augeat̄: facile intuētibus demōſtrabit oīm ꝓportionū etiā ſpecialiſſimarū numeros.vnde arguit̄ maxima ei⁹ vtilitas pariter atq̄ dignitas,quapropter nō indignū duximus ei⁹ notabiles ꝓprietates hic apponere/& ſunt numero quinq̄.Prima ꝓprietas ꝙ oēs numeri in hac forma diametraliter aut diagonaliter a primo angulo ad tertiū deſcendētes ſunt numeri quadrati.nā quilibet eorū reſultat ex multiplicatione duorū æqualitū adinuicē de qbus paulopoſt dicem⁹. Secūda ꝓprietas. Q⁹ numeros q̄dratos in hac forma circundāt alii nūeri dicti lōgilateri aut altera ꝑte lōgiores:qui fiūt ex ductu numerorū inęqualiū ſed ꝓximoꝝ in naturali ordine ad ſeipſos. Circūdātes dicunt̄ numeri poſiti ſub & ſupra vel dextrorſum & ſiniſtorſum ad aliquē quadratū, vt circa.9. ſunt.6.& 12.&c.Tertia ꝓprietas. Q⁹ duplato quodlibet numero puadrato atq̄ ſuperadditis ei duobus circūdantib⁹ lōgilateris: reſultat inde alius numer⁹ quadratus, vt duplato quaternario ſupadditiſq̄ binario & ſenario lōgilateris fiunt.16.qui etiā eſt quadrat⁹.Quarta ꝓprietas.ꝙ additis duob⁹ q̄dratis ꝓximis ſimul cū duplo lōgilateri cōmunis: iterum reſultat nūerus q̄drat⁹ vt additis ſimul.4.&.9.cū duplo ſenarii fiūt.25.q eſt numer⁹ quadrat⁹. Quinta ꝓprietas.Q⁹ in hac tota forma quadrilatera & in q̄libet eius parte quadrata duo anguli oppoſiti in ſeipſos ducti ꝓducunt ęqualē ſummā aliis duob⁹ angulis oppoſitis in

Multiplex.

Supparticularis.

Superpartiens.

Multiplex ſuperparticularis.

Multiplex ſuppartiēs.

Superbipartiens.

Supertripartiens.

Supquadripartiēs.

Supradicte formę ꝓprietates.

Prima ꝓprietas.

Secūda ꝓprietas.

Tertia ꝓprietas.

Quarta ꝓprietas.

Quinta ꝓprietas.

se ductis, vt semel. 400. est idē qđ vigesies. 20. & ter. 15. faciunt. 45. sicut nouies. 5. similiter septies. 40. sunt. 280. sicut decies. 28. & sic de aliis multipliciter exemplis. Hactenꝰ igit̄ de oībus generibꝰ & speciebus ꝓportiōis maioris inęqualitatis. qbꝰ totidē correspondēt: vt diximꝰ diuersitates minoris inęq̄litatis. Nā sub multiplicis ꝓportiōis spēs sūt subdupla subtripla/subq̄drupla &c. Species subsupticularis sunt subsesqualtera/subsesquitertia/ subsesqquarta &c. Species subsuppartietis ꝓportiōis sunt subsupbipartiēs: subsuptriptiēs subsuperq̄dripartiēs &c. Spēs submultiplicis suppparticularis sunt subdupla sesqualtera: sesqtertia: sesqquarta &c. Itē subtripla/sesqualtera/sesqtertia &c. Itē subq̄drupla sesqualtera/sesquitertia &c. Species vno submultiplicis suppartietis sunt subdupla supbipartiēs/suptripartiēs/superq̄dripartiēs &c. Itē subtripla supbipartiēs/suptripartiēs &c. Itē subq̄drupla superbipartiēs suptripartiēs/superq̄dripartiēs &c. & q̄libet istarū specierū diuidit̄ adhuc ꝓ infinitas secundū varias denominationes partium: sed hæc oīa statim cuilibet nota sunt.

Minoris inęqualitatis spēs nominantur.

¶ Caput sextum de origine ꝓportionum inæqualitatis ab æqualitatę.

Cōparatio proportionum.

POST p̄missa cōsideratiōe dignū videt̄ ostēdere qūo oēs inęqualitatis spēs ab æqualitatis primordiis ꝓcreant̄. noticia. n. cōparatiua speciex alicuiꝰ gn̄is post notitiā singularē earūdē multū cōferre solet ad clariorē ipsarū intelligētiā: quēadmodū porphiriꝰ circa ꝓdicabilia fecisse cōperit̄: post singulorū declaratiōes addēs qnqꝫ ꝓdicabiliū cōparatiōes. Q̄ aūt oīs inęq̄litas ab æq̄litate ꝓcedat rōnabile est, sicut. n. vnitas se hꝫ ad nūeros oēs: sic se habet ęq̄litas ad ꝓportiones oēs: qa aliarū oīm origo est & mater. deinde inter gn̄a iequalitatū etiā ordo originis obseruat̄, qa inęqualitatū prima est multiplicitas: ex qua imediate orit̄ superparticularis, deinde ex superparticulari superpartiēs: itē ex superparticulari multiplex superparticularis. denicꝫ ex superpartiēte multiplex superpartiēs. Sed hoc est intelligēdū obseruato tali ordine: quod ex prima specie gn̄is p̄cedētis: ꝓcreat̄ prima species generis subsequētis, & ex secunda secūda, & ex tertia tertia. & sic de aliis: quod verū est in oībus generibus proportionū sese consequētibus ordine suppositō. ergo de primo ad vltimū per media cōtinue ordinata: ex ęqualitate oritur oīs inęqualitatis species. Pro ista aūt successiōe originis ꝓportionū hæc vnica regula & infallibilis sufficere potest. ꝙ descriptis tribꝰ æq̄libꝰ numeris qbuscūqꝫ in vna serie: subscribat̄ numero primo alius nūerus sibi æqualis. deinde sub secūdo superiore scribat̄ nūerus alius cōpositus ex primo & secundo superioribus. deniqꝫ sub tertio æqualiū scribatur alius numerus aggregatꝰ ex primo æqualium & ex secundo duplato & ex tertio simplici. per talem ergo modum subscribendi ex tribus ęqualibus crescunt alii tres in proportione dupla continuati: & ex tribus duplis simili modo subscriptionis: oriuntur alii tres in proportione tripla sese consequētes, & ex tripla quadrupla, & sic cōsequenter per oēs multiplices, vt clare ostendere pōt hæc forma.

Ordo proportionum

Origo proportionum ordinata.

Origo multiplicium.

Origo supparticularium.

1. 1. 1.		
1. 2. 4		
1. 3. 9.		
1. 4. 16		

Similiter permutato ordine numerorū multiplicium: ita ꝙ maiores numeri præscribātur minoribus: ꝓ eandē artē subscribēdi ex dupla ꝓportiōe triū nūerorū cōtinua orit̄ sesquialtera: & ex tripla sesqtertia: & ex q̄drupla sesqquarta, & sic ꝓ oēs alias spēs superparticulariū ꝓportionū erit cōtinua gn̄atio ex multiplicibus: vt hic.

Origo suppartientiū.

4. 2. 1.	9. 3. 1.	16. 4. 1.
4. 6. 9.	9. 12. 16.	16. 20. 25.

Item permutatio ordine superparticulariū proportionū oriūtur suo ordine singulæ spēs superpartientiū ꝓportionū, vt ex sesquialtera superbipartiēs, & ex sesqtertia supertripartiēs &c. vt patet hic.

Origo multipliciū supparticularium.

9. 6. 4.	16. 12. 9	25 20. 16.
9. 15. 25	16. 28. 49	25. 45. 81.

Eodē modo subscribendi ex superparticularibus non permutatis sed ordine suæ originis descriptis: nascuntur multiplices superparticulares seriatim, vt ex sesquialtera dupla sesquialtera, & ex sesquitertia dupla sesquitertia &c. vt clare ostendit hæc forma.

Origo multipliciū suppartiētium.

4. 6. 9.	9. 12. 16.	
4. 10. 25.	9. 21. 49.	

Tandem ex superpartiētibus numeris eo ordine quo geniti sunt descriptis: per eādē artē subscribēdo ꝓcedūt multiplices superpartientes singulas spēs singulis cōparando: ita ꝙ ex superbipartiente nascit̄ dupla superbipartiens: & ex supertripartiente dupla supertripartiens &c. vt hic per tria exempla.

9. 15. 25. | 16. 28. 49. | 25. 45. 81. | Relinquitur ergo ex dicto proceſſu veram eſſe regulam ſupradictam de continua origine
9. 24. 64. | 16. 44. 121. | 25. 70. 196. | proportionum ab æqualitate vſq; ad vltimam inæqualitatem.

¶ Caput. 7. de reſolutione oim ꝓportionū inæqualiū vſq; ad æqualitatem.

VIA vero ſicut ī naturalib⁹ ita & ī mathematicis: oīs res ex qb⁹ cōponit̄ ī eadē reſoluit̄: cōſequēs ergo erit oēm īequalitatē ꝑ cōtinuas reductiōes vſq; ad æq̄litatē ꝓducere: q̄ten⁹ fortiori argumēto certiſſimū relinquam⁹ qđ de primatu æq̄litatis ad oēm aliā ꝓportionē p̄libauim⁹. Et ī hac ꝓportionū reductiōe eadēvia eiſdēq; paſſib⁹ ſicut ꝓgreſſi ſum⁹ regrediemur. ſ. vnāquāq; inęq̄litatis ꝓportionē ad eā reducēdo: a qua ꝓceſſerat ꝑ doctrinā capituli p̄cedētis. Hāc vero ꝓportionū reſolutionē ēt vnica hac regula cōpr̄hēdim⁹. q̄ deſcriptis trib⁹ numeris īæqualib⁹ ī qualibet ꝓportiōe colligatis: ſi primo nūero ſubſcribat̄ ali⁹ ſibi æqualis, & ſecundo ſupponatur reſiduū ſubtractionis primi a ſecundo ſupiore: ſub tertio vero numero ſcribat̄ ille numerus q remanet ſubtractis primo ſimplici & ſecūdo inferiore duplato a tertio ſuperius deſcripto: per hanc ergo artem ſubſcribendi proportio dupla reducetur ad æqualitatem: & tripla ad duplā: & quadrupla ad triplā: vt patet hic. 1, 4. 16
In ꝓportionib⁹ vero ſupparticularib⁹ ſeſqualtera reſoluit̄ in duplā: & ſeſqtertia 1. 3. 9.
ī triplā: & ſeſq̄rta ī q̄druplā, vt clare oñdēt exēpla ſupioris c̄p̄. reppetita vt hic 1. 2. 4
4. 6. 9. | 9. 12. 16. | Similiter in proportionibus ſuperpartientibus redu- 1 1. 1.
4. 2. 1. | 9. 3. 1. | cūtur omnes ſpecies ordinate ad ſuperparticulares. vt ſuperbipartiens ad ſeſquialteram. ſupertripartiens ad ſeſquitertiam & cetere, vt hic.
9. 15. 25. | 16. 28. 49. | Pariformiter multiplices ſuperparticulares reſoluunt̄ ordinate ad
9. 6, 4. | 16. 12. 9. | ſuperparticulares a qbus oriebant̄. ſ. dupla ſeſqualtera: ad ſeſquialteram: & dupla ſeſquitertia ad ſeſquitertiā: & ſic de aliis vt mōſtrant exēpla ſequentia.
4. 10. 25. | 9. 21. 49. | 16. 36. 81. | Poſtremo ſingulæ ſpecies multiplicium ſuper-
4. 6. 9. | 9. 12. 16. | 16. 20. 25. | partientium reſoluuntur per eandem artē ad ſpecies ſuperpartientium a quibus oriebantur, vt dupla ſuperbipartiens ad ſuperbipartientem, & dupla ſupertripartiens ad ſupertripartientem & cetera, vt hic.
9. 24 64 | 16 44 121 | Patet ergo quā vniformiter ſe habet in ꝓportionibus: ſiue pro
9. 15. 25. | 16 28. 49. | greſſus ab æqualitate: ſiue regreſſus ad eandē ꝑ gradus medios inter extrema: q̄ ſunt prima æqualitas & maxima īæqualitas ſi eſſet dabilis ī nūeris. Quia tamen ordo ſupradictus faciens ꝓportiones multiplices ꝓximiores æqualitati tā in ꝓgreſſu q̄ in regreſſu: videt̄ rationi cōtrari⁹: (quia maiores īequalitates ſunt multiplices q̄ ſuperparticulares, vt duplam q̄ ſeſquialtera/ & triplā q̄ ſeſqtertia &c. ideo videnť magis ab æqualitate diſtare q̄ ſupparticulares) ad ſatiſſaciendū huic dubitationi dabim⁹ aliā regulam de origine & reſolutione ꝓportionū inęqualiū ad æqualitatē: quātū ad multiplices & & ſupparticulares dūtaxat: de aliis aūt nō curabimus. Regula hæc eſt. Oīs ꝓportio duoꝝ extremorū nūerorū adinuicē cōponit̄ ex ꝓportionibus illorū extremorū ad mediū vel ad media īter eos repperibilia, ideoq; illa ꝓportio eſt maior qualibet iſtarū ſicut totū ſua parte: ac perinde illa eſt remotior ab æqualitate q̄ iſte partiales. Et quia īter nūeros ꝓportionis multiplicis ſemꝑ eſt dabile mediū hñs ꝓportionē ſupparticularē vnā vel plures ad nūeros extremos: ideo ꝓportio multiplex reſoluitur inſup particularē tanq; in priorē ſe. Modus etiā iſtius reſolutionis talis eſt q ꝓportio dupla (exceptis binario & vnitate) ſemper eſt reſolubilis ī duas prīas ſupparticulares q̄ ſūt ſeſquialtera & ſeſqtertia, qa ſemꝑ īter extrema duplę ꝓportionis eſt dabilis aliquis nūerus medius ad vnū extremū ſeſquialter & ad aliud ſeſquitertius, vt inter. 2. & 4. eſt ternarius ſeſquialter ad. 2. & ſubſeſquitertius ad 4. & ita in oīb⁹ aliis duplis infallibiliter. In aliis vero multiplicibus q̄libet ſequēs ſpecies reſoluit̄ in p̄cedentē multiplicē & in illam ſupparticularem q̄ a tali multiplici naſcitur ſecundū regulā præcedētis capituli: vt tripla reſoluit̄ in duplam & ſeſquialterā, & quadrupla in triplā, & ſeſquitertiam, & ſic de aliis: quia inter oīa extrema triple ꝓportionis dabi-

Modus reſolutiōis ꝓportionum

De multiplici.

De ſupparticulari.

De ſuppartiente.

De multiplici ſuperparticulari

De multiplici ſuperpartiente.

Dubiuꝫ de ordine ꝓportionum ſupradictoꝝ

Alt⁹ ordo multiplicium ⁊ ſupparticularium.

Prima regula.

Secūda regula.

le est mediū tales ꝓportiones obseruans ad extrema, vt inter. 3. & .1. ponitur binarius duplus ad vnitatē, & subsesquialter ad ternariū, & inter. 4. & .1. q̄ sunt extrema q̄druple proportionis: cadit ternarius triplus ad vnitatē: & subsesquitertius ad quaternariū. eodē modo ꝓcederet in oībus aliis exēplis istarū & aliarū ꝓportionū multipliciū. Hic fecissemus finē tractui de ꝓportionib⁹ nūeralib⁹ & toti prīo nr̄æ introductiōis arithmeticæ libro: nisi quorūdā musicorū & platonicorꝝ dubitatio frequens absolui posset ex p̄dictis. q̄rūt em̄ sepi⁹ ꝓposito aliquo numero quot nūeri supparticulares possint cōtinue ad illum sequi in data speciæ illi⁹ generis: vt post binariū quot possunt dari sesquialteri cōtinue sequentes: & post ternarium quot sesquitertii, & post q̄ternariū quot sesquiquarti &c. Huius questiōis solutio ex doctrina p̄cedētis capituli pendet vbi dictū est q ex qualibet specie ꝓportiōis multiplicis ꝓcedit aliqua species ꝓportiōis supparticularis ordine debito, vt ex dupla sesquialtera, ex tripla sesquitertia, ex q̄drupla sesqquarta &c. Nūc aūt ex illa doctrina duo sequunt̄ ad p̄missam q̄stionē respōsiua: primū est q post numerū qui nulli est dupl⁹ nullus sequit̄ sesquialter, quia talis nō habet medietatē, & post numerū q nulli est triplus null⁹ datur sesquitertⁱ⁹ eadē ratione: quia ille nō habet tertiā partē, & similiter post numerū, qui nulli est quadrupl⁹ non dat̄ aliquis sesquiquart⁹. &c. Secundū est q post aliquē numerū duplū tot sesquialteri cōtinue subsequunt̄: quot⁹ ille fuerit inter duplos sup aliquā radicē nō duplā, & tot sesquitertii quotus numer⁹ dat⁹ fuerit iter triplos sup radicē nō triplā, & tot sesqquarti quot⁹ fuerit numerus datus inter quadruplos super radicē non quadruplā, & sic de aliis hmōi nūeris infallibiliter. Vt sup vnitatē q̄ est radix nulli dupla: prim⁹ dupl⁹ est binari⁹, post quē vn⁹ tm̄ reperit̄ sesquialter. s. ternari⁹. secūd⁹ dupl⁹ est quaternari⁹ cōtinuat⁹ post binariū. ad quē sequunt̄ duo sesquialteri. s. 6. & 9. tertius dupl⁹ est octonarius, ad quē sequunt̄ tres sesqalterii. s. 12. 18. & 27. & sic de aliis in infinitum. Eodē modo posset qs ꝓcedere in nūeris duplis sup ternariū, sup quinariū & sup septenariū. &c. q̄ sunt radices non duplæ. Itē sup vnitatē q̄ nulli est tripla prim⁹ tripl⁹ est 3. post quē vnus tm̄ dat̄ sesquitertⁱ⁹. s. 4. secūdus tripl⁹ est. 9. post quē reperiunt̄ duo sesquitertii. s. 12. & 16. tertⁱ⁹ triplus est. 27. post quē dabiles sunt tres sesquitertii. s. 36. 48. & .64. &c. in infinitū. eodē modo posset qs ꝓcedere in numeris triplis sup binariū, quaternariū, quinariū, & alios qui sunt radices nō triplæ. Itē sup vnitatē q̄ nulli est quadrupla prim⁹ quadrupl⁹ est. 4. quē sequit̄ vnus tm̄ sesquiquart⁹. s. 5. secūdus quadrupl⁹ est. 16. qui habet post se duos sesquiquartos. s. 20. & .25. tertⁱ⁹ quadrupl⁹ est. 64. qui post se habet tres sesquiquartos. s. 80. 100. & .125. &c. in infinitū. eodē modo posset procedi super binarium, ternarium, & quinarium, & alios qui sunt radices non quadruplæ: prædictorum sequunt̄ exempla tria, sc̄z insesquialteris sesquitertiis & sesquiquartis.

Incidēs ad ꝓpositum.

Questio.

Prima regula.

Secūda regula.

Primū exemplum.

Secūdum exemplum.

1	2	4	8
An	3	6	12
	gula	9	18
		res.	27

1	3	9	27
An	4	12	36
	gula	16	48
		res.	64

1	4	16	64
An	5	20	80
	gula	25	100
		res.	125

Horum ꝓprietates. 2. 1. ꝓpii.

Harū formarum duæ sunt notādæ ꝓprietates. Prima q̄ qualis est ꝓportio multiplex numerorū prime linee superioris in qualibet figura: talis est & oīm aliarum linearū sub ea descriptarū: vt in prima figura est ꝓportio dupla in oīb⁹ suis lineis. in secūda figura ꝓportio tripla. in tertia quadrupla. Secūda ꝓprietas q nūeri angulares in qualibet dictarū figurarū hm̄t sola vnitate maiorē multiplicitatē q̄ nūeri linearum p̄dictarū, vt angulares prime figuræ sunt tripli. in secūda quadrupli. in tertia quintupli, & sic de aliis oībus. Satis ergo fuerit ex pleno discursu oīm ꝓportiū numeraliū (qui oēs sunt termini de p̄dicamēto ad aliquid sub illo genere sub alterno qđ alias imposuim⁹ sic dictū: ad aliquid scđm quātitatē: & in duas species æquale & inæquale statim diuisim⁹) pueniſſe vsq̄ ad cōtinuationē pluriū ꝓportionū eiusdē speciei in trib⁹ aut quatuor aut plurib⁹ numeris sese cōsequētib⁹, q̄ cōtinuatio ꝓportionalitas appellatur. de qua & specieb⁹ suis ac ꝓprietatib⁹ in sequēti libro secūdo dicturi sum⁹. Sed in fine hui⁹ libri primi. (ne doctrina ista de ꝓportionibus videatur oīno arida & inutilis:) cōmemorabim⁹ ea q̄ sanct⁹ Augustin⁹ pythagoricā simul & platonicā

2. ꝓpii.

Epilogus.

Digressio notanda.

imaginationē sequens in diuino illo opusculo suo de vera religione secreta philosophica pandit: dicēs authoritate Hilarii q̄ ī patre est vnitas: ī filio ęqualitas: & in spūsancto vnitatis æqualitatisq̄ cōnexio: in creaturis aūt oībus inæqualitas: inęqualitatūq̄ varię species reperiunt̄: quia solus dei filius cū spūsancto ab vtroq̄ ꝓcedēte sic genitus est a patre suo: vt esset vera & ꝓpria imago īuisibilis dei primogenit⁹ ante oēm creaturā: vt Paul⁹ apostolus dicit: est em̄ splēdor patris & figura substātię eius adæquās paternā perfectionē in oībus essentialib⁹ pfectionib⁹, qbus duob⁹ p oīa etiā similis est spūsanctus adęquans sui principii a quo ꝓcedit pfectionē, ideo nimirū ponit̄ vnitatis æq̄litatisq̄ cōnexio: dicitur q̄ nexus āborū se ꝓducētiū. Creaturæ vero sic pticipāt diuinas pfectiōes: q̄ nō adęquāt̄ psonis diuinis a qbus ꝓcesserūt: sed lōge ab eis distāt īęqualiter: vnde nō imagines sed vestigia diuinæ trinitatis esse dicunt̄, & si q̄n nomē imaginis sacræ literæ ad creaturas transferūt: ī obliquo nō in recto illā ponūt ad significādā. s. inęq̄litatē. Tale est illud Geneſis. i. Faciam⁹ hoiem ad imaginē & similitudinē nostrā. & illud Ezechielis de āgelo apostatāte a deo: tu signaculū sil'itudinis inqt dei &c. Et sicut imaginatiōe pythagorica essētiæ creaturarū spēbus nūeroꝝ assimilatę sunt: quia gradatim ī suis pfectiōib⁹ ꝓcedūt: sic eadē via spēbus īæqualitatū diuersis cōparari possunt: quaꝝ q̄dā ꝓpri⁹ aliæ vero remoti⁹ accedūt ad æqualitatē diuinarū psonaꝝ, semp tn̄ (vt Aureli⁹ ibidē doctor ꝓsequit̄) creaturaꝝ inęqualitas ad diuinā æq̄litatē quātū est possibile nitit̄ tēdere, vtpote qa oīs ista īęqualitas ab illa sūma æq̄litate ꝓcessit: ideo nimirū sit in eādē si iterū resolubilis: qa vniuersa ꝓpter semetipsum operati⁹ est deus. Hinc fit q̄ hoibus ex inclinatiōe naturali cōuenit vt nihil placeat ī creaturis: qđ nō aliquomō imitet̄ illā sūmā æqualitatē q̄ est dei filius: q̄ verbo dei facta sunt oīa. Et adducit Augu. ibi exēplū de fenestris arcualib⁹: q̄ si duæ solæ iæquales iuxta seipas positæ sint: statim ītuitū aspiciētiū offendūt displicētq̄ hoibus: ꝓpter defectū æqualitatis q̄ nulla est. Si vero tres tales vel plures fenestræ simul ponant̄ gradatim īęquales: vel duæ laterales minores iuxta mediā maiorē: statim placet illa structura fenestrarū: qa ibi est aliqđ vestigiū æqualitatis. nā inter fenestras īęquales sunt ꝓportiones æquales. s. relatis extremis ad mediā. Hoc inqt: nullus artificū quātūcunq̄ ingeniosus aduertit in ædificiis talib⁹: qa decūbit īclinatis ad terrā oculis: nec vn̄ res pēdeat e cœlo videt: sed tn̄ si pconteꝝ respōdet: sic deberi fieri fenestras: qa sic hz rō artis ędificatoriæ & nō aliter: & sic ædificia pulchra sunt & nō aliter: ideo sic facta placēt/& aliter facta displicent. Multaq̄ alia notatu digniſſima in p̄dicto opusculo ad ꝓportiōes & formas numeroꝝ ptinētia sanctissimus ille vir diuinitate plen⁹ latiſſime ꝓsequit̄, vnde cōueniēs est vt ad formas numeroꝝ & ad ꝓportionalitates trāseamus.

Pater dei vnitas.
Filius ęqualitas.
Spūssanctus connexio vel proportionalitas.
Creatura inęq̄litas.
Diuersi gradus creaturarum.
Creaturaꝝ inęqualitas est a diuina ęq̄litate ad eāq̄ reducitur.
Exēplū de fenestris īęqualibus.
Conclusio primi libri arithmetices.

¶PRIMI LIBRI ARITHMETICAE FINIS.

¶Liber secūd⁹ itroductiōis arithmeticae de formis

nūeralibus atq̄ de ꝓportionalitatibus eorū. habet igit̄ duos tractatus sicut p̄cedēs liber.

¶Tractatus primus de numeris habentibus similitudinē figurarū gęometricarū, quæ ꝓpriæ formæ numerorum dicuntur. habet capita tria.

¶Caput primū de numeris linealibus & superficialibus.



Quantitas discreta vel numerus licet variā rationē habeat a cōtinua quātitate: sitq̄ genus subalternū quātitatis ab ea distinctū: hęc tn̄ duo genera hnt magnā inter se cōueniētiā in multis ꝓprietatib⁹, vt in ꝓportionib⁹: ꝓportionalitatibus: diuisionib⁹: ptibus aliquotis: & aliis multis: q̄ tn̄ nō æquę primo multitudini & magnitudini cōueniunt: sed prius pfectius & simplicius multitudini: deinde p attributionē ad eam conuenire ꝓbant̄ magnitudini. s. scđm aliquā rationē nūeralē. Harū oīm argumētū clarissimum est figura quæ vtriſq̄ quātitatib⁹ cōis est, nā & numeri æquę atq̄ supficies & corpora figurabiles sunt: sed nūeri puri⁹ & simplici⁹: nā eundē nūerū cōtingit simul linealē superficialē & solidū esse: imo circularē & quadratū cubicū & sphericū, vt. 64. q̄ oia nul-

Cōparatio vtri⁹q̄ quātitatis.
Figura ꝓprietas cōmunis earum.

la eadē ſuperficies nullūq; idē corp⁹ ſimul hr̄e pōt. Igit̄ poſtq; de aliis ꝓprietatib⁹ tū ab ſolutis tū relatiuis dictū eſt: cōſequēs erit vt ēt de figuris numeroꝝ diſſeram⁹. Sed diſcretiōis gr̄a has cōditiones i nūeris formas vocabim⁹: i magnitudinib⁹ vero figuras. Ad hūc em̄ ſenſū veriſſime exponit̄ quarta ſpēs p̄dicamēti q̄litatis apud ariſtotelē: qui eā diſiūcto vocabulo formā vel figurā appellauit, ꝑ formā numeralē deſcriptionē ſignificās: per figurā vero magnitudis terminationē. vñ rōne pri⁹ dicta/formā p̄tulit figurę. Eſt igit̄ forma numeri talis diſpoſitio vel nūer⁹ talit̄ diſpoſit⁹: vt figurę gęometricæ ſil̄itudinē gerat, vt q̄ aliquis nūer⁹ vocat̄ triāgularis/q̄drāgularis/aut circularis &c. vñ cōſtat oēs tales termi nos ad quartā ſpeciē qualitatis ptinere: & ꝓprias paſſiones eſſe nūeroꝝ: quoꝝ gña & ſpēs ſunt de p̄dicamēto quātitatis, nā in hac p̄dicatiōe ternari⁹ eſt triāgulus. nouenari⁹ eſt quadratus. vigeſim⁹ quītus eſt circul⁹, & ſic de aliis. p̄dicat̄ ꝓprium p̄dicabile de ſuo ſubiecto Numeralis formę tria ſūt gña ſubalterna hæc. forma linealis, ſuperficialis, & ſolida, & quia in his ſicut in ſuperioribꝰ cōcretū & abſtractū ſynonyma ſūt, has formas diffiniētes dici mus. Linealis nūer⁹ eſt qui ab vnitate exordiū ſumēs: per cōtinuā vnitatis additionē ꝓce dit creſcēdo, & talis eſt oīs numer⁹ ſiue par ſiue īpar, vt. 2. 3. 4. Dicit̄ aūt linealis nūer⁹ ad ſimilitudinē lineæ gęometricæ: q̄ imaginariæ lz non realiter dicit̄ fieri ex cōtinuo fluxu pūcti: ſic & nūeri ſinguli ex cōtinuo fluxu vnitatis reſultāt. Et debēt ſcribi nūeri lineales per ſingulas vnitates ſuas i vna ſerie diſpoſitas ad modū lineę, ita q; tot pūctis ſcribatur nūerus quilibet linealis quot vnitates habet: nō aūt tot⁹ nūerus ſimul vno ſolo caractere vt hacten⁹ fiebat: vt binari⁹ ſic . . ternari⁹ ſic . . . quaternari⁹ ſic . . . . Iſte em̄ eſt naturalis modus ſcribēdi nūeros: nā illos characteres nūerales ars hūana īuenit nō natura. Hui⁹ primi gñis formę nūeralis īfinitæ ſūt ſpēs tot, ſ, quot poſitæ ſūt ſpēs ſpecialiſſimæ nūeroꝝ. & nominant̄ ſic. linealis duarū vnitatū, linealis triū vnitatū. linealis quatuor vnitatū &c. ſed de his ſatis: quia ſicut apud gęometras linea quātūcūq; terminata ſuis extremis nō dicitur figura neq; ei⁹ ꝓprietates demōſtrāt: ſic apud arithmeticos parua eſt cura de nūeris linearibus/nullaſq; eorū ꝓprietates demōſtrāt. Superficialis nūerus eſt qui per ſuas vnitates in plana ſuperficie deſcript⁹ longitudinē & latitudinē hz, vt Senari⁹ ſic ſcript⁹. : : : Et ſicut i gęometria ex fluxu lineę i ſeipſa vel in aliā imaginat̄ fieri ſupficies: vt hz Euclides in ſecūdo libro: ſic i arithmetica ex ductu vel ex additione nūeri linealis ad ſeip̄m vel ad aliū numerū linealē ꝓduc̄t nūerus ſuperficialis, vt ducto binario i ſeip̄m ꝓduc̄t quaternari⁹: nā biſduo ſunt quatuor q eſt nūer⁹ ſuperficialis. ſimil̄r addito binario ad ternarium fit quinari⁹ ſuperficialis nūer⁹, ducto etiā binario i ternariū ꝓduc̄t ſenari⁹ ſupficialis numerus, & ſic de aliis. Vñ pz rō quare talis forma nūeri dicat̄ ſuperficialis. tū quia ꝓduc̄t ex lineali ad linealē vt ſuperficies i gęometria. tū quia ꝑ ſuas vnitates deſcript⁹ lōgitudinē & latitudinē exhibet admodū ſuperficiei gęometricæ ſed altitudinē non hz: de q̄ in nūeris ſolidis dicem⁹. Diuidit̄ aūt ſuperficialis aut planus nūerus per īfinitas ſpēs a ternario initiū ſumētes. hæ ſunt/triāgularis/quadrāgularis/pētagon⁹/exagonus &c. & tādē circularis nūerus. Binarius em̄ nō pōt eſſe nūerus ſupficialis: tū quia ex ſolo fluxu vnitatis ꝓcedit admodū lineę, tū quia quomodocūq; ſcribant̄ ſuæ vnitates per ſingula pūcta: ſolā lōgitudinē hz & nullā latitudinē. Triāgularis nūerus eſt q per ſuas vnitates certo mō deſcriptus i plano tria latera ęq̄lia mōſtrat, vt hic ∴. Hui⁹ gñis ēt ſunt īfinitæ ſpēs: q̄ ſic noiant̄ triāgulus hñs vnā vnitatē in quolibet latere, triāgul⁹ hñs duas vnitates in q̄libet latere. deinde tres & quatuor &c. ꝑ naturalē ſeriē nūerorum. q̄ oēs ſpēs facile inuenient̄ per cōtinuā additionē nūerorū naturalis ordinis nullo dimiſſo. Vñ prim⁹ triāguloꝝ eſt vnitas nō q̄dē realiter & in actu (cū īpa nō ſit nūerus ſupficialis: imo neq; linealis: ſed ſolū pūctualis) ſed eſt triāgulus ſolū in potētia: & eadē rōne in oīm formarū ſupficialiū gñibus īpa vnitas primū locū obtinebit: vocabiturq; primus q̄drat⁹/prim⁹ pētagon⁹ &c. hñs. ſ. vnā vnitatē in quolibet latere, dimiſſo ergo hoc primo triāgulo. Secūdus eſt ternari⁹ ꝓductus ex aggregatinoe vnitatis & binarii: vñ & duas vnitates hz in q̄libet latere. Terti⁹ eſt ſenarius prædictis duob⁹ addēs ternariū, & tres vnitates hñs in quolibet latere. Quartus eſt dena-

Quarta ſpēs qualitatis eſt forma vel figura.

Forma numeralis q̄d ſit.

Formę ſpecies tres.

Linealis forma q̄d ſit.

Quare dicta ſit linealis.

Formę linealis ſpēs infinite.

Superficialis forma quid ſit.

Formę ſuperficialis ſpecies īfinite.

Triāgularis forma quid.

Triāgularis formę ſpecies.

Inuentio numeroꝝ huiꝰ formę.

rius ꝑ additionē q̄ternarii ad ꝑcedētes: hȝ q̄tuor vnitates ī q̄lȝ latere. & sic de aliis. Quadrāgl'aris nūer⁹ ē q ꝑ suas vnitates spām descript⁹ q̄tuor lata oñdit. vt : : Hui⁹ gñis sūt duę spēs subalternæ ꝑcipuę. s. nūer⁹ q̄drat⁹ & nūer⁹ alta ꝑte lōgior: q̄drat⁹ nūer⁹ ē q oīa q̄tuor latera ęq̄lia hȝ. & diuidit̄ ꝑ infinitas spēs sicut & triāgul⁹ variatas ex nūero vnitatū q̄ sūt ī quolibet latere. s. vna, duæ, tres, q̄tuor &c. Altera ꝑte lōgior nūer⁹ ē q nō hȝ oīa latera ęq̄lia sȝ lōgitudinē hȝ latitudine maiorē. & si sit excessus ī sola vnitate dr̄ nūer⁹ alta ꝑte lōgior, vt : : : eo ꝙ alterꝝ dr̄ de duob⁹ q̄ꝝ vnū imediate seq̄t̄ ad alid̄: si aūt ī duab⁹ aut pluribus vnitatib⁹ sit laterꝝ dr̄ia: dr̄ añlōgior. i. valde lōgior: estq̄ for̄a irregl'aris de q̄ arithmetici nō curāt. Generant̄ aūt nūeri q̄drati oēs ex naturali seriæ nūeroꝝ ꝑ additionē vno ī-terscalariter dimisso cōtinue: vt vnitas ē prim⁹ q̄drat⁹. s. ī potētia. cui si addat̄ ternari⁹ fiūt 4. scd̄s q̄drat⁹: hūs duas vnitates ī q̄libȝ late, deide addito qnario fiūt. 9. terti⁹ q̄drat⁹ triū q̄ vnitatū ī q̄libet latere, & sic cōseq̄nter p alios quadratos de qb⁹ supi⁹ data ē alia regula gñatiōis eoꝝ ꝑ mlt̄iplicationē cuiuslibȝ nūeri ī seip̄m. vbi ēt nūeros altera ꝑte lōgiores q̄s vocabam⁹ lōgilateros: ꝑ mlt̄iplicationē nūeroꝝ ꝓximoꝝ ī naturali ordine īuenire docuim⁹. Pētagon⁹ vl' qnquāgul⁹ nūer⁹ est q supficiali descriptiōe ꝑ singulas vnitates ī plano descript⁹ qnq̄ latera ęq̄lia cōtinet. eiusq̄ spēs ifinitę gñant̄ ꝑ additionē ex naturali serie nūeroꝝ cōtinue duob⁹ dimissis, vt addita vnitate ad q̄ternariū fiūt. 5. nūer⁹ pētagon⁹ quib⁹ si addant̄ septē fiūt. 12. tertia pētagon⁹. & sic de aliis. Exagon⁹ vl' sexāgul⁹ nūer⁹ est q eodē mō vt supiores descript⁹ sex ęq̄lia lata exhibet. Gñantur q̄ eiꝰ spēs ex naturali serie nūeroꝝ trib⁹ dimissis. eptagoni q̄tuor dimissis. octogoni qnq̄ dimissis &c. Circularis nūer⁹ est q ex aliq̄ nūero ī seip̄m ducto ꝓduct⁹: ī eūdē nūeꝝ desint a q̄ ꝓducebat̄: & se hȝ admodū circuli ī gęometria cuiꝰ finis reddit ad pricipiū. tales nūeri ex qnario & senario solū oriūt̄: vt. 25. & 36, Seq̄t̄ descriptio oīm istaꝝ spēꝝ sil'.

Triāguli. 1.3.6.10.15.21.28.
Quadrati. 1.4.9.16.25.36.49.
Alta ꝑte lōgiores. 2.6.12.20.30.
Pētagoni. 1.5.12.22.35.51.
Exagoni. 1.6.15.28.45.66.
Eptagoni. 1.7.18.34.55. &c.
Circulares nūeri. 1.25.36.

Sūt aūt ꝑdictarū spērū forę supficial' nūeroꝝ ꝓprietates multæ: sȝ earū notabiliores hæ sūt. Pria ē ꝙ merito oīm spērū istaꝝ triāgularis nūer⁹ ē pria qa gñatiōib⁹ & resolutiōib⁹ aliaꝝ sp est necessari⁹. nā oēs forę nūeroꝝ sibi ꝓxię si primū prio & secūdū scd̄o: & sic deiceps nūeros cōpauris: triāgl'aribus nūeris sese superāt. ergo ex triāgul' gñant̄ ī triāguloscȝ resoluunt̄, vt prim⁹ triāgul⁹ ternari⁹ differt a primo q̄drato ꝑ vnitatē q̄ ē triāgul⁹: & secūd⁹ triāgul⁹ senari⁹ differt a scd̄o q̄drato nouenario ꝑ ternariū q est triāgul⁹ & terti⁹ triāgul⁹. s. 10. supat̄ a tertio quadrato. 16. ꝑ senariū q ē triāgul⁹: & sic de aliis seq̄ntib⁹. Eadē cōparatio erit ī ter primū quadratū & primū pētagonū. int̄ scd̄m & scdȝ, int̄ tertiū & tertiū: & sic de aliis: qa eisdē triāgulis differt. s. vnitate, qnario, senario &c. Sil'r pūt cōpari pētagoni ad exagonos, & illi ad eptagonos. & sic de aliis. Sicut ēt in gęometria triāgul⁹ est pria figuraꝝ supficialiū excepto circ'lo: qa duę rectę lineę q̄tūcūq̄ applicatę ad āgulū nō pficiūt figurā, vñ oēs alię figurę gęometricæ ex triāgulis fiūt ī triāguloscȝ resoluūt̄: vt alias videri hȝ.

Quadrangularis forma quid sit
Quadrata forma.
Altera ꝑte longior.
Inuētio q̄dratoꝝ numeroū per additionez.
Inuētio altera ꝑte lōgior.
Pētagona forma quid sit.
Exagona forma qd sit.
Circularis forma quid
Superficialium formarum ꝓprietates.
Prima ꝓprietas.

Scda ꝓprietas ꝙ q̄libȝ forma nūeri supficial' ꝑ additionē nūeroꝝ natural' ordinis eomō q̄ ꝑdixim⁹ gñata: tot vnitates hȝ ī q̄libet latere suæ descriptiōis ex q̄t nūeris aggregatis gñata est, vt ternari⁹ aggregat̄ ex vnitate & binario. iō duas vnitates hȝ ī quolibet latere triāgulari. senari⁹ seq̄ns tres vnitates qa ex trib⁹ aggregat̄. s. vnitate binario & ternario, & sic de aliis. Eadē rō est de quadratis: nā q̄ternarius hȝ duas vnitates ī quolȝ latere: qa ex duob⁹ nūeris aggregat̄. vnitate. s. & ternario. nouenarius hȝ tres: qa tres nūeros aggregat ī sua gñatione supaddēs duob⁹ primis qnariū. Pariformit̄ se hñt nūeri pētagoni in suis laterib⁹. nā qnarius aggregat⁹ ex vno & q̄tuor duas vnitates hȝ in q̄libet latere, duodecim⁹ tres vnitates: & sic de aliis.

Secunda ꝓprietas.

Tertia ꝓprietas. Tertia ꝓprietas: si quadratus quadratū multiplicet nūerū: ꝓduct⁹ nūerus ꝑ est q̄dratus. maior tū & alius ab eis: vt nouē q̄ter sūt. 36. & sic de aliis.

4. ꝓprietas Quarta ꝓprietas. si nūer⁹ altera ꝑte lōgior aliū altera ꝑte lōgiorē multiplicet. tertius altera ꝑte lōgior ide ꝓcreat̄: vt bis sex. sunt. 12. & sic de aliis.

5. ꝓprietas Quīta ꝓprietas ꝙ si q̄dratus multiplicet altera ꝑte lōgiorē vel ecōtra: ꝓduct⁹ nūerus: neq̄ est quadrat⁹ neq̄ altera ꝑte lōgior: vt bis q̄tuor. 8. & sic de aliis.

6. ꝓprietas Sexta ꝓprietas ꝙ oīs q̄dratus ex duob⁹ sibi ꝓximis

ſuprapoſitis triāgulis ſimℓ additis gn̄atur: vt q̄ternarij ex vnitate & ternario: nouenarij ex 3.&.6. pariter. 16. ex. 6.&.10. Eadē rōne oīs pētagonj ex duob⁹ eū ꝓxīo ꝓcedētib⁹ nūeris generaṫ altero triāgulo & altero q̄drato: vt. 5. ex. 1.&.4. Siℓr. 12. ex. 3.&.9. Eadē lege exagonus oīs ex triāgulo & pētagono. oīsq; eptagonj ex altero trigono alteroq; exagono ꝓcedit: & ſic de aliis. quo fit vt oēs foꝛmę ſupficiales extrigonis cōſurgere: & ī eoſdē reſolui facillimę deꝑhēdanṫ: qd̄ nō ſolū ad pythagoricā: ſz etiā ad platonicā doctrinā ītelligēdā magni eſſe momēti reputaṫ ab oībus doctis. hactenus igiṫ de numeris ſuperficialibus.

¶Caput ſecundum de numeris ſolidis vel corporeis.

Solida foꝛma qd ſit.

SOlidus nūer⁹ ſiue corpore⁹ eſt q ſparſim ꝑ ſuas vnitates deſcript⁹ lōgitudinē: latitudinē: & altitudinē (q̄ craſſitudo vel ꝓfūditas appellaṫ) hꝛe vꝫ: trinaq; diſtēdiṫ dimēſiōe. Qd̄ vt facili⁹ ītelligaṫ: reppetam⁹ imaginationē gēometricā de imagīaria deſcriptōe vℓ ꝓductiōe ꝯtinui ex idiuiſibilib⁹. q̄ licet ī re nulla ſit: vtilis ē tñ imagīatio illa ad mℓta rectius ītelligēda, nec ꝓpterea ſcīētię mathematicę ſūt deceptorię imaginātes qd̄ nō ē: qa vt ariſtoteles hz. 2. phiſicoꝛ abſtrahētiū nō ē mēdaciū. ſicut ergo ex fluxu pūcti lineā: & ex fluxu lineę ſupficiē deſcripſim⁹: tā ī diſcretis q̄z ī ꝯtinuis: ſiℓi imagīatiōe ex fluxu ſupficiei craſſitudinē & corpulētiā deſcribere poterim⁹: vt Euclides facūdiſſime docet ī. xi. lib. ſuæ gēometriæ. ſi ergo ſupficialē nūeꝛ aliquē ad ſeiꝑz vℓ ad aliū aut addiderim⁹ aut mℓtiplicauerim⁹: ſolidū nūeꝛ ide ꝓſtituem⁹. vt bis q̄tuor ſūt. 8. q ē nūer⁹ ſolid⁹: ꝙ ſic de aliis. rectꝫ tñ imaginatio ſolidoꝛ nūeroꝛ multiplicatiōe q̄z additiōe cōcipiṫ: multiplicatiōe inq̄z duplicata: in q̄ tres nūeri ꝓferanṫ: quoꝛ prior lōgitudinē, ſequēs latitudinē: tertiꝫ vero ꝓfūditatē exhibet, vt bis duo bis ſūt. 8. nūer⁹ ſolid⁹ hñs duas vnitates ī lōgū & totidē in latū vt hic : : q̄ figura q̄drata ſi iteꝛ ꝑ imagiuationē deſcribaṫ ī altū: habebit nūer⁹ ille ēt duas vnitates ī ꝓfundū: eritq; tot⁹ nūer⁹. 8. vnitates q̄s dicim⁹ bis duo bis: qa duas vnitates bis ī plano deſcribētes ꝑ duas lineas fecim⁹ q̄ternariū: qᵒ bis deſcripto ī ꝓfūdū: ꝓſtitut⁹ ē octonarij: eadē rō ē de iſtis bis duo ter. bis tria ter. ter tria q̄ter, & ſic de aliis. Nūeri ſolidi ī nūeraꝛ ſūt ſpēs: neq; a nobis oēs explicabiles. ſūt em̄ qdā nūeri piramidales, alii cubi, alii aſſeres, alii cunei, alii laterculi, alii paralellipipedi: vℓ vt alii dicūt ꝑallelepipedi &c. & tādē nūeri ſpherici. Harū oīm ſpērū ſola prīa additiōe nūeroꝝ & diffiniṫ & ꝓcreaṫ: alię vero oēs replicata vt dixim⁹ multiplicatōe. Piramidalis nūer⁹ ē ſolid⁹ q ex aggregatiōe pluriū ſupficialiū nūeroꝝ eiuſdē ſpēi reſultat, vt ex plurib⁹ triāgularib⁹ nūeris fit vna piramis. ſiℓr ex plurib⁹ q̄dratis: aut ex plurib⁹ pētagonis naturali ſerię diſpoſitis. vñ eliciunṫ duo certiſſima. Primū q nūeroꝝ piramidaliū ſunt īfinitæ ſpēs varietate iuxta ſpēs nūeroꝝ ſupficialiū. ſ. piramis trilatera q̄ fit ex triāgulis. q̄drilatera ex quadrāgulis. pētilatera ex qnquāgulis &c. Scd̄m ē facilis mod⁹ gn̄atiōis aut iuētiōis nūeroꝝ iſtaꝝ ſpēꝝ q̄ fiūt ꝑ additionē ſupficialiū q̄s oēs iā nouim⁹. Sed piramis ita ſe hz int̄ nūeros ſolidos ſicut ſe hēbat triāgul⁹ int̄ nūros ſupficiales: qa ipa eſt prīcipiū oīm ſolidarū formarū. debetq; ī ei⁹ deſcriptiōe fieri talis imaginatio q vnitas ponaṫ ſuſpēſa in aere. deīde ſub ea etiā in aere ponaṫ ternarius. ſub qᵒ tertio ponaṫ ſenari⁹, & ſic cōſequenter ꝑ oēs nūeros triāgulares deſcēdēdo. ex eis oīb⁹ reſultabit vna piramis trilatera magna vℓ pua ſcd̄m q pl̄es vel pauciores triāgulos aggregat ī ſua cōpoſitiōe: cui⁹ piramidis āgulus eſt vnitas: baſis vero eſt vltim⁹ triāguloꝝ ſub ea poſitoꝛ. Eodē mō ē deſcribēda piramis q̄drilatera ſi ſb vnitate ꝓſeq̄nṫ ponaṫ q̄drati nūeri. & piramis pētilatera ſb vnitate aggregat nūeros pētagonos. & ſic de aliis, vt hic

Piramidū ꝓprietas.

Trianguli. 1.3.6.10.15. Piramides trilatę. 1.4.10.20.35. Eſt āt oīz nūeroꝝ piramidaliū hęc
Quadrāgℓi. 1.4.9.16.25. Pirāides q̄drila. 1.5.14.30.55. ꝓprietas q vna quæq; pramis tot
Pentagoni. 1.5.12.22.35. Piramides pēti. 1.6.18.40.75. vnitates hz in quolibet latere ſuæ altitudinis ex quot ſupficialib⁹ numeris aggregaṫ, vt trilatera piramis q̄ eſt. 4. habet duas vnitates in altitudine. decē hz tres vnitates &c. Simiℓr quadrilatera piramis. 5. hz duas vnitates in altitudine. 14. habet tres vnitates &c. Eodē mō pētilatera piramis. 6. habet duas vnitates. 18. tres vnitates in q̄libet latere ſuæ altitudinis: & ſic de aliis. Scire etiā oportet q ſūt q̄dā piramides ītegræ: alię vero curtæ vℓ trūcatæ: q̄s greci coluros appellāt. Integrę piramides ſunt quas prius deſcripſim⁹: ſed curtæ dicerenṫ ſi ex ꝑte āguli piramidis auferenṫ

Quid integraṫ qd curta piramis.

Solida foꝛma qd ſit.

Imaginatio ſolide foꝛme.

Foꝛme ſolide ſpecies.

Foꝛma piramidalis quid.

Spēs eius infinite.

Deſcriptio foꝛme piramidalis.

aliqui numeri superficiales pertinētes ad eius integritatē. & tunc si sola vnitas suprema au feratur: dicitur curta piramis: si aūt etiā auferatur primus numerus superficialis sub vnita te positus: vocatur biscurta piramis, & si adhuc auferatur alius sequēs supficialis: vocabit̄ tricurta piramis & sic consequēter. & hoc verū est in oīb⁹ specieb⁹ piramidaliū nūerorꝝ de quibus iam satis. Cubicus nūerus est qui ex duplicata multiplicatione alicui⁹ nūeri ꝑ seip̄m consurgit. vel clarius si in replicata multiplicatione tres nūeri ęquales proferant̄ vt bis duo bis sunt. 8. ter tria ter sunt, 27. & sic de aliis. Hui⁹ formæ prīa proprietas est ꝙ qli bet cubus habet sex supficies ęquales. octo angulos solidos. & duodecī lineas siue latera ęq̄lia. quomō aūt debeat imaginari hui⁹ formę & aliarū sequentiū corpulētia vel altitudo q̄ est tertia dimēsio: supi⁹ in prīcipio hui⁹ capitis declarauim⁹. Scd̄a ꝓprietas ꝙ si cubic⁹ nūer⁹ se vel aliū cubicū multiplicet. semꝑ īde ꝓducit̄ cubicus maior eis. nā octies. 27. sunt 216. q etiā est nūer⁹ cubus ex tribus senariis replicata multiplicatiōe ꝓcedens. vt dicendo sexies sex sexies, Cune⁹ numer⁹ oppositas cōditiones hꝫ ad cubicū. quia oēs tres dimen siones habet inęquales: fitq; ex replicata multiplicatiōe triū numerorū inęqualiū. vt si di cerem sexies quatuor bis sunt. 48. vel sic. quinqes quatuor ter sunt. 60. Iste numer⁹. a grę cis vocatur scalenos quod latine est gradatus. dr̄ etiā sperniscon. i. cune⁹ ad modū illi⁹ cor poris cui⁹ lōgitudo est maior latitudine. latitudoq; maior altitudine. Asser numerus est ad modū corporis serratilis quod vocatur tabula erecta in altum: producituq; ex repli cata multiplicatione triū inęqualiū: sed aliter q̄ꝫ cune⁹. nā in assere longitudo est minor latitudine: & latitudo minor altitudine. vt dicendo bis tria quater sunt, 24. aut bis qua tuor quīquies sunt. 40. &c. Laterculus nūer⁹ describit̄ ad modū lateris quadrati cui⁹ lō gitudo & latitudo ęquales sunt sed altitudo minor eis. vt dicendo ter tria bis sunt. 18. vel quater quatuor bis sunt, 32, &c. Paralellipidus nūer⁹ est admodū colūnę quadratæ cui⁹ longitudine & latitudine ęqualib⁹ altitudo maior est: vt si dicam bis duo sexies. sunt. 24. vel ter tria octies sunt, 72. &c. Præter has formas solidas sunt aliæ plurimę species figurę lateratæ tum regulares tum irregulares: de quibus nō est modo dicendū per singula: sed ex geometria sunt requirendæ. Sphericus numerus est cubicus talis, qui ad modū sphe ræ terminat̄ in numerū illū ex cuius multiplicatione processit: sicut & de circularib⁹ di cebamus. vt quinquies quinq; quinquies. sunt. 125. vel sexies sex sexies, sunt, 216. & preter hos vix alii reperientur: nisi vellet quis vnitatem & circularē & sphericū numerū appel lare: quia per omnē multiplicationē reddit ad seipsam. vt dicendo semel vnum. vel semel vnum semel: quidā etiam dicunt ꝙ. 64. est numerus sphericus quia a quaternario cubi ca multiplicatione procedens ad quaternariū terminatur: sed apud arithmeticos non cō sueuit numerus sphericus appellari: nisi ille cuius quadratus etiam fuit circularis. hoc au tem non habet prædicti numeri quadratus qui est. 16. incipiens a quaternario & termi natus in senarium.

Cubica forma q̄d sit.

Cubice forme ꝓprietates due.

Prima ij. ꝓprietas.

Cune⁹ nūerus q̄d sit.

Asser nūerus q̄d sit.

Laterculus quid est.

Paralellipid⁹ q̄d sit.

Spherica forma nūerorū q̄d est.

¶ Caput tertium de comparatione quadratorum & altera parte longiorum numerorum.

DE FORMIS ergo numerorum tam multiplicibus satis dictum fuisse putaremus: & finem huic tractatui faceremus: nisi quia Boetius ex numeris quadratis & altera parte longioribus magnum facit in philosophicis theorematibus sacramentum. Ideo ne diuina eius imaginatio inutilis videatur a nobis reputata: breuibus eam hic colligemus verbis. In primis annotantes numerorū quadratorū & altera parte longiorū hanc notabilē differentiā: si nō ex multiplicatiōe vt oli: sed ex additione numerorū eos voluerimus generare: ꝙ quadrati numeri ex naturali serie imparium: sed altera parte lōgiores ex nūeris paribus seriatim ordinatis cōtinua additiōe ꝓcreant̄ vt pꝫ hic.

Dr̄ie istaruꝫ forā rūdue. p̄ma

Impares. 1.3.5.7.9.11.13. Pares. 2.4.6.8.10.12. Ideo numeri quadrati ex imparibus

Seda dria.

¶Quadrati.1.4.9.16.25.36. Altera parte longi.2.6.12.20.30.42. (procreati:quorum vnitas prima radix est & imutabilis naturæ:omnia latera ęqualia habent. sed altera parte longiores ex paribus ortum habentes: quorum binarius primus est & mutabilis naturæ latera inęqualia habent.Immutabilitas autem vnitatis ex hoc ostenditur ꝙ quicquid ipsa multiplicet prior quantitas nō mutatur.vt semel vnus est vnus.semel duo sunt duo. semel tria sunt tria &c.Mutabilitas autē binarii eodē modo probatur quia in quēcunqꝫ numerum ipse ducatur prior quantitas mutatur & alia ꝓducitur. vt bis duo sunt quatuor.bis tria sunt sex &c.eadē ratio est de omnibus aliis numeris post binarium.Nimirū ergo si binarius alteritatis principium dicatur a philosophis.tum quia est primus numerus qui ab vnitate recedit:tum etiā quia est primus eorum qui sua multiplicatione numeroꝝ alteritatē causant.Ergo ex inuariabilitate vnitatis prouenit ꝙ quadrati nūeri īparitatis naturā habentes:omnia latera habeāt ęqualia & vniformia. sed ex variabilitate binarii procedit ꝙ altera parte longiores numeri paritatis naturā habentes latera habeant inęqualia & difformia vt dictum est.Patet etiā tetragonos numeros participare naturam impariū:quia facta cōtinuatione duploꝝ in vna serie.vt.1.2.4.8.16.32.&c. vel triplorū numeroꝝ.vt.1.3.9.27.81.&c.numer⁹ quadratus inter eos semper in loco impari inuenit̄. Cubi etiā numeri īmutabili natura participant:eo ꝙ per additionē ordinatā non ab aliis q̄ꝫ ab imparib⁹ numeris ꝓducunt̄ vt posita serie impariū.1.3.5.7.9.11.13. &c.prim⁹ eorū est cubus.s.vnitas.deinde duo sequētes simul aggregati faciunt octo qui est cubus.& tres sequentes simul sumpti producunt.27.qui etiā est cubus.& quatuor sequentes sunt.64.numerus cubus & sic de aliis per ordinem. Hac supposita differētia:dicamus vlteri⁹ ꝙ istæ duæ formæ nūeroꝝ sunt tā principales in negotio arithmetico:sicut corruptibile & incorruptibile in toto vniuerso: vbi omne quod est his duabus differētiis cōprehenditur. quicquid em̄ in mundo est:aut est naturæ īmutabilis eiusdemqꝫ substātię vt de⁹:angel⁹: cœlū:aut est mutabilis variabilisqꝫ naturæ vt elemēta & alia corpora naturalia:aut ex his duabus naturis cōpositum vt homo.Ita etiā in numeris arithmeticis quicqd est vel īpar est ex quo procedit quadrata forma:vel par/vñ processit altera parte longior:vel ex his duabus formis ꝓcedens. nā permixtis eis & certo modo cōparatis: ex ipsis nascunt̄ oēs numeri & numeroꝝ species.oēsqꝫ ꝓportiones.& etiā numerorū formæ supradictæ. atqꝫ proportionalitates inferi⁹ dicendæ.Disponātur enim quadrati numeri omnes in vna serie:& sub eis altera parte longiores ordinati.vt hic.

Unitas est nature imutabilis.

Binari⁹ est alteritatis principiū.

Quadratorū ⁊ cubiculorū ꝓprietas notabil'

Pricipales fore nūerorū que sint.

Regula generalis.

Prima cōpatio de numeris.

¶Quadrati.1.4.9,16.25.36.49. Si primū altera parte longiorē binariū prīo tetrago Lōgilateri.2.6.12.20.30.42.56.no.1.vnitati cōparaueris:differētia erit vnitas. si secundum secundo:differētia est binarius. si tertiū tertio.ternarius &c. oēs numerorū species inde ꝓduces.& in eisdē cōparationib⁹ inuenies primo proportionē duplā. deinde sesqui alterā. postea sesquitertiā. & ꝯsequēter oēs ꝓportiones sup particulares.Itē si scd̄m quadratū primo altera parte lōgiori.& tertiū scd̄o.& quartum tertio.& sic deinceps trāsuersaliter cōparaueris:easdē proportiones inuenies. oēsqꝫ numeroꝝ species ex eoꝝ differentiis preter vnitatem elicies. Adhuc autē in serie quadratorū differentiæ sunt numeri impares naturali ordine: sed in serie altera parte longiorum differentiæ eorū sunt numeri pares per ordinem naturalem. Itē permixtis tetragonis & longilateris alternatim ita ꝙ ex duab⁹ serieb⁹ fiat vna series.vt hic.1.2.4.6.9.12.16.20.25.30,36,42.Prim⁹ longilater⁹ ad suos collaterales quadratos continuat duplam proportionem, secundus longilaterus sesquialteram copulat ad suos quadratos.terti⁹ sesquitertiam.quartus sesquiquartam: & sic de aliis proportionib⁹ super particularib⁹ Ex qnorū iterū differētiis naturalis numerorū series procreatur.In premissa etiam serie permixta continue comparādo quemlibet numerū medium ad suos ꝓximo collaterales: apparebūt qñqꝫ differentiæ similes & ꝓportiones diuesæ: qñqꝫ ecōtra ꝓportiones sil̄es & differētiæ diuersę.sed crescūt dr̄ię scd̄m naturalē seriem numerorū.similiter & ꝓportiones dupla incipiētes per omnes species supparticu

De proportionibus.

De vtrisqꝫ simul.

De nūeris iterum.

De proportionib⁹ iterum.

larīū ꝓcedūt. Eadē imaginatio occurret cōparādo differētias numeroꝝ in tali ſerie poſitoꝝ rū: ad eoſdē numeros qrū ſunt differētiæ. Nō ſolū aūt ex quadratis & altera ꝑte lōgioribus adinuicē cōparatis naſcunt numeroꝝ & ꝓportionū ſpēs vt ꝑdictum eſt: ſed etiā aliæ numerorum formæ. additis. n. ſimul prīo tetragono q eſt vnitas: & prīo altera ꝑte lōgiore binario reſultat ternarī qui eſt triāgulus. deīde addito ſcd'o quadrato ad primum altera ꝑte lōgiorē fit ſcd'us triāgulꝰ ſenarī. & ſic cōſequēter ex additiōe duoꝝ ꝓximorū in ſerie ꝓmixta reſultāt numeri triāgulares ſuo ordine naturali. Itē ꝓ gñatiōe q̄dratorum ex ꝑdicta ſerie ꝓmixta: repetēdæ ſūt duæ ꝓprietates figuræ magnę ꝓportionū ſupī poſitæ ī cap. 5. ꝑcedētis tractatus. ſ. ꝓprietates tertia & q̄rta: hac facta dr̄ia: q vbi ex duob⁹ q̄dratis & vno altera ꝑte lōgiore tetragonī ꝓcreat: ille ſemp eſt numer⁹ ipar: & ex ipari radice ꝓcedēs: ꝫ qñ ex duob⁹ altera ꝑte lōgioribꝰ & vno q̄drato cōficit tetragonī: ille ſemp eſt par & pari radice ꝓcedit. Ex linea inſup q̄dratoꝝ ſeorſum oēs lōgilateri ꝓcreant: ſi cuiuſlibet q̄drati lat⁹ ad ipm addideris vel ab eo ſubtraxeris. oīs em̄ numer⁹ ide reſultās erit lōgilaterꝰ. Deniq; ꝓportionalitates: ad qs trāſitū facim⁹: ex ꝓmixta ſerie q̄dratoꝝ & altera ꝑte lōgioꝝ hr̄i ꝑnt: qñquidē ī eis dant mō dr̄iæ ſil'es vt dixim⁹ & ꝓportiōes diuerſæ: qd ꝑtinet ad ꝓportiōalitatē arithmeticā: mō apparent dr̄iæ inęq̄les & ꝓportiōes ſil'es: q̄ eſt ꝓportionalitas gęometrica/ vt dicet infra. Sed de his iā ſatis: & ꝓ ꝯcluſiōe hui⁹ tractat⁹ addam⁹. q ſupradictæ oēs formæ numeroꝝ debite applicatæ magnuꝫ phīs & theologis afferre ꝑnt ꝟitatis monimētū. qd em̄ ꝓprius & ver⁹ dici pōt: q̄ꝫ triāgularē primū formarū nūeraliū: a q oēs aliæ ꝓcreant vt dixim⁹: eē diuinā eſſentiā ī ꝑſonis trinā a q oēs creaturæ ꝓceſſer̄t. q nihilomin⁹ trinitatis īcreatę veſtigiū hñt. qa vt ariſtoteles ex pythagoricis allegat in. i. lib. de cœlo: cuiuſlibꝫ rei creatę ꝑfectio cōſiſtit ī trib⁹. q poſtea beat⁹ auguſtin⁹ declarās dicit q oīs res cōſiſtit in mō ſpē & ordine. & allegat illud ſapiētis q de⁹ oīa ꝓſtituit ī nūero & pōdere & mēſura. aliæ vero numerorum formæ tā ſuperficiales q̄ꝫ ſolidę qualiter ſingulis creaturis diſtribuēdæ ſint: qa nimis lōgum foret enarrare: cōſulto relinquimus ad exercitium ingenioſorum iuuenum.

Scōa cōpātio de formis numeroꝝ.

De triāgul'

De q̄dratis

De altera ꝑte lōgioꝝ Tertia comparatio de ꝓportionalitatibus.

Applicatio formarū numeraliū ad res huius mundi.

¶ Tractatus ſecūdus Secundi libri de ꝓportionalitatibus numeroꝝ ꝛeoꝝ ꝓprietatibus. hꝫ capitula q̄tuor.

Caput primum de ꝓportionalitate arithmetica & de ꝓprietatibus eius.

CONSEQVENS eſt ad ꝑdicta oīa q erāt de ꝓportiōibꝰ & formis nūeroꝝ diuerſis: vt ēt de ꝓportiōalitatibꝰ breuit trāſigam⁹ ex ꝓtinuatiōe. n. ꝓportionū & formaliū nūerū q̄s ſępi⁹ dixim⁹ ī ꝑcedētib⁹: ꝓportiōalitates fieri q̄ꝫ manifeſtiſſimum erit: ſi vocabuli diffinitionē ꝑmittam⁹ hāc. Proportiōalitas ē triū aut pluriū nūeroꝝ ſil' ſumptoꝝ hītudo: vt. 1. 2. 4. eſt vna ꝓportiōalitas ſil'r ī iſtis. 1. 2. 3. 4. & ſic de aliis mīt⁹. vñ pꝫ dr̄ia ꝓportiōalitatis a ꝓportiōe: qa hæc duoꝝ tm̄ nūeroꝝ erat cōpatio: illa ꝟo triū aut pluriū. lꝫ apd' phīos parit & theologos iſta duo noīa ſępi⁹ cōfundāt: & alterꝝ ꝑ altero accipiat. Illa āt diffinitio cōis ꝓportionalitatis: q ē pluriuꝫ ꝓportionum hītudo vl' collectio aut ſil'itudo: nō oī ꝓportionalitati cōuenit: vt patebit de arithmetica ꝓportiōalitate. Proportionalitatis cōis hāc diſiunctā paſſionē aut ꝓprietatē aſſignam⁹. qa oīs ꝓportiōalitas aut ꝓtinua aut diſcōtinua eē pōt. ꝓtinua dr̄ ꝓportiōalitas qñ ī trib⁹ numeris accipit. ī qb⁹ neceſſe ē vt medi⁹ termin⁹ repetat bis: ſil'i cōparatiōe ſe hīs ad extremos. diſiuncta ꝟo ē ꝓportiōalitas accepta ī q̄tuor numeris ad min⁹: vbi null⁹ medioꝝ bis cōparat ꝫ tm̄ ſemel. ſ. vn⁹ medi⁹ ad vnū extremū & alter ad alterum. nā ſi cōtingeret ꝓportionalitatē facere ex q̄tuor aut plurib⁹ nūeris ī q̄ qlibet mediorum bis cōpar̄et. ſ. ſemel ad extremū & ſemel ad alterꝝ mediū: illa poti⁹ eēt ꝓtinua ꝓportionalitas q̄ꝫ diſcōtinua lꝫ ī plurib⁹ q̄ꝫ trib⁹ nūeris accepta. Proportiōalitatis ſpēs pluriæ ſunt & nō facile deteriabiles. ſed apd' antiq̄s pīos. ſ. pythagoricos ſolæ tres huiꝰ gñis ſpēs ponebant. ſ. arithmetica, gęometrica, & armonica: q̄ & vſq; ad platonē ariſtotelēq; mānſerūt ſolę. & vocabāt eas medietates aut mediocritates: qa gerūt ſil'itudinē moralium virtutū q̄rum q̄li-

Ꝓportionalitas qd ſit.

In quo' differt a ꝓportione.

Ꝓportionalitatis.

Vnica ꝓprietas.

Ꝓportionalitatis. ſpēs plures

Ꝓportionalitates q̄re dicūt medietates numerorum.

bet ē mediocritas ĩter duo extrema alterꝝ ꝑ excessum alterū ꝑ defectū: sicut ĩ ꝓportionalitate danť ad min⁹ tres nūeri: vnus medi⁹ & duo extremi quoꝝ alter excedit mediū alter vero deficit ab eo. Post istos aūt phĩos alii sapiētes q̄ secuti sunt: septē alias spēs hui⁹ gñis addiderūt ꝓducētes eas ad nūerū denariū: q̄ videbať eis oĩm alioꝝ ꝑfectissimꝰ eo q̄ sit vltim⁹ termin⁹ nūeroꝝ. nā post denariū oēs nūeri sūt reppetitiones denarii aut suarū partiū. Verūtn̄ si modū multiplicatiōis istaꝝ ꝓportionalitatū subtilr aduertam⁹: plures ꝓportionalitatum spēs q̄ decē imaginari poterim⁹ quē modū ĩ fine ist⁹ tractat⁹ explicabim⁹. ĩterim āt circa primas illas tres spēs ītēdem⁹ diffinitiones & ꝑprietates eaꝝ ꝓquirētes. Arithmetica ꝓportionalitas est triū aut pluriū nūeroꝝ talis aggregatio in q̄ neglecta ꝓportionū eq̄litate: eadē & similis differētia ĩter nūeros obseruať vel attendit: & hæc manifesta est ĩ naturali numeroꝝ serie: vbi semꝑ duoꝝ ꝑximoꝝ differētia est vnitas. vt. 1,2.3.4.5.6.7. Simílr in naturali serie numerorum pariū seorsum: vel ĩpariū seorsum: vbi semꝑ differētia est binari⁹. vt ꝑ hic. Pares. 2.4.6.8.10. Impares. 1.3.5.7.9. Eadem ꝓportionalitas hť in naturali serie numerorum pariter ĩpariū de quib⁹ superius dixim⁹ ꝙ quilibet eorū distat a suo ꝑximo per quatuor vnitates. vt. 2.6.10.14.18. &c. Hāc etiā numerorum serie in arithmetica practica q̄ dť algorismus vel abacus ꝓgressionē numeroꝝ vocant. Dicit aūt talis numeroꝝ aggregatio ꝓportionalitas arithmetica: nō ꝙ ipsa sola ĩ numeris cōsistat & aliæ oēs in magnitudinibus: q̄nquidē oēs ꝓportionalitatū spēs ĩ numeris oēsq̄ ĩ magnitudinib⁹ iueniant: sed dť arithmetica quia solū attēdit numeꝝ vnitatū excessus ĩter prīcipales numeros q̄ cōparant. In gēometrica vero ꝓportionalitate seq̄nte nō curātes de numero illarū vnitatum ꝑ quas pricipales numeri sese excedunt atq̄ excedunt: principalr attēdimus quota pars sit ille excessus respectu nūeri excedētis vel excessi: & hoc siue excessus ille sit vnitas/siue binari⁹/siue ternari⁹ &c. vñ nō immerito hæc ꝓportionalitas arithmetica. i. numeratiua excessus dť: sequēs vero gēometrica. i. mensuratiua eiusdē excessus. Arithmeticæ ꝓportionalitatis q̄tuor p̄cipue sunt ꝑprietates. Prima eadē est cum q̄rta ꝑprietate numeri pariter ĩparis. s. ꝙ si medius terminus fuerit vn⁹: ille cōiunctoꝝ est medietas extremorum. si aūt fuerint duo media illa simul sumpta adēquant duobus extremis sibi adiunctis/tā in ꝓportionalitate continua q̄ discōtinua.

2. ꝑprietas

2. 10 Secūda ꝑprietas. ꝙ sicut qlibet numer⁹ ĩ hac ꝓportionalitate se habet vt. 2.4.6. &. 2.4. 6. 8. ad seip̄m: ita se hñt dťiæ ad differētias. nā vtrobiq̄ ēqualitas repperit quod nō est possibile in aliis ꝓportionalitatibus. hoc ꝑ in p̄dictis exēplis vbi oēs differētiæ sunt dualitates.

3. ꝑprietas.

Tertia ꝑprietas: quā primo nichomacus inuenit: est. ꝙ illud quod fit ex medio nūero in seipso ducto maiꝰ est eo quod ꝓducit ex multiplicatiōe extremoꝝ adinuicē, & excessus p̄cisse est tātus quāta est multiplicatio vni⁹ dťiæ per aliā. de differētiis loquor medii ad duo extrema, vt hic. 3.5.7. ex multiplicatione medii ꝓcedit. 25. ex multiplicatione aūt extremoꝝ fiunt. 21. excessus aūt illi⁹ ad istū est quaternari⁹: quē ꝓducit differentiarum multiplicatio q̄ sunt duo binarii. Et hæc ꝑprietas etiā vera est in q̄tuor numeris siue sit ꝓportionalitas cōtinua siue discōtinua: dū mō extrema ad vnū tm̄ mediū cōparent qđcūq̄ illorū ponať. vt hic. 3.5.7.9. ex multiplicatione duoꝝ mediorū ꝓuenit. 35. ex multiplicatiōe vero extremoꝝ fit. 27. q̄ excedit a p̄cedēte in. 8. quāta est multiplicatio binarii in quaternarium q̄ sunt dťiæ extremoꝝ ad vtrūlibet medioꝝ. sílr hic. 5.7.8.10. multiplicatio mediorū est. 56. extremoꝝ. 50. excessus est senari⁹ ꝓductus ex multiplicatiōe binarii in ternariū quæ sunt dťiæ extremoꝝ ad quodlibet mediorū.

iiij. ꝑprietas

Quarta ꝑprietas ꝙ si in numeris hui⁹ ꝓportionalitatis nō dťias sed ꝓportiones eoꝝ attēdamus: in minorib⁹ numeris maiorem ꝓportionem: & in maiorib⁹ minorem inueniemus. vt hic. 1.2.3. maior est ꝓportio duorū ad vnum quia dupla: q̄ trium ad duo quæ est sesquialtera, & sic de aliis exemplis.

¶ Caput secundū de ꝓportionalitate gæometrica & suis proprietatibus.

Sicut in arithmetica ꝓportionalitate differētias æquales numeroꝝ attēdebam⁹: sic in gēometrica ꝓportionalitate eorūdē nūeroꝝ ꝓportiones síles & æquales obseruam⁹: vnde diffinitio ꝓportionalitatis quā supi⁹ reprobauim⁹. s. ꝓportionū similitudo gēometricę ꝓportionalitati erit aptissima. Est ergo ꝓportionalitas gēometrica triū aut pluriū nūerorum símr sumptoꝝ talis cōpatio vt ĩ eis lꝫ dťiæ nō sint ēq̄les: ꝓportiones tm̄ eoꝝ sūt síles &

ęquales. vt hic.4.6.9. sūt duæ sesqalteræ.& hic.3.6.12.sunt duæ duplæ:& sic de aliis.Ex qua diffinitione elicit primo p gęometrica ꝓportionalitas ex oīb9 spēb9 ꝓportionū constitui potest:vt ex duplis/triplis/quadruplis,& aliis multiplicibus.similiter ex sesquialteris/sesquitertiis,sesquiquartis,& aliis supparticularibus,eodē modo ex superbipartientib9 tertias,quintas,septimas.&c.ex suptripartientib9 quartas,qntas,septimas &c.& sic de aliis oīb9 specieb9. Secūdo sequit q nūeri pariter pares seriatim sūpti sunt ꝓportiōalitas gęometrica.quare & ꝓprietates pariter parīū:gęometricæ ꝓportionalitati cōueniēt.facit etiā ad hoc ꝓpositū regula de cōtinuatione ꝓportionū suppartcularīū in vltimo capite primi libri hui9 superius posita.Quare aūt ista ꝓportionalitas dicat gęometrica vl mēsuratiua diximꝰ in p̄cedēti capitulo.qa ita bn̄ ista ꝓportionalitas sicut & oēs aliæ est ptractāda ī scientia arithmetica quēadmodū & ī gęometria,vnde hæc adiectiua arithmetica & gęometrica ī ꝓportiōalitatibus nō appellāt scientias ī quib9 cōsiderant:sed cōsideratiōes inter excessus nūerorū quos aliter in vna & aliter ī alia ꝓportionalitate cōsideramꝰ.Hui9 ꝓportiōalitatis q̄tuor sūt ꝓprietates. Prima si accipiant nūerorū differētiæ seorsū ī vna serie: easdē hn̄t ꝓportiōes quas & nūeri quorū sunt differētiæ.vt hic.1.2.4.8.16. quorū differētiæ sunt.1.2.4.8.&c. Secūda ꝓprietas qn̄ ꝓportionalitas gęometrica fit ex multiplicibus similib9: differētia mioris ad suū ꝓximū maiorē ē æq̄lis mīori:aut mltiplex multiplicitate ꝓxīo mīori q̄ sit mltiplicitas eorūdē nūerorū,vt si ꝓportionalitatis fiat ex duplis minor nūer9 differētia sibi æquali exceditur a maiori.si ex triplis differentia sibi dupla.si ex q̄druplis differētia tripla:& sic de aliis. Tertia ꝓprietas quicqd ꝓducit ex multiplicatione extremorū nūerorū in hac ꝓportiōalitate idē ꝓueniet ex ductu medii vel mediorū nūerorū p seipos: & hæc fuit q̄rta ꝓprietas in nūeris pariter paribꝰ.Quarta ꝓprietas hui9 spēi est q tā in nūeris maioribꝰ q̄ ī mīoribꝰ est eadē & similis ꝓportio:hoc exp̄ssē hz diffinitio ꝓportiōalitatis gęometricæ superius posita:possent hic addi q̄dam aliæ ꝓprietates hui9 mediocritatis gęometricæ.s.q ī terminis eius licet arguere ꝙuersiue ꝓmutati & aliis modis de qb9 in gęometria dicemꝰ. Notandū est etiam q inter oēs duos nūeros q̄dratos ꝓxios semp est dabilis vn9 tertius nūer9 medi9 ꝓportionalitatē gęometricā in eis faciēs:qa duas similes ꝓportiōes hz ad nūeros extremos:& tale mediū facile inuenit si latera illorū q̄dratorū adinuicē multiplicent.de quib9 lateribꝰ ī superiore tractatu diximꝰ attēdentes quot vnitates hz qlibet q̄drat9 in latere suo.vt inter.4.&.9. est senarius ꝓduct9 ex multiplicatiōe binarii cū ternario q̄ sunt eoꝝ latera.sil'r inter.9. &.16.sūt 12.ex multiplicatiōe ternarii cū quaternario q̄ sunt latera eorū,& sic de aliis.Sed ītr q̄libet duos cubicos ꝓxios sunt duo media ꝓportiōalia.i. sil'es ꝓportiōes hn̄tia cū extremis & ad seipsa:quorū mediorū nūerorū minor ꝓducit multiplicato latere cubi maioris per q̄dratū minoris:maior vero mediorū cōsurgit ex mltiplicatiōe lateris cubi minoris p q̄dratū maioris:quadrata cubicorū vocamꝰ nūeros quadratos eādē radicē hn̄tes cū talib9 cubicis.latera aūt cubicorū sunt vnitates suę altitudis,vt octonarii quadratū est.4.lat9 vero est duo.sil'r vigesimiseptimi quadratum est.9.latus vero.3.ergo inter. 8.&.27. sunt duo media ꝓportionalia,sc̄z.12.&.18.quorū primū nascitur ex multiplicatione ternarii cū quaternario.alterum vero producitur ex multiplicatione binarii cum nouenario,& sic de aliis.

Quare ꝙ geometrica

Quatuor ei9 ꝓprietates prima. 2.ꝓprietas

3.ꝓprietas.

4.ꝓietas

Nūeros q̄dratos cognatos esse geometrice ꝓportionalitati.

Idez ꝓbat de numeris cubis.

¶ Caput tertiū de proportionalitate armonica,& de eius ꝓprietatibus.

QVM ois ꝓportionalitas cōsistat ad mīn9 ī trib9 nūeris: p̄ter duas eoꝝ cōparationes supradictas potest adhuc tertia assignari: qua nec sil'es nūerorū differētias nec æq̄les eorū ꝓportiōes obseruabimꝰ:hāc armonicā medietatē cēsuerūt appellandā. Cui9 diffinitio talis est.Armonica ꝓportiōalitas est trīū nūerorū talis colligātia vbi qualis est ꝓportio extremi ad extremū talis est & duarū differētiaꝝ inter se:quarū maior ē differētia maioris ad mediū: mīor vero earū est differētia vel excessus medii ad mīorē vt.3.4.6.vbi extremi maioris ad mīorē est ꝓportio dupla. q̄ etiā ē ꝓportio binarii ad vnitatē differētiæ sc̄z maioris & medii ad differētiam medii & mīoris.sil'r hic.2.3. extremoꝝ ꝓportio est tripla & eadem est duarū adinuicē diffrrentiarū: eisdē aūt nūeris duplatis aut triplatis aut aliter mltiplicatis semp eadē ꝓportionalitas apparebit. Huius ꝓportionalitatis armonicæ sil'r quatuor reppertimus ꝓprietates,pria q ī maioribus nūeris ei9 est maior ꝓportio & in minoribus minor.

Armonica ꝓportionalitas q̄d sit.

Armonice ꝓprietates quatuor. Prima.

Secūda ꝓ prietas.

pēr cōtrarium ad ꝓportionalitatē arithmeticā: vt pz in exēplis supiorib9. Secunda ꝓprietas q medi9 termin9 tota minoris pte minorē supat quota maioris a maiore supatur vt hic 2.3.6. medi9 supat minorē medietate minoris.ſ.vnitate: & supatur a maiore medietate maioris.ſ.ternario. huiꝰ cōtrariū habebat proportionalitas arithmetica vbi medius terminus tota ſui pte minorē ſupabat quota etiā ſui a maiore ſuperabatur. nulla facta relatione differētiarū ad nūeros extremos. ſed in armonica medietate differētiæ cōparātur ad extremos & nō ad nūerū mediū. in gēometrica āt ꝓportionalite mediocris fit cōpatio. quia vna differentia rū refertur ad minorē numerꝰ alia vero ad mediū. nā ibi medi9 numer9 quota pte mioris minorē ſupat: tota ſui pte excedit a maiore.

Tertia ꝓprietas.

Tertia ꝓprietas q in numeris ꝓportionalitatis armonicæ ſūma q̄ ꝓducitur ex multiplicatiōe duorū extremorū adinuicē medietas eſt numeri ꝓducti ex multiplicatiōe medii cū cōpoſito ex extremis vt hic. 3.4.6. ex multiplicatione extremorū ꝓducitur. 18. ſed ductis q̄ttuor in. 9, q eſt aggregat9 ex extremis fiūt 36. nūer9 duplus ad. 18, & ſic de aliis exēplis.

Quarta ꝓprietas.

Quarta ꝓprietas q armonica mediocritas in nūeris ſuis muſicā ꝓiter & gēometricā exhibet armonicā: vñ non īmerito armōica vocata ē. Dicit aūt muſica armonia cōſonātia vocū acutę & grauis ī certa rōne nūerali. hæc āt nō eſt niſi qncuplex (de ꝓfectis cōſonantiis loquor) videlicet dupla. tripla. q̄drupla ī multiplicib9 & ſeſqualtera. ſeſqtertia. ī ſupparticularib9. nā in aliis ſpēbus ꝓportionū tā horū generū q̄ſequētiū: voces cōparatę nō hñt pfectā cōſonātiā ſed mancā & impfectā. has aūt vocū ꝓportiōes ſupradictas muſici (vt alias videri h3) ſuis vocabulis mixte cognotātib9 vocāt. duplam: diapaſon vel octauā. triplā: diapaſon cū diapēte: vel duodecimā. quadruplā bis diapaſō vel qndecimā. ſeſquialterā vocāt diapēte aut quartā: ſeſquitertiā: diateſeron vel tertiā vocē ſupra vel īfra aliā que oēs ꝓportiōes cōſonātiarū muſicaliū reperiunt in nūeris huiꝰ ꝓportionalitatis armonicæ ſi etiā differētiæ eorū cōnumerent vt hic 3,4.6. nā. 6. ad. 4. eſt ꝓportio ſeſquialtera. 4. ad. 3. ſeſquitertia. 6. ad. 3. eſt dupla. ternari9 āt differētia extremoꝝ ad vnitatē q̄ eſt differentia medii & minoris triplā h3 ꝓportiōem. ſed. 12. reſultās ex aggregatiōe maioris & medii cum eoꝝ differētia: quadrupl9 eſt ad minorē q ē ternari9. ſiꝫr hic. 2.3.6. medi9 ad mīorē eſt ſeſquialter. maior ad mediū dupl9. & differētia īter maiorē & mediū eſt tripla ad differētiā inter medium & minorē: ad quā etiā differētia duoꝝ extrēoꝝ eſt quadrupla: & eadē extrēoꝝ differētia eſt ſeſqtertia ad medium.

Armonieꝫ conſonātie muſicales quinq.

Diapaſon.

Diapaſon cū diapente bis diapaſō

Diapente.

Diateſeron

Armonia geometrica

Armonia ☧o gēometrica. i. pfectiſſimi corpis laterati diſpoſitio eſt figura cubica: q̄ vt ſuperi9 dixim9 h3. 6. ſupficies. 8. āgulos & 12. lineas laterales. hi autem tres numeri. 6. 8. 12. cū ſint dupli ad nūeros primi exēpli ſuprapoſiti eādē cum eis hñt ꝓportionalitatē. ſ. armonicā. ergo non īmerito talis numeroꝝ aggregatio armonica vocat ꝓpter duas ratiōes ſupradictas. Hactenꝰ igit de tribus primis ꝓportionalitatib9 q̄ ſunt valde autēticæ & magni p̄cii apud grauiſſimos philoſophoꝝ. vñ ad eaꝝ facilē īuētionē op9 ē regula huiꝰ artis adaptare.

De iuētiōe harū ꝓportionalitatū.

Nā ꝓpoſitis duob9 nūeris iq̄lib9 ſiue ſint pares ſiue īpares notabiliter tñ a ſeipſis diſtātes: p diuerſā medii nūeri īuētiōem: haꝝ trium ſpērū ꝓportionalitates variabim9: ita q iidē numeri extremi cū vno medio ſint ꝓportiōalitas arithmetica: cum alio gēometrica: & cum alio armonica medietas. p quib9 mediis īueniēdis ponunt tres regulæ.

Prima regula.

Prima regula q mediū arithmeticū eſt dimidiū numeri cōpoſiti ex extremis. vl ē numer9 addēs ſup minorē medietatē differētiæ extremoꝝ.

Secūda regula.

Scda rla q medium gēometricum ſemp eſt radix quadrata numeri ꝓducti ex multiplicatiōe extremoꝝ. vel eſt numer9 ꝓportionē extremoꝝ p mediū diuidēs.

Tertia rtgula.

Tertia rla q medium armōicuz īueniꝫ ſi minor numer9 p differētiā extremorum multiplicet: & ꝓducto diuiſo p cōpoſitum ex extremis: nūer9 q̄tiens eidē minori numero addat. vt datis his duob9 numeris paribꝰ p extremis. 10. & 40. medium arithmeticum īter eos eſt. 25. gēometricum eſt. 20, armonicum vero. 16. vt patet ex regulis. ſiliter poſitis his duobus numeris imparibus. 5. & 45. medium arithmeticum inter eos eſt. 25. gēometricum eſt. 15. armonicum autem. 9. & ſic de aliis exemplis ſuo modo.

¶ Caput quartum de aliis ſeptem ꝓportionalitatum ſpeciebus breuiſſime.

Mō oēs ꝓportionalitates imaginabiles ſūt poſſibiles.

PErtractatis diffuſius trib9 primis ꝓportionalitatum ſpēb9 aliarum potiſſimis: op9 ē vt ſeptē alias īmo & oēs alias huius gñis ſpēs diſſeramus: ſuppoſito prius ordine multiplicādi hmōi ſpēs quotquot fuerint imaginabiles. vt poſtea reiectis īpoſſibilib9 certū numerū ſpecierum poſſibiliū colligam9. Quēadmodum feciſſe legit ariſtoteles in ſcdo libro

de gñatiõe ad inqrẽdũ certũ nũerũ elemẽtorꝝ dicẽs: ꝙ q̃tuor prĩarũ qualitatũ cõbinationes sex sunt imaginabiles: sed ex eis duæ sunt ipossibiles: restãt ergo q̃tuor tm̃ possibiles & totidẽ sunt elemẽta. i. simplicia corpora prĩa. Sĩlia fere dicũt cõmẽtatores inqrẽdo certũ nũerum p̃dicamẽtorꝝ ĩ primis ĩtẽtiõib9 tũ simplicib9 tũ etiã mixtis siue cognotatiõis mixtę. nã recte calculãdo qngẽta p̃dicamẽta & eo plura sunt imagĩabilia: sed nõ tot sunt possibilia: aut saltẽ nõ tot repperibilia ĩ vocabulis sciarꝝ & artiũ cõiter visitatis vt alias videri hz̃. Nũc autẽ ad ꝓpositũ nr̃m dimissa arithmetica ꝓportionalitate (ĩ qua dr̃iarꝝ tm̃ sĩlitudo & nõ ꝓportionũ æqualitas attẽdebat̃) aliarꝝ spẽrũ oĩm trib9 q̃ternariis imaginabimur modos: vt oẽs ꝓportionalitatũ spẽs sint tredecĩ: quot etiã moraliũ virtutum spẽs notabiles ĩueneŕt peritissimi philosophorꝝ. s. prudẽtiã ĩ ĩtellectu & duodecĩ alias virtutes ĩ affectu. ad sĩlitudinẽ sacratissimi collegii xp̃i & suorꝝ apl'orꝝ. Quaternarii autẽ supradicti tria hñt hęc prĩcipia cõparationũ ĩter tres nũeros alicui9 ꝓportionalitatis. prĩa cõparatio est sicut medi9 nũer9 ad mĩorẽ. scda sicut maior ad mediũ. tertia sicut maior ad mĩorẽ. Quçlz̃ iterũ istarꝝ ꝙationũ in q̃tuor alias subdiuidit̃ variãdo p differẽtias illorũ trium nũerorꝝ. vt sic dicendo. sicut se hz̃ medi9 nũer9 ad mĩorẽ: sic se hz̃ dr̃ia maioris & medii ad differẽtiã medii & minoris. vel sicut medi9 ad minorẽ: sic eorꝝ dr̃ia ad dr̃iam maioris & medii. vel sicut medi9 ad mĩorẽ: sic differẽtia extremorꝝ ad differẽtiã duorꝝ maiorꝝ. vel sicut medi9 ad mĩorẽ: sic differẽtia extremorꝝ ad differẽtiã duorꝝ mĩorꝝ. Et intelligit̃ per hoc ꝙ dicim9 se habere hoc ad illud: ꝓportio maioris inequalitatis vni9 nũeri ad alterũ. vt sit sensus qualis est ꝓportio medii nũeri ad mĩorẽ: talis est ꝓportio differẽtię hui9 ad illã. &c. Sĩl'r dicẽdo sicut maior numer9 se hz̃ ac mediũ: quatuor ĩuenim9 cõparatiões ad dendo: sic se hz̃ differentia maioris & medii ad dr̃iam medii & minoris. vel sic se hz̃ dr̃ia mĩorũ ad differentiã maiorũ. vel sic se hz̃ differẽtia extremorꝝ ad differẽtiã duorũ maiorũ. vel sic se hz̃ differẽtia extrẽorũ ad dr̃iam duorũ minorꝝ. Eodẽ mõ dicẽdo sicut maior nũer9 se hz̃ ad minorẽ quadrifaria est cõparatio: si addat̃: sic se hz̃ dr̃ia duorꝝ maiorũ ad differentiã duorũ mĩorꝝ, vel sic se hz̃ dr̃ia minorꝝ ad differẽtiã maiorꝝ vel sic se habet differẽtia extremorꝝ ad differentiã duorꝝ maiorꝝ, vel sic se habet differẽtia extremorꝝ ad differentiã duorũ minorꝝ. Hę oẽs sunt iã duodecim cõparatiões. p̃ter quas sunt adhuc imaginabiles aliæ sex. s. dãdo oppositas cõparatiões duab9 vltimis ĩ quolibet quaternario. vt sic se hz̃ dr̃ia mĩorꝝ ad differentiã extremorꝝ. vel sic se habet dr̃ia maiorũ ad differentiã extremorꝝ. & hoc tripl'r variãdo scd̃m tria prĩcipia supradicta. q̃ tm̃ sex oẽs sunt ipossibiles ĩ nũeris. & etiã vna duodecĩ p̃cedẽtiũ est ĩpossibilis vt ostẽdemus. restãt ergo vndecĩ possibiles: q̃rũ tm̃ q̃tuor reducunt̃ ad duas qa coĩcidũt & p eisdẽ nũeris supponũt, & sic restãt decẽ spẽs ꝓportionalitatũ possibiles & p distinctis nũeris supponẽtes etiã ꝙnũerata arithmetica ꝓportionalitate: q̃ ab hmõi cõparatiõib9 erat aliena: sed aliarũ oĩm fundamẽtalis & prĩa. cui9 diffinitiõe suppositã: aliq̃ oẽs ex p̃dictis sic sunt diffiniẽdę. Scda ꝓportionalitas est tres numeri taliter cõparati ꝙ sicut se hz̃ medi9 ad minorẽ: sic se hz̃ differẽtia duorꝝ maiorũ ad differẽtiã duorũ mĩorꝝ. vt. 1. 2. 4. & hęc est geometrica. Tertia ꝓportionalitas est in qua sicut medi9 ad mĩorẽ: sic dr̃ia minorꝝ se habet ad differentiã maiorꝝ vt 2. 4. 5. & est cõtraria gęometricę. Quarta ꝓportionalitas est sicut medi9 ad minorẽ sic differẽtiã extrẽorꝝ ad differentiã maiorꝝ. vt. 3. 5. 8. Quita ꝓportiõalitas est sicut medi9 ad minorẽ sic differentiã extrẽorꝝ ad differentiã mĩorꝝ. vt. 4. 6. 7. Sexta ꝓportionalitas est tres nũeri in quib9 sicut maior ad mediũ: sic dr̃ia maiorꝝ ad differentiã minorꝝ. vt. 2. 4. 8. & hæc iterꝝ est gęometrica. Septima est sicut maior ad mediũ: sic dr̃ia minorꝝ ad differẽtiã maiorꝝ. vt. 1. 4. 6. & hæc iterũ est cõtraria gęometricę. Octaua est sicut maior ad medium sic differẽtia extremorꝝ ad differẽtiã maiorũ. vt. 3. 4. 6. q̃ coĩcidit cũ armonica. Nona ꝓportionalitas sicut maior ad mediũ: sic dr̃ia extremorꝝ ad differentiã minorꝝ. & hæc est ĩpossibilis in numeris. Decia ꝓportionalitas est tres termini in qbus sicut maior ad minorẽ sic dr̃ia maiorũ ad differẽtiã minorꝝ. vt. 3. 4. 6. & hęc est armonica. Vndecima sicut maior ad minorẽ: sic differẽtia minorꝝ ad differentiã maiorũ. vt. 3. 5. 6. & hæc est cõtraria

Exẽplus in phisica de elementis.

Exẽplũ i logica de predicamentis

Tres q̃ternarij cõparationum.

Tria prĩcipia q̃ternariorum.

Prim9 quaternarius.

Scõs quaternarius.

Tertiꝰ quaternarius.

Alie sex cõparationes

1. ꝓportiõalitas arithmetica.

Scda geometrica.

Tertia contraria geometrice.

Quarta.

Quinta.

Sexta iterꝝ geometrica

Septia p̃dicte cõtraria

Octaua est armonica.

9. ipossibĩl

10. est iterꝝ armonica.

11. contraria armonice.

Duodecīa Tertiadecima. Alie sex impossibiles.

armonicæ, Duodecima sicut maior ad mīorē sic differētia eorū ad differētiā dūorū maiorū vt.6.7.9. Tertiadecīa sicut maior ad minorē sic differentia eorū ad differētiā duorū minorꝝ.vt.6.8.9. Post has sequunt̄ alię sex īpossībiles de quib⁹ pri⁹ dixim⁹. & ex supra dictis nona īpossibili existente: atq; scda & sexta ad vnā reductis. sil'r octaua & decima ꝑ eadē cōputatis: restāt vt dixim⁹ decē notabiles ꝓportionalitatū spēs differētes vt p3 hic.

Arithmetica prima	.1.2.3.	Quinta	.4.6.7.	Nona impossibilis.	
Geometrica secūda	.1.2.4.	Sexta geometrica		Decima Armonica.	3.4.6.
Contraria tertia	.2.4.5	Septima.	1.4.6.	Vndecima cōtraria.	3.5.6.
Quarta	3.5.8.	Octaua armonica		Duodecima	6.7.9.
Vbi solę decē habēt nūeros exp̄ssos qa illę solę				Tredecima	6.8.9.

sunt possibiles & aliis nō coincidētes vt p3 ex dictis.

¶Restat nūc ꝑ ꝯclusione hui⁹ nr̄æ arithmeticę ītroductiōis vt de maxīa ꝑfectaq; armonia differam⁹ q̄ trib⁹ nūeroꝝ interuallis teste Boetio cōstituta maguā vī optinet in musici modulaminis tēperamētis: & in speculatione naturaliū q̄stionū p̄sertim apud Platonē & pictagoricos. hęc aūt armonia quatuor nūeris solidis ꝯficit̄ q sunt. 6.8.9.12. in quibus tres laudatissime ꝓportionalitates primę. atq; oēs cōsonātię musicales disertissime annotant̄. Quod aūt hi oēs sint nūeri solidi: hinc ꝑbat̄. ꝙ multiplicatiōe replicata triū numerorū qlibet eorum explicari potest. vt semel duo ter sunt. 6. bis duo bis. sunt. 8. semel tria ter sunt. 9. & bis duo ter sunt. 12. ꝙ aūt in eis sit ꝓportionalitas arithmetica clarū est cōparatis duob⁹ extremis ad vnū mediū. s. 9. geometrica ꝟo si eadē extrema ad duo media sic referant̄: ꝙ sicut prim⁹ nūer⁹ se habet ad tertiū: sic secūd⁹ ad quartū vtrobiq; em̄ est sesquialtera ꝓportio armonica autē: si extrema ad vnū mediū. s. 8. adaptent̄. vī & ꝑprietates harū ꝓportionalitatū supradictę his nūeris sic cōparatis manifestissime conueniēt p̄sertim illę q̄ de multiplicatiōe vel additione numeroꝝ medioꝝ & extremoꝝ loq̄bant̄. De consonātiis musicalib⁹ facilis est ꝑbatio nam. 12. ad. 9. vel. 8. ad. 6. est diatesseron. sed. 12, ad. 8. vel. 9. ad. 6. est diapentè. harum duaꝝ cōsonātiaꝝ differētia est sesqoctaua ꝓportio q̄ & dr̄ epocdus inter. 9. & 8. deīde. 12. ad. 6. est diaspason cōsonātia. sed differētia maximi ad primū medium cōparata ad differentiā duoꝝ medioꝝ adinuicē est diapason cum diapente, tandē differētia maximi ad scd̄m medium se habet ad eandem differētiā duoꝝ medioꝝ in q̄drupla ꝓportiōe q̄ est bis diapason cōsonātia. Nouissime ꝟo sicut ꝓportionalitates supradictas virtutib⁹ moralib⁹ cōparauim⁹ (q̄ in regimine rei publicæ maxīe sunt necessariæ) sic eaꝝ tres prime spēs: trib⁹ valde differētib⁹ reipublicę spēbus coaptari possunt. ponit etiā aristoteles in tertio suoꝝ politicoꝝ libro: sex rerū publicaꝝ spēs: tres primas rectas & studiosas q̄ sunt regnum, optimatus. & res publica: & totidē trāsgressas & viciosas. s. tyrannidē. paucoꝝ potentiā. & popularitatē. bonaꝝ aūt & malaꝝ potissima hæc est differētia: ꝙ in bona re publica q maiores sunt virtute merito & prudētia: plus accipiunt de honorib⁹ & bonis reipublicæ: q̄ minores in talib⁹ ꝑfectionib⁹. sed ī mala & tyrānica re publica accidit cōtrarium. qa minores ꝟtute & merito: fiunt maiores ī honore & participatiōe bonoꝝ reipublicę. Quia igit̄ in arithmetica ꝓportionalitate ī minorib⁹ terminis est maior ꝓportio & e cōtra: paucoꝝ potētiæ typum gerit. Armonica vero ꝓportionalitas cōtrariā habēs cōditionē optimoꝝ gubernationi assimilat̄. Sed geometrica proportionalitas q̄ in vtriscq; numeris ꝓportionum seruat æqualitatē: recte popularitas dici potest. hæc & alia multa nobis profecto in accessibilia arihtmeticæ introductiones cōmoda adducere possunt. In his tn̄ q̄ rudi nostra minerua cōpegim⁹ arithmetica p̄gustamēta: laus omnis & honor sit summo deo scientiarum largitori: & maioribus nostris quorum opinionibus communicauimus.

Duodecīa Tertiadecima. Alie sex impossibiles.

Maxima ac perfecta armonia.

ꝙtuoꝛ nūeri solidi ī qb⁹ sunt tres ꝓportionalitates.

In eisdem nūeris oēs cōsonantie musicales.

Res publica est ꝓportionalitas.

Spēs politiarum sex precipue.

Arithmetica ꝓp. paucoꝝ potē. Armonica propoꝛ. optimata. Geometrica propoꝛ. ꝑparitas.

¶Arithmeticę introductionis finis.

Petri Cirueli Darocensis. prœuia in geometriam quæstiuncula de realitate punctorum. linearum. superficierum: & figurarum.

AD VERAM intelligentiam geometriæ breuis Thomæ Brauardini (cui etiã nõnulla quæ deerant necessaria addidimus) videtur prælibanda hæc breuis quæstiuncula. Nũquid geometrica principia & cõclusiones possint æque bene intelligi & saluari ab his qui negant indiuisibilia: puncta. s. lineas & superficies in corporibus naturalib9 accidentia terminantia & cõtinuãtia magnitudines rerũ: sicut intelliguntur & saluãtur ab aliis qui talia indiuisibilia defendũt atq; cõcedũt. Ad hanc dubitationẽ sine argumẽtis breuiter respõdendo dicim9 q̃ olim Aristoteles cõtra platonẽ agens in. 2. phisicorũ. in. 1. de aĩa. & in. 3. methaphisicorũ. improperabat ei q̃ nõ valeret theoremata geometrica intelligere nec saluare: nisi fingeret quædã entia mathematica. i. lineas superficies & corpora quædã separata realiter ab his entibus naturalib9 quæ sunt apud nos: nõ tamen adeo separata sicut ideas methaphisicas. Dicebat enim Plato (referente Aristotele) q̃ entia mathematica erant media inter ideas & has res sensibiles naturales: de quib9 intermediis solũmodo erant vera theoremata geometrica. non enim inquit Plato in rebus naturalibus verificatur illa diffinitio puncti cuius pars non est. vel illa conclusio q̃ circulus lineam rectam vel sphera superficiẽ planã tangat in pucto præcise. & sic de aliis multis. cũ ergo illa omnia sint vere suppositа & demonstrata in geometria: oportet dare aliquas veras res præter istas sensibiles & naturales in quibus verificentur ea quæ supra dicta sunt. Quo cõtra aristo. vbiq; probat talia entia intermedia esse ficticia & nulla & absq; necessitate posita: cuz alioquin oĩa geometrica possint saluari & recte intelligi de istis rebus naturalib9 sensibilib9. ait enĩ in. 2. phisicorũ: q̃ mathematicus de phisica linea intendit: sed non inquantũ est phisica. i. nõ ratione phisica (quæ est mentis conceptus motum materiam & qualitates sensibiles cognotans) sed ratione abstracta a talibus cognotationibus. vnde subdit q̃ abstrahentium non est mendatium. quia intellectus noster rem vnã alteri naturaliter coniũctam potest seorsum & separate cognoscere vl' contemplari: & in hoc non fallitur aliquo errore vel mendatio. quare arguens platonẽ de ignorantia dicit. latent autem hæc facientes & ponentes ideas & mathematica separata. Suppositа ergo veritate doctrinæ Aristotelis in hac materia: sequaces sui peripatetici diuisi sunt in duas sectas. quibusdã eorum dicentibus: aliis vero negantib9 q̃ in rebus naturalibus sunt quædã vera accidentia quæ dicuntur entia mathematica simul' coniuncta qualitatibus naturalibus quæ sunt res phisice. quæ quidẽ mathematica accidẽtia: licet a phisicalibus realiter sint inseparabilia: imaginabiliter tamen hæc ab illis cogitatione nostra separari possunt. Dicunt igitur taliter opinantes q̃ geometria nostra est vera precise in suis principiis & conclusionibus de illis accidentibus mathematicis sic abstractæ consideratis: & non de substantiis aut qualitatibus rerum naturalium. principale motiuum istius opinionis fuit vt saluarent distinctionem mathematicæ scientiæ a phisica per diuersas res: de quibus vtraq; considerat. Alii vero peripatetici opinantur hoc motiuũ nõ

Plato.

Aristoteles

Reales.

Moiales.

cogere ad ponendum tales entitates. quia distinctio scientiarū sufficienter defendi potest si de eisdem rebus diuersis rationibus considerent. vnde & notāter dixit Aristoteles q̄ mathematicus de physica linea intendit: sed non inquantum est physica. ideſt non eadem ratione cum physica scientia. ideo concludunt q̄ in rebus naturalibus non oportet ponere alia accidentia præter qualitates physicas. Vnde concedunt easdē res esse naturales & mathematicas: aliter tamen & aliter consideratas. omnis enim res longa (vt inquiunt) est linea: siue sit substātia siue accidens siue materia siue forma. & omnis res longa & lata est superficies. denicq̄ omne longū latum & profundū est corpus quæcunq̄ res illa fuerit. Nec admittunt distinctionem de rebus extensis vel partibilibus per se aut per accidens. sed dicūt q̄ omnis res extensa & partibilis habet hoc ex natura sua & nō per aliud. nam si aliqua res vt anima rationalis suapte natura est impartibilis & inextensa: quatuncunq̄ vniatur corpori extenso & diuisibili nunq̄ per ipsum fiet diuisibilis & extensa. ideo nihil est continuum aut diuisibile per aliud. nec Aristoteles in prædicamento quantitatis sensit contrarium distinguens quantitates per se a quantitatibus per accidesn: quia ibi de vocabulis loquebatur non de rebus externis: de quibus modo agimus. Igitur secundum istam viam geometria verificat sua principia & conclusiones: suas diffinitiones & diuisiones de omnibus istis rebus naturalibus siue quantum ad substantias siue quantum ad accidentia corporalia: qa in omnibus est eadem & similis ratio. Nec argumētū præcedentis opinionis cogit: quia ex quo accidentia illa mathematica & physicalia sunt simul & realiter coniuncta: quicquid ad diuisibilitatem & extensionem pertinens affirmatur de matheamticis: erit etiam verum de physicis accidentibus. imo & de substantiis corporum naturalium: cum omnia illa simul sint: simul tangant & tangantur: simulq̄ diuidantur. Hactenus de punctis lineis superficiebus & corporibus mathematicis. Sed de figuris geometricis iterum est diuersitas inter peripateticos. dicunt enim quidam q̄ sunt qualitates fundatæ in quantitate continua. persuasi ex eo q̄ Aristoteles posuit quartam speciem qualitatis esse figuram. Alii putant figuram esse relationem quandam vl' respectum extrinsecum de predicamento situs: dicentes q̄ Aristoteles non idstinxit veras species qualitatis: sed quosdam modos accidentales eius vnde figura licet sit modus qualitatis: essentialiter tamen est situs vel positio partium quātitatis. Alii demū opinati sunt figuram esse penitus idem realiter cum quantitate cōtinua. vnde iuxta duas opiniones supradictas de magnitudine mathematica differunt isti circa figuram. quibusdam dicentibus figuram esse accidens realiter distinctum a substantia naturali: & ab accidentibus physicis. Aliis contradicentibus vt figuram sustineant esse quam cunq̄ rem prius dixerant esse magnitudinem: siue illa sit substantia siue accidens. sed de his non est modo dicendum per singula. Nos itaq̄ quibuscunq̄ doctrinis philosophorum geometriam cōmunem facientes: dicimus eam esse æque peruiam & facilem ad intelligēdum a quibuscunq̄ & qualitercunq̄ opinari volentibus de rebus mathematicis magnitudinibus & figuris. quia diffinitiones. diuisiones. principia. & conclusiones geometriæ: p rationes abstractas considerandi res illas saluare intendimus: non multum curātes de cōditione rerum ipsarum: quæ inter tot opiniones dubia est: geometria vero est certissima in suis principiis & conclusionibus.

De figura q̄ res sit.

Thomas.

Scotus.

Iacobus faber.

Roiales.

Breue cõpendium geometrie theorice

a Thoma brauardino primũ ex libris Euclidis Cãpani Archimedis & aliorũ cõpilatũ: deinde nõnullis additionib9. P.C.D. aliquãtisper dilatatũ. Habet quattuor libros partiales. Quib9 tale premittitur exordium.



Geometria scientia de magnitudine est arithmeticæ cõsecutiua: quẽadmodũ rhetorica dialecticæ. vt inquit Aristoteles. Cui9 ordinis duplex est ratio. Prima quia arithmetica est ex simplicioribus q̃ geometria: ideo est & certior & prior scientia. Altera ratio est quia plurimæ passiones numerorũ in arithmetica demõstratæ: postea magnitudinibus adaptant̃ in geometria. propter quod euclides geometriæ arithmetica3 interposuit. Sed nos seorsum in alio tractatu de arithmetica expediuim9: licet modo tantũ introductorio. In hoc aũt cõpendio geometrica principia & cõclusiones tradere intendim9: permixtis tñ nõnũq̃ vbi opus erit arithmeticis cõclusionibus. Est aũt duxplex geometria theorica. s. & practica. Geometria theorica siue speculatiua (de qua hic intendimus) passiones magnitudinis & suarũ specierũ inuestigat sillogismo & rõne demõstratiua. vt cũ ꝓbauerim9 trianguli oẽs angulos intrinsecos æquales esse duobus rectis angulis. & sic de aliis multis. Verũtamẽ huiusmodi passiones: quas de magnitudinib9 demõstrare volum9: sunt pene oẽs relatiue. vt æqualitas vel inæqualitas. regularitas vel irregularitas. cõmensurabilitas vl̃ incõmensurabilitas &c. licet nõnũq̃ & raro passiones absolutas inducamus. De his etiã geometricis passionibus solẽt apud phl̃os fieri altercationes an. s. sint tres distinctiæ a magnitudinib9 q̃ sunt taliũ passionũ subiectaꝝ nõ: Sed hec discutere ad aliã ꝑtinet facultatẽ: ideo nihil aliud de talibus in presentiarũ dicemus: preter id quod in quæstiũcula præuia insinuauim9. Practica geometria mẽsuras rerũ corporaliũ puestigat arte & istrumẽtis. q̃ triplex subdistinguit̃. Altimetria de mẽsuratione altitudinũ: vt turriũ & puteorum. Planimetria q̃ planities mẽsurat vt latitudinẽ cãpi aut fluminis aut etiã maris. vt pt3 in arte nauali. Et solimetria q̃ spissitudines corpor3 mẽsurat. & hac vtitur astrologia circa moles orbium celestium & stellarum dimetiendas. Instrumenta autem ad huiusmodi mensurationes aptissima sunt. astrolabiũ. quadrãs. chilindrũ. armilla. torquetũ. nauicula. & q̃dã alia: sed de his nihil ad præsens vbi solam theoricam geometriæ inquirimus.

Quid est geometria.

Duplex geometria.

Speculatiua geometria.

Practica geometria.

Liber primus nostri cõpendij geometrie

de principiis huius artis: & de quibusdã cõclusionib9 q̃ ꝓximæ accedunt ad principia. Habet capita quinq3.

Caput primũ de principiis incõplexis q̃ sunt diffinitiones & diuisiones quorũdã terminorũ cõmuniũ in geometria.

Triplicia principia. Diffinitiones.

SVPPONAMVS igitur in primis principia demonstrationū. q̄ triplicia distinxit Aristoteles in posterioriḇ. quædā enī sunt incōplexa. i. q̄ nō sunt ꝓpōnes affirmātes aut negātes aliquid: sed potius sunt extrema ꝓpōnū predicata: vt diffinitiones vel etiā diuisiones terminorum. nō quidē oēs: sed auctentice & ab oībus approbatæ atq; ab antiquis acceptæ. Alia sunt principia cōplexa siue ꝓpōnes affirmatiuæ aut negatiuæ: & hmōi principiorum duo sunt genera.

Dignitates.

Quædā enī sunt ꝓpōnes per se notæ q̄ alias dicūtur dignitates vel maximæ ꝓpōnes: ab aliis aūt vocātur cōmunes scientiæ vl animi cōceptiones: vt ꝙ oē totū est maius sua parte & aliæ huiusmodi. de quibus etiā Aristoteles dicit ꝙ sunt pricipia cōmunia oībus sciētiis scd̄m analogiā. i. ꝓportionē: vel similem formā ꝓpōnū: nō aūt scd̄m eandē materiā terminorū. Alia deniq; sunt principia scientiarū ꝓpria: & sunt quædā ꝓpōnes īmediatæ. i. quæ licet nō sint per se notæ: nō tñ habent mediū siue antecedēs per quod ꝓbentur demōstratiue. ideo supponūtur & non probantur in scientiis. vnde & suppositiones dicuntur. vel etiam petitiones: quia demonstrare volentes petunt sibi concedi talia principia. vt ꝙ a puncto ad punctū sit protrahibilis linea recta in qualibet superficie plana. & sic de aliis multis in geometria. A diffinitioniḇ igit̄ et diuisionibus exordium sumemus quæ significationes terminorū exprimunt: & præcognitiones quid nominis dici solent in scientiis quæ supponūtur & non probantur. Primū omnium terminorum geometriæ est magnitudo subiectum attributionis eius cui priuatiue opponitur punctus vel pūctū.

Suppōnes.

Magnitudo quid sit.

Est igitur magnitudo rei naturalis extensio. vel est res habens partem extra partem localiter situatam. Punctus vero sic diffinitur ab euclide. Punctus est cuius pars non est. i. res naturalis nō habens partem extra partem situaliter: sed hæc quidem negatio priuans est non infinitans. neq; etiam negat talem dispositionem a re significata: sed potius negat talem cognotationem a termino significante. quod dicimus propter eos qui negant indiuisibilia in cōtinuo. nā alii simpliciter vt sonant verba accipiūt diffinitionē Euclidis pro rebus. posset tñ clarius dici ꝙ punctus est res inextensa vel inextensæ cōsiderata: sicut etiā vnitas dicta est rei discretio in arithmetica.

Punctus q̄d.

Magnitudinis species tres. Linea.

Magnitudinis tres solæ sunt spēs in p̄dicamēto quātitatis linea, superficies. corpus. Linea est magnitudo vnā habens extensionē siue dimensionē: q̄etiā longitudo appellatur. Superficies est magnitudo duas habens extensiones situales. i. longitudinem & latitudinē. Corpus vero est magnitudo tripliciter extensa: triplexq; habens interuallum: longitudinem videlicet latitudinē & profunditatem. & hæc est magnitudinum perfectissima: quia post trinam non est quarta dimensio: vt Boetius probat ægregie in scd̄o libro suæ arithmeticæ ex differētiis positionum loci naturalis. quæ non possunt esse nisi sex: & earum quælibet duæ oppositæ vna dimensione implentur. siquidem dimensio omnis ad replendum locum facta est. & posuimus harum specierum diffinitiones affirmatiuas. i. dest sine negatione: ad euitandas cauillationes arguentiū circa difficilem quæstionem de indiuisibilibus in continuo. Tres etiam possent

Superficies. Corpus.

Puncti species tres.

dari ſpecies puncti priuatiue oppoſite ſupradictis ſpecieb⁹ magnitudinis: ſz quia nō ſunt in vſu reliquā tur. Et q̄uis linea ſuperficies & corpus coiter po= nātur. ſpēs ſpecialiſſimæ in predicamēto quātitatis: ſolēt tñ diuidi in ſpēs ac cidentales q̄ dicūtur partes in modo. nā linearū alia eſt recta alia curua: & ſu= perficierū quædā eſt plana: alia cōcaua: & alia cōuexa. corporū etiā quædā ter minātur ad ſuperficies planas & q̄ dā ad ſuperficies rotūdas vel curuas vnam vel plures &c. Sed quia rectū & curuū cōcauū & cōuexū planū & rotundum ſunt noīa figurarū de prædicamēto qualitatis: ideo ad declaratiōnē iſtarum diuiſionū dicendū erit de figura & de ſuis ſpeciebus. nā figura & ſpecies eius ſunt ꝓpriæ paſſiones magnitudinis & ſuarū ſpecierū. Figurā ergo voco ma= gnitudinē terminatā lineis aut ſuperficieb⁹. ex qua diffinitione duo ſequunt̄ clariſſime. Primū eſt q̄licet oīs magnitudo ſit figura: hæc tñ prædicatio non eſt ꝑ ſe: linea eſt figura: ideo cōmuniter negatur nō quia falſa ſed quia nō eſt ſcientifica. hoc patet quia linea ſolū terminatur ad pūcta. vnde patet q̄ figu= ra & magnitudo terminata vel nō infinita nō cōuertibil'r ſe habent neq̄ vnū eſt diffinitio alterius vt aliq̄ voluerūt. nā magnitudo finita lineā cōprehēdit. Secūdo ſequit̄ ex diffinitione figuræ q̄ duæ ſunt īmediate ſpecies figuræ. al= tera q̄ cōuertitur cū ſuperficie lineis terminata: & dicitur figura plana aut ſup ficialis. altera eſt cōuertibilis cū corpore terminato ad ſupficies: & vocat̄ figu ra ſolida aut corporalis. Plana figura eſt ſupficies linea aut lineis terīata. qua re ſequit̄ q̄ duæ ſint ſpecies eius. ſ. plana rotunda q̄ ad vnā lineā terminat̄. & plana angularis q̄ alias dicit̄ laterata aut poligonia: & hæc ad plures lineas ter minatur q̄ cū ſint rectæ: figura rectilinea appellatur. poſſet dari tertia ſpecies vt figura plana mixta. i. partim rectilinea & partim curuilinea: de qua nuſq̄ eſt ſermo apud geometras. Rotūdarū planarū quædā eſt regularis & ꝓprie di citur circulus. alia irregularis q̄ multipl'r variari ſolet multiſq̄ noībus appel= lari. Circul⁹ itaq̄ eſt figura plana vnica linea terminata q̄ circūferētia noīatur in cui⁹ medio eſt pūctus a quo oēs lineæ recte vſq̄ ad circunferētiā ductæ ſunt æquales. & pūctus ille centrū circuli dicitur. ſuperficies vero intra circūferen tiam cōtenta area circuli nūcupatur. & hoc etiā eſt obſeruādū in oībus aliis fi guris planis: quia nomē figuræ cuiuſlibet includit circūferentiā & areā. Cir= cunferentia autē eſt ſola linea vel lineæ terminales. Area vero eſt ſuperficies intra lineas poſita. Rotūda irregularis eſt figura plana vnica linea curua ter minata in qua non eſt dabile centrū a quo omnes lineæ rectæ vſq̄ ad circun= ferentiā ſint æquals. & huius generis (vt diximus) indeterminatæ ſunt ſpe= cies. Planarū angular,um figurarū infinitæ ſunt ſpecies iuxta numerum late rum & angulorum incipiendo tñ a ternario. ſ. triangulus. quadrangul⁹. pē= tagonus. exagonus &c. Triangul⁹ eſt figura poligonia triū tantum linearū rectarū & totidem angulorū. quadrangulus quattuor. pentagon⁹ quinq̄. & ſic de aliis. Et in quolibet iſtorū generū eſt adhuc diuiſio regularium & irre= gularium figurarum. nā triangulorū ille eſt regularis cuius omnes lineæ ad inuicem ſunt æquales: ſimiliter & anguli ad ſeipſos. Irregularis per oppoſi= tum diffinitur: quia neq̄ omnes lineas neq̄ omnes angulos habet æquales.

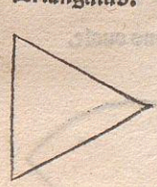




Circulus.



Triangulus.



Quadratum.

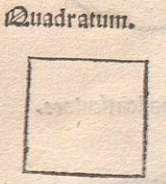
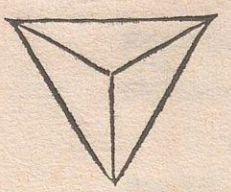


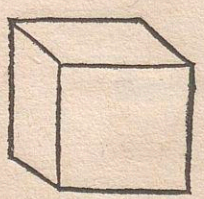
Figura egredientiuz angulorum.



Tetracedron.



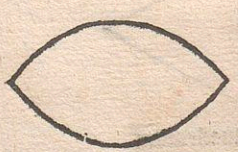
Exacedron.



Sphera.



Corpus ouale.



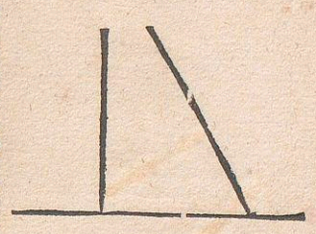
Corpus lenticulare.



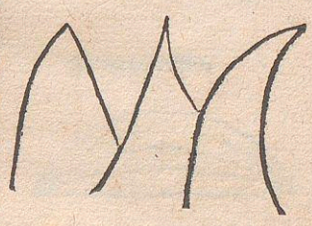
eodē modo diceretur de quadrāgulo regulari & irregulari. & de pētagono: & de aliis. Est preterea huiꝰ generis alia diuisio: nā figurarū poligoniaꝝ q̄dā sunt simplices: alie egredientiū angulorū q̄ cōpositę dici possunt. Figura simplex ex primo cōcursu linearū solos angulos intrinsecos habet. Cōpositave ro ex duplici aut multiplici earūdē linearū cōcurrentia duos aut plures ordines angulorū habet: de quibꝰ figuris postea peculiarisfiet sermo. Solida aut corporea figura est illa q̄ superficie vel superficiebus terminatur. vnde patet duas esse eiꝰ species: sicut in figura plana dicebatur. s. solidā rotundā & solidā lateratā vel angularē. Rotundū corpus est quod vnica superficie curua continetur & terminatur: cuius prima species est figura rotūda regularis q̄ ꝓprio nomine sphera dicit: & diffinit ad similitudinē circuli. Sphera est corpꝰ vnica superficie contentū: in cuius medio est pūctus a quo oēs lineæ rectæ vsq; ad superficiē terminalē sunt æquales: & ille punctus cēntrū spheræ dicitur. Rotunda irregularis figura solida est: in qua nō pōt dari talis punctꝰ vel centrum: cuius etiā indeterminatæ sunt species. duas tm̄ earū specialr noiat Euclides: figurā oualē & lēticularē. In oualī axis est linea lōgissima: in lēticulari vero breuissima omniū aliarū. & dicitur axis in corporibus linea super quā fit motus corporis ad similitudinē illius ligni quod dicitur axis in curru. sz hoc nomen axis iā nō est geometricū: sed potius astrologicū. Sphera licet sit species specialissima sicut & quodlz aliud nomē figuræ regularis: tamen diuidi solet accidentalr in spherā solidā & concauā. Solida sphera vnicā tantū superficiem habz cōuexā. s. ad quā terminatur. Concaua sphera duabus terminatur superficiebus: altera cōuexa exteriore: & altera cōcaua interiore. Lateratum aut angulare corpus: est quod ad plures terminatur superficies planas: cuius generis similiter ꝓcedit diuisio per figuras regulares & irregulares. Regulares sunt figuræ solidæ quarū oēs superficies pariter & anguli sunt æquales: & ponūtur ab euclide solū quinq; græcis nominibꝰ sic dictæ: tetracedrō: exacedron: octocedrō: duodecedrō & icocedrō. Irregulares figuræ solidæ p̄ inequalitatē superficierū & āgulorū diffiniūtur & p̄ infinitas species diuidūt: q̄ oēs significāt corpora serratilia vt pyramides: colūnas: asseres: lateres: cuneos &c. Pōt dari tertia spēs figuræ solidæ sicut & figuræ planæ. s. figura solida mixta q̄ partim est plana & partim rotūda: vt colūna vl pyramis rotūda. de qua specie geometrici parū curant. Sed quia in diffinitionibꝰ figurarū sepius ponebatur angulus. de huius noīs diffinitiōe & diuisione dicamꝰ oportet. Angulus est duarū magnitudinū contactus nō directus vt duarū linearū aut duarū superficierū. vel clarius sic. Angulus est magnitudo ex altera parte terminata & cōtenta a duabꝰ lineis vel duabꝰ superficiebꝰ nō directe sese cōtingētibꝰ. Cōtactus directus lineæ ad lineā: est quando ex eis duabus fit vna linea recta. alias vero semper est indirectus cōtactus. similis ratio est de cōtactu directo aut indirecto duarū supficierū. Angulorū alius est planꝰ: aliꝰ vero dicitur angulus solidus. Angulus planus est superficies terminata ad contactū duarū linearū nō directū. Solidus vero angulus est corpus terminatū ad contactum nō directū duarū superficierū. Anguli plani tres sunt species subalternæ: sez

angulus rectilineus.curuilineus.& mixtus. Rectilineus angulus planus est ille quē continent duæ rectæ lineæ nō directæ cōcurrentes. Curuilineus ex cōcursu duarū linearū circulariū.Mixtus vero ex linea recta & curua sese cōtigentibus ꝓcedit.Rectilinei anguli plani tres sunt species. angulus rectus. obtusus.& acutus.Angulus rectus est quē cōstituit linea recta cadens sup lineam rectā perpendiculariter.i.directe ad modū perpendiculi:itaq; faciat cū ea perfectā crucē.vnde&a græcis linea orthogonaliter cadēs dicitur.Angul⁹ obtusus est rectilineus maior recto.Acutus vero minor recto.& cōstituuntur ex lineis rectis nō perpēdiculariter se secantibus:sed oblique ad modū crucis sancti andreæ.Curuilineus angulus tres habet species.s.angulū cōcauū:conuexum:&medium.Angulus concau⁹ est quē cōtinent duæ lineæ arcuales ex parte interiore se tangentes.Cōuexus angulus ab eisdē lineis ex parte exteriore cōcurrentib⁹ cōtinetur.Medium angulu3 duæ lineæ circulares faciunt quarum altera ex parte interiore:altera ex parte exteriore ad idē punctum cōcurrunt.Mixtus deniq; angulus simil'r in tres species diuiditur. Prima est angulus cōtingentiæ:qui causatur ex cōtactu lineæ rectæ ad curuā exterius. Secunda est angul⁹ semicirculi: quem facit diameter circuli cum circunferētia eius ex parte interiore.Tertia species est angulus portionis circuli: hunc constituit corda cōcurrēs circunferentiæ intra circulum. Dicitur autē diameter circuli linea recta transiens per centrum circuli: quia ipsum diuidit in duas partes oīno æquales:q̄ sunt semicirculi.i.medietates circuli. Corda vero dicitur linea recta intra circulum:q̄ tamen nō tangit centrum circuli:eoq; ibi fit q̄dam figura ad modū arcus sagittarii:cui⁹arcus linea illa recta apparet eē corda.Et quia talis linea diuidit circulū in duas partes inæquales:hīc est ꝙangulus portionis circuli iterū diuiditur in duas species.q̄ sunt: angulus portionis maioris.& angulus portionis minoris:quarū diffinitiones clare sunt. hæc de angulis planis.Angulus aūt solidus qualiter sit diuidēdus in species dicem⁹ infra in principio quarti libri hui⁹:ne amplius extendamus hoc primum caput:in quo prelibatæ sunt diffinitiones quid nominis omnium prīcipalium vocabulorum totius geometriæ.

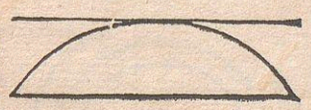
Anguli rectilinei.



Anguli curuilinei.



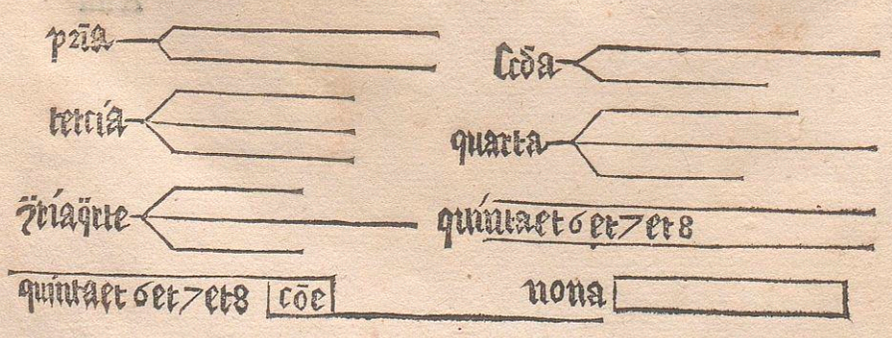
Anguli mixti.



Caput scd̄m de cōplexis principiis cōmunib⁹geometriæ:q̄ dicūtur dignitates vel ꝓpōnes ꝑ se notæ:vel cōmunes animi cōceptiones:aut cōmunes scientiæ.

PRETER incōplexa geometriæ prīcipia p̄missa: sunt alia q̄dā cōplexa tū coīa tū ꝓpria demōstrationū geometricarū elemēta:q̄ dicuntur ꝓpōnes īmediate.i.indemōstrabiles: sed ad eas fit vltima resolutio cuiuslibet demōstratiōis geometricæ.Inter quæ principia duce Aristotele in ꝓhæmio phisicorū magis coīa preordinare cōueniet.deinde in sequēte cap̄.veniemus ad principia ꝓpria. Hæc tū distinctio principiorū cōmuniū & ꝓpriorū geometriæ nō est sic accipienda. vt credam⁹ aliquā ꝓpōnē esse in geometria principiū q̄ eadē sit etiā principium in alia scientia.& ꝓpterea dicatur principiu3 cōmune. alia vero ꝓpō q̄ in sola geometria pōt esse principiū &nō in alia scientia sit principiū ꝓpriū

geometriæ. hoc enī falsum esse nō solum opinamur: sed p certitudinē doctri næ posterioristicæ tenemus. quādoquidē nulla ꝑpō exterminis geometriæ constituta esset apta ad aliqd ꝑbandū in arithmetica vel aliqua alia scientia. sed vt recte docet Aristoteles q̄libet scientia sicut habet ꝑprios terminos: ita habet ꝑprias ꝑpōnes siue principia siue cōclusiones. Dicuntur ergo aliqua principia esse cōmunia vel ꝑpria in geometria rōne formæ nō rōne materiæ: nā si de materia ꝑpōnis loq̄mur q̄ sunt termini. oē prīcipiū geometriæ est ꝑpriū geometriæ: Si vero ad formā ꝑpōis attēdam⁹: ē aliqđ prīcipiū geometriæ cuialia ꝑpō silis fore est prīcipiū arithmeticæ vel alteri⁹ scīētiæ: & tale dicitur prīcipiū cōmune ad plures scientias nō quidē simpl'r sed scd̄m analogiam vel ꝓportionē vt prius dicebam⁹. i. scd̄m similitudinē formæ ꝑpōnis. est & aliud principiū geometriæ cui nullus aliud simile neq̄ in materia neq̄ in forma pōt esse principiū arithmeticæ vel alteri⁹ scientiæ: & ꝓpterea dicitur principiū ꝑpriū geometriæ. In hoc ergo cap'o trademus principia cōmunia geometriæ: insequēte principia ꝑpria ad sensum datū. Cōmunes ītaq̄ scientiæ. i. cōmunia principia scientiarū innumera sunt: sed ea q̄ magis in geometria requirūtur hæc pauca erūt. Prima cōmunis scientia. Omne totū est equū oībus suis partibus simul sumptis. & ecōuerso. īmo quidā dicūt ꝙto tū nil aliud est q̄ oēs suæ partes simul collectæ. Secūda. Omne totū est mai⁹ sua parte. & accipitur hic totū cathegoreumatice nō sincathegoreumatice sicut in arte sophistica. Tertia. Omnes partes eiusdē denominationis in eodē toto vel in totis equalibus sunt sibi inuicē æquales. Quarta. Partes alterius diuersæq̄ denoīationis in eodē toto. aut partes eiusdē denoīationis in totis inequalibus. necessario sunt sibiipsis inequales. quia maioris totius pars eade⁊ maior est & minoris minor. Quinta. Quæcūq̄ vni & eide⁊ sunt æqualia. ipa inter se sunt æqualia. secus aūt de inæqualitate. Sexta. Quæ vni & eidē sunt inequalia sed æqualiter. illa sibiipsis sunt æqualia. sed hæc in re nō differt a tertia p̄cedente. Septima. Quæ vni tertio sunt inæqualia & inæqualiter. iter se sunt inæqualia. Octaua. Si æqualibus æqualia addātur vel idē cōmune. resultabūt æqualia. Nona. Si inequalibus æqualia addātur vel idē cōmune. aut si æqualib⁹ inæqualia fuerint addita. cōstituent̄ inæqualia. Decima. Si ab æqualibus æqualia demas vel idē cōmune. relinquētur æqualia. Vndecima. Si ab īæqualib⁹ æqualia demas vel idē cōe. aut si ab æqualib⁹ īæqualia dēpseris. q̄ remanserint inæqualia erūt. Duodecima. Si vna magnitudo supponat̄ alteri applicetur q̄ ei vniformiter sic q̄ nec excedat neq̄ excedatur ab ea. ille sibi inuicē æquales erunt necessario. Et in hac vltima explicatur vocabulū magnitudo: quia est necessario subintelligēdū in aliis oībus præcedentib⁹: alias nō essent hæc principia geometrica: si non ex ꝑpriis teris geometriæ essent constituta. Predictæ vero ꝑpōnes & aliæ similes vocantur p se notæ: quia statim cognoscūtur esse veræ ab intellectu ex solo cōfuso terminorū cōceptu & sine vlteriore discursu. & si (vt aliqui contendūt) ad assensum earū sit necessarius discursus: ille tñ non est perceptibilis. quare nec iudicatur esse discursus: sed tanq̄ primæ & imediatæ ꝑpōnes admittūtur. ait enī Alhacē in. 2. lib. suæ



perſpectiuæ. q̄ hæc ꝓpō omne totū eſt maius ſua parte: nō cōprehendit̄ ſolo intellectu q eſt habitus principiorū: ſed apprehenſio eius eſt p̄ ſillogiſmū cō poſitū ex intentionibus terminorū: quia tñ intellectus hois in tali diſcurſuve locitatē argumentationis facit in tē pore breuiſſimo & inſenſibili: ideo putat̄ q̄ hæc ꝓpō cōprehēdatur ſolo intellectu. hæc ille. Et nō ſolū hocverū eſſe putant pſpectiui in ꝓpōnib⁹ valde cōfuſis & generalib⁹: ſed etiā in multis diſtinctis & particularib⁹. Dicūt enī q̄ multæ ſunt intētiones viſibiles q̄ non cōprehendunt̄ ſolo intellectu vel ſenſu: vt diſtantia. magnitudo. figura. ſit⁹. mot⁹. &c. ſz ad eaꝝ diſtinctā noticiā neceſſe eſt cōcurrere fantaſiā & rōnē diſcurſiuā de quib⁹ infra lati⁹ dicem⁹ iuxta finē primi libri noſtræ breuis pſpectiue.

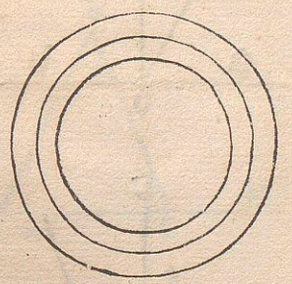
Caput tertiū de principiis ꝓpriis geometriæ q̄ dicūtur ſuppōnes aut petitiones. vel aſſumptæ ꝓpōnes imediate.

ULTIMO prælibanda ſunt ꝓpria geometriæ principia: q̄ magn⁹ Euclides poſuit q̄ pauciſſima. talia enī in qualibet ſcientia nō ſenſuali rara ſunt & notatu digniſſima. Petitiones itaq̄ geometricæ quinq̄ ſunt numero. primæ duæ de lineis. tertia de angulis. reliquæ duæ de ſuperficieb⁹. Prima petitio de recta linea eſt hæc. a quolibet puncto ad quēlibet punctū in ſuperficie qualibet rectā lineā ducere. Ponit enī eu clides oēs has petitiōes ſub modo infinitiuo cōfuſas nō ſub indicatiuo determinatas: quia nō ſunt ꝓpōnes abeo ꝓbatæ: ſed ſuppoſita quædā dicta modalium ꝓpōnū de poſſibili. Poſſet tñ addi huic primæ petitioni ei⁹ alia collateralis. q̄ inter q̄libet duo pūcta data linea recta eſt oīm cōterminabiliū breuiſſima. Secūda petitio de linea curua eſt. ſuper centrū quodlibet q̄tūlibet occupando ſpaciū in qualibet ſuperficie circulū deſcribere. & accipit hic circulu⁊ improprie ꝓ linea curua q̄ eſt circūferentia & termin⁹ circuli: ſepe enī auctores abutūtur vocabulis & noīa figurarū adaptāt terminis earū & vice verſa. Tertia petitio eſt de angulis. Oēs angulos rectos ſibiinuicē eſſe æquales. Forma enī recti conſiſtit in indiuiſibili & ideo variari nō pōt. Menſurant̄ aūt anguli quanti ſint ad ſeipſos ſcd̄m æquales longitudines ſuarū linearū: & per lineam tertiā q̄ triangulū perficit. nā ſcd̄m ꝓportionē tertiæ lineæ in vno angulo ad tertiā in alio erit ꝓportio anguli ad angulū. Quarta petitio eſt iā de ſuperficie ſed affirmatiua talis. Si recta linea ſup duas rectas venerit: fueritq̄ duo anguli interiores ex eadē parte lineæ cadentis minores duob⁹ rectis angulis: illas duas lineas priores ex eadē parte longius ꝓtractas cōcurſum petere & tandē cōcurrere. quare ſequitur tales tres lineas ſuperficiē claudere & figurā perfectā cōtinere. Quinta petitio etiā de ſuperficie ſed negatiua eſt hæc Solas duas rectas lineas ſuperficiē claudere nullā. quia duæ lineæ recte exvna parte cōcurrentes: ex alia quanto plus ꝓlongātur tanto plus diſtāt a ſeipſis vſq̄ in infinitū. Sequitur ex hismanifeſte triangulū eſſe primā figurarū planarū & rectilinearū. nā ſimplr circul⁹ eſt pria oīz figurarū. Predictæ aūt ꝓpōnes lz nō ſint ꝓ ſe notæ. qa egēt aliquali declaratiōe ꝓter cōcept⁹ terīorū: tñ dicūtur imediate quia nō habēt mediū vel antecedēs quo demōſtrari poſſint. ideo ſuppōnes & petitiones vocātur: quia in geometria ſupponūtur & nō ꝓbant̄

Prima petitio.



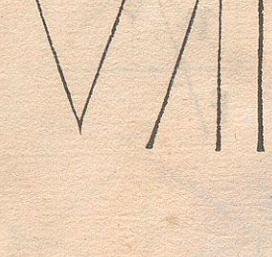
Secunda petitio.



Tertia petitio.



Quarta petitio. Quinta petitio.

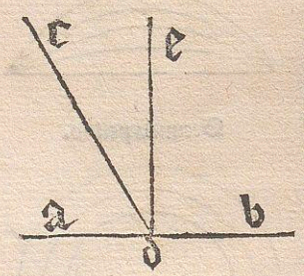


esse veræ: sed potius volētes demōstrare petūt eas sibi cōcedi eē veras.

Caput quartū de primis cōclusionibus geometriæ q̄ pertinēt ad lineas & angulos figurarū simpliciū rectilinearū.

DAGNITVDINIS passiones quas geometrici cōsiderant in genere quidē pauciſſimæ sunt: vt distensio. diuisibilitas. repletio occupatio &c. sed in speciebus plurimas inuestigant. hoc est de lineis. superficiebus. & corporib9 q̄ solū tres sunt magnitudinis species in genere quātitatis. Immo nec de lineis aliquas demōstrant passiones nisi in ordine ad superficies & corpora q̄ solæ figuræ sunt: de quibus ipsi maxime curant. Incipiemus igitur dicere de lineis ad angulū cōcurrentibus in hoc capō. deinde veniem9 ad superficies lineis terminatas: & tandē ad corpora q̄ superficieb9 claudūtur. sic enī seruabim9 ordinē rectū ex minis p media ad maxima deueniendo. Sit igitur oīm cōclusionū geometricatum hæc prima: licet euclides ab ea non inceperit.

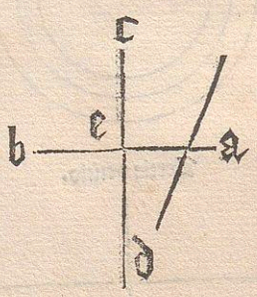
Prima conclusio.



Si recta linea super aliā rectā lineam steterit: duo anguli inquolibet latere aut sunt recti aut duobus rectis æquales. Ex quo patet. Totum spacium q̄ circumstat aliquem punctum in plano quattuor angulis rectis esse æquale.

Nam si super lineā a b incidat linea c d vel est super eā ppendiculariter cadēs vel non: si sic habent duo anguli recti in forma p diffinitionē anguli recti: si nō sit perpendiculariter cadens. dico q̄ erunt anguli equales duobus rectis: licet nō sint in forma recti. quod ostendo sic: sit alia linea e d. ppendiculariter super a b lineā: erūtq̄ duo anguli a d e ⁊ e d b recti per diffinitionē anguli recti vt pri9: sed duo anguli a d c ⁊ c d e adequantur angulo a d e per primā animi cōceptionē: ergo idē duo anguli cū angulo e d b erūt equales duobus rectis per tertiā animi conceptionē. quare oēs illi tres anguli sunt equales duob9 rectis. Sed angulus c d b obtusus est equalis duobus ex illis: q3 sunt oēs eius partes: ergo per quintā animi conceptionē angulus c d b obtusus cū angulo a d c qui est accutus est equalis duobus rectis. ⁊ hoc est quod volumus. Corelariū ptz q3 ex quo medietas spacij q̄ est sup punctū d valet duos rectos: alia medietas similiter inferior valet duos rectos: ergo totū spaciū valet quattuor rectos. et q̄tūcūq̄ illud spaciū diuidatur in multos angulos cū oēs illi anguli sint partes illius spacij totius: oēs precise valent quattuor rectos: vt ptz per primā cōmunē scientiam.

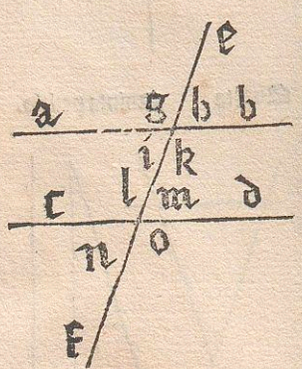
Secunda conclusio.



Oīm duarū linearū se inuicē sequantiū oēs anguli cōtra se positi sunt æq̄les.

Ista patet per premissam: nā duo anguli a e c ⁊ c e b cōiunctim sunt equales duobus rectis. similiter duo anguli c e b ⁊ b e d simul iuncti sunt equales duobus rectis. ergo duo anguli primi simul sunt equales duobus postremis. dēpto ergo angulo cōmuni puta c e b residua erunt equalia. s. a e c ⁊ d e b per sextam cōmunem scientiam: ⁊ isti sunt anguli cōtra se positi: ergo anguli contra se positi sunt equales quod erat demonstrandū. ⁊ simili modo probat de reliquis duob9 angulis cōtra se positis.

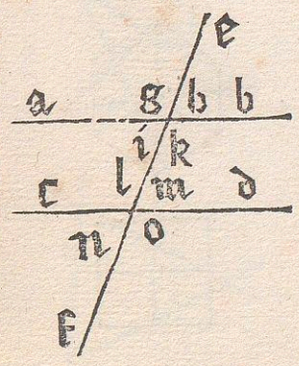
Tertia conclusio.



Si duabus lineis equedistantibus tertia linea superuenerit: quales quantosq̄ sup vnā illarū fecerit angulos: tales tantosq̄ faciet super reliquā. Ex quo manifestū est q̄ omnis angulus extrinsecus angulo intrinseco sibi opposito est equalis. & q̄ quilibet anguli coalterni sibi inuicē sunt æquales. & q̄ quilz duo anguli intrinseci & ex eadē parte cōstituti duob9 rectis suut æquales.

Supponamus hic diffinitionē linearū equedistantiū quas greci paralellas vocant. sunt enī linee tātum a seipis distantes in principio sicut in medio ⁊ fine earum. Sint g due linee equedistātes a b ⁊ c d quib9 linea e f superueniat dico q̄ quales ⁊ quātos angulos cōstituit linea e f super lineā a b tales ⁊ tātos cōstituit super lineā c d ⁊ eodē ordine: ita q̄ anguli superiores linee a b equantur angulis superioribus linee c d ⁊ inferiores inferioribus ex eadē parte linee e f sumptis. Verbigratia angulus g adequatur angulo l ⁊ angulus h similiter angulo m ⁊ ita de alijs. ℂ Probatur. nā si angulus l non sit equelis angulo g. ergo alter illoz erit maioz: sit angulus l maioz: sed angulus g ⁊ angulus k

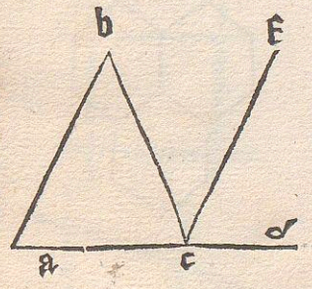
sunt equales quia sunt cōtra se positi per premissaz: ergo angulus l est maior angulo k: sed duo anguli l ⁊ m sunt equales duob⁹ rectis per primā cōclusionem: ergo duo anguli k ⁊ m sunt minores duobus rectis per septimā cōmunē scientiam. ergo per quartā petitionē due linee a b ⁊ c d si ꝓtrahantur in partes b d cōcurrunt: ⁊ p consequēs nō sunt eque distantes qđ est contra ipotesim: erunt igitur duo ãguli g ⁊ l equales qđ erat ꝓbandū: eodē modo arguitur de h ⁊ m. similiter de i ⁊ n k ⁊ o qui sunt interiores sub lineis equedistantibus p̄dictis. ¶ Patet igitur prima pars correlarij solū exponēdo terminos: nā quorūlz duorū angulorū quos equiua lere ostendimus. alter vocatur itrinsecus q̄. s. est inter equedistantes lineas: ⁊ alter extrinsecus qui. s. est exterius vel sub vel supra. Secūda pars patet modicū transeundo ⁊ terminos exponēdo: dicūtur igitur anguli coalterni qui habent alternatū sitū q̄tū ad superius ⁊ inferius: dextrū ⁊ sinistrū linee cadentis: cuiusmodi sunt k ⁊ l: q̄ sunt equales ꝓbo. qz anguli g ⁊ l sunt equales per primā partē correlarij. sed angulus k est equalis angulo g qui contra se ponitur per premissam: ergo angulus k est equalis augulo l per tertiā cōmunē scientiaz: ⁊ eodē modo arguitur de i ⁊ m qui sibi sunt anguli coalterni. Tertia pars statim ptz. s. qđ duo anguli intrinseci ex eadem parte sunt equales duobus rectis puta k ⁊ m nā l ⁊ m: per primā sunt equales duobus rectis: sed k est equalis l per secundā partē correlarij: ergo etiā k ⁊ m valent duos rectos.



Quarta conclusio.

Cuiuslibet triāguli oīs āgul⁹ extrinsec⁹ duob⁹ ītrinsecis sibi oppositis ē eq̄lis.

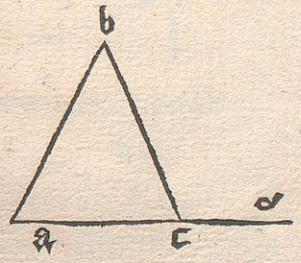
Vocatur aūt angulus extrinsecus q̄ cōstituitur ex ꝓtractione alicuius lateris incontinuū ⁊ directū. vt si in triangulo a b c ꝓtrahatur latus a c vsqz ad d. tūc angulus d c b dicitur extrinsecus: ⁊ duobus sibi oppositis intrinsecis equalis. s. a ⁊ b. Quod ꝓbo sic: a puncto c ꝓtrrhatur linea in f equedistāter lateri a b: eritqz angulus f c b equalis b rngulo intrinseco: qz sunt coalterni ꝓpter lineā b c incidentē super eisdē duabus lineis equedistantib⁹. Et angulus f c d est equalis a angulo intrinseco. q̄. s. angulus f c d est extrinsecus ad eū ⁊ oppositus ei ꝓpter lineā a d incidentē super eisdem duabus lineis equedistantibus vt ptz per premissaz: quare totus angulus b c d est ęqualis duobus angulis intrinsecis. s. a ⁊ b p primā cōem scientiā. Eodē mō ꝓbaret de aliis āgulis extrinsecis i quolz triāgulo.



Quinta conclusio.

Omnis triangulus habet tres angulos equales duobus rectis.

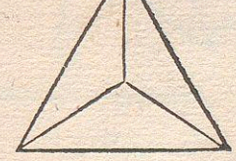
Nam totus angulus b c d extrinsecus est equalis duob⁹ intrinsecis scz a b sibi oppositis p̄ premissaz. sed si addas toti angulo illi extrinseco vnguli c intrinsecū cōiūctū sibi totū erit equale duob⁹ rectis p primā: ḡ duo anguli a ⁊ b cū angulo c intrinseco sunt eq̄les duob⁹ rectis p quintā cōem scientiā.



Sexta conclusio.

Omnis figuræ poligoniæ oēs anguli pariter accepti tot rectis sunt æquales quot sunt ipi duplicati dēptis quattuor. Ex quo ptz q̄ q̄libet sequēs in ordīe figurarū poligoniarū addit supra præcedentē duos rectos in valore.

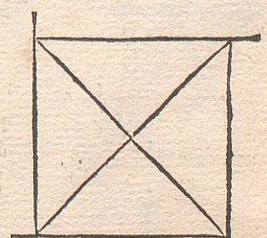
Hec ꝓpositio ptz per precedentē cū resolueris quālibet talē figurā in tot triangulos quot sunt anguli eius. hoc aūt fit ducendo a quolibet angulo eius ad punctū in medio signatū lineā rectā. qm̄ omnes illi anguli illorū triangulorū sunt partes angulorū talis figure poligonie: exceptis hiis q̄ sunt circa punctū mediū. ⁊ illi per correlariū prime sunt precise quattuor rectis equales. ptz igitur ꝓpositum. Verbi gratia. sit pentagonus a b c d e: dico q̄ eius anguli quinq̄ sunt equales decem rectis exceptis quattuor: hoc est sex rectis sunt equales. signando igitur signū aliquod in medio ⁊ sit f. ducatur a singulis angulis linea recta: eruntqz quinq̄ trianguli iuxta numerū angulorū pentagoni: quorū anguli valent decem rectos per premissam: demptis igitur hiis qui ad f sunt q̄valent quattuor rectos rest dui valent sex rectos. Patet correlarium inductiue.



Huic cōclusioni addit alia de valore angulorū extrinsecorū taliū figurarum

Qm̄ oīs figuræ poligoniæ omnes anguli extrinseci q̄ttuor. rectis sunt equales.

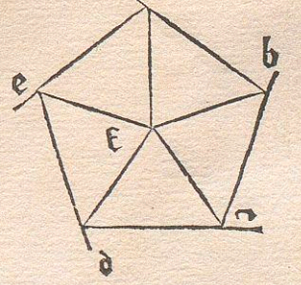
Sunt eni extrinseci ⁊ intrinseci simul bis tot rectis equales q̄t fuerint anguli figure principalis per primā conclusionē. intrinseci aūt tot rectis sunt equales quot sunt anguli duplicati exceptis. 4. vt nūc ostendim⁹: ergo extrinseci tantū. 4. superaddūt. Huius exemplum habes: si ducas lineam b a in cōtinuū ⁊ directū ex parte a: ⁊ lineā c b in partem b. ⁊ sic de aliis. vt patet in figura. Et intelligitur cōclusio de angulis extrinsecis simpliciter ⁊ non dupliciter acceptis: itaq̄ super quolibet angulo intrinseco accipiatur vnus tantum extrinsecus et non duo.

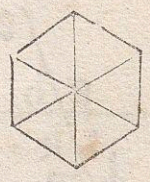


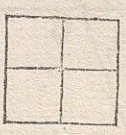
Septima conclusio.

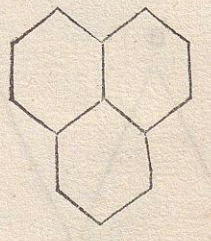
Tres figuræ regulares scilicet triangulus quadrangulus & exagonus replēt locum et nullæ aliæ.

Dicitur aūt figura regularis q̄ est equiangula ⁊ equilatera: replere aūt locū dicitur hic occupare totū spaciū qđ circūstat aliquē punctū in plano. Pars affirmatiua ꝓbanda est de triangulo ⁊ exagono: de









quadrato enī planū est: qꝛ cū habeat omnes angulos suos in forma rectos. igitur si. 4. simul ponā tur totū spaciū occupabunt: ⁊ per ꝯñs totū locum replebunt. De exagono aūt ꝓbatur: qꝛ cū. 6. anguli eiusdē sint equales. 8. rectis per premissaꝫ tres eius anguli valebunt. ♃. rectos. igitur si tres exagoni ponantur simul circa punctū in plano replebunt locū. De triangulo simil̄r ptꝫ. qm̄ angulꝰ exagoni est duplus ad angulū trigoni si fuerit regularis: qđ ptꝫ. qꝛ tres anguli exagoni valent duplum eiꝰ ꝙ sunt ꝫ. āguli trigoni: qꝛ valēꝫ. 4. rectos. ꝯ in duplo plures trigoni req̄rūtur ad repletionē loci q̄ exagoni: sed tres exagoni replent: ergo sex trigoni replebūt. Cōfirmatur. qꝛ tres anguli trigoni valent duos rectos. ꝯ. 6. valebunt. 4. ⁊ sic replebunt locū. locū ergo replere dicūtur. ꝫ. exagoni. ♃. tetragoni ⁊. 6. trigoni equilateri. Negatiua pars ꝓbatur. s. ꝙ nulla alia figura regularis sit apta replere locū: supposito ꝙ quelꝫ sequens figura habet maiores angulos q̄ prior precedens: qđ pꝫ ex correlario premisse: nā quelꝫ posterior addit (per correlariū p̄cedentis) supra precedentē in valore duos rectos ⁊ vnū tantū in numero. sed nullus angulus vnꝰ pōt valere duos rectos ꝑ diffinitionē anguli plani: qꝛ ad valorē duorū rectorū requiritur cōtactus linearū directus: cū sit medietas spacij plani. ꝯ transmittitur aliq̄d ad reliquos. sed nō nisi ad oēs: qꝛ oēs anguli sunt equales in figuris regularibꝰ: de quibꝰ hic loquimur: quare oīs angulus figure posterioris maior est quolꝫ angulo prioris figure. Ex quo ptꝫ ꝙ nulla figura post exagonū nata est replere locū: qꝛ si accipiantur tres anguli regularis figure post exagonū illi superabūdant. nulli etiā duo anguli replent locū: sicut nec due linee claudūt superficiē: qꝛ enī nullus angulus q̄tuncunq; magnus valet duos rectos: ergo ne duo anguli valent quattuor rectos per diffinitionē anguli plani. Pentagonus etiā nō replet. qꝛ. ꝫ. anguli eius nō valēt quattuor rectos: alioquī haberet angulos ita magnos sicut exagonus: ⁊ quattuor eius anguli plus quattuor rectis valent. qꝛ sequitur tetragonū in ordine figurarū. ¶ Hec. 7. cōclusiones sint de isto capl̄o: quarū nulla est q̄ nō dependeat a p̄cedēti ⁊ ad sequētē nō assumatur: excepta prima q̄ ex imediatis ꝓpōnibꝰ infertur. ⁊ vltima q̄ nō assumit̄ ad aliā qm̄ postrema est. Et scđm hūc modū augētur demōstrationes in post assumēdo scđꝫ phl̄m in posterioribꝰ. Oēs quoq; in phl̄ia nobis deseruiūt.

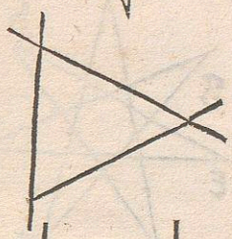
Caput quintū de angulis figurarum regredientium angulorū quæ sunt compositæ.

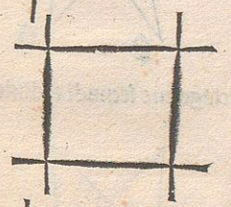


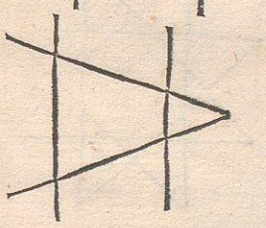
IN FIGVRIS planis duo posuimus genera. s. figuras simplices quæ solos intrinsecos habent angulos: & figuras cōpositas q̄ multplices angulos ostendūt tā intraq̄ extra figuras Has peculiari vocabulo figuras egredientiuꝫ angulorū vocant. de quibꝰ rarus est sermo apud priscos geometricos: nā primus eorū qui de hac materia locuti sunt: fuit Campanus cōmentator Eucludis qui sup. 15. cōclusione primi libri de solo pentagono egredientiū angulorū parū tetegit & hoc nō nisi satis casualiter: hac de causa de talibꝰ figuris pauca trademus & valde generaliter: q vestigia antiquorum insequi statuimus in his nostris introductionibꝰ. Dicit̄ ergo figura egrediētiū augulorū illa plana & poligonia aut rectilinea cuiꝰ prima latera in vtrāq; partē sunt protracta extra figurā donec iterū cōcurrāt bina & bina. Et cum dictarū figurarū possint q̄dā esse regulares aliæ irregulares: in præsentiarū de solis regularibꝰ agere intendimꝰ. premittentes modū generalē descriptiōis figurarū regulariū. Cū enī circulꝰ sit oīm figurarū prima ac pinde regularissima: si descripto circulo occulto. i. nō colorato in papiro: circunferentiā eiꝰ in tot partes æquales diuiserimꝰ quot angulorum figuram facere voluerimus: & a quolibet illius sectionis pūcto ad alterū lineā coloratā duxerimus: habebimus figurā rectilineā regularē. hac tñ obseruata differentia: ꝙ in descriptiōe figuræ simplicis linea q̄libet ꝓcedat a puncto ꝓximo p̄cedente ad ꝓximuꝫ sequentem. & sic deinceps nullo pūcto sectionis medio dimisso. Sed in figuris egredientiū angulorū linea q̄libet nō ad proximū punctū sed ad tertium vel quartū aut ad aliquē aliū pūctū terīari debet mediis interscalariter dimissis. Aduertendū etiā ꝙ figuræ regulares egredientium angulorum multiplices unt & per varios ordines distribuūtur. In primo eniꝫ ordine sunt illæ q̄ post

angulos intrinsecos figuræ simplicis habēt singulos ægredientes angulos: idest super vnum angulū intrinsecum vnicū angulū ægredientē: in secundo ordine figure habent duplices angulos ægredientes: itaq; super vnū angulum intrinsecū figure simplicis habent duos angulos ægredientes: in tertio ordine tres: in quarto quattuor: & sic per infinitos ordines procedēdo. Ergo qui super circulo occulto & in plures partes equales diuiso voluerit describere figuram ægrediētium angulorū primi ordinis: lineas laterales protrahere debet a puncto ad punctū vno tantum pūcto sectionis medio interscalariter dimisso: in figuris secundi ordinis duobus punctis mediis relictis: in tertio tribus: in quarto quattuor: & sic deinceps. His prælibatis ponamus paucas conclusiones.









Pentagonus primi ordinis.

Prima conclusio.

Figurarum egredientium angulorum pentagonus est prima simpliciter.

Ista probat ex principijs immediatis: qm̄ ante penthagonū simplicē nō sunt nisi due figurarū species triangulus ⁊ quadrangulus ex corrolario q̄nte petitioni adiuncto: ꝫ neq; triangulus neq; quadrangulus pōt fieri egredientium angulorū figura de qua hic loquimur: ḡ pentagonus est p̄ma huiusmodi figura ⁊. Juxta trigonū em̄ nō fit aliqua figura egredientiū angulorū: qm̄ in eo vnūquodq; latus a duob⁹ reliqs lateribus intersecat: quapropter impossibile est vnū illorū iterato cū reliquo cōcurrere p q̄ntā petitionē: alias due recte linee superficiem clauderent. De tetragono idē probat: nam si sit regularis figura simplex: latera ei⁹ opposita sunt linee paralelle quas impossibile est cōcurrere p tertiā precedētis capli: alia vero iā semel cōcurrerūt nec possunt iterū cōcurrere. Si vero sit figura irregularis maxime ex indebita laterū positione: latera opposita cōcurrent q̄dē exterius in altera pte tantū p quartā petitionē: nā duo anguli interiores ex sola vna parte erūt minores duobus rectis: ex altera vero maiores eis: quare nō fiet sic figura integra egredientiū angulorū. De pentagono autem p eandē q̄rtā petitionē deducit q̄ possit esse figura vndiquaq; pfecta egredientiū angulorū: q⁹ ex sexta precedētis capli: eius anguli intrinseci oēs sunt obtusi: ḡ latera exterius iterum cōcurrunt bina ⁊ bina ad omnē partē figure. est ergo pentagonus prima oim figurarum egredientium angulorum.

Secunda conclusio.

In quolibet ordine figurarum egredientium angulorum: prima ordinis sequentis sumitur ex tertia ordinis præcedentis.

Declaratur hoc p̄mo inductiue: nā sicut triangul⁹ p̄ria figurarū simpliciū poligonia ⁊ ex tertia linea recta cōsurgit p vltimā petitionē: ⁊ pētagon⁹ p̄ria figura ⁊ egrediētiū angulorū oritꝝ ex pētagono simplici tertia figura i ordine simpliciū: ita p̄ria figura scōi ordinis egredientiū angulorū sumitꝝ ab eptagono q̄rat tertiū i p̄io ordine: ⁊ p̄ma tertij ordinis fūdat in nonagono q̄ erat tertia figura scōi: ⁊ sic p̄ōr in alijs ordinibus sine fine. Scdo eadē cōclusio demonstrat resumpta demōstratione precedētis: nā probatio de triangulo aptissima erit p̄me figure ordinis precedētis: q̄ illa nō possit fieri figura ordinis sequētis: eo q̄ vnūquodq; lat⁹ eius iam tetegit quolibet aliud aut cōcurrēdo aut secādo: ideo impossibile est aliqō illorū iterū cū alio cōcurrere p quintā petitionē. Ratio vero de quadrangulo concludet etiā de secunda figura ordinis precedētis q̄ nō possit esse pfecta figura ordinis sequētis: q⁹ si sit regularis habet latera equidistātia que nō possunt cōcurrere: si irregularis ex vna tantū parte concurrent ⁊ nō ex alia. Sed demōstratio de pentagono ex angulis precedētib⁹ obtusis: cōcludet de tertia figura angulos sequētis ordinis eē in ea possibiles: nihil ḡ obstat veritati nr̄e huius cōclusionis.

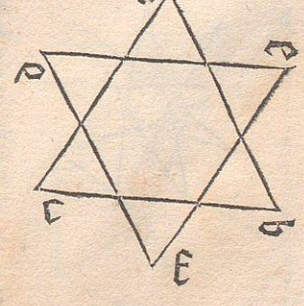


Exagonus primi ordinis.

Tertia conclusio.

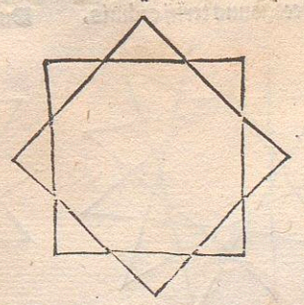
Pentagoni quinq; anguli ægredientes sunt præcisæ equales duobus rectis.

Sit pentagonus. a. b. c. d. e. in quo latus. a. c. secetur a linea. b. e. in puncto. f. ⁊ a linea. b. d. in puncto g. erit ergo angulus. f. equalis duobus angulis. e. ⁊. c. cum sit extrinsecus ad eos in triangulo. f. e. c. per quartam precedentis capli. Eandem ratione angulus. g. erit equalis duobus angulis. d. ⁊. a. cū sit extrinsecus ad eos in triangulo. g. d. a. sed duo predicti anguli. f. ⁊. g. cum angulo. b. sunt precise equales duobus rectis ex q̄nta precedentis capli: ergo similiter illi quattuor anguli. a. c. d. e. equales duobus. f. ⁊. g. iuncti simul cum angulo. b. valebunt duos rectos per octauā cōem scientiam: quia equalibus quantitatibus additur idem commune: scilicet angulus. b. ergo theorema propositum est verum. Ex quo sequitur q̄ sicut ordo simplicium figurarum incepit a duobus rectis in valore: vt probauit quinta conclusio precedentis capli: sic etiam primus ordo figurarum egredientium an=

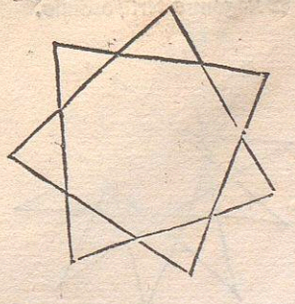


B

Octogonus primi ordinis.



Eptagonus primi ordinis.



gulorum incipit a valore duorum rectorum vt modo probauimus. Immo ⁊ quilibet ordinum sequentium incipit a figura cuius oñes anguli egredientes in tali ordine valent precise duos rectos. quod adhuc probandum est.

Quarta conclusio.

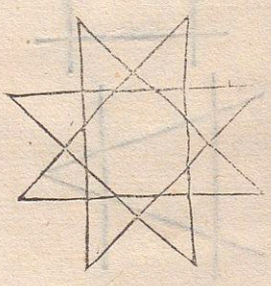
In eodē ordine figuratū egredientiū engulorū quælibet sequēs addit supra suam proximo precedentem duos rectos in valore.

Istud licet sit verū ⁊ demōstrabile: nūc sic persuadem⁹. supposito enī ꝙ prima figura primi ordinis. scz penthagon⁹ valeat duos rectos: cū illa habeat numerū imparē angulorū: sequens habebit angulos suos oēs in numero pari. s. exagonus. sed ille describitur ex duob⁹ triangulis sibi mutuo inuexis qui valent quattuor rectos: eadem ratio est de octogono qui describitur ex duobus quadratis valētibus octo rectosꝫ sertā p̄cedentis capl̄i: ergo eptagonus in medio relict⁹ valebit sex rectos: cū maiores sint ei⁹ anguli ꝙ exagoni ⁊ minores ꝙ octogoni. similiter ꝓcederetur ad decagonū ꝙ valet duodecim rectos cōstans ex duobus pentagonis simplicib⁹: ergo nonagon⁹ valebit decē rectos rōne p̄dicta. ⁊ sic de alijs oībus figuris primi ordinis egredientiū angulorū. Idē credēdū est esse verū in alijs ordinibus sequentibus. s. ꝙ prima cuiuslibet ordinis figura valet duos rectos p̄cise. ⁊ ꝙ quelibet sequens addit supra suam proximo precedentē duos rectos in valore. quēadmodū supra dicebam⁹ de figuris simplicibus. Sed quia aristoteles in ethicis par viciū esse putat ab oratore demōstrationē exigere: ⁊ a mathematico persuasionē recipere: nō cōtēti predicta psuasione addemus aliam cōclusionē in qua omnia que in hoc capl̄o diximus valeant demonstratione probari.

Eptagonus secundi ordinis.



Octagonus secundi ordinis.

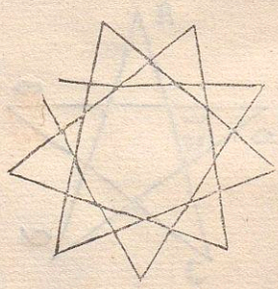


Quinta conclusio.

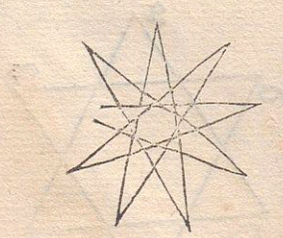
Cuiuslibet figuræ ægredientium angulorum omnes anguli sequentes pariter accepti valent tot rectos: quot valebant omnes anguli præcedentes pariter accepti: demptis quattuor.

Vocantur hic anguli sequentes anguli egrediētes ordinis sequētis: anguli p̄cedentes sunt anguli figure simplicis vel anguli egredientes ordinis precedentis. Verbi causa. eptagonus simplex per sextam precedentis capl̄i valet decē rectos: sed eptagonus egredientiū angulorum primi ordinis valebit sex rectos. eptagonus vero egredientiū angulorū secūdi ordinis valebit duos rectos: vbi descēdit per quaternarios decrescendo. ⁊ sic de alijs figuris ⁊ ordinibus suo modo. hoc est ergo ꝓpositū hui⁹ cōclusionis valde generalis que cōprehendit totā scientiā huius capl̄i: ⁊ cui⁹ demonstratio pendet ex quarta ⁊ sexta cōclusionibus precedētis. s. ꝙ cuiuslibet trianguli angulus extrinsicus equalis est duobus intrinsecis sibi oppositis. ⁊ ꝙ oēs anguli extrinseci cuiuslibet figure simplicis valent p̄cise quattuor rectos. Hic sic arguitur. quilibet angul⁹ precedēs in hmōi figuris est extrinsecus in quodā triangulo ad angulū sequentem ⁊ ad vnū angulū extrinsecū figure simplicis: ergo equualet estq; equalis illis duobus. quare omnes anguli precedentes simul accepti sunt precise equales angulis sequētib⁹ pariter acceptis: e omnibus extrinsecis figure simplicis. ergo anguli sequentes valent minus ꝙ precedentes precise quattuor rectos. quod pretēdit nostra conclusio. Nā in penthagono egredientiū angulorum de quo egit superior tertia cōclusio huius capl̄i: angulus intrinsec⁹ figure simplicis qui est super punctū f equalis est angulis b ⁊ g. quorū vnus est egrediens primi ordinis: ⁊ alter extrinsec⁹ figure simplicis: equalis iuquā: qz est extrinsecus ad eos in triangulo f g b. Eadē ratione quilibet aliorum angulorum eiusdē pentagoni simplicis equiualet vni egredienti primi ordinis ⁊ vni extrinseco figure simplicis: ergo omnes quinq; anguli figure simplicis simul accepti sunt equales omnibus q̄nq; egredientibus primi ordinis ⁊ quinq; extrinsecis pentagoni simplicis. dempto ergo valore illorum quinq; extrinsecorum: qui sunt quattuor per sextam capituli precedētis: remanet valor q̄nq; egredientium primi ordinis scilicet duo recti. nam quinq; anguli pentagoni simplicis valebant sex rectos. a quibus demptis quattuor rectis relinquuntur duo recti. Eadem probatio currit de exagono egredientium angulorum primi ordinis. s. ꝙ valeat quattuor rectos. nam exagonus simplex valebat octo rectos: similiter eptagonus simplex valebat decem rectos: a quibus demptis quattuor remanent sex recti valor septem angulorum egredientium primi ordinis: ⁊ sic ō alijs. Ergo vere sunt omnes predicte propositiones in figuris egredientium angulorum primi ordinis scilicet ꝙ prima earum valet duos rectos: ⁊ ꝙ quelibet sequens addit supra suam proximo precedentem in eodem ordine duos rectos in valore. De alijs ordinibus eadem est probatio. nā quilibet angulus egrediens primi ordinis equalis est angulo egredienti secundi ordinis sibi superposito ⁊ vni angulo extrinseco figure simplicis: quia est extrinsecus ad eos in quodam triangulo facile signabili: ergo omnes anguli eptagoni primi ordinis simul sunt equales oīb⁹ angulis eptagoni secūdi ordinis ⁊ septē angulis extrisecis eptagoni simplicis ꝙ valēt quattuor rectos. q̄b⁹ dēptis a valore eptagoni p̄mi ordinis. s. a sex rectis: remanēt duo recti q̄ est valor eptagoni scōi ordinis. secūd⁹ ergo ordo egredientium angulorum incipit a duobus rectis: vt superius ꝓponebatur. Itē octogonus egredientium angulorum primi ordinis valebat octo rectos: a quibus demptis quattuor ratione iā dicta: remanent quattuor recti ꝓ valore octogoni secūdi ordinis. Similiter nonagon⁹ primi ordinis valebat decē rectos ꝓ

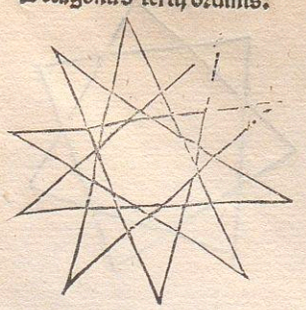
Nonagenus secundi ordinis.



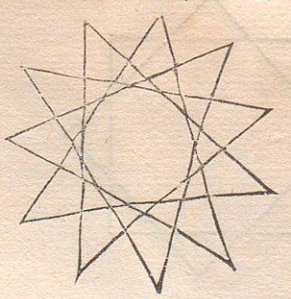
Nonagonus tertij ordinis.



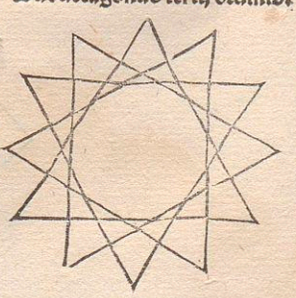
Decagonus tertij ordinis.



Undecagonus tertij ordinis.



Duodecagonus tertij ordinis.



subtractionē quattuor rectoꝝ a quattuordeci nonagoni simplicis: ergo nonagonꝰ scōi ordinis valebit sex rectos. ⁊ sic de aliis in eodē ordine: vbi clarissime cōstat q̄ q̄libet figura sequens addit supra suaꝫ primo precedentē duos rectos in valore: qō superius nōdū erat demonstratū sed solum persuasum. Pro tertio ordine figurarū egredientiū angulorū haud aliter ꝓbamus ꝓpōnes prius dictas. nā dēptis quattuor rectis a valore nonagoni secūdi ordinis qui erant sex recti: remanēt duo recti valor nonagoni tertij ordinis a quo ille ordo incipit. quilibꝫ enī angulus egrediēs scōi ordinis est equalis angulo egredienti tertij ordinis sibi superposito ⁊ vni angulo extrinseco nonagoni simplicis: qr est extrinsecus ad eos in quodā triangulo facile reperibili. Dein de eadē via probari posset q̄ decagonus tertij ordinis valet quattuor rectos. vndecagonꝰ sex rectos ⁊ sic de aliis per continuā additionē duoꝝ rectorū. Hactenus ergo de hoc primo libro qui erat de cōsiderationibꝰ gometrie cōmunibꝰ. ¶ Si tñ hec ad mores aptare liceat: dicemꝰ q̄ geometrie principia incōplexa correspondent primis puerorū noticijs de bono ⁊ malo quas habent iperfectas vsq̄ ad septēniū. Cōmunes sciētie: prima denotāt iuris naturalis principia per se nota: vt declina a malo ⁊ fac bonū ⁊c. Cōclusiones septē cōnexe de āgulis figurarū simpliciū: virtutes ostendūt lumine rōnis naturalis acquisitas: q̄ in sua cōenxione pfecti ores euadūt: dicente beato ambrosio super lucā cōnexe sibi sunt cōcatenateq̄ virtutes vt qui vnā habeat plures habere videatur. consonat ei gregorius in moralibus. Virtutes inquit si sint disiuncte nō possunt esse perfecte. nec prudēti a vera est que iusta. tēperans. ⁊ fortis nō est. ⁊ idē subdit de aliis. Unde notāter dicitur q̄ quelibet taliū figurarū addit super precedentē duos rectos. i. duplicē iusticie rectitudine q̄ est ad se ⁊ ad aliū. Porro figure egredientiū angulorū: ad virtutes infusas: ad dona spiritussancti. ad beatitudines euangelicas: ⁊ ad fructꝰ charitatis ptinere videtur scōm diuersos earum ordines. nā in eis ordo sequens nō auget sed diminuit a precedente: qr humilitatē affert. Unde dñs aplis in supmo pfectionis statu collocatis dicebat. q̄ maior est vestrū sit alioꝝ minister: ⁊ sūmꝰ pōtifex seruū ser uoꝝ dei se noiat. ⁊ p hūc modū hīs alia supaddere cuilibꝫ ingenioso erit valde facile.

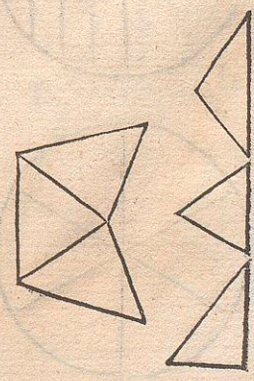
Liber secūdus nostri cōpendij geome

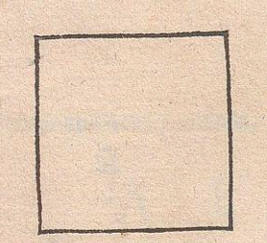
triæ de figuris planis correspōdēs quattuor primis libris euclidis. Habet simil'r capita quinq̄ sicut præcedens.

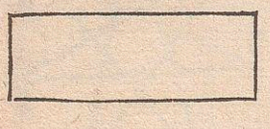
Caput primum est de diffinitionibus terminorū ad hāc geometriæ partem pertinentium.

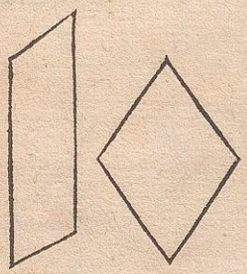


ONSEQVENS ERIT post lineas & angulos ad figuras planas transigere. vt dicamus de eis secundum considerationem specialem: faciendo propria capitula de triangulis: quadrangulis: & circulis secundū ordinem quem obseruauit euclides: addemusq̄ aliquid de figuris isoperimetris quas ille prætermisit. sed habebimus compendiosum sermonem dimissa antiquorum vastitate: quia introductiones tantum mathematicas in hoc opere nos tradituros esse promisimus: non ipsas scientias integras. Et more solito ante demonstrationes præmittemus diffinitiones & diuisiones vocabuloruꝫ: specialiores tamen illis quas in principio libri prioris prelibauimus. Repetitis igitur diffinitionibus trianguli. quadranguli, & circuli. diuidemus hæc genera in suas vel species vel partes: & singularum partium diffinitiones subnectemus quæ erunt media in demonstrationibus passionum quas inquiremus. Triangulus est figura plana tribus rectis lineis contenta. Triangulorum. alius omnium triū laterum æqualium: & vocatur ysopleurꝰ græce: æquilaterus latine. Alius autem duorum æqualium laterum: & vocatur ysocheles græce: equitibiarum latine. Alius trium laterum inequalium & vocatur ansocheles vel scalenon græce: latine vero gradatus: & ista diuisio sumitur ex pte lateꝝ. Ex parte aūt angulorū diuiditur in orthogoniū qui habꝫ vnuꝫ angulum rectum: & in ampligonium qui habet vnū angulum obtusuꝫ & duos acutos. & in exigoniū qui habet omnes angulos acutos. Dicitur etiā

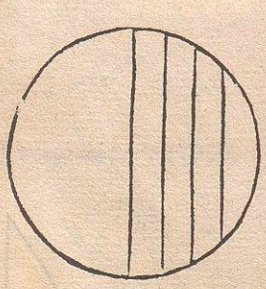


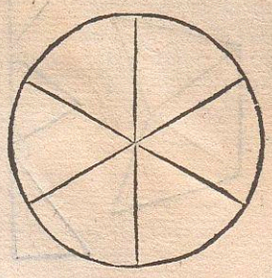


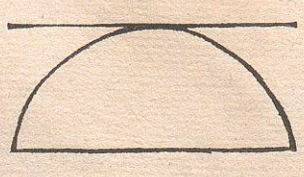




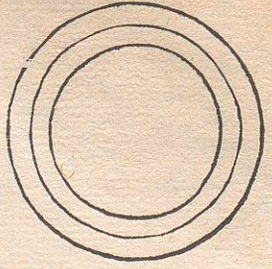


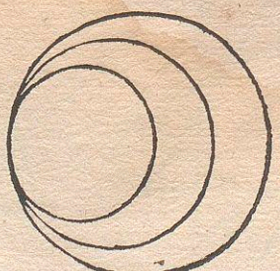






quadrangulus ortogoni⁹ cū oēs eius anguli sunt recti. & quadrāgul⁹ dicitur ysoplerus cum omnia eius latera sint æqualia: & omnis figura equilatera inuenitur ab auctoribus isoplerus dicta. Quadrangulus est figura plana quatuor rectis lineis contenta. Quadrangulorum alius paralellogramus. i. æque distantiū laterum. alius disparalellogramus. i. inequedistantium laterū. Paralellogramorū. alius est haben somnia latera æqualia: & vocatur quadratus vel quadratū. alius tantū oppositorū laterū æqualium: & vocatur altera parte longior. Quadratorum alius ortogonius: & vocatur proprie quadratus. Alius inequalium angulorū: & vocatur helimalim quia habet semper oppositos angulos æquales sicut demonstrabitur. Altera parte longiorum alius orthogonius qui ab aliquibus tetragonismus appellatur. alius inequalium angulorum & vocatur similis helimalim: & dicitur similis helimalim: quia habet opposita latera & oppositos angulos æquales. Omnes vero quadranguli non æquedistantium laterū sunt helimalim. i. irregulares figuræ: & istæ irregulares nominantur non ꝙ aliæ omnes sint regulares: quoniam sol⁹ quadratus est regularis in genere quadrangulorum. sed qm̄ istæ figuræ plus irregularitatis habent ꝙ alii quadranguli equedistantium laterum. Circuli vero diffinitio data est prius: resumēdo tamen breuiter diffinitionē circuli. dico ꝙ circulus est figura plana ex medio æqualis: sicut sphera est figura solida ex medio æquelis. vt dicit Aristoteles. 7. methaphisice. quia habet omnes lineas a medio ductas æquales: &. 5. methaphisice dicit ꝙ circulus est figura agona. i. sine angulo: qui circulus quia figurarum vniformissima & specialissima diuisionē nō recipit in species: sicut neꝙ aliqua regularis figura: sed diuiditur solum quantitatiua diuisione in portiones. Omnis aūt portio circuli aut est semicirculus aut portio maior semicirculo aut eo minor. Semicirculus est figura plana diametro & medietate circunferentiæ contenta. Portio vero circuli vt distinguitur contra semicirculū est figura plana vna linea recta extra centrum cadente & parte circūferentiæ contenta: & hæc quidem linea recta corda dicitur. pars vero circūferentiæ arcus nominatur. cum igitur circulus sic diuisus fuerit per cordā in portiones duas: portio in qua cadit centrum dicitur maior semicirculo. portio autem in qua non est centrum minor semicirculo appellatur. Est etiaꝫ alia diuisio circuli in sectiones. sectio circuli est figura quæ sub duabus a centro ductis lineis rectis & sub arcu qui ab eis comprehenditur continetur. angulus enim qui ab eis lineis ambitur supra centrum consistere dicitur. Angulus semicirculi dicitur quem diameter cum circunferentia constituit. Angulus portionis dicitur quem corda cuꝫ arcu constituit. Angulus contingentiæ dicitur quem linea circulum contingens constituit. Circulum autem linea contingere dicitur quæ circulum tangit: & invtramqꝫ partē protracta non secat circulū. hæc sunt quid nois de partibus circuli: modo de ipsis circulis dicendū est. Circuli se cōtingere dicuntur qui se cōtingentes seinuicē non seccant. Cōcentrici circuli dicūtur qui super idē centrū describūtur. Eccentrici vero dicūtur quorū centra distant cū sic sit ꝙ sit circul⁹ intra circulū. & hæ diffinitiones nobis sufficiant.

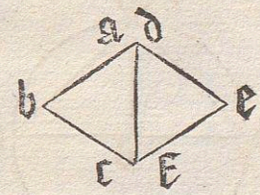




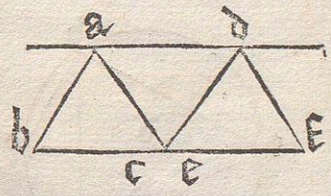
Caput secundū de passionibus triangulorum excerpens paucula ex primo libro geometriæ Euclidis.

EQVENDO ordinē naturalē figurarū prius fuisset agendū de circulis q̄ de aliis speciebus: tū quia circulus vnica linea cōtinetur: aliæ vero figuræ sicut sunt poligoniæ ita & polilineæ. i. pluriū linearuz: vnū aūt prius est multitudine. tū quia circulus est figurarū perfectissima. simplicissima. regularissima. pulcherrima. capacissima. & si vis addere: quod proprie ad phisicū pertinet: ipsa est ad motū aptissima: aliæ vero figuræ in p̄dictis oībus valde a circulo deficiunt. sed quia multa sunt q̄ de circulo demōstrari nō possunt nisi ex demōstratis circa figuras rectilineas: quarū prima est triangulus: ideo necessariū fuit q̄ permutarem⁹ ordinē: quēadmodū fecisse iuenitur euclides. De triangulis igitur sit hæc prima Conclusio.

Si vnus angul⁹ vni⁹ triāguli æqualis fuerit vni angulo alteri⁹ triāguli: fuerīt q̄z duo latera dictū angulū cōtinentia æqualia duob⁹ lateribꝫ alteri⁹ similē angulū cōtinētibus: residui anguli vni⁹ residuis āgulis alteri⁹ equales erūt: basis vni⁹ basi alteri⁹ æqualis erit: totusq̄z triāgul⁹ toti triangulo æqualis.



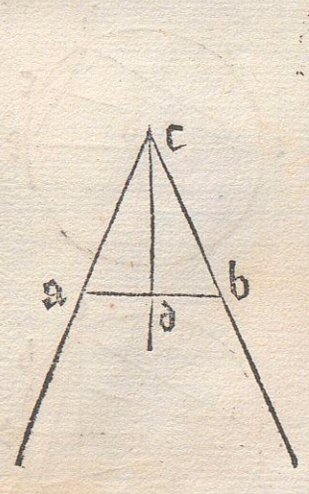
Istam conclusionē primā pono: q̄ nō dependet nisi ex vltima cōmuni scientia. ponā enī vnū triāgulum super alterū: quorū vnus sit a b c alius d e f. & applicabo angulū d angulo a q̄ per ipotesim sunt equales in diuersis triangulis: ergo latus d f erit super latus a c & latus d e sup latus a b. si aūt nō: erit angulus d maior aut minor angulo a vel ecōuerso q̄ō est cōtra ipotesim. cū ergo latera lateribꝫ sint eq̄lia: erit necessario basis e f super basim b c. & per p̄ns totus vnus triāgulus erit super totū aliū triangulum nec excedens nec excessus: alioquin due recte linee superficiem clauderēt ille. s. quas nō tangeret basis trianguli. vel forte loquitur de illa superficie q̄ remaneret inter duas bases triangulorum: q̄z vel vnus illorū triangulorū cōstaret ex duabus tātū lineis separata ab eo sua basi: vel inter duas bases illorū triangulorū: q̄ sunt linee recte cōtermine inter eadē duo puncta. remaneret superficies vndiq̄z clausa. qō est inconueniens cōtra quintā petitionē. & ita illi duo triāguli erūt equales sibimuicē scōz totū & secūdū partes per vltimā cōmunē scientiā. Ex ista ꝓcedam vlterius ad ostendendū equalitatē inter angulos eiusdē trianguli per equalitatē laterū. & sit hec secūda cōclusio.



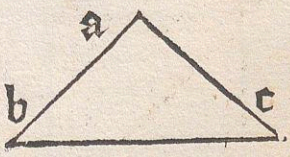
Secunda conclusio.

Omnis trianguli duum æqualium laterū angulos qui super basim sunt equales esse necesse est: & similiter angulos qui sub basi constituuntur: si ei⁹ prima latera directe protrahantur.

Hec est quīta cōclusio p̄mi euclidis. & vocatur admirātibus eleufuga. i. fuga miserorū: qm̄ miseri ingenio cum ad eandem perueniunt: fugam capiunt. sed ne detur fuge occasio ostendam eam breuiter et ostensione leui que sufficit adiscenti: & erit medium demonstrationis q̄ talis triangulus diuiditur: vel diuidi potest in duos triangulos equales. Sit ergo linea a b basis cui insistat linea c d secans eaz orthogonaliter. idest ad angulos rectos: & per equalia in puncto d. & ducantur latera c b & c a que sunt equalia: eritq̄z triangulus duum equalium laterum a b c. & anguli super basim sunt angulus b. & angulus a quos dico esse equales. Triangulum enim totalem diuidam per equalia per lineam c d perpendicularem in duos triangulos partiales qui sunt triangulus d c b & c d a. eritq̄z angulus c d b in primo triangulo equalis angulo c d a in secundo triangulo: quia vterq̄z eorum est rectus & latera istos angulos continentia sunt equalia ex ipotesi: & latus b d est equale d a. & latus c d est commune: quare per premissam conclusionem residui anguli vnius residuis angulis alterius erunt eq̄les: puta angulus a c d et b c d. & iterum anguli a & b quod fuit propositum. Patet etiam q̄ anguli sub basi. similiter sunt equales: quoniam duo anguli qui sunt apud a. sunt equales duobus rectis per primam de lineis rectis: similiter duo anguli qui sunt apud b sunt equales duobus rectis: ergo dēptis superioribus qui sunt equales. vt probatum est. relinquitur equales esse qui sunt inferius per sextam communem scientiam. Ex ista demonstratione patet q̄ triangulus equilaterus est equiangulus & econuerso: quia equalitas quorumlibet duorum laterum concludit equalitatem angulorum sibi correspondentium: & ex ista sequitur conclusio tertia. scilicet quod ex habitudine angulorum accipitur habitudo laterum inter se.

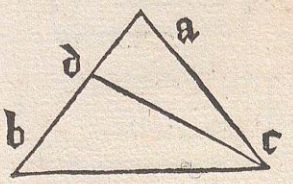


Tertia conclusio.



Omnis trianguli lōgius latus maiori angulo oppositum est: & econuerso.

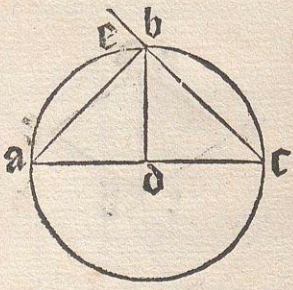
Uerbi gratia: si in triangulo a b c angulus a sit maior angulo c ꝛ angulo b: erit latus c b maius latere a b. Quod si nō: aut igitur erit minus aut equale. si equale ergo per precedentem angulus a erit equalis angulo c. qō est contra ipotesim. Si aūt lat⁹ b c est min⁹ ꝛ a b mai⁹: resecet ad equalitatē ei⁹ scz c b in puncto d. sitqꝫ latus d b equale c b: ergo p premissam erit angulus b c d equalis angulo b d c. sed angulus b d c est maior angulo d a c. qz est extrinsecus ad eū in triangulo d a c. ergo angul⁹ d c b qui est equalis ei erit maior eodē b a c. sed a ponebatur maior toto c. ergo angulus b c d. est maior toto c. quare maior est pars suo toto scilicz c qō est impossibile. Et sequitur ecōuerso hoc latus est maius: ergo angul⁹ ei oppositꝰ est maior: qō facile ostendit ex ꝓcedenti cōuersa. Iste tres cōclusiones sunt de triangulo scōz se cōsiderato: nūc ponā aliquas cōclusiones de triangulo ꝓut est pars aliarū figurarū: ꝛ primo ꝓut describitur in circulo ꝛ est pars circuli. ꝛ sit hec prima conclusio.



Quarta conclusio.

Omnis trianguli in semicirculo super diametrum collocati angulus apud circuuferentiam existens rectus est.

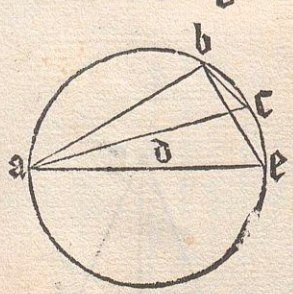
Qō ꝓbo sic: sit triangulus a b c super diametrū a c cōstitutus: dico q angulus b est rectus in quacūqꝫ parte circūferentie ponatur: ꝓtrahā enī ab ipo angulo in centrū lineā b d: ꝛ erunt duo trianguli qui libet duū equaliū laterū per diffinitionē circuli: eruntqꝫ in vno illorū duo anguli equales inter se. scz a ꝛ b per secundā hus capituli. similr ꝛ in altero triangulo b ꝛ c erunt equales per eandē. sed angul⁹ b d c est equalis duobus primis scz a ꝛ b: q: est extrinsecus ad eos in triangulo a d b. ꝛ angulus a d b est equalis duobus secundis scz b ꝛ c. qz extrinsecus est ad eos in triangulo c d b. quare duo anguli qui sunt apud d sunt d upli ad duos angulos qui sunt apud b. qz valent eos ꝛ angulos a ꝛ c q̄ sunt eis equales: sed duo anguli apud d sunt equales duobus rectis per primā capituli de lineis. ergo angulus b totalis est rectus: qm̄ est medietas illoꝝ quattuor qui valent duos rectos. Aliter ostendit idē ꝛ breui⁹ habita eadē dispositione figure: ꝓtrahatur c b vsqꝫ ad c exterius. eritqꝫ angulus a b c. equalis duobus angulis a ꝛ c. sed duo anguli intrinseci apud b sunt equales duobus angulis a ꝛ c. vt deductū est. ergo angulus a b e extrinsecus est equalis duobus angulis intrinsecis apud b. hoc est totali angulo b. ergo vterqꝫ eorū est rectus per diffinitionem anguli recti. scz. tam e q̄ b.



Quinta conclusio.

Omnis trianguli in portione circuli super cordam locati: si sit portio circuli semicirculo maior: erit angulus apud circūferentiā existens recto minor: & si sit portio semicirculo minor: erit angul⁹ apud circūferētiā recto maior: & vniuersaliter q̄to portio maior tanto angul⁹ minor. & econuerso.

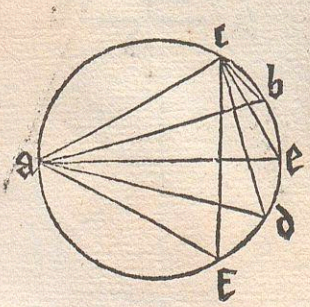
Qō ꝓbo sic. sit portio semicirculo maior a b c corda a c. dico q angulus b trianguli a b c colocati sup cordā qui est apud circūferentiam: est recto minor. Ducatur enī diameter a d e super centrū d ꝛ linea e b ducatur: ꝛ qz per premissam angulus b totalis est rectus: quare angul⁹ a b c est minor per secūdā cōmunē scientiā cū sit eius pars. sicut ptz sensu. Secundā partē ostendo sic: sit portio semicirculo minor a b c corda a c. dico q angulus b trianguli locati super hanc cordā: est recto maior. ducatur enī per centrū d diameter a d e. ducaturqꝫ linea b e. eritqꝫ per premissam angulus a b e rectus quare angulus a b c. erit maior recto. cū angulus a b e rectus sit eius pars per secundā cōmunē scientiaz. Tertia pars ptz accipiēdo portiones maiores ꝛ minores semicirculo: ꝛ sit portio a c d maior portiōe a c b dico q angulus a c d minor est angulo a c b. qz est pars eius. similr se habet de alijs portionib⁹ minorib⁹. Si velis aduertere in hijs duab⁹ ꝓpōnib⁹ habes differētias triāguloꝝ. s. orthogonij. āpligonij. ꝛ exigonij. sz de alijs differētijs triāguloꝝ nūc dicem⁹. s. ysopleri. ysochelis ꝛ ansochelis.



Sexta conclusio.

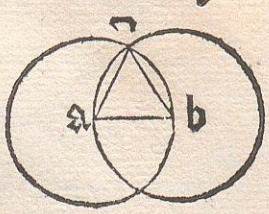
Omnis triangul⁹ cuius vnū latus est semidiameter duorū circulorū: & angulus oppositus est apud sectionē eorūdē est equilaterus.

Accipiamus a b lineā ꝛ super a punctū describam⁹ circulū occupando totā lineā a b. Itē super punctū b describatur alter circulus equalis: ita q linea a b sit semidiameter duorū circulorū: ꝛ a communi sectione illorum circulorum que sit c ducantur due linee scilz c b. ꝛ c a. dico tunc q triangulus iste a b c est triangulus equilaterus. Nam per diffinitionem circuli linee a b ꝛ c a sunt equales: quia veniunt a communi centro ad circunferentiam. item c b et b a sunt equales pari ratione. ergo omnes erunt inter se equales per tertiam communem scientiam.



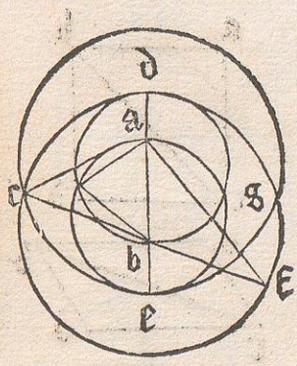
Septima conclusio.

Omnis triangulus cuius vnū latus est minus semidiametro duorum circulorū terminatū ad corū centra: & cui⁹ oppositus angul⁹ est in sectione eorūdē:



est triangul⁹ duorū tantū equaliū laterū: & cuius oppositus angulus est extra sectionē eorundem est oīm inæqualium laterum.

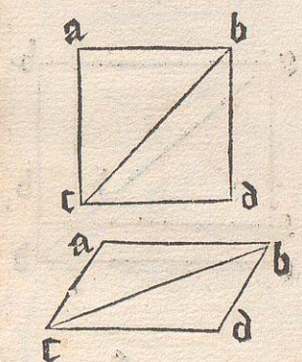
Ut sit linea d a b e. ⁊ describatur sup a punctū circulus secundum quantitatē linee a b e. item super b punctū describatur alter circulus equalis scōm quantitatē linee b a d. ⁊ inter seccent se in pūcto c. dico q̄ linee a c ⁊ b c sunt equales: qm̄ sunt semidiametri circulorū equaliū: ⁊ q̄ a b linea sit minor eis: ptz q̄ cū veniat a centro non attingit circūferentiā: sicut a c ⁊ b c. ergo est minor eis. ptz ergo q̄ triāgulus a b c est duorū tantū equaliū laterū. ⁊ sic erit ysocheles. ¶ Rursus sit alius triangul⁹ a b f. et sit punct⁹ f extra sectionē: dico q̄ oia latera sunt inequalia: nā latus b f cū sit equalis b d. q̄ semidiameter eiusdē circuli: erit maius latere a b. ⁊ latus a f. cū sit pl⁹ q̄ semidiameter equalis circuli est maⁱ⁹ larere b f. nā a g est b f equale. q̄ semidiametri duorū circulorū equaliū: quare oia latera sunt inequalia. ¶ Nunc ponam conclusiones de triangulo. p̄out est pars quadranguli.



Octaua conclusio.

Quilibet duo trianguli in superficie equedistantium laterum iuxta lineam diagonalem accepti sunt æquales.

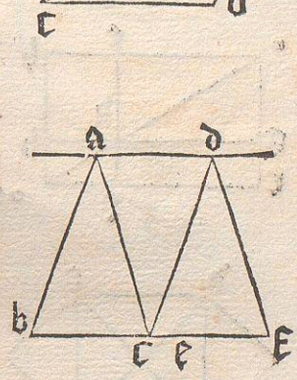
Est eni linea diagonalis que ducitur ab angulo ad angulū: ⁊ si est in quadrato: vocatur diameter. istō ostēdā in quadrāgulis q̄ sunt altera pte lōgiores iequaliū laterū i quib⁹ min⁹ vī. sit g hmōi figura a b c d. ducaī ab āgulo ad āgulū linea. c. b. dico q̄ triāguli a b c ⁊ c d b sunt eq̄les. nā āgul⁹ b supior ⁊ angul⁹ c inferio ⁊ sunt equales. q̄ coalterni inter equedistātes lineas a b ⁊ c d. ⁊ latera cōtinentia istos duos angulos sunt equalia: q̄ linea c d equalis est b a. ⁊ linea b c est cōmunis: quare residui anguli sunt equales: ⁊ tot⁹ triāgulus toti triāgulo equalis est p̄ primā cōclusionē hui⁹ capli.



Nona conclusio.

Si duo trianguli super bases æquales atq̄ inter duas lineas æquedistantes ceciderint: æquales erunt necessario.

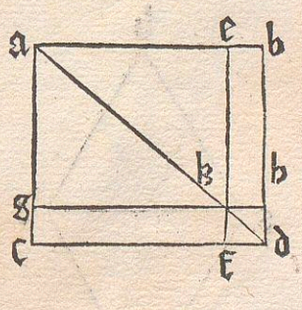
Sint duo trianguli a b c ⁊ d e f inter lineas equedistantes. dico eos esse equales. Et siq̄dē similiter cadat linea d e inter equedistantes sicut cadit linea a b nō est difficile arguere ex prima huius capituli: q̄m̄ anguli equales erūt a b c ⁊ d e f ⁊ latera tales angulos cōtinentia sunt equales: q̄m̄ bases sunt equales ex ipotesi: ⁊ similiter linee que inter lineas equedistantes vemūt sunt equales. ⁊ tūc sequit̄ ꝓpositū ex prima huius capituli. Sed si in triangulo a b c. angulus b sit rectus: ⁊ in triangulo alio d e f angulus e nō sit rectus: dico q̄ tunc similiter sequitur q̄ triāguli sunt eq̄les si sint iter equedistātes lineas ⁊ supra bases equales: diuidā eni superficiē d e f i duo media p̄ lineā d m. ⁊ ducā equedistātes lineas equaliter e k ⁊ f l. ⁊ ducā c n equedistantē a b. habebo itaq̄ duas superficies paralelogramas a b c n ⁊ k e l f quas suppono esse equales. q̄ oia latera sunt equalia: erit igitur superficies k e l f diuisa in q̄uor triguālos eq̄les p̄ p̄missa: ⁊ a b c n tm̄ i duos eq̄les: ḡ duo de illis valēt vnū de istis sed triangulus d e f cōtinet duos de illis: igitur est eq̄lis triāgulo a b c q̄ est medietas alteri⁹ superficiei paralellogrami: ⁊ hoc est q̄ volui ostendere. ¶ Iste nouē cōclusiones ad p̄sens de triāgulo sufficiant: quarū noticia necessaria est in methaphisica ⁊ logica ⁊ naturali sciētia apud Aristotelē.



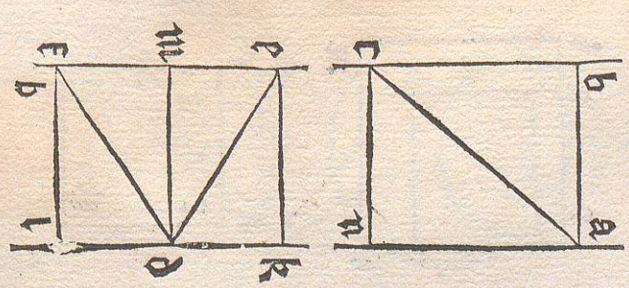
Caput tertium de quadrangulis: correspōdens. 2. libro Euclidis: in quo primo ponitur vna propositio.

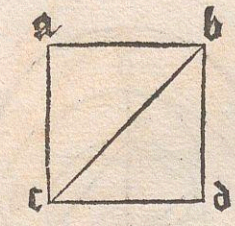


VNC dicendū est de quadrangulis de quibus paucas ponā cōclusiones: quib⁹ premitto vnā descriptionē q̄p & premittit euclides libro. 2. de gnomone & de suplementis: vt præsciatur q̄d significat̄ per terminos: & est talis. Omnis paralellogrami spacii ea quidem que diameter secat per mediū paralellograma circa eandē diametrū cōsistere dicūtur. Eorum vero paralellogramorū quæ circa eandē diametrū consistūt: quodlibet vnū cū duobus supplementis gnomō noīatur. Diuidatur ergo. a. b c. d. paralellogramū per diametrū a d & in puncto. K. in diametro: seccent se ortogonaliter duæ lineæ. e. f. & g. h. æquedistantes a duob⁹ lateribus paralellogrami sc̄z. b. d. c. d. eritq̄ totū paralellogramū diuisuz in quattuor parallelograma: quorū duo dicūtur cōsistere circa eandē diametrū. a. d. q̄ diameter diuidit i triāgulos. reliqua dicūtur supplemēta sc̄z. g. K. c. f. & c. K. b. h. tria aūt paralelograma. s. duo iā dicta supplemēta cū alterutro eoz q̄ seccanē p̄ diametrū gnomonē p̄ficiūt. igitē hoc supposito cū diffōnib⁹ & diuisiōib⁹ p̄mi capli. huiꝰ



B illi



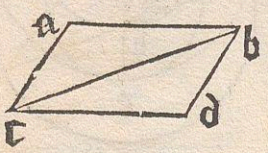


libri accedo ad cõclusiones in hoc capl'o demõstrãdas. & sit hæc pria cõclusio.

Prima conclusio.

Omne paralellogramũ vnaquæq; diameter diuidit p medium & per æqualia.

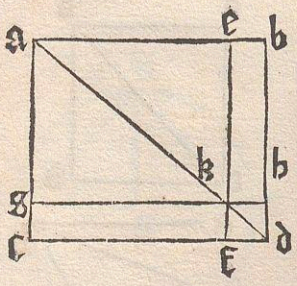
Ista pz statim ex penultima p̃cedẽtis capli. nec oz pl' insistere. sitñ nõ placz reducere eãdẽ ad reliquas: tũc possz reduci i vltimã cõez scientiã sic reducta ẽ prima capli de triãglis. & sil'r prima de circulis reducet.



Secunda conclusio.

Omne paralellogramũ angulos ex aduerso collocatos habet æquales.

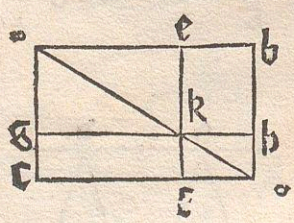
Si sit ortogoniũ pz. qz tũc oẽs ãguli sunt eq̃les p tertiã petitionẽ. Si aũt sit ineq̃lium ãgulorũ: & sint a b. & c d. latera equedistãtia: ducat linea diagonaliter a d. erũt anguli d superior & a inferior equales: qz coalterni. item d inferior & a superior equales erunt similiter: qz coalterni p cõparationẽ tri ad lineas equedistantes: ergo a totalis est equalis d totali: & sunt ex aduerso collocati. igitur &c. ¶ Ex quo vlterius sequitur qꝫ b & c sunt equales. nã qz duo anguli superioris triãguli sunt equales duob⁹ angulis trianguli inferioris: sequitur qꝫ residuus sit equalis residuo p sextã cõem scientiam.



Tertia conclusio.

Omnis paralellogrami spacii eorum: q̃ circa diametrum sunt: paralellogramorũ supplementa æqualia sibi inuicem necesse est esse.

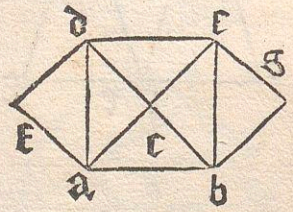
Disponatur paralellogramũ a b c d diuisum in. 4. paralellograma. & p oia resumatur sicut prius. dico qꝫ duo paralellograma q̃ dicũtur supplementa per oia sunt equalia inter se. sunt enim duo triangli a d b & a d c equales p primã capituli hui⁹. ex istis auferã equalia. s. triangulos k d h & k d f qui sunt equales per primam huius capituli. similiter auferã ab eisdem: puta a k c & a k g. qui similiter sunt equales per eandẽ. ergo per sextã cõceptionẽ que remanent sunt equalia. s. duo supplementa. ¶ Iste tres conclusiones concludunt de omnibus superficiebus equedistantiũ laterũ: siue sint recti anguli siue non &c. sed sequentes specialiter erunt de quadratis & de rectis angulis.



Quarta conclusio.

Quadratum quod a latere triãguli recti anguli eius recto angulo opposito describitur in se ducto: equum est duobus reliquis quadratis. qui ex duobus reliquis lateribus conscribuntur. Ex quo sequitur qꝫ quadratum diametri ad quadratum coste est duplum.

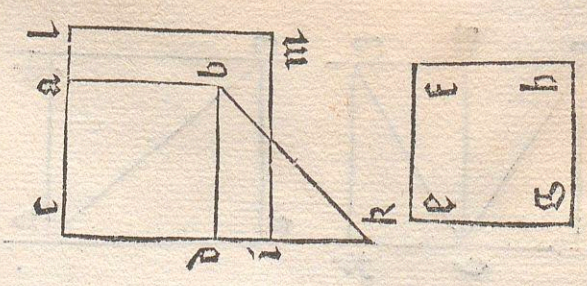
Istam cõclusionẽ ostendo de lateribus quadrati & diametri q̃ faciunt ysocheles: qz ad hoc tẽdit speciliter ꝓpositio vt pz per applicationẽ correlarij factã. sit igitur hmõi ysocheles a b c. & sint a c & b c latera equalia & a b sit latus maximũ: qz maiori angulo oppositũ: dico ergo qꝫ quadratũ hui⁹ maximi lateris scz a b est equale duobus quadratis reliquorũ laterũ: scz quadrato a c d f qꝫ est quadratus lateris a c & quadrato b c g e quod est quadratũ lateris b c. Est enim quadratũ a b d e diuisus in quattuor triangulos equales per duas diametros a e & b d quorũ duo sunt medietates aliorũ duorũ quadratorum in scilz triangulus a c d & triangulus b c e sicut vides: sed triangulus principalis a c b & triãgulus ei oppositus puta c d e sunt equales alijs duabus medietatibus quadratorum minorum que sunt extra quadratum maius. qz oẽs isti in sex triangulos diuisi sunt equales vt pz. ergo quadratus magni lateris a b equale est duobus quadratis residuorũ laterum. vt dicit prima pars theorematis. & p ꝯs idẽ quadratũ est duplum ad quadratũ alterius lateris: ad qõ se habz sicut diameter ad costã: & ita quadratũ diametri est duplũ ad quadratum coste vt dicit correlarium.



Quinta conclusio.

Propositis duobus quadratis siue æqualibus siue inæqualibus alterum illorũ reliquo gnomonice circũscribere contingit.

Accipiam duo quadrata equalia & in illis ostendã intentũ. sit primũ quadratũ a b c d. secundũ sit e f g h: & sint equalia: volo circũscribere secundũ primo gnomonice: ꝓtrahatur ergo c d vltra d vsq; ad k scõm quantitatẽ g h. sitq; linea protracta d k equalis g h. cũ igitur angulus d exterior sit rectus sicut & interior d. ergo p premissam quadratũ ex b k erit equale duob⁹ quadratis scz lineaꝝ b d & d k. ergo facto hoc rescindã de linea c d k ad quantitatẽ b k: sitq; c i ad equalitatẽ b k. deinde a pũcto i erigã perpẽdiculariter equalẽ lineã c i. vsq; ad m. & erit secundũ latus quadrati qõ querimus: & tunc ducã tertiũ latus m l. & post contiguã l cum a c. & habebo quadratũ c i l m. & hoc est quadratũ linee b k. & est equale quadrato linee b d: & quadrato linee d k per premissam. Tunc arguã sic. hoc productũ quadratus est duplum ad duo predicta: sed primũ remanet in sua propria forma: ergo illud quod est additũ est equalis quantitatis quadrati secundi. sed non est additum nisi gnomonice: ergo quadratum secundũ quadrato primo est gnomonice circũscriptũ. Et si circuli quadratura scita esset: possent duo circuli ad seipsos addi: & alter alteri circũscribi. de modo aũt in fine hui⁹ geometrie dicemus.



CAPVT QVARTVM.

Caput quartum de circulis: correspōdēs. 3. libro euclidis.

TANGAM in hoc capitulo pauca de circulis. nam prosequi natūrā illius quantū ad omnes eius conditiones magnū requirit tractatum. sed propter formam saltem nūc numerandæ sunt laudabiles proprietates & passiones circuli. Ipsa aūt figurarū ꝑma est vt diximꝰ & ꝑfectissima. simplicissima. regularissima capacissima: & pulcherrima & si vis adde quod proprie ad philosophū pertinet: ipsa est ad motum aptissima: propter quod videbatur mihi ꝙ prius de circulo ꝙ̄ de figuris rectilineis esset agendum. sed inueni ꝙ de eo multa ostē di non possunt nisi ex conclusionibus figurarum rectilinearum: ideo necessariū fuit ꝑmutare ordinē quēadmodū fecisse inuenitur euclides.

Prima conclusio.

Circuli quorum diametri sunt æqules: ipsi quoq; æquales erunt.

Ista nō dependet nisi ex cōmuni scientia nona: vt prima de triangulis ⁊ prima de quadrangulis. applicetur enim circulus circulo: diametri sunt equales per ipotesim: ⁊ quia centrum est supra centrum. circunferentia supra circunferentiam: ⁊ totum supra totum. ⁊ ita nullus circulus excedit. reliquum quare inter se erunt equales per vltimam communem scientiam.

Secunda conclusio.

In circulis equalibꝰ portiones sunt æquales: quarum cordæ æquales sunt.

Ꝑtz hoc: nā circūscripto circulo vno super aliū modo ꝓdicto applicet vna corda alteri: ⁊ sint vna corda vel sint simul ambe quare manifestum est ꝙ eandē ⁊ equalē portionem de vtroq; scindunt. nam portiones iste non se excedunt ex parte cordę: quia ad eandem cordam terminantur: nec ex parte circūferentie: quia ille sunt simul per ipotesim. ergo non aliquo modo se excedunt.

Tertia conclusio.

In circulis inæqualibus æqualis corda vel eadem: plus accipit de minori ꝙ̄ de maiori circulo.

Sit maior circulus a b c circulo a d c. sitq; a c corda. dico ꝙ corda a c abscindit maiorē portionē de circulo a d c ꝙ̄ a circulo a b c ꝓbatur. applicetur enim circulus minor ad maiorē ⁊ secet eū in duobꝰ ꝑctis a ⁊ c: corda ergo a c abscindit a maiori circulo arcū a b c. a minori vero tantū ⁊ amplius: qz superficiem a d c que est maior ꝙ̄ est superficies a b c. igitur ⁊ portio minoris maior est portione maioris: per scām cōmunē scientiā. Ista ꝓpositio sumitur in naturalibus ad ꝓbandū rotunditatez elementi aque: nā dicunt phi ꝙ idē vas in numero plus capit in celario ꝙ̄ in solario: ⁊ generaliter plus inferius ꝙ̄ superius: qđ nō est verū nisi de aqua que rotūda supereminet vasi. Sunt aūt iste cōclusiones de portionibus circulorum: nunc accedam ad angulos eorum: ⁊ primum ad angulum contingentie: ꝓmem ittendo duas conclusiones de linea contingentie. ⁊ sit prima ista.

Quarta conclusio.

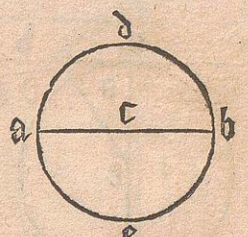
Si circulum linea recta contingat in puncto tantum contingere necesse est.

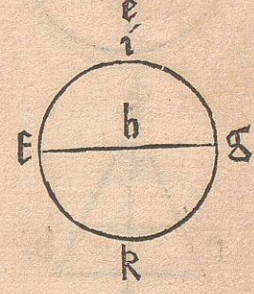
Quia si eum in linea contingat ducā ad terminos linee quā contingit scz a c ⁊ a centro circuli qđ sit d lineas a d ⁊ c d. ⁊ ducā b d in medio: ⁊ erunt duo trianguli a d b ⁊ d b c. tunc arguitur. aut linea b d incidit super a c lineam ortogonaliter. aut nō. si sic: ergo in vtroq; triangulo angulꝰ apud b rectus est: ⁊ per ꝓs in illis triangulis latera a d ⁊ c d sunt maiora b d. qz maiori angulo opponitur per tertiaz capituli de triangulis. Si non incidat ortogonaliter vnus angulus quē facit b d. obtusus est: ⁊ ei obtuso in suo triangulo maius latus opponitur ꝑ eandē tertiā de triangulis: ex quo sequitur ꝙ tres linee venientes a centro d vsq; ad puncta b c a. nō sunt equales: sed tamen illa puncta sunt ꝑncta circunferentie. igitur linee venientes a centro ad circunferentiam non sunt equales: quod est incōueniēs: et cōtra diffinitionē circuli: ergo concluditur qđ contingit in puncto ⁊ non in linea.

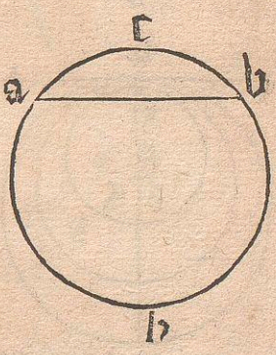
Quinta conclusio.

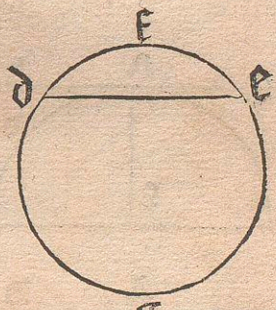
Diameter circuli perpendiculariter cadit super lineam cōtingentē circulum si super punctum contactus transierit.

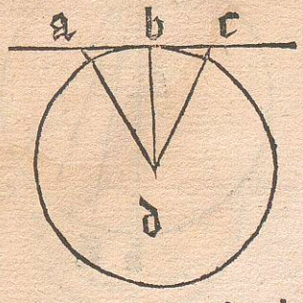
Sit linea a b contingens circulū c e g. cuius centrū sit. d ⁊ contingat in puncto c qui est terminus diametri c d g: dico hanc diametrū esse perpendiculariter super lineā contingentē a b. nā si non est ꝓpēdiculariter ad ipaz sit d f ꝓpēdiculariter sup eā q̄ secet circūfentiā in ꝑncto e. erit vterq; angulorꝝ q̄ sunt

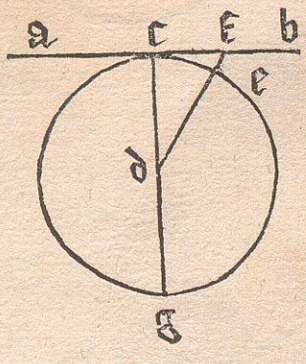


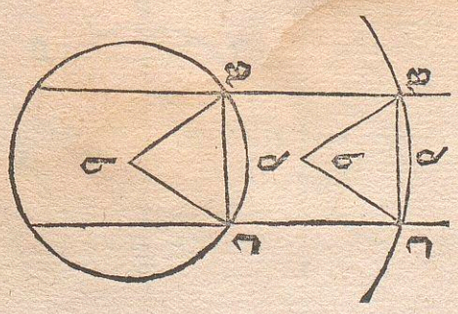


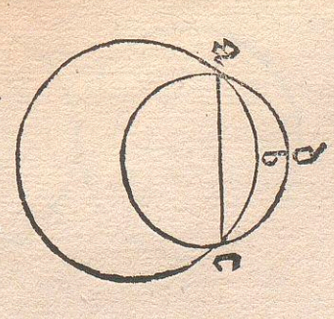


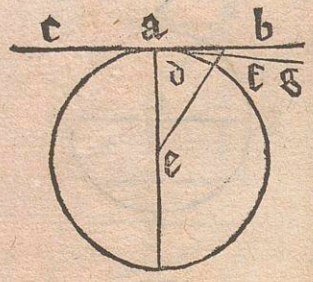










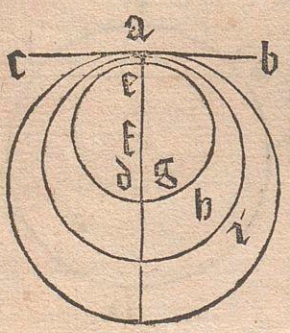


apud f rectus per diffinitionē anguli recti: quare per tertiā de triangulis linea c d est maior linea d f cui sit opposita maiori angulo in triāgulo c d f. ergo q̄libet linea eq̄lis linee d c erit maior d f. sed d e linea est equalis d c p diffinitionē circuli. g d e est maior d f. quare t ps toto maior est: qđ est ipossibile.

Sexta conclusio.

Angulus contingētiæ est omni angulo rectilineo minor: tñ est diuisibilis in infinitū. Ex quo manifestū est q tanto angulus cōtingentiæ est maior: q̄to circulus minor & tanto minor q̄to circulus maior.

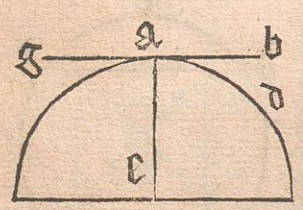
Prima pars ostenditur sic: sit linea b c contingens circulū a d in puncto a qui est terminus diametri a e. dico q ille angulus quē facit illa linea contingens circulū q̄ dicitur angulus cōtingētie est minor omni angulo rectilineo: hoc est omni angulo a duabus rectis lineis cōtento. Probatur hec p hunc modū: quia inter lineas continētes angulū acutū rectilineū q̄tūcūq; paruū pōt capi linea recta diuidens talē angulū p medium: t inter lineā contingentē t circūferentiā impossibile est capi rectā lineam. Primū presupositū, pbatur ex prima petitione t vltima: nā sint due linee angulū cōtinentes a b t a c. deinde duco lineā a d diuidentē angulū a per primā petitionē. dico q a d diuidens a. aut est tertia linea distincta a lineis a b t a c. aut est alteri earū eadē. si sit linea tertia distincta ab illis: t cū sit applicata vtriq; earū super superficiē nō directe cōstituet cū eis duos angulos per diffinitionē anguli plani qđ est ,ppositū. Si alteri illarū ponatur eadē scz a c. ergo tunc due linee recte scz d a t d c superficiem clauderent qđ est oppositū petitionis vltime. Secūdū ptz q̄n si inter lineā contingentē t circūferētiā possit capi linea recta: sit a g ad quā ducatur perpendiculariter e f faciēs cū a g duos rectos: nō enim pōt e a ppēdiculariter esse sup a g. qz sup a b cadit e a ppēdicul'r: t p ꝑs angulus g a e est acut': sit igit e f perpendiculariter super a g. eritq; angulus. e f a rectus per diffinitionē anguli recti: quare per conclusionē tertiā capituli de triangulis in triangulo a e f. erit a e latus maximū. ergo e f erit minor a e. t per ꝑs erit minor e d que est equalis a e. sicut argutū est in premissa: qđ est impossibile: constat igitur q linea a g secat circulū t perpendiculariter linea e f cadit super partē linee a g directe. Pars secūda ptz scz q angulus contingentie est diuisibilis in infinitū. licet enī nō possit diuidi per lineā rectā. pōt tñ diuidi per lineā curuā qualis est linea circūferentie. t hoc ptz protrahendo a e diametrū in cōtinuū t directū t super diuersa centra in eo sita describendo diuersos circulos oēs se cōtingētes in puncto a. Nā angulum cōtingētie g b diuidit circūferentia a h super centrū f descripta: t angulū cōtingentie h a b diuidit circūferētia a i super centrū d et sic in infinitū descendēdo in diametro a d t describēdo circulos se cōtingentes in puncto a. Et ,ppter hoc dicit campan'. li. 3. co. 15. q quilibz angul' rectilineus in infinitū quolibz angulo cōtingentie est maior. Corrolariū ptz. qz linea cōtingens a b cū minori circūferentia constituit angulum a g b maximū: t cum maiori a i b minimum.

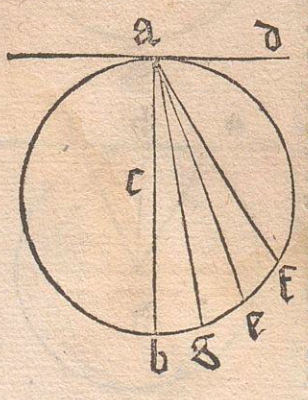


Septima conclusio.

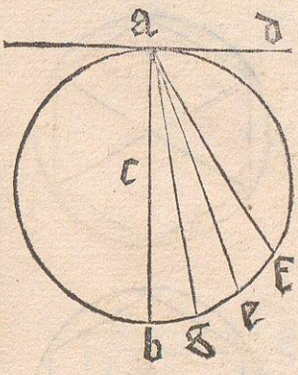
Angulus semicirculi est omni angulo rectilineo acuto maior & omni āgulo recto vel obtuso minor: & tamen est augmentabilis in infinitū. Ex quo manifestum est q angulus semicirculi est angulo recto rectilineo minor & acuto rectilineo maior: sed æqualis nūq̄ poterit esse.

Prima pars ptz per primā partē premisse. figura enī hic disposita sit sicut prius eodē modo: dico q angulus e a d qui est angulus intrinsecus ex diametro t circūferentia cōtentus: vocatur angul' semicirculi: t est oim acutorū maximus. q̄n angulus b a e est rectus per quintā huius: t p ꝑs angul' semicirculi nō differt a recto nisi in angulo cōtingentie qui est minor omni angulo acuto rectilineo: per primā partē premisse: sed ois rectilineus acutus differt a recto in plusq̄ sit angulus cōtingentie. igit angulus semicirculi est maior omni angulo rectilineo acuto: t est minor recto. vt cōstat. t p ꝑs minor est obtuso: t sic ptz prima pars. Scōa pars ptz per scōam partē premisse eodē modo disposita figura sicut prius. ptz q extendēdo centrū semper est angulus cōtingentie minor: t ita p ꝑs erit angulus semicirculi semper maior. nā maior est d a i q̄ d a h. t hic maior d a g. tū si crescit in infinitū nūq̄ queniet ad equalitatē anguli recti. ¶ Corrolariū ptz. sit circulus a b super centrū c cuius diameter a b c sit super a d ortogonaliter cōtingens circulū: dico tūc q q̄uis angulus maior angulo semicirculi detur qui est rectilineus: puta angulus d a b t angulus minor: puta g a b. nō tñ est dare equalē. si enīz sit ei equalis sit angulus e a b. t cū angulus semirculi sit amplissim' oim acutorū per primā hui': erit angulus e a b amplissim' oim acutorū: sed angulus f a b est ampliꝰ e a b: sicut totū sua parte. ergo aliquid est amplius amplissimo qđ est impossibile: similiter sequeretur q angulus cōtingentie esset equalis t maior rectilineo. qz si angulus e a b est equalis angulo semicirculi: t angulus semicirculi cū angulo contingentie est equalis vni recto angulo. tūc sequeretur q e a d sit equalis angulo cōtingentie. t per ꝑs angulus cōtingentie est maior angulo rectilineo: qz angulus e a d est maior angulo f a d. Ex isto inducit campan' tales argumentationes nō valere. cōtingit reperire maius t minus hoc eodē demōstrato: ergo cōtingit reperire equale. Itez hoc transit de minori ad maius t scōm oīa





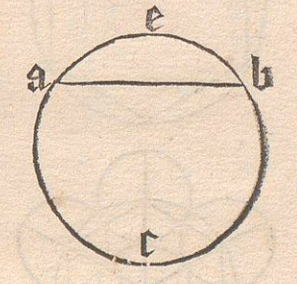
media ergo per equale. tales eni cõsequentie nõ valent. prima nõ valet p hmõi cozrelariũ. secũda etiã nõ valet qõ sic patet imaginemur lineã a g moueri super pũcto a per circunferentia arcus b e a. ita q punctus g mutet oĩa puncta arcus b e a. quousq; veniat ad lineã a d ꝛ cooperiat ipsam: ꝛ qz angulus b a d est rectus: sequiẽ q ꝛãscurrẽdo p minozes angulos veniat ad maiozẽ in puncto d nullo angulo equali accepto angulo semicirculi. Ille ĝ regle solũ sũt vere in quantitatib9 eiusdẽ rationis nõ solũ de genere quantitatis: sed etiã de genere qualitatis. nã in alijs nõ est cõparatio ꝓprie dicta: vt debet cõparari linea ad lineã: supficies ad superficiẽ: cozpus ad cozpus. nõ linea ad superficiẽ: vel superficies ad cozpus. Itẽ debet cõparari linea recta ad lineã rectã: ꝛ curua ad curuã: nõ recta ad curuã: ꝛ supficies plana ad planã. cõcaua ad cõcauã: nõ plana ad cõcauã. Ergo similiter debet cõparari angul9 rectiline9 ad rectilineũ: curuilineus ad curuilineũ: mixtus ad mixtũ. nõ aũt rectiline9 ad curuilineũ vel mixtũ qualis est angulus cõtingentie: angul9 semicirculi: ꝛ angul9 portionis circuli: ni mirũ ĝ si null9 istoꝝ possit adequari alicui rectilineo imo ꝓprie loquẽdo neq; maioz neq; minoz eo dici deberet.



Octaua conclusio.

Omnis portionis angulus semicirculo maioris recto est maior: minoris vero minor recto.

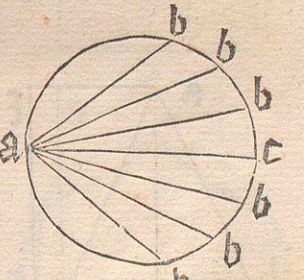
Ista ptz per quartã capituli de triangulis. diuidendo eni circulũ a b c per cozdã b a in duas portiões circuli quarũ minoz sit a e b superius: maioz sit a b c inferius: cũ igitur eadẽ cozda cõstituat angulos portionis maioris ꝛ minoris. dico q angulus a b e superior est minoz recto: ꝛ angulus a b c inferior maioz recto. ducã eni diametrũ a d c ꝛ lineã c b ad f. eritq; per quartã de triangulis angulus a b c rectus: quare per primã de lineis angulus a b f est rectus: sed angulus portionis minoris scz angulus e b a est pars huius recti: ergo est minoz recto. Itẽ angulus a b c rectus est pars anguli portionis semicirculo maioris que est a b c. ĝ angul9 portionis scz a b c est recto maioz. Ex hoc ptz istantia clarioz cõtra argumẽtationes ꝑus factas q̃ non valẽt trãsire: eñ de minoꝝ ad maius scz de angulo portionis minoris q̃ est minoz recto ad angulũ portiõis semicirculo maioris q̃ ẽ maioz recto nõ transcurrẽdo tñ per equale. hoc ptz si in circulo a b c. cuius sit diameter a c ꝛ moueatur a b abscidens portionẽ semicirculo maiozẽ per oĩa puncta arcus b c in oi puncto citra c faciet cũ arcu inferiori angulũ maiozẽ recto: ꝛ cũ arcu superiore minozẽ recto. ꝛ in omni pũcto vltra c faciet cũ arcu inferiori angulũ minozẽ recto: ꝛ cũ superiore maiozẽ recto. vt ptz per hanc. sed inipso c in parte superiori ꝛ inferiori faciet ãgulos minozes recto: transitur eni a minoꝝ ad maius per oĩa media: sed nõ per equale. ꝛ sic in rectilineis est reperiri maiozẽ angulũ ãgulo semicirculi ꝛ minozẽ: nõ tñ equalẽ vt ex ista ptz. Hũc ergo post passiones angulozũ descendã super considerationẽ centrozũ tangendo breuiter de figuris circularib9 cõcentricis: ꝛ sit hec prima conclusio de ista sed nona de materia circulozum.



Nona conclusio.

Circulorum se inuicem seccantium centra diuersa erunt necessario.

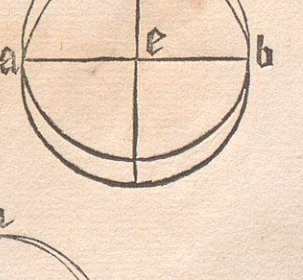
Sint eni duo circuli a b c ꝛ a b d. seccantes se super duo pũcta a ꝛ b. dico q eozum centra sũt diuersa: si enim habuerint idẽ centrũ necessariũ erit diuidi in portionẽ cõmunẽ vtriq; circulo. sitq; illud e ꝛ ducãtur linee a e ꝛ d e: eruntq; per diffinitionem circuli due linee a e ꝛ c d equales: ꝛ per eandẽ diffinitioncm linee a e ꝛ c e erunt equales: quare e d equalis erit e c. ꝛ sic pars suo toti: cum vtraq; earuz sit equalis linee e a per tertiam cõmunem scientiam: quod est impossibile.



Decima conclusio.

Circulos se contingentes eccentricos esse necesse est.

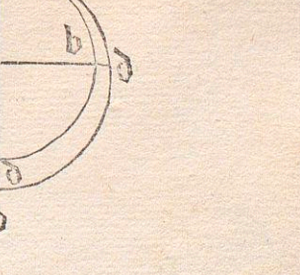
De circulis cõtingentib9 quoꝝ vnus est extra aliũ nõ est dubiũ cũ nihil cõmune habeant nisi pũctũ cõtactus. De circulis cõtingentib9: quoꝝ vnus est intra aliũ ꝓbatur: sint duo circuli a b ꝛ a d contingentes se in puncto a qui si habuerint idẽ centrũ: nõ poterit esse nisi intra minozẽ eoꝝ ꝑdiffinitionez circuli. sitq; ipz centrũ minoris c ꝛ ducãtur linee c a ꝛ c d ꝛ c b. eritq; p diffinitionẽ circuli vtraq; linea ꝛ ducta ꝛ b c ꝛ c d equalis linee a c. ꝛ p cõs c b ꝛ c d erũt eq̃les: ꝛ pars toti qõ est impossibile. Postremo addãtur tres cõclusiones attestãtes pfectionẽ circuli: ꝛ prima quidẽ est de cẽtro inueniendo.



Vndecima conclusio.

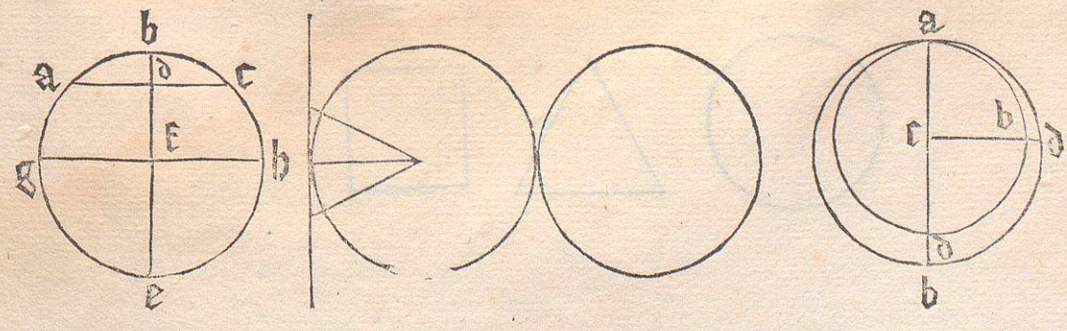
Centrũ circuli p duas sectiones differẽtes ĩuenitur: sed est apud euclidẽ ꝑma

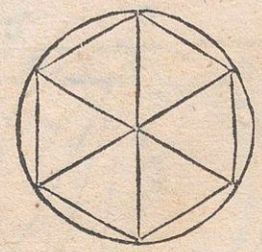
Exempli gratia sit circulus ꝓpositus a b c. cuiꝰ volumus centrũ ĩuenire. in ipo circulo duco lineã a c qualitercũq; diuidat circulũ: q̃ diuido p eq̃lia in pũcto d: ꝛ a pũcto b extrahã ꝓpendiculariter lineã sup a c quã applico circũferẽtie ex alia pte: sitq; linea b d e quã diuido p equalia in pũcto f p lineã g h: hunc igitur pũctũ: put. f. dicã centrũ circuli: ab eo eni oẽs linee ducte ad circunferentiã sunt equales. Scõa cõclusio erit de semidiametro ꝛ circunferẽtia q̃ est mẽsura distãtie ad circunferentiã.



Duodecima conclusio.

Sex semidiametri abscindentes totam circunferentiam: exagonum regulare ĩntra circulum constituunt.

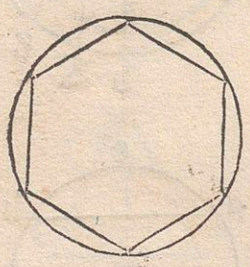




Ista ptz ex vltima capli ārti libi ꝑmi: nā ꝑ illā sex trigoni replēt locū circa pūctū: etiā cōstat qō tales sex linee faciūt exagonū regulare cui⁹ anguli eqliter recedūt ab illo pūcto: igit si describat circul⁹ sup illū trāsiens ꝑ angulos exagoni: erūt vtiqz sex abscisiones in circūferentia per sex cordas eqles semi diametro: ⁊ erit exagonus inscript⁹ circulo. Ex hoc ptz qō sex trigoni regulares contingūt circulū intrinsece. Tertia cōclusio est de numero circulorum contingentium circulum extra.

Decimatertia conclusio.

Sex circuli equales contingunt circulum exterius.



Ista ptz qm si a centro scōm q̄titatē dati circuli extēdant sex linee scōm q̄titatē totius diametri: q̄ sunt latera triangulorū replentiū locū circa idē centrū facientiū extra circulū exagonū continentē ipsum scz circulū: tunc circino posito sup extremitatē cuiuslibet illarū sex linearū descriptis circulis equalib⁹ primo circulo: cōstat qō oēs tangūt ipsum ꝑmū q̄ ꝓcise obtinet medietatē illarū linearū ascendētiū: ⁊ siliter vnusqsqz tāgit duos ꝓximos circūpositos: nullus etiā aliū secat nec ab alio secat. Ptz etiā qō sex circuli tangūt vnū circulū ꝓcisione vltima. Ex istis trib⁹ ꝯclusionibus senarius attestat pfectionē circuli: nā in ꝑma habem⁹ senariū pūctorū q̄ sūt extremitates linearū: in scōa senariū linearū: in tertia senariū circulorū. Iste aūt vltime coclusiones posite sunt iuxta quartū libū euclidis qui ē de circūscriptiōe figurarū regulariū: ne videamur ipm vl ignorasse vel despexisse. Hūc ysoperimetrorū q̄ euclides ꝓtermisit cōsideratio post triangulos ⁊ quadrāgulos recte locū habet: nā ysoperimetrorū passiones in ipsis sunt ⁊ alijs figurarū specieb⁹ inter se mutuo cōparatis: vñ ⁊ hec cōsideratio cōparatiua dicitur figurarum inter se: nā nulla vna figura ysoperimetra dicitur non existente alia cui⁹ ysoperimetra dici possit: est enim ad aliud ⁊ non ad se.

Capitulum quintum de figuris ysoperimetris.

Prima conclusio.



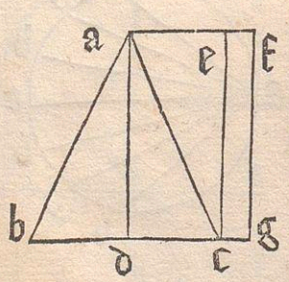
SOPERIMETRAE sunt figuræ vna alteri quarū perimetri sunt equales.

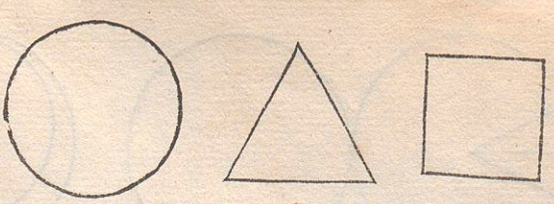
Ista statim ptz terios exponēdo: perimeter enim figure est terius vltimus vel teri sub quo vel sub q̄bus figura cōtinet quēadmodū periferia, i. circūferentia in circulo vna: ⁊ tres linee in trigono. Et supficies q̄ hmōi terio vel teris cōtinet: dicit area latine vel embodū vel embipodū in greco: ⁊ perimeter est dictio cōpositā sicut diameter: ⁊ ōr aperi q̄ est circū ⁊ metros mensura quasi mēsurās figurā circū circa: cōponitur aūt perimeter cū ysos ꝟbo greco q̄ sonat idem q̄ equale: ⁊ ōr ysoperimeter. a. um. adiectiue qō interpretat equalis mensurationis: nā ysos equale perimeter circūmēsuratio ōr. Et ex hoc ptz ꝓpositio sine discutū qm ysoperimetre sūt figure quarū perimetri sunt equales: vñ triangulus est ysoperimeter quadrangulo qñ equalibus ābiunt perimetris: ⁊ circulus trigono ⁊ tetragono ⁊ sic de alijs.

Secunda conclusio.

Omniū poligoniorū ysoperimetrorū quod plurīū est angulorū maius est.

Est aūt poligoniū plurīū angulos figura sicut ortogoniū figura rectorū vl recti anguli. Hāc cōclusionē ostēdā i ꝑmis poligonijs. s. trigono ⁊ tetragono: accipiēdo q̄ trigonū ysopleuron vl ysochelē. a. b. c. ita q̄ si sit ysocheles latera q̄ sunt. a. b. ⁊. a. c. sint eqlia: q̄ tūc a pūcto d q̄ est in medio basis ducā ortogonaliter lineā. d. a. q̄ diuidit trigonū. a. b. c. in duos trigonos equales: deinde ducā lineā. e. a. equalē ⁊ eq̄distātem. d. c. linee: ⁊ ducā lineā. e. c. equedistātē. a. d. eritq altera ꝑte logior figura. a. d. c. c. His dispositis dico ꝑmo q̄ tetragonus. a. d. c. e. habet arcā eqlem aree trigoni. a. b. c. secūdo dico qō tetragonus hz ꝑimetrū minorē trigono: tertio ex hoc cōcludā q̄ si addat aliq̄d perimetro tetragoni ⁊ siat equalis perimetro trigoni: maior erit area tetragoni q̄ sit trigoni sibi ysoperimetri. Quod aree sint equales qō est ꝑimū ptz qz. a. c. linea diuidit tetragonū in duos trigonos cōles ꝑ ꝑimā capli de q̄drāgulis ⁊. a. d. linea diuidit. a. b. c. trigonū i duos trigonos equales ꝑ secūdā capli de triāgulis: igit sunt ibi tres triāguli ptiales equales inter se quorū ꝑimus ⁊ vltimus sunt eqles: q̄ si ipsis equalibus idē cōe addideris puta trigonū mediū erit equale qō vtrobiqz resultat ꝑ q̄ntā cōceptionē: ex hoc q̄ cōstat q̄ aree sunt equales q̄ erat ꝑimū ꝓpositū. Scōm ptz qm duo tetragoni latera scz. d. c. ⁊. a. e. sūt equalia toti linee. b. c. hz linea. b. a: est maior linea. a. d. qm in trigono maiori opponit angulo: ⁊ eadē ratione linea. a. c. maior est. e. c. quare tria latera trigoni sunt maiora q̄ttuor lateribus tetragoni: igit tetragonus hz perimetrū minus q̄ trigon⁹. Ex istis duob⁹ sequit tertiū quod si addat aliq̄d perimetro tetragoni vt siat equale perimetro trigoni: maior erit area tetragoni q̄ area trigoni: ꝑ illud ꝑncipium verum: si minus continet equale maius continet amplius: addantur ergo portiones quibus superhabundant linee. a. b. ⁊. a. c. super. a. d. lineā ⁊. e. c. ⁊ sint. e. f. ⁊. c. g. ⁊ ducā g. f. equalis. e. c. eritq tetragonus. a. f. d. g. ysoperimeter trigono. a. b. c. eritq eius area maior area trigoni scōm q̄titatē supficiei. e. f. c. g. ptz g ꝓpō q̄tū ad trigonū ⁊ quadrāgulū. Et veritatem habet in oibus vl. quia pluralitas angulorū fert dilatationē in figura que in partib⁹ angulorū magis recedit a cētro: ⁊ ideo maior pluralitas angulorum maiorem extensionem fert in figura ceteris paribus scz perimetris.

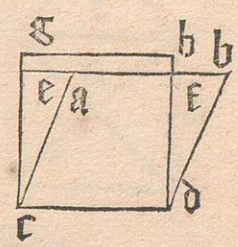




Tertia conclusio.

Omnium poligoniorū ysoperimetrorum & æqualis multitudinis angulorum maius est æquiangulum.

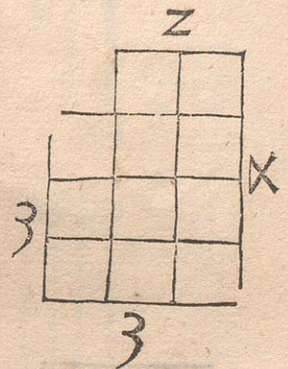
Cum ita sit qꝫ poligonium qꝫ est pluriū angulorum maius sit: nūc speculandū est de poligonijs totidē angulorū sed inequaliū: cuiusmodi sunt duo tetragoni quorum vnus est equi angulus alius nō: dico ꝫ de oībus talib⁹ poligonijs ysoperimetris ꝙ maius est qꝫ est equiangulū: qꝫ ostendā in tetragonis memoratis: describat enim. a. b c. d. paralellogramū inequalium angulorū: deinde a pūcto. d erigat. d. f. linea perpendiculariter ad. a. b. ⁊. a pūcto. c. erigatur. c. e. ꝓpendiculariter: ⁊ ducat linea e. a. in continuū ⁊ directū cū. a. b. dico tunc quod duo trianguli. d. f. b. ⁊. c e. a. sunt equales: vt ptz ex nona propositione capli de triangulis: est autem angulus. f. rectus ⁊ per cōsequēs maximus in suo triangulo ergo. b. d. est maximū latus in illo triangulo: sil'iter in alio. e. angulus est rectus ⁊ p consequens latus. c. a. est maximū in illo: vt ptz per tertiam capli de triangulis: ꝓtraham igitur. d. f. vsqꝫ ad. h. ad equalitatē. d. b. item ex alia parte ꝓtraham. c. e. vsqꝫ ad. g. ad equalitatē. c. a. ⁊ ducam lineā g. h. ⁊ habebo. c. d. g. h. eq̄angulū ysoperimetrū ꝓmo: est em̄. d. h. eq̄le. d. b. ⁊. c. g. equale. c. a. itē. g. h. est equale. a. b. cum sit equale. e. f. que est equalis. a. b. sicut ptz quia equales sunt partes. c. a. ⁊. f. b. igitur si cisdē addat idē cōtinue puta. a. f. adhuc erunt equales p quintā cōceptionē: sunt igit sibi ysoperimetra tetragonū. g. h. c. d. ⁊ tetragonū. a. b. c. d. sed planū est rectāgulum. g. h. c. d. maius esse secundū eream ꝙ sit superficies. a. b. c. d. qm̄ cōtinet ipsam totā scz. a. b. c. d. ꝓter triangulū. f. d. b. loco cuius habet triangulū. e. c. a. equalē sumptū exterius: ergo continet equale ⁊ vltra hoc continet quadrangulū rectangulum. g. h. e. f. ergo poligonium equiangulum maius est non equiangulo sibi ysoperimetro quod erat ostendendum.



Quarta conclusio.

Omnium poligoniorū ysoperimetrorū æque multitudinis laterū & equaliū angulorum maius est æquilaterum.

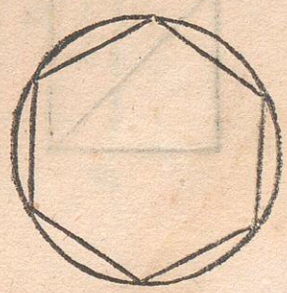
Hec propositio ꝓponitur cōsequēter ad precedētem: ⁊ habet euidētiam statim p multiplicationē ⁊ p operationē algoristicā: sit em̄ superficies altera parte longior contēta sub. 4. lineis quarū due sunt bipedales ⁊ alie due. 4. pedū: constat quod eius. 4. latera sunt. 12. pedum: igitur si vnū duorū laterū sub quib⁹ cōtinetur ducatur in aliud habes ꝙtitatem octo pedum quatratorū: sed si facias de perimetro. 12. pedū quadratū equale: cōstat ꝙ ipsum in quolibet latere habebit. 3. pedes ⁊ tunc area erit. 9. pedum quadratoꝝ. Cum ergo illud equilaterū sit ysoperimetrum illi altera parte longiori: sequitur quod equilaterꝫ nō equilatero sibi ysoperimetro sit maius: ⁊ sic in qualibet specie figurarū regularis figura erit capacissima equalitate perimetrorum supposita. Et qꝫ iam deuentū est ad figuras regulares procedendo ab irregularibus etiā scōm eandē speciem in poligonijs: nūc apponamus vnā cōclusionē circuli q̄ est oīm figurarū regularissima: ⁊ vniformissima oīm figurarū ysoperimetrarum.



Quinta conclusio.

Omnium figurarum ysoperimetrarū circulus ē maximus. Ex quo sequitur equalium superficierum aminima linea vel perimetro contineri circulum.

Ista conclusio ptz ex tribus precedentib⁹: si enim qꝫ plurium angulorū maius est: vt dicit prima istarū: circulus aūt per totū est angulus: vt secundo celi ⁊ mundi dicitur: est enim perimeter circuli curuatus in oīb⁹ pūctis: ⁊ vbiqꝫ expanditur scōm applicationē partium nō directā: nec ē aliq̄d ineo rectū vt ptz per quartā capli de circulis: seqtur ꝙ ꝙtū ad hoc circulus sit capacissimus: nō em̄ qꝫ pluriū est angulorum est maius nisi eo ꝙ perimeter eius in pluribus locis recedit a medio: nūc aūt perimeter circuli vbiqꝫ recedit a medio ꝙtum possibile est in oībus partib⁹ suis siue locis. Itē si qꝫ est equiangulum maius est vt dicit scōa: circulus aūt est equalissimus incuruaturis suis qꝫ vniformiter incurua tur eius perimeter: seqtur quod ꝙtum ad hoc circulus est maximus. Preterea si quod est equilaterum est maius vt dicit tertia: circul⁹ aūt est equalissimus in suis laterib⁹: quod patet si describatur poligonium equilaterū intra circulum: tunc em̄ quodlibet latus poligoniꝫ abscindit equā portionē de perimetro circuli: que quidem portiones sunt quasi latera circuli: seqtur ꝙ ꝙtum ad hoc circulus est capacissimus: ꝙtum igitur ad cēs cōditiones capacitatis circulus maior est in planis figuris: ⁊ consimiliter spera in solidis. Corrolarium ptz de se. Et sic est finis huius secundi libri.



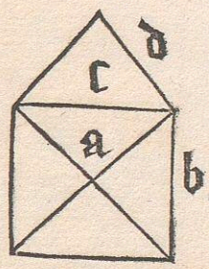
Liber tertius nostri cōpendij geometrie

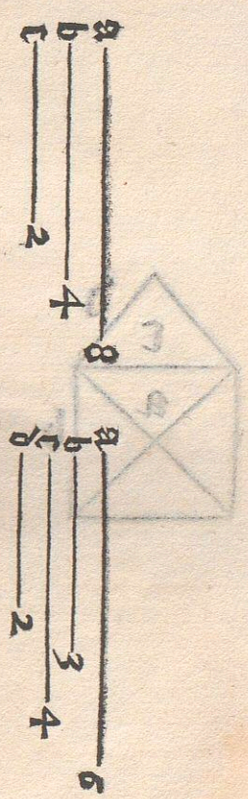
de ꝓportionib⁹ magnitudinū & numeroꝝ: correspōdēs sex libris Euclidis q sūt a pncipio qnti vsqꝫ ad finē. 10. lib. habet capita septē.

Caput primum de ꝓportionibus in cōmuni: genus ipsum primo diffiniendo: de inde in species diuidendo: atqꝫ mēbra declarando.

POST CONSIDERAtionē linearū & ſupficierū: tertiū locū ſibi iure vendicaſſet ī geometria nr̄a ſpeculatio corporȝ: cū illa ſit tertia ſpēs magnitudīs: niſi ēt ꝓportionū materia ad p̄miſſorȝ & ſequētiū rectā intelligētiā fuiſſet neceſſario intermiſcēda: q̄ de cauſa ēt priceps nr̄ Euclides: quē ſequmur: hāc doctrinā & totā arithmeticā ſupficieb9 & corporib9 interpoſuit. Tertia ergo cōſideratio nr̄a erit de ꝓportiōib9 magnitudinū: vbi im̄pmis ē aduertēdū ꝙ intereſt geometræ totaliter tractare de ꝓportionib9: nā arithm̄etic9 nō inuenit ī numeris oīm ꝓportionū modos: qm̄ infinite ſūt proportiones quas numerorū natura nō patit̄ ſicut alias in primo libro nr̄æ arithmeticæ teſtati ſumus. Qm̄ aūt vocabulū ꝓportionis eſt diffuſū & latū & applicat̄ oībus fere adinuicē cōparabilibus ſecūdū magis & minus: ideo ſecūdū hunc cōceptū cōem ſic pōt diffiniri. Proportio eſt aliquorū ad inuicē cōparabiliū vnius ad alterū certa habitudo: verbigr̄a: vt numeri ad numerum: magnitudinis ad magnitudinē: ſoni ad ſonū: tēporis ad tēpus: motus ad motū: humoris ad humorē: ſaporis ad ſaporē: coloris ad colorē &c. Geometer aūt cōtrahit intentionē ꝓportionis ad magnitudinē & habet eā ſic diffinire. Proportio eſt duarū magnitudinū eiuſdē gn̄is vnius ad alterā certa habitudo: dico aūt eiuſdē gn̄is: qa ſola talia cōparabilia ſūt adinuicē vt in capl'o. 4. præcedētis libri diximus. Diuidit̄ aūt ꝓportio in duas ſpēs. ſ. rationalē & irrationalē: q̄ accipiunt̄ in cōparatione ad q̄ſtitates proportionaliter diuerſas. Nā q̄ſtitatū q̄dā ſunt cōicantes ſiue cōmēſurabiles: q̄dā dicunt̄ incōicātes ſiue incōmēſurabiles. Quātitates cōicātes dicunt̄ ille qbus eſt vna q̄ſtitas cōis numerās eas: dicit̄ aūt vna q̄ſtitas aliā numerare q̄ ſecūdū aliquē numerū acceptā ꝓducit ipſam: vt linea pedalis mēſurat bipedalē vel tripedalē lineā: ſunt ergo cōicantes linea bipedalis vel tripedalis quas pedalis linea ſecūddū binariū vel ternariū numerat: q̄ſtitates vero qbus nō eſt vna cōis q̄ſtitas eas numerās dicunt̄ incōicātes ſiue incōmēſurabiles: cuiuſmodi ſūt diameter & latera quadrati vt infra demōſtrabit̄: ſunt igit̄ ſecūdū hæc duo ꝓportionis ſpecies ſcilicet rationalis & irrationalis. Proportio rationalis debet̄ q̄ſtitatib9 cōicātibus ipſa quoq; ſola eſt q̄ debet̄ numeris: irrationalis vero nequaq; cōpetit numeris ſed q̄ſtitatib9 incōmēſurabilib9. Vnde manifeſtū eſt ꝙ ad geometrā ptinet totalis ꝓportionis conſideratio: qa oīs ꝓportio eſt magnitudinis: ſed nō oīs ꝓportio ē numeralis. Differūt aūt iſte duæ ſpēs principaliter in hoc qa ꝓportio rationalis denoīat̄ immedietate ab aliq̄ numero: cū em̄ ſit q̄ſtitatū cōicātiū opz vt ſcām aliquē nūerū minor vl' aliq̄ ps minoris maiorē nūeret: ꝓpter qd̄ dicit Euclides ī. 6. lib. ꝙ oīm duarȝ q̄ſtitatū cōicātiū ē ꝓportio vni9 ad alterā tanq; ꝓportio nūeri ad numerū: & hoc magis patebit inferi9. Diuidit̄ aūt hæc ſpēs ꝓportionis ſcām oēm modū ſcām quē diuiſa eſt ꝓportio in arithmetica: nā ꝓportionū nūeraliū alia ē eq̄litatis: alia ineq̄litatis. Et ꝓportio ineq̄litatis ſubdiuidit̄: alia em̄ ē maioris ineq̄litatis: alia minoris: & vtraq; accipit̄ iter eoſdē terīos variato ordinæ: pria em̄ ē habitudo maioris teri ad minorē: ſecūda minoris ad maiorē; & vtraq; ſecūdū. 5. ſpēs ſubdiuidit̄: qm̄ ſpē-

maioris in æqualitatis sunt. 5. vlz ꝓportio multiplex: ꝓportio suppartícularis: & ꝓportio suppartiens: ítē ꝓportio multiplex suppartícularis: & ꝓportio multiplex suppartiens: & totidē habet species ꝓportio minoris ínequalitatis q̄ eíſdē deſignātur noíbus addita iſta præpoſitione ſub. Et hæc oía ſūt dicta ī arithmetica: & de multíplicíb⁹ díuiſioníb⁹ íſtarū ſpecieꝝ dictū ē íbi: q̄re nō oportet hic ampli⁹ inſiſtere. Proportio aūt irrationalis nō denoīať ſic īmediate ab alíquo numero vel ab alíqua ꝓportione numerali: qa nō ē poſſíbile vt ſecūdū alíquē numerū alíqua pars minoris numeret maiorē: cōtíngit tm̄ mediate denoīari ꝓportionē írrationalē a ꝓportiōe numerali: vt ꝓportio diametri ad coſtā ē medietas ꝓportionis duplæ: & íta capiunt aliæ ſpecies huius ꝓportionis denoīatione a numeris. Diuídiť aūt hæc ꝓportio in duas ſpecies q̄ ſunt ꝓportio irrationalis in longitudine & in potētía: & he accipiunť penes cōparationē ad q̄ntitates incōmēſurabiles & ad modos díuerſitatis in eíſdē: vt exempligra deſcēdā ad líneas: líneaꝝ em̄ q̄dā ſūt incōmēſurabiles in lōgitudine tm̄: q̄dā ſūt incōmēſurabiles ī lōgítudine ſímul & in potētia. In cōmēſurabiles in lōgitudine tm̄ íūt quarū lōgitudines nō cōícāt actu: ſí autē ſupficies q̄drate in q̄s poſſunt cōícēt: tūc ſūt incōmēſurabiles ī lōgitudine tm̄ ſed cōícātes in potētia: & hæc eſt pria ſpecies: exēplū vt diameter & lat⁹ quadrati eiuſdē qa nō cōícāt actu: q̄drata aūt eorū cōícāt ſcd̄m ꝓportionē duplā. Si vero ſupficies q̄dratæ ī q̄s poſſūt duæ líneæ q̄ ſunt incōícātes & incōmēſurabiles in lōgitudine: ſūt etiā incōícantes: tūc ille líneæ dicunť incōmēſurabiles in lōgitudine & in potētia: & hæc ſpecies eſt ſcd̄a: exēplū accipiať linea medio loco ꝓportionalis inter diametrū & cōſtā ſcd̄m artē infra ponēdā: íbi em̄ lat⁹ ꝑmi q̄drati & illa linea media inuēta ſūt incōmēſurabiles in lōgítudine: cōſtat qa cū extrema fuerīt incōmēſurabilia inter ſe erūt & incōmēſurabilia cū medio qd̄ ſcd̄m ꝓportionem cōtínuā geometricā mediat inter ipſa: vt oſtēdā in ſequētib⁹: & eedē líneæ incōmēſurabiles erūt in potētia qm̄ q̄drata earū nō cōícāt. Nā ex decímaſeptima ſexti líbri euclídis: oīm triū línearū cōtínue ꝓportiōabiliū q̄ta ē pria ad tertiā tm̄ erít q̄dratū priæ ad q̄dratū ſecūdæ: ſed pria q̄ eſt coſta ē incōmenſurabilis tertiæ q̄ eſt diameter: ígiť q̄drata priæ & ſecūdæ q̄ eſt medio loco ꝓportionalis erūt incōmenſurabilia: q̄ q̄drata dícunť potētiæ earū & ꝑ cōſequēs non ſolū nō cōícāt q̄ ad líneas ſed etiā neq; q̄ ad potētias. Pōt aūt vtraq; ſpēs díuídi ítерū ī tot ſpēs q̄t modis accídit líneas ſic vel ſic eē incōmēſurabiles. Nā nō ſolū líneæ poſſūt eē incōmēſurabiles in lōgitudine tm̄ dū ſe hm̄t ſicut diameter & coſta: ſed etiā aliís modis forte infinítis: ſíl'ter díco de líneis incōmēſurabíb⁹ in lōgitudine & potētia: qa nō ſūt ſolū ílle líneæ q̄ accipiunť mediæ inter diametrū & coſtā: ſed etiam medie inter íllam mediam & íſtas: & ítерū mediæ inter illas medias: & ſíc in infinitū.



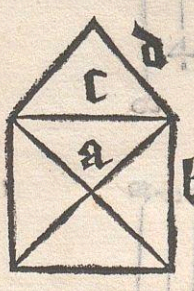


Capitulū ſecundū de ꝓportionalitate & de modis arguendí ꝑ eam.

QROPORTIONALítas autē geometrica: ſicut dictū ē in arithmetica: ē ſíl'ítudo ꝓportionū: vnde ad minus req̄rit duas ſímiles ꝓportiones. Dicuntur aūt ꝓportiones ſímiles quarū eſt eadē denominatio: vt dupla & dupla: tripla & tripla: ſeſquialtera & ſeſquial

tera & sic de aliis: & medietas duplæ & medietas duplæ de genere proportionū irrationaliū. Tales autem ꝓportiones aut cōmunicāt in vno termino aut nō. Et primo quidē modo fit ꝓportionalitas continua quæ ad minus in tribus terminis est cōstituta: vbi cōsequēs primæ ꝓportionis est antecedēs secūdæ vt sicut.a.ad.b.ita.b.ad.c.& hæc est cōmunicatio in termino.b. Secūdo modo fit ꝓportionalitas discontinua vel disiūcta ad minus in.4.terminis cōstituta vbi media sunt diuersa vt sicut.a.ad.b.ita.c.ad.d. Cōtingit tñ in eisdē terminis vnā ꝓportionalitatē inferri ex alia multis modis cum fuerit ꝓportionalitas discōtinua: & euclides ponit.6.modos in quinto libro suæ geometriæ: & sunt quasi quidā modi arguendi & secundū hoc sunt.6.species ꝓportionalitatis discōtinuæ.s.cōuersa: permutata: coniuncta: disiuncta: euersa: & æqua. Et istæ modus arguēdi requirit ad minus duas ꝓportionalitates: sicut & ꝓportionalitas ad minus requirit duas ꝓportiones: & est vna antecedens alia vero cōsequēs quæ infertur: vocātur tamē quandoq; & ipsi termini antecedētia & cōsequentia: & q̄prior ē in ꝓportione qualibet vocat̄ antecedēs: posterior vero cōsequēs: & sic accipies hæc noīa in descriptionib9 sequētib9.





Conuersa igitur ꝓportionalitas est cum ex antecedētibus fiunt cōsequētia & ex consequentibus antecedentia ordine contrario: si arguendo: sicut.a. ad.b.ita.c.ad.d.ergo sicut.d.ad.c.ita.b.ad.a.hic enim.a.&.c. sunt primo antecedētia & postea cōsequētia: & ecōuerso de.d.&.b.istud idē patet in numeris accipiēdo.6.4.3.2.& idē in magnitudinib9 siue cōmēsurabiles fuerīt siue nō cōmēsurabiles: cōmēsurabiles emī hñt se modo numerorū: patet etiā de incōmēsurabilibus si enim intelligas per.d.latus quadrati paruip.c.eius diametrū per.b.latus magni quadrati p.a.diametrū eiusdem: verum est quod sicut.a.ad.b.ita.c.ad.d.& ex hoc sequitur quod sicut.d.ad.c.ita.b.ad.a. Cōuersa proportionalitas ꝓbatur sic in prima cōclusione secūdi libri iordani: quia denominatio ꝓportionis minoris numeri ad maiorē est pars vel partes quotæ illius fuerint: ergo præmittendo minores numeros si.a.ad.b.eiusdē denoīationis ꝓportionē habet sicut.c.ad.d.sequtur q̄ tota pars ē.a.minor ad.b. maiorē: quota pars.c.minor ad.d.maiorem: ergo.d.erit æque multiplex ad. c.sicut.b.ad.a.vel sequtur q̄ totæ ptes ē.a.ad.b.sicut.c.ad.d.ergo.d.erit æque superparticulare vel superpartiens ad.c.sicut.b.ad.a. Permutata ꝓportionalitas dicitur cum ex antecedente secūdæ ꝓportionis fit cōsequens primæ & ex cōsequente primæ sit antecedēs secūdæ: vt sic arguendo sicut.a.ad.b.ita.c.ad d.igitur permutatim sicut.a.antecedens ad.c.antecedens ita.b.cōsequens ad d.consequens: & tenet cōsequētia sil'r siue p has lras intelligas numeros siue magnitudines siue cōmēsurabiles siue incōmēsurabiles: in oīb9 emī istis q̄titatibus tenet ista cōsequētia. Assumit̄ iste modus arguēdi in aliis scientiis & ad diuersas materias trahit̄: sed qñ in aliis tenet & qñ nō: difficultatē habet & alibi videri debet. In hoc scdo modo arguēdi ꝓportionalitas cōposita ex ꝓportionib9 irrationalib9 pōt inferri ex ꝓportionalitate cōposita ex rationabilibus & ecōuerso: quia sequit̄ sicut costa maior ad suam diametrū: ita costa minor ad suā diametrum: igitur sicut costa ad costam ita diameter ad diame-

trū sed possibile est quod costa sit dupla ad costā & tunc sequitur ꝙ diameter sit dupla diametro: hoc autē nō accidit in primo modo & causa est quia ī primo si antecedēs est ex ꝓportione maioris inequalitatis: cōsequēs erit ex proportione minoris inequalitatis & ecōtra: semp autē in eisdē terminis cū proportio maioris inequalitatis est rationalis erit & rationalis minoris inequalitatis ꝓportio & ecōuerso: noīa enim nō differūt nisi p hāc præpōnē sub: & per cōsequēs rationalis nō infert irrationalē nec econuerso. Permutata proportionalitas demōstratur in tertia secūdi iordani p̄missis in ꝓportione minoribus terminis: quia si .a. ad .b. sicut .c. ad .d. ergo quota pars vel partes est .a. ipsius .b. tota pars vel partes erit .c. ipsius .d. quare sequitur ꝙ .a. tota pars vel partes sit ipsius .c. quota pars vl̄ partes .b. est ipsius .d. ergo habēt ꝓportiones eiusdē denoīationis p̄mū ad tertiū sicut secūdū ad q̄rtū: exempla patēt clara.

Cōiuncta ꝓportionalitas est quotiens a disiunctis terminis arguitur ad cōiunctos vt dicēdo sic sicut .a. ad .b. ita .c. ad .d. igitur cōiungēdo terminos tenet sic sicut .a. b. ad .b. ita .c. d. ad .d. eodē ordine seruato. Disiuncta ꝓportionalitas dicitur cū ecōuerso a cōiunctis terminis ad eosdē diuisos arguitur: vt sicut .a. b ad b ita c d ad d igitur sicut .a. ad .b. ita .c. ad .d. & in istis seruaī idē ordo in terminis in qbus fit illatio. Couiūcta proportionalitas demōstratur in sexta cōclusione secundi iordani etiā p̄missis minorib⁹ terminis: quia si vt a ad b sic c ad .d. ergo quota pars vl̄ partes .a. est ipsius .b. tota pars vl̄ partes .c. est ipsius d. vnde sequiī ꝙ sicut .b semel totū ē .a. b & adhuc superat .a. pars vl̄ partes ipsius b ita d semel totū est in c d & adhuc superat c tota pars vel partes ipsius d quare talis erit ꝓportio .d. ad .c, d. q̄lis .b. ad .a. b. & ecōtra qualis ab ad .b. talis c .d. ad .d. quia ꝓportionū denoīationes sūt similes ex partib⁹ aliquotis. Ex qua ꝓbatione sequitur demōstratio proportionalitatis disiuncte satis clare. Et ex illis probaretur facillime ꝓportionalitas euersa siue cōiūcta siue disiūcta per easdem partium denominationes. Euersa ꝓportionalitas est a diuisis & simplicib⁹ terminis ad cōiunctos vel cōpositos nō eodē ordine sed ecōuerso ꝓportionalis illatio: vt sicut .a. ad .b. ita c ad .d. igiī sicut .d. c. ad .c. ita .b. a ad a. Et differt acōiuncta quia in illa arguebatur ad cōsequētia hic autē ad antecedētia & ideo vocatur euersa. Et potest esse duplex vel euersa cōiuncta vel euersa disiuncta p miscendo eam cū duab⁹ specieb⁹ prædictis. Etiā possunt alii modi arguendi fieri ex permixtione horū modorū. Equa proportionalitas est duabus multitudinibus q̄titatum propositis & sibi in similitudine ꝓportionū correspōdentibus subtractis mediis primarum & vltimarū in habitudine proportionalis illatio: sic arguendo sicut a & b & c inter se: ita d e f inter se igiī sicut .a. ad .c. ita .d. ad .f. Et isti sunt modi arguēdi vtiles in omni q̄titate tam cōtinua q̄ discreta. Et in omnibus quattuor q̄titatibus proportionalibus potest facere qs omnes has cōsequētias præter vltimā quæ ad minus sex terminos requirit. Vnde si fuerint quattuor termini vel quātitates proportionales conuersim: erunt proportionales & permutatim & coniunctim & euersim & rursus diuisim: quod dico quia diuisam oportet cōiunctam præcedere sicut in descriptione ꝓportionalitatis disiunctæ dictum est.

Equa proportionalitas est duplex: quæ dā directa de qua in. 21. secūdi: alia indirecta vel cōuersa de qua in. 22. eiusdē secūdi Iordani: prima format sic: dent duæ series nūerorū cōtinuate iminimis ꝓportionib⁹ a.b.c. & d.e.f. itaq; sicut a.ad.b. sic. d.ad.e. & sicut. b.ad.c. sic. e.ad.f. & tandē cōcludat ergo sicut. a.ad.c sic, d.ad.f. Indirecta vero arguit in eisdē sic: q̄ proportio ē. a.ad. b. ea. est. e.ad f. & quæ. b.ad.c. ea est, d.ad.e. ergo sicut. a.ad.c. sic. d.ad.f. Directa ꝓbatur ex permutata p tres cōsequētias sic: si. a ad. b. sicut. d.ad.e. ergo sicut. a.ad.d. sic b.ad.e. vltra si sicut. b.ad.c. sic. e.ad.f. ergo sicut. b.ad.e. sic. c.ad.f. tandem si q̄ proportio est. b.ad.e. eadē est. c.ad.f. ergo & .a.ad.d. cū oēs illi numeri sint cōtinuati in silibus ꝓportionib⁹: & si. a.ad.d. sicut. c.ad.f. ergo pmutatim sicut a.ad.c. sic. d.ad.f. quod erat demōstrandū. Indirecta ꝓportionalitas æqua similiter ꝓbaretur accipiendo ex ternariis binarios & permutando primū ad tertiū & secundū ad quartū: sic q̄ proportio. a.ad.b. ea est. e.ad.f. ergo sicut. a. ad.c. ita. b.ad.f. vltra q̄ proportio. b.ad.c. ea. d.ad.e. ergo sicut. b.ad.d. ita. c.ad e. quia vtrobiq; est ꝓportionalitas cōposita ex duab⁹ silibus: sed. a.ad.c. est proportio cōposita ex duab⁹ similib⁹ & etiā. d.ad.f. ergo sicut. a.ad.c. ita. d.ad.f.

Generalis autē forma arguendi in oīb⁹ istis potest esse talis sicut primū ad secundū: ita tertiū ad quartū igitur sicut quartū ad tertiū: ita secundū ad primū vt in cōuersa: vel sic ergo sicut primū ad tertiū sic secūdū ad quartū vt in permutata: & sic de aliis: & tūc subinfertur sed primi ad tertiū est ꝓportio talis vel talis ergo secūdi ad quartū est ꝓportio cōsimilis: & sic suo modo est in aliis arguendū Aristoteles autē in tertio thopicorū vtitur tali modo arguendi ī ꝓportionalitate ꝓmutata: sicut primū ad secūdū ita tertiū ad quartū igit permutatim sicut primū ad tertiū ita secūdū ad quartū: sed primū superat tertiū pluſq̄ tertiū superat quartū: ergo secundū plus superat quartū q̄ idē tertiū superat quartū: exemplū sumātur isti numeri. 6. 4. 3. 2. & arguat sic: sicut se habet. 6. ad. 4. ita. 3. ad. 2. quia vtrobiq; est ꝓportio sesquialtera igitur sicut. 6. ad. 3. ita. 4. ad. 2. quia vtrobiq; est dupla proportio: sed sic se habent. 6 ad. 3. quia. 6. superāt. 3. pluſq̄. 3. superant. 2. quia superatio. 6. ad. 3. est secundū ꝓportionē duplā sed. 3. ad. 2. secundū ꝓportionem sesquialterā: proportio aūt dupla maior est ꝓportione sesquialtera: igit sic se habēt. 4. ad. 2. quia superāt. 4. 2. pluſq̄. 3. 2. quia superatio. 4. ad. 2. est secundū ꝓportionē duplā sed. 3. ad. 2. secundū ꝓportionē sesquialterā vt prius: tenet autē ista forma p hoc quod ꝓportio primi ad tertiū & secūdi ad quartū sunt æquales sicut concludit p generalē formā arguendi ergo q̄tū vna ꝓportio ē maior & altera.

Capitulum tertium de regulis proportionum in cōmuni.

Prima regula.

SVbiungam nunc quasdā regulas & cōclusiones ꝓportionū in cōmuni: prima est hec. Quanta est aliqua q̄titas ad aliā tanta est denominatio eius proportionis ad ipsam.

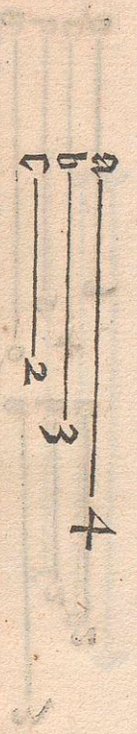
Ista ptz inductiue q̄n si fuerit vna linea equalis alteri: equalis proportio erit inter illas: & si dupla fuerit linea etiā & ꝓportio dupla erit: & si fuerit icōmensurabilis & excrescēs in lōgitudine & potentia: & ꝓportio irrationalis siliter erit: eriq; proportionis denoiatio cōformis habitudini terioꝝ. Et hinc manifestū est q̄ nulla q̄titas excedit alte-

ram in ꝓportionabiliter: ꝙuis vna excedat aliam incõmensurabiliter.

Secunda regula.

Proportio extremorũ ex ꝓportione mediorum ꝓportionabilium constat.

Ista ptz ex prima: accipio eñ duas lineas. a. ⁊. c. duplã ⁊ sub duplã: dico tũc ꝙ ꝓportio. a. ad. c. componit ex ꝓportione medij vel mediorũ sũptorũ inter. a. ⁊. c. sit eñ inter. a. ⁊. c. siue secũdũ ꝓportionalitatem cõtinuã ⁊ ꝓportiones similes siue scõm ꝓportiones dissimiles ⁊ inequales seu discontinuas cõstat ꝙ ꝙtũ est b. ad. c. tñ est. a. ad. c. ⁊ adhuc amplius qz ꝙtũ. a. excedit. b. ꝯ. a. excedit. c. scõm proportiones duorũ excessuũ sumptorũ: igit excessus ille cõtinet excessus illos quare habitudo continet habitudines ⁊ ꝓportio ꝓportiones: ⁊ hoc voco ꝓportionẽ cõponi ex ꝓportionibus: cõsiliter quocz si fuerint plura media ex oib⁹ ꝓportionib⁹ oim mediorũ illorũ inter se ⁊ ad extrema cõponitur ꝓportio extremorũ: quapropter videt ꝙ ois ꝓportio põt resolui multipliciter in proportiones. Exemplũ de ꝓportione dupla põt eñ resolui in duas ꝓportiones sil'es ⁊ ille sunt irrationales põt etiã resolui in ꝓportiones rationales sz nõ sil'es: verbigratia in sesq̃alterã ⁊ sesquitertiã: sicut quaternari⁹ excedit binariũ puta scõm ꝓportionẽ sesquialterã q̃ est ternarij ad binariũ ⁊ scõm sesquitertiã que est q̃ ternarij ad ternariũ: si aũt accipias duplã ꝓportionẽ scõm senariũ ⁊ ternariũ inuenies plura media ⁊ plures ꝓportiones ⁊ sic semper ascendendo ad maiores numeros.



Tertia regula.

Proportiones sunt æquales quarũ denominationes sunt æquales.

Hec sequit ex ꝑma accipio eñ duas lineas. a. ⁊. b. siue sint equales siue nõ ⁊ arguo sic ꝙta est linea a. ad suã medietatẽ tãta est ꝓportio. eius ad suã medietatẽ ꝑ primã regulã: sed ꝙta est. a. ad suã medietatẽ tãta est. b. ad suã: ꝯ ꝙta est ꝓportio. a. ad suã medietatẽ: tanta est ꝓportio. b. ad suã medietatem. Iste ꝓportiones habẽt equalẽ denominationẽ qz sunt duple: igit ꝓportiones habẽtes easdẽ denoiationes sunt equales ⁊ eodẽ modo arguit in oibus. Ex hoc accipiunt aliqui argumẽtũ ad ꝓbãdũ relationẽ esse distinctã rẽ a reb⁹ absolutis: qñ si linea. a. sit maior linea. b. ꝙtitates erunt inequales ⁊ tamẽ sunt equales ꝓportiones earũ ad suas medietates sicut nũc ostensum est: lz alij dicãt ꝙ nõ sequitur est eẽlis ꝓportio ergo res equalis: ⁊ sic stat res inequales interse esse proportiones equales ad alias res comparatas.

Quarta regula.

Proportiones sunt inequales quarũ denoiationes sunt inequales: & in multiplicibus quidem secundum eundem ordinẽ se habent denominatio & proportio: in superparticularibus vero ordine econuerso.

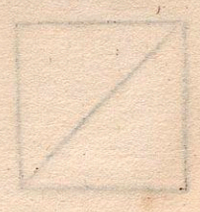
Prima pars hui⁹ ptz ꝑ premissã qz si equalitas ꝓportionis ⁊ denoiationis cõiunguntur necessario vt ꝓpositio dicit premissa: ꝯ cõiungent ꝑ oppositũ inequalitas ꝓportiõis ⁊ inequalitas denoiationis quẽadmodũ ꝓponit hoc presens theorema. Secũda pars ptz ⁊ ꝑmo in multiplicib⁹ qñ tripla ꝑ portio maiorẽ denoiationẽ hz ꝙ dupla ⁊ ipa etiã est maior ꝓportio: est eñ dupla pars proportionis triple vt ptz ꝑ scõam huius: ptz hoc etiã in suppartic̃larib⁹ vbi est ordo cõuersus nam ibi ꝓportio maior minorẽ habet denoiationẽ ⁊ minor maiorẽ: qz sesquialtera maior est ꝙ sesquitertia qz sesquitertia pars sesquialtere est: sed a minori numero denominationem habet sesquialtera.

Quinta regula.

Quantitates sunt æquales quæ ad vnã ꝙtitatẽ cõpate ꝓportiones hñt æẽles.

Quoniã si habẽt equalẽ ꝓportionẽ ad tertiã equalis est excessus earũ sup illã tertiã ex premissis: ⁊ si est equalis excessus earum sup idem cõe ipse ꝙtitates erũt equales inter se ꝑ ñtam cõem sciam. Ex ista potest sũmi argumentũ ad ꝓbandũ qõ vnũ infinitũ nõ sit maius alio infinito: qñ oim infinitorũ ad vnã magnitudinẽ finitã est equalis excessus qñ infinitus ⁊ ꝑ ꝑs equalis ꝓportio: igit cia infinita erũt inter se eẽlia igit vnũ nõ erit maius alio: ãre supposita eternitate mũdi a pte ante nõ fuissent plures reuolutiones lune ꝙ solis preterite. Sz põt negari añs vel ad minus est tam dubiũ sicut cõclusio illata ex eo: qz ꝓportionis infinite darent plures spẽs: alij cõcedũt ꝑñs esse verũ de virtute sermonis sz nõ ꝓpter hanc rationẽ: sed ꝓpter illã q̃ fiet in cõclusione sequẽte: ex qua etiã sequet vnũ infinitũ nõ esse alteri eẽle: predicte eñ due affirmatiue de ☧tute sermonis sunt false: qz ois ꝓportio est finita: vñ in infinitis nulla ẽ ꝓportio ac pinde neczvnũ infimũ ẽ alteri eẽle neczmaius neczminus eo.





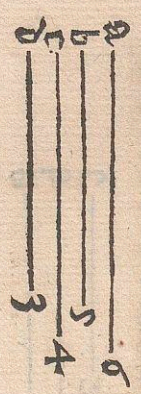


Sexta regula.

Quãtitates quarũ æque multiplices sunt æquales: ipse inter se sunt æquales.

Patet qñ submultiplicium ⁊ eque multiplicium eadẽ est ꝓportio ⁊ hoc ptz ex arithmetica: sequit igit secũdũ ꝓportionalitatẽ ꝑmutatã ꝙ sicut multiplex ad multiplex ita sub multiplex ad sub multiplex: sed multiplicia sunt eẽlia ex ipotesi ꝯ sub multiplicia erũt equalia. Ex ista põt sumi argumentũ ad cõclusionẽ oppositã cõclusioni inducte in premissa. s. qõ vnũ infinitũ possit esse maius alio: nã si detur





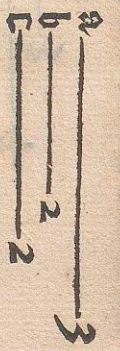
oppositū: accipio tunc vnitatē ⁊ dualitatē ⁊ infinitas vnitates ⁊ infinitas dualitates ⁊ arguo sic infinite vnitates sunt eque multiplices ad vnitatē sicut infinite dualitates ad dualitatē: sed infinite dualitates sunt equales infinitis vnitatib⁹ p te igit̄ vnitas equalis est dualitati quod est impossibile.

Capitulum quartū de proportionibus irrationalibus in speciali.

Prima regula.

ACCEDAM nūc in speciali magis ad ꝓportiones irrationales ponēdo regulas & cōclusiones sitq̄ hæc cōclusio prima. Ois q̄titas oī q̄titati est proportionabilis: sed non omnis omni cōmensurabilis.

Prima ꝑz ptz ex diffinitione ꝓportionis ⁊ ex prima precedētis capli qm̄ ois q̄titas ad oēm q̄titatem aliā eiusdē generis est aliquāta qr vel minor vl maior vel equalis: ⁊ q̄ta est vna q̄titas ad aliā tanta est ꝓportio eius ad illā p primā precedētis capli: ℊ ois q̄titatis ad aliā q̄titatē eiusdē gn̄is est aliquāta ꝓportio. Scōa pars ptz ex diffinitione q̄titatis cōmensurabilis ⁊ incōmensurabilis: possunt em̄ esse due q̄titates quarū vna est maior alia ⁊ finite quib⁹ nulla est q̄titas cōmunis eas numerans sicut sunt diameter ⁊ costa quadrati igit̄ non ois omni est cōmensurabilis.



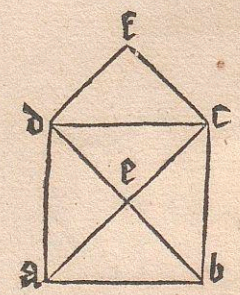
Secunda conclusio.

Omniū duarū q̄titatū cōicantiū est ꝓportio alterius ad alterā tanq̄ numeri ad numerū: si autē earū nō sit ꝓportio tanq̄ nūeri ad nūerū in cōicātes erūt.

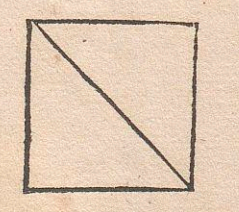
Suppositā premissa statim ptz ista ex diffinitione cōicantiū q̄titatū ⁊ incōicantiū: si enim sunt cōicantes: ℊ habent q̄titatē aliquā se cōiter numerātē vt in ſupparticularib⁹: vel minor ipsa maiorē numerat vt i multiplicib⁹: illa aūt q̄titas cōiter numerās erit scōm aliquē numerū ⁊ aliquotiēs in maiori ⁊ ēt aliquotiens ⁊ scōm aliquē numerū in minori: aliter illa q̄titas nō numerabit maiorē ⁊ minorē cōiter: accipio ℊ istos duos numeros scōm quorū alterū est in maiore ⁊ scōm alterū in minori manifestū est q ꝓportio que est illorū numerorū adinuicē est ipsarū duarū q̄titatū. Ex quo sequit̄ ꝑma pars huius ꝓpōnis ex qua etiā ptz scōa nā si nulla talis mēsura cōis eas mēsuraret q̄tūcūq̄ resolsuerent̄ in partes: iam non cōmunicātes sed incōmunicantes dicerentur.

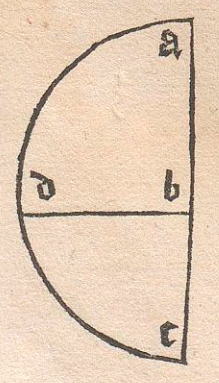
Tertia conclusio.

Diametri quadrati ad latus eiusdē est ꝓportio irrationalis: est q̄ ois diameter coste sui quadrati assimeter: idest incōmensurabilis.



Ista ptz ex premissa qm̄ ꝓportio lateris quadrati ad diametrū nō est tanq̄ numeri ad numerū: hoc probo qm̄ diameter est mediū ꝓportionale inter extrema duple ꝓportionis vt ostendā: sed in numeris impossibile est inuenire numerū ꝓportionalem mediū inter numerū duplū ⁊ sub duplū seu inter extrema duple ꝓportionis ℊ diametri ad costā nō est ꝓportio scōm habitudinē numeri ad numerū: assumptū ꝓbo sic: sit. e.c. latus quadrati parui ⁊ diameter eiusdē. d.c. sup lineā. d.c. cōstituo quadratū aliud sit q̄. a. b. c. d. ⁊ ducat̄. a. c. diameter eius cōstat q. a. c. est dupla ad. e. c. sed sicut se hz. c. c. ad. d. c. ita se hz. d. c. ad. a. c. qr vtrobiq̄ est cōparatio lateris quadrati ad suā diametrū: ℊ ille. z. linee scz. a. c ⁊. d. c. ⁊. e. c. habēt se scōm ꝓportionalitatē cōtinuā igit̄. d. c. est medio loco ꝓportionabilis inter. a. c. ⁊. e. c. q̄ sunt extrema ꝓportionis duple ptz ℊ propositio inducta. Q̄ō aūt adiungit̄ in theoremate q ois diameter est assimeter coste: est iteratio sentētie premisse in ℞bis apud Aristotelē vsitatis: est em̄ simetrū illud q est cōmēsurabile: assimetrū aūt illud qō est incōmensurabile. Alius modus p̄bādi dictum prius assumptū est ex ꝓportione quadratorū diametri ⁊ coste: ⁊ iste tanget̄ in sequenti capitulo. Ex predictis ptz qualis debeat dici ꝓportio diametri ad costā qm̄ est medietas duple proportionis: nā ꝓportio dupla. a. c. ad. e. c. cōponit̄ ex ꝓportione maioris ad mediū scz. a. c. ad. d. c. ⁊ medij ad minorē scz. d c. ad. e. c. que sunt ꝓportiones equales ⁊ sīles ⁊ q̄libet earū est medietas illorū extremorū scz. a. c. ⁊. e. c. in quib⁹ est dupla ꝓportio ℊ est medietas duple ꝓportionis qua: propter altera earū ⁊ quelibet simul dici debet medietas ꝓportionis duple sicut alicuius totiꝰ pars aliqua ūr medietas. Ptz etiā qualiter cōtinuari pōt ista ꝓportionalitas siue accipiendo maiores q̄titates siue minores qm̄ hoc fit mutando costā quadrati maioris in diametrū minoris quadrati vel ecōuerso diametrum minoris in costam maioris. Istud exemplū est famosum in pbia: ideo declarationi ei⁹ magis insisto. Quarta cōclusio erit de medio proportionali inueniendo geometrice inter duas lineas datas q̄scūq̄ siue earum fuerit nota proportio siue non ⁊ est talis.

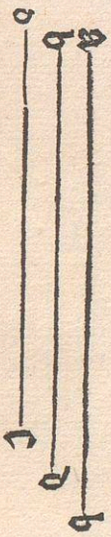




Quarta conclusio.

Datis duabus lineis illisq̄ directe cōiunctis & ligatis: si sup totā lineam sic ex duabus aggregatā describatur semicirculus: & a cōmuni medio duarum linearum sic cōiunctarū linea ortogonaliter ad circūferentiā venerit: inter datas lineas secundum proportionalitatem continuam mediabit.

Hanc declaro in teris: accipiat̃ diameter ⁊ costa quadrati volo inuenire lineam scd̃m ꝓportionalitatem cõtinuam mediã inter ipsas: sitq; diameter. a. b. costa. b. c. totaq; linea ex his cõposita sit. a. c. sup hanc igitur lineã describam semicirculũ. a. d. c. ⁊. a puncto. b. erigam ꝑpendicularẽ lineam vsq; ad. d. ⁊ hanc dico esse mediam lineã inuẽtam ⁊ dico. ʒ. lineas istas cõtinue esse ꝓportionales: ita ꝙ sicut se hʒ. a. b. ad. b. d. ita se hʒ. b. d. ad. b. c. Ista cõclusio nimis diffusam postulat demõstrationẽ ⁊ ideo hic sufficiat nobis euclidis auctoritas cuiusmodi est ista ꝓpositio nona sexti libri geometrie: ⁊ ẽ sensus in breui ꝙ omnis linea in circulo a circunferentia super diametrum veniens ortogonaliterq; diametro insistens: seccat ipsam diametrum in duas partes interquas est ipsa medio loco porportionalis. Et fundatur in maxima regularitate circuli cui⁹ periferia equaliter recedit acentro in omnib⁹ suis partibus: atq; vniformiter difformiter ad extrema diametri accedit vel inclinatur.



Quinta conclusio.

Si fuerint duæ q̃titates vni q̃titati cõmunicãtes: ipse quoq; inuicẽ cõmunicant ꝙ si nulli non cõmunicant interse vni cõmunicantes erunt.

Prima pars ptʒ per diffinitionẽ quantitatum cõicãtiũ ⁊ per scd̃am capl̃i p̃cedẽtis. Uerbi gr̃a sint due quantitates. a. ⁊. b. vni quantitati. c. cõmunicãtes ⁊. a. sit ad. c. tripla. b. vero ad. c. sit dupla: dico ergo quod. a. ⁊. b. cõmunicant: nã per secũdam huius capl̃i. a. ⁊. c. sunt sicut duo numeri ⁊. b. ⁊. c. sunt sicut duo numeri ergo. a. ⁊. b. ⁊. c. sunt sicut. ʒ. numeri igitur. a se habet ad. b. sicut numerus ad numerum ⁊ ꝑ ꝯñs. a. ⁊. b. sũt cõicãtes. Scd̃a ꝑs seq̃tur expr̃ia ex opposito. s. ꝯñtis iferẽdo oppm̃ añtis ꝓ vt clare etiã pretẽdit ipsa forma theorematis sub q̃ ponitur. Ex quo ptʒ illud q̃d in primo ꝑtis hui⁹ capl̃o dictũ est de media linea ꝓportionabili inter costam ⁊ diametrũ: ipsa em̃ erit necessario in cõicans tam coste q̃ diametro ex quo ipsa inter se nõ cõicant: ptʒ etiam ꝙ in quadrato nõ solũ diameter est assimeter coste: imo toti perimetro quadrati est diameter assimeter: nã costa cõicat cũ perimetro in ꝓportiõe sub quadrupla: ⁊ si diameter cõicaret cum perimetro iam diameter ⁊ costa cõicarent inter se per presentẽ.

Sexta conclusio.

Si fuerint duæ cõmunicantes q̃titates inter se: totũ quod ex eis est cõfectum vtriq; earum erit cõmunicans.

Ista patet similiter ex secunda huius capituli: qm̃ iste due quantitates erunt sicut duo numeri: ⁊ per cõsequens totũ ex eis cõpositum erit sicut aliquis numerus: ⁊ per cõsequens cõicabit vtriq; partium.

Septima conclusio.

Omnium quattuor q̃titatum geometricæ proportionabilium: si fuerit prima cõmunicans secundæ tertia quoq; cõmunicãs erit quartæ: si vero prima fuerit incõmunicans secunde & tertia erit incõmunicans quartæ.

Ista statim patet in modo arguẽdi in ꝓportiõalitatibus: nam si. a. b. c. ⁊. d. quantitates sint ꝓportionabiles ergo sicut. a. ad. b. ita. c. ad. d. sed hoc q̃d seq̃tur est impossibile si. a. ⁊. b. sint cõmunicantes: ⁊ c. ⁊. d. incõicantes vel ecõuerso: alioquin porportionalitas posset esse excõicantibus ⁊ incõmunicantibus: ⁊ per cõsequẽs oẽs q̃titates essent ꝓportionabiles qꝛ minus differunt alij modi ꝓportionum tum q̃ cõmunicãtes ⁊ incõicantes: qd̃ cũ sit impossibile pʒ ꝙ nõ sit ypotesis ex qua seq̃tur possibilis.

Caput quintum de ꝓportionalibus rationibus in speciali.



VSICA scientia subalternata arithmeticæ quasdã suas conclusiones ꝓbare solet ex principiis vel etiã ex cõclusionib⁹ arithmeticis. Et qa ĩ nr̃a arithmetica introductiõe: nullas demõstrauimus cõclusiones de passionib⁹ numerorũ: & si eas ꝓponendo insinuauerimus: sed Boetium insequentes solas diffinitiones & diuisiones vocabulorũ posuerimus q̃ essent præcognitiões ad demõstrationes: par esse duximus in hoc loco ingeniis mathematicorũ iam aliquãtulũ exercitatis in faciendis demonstrationibus: nõ nullas adducere demõstrationes de ꝓportionibus numerorũ: quæ oẽs sunt rationales: eas videlicet q̃ magis necessarias scimus ad musicã introductionẽ in calce huius nostræ æditionis subiũctã. Et q̃uis in hac geometrica introductione Euclidẽ semegarẽsem ꝓpe semꝑ fuerimus insequuti: tamẽ ĩ hac parte Iordani nemorarii elementa arithmetica imitabimur; ꝙ clarior ac faci-

lior sit eius æditio: q̄ ea numerorū scientia quæ traditur in tribus libris post sextū apud euclidē. Sed ante q̄ ad ꝓportiones veniamus: numerorū passiones: quas in arthimeticæ nostræ primo libro solū exemplariter declaratas ꝓposuimus: seorsum demōstrabimus: sequendo earū ordinē quo ibi ꝓpositę sunt: a primis numeri cōmunis passionibus ordientes: suppositis tm̄ numerorum diffinitionibus & diuisionibus ex arithmetica. Prima conclusio.

Ois numerus circūsepositorū æqualiterq̄ ab eo distantiū est medietas numerorum: & econuerso: si quispiam numerus duorum coniunctorum medietas fuerit: illos ab eo æquidistare necesse erit.

Nam quando numerus alium superat: si differētia eorū a maiore fuerit subtracta aut minori addita: re manebunt numeri equales vt cuilibet nō mēte capto est quā notissimum: ꝑ positis trib⁹ numeris equaliter a seipsis distantibus si excessum maioris super mediū ab eo detraxeris ꝛ minori addideris: fient tres numeri equales: quor̄ duo simul iuncti dupli sunt ad tertiū sicut duo adnū: quare veritas elucet prime ptis q̄ duor̄ altrinsecus positor̄ per equales distantias medi⁹ numerus erit medietas. Secūda pars ex prima sequitur manifeste cū sit eius cōuertens: ꝛ cōfirmatur ad impossibile: qr si dati numeri nō equidistarēt a medio: neq̄ differētias ad ipsum equales haberēt: cum ꝑ ille medius numerus ꝓbatus sit medietas duor̄ ab eo equedistantiū: ꝛ nunc ponit aduersarius eundē etiam esse medietatem duor̄ nō equedistantiū: sequitur vnū impossibile q̄ idē numerus esset simul medietas duorum maior̄ inequalium cōtra quartam cōem sciam: cōsequentia est clara qr numerus cōpositus ex duob⁹ equedistantibus ꝛ cōpositus ex duobus nō equedistātib⁹ sunt inequales ꝙ nonā cōem sciam in geometria si equalib⁹ inequalia addant ꝛc. Ex hac cōclusione relinquūtur ꝓbate q̄dā ꝓprietates numeror̄ pariter impariū ꝛ ꝓportiōalitatis arithmetice quas ꝓposuim⁹ in suis locis nr̄e arithmetice.

Secunda conclusio.

Si numerus in duas tm̄ partes diuidat̄ siue æquales siue inequales: vtraq̄ illarū in numero pari erit necessario par velvtraq̄ impar: in numero aut impari erit imparitati paritas associata: sic q̄ altera partium erit par altera impar.

Huius ꝓbatio erit clara supposito illo principio: vnūquodq̄ resoluitur in ea ex quib⁹ cōponitur: ergo per oppositū quilibz numerus ex illis ptibus fuit primo cōpositus in quas postea est diuisus: quare si ꝓbauerimus oēm numerū prius fuisse cōpositum ex talib⁹ partibus quales notat hec cōclusio: sequitur manifeste veritas ei⁹ q̄ de diuisiōe ꝛ resolutione numeri ꝓponitur. Assumptū ergo ꝓbat̄ sic: oīne aggregatum ex duob⁹ paribus: vel ex duobus imparib⁹ est numerus par: qō aūt mixte cōponitur ex pari ꝛ impari est numerus impar: ꝑ per oppositū omnis numerus par est diuisibilis in duos pares vel in duos impares: ꝛ oīnis impar mixte diuiditur per parē ꝛ imparē. Prima pars añtis ꝓbat̄ ex diffinitione numeri paris scz q̄ est diuisibilis in duo media: si ꝑ duor̄ parium singule medietates simul cōponantur: totius numeri aggregati medietatē efficient: ꝑ tale aggregatum erit numerus par ex quo habet medietatē. Secūda pars añtis siliter ꝓbatur qr in naturali numeror̄ serie: q̄ ꝙ cōtinuā additionē vnitatis ꝓcedit: semp alter numerus est par ꝛ alter impar alternatim: vnde fit vt quilibet impar sola vnitate distet a suo ꝓximo pari: qua detracta erit numerus par: ꝑ cōponere duos impares simul est aggregare duos pares ꝛ duas vnitates: q̄ sunt vnus par scz binari⁹: quare totum aggregatum erit vt tres numeri pares simul positi: q̄ ex precedēte pte nō cōstituūt nisi parē. Tertia pars sequitur ex dictis qr cōpositum ex pari ꝛ impari est vt cōpositum ex duobus paribus ꝛ vnitate: sed duo pares faciunt parem cui addita vnitate fiet impar: restat ergo totū antecedens totumq̄ assumptum verum ꝛ per cōsequēs tota cōclusio euidenter ꝓbata. Ex qua sequit̄ primo q̄ si a numero pari demat̄ par eo minor: residuum etiā erit par: ꝛ si ꝙs detracta fuit impar: residua quoq̄ erit impar. Secō q̄ si a numero ipari detrahat̄ par eo minor: relinquet̄ impar: ꝛ ecōtra si demat̄ impar remanebit par.

Tertia conclusio.

Multiplicatio numeri paris in alium parem ꝓducit parem: sicut etiā impar ductus in alium imparem effecit imparem: at vero permixte par multiplicās imparem aut econuerso procreat semper parem.

Supposito q̄ multiplicare nō sit aliud q̄ multos similes numeros simul aggregare ꝛ in vnū colligere: qō oibus ꝓpatulo est ex teris: prima pars huius cōclusionis est manifesta ex precedēte vbi dictum est q̄ oīne aggregatū ex partibus est numerus par: ꝑ multiplicare numerū parē per alium parē erit plures pares in vnū colligere: quare ꝛ numerū parem ꝓducere. Secūda pars siliter claret ex dictis qr multiplicare imparē per imparē est plures impares aggregare in numero impari: sed tales

sunt velut plures pares simul ⁊ pluresvnitates in numero impari: q̄ simul sunt vn⁹ impar: ℊ totū aggregatū erit impar qz ex crescit vnitas i eo. Tertia pars ex p̄ma seqūtur qz aggregare plures impares in numero pari est velut plures pares ⁊ vnitates in numero pari cōponere: ℊ totus numerus inde resultans erit par: ⁊ sic ptz tota cōclusio. Ex qua seqūtur primo q̄ numerus par nullius nisi paris p̄t esse pars aliquota: qz ex multiplicatione ptis aliquote ꝓducitur totū: at numerus par multiplicatus quocunq; non ꝓducit nisi parem vt hz hec conclusio. Scō seqūtur q̄ numeri imparis nulla erit pars aliq̄ta nisi impar ⁊ scōm nūcrū imparē suū totū denoians. Tertio sequit̄ q̄ si ipar fuerit pars aliquota numeri paris: ipsa nō nisi scōm parē numerū suū totū mēsurabit: ac perinde etiā medietatis eiusdē totius eadē esse poterit pars aliquota scz scōm medietatē mēsuratiōis toti⁹: hec ⁊ plura alia ꝓlixe demōstrat iordan⁹ in p̄ncipio sui septimi per. 16. cōclusiōes p̄mas: sz satis bñ ꝓbant̄ ex dictis vt oñdimus.

Quarta conclusio.

Sicut omnis numerus pariter par est diminutus: ita & q̄libet eius pars aliquota est numerus pariter par: atq; præcise secundū pariter parem numerū suū totum mensurans: excepta vnitate.

Ex diffinitione simul ⁊ gñatione pariter pariū: quas hic supponim⁹ ex primo libro nr̄e arithmetice: statim ꝓbab̄t prima pars hui⁹ cōclusionis: quilibet em̄ seqūs pariter par in naturali eoz serie est duplus ad suū ꝓximo precedentē: sed primus coz sup vnitatem q̄ duplat nō addit nisi vnitatē: ℊ ille ⁊ vnitas simul iuncti minus sunt q̄ ipsemet duplat⁹: min⁹ itaq; q̄ seqūs pariter par: cui⁹ ille sunt oēs ptes aliquote: eadē rō est de alijs oibus: ℊ quilibet numerus pariter par est diminutus: qz ex suis ptibus oibus nō integratur. Scōa pars cōclusionis etiā facile ꝓbatur rōne ducēte ad impossibile: si em̄ nō sit vera: ℊ ptem aliquotā numeri pariter paris mēsurabit numer⁹ impar ex diffinitiōib⁹ aliarū specierum paritatis ⁊ imparis numeri: ꝓñs est impossibile qz sequeret̄ q̄ ille numerus impar etiā mensuraret pariter parē: ois em̄ pars aliquota ptis aliquote est etiā pars aliquota totius licet sub alia denoiatiōe: sed impossibile est numerū imparē esse ptē aliquotā numeri pariter paris q̄ solū ex duplicatione cōtinua numeroz ab vnitate ꝓcreatur ⁊ nō aliter: hoc nō esset verū facta illa ippotheli: qz ex cuiuslibet ptis aliquote multiplicatiōe ꝓducitur totū: ℊ ex multiplicatiōe imparis ꝓcederet pariter par quod est oio impossibile. Tertia pars cōclusionis eodē modo ꝓbab̄t: qz oīnis pars aliquota mēsurat suum totū per multiplicationē: sed pariter par nō nisi per pariter parē multiplicatus ꝓducit pariter parem: alias sequeretur dictū inconueniens scilicet q̄ numerus impar esset pars aliquota pariter paris ꝓducti ⁊ ipsum mēsuraret: tota ergo cōclusio vera. Dicitur notanter excepta vnitate: quia illa est pars aliquota oīnis numeri licet non sit pariter par: denominat tamen pariter parē secundū ipsum.

Quinta conclusio.

Ex ductu medii vel mediorū in numeris pariter paribus ac pinde in oī geometrica ꝓportionalitate cōtinua: idē ꝓducit̄ quod ex multiplicatione extremorū & quorūcūq; lateraliū æqualiter a mediis distātiū: eadē ratio est in denominatione partium aliquotarū adinuicem respectu totius pariter paris.

Comprehendimus hic duas vltimas ꝓprietates pariter pariū numeroz: pro quarū demōstratione premittimus hic regulā in arithmetica nr̄a sepius reppetitam: q̄ numeroz simplitiū ⁊ suoz eq; multiplitium eadē ⁊ similis est ꝓportio: q̄ iordanus in scōo alijs verbis sic ponit in septima cōclusione: si vnus numerus duos multiplicet: erit ꝓductoz ⁊ multiplicatoz eadē ꝓportio: ⁊ in octaua ꝓclusiōe: si duo numeri eundē multiplicēt: erit multiplicantiū ⁊ ꝓductorū eadē ꝓportio: ⁊ fundat eas in ꝓportionalitate pmutata: q̄ faciliter adaptab̄t cū sint ibi quattuoz numeri ⁊ due silēs ꝓportiones: hac regula suppositā: arguo ex q̄nta cōclusione tertij capti hui⁹: q̄titates ille sunt equales q̄ ad vnā tertiam cōparate ꝓportiones habēt equales: sed numerus ꝓductus ex ductu aut multiplicatione medij numeri per seipsum si fuerit tantū vnus medius: vel ex multiplicatione vnius medij ꝙ alterū si fuerint duo mediales: ⁊ alter numerus ꝓductus ex multiplicatione extremorū aut lateraliū equaliter a mediis distantiū: tales inquā duo numeri sic ꝓducti equales habēt ꝓportiones ad eundē tertiū numerū dabilē: ℊ sunt equales vt ꝓponit cōclusio: minorē sic ꝓbo: sint quattuoz numeri pariter pares in cōtinua ꝓportione dupla positi. a. b. c. d. sitq; numerus ꝓductus ex multiplicatione duorū mediorū. e. sit etiā ꝓductus ex multiplicatione duorū collateraliū vel extremorū. f. ꝙhos duos. e. f. volo ꝓbare eē equales: duco. a. in. b. ⁊ ꝓducat̄ inde. g. ergo ꝙ regulā allegatā ex arithmetica q̄ ꝓportio. b. ad. d. ea est. f. ad. g. ex quo idē numerus a. multiplicauit duos. b. ⁊. d. ⁊ ꝓduxit duos. g. ⁊. f. ⁊ qz numerus. c. ꝓducebat ex ductu. b. in. c. ℊ que ꝓportio. a. ad. c. ea erit. e. ad. g. per eandē regulā qz ex multiplicatione eiusdē numeri: scz. b. ꝓducti sunt in duos. a. ⁊. c. sed ex cōclusionis ippothesi qualis est ꝓportio. a. ad. b. talis est. c. ad. d. ergo. e. ⁊. f. ad. g. equales habēt ꝓportiones vt ꝓmisit nostra minor: ac ꝙ inde. e. ⁊. f. sūt numeri equales vt dicit p̄ma pars cōclusionis: eadē ꝓbatio multo efficatioz fuisset posito vno tantū mediali numero bis tñ ad extrema cōparato. Scōa pars corrolarie sequit̄ ex prima si partes aliquote eiusdē totius sese denoiantes sint etiā sese multiplicātes ad cōstituendū totum.

Sexta conclusio.

Cuiuslibet nūeri pariter īparis q̄libet pars aliquota discordat a sua denoiatione q̄tū ad paritatē & imparitatē: vnde plures huiꝰ speciei numeri seriatim sumpti æqualibꝰ distabūt differētijs: ꝓportionalitatēq; efficiēt arithmeticā.

Tres sunt modi generationis numerorū pariter imparium: primus ꝑ cōtinuam duplicationē singulorum imparium: quę est multiplicatio eorū ꝓbinariū: secūdus ꝑ cōtinuā dimissionē vnius numeri ex naturali serie numerorū pariū: itaq; ꝑmus par tertius q̄ntus septimus ⁊c. sunt numeri pariter impares: tertius modus multiplicādo quēlibet imparē ꝑ numerū pariter imparē ꝓducēt etiā pariter impar. Tūc sic arguo ad ꝑmā partē cōclusionis ex diffinitione: cuiuslibet ꝑiter imparis medietas ē numerus impar q̄ ꝑ multiplicationē binarij ꝓducit suū totū scōm primū modū: ꝑ binariꝰ ⁊ ille impar sunt partes aliquote eiusdē totius sese mutuo denoiantes: sed iste discordāt a suis denoiationibus vt patet: ⁊ eadē ratio est de qualibet alia parte aliquota: qz cuiuslibet numeri paris binarius est pars aliquota: ⁊ vt ꝓbauimus in quolibet pariter impari binarius impariter cōtinet ab impariq; denominat: ꝑ impar sibi correspōdēs siue binarū denoians in eodē numero pariter cōtinebit ⁊ respectu eius parē habebit denoiationē. Scōa pars cōclusionis ex scōo modo clara est qz in naturali numerorū serie vbi inter aliquos equales totidē medij sunt ommissi equales etiā sunt eorū differentie: hic autē cōtinue vnus medius par dumtaxat ⁊ duo impares: ergo inter quoslibet duos proximos pariter impares mediant tres numeri sicq; quilibet eorū q̄nto loco ab altero situat: quare eorū differētie erūt eq̄les. s. q̄tuor vnitates. Tertia pars ex scōa sequit ꝑ diffinitionē ꝓportionalitatis arithmetice.

Septima conclusio.

In numeris pariter imparibꝰ seriatim positis: & vniuersaliter in oī arithmetica ꝓportionalitate: additio duorū mediorꝝ æqualet additioni duorꝝ extremorū: & quorūcūq; duorū lateraliū æq̄liter a mediis distantiū: at vero vbi vnus tantū medians est numerus: ille dimidiū erit aliorum duorū additorum.

Secūda pars huiꝰ ex ꝑma cōclusione istius capli ꝓbata est ad eamq; sequit corrolarie: qz naturalis series numerorū cū ꝓcedat ꝑ cōtinuā additionē vnitatis: equales semp habet differētias: sicut sit in numeris pariter imparibꝰ ⁊ in ꝓportionalitate arithmedica: ꝑ numerus medius hic eodē modo se habebit ad suos collaterales equaliter ab eo distātes sicut illic: qz. s. erit eorū additorū dimidiū. Ꝓxime aūt partis ꝓbatio hec erit: qz si oīm taliū numerorꝝ differētie sunt equales cōtinue: ꝑ quelibet due simul sumpte adequant alijs duabus simul sumptis: sed remotis differētijs duo medij adequantur duobꝰ collateralibꝰ equaliter ab eis distātibꝰ vel etiā duobꝰ extremis: ꝑ appositis equalibus differētijs eisdē numeris erūt equales per octauā cōem scientiā: si equalibus equalia addita fuerint q̄ inde resultabunt erunt equalia.

Octaua conclusio.

Impariter par omnis cum ex duabꝰ prædictis speciebus paritatis procedat: consequēs erit suas partes aliquotas varias esse: & eraū quasdā suis denominationibus conformes: alias vero difformes fieri.

Ꝓtest duobus modis hec species numerorū ꝓcreari: primū dedimus in arithmetica ex Boetio: alterū ponimus hic ex Jordano. s. multiplicādo pariter parē ꝑ pariter imparē: vt numerus inde productus sit impariter par vt ꝓponit ꝑma pars huius cōclusionis: q̄ sic ꝓbat: cuiuslibet numeri ex duorꝝ multiplicatione ꝓducti quilibet ꝓducētiū est pars aliquota ab altero denoiata: vt ptz ex diffinitione partis aliquote: ⁊ qz ex multiplicatione predictarū specierū numerus ꝓductus est par ex tertia huiꝰ capli: sequit q̄ q̄libet illorū sit pars aliquota huiꝰ ꝓducti: qui ꝑ quartā huius capli nō pōt esse pariter par: neq; erit pariter impar ex diffinitione: qz eiꝰ medietas nō est impar: cū ꝓducat ex multiplicatione paris ꝑ parē q̄ sunt medietates ꝓducentiū: restat ꝑ assūfficiente diuisione q̄ ille ꝓductus sit impariter par qz nō est dabilis q̄rta spēs paritatis. Scōa pars ex ꝑima sequit ꝑ illā regulā in quarta cōclusione positā: q̄libet pars partis est pars totius ⁊c. qz tūc numeri impariter paris quedā partes erūt pares ⁊ alie impares. s. ille oīes q̄ erāt partes suorꝝ ꝓducentiū ⁊ ille seipsas mutuo denoiabūt: quare etiā sequit q̄ aliquę partes erūt cōformes suis denoiationibꝰ. s. ille que etāt partes numeri pariter paris istū ꝓducentis ex quarta huius: ⁊ alie difformes ab eis ille vlz q̄ erant partes pariter impariter paris: nā ⁊ illarū q̄ sunt numeri impares optz q̄ pariter cōtineant in suo toto: qz nullius numeri paris ꝑs aliquota pōt eē ⁊ re ⁊ denoiatione ipar ex tertia huiꝰ: q̄ vero sunt numeri pares modo cōcordāt modo discordāt a suis denoiationibus scōm varias ptes aliq̄tas q̄ illas denoiant vt ptz ex dictis.

Nona conclusio.

Plures series impariter pariū ordinate & simul positæ formā habēt q̄drilate-

ram: cuiꝰ lōgitudo geometricā: latitudo arithmeticā ꝓportiōalitatē exhibet.

Non alia sed eadē figura resultat ꝑ istū modū q̄ ꝑ illū quē posuimus in arithmetica ad generādū numeros impariter pares: sint ꝫ due linee recte ad angulū rectū cōcurrētes: ponaturqꝫ in altera earū series pariter pariū a binario incipiens: in altera series pariter imparium incipiens a senario: ducaturqꝫ primus vnius linee in oēs alterius linee vt fiat inde vna series impariter pariū: idē fiat de scōo ⁊ tertio ⁊ oibꝰ alijs ⁊ resultabit forma quadrilatera vt insinuat ꝓma pars nr̄e cōclusionis. Scōa vero ꝓbatur qꝛ lōgitudo figure erit iuxta lineā pariter pariū: latitudo aūt scōm lineā pariter impariū: ꝫ pariter pares in sua serie habēt ꝓportionalitatē geometricā ex q̄nta huius: pariter vero impares positi sunt in proportionalitate arithmetica ex septima huius: ꝫ simliter omnes series illoꝝ numeroꝝ in longitudine habent geometricam: in latitudine arithmeticam ꝓportionalitatem: cōsequētia est clara ex regula in quinta conclusione adducta: qꝛ oīes series numerorum in lōgitudine figure sunt multiplices ad seriem prriter parium: ⁊ in latitudine ad seriem pariter imparium.

Decima conclusio.

Ex continua additione numerorū pariter parium naturali ordine dispositorum: ac ex multiplicatione imparis primi inde resultātis per maximū additorū numeri perfecti sic ꝓcreantur: vt in quolibet numerādi limitæ vnus tantum perfectꝰ sit repperibilis: atqꝫ perfecti oīes in naturali seriæ alternatim senario octonarioqꝫ terminentur.

Due vltime huius partes ex ꝓma clarissime deducūtur ⁊ inductione notificant: ꝓme ꝫ partis probationi insistamus: si eīm pfectus numerus est ille cuius sūmā precise cōplent oēs eius partes aliquote simul sūpte: ⁊ ꝓhauerimus ex predicta multiplicatione ꝓcreari numerū ex oibꝰ partibꝰ aliq̄tis suis precise cōstantē: effectū erit talē esse pfectū qualē ꝓponit cōclusio: minoꝛ ꝫ assumpta sic deducit: nam ille pariter par ⁊ ille primus impar: ex quoꝝ multiplicatione aliqs numerus ꝓducit: manifeste sunt eius partes aliquote sese mutuo denoiantes: ac pinde oēs pariter pares illū multiplicantē ꝓcedētes qꝛ sunt eiꝰ partes aliquote erūt ptes aliquote totius ꝓducti: lz sub alijs denoiationibꝰ hoc pacto: qꝛ eīm ille maximus pariter par denoiatur ab illo impari: ꝫ primo precedēs illū pariter par qꝛ est medietas eius denoiabit a duplo predicti imparis: ⁊ alius inferioꝛ pariter par qꝛ est quarta pars maximi ⁊ medietas predicti denoiabit a q̄druplo illius imparis q̄ est duplus ad duplū eiꝰ: ⁊ sic ꝑīr descēdendo ꝑ pariter pares ⁊ ascendo ꝑ multiplices imparis scōm eundē ordinē. i. dimidiando illos ⁊ duplicando istos donec pueniaṫ ad vltimos hinc ⁊ inde: tūc sicut ex q̄libet hmōi multiplicatione duarū partiū sese denoiantiū ꝓducitur ille totus numerus: sic ex additione oīm illarū simul resultat idem precise: quare erit pfectꝰ numerus: vt ptz in hac serie. 1. 2. 4. 8. 16. nā hi oīes simul sunt. 31. q̄ est impar ꝓmus: ductis igitur. 16. in. 31. ꝓducitur. 496. quē dico esse numerū pfectū: nā eius partes aliquote oēs sunt predicti pariter pares vsqꝫ ad vnitatē inclusiue q̄ sub. 16. cōtinue ꝓcedunt dimidiando: ⁊ totidē sup. 31. qui ꝓcedāt cōtinue duplādo vt. 31. 62. 124. 248. 496. itaqꝫ alternatim vnus istoꝝ denoiat vnū illoꝝ ⁊ ecōtra: ⁊ adinuicē multiplicati ꝓducūt totū numerū: q̄ etiā vnitatē correspōdet eamqꝫ denoiat aqua ⁊ ipse denoiaṫ: sicut eīm. 31. est pars decimasexta: sic. 62. est octaua: et. 124. est quarta ⁊. 248. est medietas predicte sūme. 496. que semel est idē numerꝰ: ⁊ sicut ductis. 16. in. 31. ꝓducīt illa sūma: sic ductis. 8. i. 62. et. 4. in. 124. et. 2. in. 248. et. 1. i. 496. Tādem additis oibꝰ predictis ptibꝰ aliquotis resultabit eadē sūma precise: qꝛ nullas alias ptes aliquotas ab istis habere pōt ꝫ est pfectus: oīes ꝓīe huius argumētationis patēt ex predictis cōclusionibus huius capli. Sequūtur ⁊ antecedūt ad hāc cōclusionē multa q̄ Jordanus enumerat in fine sūt septimi libri. ꝙrimū est: q̄ ois pars aliquota numeri pfecti ꝓter vnitatē est numerus diminutꝰ. i. pariter par vel ꝓmus impar vel aliqō multiplex eius: ptz ex dictis. Scōm q̄ infra decē vnus tātū sit numerus pfectꝰ. i. sex: ⁊ infra centū sed supra decē itē vnicus pfectꝰ: scz. 28. et infra mille sed supra cētū iterū solus vnus pfectꝰ vt. 496. et sic ꝑīr ꝑ oīes limites numerādi q̄ decuplando sese ꝓcedūt: ptz hoc inductiue qꝛ multiplicatio predicta pariter pariū ꝑ impares primos: hos ⁊ nullos alios numeros potest ꝓcreare vt dicit secunda pars cōclusionis. Tertium est q̄ dipositis in suo naturali ordine oībus prefectis numeris alternatim senario ⁊ octonario numeris paribꝰ terminantur vt dicit tertia pars cōclusionis: qꝛ sic semp occurrit multiplicatio pfectorum productiua ⁊ nō aliter: quare sequitur vlterius q̄ ois numerꝰ pfectꝰ ē par ⁊ nullus ipar. Quartū est q̄ numerus pfectꝰ nunq̄ pōt esse pars aliquota numeri pfecti: imo neq̄ diminuti sed semper abūdantis de quibus statim dicemus.

Vndecima conclusio.

Sicut ois numerus diminutꝰ a sola vnitate aut ab alio numero diminuto mē surari potest: sic cuiuslibet numeri abūdātis multiplex erit necessario abundās: adeo q̄ nullius alterius q̄ abūdātis abūdans potest esse pars aliquota.

Aduertendū hic q̄ lz numerus pfectus semp sit par: tñ abūdans ⁊ diminutꝰ in differēter esse possunt

pares ⁊ impares: nã sicut ois pariter par in conclusione ẽrtahuius ꝓbatus est diminut⁹: sic ois impar ꝑmus est diminut⁹: qz sola vnitas est pars eius aliquota q̃ est minor eo: idẽ ꝓbatur de numeris abundãtibus qz eorũ quidã sunt pares alij impares. Ergo ꝑma pars cõclusionis verificat: qz impar primus a sola vnitate mẽsuratur: pariter vero paris numeri pars aliquota ex quarta hui⁹ nõ est nisi vnitas vel pariter par q̃ est diminut⁹: impar etiã cõpositus si fuerit diminutus vt. 9. vel. 15. ab impari ꝑmo mẽsurat̃ q̃ similiter ꝓbat⁹ est diminut⁹. Scõa pars etiã vera est: qz duplare vel triplare nũerũ abũdantẽ est duplare vl̃ triplare oẽs eius ptes aliquotas q̃ ita bñ ꝓducũt abundãtẽ numerũ sicut simpliciter accepte ꝓducebãt ipsum ex diffinitione eius. Tertia pars ex ꝑma seq̃tur ⁊ scõa: ex prima quidẽ qz abũdans nõ põt esse pars aliquota diminuti vt ꝓbatũ est: neq; pfecti q̃ solũ ex pariter pari ⁊ impari ꝑmo ꝓcedebat ex precedẽte cõclusione: g̃ restat q⁹ nõ sit pars aliquota nisi abundãtis numeri. Ex scõa vero parte etiã idem seq̃tur: qz ois pars aliquota est submultiplex ad suũ totũ: ⁊ cuiuslibet abundãtis multiplex etiã est abundãs ⁊c. Numeros abundãtes pares facile inueniemus si. 12. eorũ ꝑmũ multiplicauerimus: numerus etiam pfectus sua multiplicatione abũdantẽ ꝓducit ex quarto corrolario precedentis. Sed imparem abundantẽ inuenire haud facile est ⁊ credo: primũ eorum esse. 45045. cuius partes aliquote sunt. 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. et totidẽ alie que ex diuisione toti⁹ per istas inuenientur: ⁊ ꝓducunt omnes simul addite. 46091. deinde omnis multiplex predicti numeri. 45045. erit abundans siue par siue impar.

Duodecima conclusio.

Quia ois numerus aut primus est aut cõpositus: ille q̃ inse ꝑmus est ad oẽm aliũ ꝑmus erit: compositus vero ois ab aliquo primo necessario mensuratur.

Hec vocabula numerus primus in se: primus ad aliũ: cõpositꝰ in se: cõpositus vel cõmẽsurabilis ad aliũ: cõia sunt numeris paribꝰ ⁊ impibꝰ quẽadmodũ de abũdante ⁊ diminuto dictũ est: Iz in arithmetica nr̃a ꝑmũ ⁊ cõpositum ad solos impares: abundantẽ ⁊ diminutũ ad solos pares retulerimus: hic tamẽ ad oẽs numeros ea adaptanda suscipimus. Prima g̃ pars cõclusionis a sufficienti diuisione probat̃ qz ois numerus habet partẽ aliquotã vnitatẽ: vel g̃ eam solã ⁊: sic dr̃ primus: vt binarius ternarius ⁊c. vel preter vnitatẽ habet aliũ numerũ ptem aliquotã sui: ⁊ sic dicit̃ cõpositus: vt quaternarius nouenarius ⁊c. Itẽ numerus q̃libet cõuenit cũ alio numero in vnitate parte aliquota vtriusq; vel g̃ in ea sola: ⁊ sic dicit̃ ꝑmus ad alterũ: vel etiã in alio numero preter vnitatẽ: ⁊ sic dr̃ cõpositus ad alterũ: neq; potest dari mediũ inter hec mẽbra q̃ p contradictionẽ separanť. Scõa etiã pars ex diffinitione numeri ad alterũ ꝑmi est ꝙ manifesta: qz si aliq̃s numerus in se nullã partẽ habet aliquotã preter vnitatẽ: g̃ ad alterũ cõparat⁹ in nulla alia parte aliquota cõuenire poterit cũ eo: qõ est ad illũ primũ esse: qui etiã duo numeri dici solẽt cõtra se ꝑmi ⁊ ad inuicẽ ꝑmi. Tertia pars sic̃ notificat̃ ex teris: qz si aliq̃s numerus est cõpositꝰ g̃ ab alio numero parte sui aliquota mẽsurat̃ ex diffinitione: vel g̃ ille alius numerus est ꝑmus vel cõpositꝰ: si primus habemus ꝓpositũ: si cõpositus: quero iterum vel sua pars aliquota est numerus primus vel cõpositus: si primus: ille etiã erit pars aliquota toti⁹ ⁊ sic ꝓpositũ est verũ: si cõpositus ꝓcedã vlterius donec inueniam numerũ ꝑmũ: qz in numeris decrescẽdo nõ ꝓcedit̃ in infinitũ. Ex hac cõclusione seq̃tur ꝑmo ꝙ si aliq̃s numerus mẽsuret cõpositũ ex duobus: necessario ⁊ alterũ cõponentiũ mẽsurabit: ac perinde alteri illorũ est cõmẽsurabilis. Scõo seq̃tur ꝙ quicũq; numerus mẽsurat cõpositũ ⁊ vnã partẽ eius: mẽsurabit ⁊ alteram: si in duas tantũ partes dividat̃: ⁊ multa alia ex his sequerenť facilia que ois fundanť in regula superi⁹ allegata: quicqd est pars partis est pars totius ⁊ ecõtra: loquẽdo precise de partibus aliquotis.

Decimatertia conclusio.

Si impares numeri in sua naturali serie disponanť: & totidẽ ipares post quẽlibet sumanť quot⁹ ipse ab vnitate fuerit: extremũ sũptorꝝ ab illo nũmerari cõueniet: & itẽ totus ab illo extremo quot⁹ ipse a primo: etiã a primo mensurabit̃: sicq; deinceps: omnes vero medii semper relicti erunt impares primi.

Hec est. 25. septimi Jordani quã etiã sub alijs ẋbis in nr̃a arithmetica posuimus: ⁊ aliter sub alijs ponit eam Boetius in sua: vbi gñatio ꝑmarũ specierũ imparitatis declarat̃: in naturali g̃ serie imparium ternarius est ꝑmus q̃ idẽ est tertius numerus ab vnitate: quare post ternariũ accipiamus tres impares ipsum ĩmediate sequẽtes: scz. 5. 7. 9. dico ꝙ horũ extremũ mẽsurat ternarius qz est pars aliquota eius: qõ sic ꝓbatur: qz ille nouenarius est maior ternario ⁊ excedit ipsum adeo ꝙ differentia eorũ est cõpositꝰ ex tribus differẽtijs intermediorũ ad seipsos ⁊ ad duos extremos p secũdam cõclusionẽ tertij capli huius: sed differẽtia duorũ impariũ ꝓximorũ est binarius: g̃ multiplicato binario p ternarium fiet tota differẽtia q̃ est inter nouenarium ⁊ ternarium: cui si addat̃ ipse ternarius constituet̃ nouenarius: g̃ iste est mẽsurat⁹ ab illo: g̃ ternarius ẽ ps aliquota nouenarij qz aliquoties sumpt⁹ reddit integrũ nouenarium: quare nouenari⁹ est numer⁹ cõpositꝰ. Deinde acceptis iterũ trib⁹ imparibus ꝓximis post nouenariũ: scz. 11. 13. 15. extremũ eorũ mẽsurat ternari⁹: ꝓbatio: qz inter eos sũt sex differẽtie sic̃es priorib⁹: g̃ ternari⁹ duplat⁹ ꝓducit totã differẽtiã p multiplicationẽ suam cum binario: cui totali differentie si addat̃ ternarius fient. 15. numerus a ternario cõpositus ⁊ mẽsuratus: ꝙr

ecdplanꝫ post. 15. tres numeri. 17. 19. 21. quorũ extremum mẽsurat ternarius: nã inter eos sũt no uẽ dñie q̃ sunt binarij ex quib⁹ totalis dñia ꝓducĩt ex multiplicatione ternarij triplati p̃ binariũ cui addit⁹ ternari⁹ ꝓficiet. 21. eadẽ ratio ꝓbat de alijs oĩb⁹ sequẽdo naturalẽ seriẽ iparij. Jtẽ q̃nari⁹ ẽ se cũdus ipar ⁊ q̃nt⁹ numerus ab vnitate: acceptis ꝑ q̃ncꝫ impib⁹ ꝓximis post eũ: scꝫ. 7. 9. 11. 13. 15. extremũ eorũ mẽsurat q̃nari⁹ ꝓpter q̃ncꝫ dñias q̃s ipse q̃nari⁹ duct⁹ in binariũ ꝓficit: q̃b⁹ ipse si addaꝫ cõplebit. 15. numer⁹ cõpositꝰ ⁊ mẽsurat⁹ aq̃nario: q̃ etiã ad. 25. hꝫ decẽ dñias q̃s ipse duplat⁹ ⁊ duct⁹ in binariũ ꝓducit: ad. 35. hꝫ q̃ndecim dñias ⁊c. Siliter septenarius tertius impar ⁊ septimus nũerus ab vnitate mẽsurabit septimũ post se. 21. ⁊ septimũ post illũ. 35. ⁊ q̃t̃q̃ septimos ꝓtinue ordinemus: differẽtieꝫ variantur p. 7. 14. 21. ⁊c. quas septenarius suaꝫficiet multiplicatione p̃ binariũ: ⁊ sic de alijs oĩb⁹ iparib⁹ p̃ ordinẽ: ꝑ ꝑma ps cõclusionis vera. Scõa ps de numeris intermedijs ex diffinitione iparis ꝑmi ꝓbaꝫ: qz oẽs illi relicti sunt ab impib⁹ ꝑcedẽtib⁹ oibus: ꝑ nullã hñt ptẽ aliquotam preter vnitatẽ: ⁊ sic sunt numeri ꝑmi: ꝓña ꝓbatur: qz nõ possunt habere numerũ parẽ ꝓ ptẽ aliquota ex tertia huius: neꝫ imparẽ sequentẽ eos qz oĩs talis est maior numerus: nulla autẽ pars est maior suo toto per secũdam cõem scientiam: neꝫ tandẽ aliquem imparem precedẽdẽ eos ex ippotheſi qz sunt relicti ab omnibus precedentibus: ergo sunt numeri incõpositi ⁊ primi.

Quartadecima conclusio.

Cum fuerint duo numeri ad seipsos primi: etiã alii duo qui ab eis in seipsos ductis producentur erunt adinuicem primi: ꝙ si iterũ iidem in ꝓductos suos ducãtur: & qui inde ꝓducẽtur erũt cõtra se primi: sicꝫ deinceps in infinitũ.

Hec est apud Jordanũ. 12. tertij q̃ ꝓbat gñationẽ tertie spẽi numeri iparis: ꝓ cuius ꝓbatione quedã supponanꝫ ꝓpones ex eodẽ lib. 3. Jordani. Prima si fuerit duo numeri ad inuicẽ ꝑmi: q̃cũꝫ nũerat eorũ alterũ: erit ad reliquũ ꝑmus: qz alias seq̃reꝫ ꝙ illi duo nõ essent cõtra se ꝑmi: sed cõicarẽt in parte aliquota illius numeratoris. Scõa ꝙ q̃libet duo numeri q̃ mẽsurãt alios duos ad se primos: etiã ⁊ ipsi sunt adinuicẽ ꝑmi: qz si nõ: ꝑmi duo nõ erãt cõtra se ꝑmi: nã cõis istorũ mẽsura nũeraret illos qõ repugnat posito. Tertia oĩs numerus cõpositus ex duob⁹ ad se ꝑmis: ad vtrũlibet eorũ erit primus: qz ex corrclario. 12. oẽ numerãs aliq̃ totũ ⁊ vnã ex duab⁹ ptibus ei⁹: numerabit ⁊ reliq̃. Quarta oĩc cõpositũ ex duob⁹ ꝑmis ad aliq̃ tertiũ: erit ad idẽ tertiũ silr numerus ꝑmus: eadẽ est ratio q̃ in precedẽte. Quinta si fuerint duo numeri cõtra se ꝑmi: ille q̃ ꝓducit ex altero eorũ in se ducto erit ad reliquũ ꝑmus: ptꝫ ex tertia qz de cõposito ex additione ⁊ ꝓducto ex multiplicatione; idẽ est iudiciũ: si quidẽ oĩs multiplicatio est additio. Ex his statim ꝓbaꝫ ꝑma ps nre cõclusionis q̃ est ꝑma ꝓprietas numeri ad alterũ ꝑmi: ex q̃nta eñ istarũ numerus ꝓduct⁹ ex multiplicatione ꝑmi illorũ p̃ seipsum ẽ primus ad alterũ: ⁊ ecõtra ꝓduct⁹ ab altero est ꝑmus ad alterũ: ꝙ duo illi nũeri ꝓducti sint cõtra se primi: ꝟbi gra: sint. a. ⁊. b. cõtra se ꝑmi ducaꝫ. a. in se ⁊ fiat. c. ducaꝫ etiã. b. in se ⁊ fiat. d. tũc arguo ex q̃nta predictarũ ꝙ. c. est ꝑmus ad. b. ⁊ vltra. b. ⁊. c. sunt ad se ꝑmi ⁊. b. mẽsurat. d. ꝙ p eandẽ. c. erit ꝑm⁹ ad. d. qõ ẽ ꝓpñ: duo ꝑmi sint. 3. et. 5. duo scõi. 9. et. 25. Scõa ps de ꝓductis ex multiplicatõe ꝑor ꝓductor ẽt ꝓbaꝫ: sint illi ꝓducti. e. f. tũc. e. ẽ ꝑmus ad. b. et. ad. d. ex q̃rta pdictarũ ⁊. f. est. ꝓduct⁹ vel mẽsurat⁹ ab iplo. b. ꝙ. e. et. f. sunt adinuicem ꝑmi: eadẽ erit ratio ꝓcedẽdo p alios multiplices sine fine.

Decimaquinta conclusio.

Si fuerint duo numeri cõtra se primi: & minore eorũ a maiore subtracto quoadpoterit: residuũ etiam a prius subtracto dematur quoadpossit: continuaꝫ hoc pacto detractione facta vnitatẽ relinqui necesse est. Et vice versa: si in numeris hoc modo ab inuicem detractis cõtinuæ tãdem vnitas residua fuerit: illos ad se primos incõmensurabilesq̃ esse oportebit.

Vltima ꝓprietas numeroꝝ in ꝑmo libro nre arithmetice posita demõstratur hic: ꝑma itaq̃ pars sic: si subtrahaꝫ minor quoad põt de maiore: illud qõ remanet erit necessario minus illo detracto: aliaꝫ nõ fuisset detract⁹ alter ab altero quoad poterat: residuũ ꝙ vel erit vnitas vel numerus: si vnitas: habetur ꝓpositũ: si numerus: cũ ille etiã sit ꝑmus ad detractũ ex casu vt patet ex dictis: subtrahaꝫ iterũ quoad põt a ꝑdicto minore detracto: ⁊ tũc iterũ quero vel remanet vnitas vel numer⁹ ⁊c. ⁊ cũ nõ sit ꝓcessus ĩ infinitũ decrescẽdo in numeris: seq̃tur ꝙ tandẽ remanebit vnitas. Scõa ps ptꝫ qz est cõuertens ꝑme: ⁊ etiã seq̃retur ꝙ numerus mẽsuraret vnitatẽ esseteꝫ ps ei⁹ qõ ẽ ipossibile: ꝓña ꝓbaꝫ ex correlario. 12. q̃cũꝫ eñ mẽsurat totũ ⁊ detractũ mẽsurat ⁊ residuũ: si ꝙ nũeri ex q̃rũ alterna subtractiõe ⁊ cõtinua sola remanet vnitas: nõ sint adinuicẽ ꝑmi ꝟ cõicãtes: illa cõis eorũ mẽsura vnitatẽ ꝓculdubio mẽsuraret q̃ remanet. Ex hac cõclusione seq̃tur p analogiã oppositi ꝙ si duorũ numeroꝝ fiat alterna subtractio ⁊ continuata modo predicto: ataꝫ preter vnitatẽ remãserit alius numerus: illi duo non erũt contra se ꝑmi ꝟ potius cõmensurabiles: eritꝫ ille numerus q̃ remanet maxima pars aliquota in qua illi duo cõicant tanꝫ in vtriuslꝫ mẽsura. Hactenus igitur de numeroꝝ passionib⁹ hec pauca demõstrasse sufficiat: post que veniendum erit ad numeroꝝ proportiones ⁊ proportionalitates.

Caput sextum de proportionibus rationalibus & earum passionibus.



IRCA proportiões numerales quas & rationales diximus duplices cõclusiones demõstrare intendimus: quædã enim erũt pprietates generales ꝓportionũ quas in nr̃æ arithmeticæ libro primo statim ꝓposuimus in tractatu secũdo: aliæ erũt ille quæ in musice ĩtroductionis libro ꝑmo necessario præsupponunt ad musica ælemẽta. Igit̃ comparando prima genera ꝓportionũ quæ sunt æqualitas & inequalitas: sit hæc prima cõclusio quæ tamẽ est. 70. in. 9. lib. Iordani. Prima conclusio.

Propositis quotlibet numeris æqualib⁹: ex illis totidẽ multiplices ordinatæ ꝓducere: itẽq; ex multiplicibus seriatim suppartículares ælicere: atq; ex suppartícularibus suppartientes: & alias deniq; inequalitatũ species ex aliis ordine debito procreare erit facillimũ pariter & certissimũ: sicut etiam viceuersa posteriores in suas priores ꝓportiones resoluere vsq; ad æqualitatem.

Supponamus hic artẽ datam ex Boetio in vltimis duob⁹ capitibus ꝑmi libri nr̃e arithmetice: sc̃z de origine ⁊ resolutione ꝓportionũ ab equalitate iterũ ad equalitatẽ deueniendo: qõ in trib⁹ tantũ teris effecimus. Scriptis ꝫ tribus numeris eq̃libus in vna serie: ꝓ ꝑma parte hui⁹ cõclusionis scribamus sub eis alios tres sic q̃ ꝑmo supiorũ subscribat̃ numerus sibi eq̃lis: ⁊ secũdo subiũctat̃ numer⁹ aggregatus ex ꝑmo ⁊ secũdo superioribus: tertio vero supponatur numerus cõpositus ex trib⁹ superioribus secũdo tñ eorũ duplato: ⁊ sub secunda serie ꝓ eandem artem fiat tertia series totidẽ numerorum ⁊ sub tertia q̃rta ⁊c̃. Sit ꝫ ꝑma series. a. b. c. scõa. d. e. f. tertia. g. h. k. ⁊c̃. tũc arguo sic: sicut. a. ad. b. ita. b ad. c. q: sunt eq̃les: ꝫ ꝓ cõiunctã ꝓportionalitatẽ erit. b. c ad. a. b. sicut. b. ad. a. ⁊ ꝓ eandẽ. c. b. ⁊ b. a. simul ad. a. b. se habebũt sicut. b. a. ad. a. idest ita q̃tuor ad duo sicut duo ad vnũ eorũ: ſz. b. c. ⁊. a. b. simul sũt idẽ qõ. f. ⁊. a. b. sil̃ sunt idẽ qõ. e. ⁊. d. est idẽ qõ. a. ex ippothesi: ꝫ. d. e. f. nũeri scẽe seriei sũt cõtinue ꝓportionales inter se: itaq; talis est ꝓportio. e. ad. d. q̃lis. f. ad. e. ſz. c. ad. d. est duplus ex casu q: est aggregatũ ex duob⁹ eq̃libus ipsi. d. ꝫ. f. ad. e. etiã est duplus: erit itaq; ꝓ hunc modũ dupla proportio orta ex eq̃litate. Itẽ ꝑ tertia serie sil̃r arguo: sicut. d. ad. e. sic. e. ad. f. q: dupli: ꝫ ꝓ cõiunctã ꝓportionalitatẽ erit. c f. ad. d. e. sicut. e. ad. d. ⁊ sil̃r. f. e. ⁊. e. d. sil̃ ad. d. e. se habebũt sicut. e. d. ad. d. idest ita q̃tuor ad duo sicut duo ad vnũ eorũ: sed. e. f. ⁊. d. e.. sil̃ sunt idẽ qõ. k. ⁊ d e. sil̃ sunt idẽ qõ. h ⁊. g. ẽ idẽ qõ. d. ꝑ ippothesim: ꝫ. g. h. k. numeri tertie seriei sũt cõtinue ꝓportionales: q: ita se hz. h. ad. g. sicut. k ad. h. ſz ex casu. h. ad. g. est triplꝰ q: est aggregatũ ex duplo ⁊ subduplo quorũ subdupli erat eq̃le ipsi g. ꝫ sil̃r. k. ad. h. est triplus: q̃re ex dupla imediate ⁊ ex eq̃litate mediate orta est tripla ꝓportio eadẽ ratio efficax erit ad ꝓbãdũ q̃ ex tripla orit̃ q̃drupla ⁊ sic ꝑ̃r ꝓ oẽs multiplices ꝓportiones seriatim: q: solũ variat̃ minor vltime rõnis sub eadẽ semp maiore: nãvbi ꝑus diximus sed. e. ad. d. est duplus: postea diximus ſz. h. ad. g. est triplꝰ: ⁊ ꝑ̃r diceremus ſz m. ad. l. est q̃druplus ⁊c̃. que minor facile ꝓbat̃ ex nũeris q̃s aggregat. m. sup. l. ⁊ sic de alijs suo mõ. Scõa ps de suppartícularib⁹ q̃ ꝓ eandẽ artẽ subscribẽdi oriant̃ ex multiplicib⁹: vt ex dupla sesqualtera: ex tripla sesq̃tertia ⁊c̃. eadẽ rõne ꝓbat̃ cõuersis multiplicib⁹ ⁊ suppartícularib⁹ ordine recto descriptis: q: est penit⁹ idẽ mod⁹ arguendi accipiendo ꝉas ꝓ nũeris: vt si series dupliciũ sit. a. b. c. series sub ea sit. d. e. f. tũc arguat̃ vt ꝑus argutum est in eisdẽ ꝉis q̃uis veniat̃ ad hãc minorẽ ſz. e. ad. d. est sesqualter numerus q: est cõpositꝰ ex duplo ⁊ subduplo talib⁹ q̃ duplus eorũ est eq̃lis ipsi. d. ꝫ. f. ad. e. sil̃r erit sesqualter: q̃re ⁊ ꝓportio sesqualtera imediate orit̃ ex dupla conuersa ⁊ mediante ea ab eq̃litate: eodẽ mõ argueret̃ q̃ sesq̃tertia orit̃ ex tripla: ⁊ sic de alijs suppartícularib⁹. Tertia ps de suppartientib⁹ q̃ oriant̃ ex suppartícularib⁹ ordinate: ⁊ quarta ps de alijs gñib⁹ ꝓportionũ q̃ oriant̃ ex p̃dictis: eadẽ penit⁹ via ꝓbaret̃ si prolixius agere q̃s vellet ⁊ laborẽ sumere. Vltima ps q: est cõuertẽs ad oẽs q̃tuor precedẽtes manifeste seq̃tur ex eis: q: idẽ est modus resoluẽdi q̃ erat modus ꝓcreandi ꝓportiones ab eq̃litate mediate vel imediate. s. subtrahere quẽlibet numerũ ab alio cui ꝓius addebat̃: sic esſ vnsquecq; ꝓportio resoluet̃ in eam aqua oriebatur donec ventũ sit ad equalitatẽ que est oĩm ꝓportionum origo ⁊ mater: sicut vnitas oĩm numerorũ. Ex hac cõclusione seq̃tur clarissime ꝑma multiplicis ꝓprietas posita in arithmetica: sc̃z q̃ ꝓportio multiplex ceteris inequalitatũ generibus est ⁊ antiquior ⁊ origine ꝓior: ꝫ in fine ꝑmi libri arithmetice dixerimus mutiplicem omnẽ ex superparticulari compositam.

Secunda conclusio.

In naturali numerorũ seriæ sicut qlibet nũerus ẽ ad vnitatẽ ꝓportio multiplex: q̃ tãto ẽ maior q̃to abvnitate remotior: sic qlibet duo nũeri ꝓximi sunt

adinuicē ꝓportio ſupparticularis: q̄ ꝓ receſſum ab vnitate cōtinuæ minorā.

Prime partis ꝓbatio eſt facilis qz vnitas cuiuſlibet numeri eſt pars aliquota: oīe autē totū ad ſuā partē aliquotā eſt ꝓportio multiplex qz multoties eam totā cōtinet: vt totū ad ſuam medietatē duplum ad ſuā tertiam triplū ꝛc. ⁊ quilibet numerus eſt multiplex ad vnitatē. Scēda etiam pars eſt facilis qz illa eſt maioz ꝓportio multiplex qua maioz terius pluries cōtinet eundē minorē: ſed remotioz ab vnitate numerus pluries cōtinet vnitatē q̄ ſibi ꝓpinquioz ⁊ ꝛc. Tertia pars de ſupparticularib⁹ ꝓbatur ex ꝑma: qz ſi vnitas eſt cuiuſlibet numeri pars aliquota: ⁊ q̄libet numerus ſe quēs addit ꝑci ſe vnitatē ſup ſuum ꝓximo precedētem: ſequit̄ q̄ addit partē aliquotā: ⁊ per diffinitionē eſt ꝓportio ſupparticularis ad ipſum: Quarta pars tādē probat̄: qz illa ſupparticularis ꝓportio eſt maioz alia que a minoze numero denoīatur vt ptz inductiue qz medietas eſt maioz ꝑs aliquota q̄ tertia: ⁊ hec q̄ pars quarta ꝛc. ſed quāto numeri magis recedūt ab vnitate tanto maiozes ſunt ⁊ maiorē denoīationē tribuunt vnitati parti eorum aliquote: qz ipſa eſt medietas binarij ⁊ tertia pars ternarij: quarta quaternarij ꝛc. ⁊ minoz eſt ꝓportio ſupparticularis remotioris numeri ad ſuū ꝓximo minozem quā numeri ꝓpinquioris ad ſuū: vt minoz q̄nq; ad quattuoz: q̄ quattuoz ad tria: ⁊ hec minoz q̄ tria ad duo: tota ⁊ cōcluſio eſt vera. Ex qua corrolarie ſequit̄ q̄ figura illa quadrāgularis de inuētione oīm proportionū: quā in capło. ſ. ſcōi tractatus ꝑmi libri arithmetice poſuimus: cū ſuis ibidē ꝓprietatibus: cōtinet oīmodā veritatē: nā eius ꝑma linea ſiue in longū ſiue in latum eſt velut vnitas qz ab ea incipit ⁊ ꝓ cōtinuā ei⁹ additionē ꝓcedit: alie vero linee oēs poſt ꝑmā ſunt ſicut numeri in naturali ordine: qz q̄libet earū a ſuo numero incipit ⁊ ꝓ cōtinuā ei⁹ additionē ꝓcedit vſq; ad q̄titatē ꝑme linee.

Tertia concluſio.

Omnis proportio multiplex habet poſt ſe aliam maiorem: ſed nō omnis ante ſe aliam minorē ea: at ſuperparticulares ꝓportiones ordinem cōtrarium ſeruant: ſuperpartientes vero multiplicium ſequuntur modum.

Hec tripartita cōcluſio tota ſimul ꝓbatur ex precedente: qz multiplices ꝓportiones creſcunt per receſſum ab vnitate: ſupparticulares vero illo modo decreſcūt: ſed in numeris recedendo ab vnitate nō accedendo ad eam ꝓcedit̄ in infinitū: ⁊ oīs ꝓportio multiplex habet aliā ſe maiorē nō oīs aliam ſe minorē: eſt em̄ dabilis minima ſed nō maxima ꝓportio multiplex: ecōtra vero ois ſupparticularis habet aliā ſe minorē nō oīs aliā ſe maiorē: qz ē dabilis maxima nō minima ſupparticularis. Supartientes vero ꝓportiones ordinē multipliciū ſequunt̄: qz earū ille ſunt maiozes que a maioribus numeris denoīant̄: ⁊ ille minozes que a minoribus vt fiebat in multiplicib⁹: quare etiā in iſtis erit dāda minima nō maxima ꝓportio ſuperpartiens. De alijs vero duob⁹ generib⁹ ꝓportionū qz mixta ſunt nō opus eſt aliq̄d ſpecialiter addere: ſed mixte cōuenit de eis loqui. Hec tres concluſiones ſufficienter explicarunt generales ꝓprietates oīm proportionum: quare veniendum erit ad alias concluſiones que viam expediunt muſicam.

Quarta concluſio.

Quæcūq; proprietates aut paſſiones numeris cōueniunt: eedem & proportionibus rationalibus adaptari poſſunt: quare nimirum ſi in ꝓportionib⁹ numeralibus equæ atq; in ipſis numeris additio: ſubſtractio: duplatio: dimidiatio: multiplicatio: & diuiſio fieri poſſint.

Corrolarium manifeſte infertur ex cōcluſione: ſubſumpta hac minoze certiſſima q̄ iſte paſſiones numeris cōueniunt: ꝓbatur ⁊ cōcluſio iſta: oīs ꝓportio rationalis imediate denoīatur ab aliquo numero ex ꝑmo capło huius tertij: quare eadem ⁊ rationalis ⁊ numeralis ꝓportio dicit̄: ⁊ oīs talis proportio eſt accipienda velut aliquis numerus: quare ⁊ numeri conditiones ſeu ꝓprietates habere dicenda eſt: quicq̄d em̄ cōuenit numero denoīatori alicuius proportionis cōuenit ⁊ illi proportioni: que nō poteſt aliter explicari aut declarari q̄ per illum numerū: vt proportio dupla eſt vt binarius ⁊ habet eius ꝓprietates: tripla vt ternarius: equalitas eſt vt vnitas ꝛc. Itē ſeſqualtera refertur ad binarium: ſeſquitertia ad ternarium ꝛc. Deniq; ſuperpartiens tertias ad ternarium: ſuperpartiens quartas ad quaternarium ꝛc.

Quinta concluſio.

Non aliter in proportionibus quam in partibus aliquotis prædicte numerorum paſſiones ſunt requirendæ: vnde viceuerſa tota ratio illarum regularum arithmetice practicæ ſiue artis numerandi infractionibus vulgaribus: ex naturis proportionum eſt accipienda.

Loquimur hic de paſſionibus in corrolario precedentis enarratis: vt ſit ſenſus cōcluſionis: q̄ addere ſubſtrare: duplare: dimidiare: multiplicare: ⁊ diuidere proportiones adinuicē debet fieri per ean-

dem artem qua arithmetica practica docet talia infractionibus vulgaribꝫ: que sunt medietas: tertia quarta ꝛc. non autem vt infractionibus astrologicis q̄ sunt gradus ꝛ minuta ꝛc. probat ḡ conclusio: omne totū ad quālibet vnā suā partē aliquotā est ꝓportio multiplex: vt duplū ad suam medietatem triplū ad tertiā ꝛc. ad plures vero simul partes ex quibꝫ nō fit vna pars aliquota: aliquādo est ꝓportio supparticularis: vt ad duas tertias totū est sesquialterū: ad tres quartas sesquitertiū: ad quattuor quintas sesq̄quartū ꝛc. aliqñ sup partiens vt ad tres q̄ntas totū est superbipartiens tertias: ad quattuor septimas totū est sup tripartiens quartas: ad q̄nq̄s nonas totū est supquadripartiens q̄ntas ꝛc. Si vero plures partes aliquote simul facerēt vnū totū integrū vt due medietates: tres tertie ꝛc. iam ille nō essent dicēde pars neq̄ ptes rei sed res integra: ꝛ ad tale aggregatū partiū totum esset ꝓportio equalitatis: ḡ eadē via ꝛ arte est agendū in ꝓportionibꝫ sicut in partibꝫ aliquotis q̄tum ad predictas passiones q̄ in musicis theorematibꝫ sunt ꝑ necessarie. Correlariū ex p̄ncipio noni libri Jordani per octo primas conclusiones fit q̄ꝫ euidentissimum: q̄ ibi demonstrantur regule de additione: substractione: multiplicatione: ꝛ diuisione que dantur in algorismo per ꝓportiones totius ad partes ꝛ partium ad partes aliquotas.

Sexta conclusio.

Tunc additur ꝓportio ꝓportioni quādo ex eis tertia q̄dam resultat ꝓportio composita: duplare igitur vel binario multiplicare proportionem aliquam est duas similes proportiones simul in vnam colligere.

Ratio conclusionis est: q̄ oīe totū resultat ex oībus suis partibꝫ simul additis: vel potius est oīes sue partes simul sumpte: ꝛ ecōtra partes sunt totū: sed oīe cōpositū est totū ad sua cōponentia ꝛ illa sunt partes ad ipsum: ḡ si tertia ꝓportio cōposita ex duabꝫ simplicibus resultat: opꝫ illas duas simul esse additas ꝛ ecōtra: si ille due simul addātur necesse erit tertiā inde resultare cōpositā. Correlarium ptꝫ ex cōclusione: addita etiā ꝓpositione assumpta in tertia cōclusione capli precedētis. s. q̄ multiplicare aliq̄ numerū non est aliud q̄ꝫ plures sibi numeros in vnū colligere: ḡ duplare. i. binario multiplicare aliquā ꝓportionē idē erit ac si duas sibi ꝓportiones in vnam cōponere. Tantū de theoria huius cōclusionis: ꝑ cuius praxi vel practica noticia est aduertendū tres esse modos addendi simul plures ꝓportiones ad cōponendū vnā aliam ex eis: primus iā insinuatus est in precedēte cōclusione ꝛ demōstrat cum Jordanus in. 8. sui libri noni. s. ducendo denoiatorē vnius in denoiatorē alterius: q̄ numerus inde ꝓductus erit denoiator ꝓportionis cōposite ex eis: vt si vellemus addere duplam proportionē triplę: tūc cōposita ex eis erit sexcupla q̄ bis tria sunt sex: sic etiā fit additio infractionibus vel partibus aliquotis q̄ tot medietates addite tot tertijs eiusdē totius fiunt tot sexte eiusdē ducendo vlz denoiatorē vnius fractionis in denoiatorē alterius vt ꝓcedat inde denoiator fractionis cōposite. Secūdus modus: quē etiā docet Jordanus in. 5. q̄nti libri: est ꝑ multiplicationē alternā terminorū cōsimiliū in illis duabꝫ ꝓportionibꝫ: itaq̄ dux vnius multiplicetur per ducē alterius: ꝛ comes vnius ꝑ comitē alterius: nā ex p̄ma multiplicatione ꝓducetur dux: ex scōa comes proportionis cōposite ex eis: vt sit. 4. ad. 2. dupla: sit. 9. ad. 3. tripla ex quibus volo componere aliam ꝓportionem ducēdo ingitur. 4. in. 9. fient. 36. ꝛ ducendo. 2. in. 3. fient. 6. q̄ duo numeri 36. ꝛ. 6. sūt ꝓportio sexcupla: ꝛ sic ex dupla ꝛ tripla simul additis resultat sexcupla vt prius: ꝓbatio erit clarissima inueniendo mediū ꝓportionale inter illa duo extrema ꝓportiōis sexcuple: ꝛ hoc fiet ducēdo comitē p̄me in ducē scōe ꝓportiōis vt. 2. in. 9. ꝓducit. 18. q̄ nūerꝫ ē subduplꝫ ad. 36. ꝛ triplꝫ ad 6. ḡ ꝑ scōas tertij capli huius ꝓportio. 36. ad. 6. q̄ ē sexcupla cōponit ex dupla. 36. ad. 18. ꝛ ex tripla. 18. ad. 6. q̄re sequtur q̄ dupla ꝛ tripla simul addite faciūt sexcuplā ꝓportionē. Tertius modus ptꝫ ex vltimo caplo primi libri nr̄e arithmetice: vbi docuimus cōtinuare ꝓportiones plures adinuicē ad cōstituendā ꝓportionalitatē: nā in multiplicibꝫ hoc ꝑfacile erat. s. sup ducē vnius ꝓportionis vel infra comitē eius alium inuenire numerū indata alia ꝓportione: quo inuēto ex illis tribus numeris resultāt due simplices proportiones extremorū ad mediū: ex q̄bus fit vna cōposita extremi numeri ad extremū: q̄ cōposita alias dr ꝓportionalitas si due ille simplices eā cōponētes erāt sibi eiusdēq̄ speciei ꝓportiones: q̄ si nō sint sibi sed varie: neq̄ cōposita dicetur ꝓportionalitas geometrica: sed in supparticularibꝫ ꝓportionibꝫ ꝛ in alijs q̄: hoc erat difficilius: cautelas adhoc aliquas posuimus ibidē. Horū aūt trium modorū primus erat opere facilior ꝛ artificiosior: sed intellectu difficilior ꝛ obscurior: tertiꝫ ecōtra in tellectu facillimus ope difficillimus aliorū: secūdus vero ꝛ intellectu ꝛ ope mediat inter eos.

Septima conclusio.

Subtrahere proportionem a proportione est residuā inuenire ꝓportionē: q̄ earum differētia dici solet: hinc dimidiare proportionem: si tamen fuerit dimidiabilis: fiet quā facillimum.

Quēadmodū in numeris substractio supponit duos numeros fere semp inequales quorū minor detrahitur a maiore ꝛ nō ecōtra: ita in proportionibꝫ eadē substractio inequalitatē duarū ꝓportionum req̄rit quarū minor demitur a maiore ꝛ non ecōtra vt inde remaneat alia ꝓportio q̄ sit excessus vel

differẽtia maioris ad minorẽ ꝓportionẽ: sed ex corrolario quarte cõclusionis huius capli cõstat q in proportionib⁹ numeralibus est possibilis subtractio sicut in numeris: ⁊ cõclusio vera. Corrolarium manifeste sequit ad eam: qz dimidiatio est spẽs subtractionis: inqualibet autẽ specie saluat tota ratio generis. Vt tñ notãter si ꝓportio sit dimidiabilis: ad inuendũ q nõ ois ꝓportio est talis: vt dupla ꝓportio in multiplicib⁹ ⁊ quelibet alia habẽs imparez denoiationẽ: itẽ ois supparticularis ꝓportio est indimidiabilis vt infra dicet. Hoc de theorica cõclusionis: ꝓ praxi eius aduertendũ etiã tres esse modos subtrahẽdi ⁊ dimidiandi in ꝓportionibus: primus est silis tertio precedẽti intellectu oim facillimus. s. inueniendo mediũ numerũ inter extrema date ꝓportionis maioris: q ad alterũ eorũ habeat ꝓportionẽ minorẽ q̃. ꝓponit subtrahẽda: nã illo medio inuẽto ꝓportio maior diuisa erit in duas quarũ altera est q̃ subtrahit: ⁊ altera est q̃ relinq̃tur vt excessus vel differẽtia maioris ad minorẽ. Secũdus mod⁹ ex ꝑma ꝙnti libri Jordani docet idẽ: multiplicãdo adalterutrũ terios dissimiles duarũ ꝓportionũ ꝓpositarũ hoc est ducẽ maioris ꝑ comitẽ minoris ꝓportionis: ⁊ ecõtra comitẽ maioris ꝑ ducẽ minoris: nã ex ꝑma multiplicatione ꝓceditur ex scõa comes residue ꝓportiõis: huiꝰ cuidẽta fiet si vtrũlibet comitẽ inalterũ duxeris: tunc eñ ꝓducet tertius quidã numerus ad quẽ dux residue ꝓportionis habebit eandẽ ꝓportionẽ maiorẽ aqua erat minor subtrahẽda: que tñ maior ꝑ comitẽ residue diuisa erit in duas quarũ altera erat subtrahẽda ⁊ altera residua q̃ diximus: ⁊ ille modus est verus. Tertius modus est silis ꝑmo aliorũ in precedẽte cõclusione. s. subtrahendo denoiatorẽ minoris a denoiatore maioris ꝓportionis: quẽadmodũ fieri solet in partib⁹ aliquotis: ⁊ remanebit denoiator ꝓportionis residue: ista tñ subtractio ꝓsupponit multiplicationẽ duplicẽ: ⁊ deinde ꝑ ductorũ alterũ ab altero subtrahit: nã ⁊ in algorismo de fractionibus subtrahẽdo tertiã a medietate relinquemus sextã: ⁊ subtrahendo quartã a tertia residuabimus duodecimã ⁊c. eodẽ modo in ꝓportionib⁹ subtrahere poterimus duplã a triplã ⁊ remanebit sesqualtera: si triplam a quadrupla relinquet sesq̃tertia: ⁊ si sesquitertiã a sesqualtera dẽpseris residua erit sesquioctaua: ⁊ dempta ꝓportione sesqualtera a dupla remanet sesquitertia: vel si hec remoueatur remanebit illa: ⁊sic de aliis: he due cõclusiones in musicis theorematib⁹ magnũ habent momentũ sunt⁹ eis ad modum necessarie.

Octaua conclusio.

Sicut ex additione plurium multiplicium semp fit proportio multiplex nõ ecõtra: ita etiam si proportio multiplex in plures partes æquales diuidatur: illas omnes multiplices esse necesse erit.

Hanc ꝓpositionem demõstrat Jordanus in nono libro nõ quidẽ totã simul: sed ꝓiorẽ eius partẽ. in. 22. cõclusione: alteram in. 60. possumus tñ breuiter ex premissis eam demonstrare: qz ex ꝑmo modo sexte huius additio ꝓportionis ad ꝓportionẽ est multiplicatio suorũ denoiatorũ adinuicẽ: sed in numeris integris oñe multiplex integri est numerus integer: secus infractionib⁹ numerorũ vt ptz inductiue: proportio aũt multiplex sola denoiat a numero integro: alie oñes a fractionib⁹ vt earũ diffinitiões indicãt: ⁊ ꝑma pars est vera. Scõa etiã ꝓbat qz oñe totũ in duas aut plures partes eq̃les diuisum habet ad eas multiplicẽ ꝓportionẽ: ⁊ per quartã huius capli idẽ etiã erit verũ in diuisione ꝓportionũ: tota etiã cõclusio ex inductione fidẽ habet: Ex qua ꝑ analogiam oppositi sequtur q si ꝓportio non multiplex duplet tripletꝫ aut alias multiplicet: nõ fiet unde ꝓportio multiplex: ⁊ vice versa: si ꝓportio resultans ex alterius duplatione aut qualicũq multiplicatione nõ fuerit multiplex: neq̃ illa altera erat multiplex: nã si due tres aut plures ꝓportiones sesqualtere vel sesquitertie cõtinuent ⁊ extrema totius aggregati adinuicẽ cõparent: nõ habebũt ꝓportionẽ multiplicẽ adseipsa sed aliam speciem: nã due sesqualtere vt. 9. 6. 4. sunt vna dupla sesq̃quarta: due sesquitertie vt. 16. 12. 9. sũt vna proportio supseptẽpartiens nonas: due sesquiquarte vt. 25. 20. 16. est ꝓportio supnonipartiens decimas sextas: ⁊ tandẽ due sesquioctaue vt. 81. 72. 64. est vna ꝓportio sup decẽseptẽpartiens sexagesimas quartas ⁊c. ⁊ ratio huiꝰ corrolarij dicta est qz infractionib⁹ numerorũ multiplicatio earum alterna nõ ꝓducit numerũ integrũ a quo denoiatur multiplex: sed semp fractionẽ a qua denoiantur alie species ꝓportionũ. Dictũ est notãter in cõclusione ⁊ nõ ecõtra: qz ꝓportio multiplex põt constare ex additione plurium nõ multiplicium vt dupla ex sesqualtera ẽ sesquitertia: tripla ex dupla ⁊ sesq̃altera ⁊c. potest ⁊ ꝓportio multiplex ꝑ additionẽ componi ex multiplicibus ⁊ ex nõ multiplicibus.

Nona conclusio.

Cuiuslibet rationalis proportionis diuisio in duas aut plures partes æquales per numeros medios inter eius extrema possibiles: eandem legem obseruat in minimis numeris eius & in aliis omnibus indifferenter.

Hanc Jordanus in. 12. quarti aliis verbis sic ꝓponit: si fuerit ꝑmus numerus ad scõm sicut tertius ad quartũ: quotcũq inter ꝑmũ ⁊ s. cõm totidẽ inter tertiũ ⁊ quartũ ꝓportionaliter medios consistere necesse est: ⁊ sensus est: q si vnũ vel duo aut plura media ꝓportionalia sint possibilia inter duos numeros alicuius ꝓportionis: totidẽ precise sunt possibilia inter quoslibet alios duos in eadẽ ꝓportione: qz nõ refert ꝙtum adhoc si illi numeri sint minimi vel maiores vel mediocres in tali ꝓportione:

sed in oĩbus eadem ꝓportio eandem legẽ sue diuisionis sustinet: itaq; si inter minimos numeros talis ꝓportionis nõ sit possibile medium ꝓportionale vt pote qr sola vnitate distãt vt. 2. et. 1. vel. 3. et 2. tc. neq; inter quoslibet alios duos in illa ꝓportione erit dabile mediũ ꝓportionale: ꝛ si inter primos nõ sit possibile nisi vnũ medium: siliter ꝛ in quibuslibet alijs duobus talem ꝓportionẽ habentib⁹ erit tantũ vnũ mediũ ꝓportionale: ꝛ si in primis fuerint duo aut plura talia media: ꝛ in oĩbus alijs erũt totidẽ media eodẽ modo ꝓportionabilia. Huius cõclusionis demõstratio tota fundanꝫ in equa ꝓportionalitate de qua supra capło scõo hui⁹ tertij: si em acciplanꝫ quattuor minimi teri in data proportione: illi oĩes erũt ad seipsos ꝑmi (alias mẽsurarent eos alij numeri minores in eadem ꝓportione. s. illi scõm quos pars aliqta cõis multiplicata ꝓduceret eos: qõ manifestã implicat cõtradictionem) sed minimi numeri in qualibet ꝓportione mẽsurant quoslibet alios in eadẽ vt maior maiorem ꝛ minor minorem scõm eundẽ numerũ: quare si multipliciũ ꝛ submultipliciũ eadem ꝛ silis est proportio: sequiꝫ q illi minimi ꝑ talẽ numerũ multiplicati ꝓducent eos de quib⁹ loquitur cõclusio cõtinuatos in silĩ ꝓportionalitate: qõ est totidẽ habere media ꝓportionabilia qt sunt in minimis numeris: ꝫ cõclusio vera. Ꝯt si ponãtur duo ꝛ duo numeri in silibus ꝓportionibus: ꝛ cõcedanꝫ inter duos primos duo media ꝓportionalia q̃ dividant illã ꝓportionem in tres partes eq̃les: dico etiam inter duos scõos esse duo media ꝓportionalia q̃ silr dividant illã in tres equales: nã acceptis quattuor minimis in ꝓportionalitate illa forte illi numerabũt ꝑmos quattuor scõm binariũ: ꝛ alios duos scõos per ternariũ: ꝫ sicut ductis q̃ttuor minimis in binariũ ꝓducũtur q̃ttuor ꝑmi: ita ductis eisdẽ minimis in ternariũ ꝓducẽtur duo secũdi cũ duob⁹ ibi mediꝭ ꝓportionalibus. Ex hac cõclusione sequtur manifeste q nulla ꝓportio dupla nullaq; supparticularis est diuisibilis in duas aut plures ꝓportiões equales: qr minimi numeri in eis nullũ recipiũt mediũ ꝓportionale: cũ sola vnitate distent: ꝛ hoc idẽ probat Jordanus in. 61. noni: ꝛ in hac veritate fundãt musici indiuisionem thoni (que est proportio sonorũ superparticularis) in duo integra semitonia. i. equales ꝓportiones que sint partes thoni: scd dividũt ipsum in duas partes ineq̃les quas vocãt maius ꝛ minus semitonium: silis est ratio de indimidiabilitate diapason q̃ est ꝓportio dupla sonoꝝ. Possent tñ thonus ꝛ diapason dimidiari in ꝓportiones irrationoles de quib⁹ nihil ad musicũ: qui rationibus numeralibus omnia considerat.

Decima conclusio.

Quotlibet numeros in data proportionalitate continua minimos inuenire poterimus: si duos primos suæ originalis proportionis supposuerimus.

Hec apud Jordanũ est sexta sui quarti libri: ꝓ cuius intelligẽtia aliquas suppositiones demonstrationi premittamus: ꝑma est doctrina data in nra arithmetica de inueniendis ꝑmis numeris cuiuslibet ꝓportionis. Scda q etiã in qualibet ꝓportionalitate sunt dabiles ꝑmi ꝛ minimi numeri illius: qui ꝓcedunt ex primis numeris illius ꝓportionis simplicis ex q̃ talis cõponiꝫ ꝓportionalitas: vt si ꝓportionolitas cõponaꝫ ex duplis ꝑmi ei⁹ numeri oriunꝫ ex ꝑmis numeris duple ꝓportiõis q̃ sunt 2. et. 1. si ex sesqualteris ꝑmi duo supponẽdi sũt. 3. et. 2. tc. Tertia suppositio q geometrica ꝓportionalitas cõtinua (de qua sola est hic sermo) potest cõponi ex duab⁹ ꝓportionib⁹ ꝛ trib⁹ teris: vel ex tribus ꝓportionib⁹ ꝛ quattuor teris: ꝛ sic ꝑ̃r maiorando numeros ꝓportionũ ꝛ terioꝝ taliter q numerus teriorũ sola vnitate superet numeros ꝓportionũ: in qualibet igr ꝓportionalitate qlibet cõposita possunt dari ꝑmi ꝛ secũdi ꝛ tertij numeri ꝛ ꝑ̃r alij maiores: vt in proportionalitate cõposita ex duabus duplis ꝑmi teri ꝛ minimi sunt. 4. 2. 1. si ex tribus: ꝑmi teri sunt. 8. 4. 2. 1. In proportionalitate cõposita ex duab⁹ sesqualteris: primi sunt. 4. 6. 9. si ex trib⁹: ꝑmi sunt. 8. 12. 18. 27. tc. sic: q nulli numeri minores aut ꝑores istis possunt tales ꝓportionalitates cõstituere: istis tñ duplatis: triplatis: aut aliter multiplicatis fient alij numeri maiores in eisdẽ ꝓportionalitatib⁹. Nostra itaq; cõclusio intẽdit solos ꝑmos ꝛ minimos numeros cuiuslibet ꝓportionalitatis inquirere: quotcũq; numeros illa ponatur habere: hoc est tres q̃ttuor aut quinq; tc. ꝛ dicit q illi oriuntur ex duob⁹ primis numeris sue originalis ꝓportionis. i. illius ꝓportionis simplicis ex qua talis ꝓportionalitas cõponitur. Modus vero quo isti ex illis eliciuntur ponitur in corrolario dicte sexte cõclusionis a Jordano sic: vnde manifestũ erit ex duoꝝ in aliqua ꝓportione minimorũ ꝑmo in ambos ꝛ scõo inse ductos tres: ꝛ ex eodẽ ꝑmo in illos tres codẽq; secundo in tertiũ: quattuor ꝓrinus enasci illius ꝓportionis minimos q si ꝑmũ hoc pacto in oĩes ducere pergis ꝛ scõm in vltimũ cortiũ: quotquot libuerit inali qua ꝓportione minimos efficies: hec ille: cuius sensus clarus est: q ꝛ suppositis duob⁹ ꝑmis ꝛ minimis teris alicuius ꝓportionis: elicies inde tres minimos ꝓportionalitatis cõposite ex duab⁹ talib⁹ ꝓportionib⁹: multiplicãdo ꝑmũ. i. maiorẽ duorũ ꝑmo in seipsum: scõo in minorẽ: tertio minorẽ in seipsum: ꝛ ꝓducenꝫ inde tres teri cõtinue ꝓportionales. i. facientes duas silles ꝓportiones tales q̃lis erat illa vna ꝓportio ex duob⁹ ꝑmis teris a quib⁹ isti tres orti sunt: ꝛ si velles elicere quattuor terminos ad cõponendũ ꝓportionalitatẽ ex tribus silibus ꝓportiombus: debes multiplicare tres predictos ꝑ duos priores hoc modo: q ꝑmo ducaꝫ ꝑmus duorũ in oẽs illos tres: deinde secundus duoꝝ multiplicetur ꝑ tertium illorũ trium: ꝛ sic fient quattuor teri primi in tali ꝓportionalitate: postea si velles adhuc maiorẽ ꝓportionalitatẽ cõponere: ex q̃ttuor numeris cõstabis q̃nq; ꝛ ex quinq; sex tc. semꝑ multiplicando ꝑmũ duorũ per oĩes precedẽtes: ꝛ scõm duorũ per vltimũ eorũdem: ꝛ semꝑ nu

meri inde ꝓducti sunt ꝑmi ⁊ minimi in illa ꝓportionalitate: quib⁹ duplatis triplatis aut aliter multiplicatis ꝓcedent scōi tertij ⁊ alij in eadē ꝓportionalitate. His suppositis ꝓbatio cōclusionis clara est: si enī qñ idem numerus multiplicat alios duos vel ecōtra ꝓductorū ⁊ multiplicatorū eadem est ꝓportio vt allegauimus in ḋcta p̄cedētis capli: ḡ illi tres numeri ex duorū multiplicatione p̄dicta procreati habēt duas ꝓportiones silles ꝓportioni aliorū duorū: vt si .a.⁊.b. sint duo ꝑmi .c.d.e. tres secūdi: qr .c.⁊.d. ꝓducti sunt ex multiplicatione vnius ꝑ alios duos: scz .a.ꝑ.a.⁊.b. hñt eandē ꝓportionē sicut .a.⁊.b. itē qr .d.⁊.c. ꝓducti sunt ex multiplicatione duorū ꝑ vnū: scz .a.⁊.b.ꝑ.b. habēt eandē ꝓportionē sicut .a.⁊.b.ḡ .c.d.e. hñt duas silles ꝓpōnes illi q̄ est .a.⁊.b. Ꝫo illi tres sint ꝑmi ⁊ minimi in illa ꝓportionalitate: ꝓbat sic: qr enī duo priores erāt in sua ꝓportione ꝑmi ⁊ minimi ac ꝑinde cōtraste ꝑmi: ḡ oēs ex eis in se ꝓducti sunt contra se ꝑmi ex .14. p̄cedētis capli. Quare ꝑ eandē si iterū ex trib⁹ fiant quattuor multiplicatione duorū priorū: etiā illi erūt cōtra se ꝑmi: ⁊ ꝑ quintā p̄cedētis habebūt silles ꝓportiones ꝓdictis: ⁊ sic ꝑ̄r ꝓcedēdo: ḡ tota cōclusio vera. Ex qua ꝓz alia via facilior cōtinuādi plures ꝓportiones supparticulares eiusdē speciei: q̄ erat illa q̄ posuimus in ex̄cise ꝑmi libri nr̄e arithmetice ex Boetio sumptā: ⁊ ad musicas cōtēplationes ꝑ necessariā: ꝑ cōpositione plurium thonorū (que sunt sesquioctaue ꝓportiones) ad cōstituendam ex eis consonātiā. Pro huius tamē cōclusionis clariore intelligentia duas alias super addamus.

Vndecima conclusio.

Cum fuerint plures numeri cōtinuæ proportionales: eorūq; primus mēsus fuerit vltimum: metietur & secūdum: q; si secundū metiri nō posset primus: neq; ipse neq; aliquis aliorum numerabit vltimum.

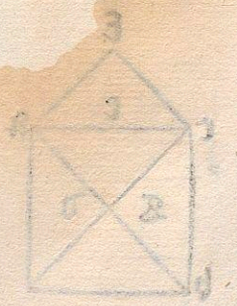
Quāuis hanc ꝓlixe demōstret Jordanus in .13. q̄rti: tamē faciliter hic eam ꝓbare volumus ex p̄cedētibus: nā per octauā huius capli ꝓportio mutiplex neq; cōponit neq; diuidit equaliter nisi proportionibus multiplicib⁹: hoc aūt est mēsurari numerū a numero habere ad ipsum ꝓportionē multiplicē: ⁊ ꝓportio ꝑmi ad vltimū q̄ est multiplex ꝑ casum ꝑ secūdā tertij capli huius cōponit ex ꝓportionibus mediorū tam ad se q̄ ad extrema: q̄ oēs ꝑ casum sunt eq̄les: ḡ tam illa cōposita q̄ alie ex q̄b⁹ cōponitur sunt multiplices: q̄re vera erit cōclusionis ꝑmi pars q; vbi cōcurrūt tres: q̄tuor: aut plures numeri cōtinue ꝓportionales. i. ꝓportiones silles ⁊ equales habētes: atq; ꝓportionē multiplicē extremorū cōponētes ac diuidētes (qr vnū extremorū alterū mēsurat) necesse erit ꝑmi ad scōm vel econuerso esse multiplicē ꝓportionē qō est mēsurare illū: eadem ratio cōuincit de scōo ⁊ tertio: de tertio ⁊ quarto ⁊c. qr oēs sunt silles ꝓportiones. Secūda pars cōclusionis sequitur ad primā ꝑ ꝓpriam ecōtrario. i. inferēdo ex opposito cōsequentis oppositū antis: qō erat ꝑma ps cōclusionis iā demonstrata: si enī ꝑmus nō mēsurat scōm: ibi nō ē ꝓportio multiplex: ḡ neq; inter secūdū ⁊ tertiū: neq; inter tertiū ⁊ quartū: q̄re neq; inter ꝑmū ⁊ vltimū: vñ sequitur q; ꝑmus nō mensurat vltimū: ⁊ silr neq; aliqs aliorū.

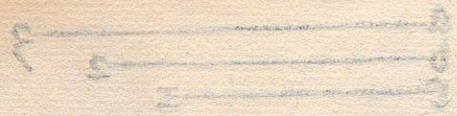
Duodecima conclusio.

Quotlibet numerorum continuæ proportionalium si duo extremi fuerint adseipsos primi: erunt omnes illi in sua proportione minimi: & ædiuerso: si quotlibet numeri cōtinuæ proportionales fuerint in sua proportionalitate minimi: duo eorum extremi erunt contra seipsos primi.

Cōprehēdimus hic quartā ⁊ ḋcta cōclusiones q̄rti libri Jordani: q̄ fundātur in vigesimatertij eiusdē que talis est: qlibet duo numeri adinuicē ꝑmi sunt in sua ꝓportione minimi: ⁊ ꝓbatio eius est facillima ex terīs: qr si nō essent in tali ꝓportione minimi: nō essent cōtra se ꝑmi vt supponitur: ꝓña ꝓz qr cōicarent in ꝑte aliquota alia ab vnitate: scz in illo numero secundū quē minimi illius ꝓportionis mēsurarēt istos nō minimos: qr ꝑ 19. tertij libri: qlibet numeri i sua ꝓportione minimi mēsurāt oēs alios in eadē ꝓportione. s. maior maiorē ⁊ minor minorē equaliter: ⁊ ꝓbatur statim a ꝑmutata proportionalitate ⁊c. Ex his ḡ sic arguitur ad ꝑmā ꝑtē cōclusionis nr̄e: qr si ꝑmus ⁊ vltimus dictorū numerorū sunt ad seipsos ꝑmi ⁊ per cōsequēs minimi in sua ꝓportione: isti mēsurant oēs alios ⁊ non mēsurātur ab alijs in eadē ꝓportione: qr nulli sunt priores aut minores eis: ⁊ qr ꝓportio extremorū cōponitur ex ꝓportionib⁹ mediorū: ḡ etiam medij numeri eorū sunt in suis ꝓportionib⁹ minimi: sic q; in talib⁹ ꝓportionib⁹ a nullis priorib⁹ mēsurātur: ꝓña deducitur tū qr ꝓportio minimorū nō cōponeretur ex ꝓportionib⁹ nō minimorū: tū etiā qr si fingas alios eis minores in talib⁹ ꝓportionibus: arguā ꝑ equā ꝓportionalitatē ad inferēdū vnum manifeste impossibile. s. q; maiores numeri mēsurarent minores essentq; partes eorū aliquote. Secūda pars ex ꝑma sequitur ꝑ cōuersionē: ⁊ item quia si detur oppositū ei⁹. s. q; extremi numeri cōicarent in aliquo numero parte aliquota eorū: sequitur q; in eadē ꝓportione darētur alij numeri minores istis. s. illi secūdū quos illa pars aliquota mēsuraret istos duos extremos: iuxta regulā allegatā si idem numerus duos multiplicet multiplicatorū ⁊ ꝓductoꝝ eadem erit ꝓportio: tunc enī illa pars aliquota ducta in illos duos mensurationis sue produceret istos duos extremos ḋ necessario erunt maiores illis vt pote multiplices ad eos: consequēs illatū est impossibile implicās cōtradictionem: ḡ ⁊ oppositū secūde partis ex quo sequitur erat fal







ſunm: ⁊ ſic manet tota concluſio vera. Sed quia diutius in arithmeticis demõſtrationib⁹ immorati ſumus: ⁊ ex predictis duobus capitulis ſatis elucere poſſunt oĩa que in p̃mo ſubiecte muſice libro demonſtranda p̃ponuntur: ad geometricas ſpeculationes vnde diſceſſimus redeamus.

Capitulum ſeptimum de potentia linearum.

DICTVM eſt de proportionibus magnitudinũ & cõicatione & incõicatione earũ: & potiſſime deſcendendo ad lõgitudines linearũ: nũc dicã aliquid breuiter de linearũ potẽtia reſpectu ſuperficierũ in quas poſſunt: p̃mo qd noĩs exponẽdo. Superficies autẽ inq̃ põt aliqua linea: eſt quadratũ eius: & dicit linea poſſe in ipſam ſuperficiem: quia ex ductu ſui in ſeipſam eam producit.

Prima concluſio.

Equales lineæ in ſuperficies poſſunt æquales: dupla autem inquadruplam: tripla vero in nonocuplam: & vniuerſaliter quodlibet multiplex lineæ date poteſt in multiplicem ſuperficiei date lineæ: denominatam a numero denominãte mutiplex lineæ in ſe ducto.

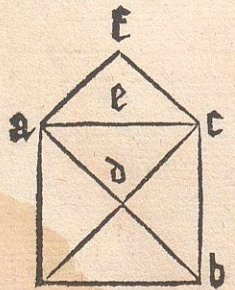
Iſta patet inductiue: linea eñ bipedalis põt in quadruplũ reſpectu linee pedalis: ⁊ linea tripedalis põt in nonocuplũ: ⁊ quadrupedalis in ſedecuplũ: qñ quadratũ pedalis linee eſt tantũ vnius pedis quadrati: quadratũ vero linee bipedalis. 4. pedũ quadratorũ: ⁊ quadratũ linee quadripedalis. 16. ⁊ ſic vlteri⁹: vt apparet ex arithmetica q̃ bis duo ſunt. 4. ter tria ſunt. 9. quater q̃ttuor ſunt. 16. ⁊c. De ꝓportionibus linearũ ſupparticularibus ⁊ ſup partientibus ⁊ alijs gñibus earũ datur hec regula: q̃ lince reducãtur ad numeros minimos talis ꝓportionis ⁊ illi quadrẽtur: ⁊ apparebit ꝓportio quadratorũ: ⁊ ſic proportio ſeſquialtera poteſt in duplam ſeſquiquartã: q̃ ſic ſe habent quadrata binarij ⁊ ternarij: ⁊ ſic de alijs.

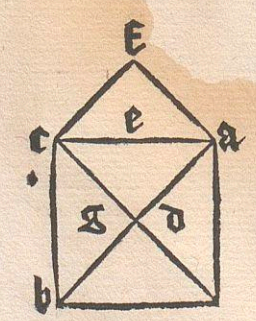
Secunda concluſio.

Lineæ quarũ vna poteſt in duplũ reſpectu alteri⁹ ſunt ſicut diameter & coſta.

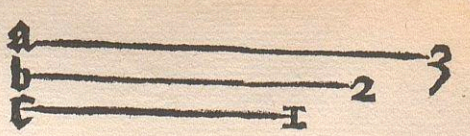
Iſta patet ex ſcõo libro capło. 3. de q̃drãgulis ꝓpoſitione q̃rta: ex qua ptz quod diameter eſt aſſimeter coſte: ⁊ eſt alia oſtẽſio ab illa q̃ dixi in capło. 4. p̃cedente: ſi eñ diameter ⁊ coſta eſſent ſimetra haberent ſe vtiq̃ ſicut numerus ad numerũ ex ſecũda capli q̃rti huius: ꝯ ⁊ quadrata eorũ haberen ſe ſicut quadrata numerorũ: ſed hoc eſt impoſſibile qñ ꝓportio dupla que eſt iſtorũ: impoſſibile eſt q̃ ſit quozũciq̃ duorum quadratorum numerorum. Ad confirmationem autẽ huius ſententie apponam ſeptimam concluſionem decimi libri ipſius Euclidis talem.

Omniũ duarũ ſupficierũ quadratarũ quarũ latera in lõgitudine cõicãt: ẽ proportio alterius ad alterã tanq̃ ꝓportio numeri q̃drati ad numerũ quadratũ. Si vero fuerit ꝓportio ſupficiei quadratæ ad ſuperficiem quadratã tanq̃ proportio numeri quadrati ad numerum quadratũ: erunt latera earum in longitudine cõmunicãtia: q̃ ſi non: erit oppoſitum.





Ex iſta ptz intẽtũ nã ꝓportio ſupficiei q̃drate diametri ad ſupficiem q̃dratã coſte nõ eſt ſicut ꝓportio nũeri q̃drati ad numerũ q̃dratũ: igr latera taliũ q̃dratorũ ſcz coſta ⁊ diameter erũt in lõgitudine incõmenſurabilia. Ad cõfirmandũ autẽ hãc ſententiã de diametro ⁊ coſta inducit cãpanus decimo geometrie cõmento ſeptimo p̃nam q̃ facit Ariſtoteles p̃mo priorũ: ſcz qõ ſi diameter eſſet ſimeter ideſt cõmẽſurabilis coſte: erit numerus impar eq̃lis numero pari qõ ſic ptz: ſi eñ diameter eſt cõmẽſurabilis coſt: erit igr ꝓportio diametri. a. b. ad. a. c. coſtã ſicut ꝓportio alicui⁹ numeri ad aliquẽ numerũ: vt ptz ex ſcõa precedẽtis capli q̃rti ⁊ ex diffinitione cõicãtium q̃titatũ: ⁊ ſint dati numeri. d. et. e. et ſin iſti numeri ſecũdũ ſuã ꝓportionem minimi: ꝯ nõ erit vterq̃ eorũ par ſed vnus par ⁊ alter impar: alioq̃n numeraret eos binarius ⁊ p q̃ñs nõ eſſent ſcõm illã ꝓportionẽ minimi q̃ nõ cõtra ſe p̃mi: ſit igitur impar. d. maior: ꝯ quadratũ eius erit impar neceſſario: q̃ quadratũ oĩs numeri imparis eſt impar: vt docet arithmetica: q̃ ſi impares numeri impiter acceruenẽ: vt fit in q̃libet q̃drato numeri impis: cõpoſit⁹ neceſſario erit impar: ſz p p̃miſſam imediate que eſt ſeptima decimi Euclidis q̃dratũ. a. b. ad quadratũ. a. c. eſt tãq̃ ꝓportio q̃drati. d. ad q̃dratũ. e. et ecõuerſo: igr cũ q̃dratũ. a. b. ſit duplũ ad q̃dratũ. a. c. vt prehabitũ eſt: ꝯ q̃dratũ. d. erit duplũ ad q̃dratũ e. ſed cõſtat q̃ ad quadratũ. e. eſt aliquis numerus par duplus qõ ptz duplicãdo ipſum: igr cũ q̃dratum. d. ex ypp̃oteſi ſit numerus ipar ſeq̃tur q̃ numerus par ⁊ numerus impar erunt eque multiptices reſpectu eiuſdẽ numeri: ⁊ ita erunt eq̃les p quintã tertij capli. Si vero. c. eſt minor ⁊ impar diuidatur. a. b. in duas medietates ducta. g.



e.linea: pficiaturq; quadratū ductus lineis.a.f.et.c.f.si igf ꝓportio.a.b.ad.a.c.est tanꝫ ꝓportio.5. ad.e.igf cōuersa ꝓportione.a.c.ad.a.b.est tanꝫ ꝓportio.c.ad.d.igf ꝓportio.a.c.ad medietatē.a.b. puta ad.a.g.est tanꝫ ꝓportio.c.ad medietatē.d.igf ꝓportio quadrati a.c.ad quadratū.a.g.est sicut ꝓportio quadrati.e.ad medietatē quadrati.d.igf vt prius q̄dratum.e.erit duplū ad quadratum medietatis.d.sed cōstat qō ad quadratū medietatis.d.fit alqs numerus par duplus: g̃ cū quadratū.e sit minus ꝛ impar: erūt numerus par ꝛ impar eandē habētes ꝓportionem ad eundē numerū ꝛ p cō sequens erūt equales sicut prius: g̃ numerus ipar erit p te equalis numero pari: qō palā est impossibile: ergo antecedens ex quo sequitur erat falsum: scz diametrum esse sue coste assimetrum.

Tertia conclusio.

Si fuerint tres lineæ continuæ ꝓportionales: secūda tanto potentior est prima: q̄ta est proportio tertiæ ad primā. Ex quo manifestū est q̄ linea ꝓportionaliter media inter diametrū & costam est incōmensurabilis vtriq; in lōgitudine simul & in potentia.

Ista conclusio capit vnā partem euidentie a p̄ma huius capli ꝛ aliā a scōa: a p̄ma em̄ capit euidentiā p:o q̄titatibus cōicantibus: accipiant em̄ tres linee: scz pedalis: bipedalis: quadripedalis q̄ sint continue ꝓportionales scōm ꝓportionem duplā cōstat em̄ q̄ tertia est q̄drupla ad p̄mā: secūda aūt que est dupla ad ipsam pōt in q̄druplū respectu eius qō pōt illa p̄ma vt dicit p̄ma ꝓpositio capli hui9: quare tanto potētior est secūda sup primā q̄ta est ꝓportio tertie ad p̄mā. Ex secūda aūt accipit euidentiā p:o incōmēsurabilib9: accipam em̄ tres lineas quarū secūda se habet ad p̄mā sicut diameter ad costā ꝛ similiter tertia ad secundā sicut diameter ad costam: constat qō tertia est dupla ad p̄mam ex tertia quarti capli: cōstat etiā q̄ q̄dratū secūde est duplū ad quadratū p̄me: ex secūda p̄sentis capli quare etiā in istis tanto potentior est secūda sup primā q̄ta est ꝓportio tertie ad primā. Corrolarium ptz ex diffinitione linee incōmensurabilis in longitudine ꝛ potentia.

Quarta conclusio.

Si fuerint tres lineæ continuæ ꝓportionales: quod fit ex ductu primæ in tertiam æquum est quadrato mediæ.

Ista ex arithmetica sufficientē habet euidentiā in q̄titatibus cōicantibus: nā sic est vniuersaliter verū in numeris cōtinue ꝓportionalib9 quod illud q̄ ꝓuenit ex ductu minoris numeri in maximū equū est quadrato medij numeri: vt ꝓbatū est supra capō. 5. huius cōclusione. 5. Verbigra. 2. 4. 8. sūt proportionalia continue scōm ꝓportionē duplā constat q̄ bis. 8. et q̄ter. 4. idem faciunt: sed q̄titates cōmunicantes habent se sicut numeri igitur similiter erit in illis: quare in q̄titatibus incōmunicantibus erit idem modus q: eadem est potentia in istis ꝛ in illis.

Quinta conclusio.

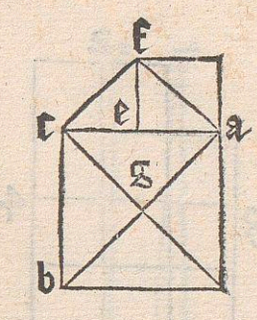
Si fuerint quattuor q̄titates ꝓportionabiles continæ: q̄ fit ex ductu primi in quartum æquum est ei rectangulo quod fit ex ductu secundi in tertium

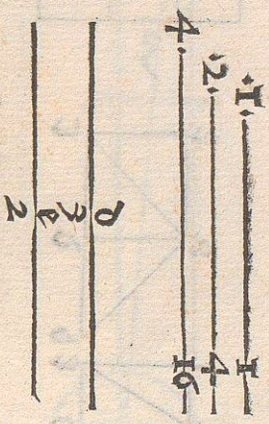
Et voco rectangulū figurā altera pte longiorē que cōinet sub duab9 lineis medijs in se ductis. Ista patet similiter in numeris vt. 2. 4. 8. 16. nam quater. 8. et bis. 16. idē faciunt: ergo vera est cōclusio in q̄titatibus cōmunicantibus: g̃ ꝛ in alijs nam in eis eadem ratio est.

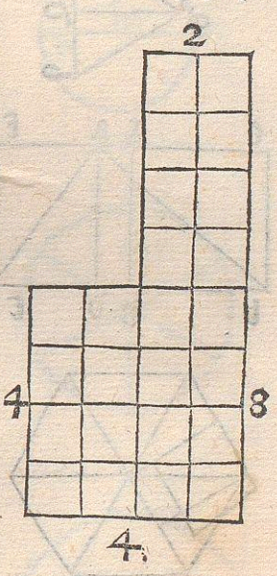
Capitulum octauum de quadraturis.

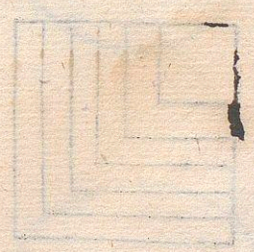
POST prædicta decens est tāgere aliqua de q̄draturis. Est em̄ aliq̄ figurā quadrare aream quadratā inuenire sibi æqualē. Causa aut̄ in quadraturis est ista: q̄ figura quadrata est certioris mensuræ q̄ quecunq; alia figura: cū em̄ habes q̄ superficies data est duorum pedū quadratorū vel. 4. aut secūdū alium numerū: iam certificatus es de mē sura q̄titatis ei9 certitudine vltima: ꝓpter qđ geometræ interest tractare de reductione aliarū figuraꝝ ad hanc: quare geometræ antiquí oēs alias propter sui varietatē in eam reducere cōsueuerūt & nō istā in alias. Ponā ergo aliquas cōclusiones paucas de quadraturis: & incipiam a superficiebus similioribus quadratis: & deducam cōsiderationem vsq; ad circulos: & sit prima cōclusio de figura altera parte longiore quæ est quadrato similior.

Prima conclusio.









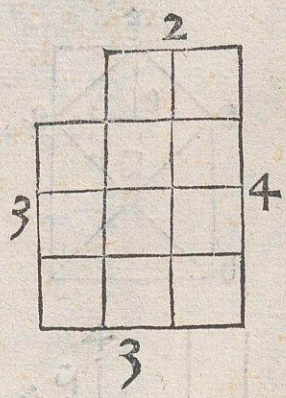


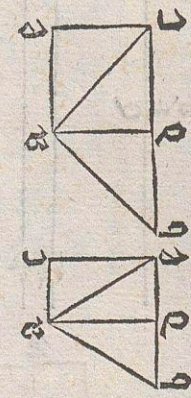
Figura altera parte longior per midiæ rei inuẽtionem: & eius ductum in seipsam in quadratum reducitur.

Medie rei inuentionẽ accipies ex quarto capl'o huius libri propositione quarta: sed ex quarta capli precedẽtis habes q̃ quadratũ in qõ põt aliqua linea media est altera parte lõgioꝛi date equale. Hec ostensio est vlis ꝛ geometrica cui attestat arithmetica: qm̃ si fuerit vnum latus altera parte longioꝛis duoꝛũ pedũ ꝛ aliud. 8. erit tota area. 16. pedum quadratoꝛũ: q̃ si quadrare velis accipias vnum latus quattuoꝛ pedũ ꝛ ipsum in se ducas ꝛ habebis superficiem quadratã cuius area est. 16. pedũ: ꝛ huiꝰ demõstrationis mẽtionem habes secundo de aĩa ꝛ tertio methaphisice vbi philosophus hanc quadraturam medie rei inuentionẽ vocat: qm̃ medie linee inuentione habetur quesitum.

Secunda conclusio.

Area trianguli æquilateri vel ysochelis æqua est tetragono contẽto sub duabus lineis: quarũ vna est medietas basis: altera vero linea diuidens basim angulũq̃ basi oppositum & totum triangulum per medium in se ductis.

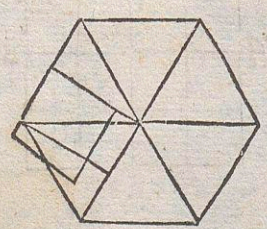
Hsta manifesta est statim ex scda cõclusione capli de triangulis: sit em̃ triangulus eqlaterus vel ysochceles. a. b. c. ꝛ nõ est dfia nisi quod in triangulo eqlatero qõlz latus in distincte põt esse basis in ysochelevero latus inequalitatis erit basis: ꝛ ducat linea. d. a. diuidens p medium basim. b. c. ꝛ angulũ a. ꝛ totũ triangulũ. a. b. c. oia em̃ hec diuidit: dico tunc qõ area trianguli eqlis est tetragonismo cõtento sub lineis. a. d. ꝛ. d. c. in se ductis: ducat em̃ vna linea in aliam ꝛ erit tetragonismus. a. e. d. c. q̃ diuisus est in duos triangulos eqles p lineã diagonalẽ. a. c. ꝛ erũt in tota figura tres trianguli partiales ꝛ inter se equales sicut deductũ est euidẽter in capl'o ysoperimetroꝛũ cõclusione secũda: quare cũ duo istoꝛũ sint oẽs partes trianguli prefati: ꝛ duo illoꝛũ sunt oĩes ptes tetragoni memorati: manifestũ ẽ q̃ trigonus iste ꝛ tetragonus ille eqles habeant areas qõ erat ostẽdẽdũ: ꝛ hoc modo triangulus in formã tetragonismi altera parte lõgioꝛis reduct9 est: quẽ si vlterius q̃drare libuerit artificio precedẽtis propositionis de medie rei inuentione vtendum est.



Tertia conclusio.

Area trianguli oĩm laterum inequalium æqualis est medietati tetragoni contenti sub duabus lineis: quarũ vna est latus maximũ eiusdem trianguli: altera vero est a maximo angulo eius super maximum latus eiusdem trianguli perpendiculariter veniens in se ductis.

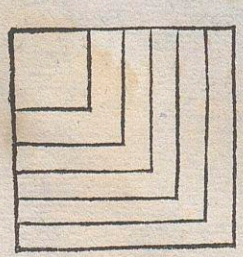
Verbigꝛa: sit triangulus gradatus. a. b. c. in quo maximus angulus sit. a. ꝛ maximũ latus p põs sit linea. b. c. ꝛ oppositã angulo maioꝛi: tunc ab angulo. a. ducat linea. a. d. ppendiculariter sup latus. b c. dico tũc q̃ medietas tetragoni sub duabus his lineis cõtenti est equalis aree trianguli: ꝛ ecõuerso. Ducã em̃. b. c. equalẽ ꝛ eque distãtẽ. a. d. sliter ducã. f. c. ꝛ pficiam paralelogramũ. e. b. c. f. quod cõtinetur sub duabus lineis: scz. e. b. que est eqlis. a. d. ꝛ. b. c. que est maximũ lat9 trianguli predicti: tunc ergo erit hoc paralelogramũ diuisum in duo paralelograma p lineam. a. d. ꝛ quodlibet paralelogramũ diuisum in duos triangulos equales p lineas diagonales: quarũ vna est. a. b. ꝛ alia. a. c. sed ex penultima capli de triangulis est manifestũ duos triangulos iuxta lineam diagonalem. a. b. acceptos equales esse inter se: sliter ꝛ alios duos iuxta lineã diagonalẽ. a. c. sed duo illoꝛũ trianguloꝛũ hoc modo equaliũ sunt oĩes partes trianguli principalis. a. b. c. ꝛ sunt medietates totius tetragoni. e. b. c. f. quare totus triangulus. a. b. c. erit medietates ciusdẽ tetragoni: diuidã q̃ hunc tetragonũ in duos tetragonos equales per lineaz. g. h. ꝛ erit trigonus tetragonizat9: ꝛ tunc habita medie rei inuẽtione p primam huius capli erit trigonus predictus quadratus qõ doceri debuit: ꝛ sic apparet propositio.



Quarta cõclusio generalis.

Omne poligonium per resolutiones factas in triangulos: & per quadraturas factas ipsorum triangulorum: & demũ per circunscriptiones gnomonicas in formam quadrati reduci possibile est.

De quadratura cuiuslibet poligonij in speciali tractare nimis longũ foret ꝛ difficile: ꝛ ideo eligenda est via i pauciꝰ. De modo aũt resouẽdi poligonia oĩa in triangulos habes ꝓpositionẽ sextã q̃rti capli p̃mi libri. De modo autem quadrandi triangulũ secundũ suas species habes in hoc capl'o. De modo autẽ circũscribendi quadrata sibimet gnomonice habes ꝓpositionem vltimam capli de quadrangulis: manifestũ est q̃ per ista media oĩe poligonium posse quadrari: quare ptz intentum.



Quinta conclusio de quadratura circuli.

Area cuiuslibet circuli æqualis est tetragonismo sub medietate circunferentiæ: & medietate diametri contento.

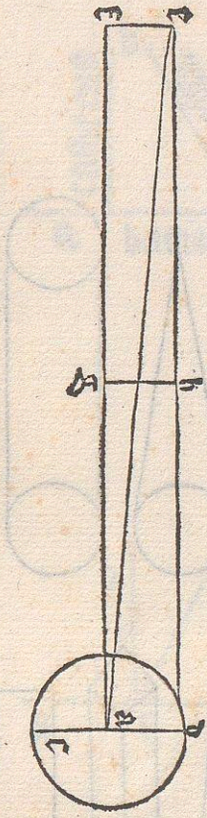
Suppono vnã ꝓpositionẽ archimenidis de mẽsura circuli: ⁊ erit mihi petitio: qm̃ eam demonstrare
reꝙreret maiorẽ tractatũ ꝙ̃ sit istud capl̃m: ⁊ est ista ꝓpositio. Dis circulus triangulo orthogonio est
equalis: cuius vnũ duorũ laterum rectũ angulũ cõtinẽtium est semidiameter circuli: ⁊ latus alterum
equatur linee cõtinenti circulũ. Est aũt ꝓportio linee cõtinentis circulũ ad diametrũ tripla sesꝙseptima: ita ꝙ circunferẽtia cõtinet ter diametrũ ⁊ septimã partẽ eius vltra hoc: vt habetur ab eodem archimenidie in predicto libello: verbigratia in circulo. a. b. c. sit. a. c. diameter cuiꝰ semidiameter sit. a.
d. ⁊ a puncto. d. ducatur orthogonaliter linea. d. e. vsꝙ ad equalitatẽ circunferẽtie circuli: ⁊ ducatur linea. a. e. perficiens triangulũ. a. d. e. est ꝙ tũc intẽtio archimenidis ꝙ triangulus. a. d. e. est equalis circulo ⁊ hoc demõstrat certissime: ex quo ptz intentũ: ⁊ ducaꝯ linea. a. f. equedistãter. d. e. ⁊ ducaꝯ linea.
f. e. equc distãter. a. d. tetragonisimũ pficiens: habes igiꝯ paralellogramũ scz. f. a. d. e. diuisum in duos
triangulos ꝓ lineam diagonalẽ. a. e. sed illi duo triangli sunt equales ꝓ vltimã de triangulis: ⁊ circulus est vni eorũ equalis ꝓ ꝓpositionẽ archimenidis: ꝙ circulus est equalis medietati illius tetragoni: diuidatur igiꝯ illud tetragonũ in duos tetragonos equales ꝓ lineam. g. h. ⁊ erit circulus alterutri eorum equalis: sed quilibet eorũ tetragonismorũ cõtinetur sub medietate circunferentie ⁊ medietate diametri: ꝙ circulus est equalis tetragono sub semicircunferentia ⁊ semidiametro contento: si ꝙ quadretur tetragonus ille erit circulus quadratꝰ. Et hec de quadraturis sufficiant. Aristoteles vero. 2. priorũ capl̃o de inductione sumit tale argumentũ qõ circulus quadrari possit sic: omne equale figure rectilinee quadrari potest: sꝫ ois circulus est equalis alicui figure rectilinee: igiꝯ ⁊c. maior ptz ois figura rectilinea quadrari põt: vt docet in ꝑmis. 4. demõstrationibꝰ huius capl̃i: minor habetur per sentẽtiam archimenidis: ⁊ sic videt hoc totum capl̃m tendere ad hanc cõclusionem ꝙ circulus quadrari possit. Aliam ꝓbationem minoris tangit Aristoteles per portiones lunulares: ꝙ tamẽ reputat in alijs locis sue philosophie insufficientẽ: ⁊ ideo de ea non curo ad ꝓsens. Si tñ bene oia dicta archimenidis pensetur sua etiã ꝓbatio ẽ insufficiẽs: vt infra in libello de q̃dratura circuli dicemus.

Liber quartus de figuris solidis seu de corporibus: habet sex capitula.

Capitulum primũ de diffinitionibus & diuisionibus corporum.



VARTA HVIVS operis particula est circa dispositiões solidorũ corporꝫ: & hic etiam a diffinitionibꝰ est inchoandũ. Dico ergo corpus illud oñe quod habet lõgitudinẽ latitudinem & ꝓfunditatẽ: mensuraturꝙ tribus diametris intersecãtibus sese orthogonaliter in eodẽ pũcto. Oñe aũt corpꝰ aut vna superficie au pluribꝰ supficiebus terminari necesse est. Corpora aũt vna supficie terminata sunt q̃ dicunt rotunda. Oñe autẽ rotũdũ aut habet oẽs lineas a cõi puncto ductas ad circũferẽtiam æquales aut nõ: si primo modo est corpus quod vocaꝯ sphera: vnde sphera est corpus rotũdũ cuius oẽs diametri sunt æquales. Si autẽ nõ habet oñes lineas a cõi pũcto ductas æquales: tũc etiã diametri nõ sunt æquales: aut ergo axis est lõgior ceteris diametris aut nõ: si primo modo est corpus ouale quod habet figuram ouí: si secũdo modo sic est corpus lenticulare. s. corpus quod lẽticula dicitur: & exem habet breuiorẽ. Item corporum multis superficiebus cẽtentorum: alia rotundis: alia angularibꝰ supficiebus cõtenta sunt. Rotũdarũ autẽ supficierũ corpora: alia quidẽ ꝓ totã lõgitudinẽ corpulẽtiam habẽt æqualem: alia nõ: primo modo colũpnæ rotũndæ siue chilindri vocanꝯ: q̃ autẽ regulariter minorata treminanꝯ ad conũ: piramides rotũdæ siue coni appellanꝯ. Existis patet quomodo p̃dictis corporibus applicanꝯ diffinitiones quas Euclides ponit. 11. lib. geometriæ. s. quod sphera est trãsitꝰ archus circũferẽtiæ dimidii circuli: & piramis ẽ trãsitꝰ trianguli rectãguli: & colũpna ẽ trãsitꝰ paralellogrami recti anguli: & eodẽmõ põt diffiniri lẽticulare & ouale: ꝙ corpꝰ ouale est trãsitꝰ portionis semicirculo minoris corda existẽte fixa: lẽticulare est trãsitꝰ portionis semicirculo maioris supercordã fixam minorẽ diametro circuli.





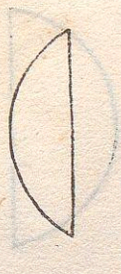




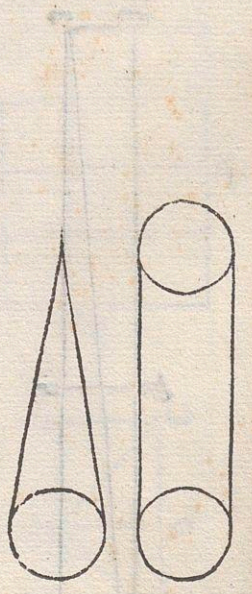


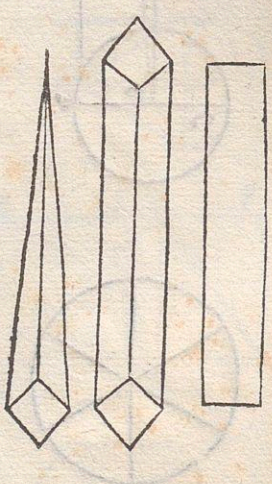


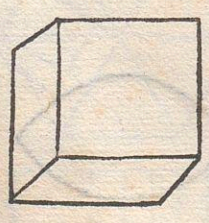


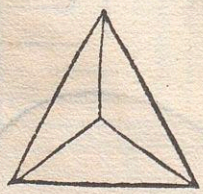




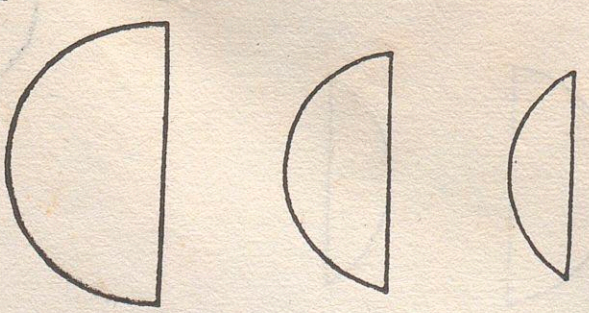




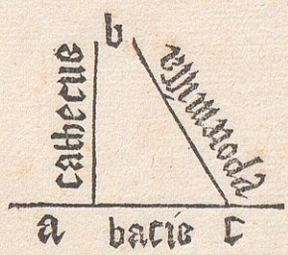




Corporum autē habētium multitudinē ſuperficierū & angulorum: quæ dicunt conica ꝓpter angulos & conos quos habēt: quedā habēt æqualem groſſiciem ſecundū totā longitudinē: & dicuntur colūpnæ lateratæ: quedā autē vniformiter minorata ad conum terminant: & dicuntur piramides laterate. Præter colūpnas autē & piramides eſt tertium genus conicorū corporū in quo repponūtur corpora. 5. regularia ænumerata in principio p̄mi libri huiꝰ & de q̄bus infra. ſ. tetracedron: exacedron: octocedron: duodecedron: ycocedron: q̄ q̄ tetracedron ad piramides & exacedron ad colūpnas reducantur. Denominatur autē tam colūpna laterata q̄ piramis a multitudine ſuperficierum ſiue laterū in ſurſum ærectarū baſi circūſcripta: vt dicātur piramides trilateræ quæ habēt tres ſuperficies laterales: & quadrilateræ quæ habēt. 4. &c. Siliter colūpna dici poteſt trilatera quadrilatera & multilatera ſecundū numerū ſuperficierū lateralium: nō cōnumerādo baſim in piramidæ nec duas ſupficies terminales in colūpna. Columpna autē poteſt ſubdiuidi in corpus ſerratile & ſolidū paralellogramū & alia multilatera corpora: vt dicatur corpus ſerratile colūpna trilatera: ſolidū autē paralellogranum colūpna quadrilatera: alia autē ſunt ſicut colūpna pentilatera & eptilatera &c. Sunt autē corpus ſerratile & ſolidū paralellogramū in geometria magis vſitata: quapropter primo de eis inſiſtendū eſt. Corpus ſerratile dicit quod. 5. ſuperficieb⁹: quarū. 3. ſunt paralellogramæ & duæ triangulæ cōtinet: & ſi quidē fuerit baſis eius vna ſuperficierū triangularium colūpnæ habet ſimilitudinē: ſi autem ſtatuatur ſuper vnā ſupficierū paralellogramarū tunc cōuenit ei figura domus ſiue tecti iuxta adapatiōnē cāpani. Solidū paralellogramū dicit quod continetur. 6. ſuperficiebus paralellogramis æque diſtantibus: & in multas ſpecies diuidit vt i colūpnam cubū aſerem laterculū & corpus cuneum: quæ noia in arithmetica ad numeros tranſumūtur. Oīa autē corpora conica hñt angulos corporeos ſiue ſolidos ſicut ſuperficies planæ poligoniæ hñt angulos planos Angulus corporeus ſiue ſolidus ē quē cōtinēt anguli plani plures q̄ duo: q nō in vna ſupficiæ ſiti ad pūctū vnū angularē cōueniūt: & dico plures q̄ duo quia pauciores eſſe nō poſſunt trib⁹ anguli plani q angulū ſolidū cōtinere debeant: ſi autē queras multitudinē maiorē angulorū planorū: dico q in minus ſtatur ad. 3. in maius nō eſt ſtatus: quia nō tot poſſunt eē quin plures poſſint angulum ſolidum cōtinere: & ideo in talibus eſt proceſſus in infinitum: quod autem poſtea dicitur nō in vna ſuperficiæ ſiti: per hoc accipiendum eſt q mutua applicatio talium angulorum planorum ſit non directa: conformiter ad illud quod ſupra dictum eſt in diffinitione anguli plani. Terminant autē ſolida ad ſuperficies: ſuperficierum autē illa ſup q̄ erigit figura ſolida baſis vocatur: quæ autē in ſublimi erigunt latera appellant. In piramidæ aūt pūctus oppoſitꝰ baſi in quē terminat figuræ groſſities vertex vel conus appellat. Accidit aūt in pluribus & maxime in corporib⁹ regularibus q q̄libet ſupficies ſit æqualiter apta nata eſſe baſis: ꝓpter quod talia corpora figuræ multaꝝ baſium vocant: & ideo iā inoleuit modus vt ycocedron dicat figura. 20. baſiū: & cōformiter de aliis corporib⁹ regularib⁹: cū tamē



quodlibet tale corpus de facto tantū vnā ſupficiem ſuper q̄ ſtatuitur habet ſolum pro baſi. Et quēadmodum ſolida terminātur ad ſuperficies: ſic ſuperficies terminantur ad lineas: quæ lineæ ſimiliter terminantur ad pūcta. Et diuiduntur: linearū enim quædā tota iacet in plano & vocatur baſis: alia vero in ſublimi ærecta: & ſubdiuiditur harū enim quædam eſt quæ ærigit perpēdiculariter: & vocat cathecus: alia vero ad angulos cōſurgit inequales & vocatur ypotemiſſa: & hoc imaginari poteſt in trigono orthogonio habēte in plano baſim: & duo latera in aere æleuata: vnde verſus. Linea protracta baſis eſt: ærecta cathecus. Extenditur ad metas ypotemiſſa duas.

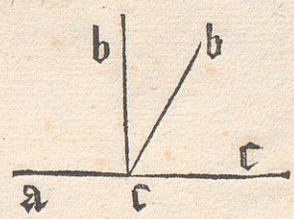


Capitulum ſecundū de lineis in comparatione ad corpora.

Prima concluſio.



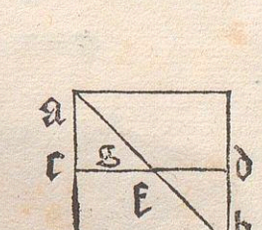
IS NOTATIS ponendæ ſunt cōcluſiones & incipiam a lineis ſecundū q̄ linearū cōſideratio ad hāc partem pertinet: ſit ergo hæc cōcluſio prima iuxta diuiſionē de lineis. Lineā rectā partim eē in plano & partim ſublimi eſt impoſſibile. Quod ſi poſſibile eſt: ponatur q̄ linea ſit recta. a. b. cuius pars iaceat in plano ⁊ ſit. a. c. pars vero ypotemiſſaliter ſurgat ſcz. b. c. q̄ autē perpendiculariter ſurgat nimis eſſet alienū a ratione: ſi g̃ ei partiali linee que in plano iacet puta. a. c. alia linea in eodē plano directe addiciatur ex eadem parte ex qua alia partialis cōſurgit puta. c. d. erunt vni ⁊ eidē linee ſcz. a. c. due alie linee diuerſe penitus ex eadē parte adiecte directe quod eſt impoſſibile. Item ex hoc ſequit oppoſitū petitionis quinte: qm̃ conſtat q̄ ex. b. in. a. poteſt duci recta que nō tranſeat per punctū. c. ſi ergo. b. c. a. ſit linea recta: g̃ duc linee recte ſupficiem clauderent. Ex iſta ſumūt aliqui argumentū p̄ indiuiſibilibus. i. ad p̄bandū pūcta indiuiſibilia eſſe realiter in natura: nā ſit. a. b. planum cui inſiſtat linea. c. d. ſiue perpendiculariter ſiue ypotemiſſaliter: tunc arguo ſic: impoſſibile eſt. c. d. lineam habere partē in plano cū ſit in ſublimi erecta p̄ preſens theozema ſed aliq̄d ipſius. c. d. eſt in plano q̄ tangit planum ⁊ non niſi ſecundū aliquid ſui: igitur eſt dare aliquid linee. c. d. q̄ non eſt pars eius: hoc autē nō eſt niſi indiuiſibile: g̃ indiuiſibile eſt dādū. Sz aliſ dicerent q̄ linea erecta tangit planū in infima ſui parte: ſed non primo q̄ non ſecūdum totam illā partem: ⁊ hoc eſt tangere indiuiſibiliter ſed non in aliquo indiuiſibili.



Secunda concluſio.

Omnium duaū linearum ſe inuicem ſeccātium cōmunis ſectio eſt punctus.

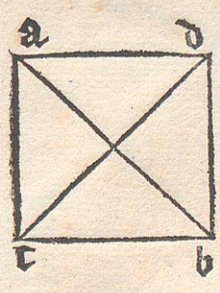
Iſta ptz ex premiſſa per cōſequētiam ecōtrario: qm̃ ex oppoſito iſtius ſequitur oppoſitū illius: ſit enī linea. c. d. interſecans aliam lineam oblique. a. b. que eſt diameter in quadrato: ſi tangit eam in plus q̄ in puncto (ſicut dicunt quidā ponentes cōtinuum cōponi ex indiuiſibilibus: ⁊ cū hoc ſaluare volentes q̄ plura ſunt puncta in diametro q̄ in coſta cū longior ſit diameter coſta: q̄ aliter ſaluari nō poteſt niſi ponendo q̄ linea que tāgit vnū punctum in coſta tangit plura puncta in diametro) ſi inquā cōmunis ſectio iſtarū linearū ſit plus q̄ punctus tunc. c. d. ſit planum ⁊. a. f. ſit linea erecta in ſublimi ⁊. f. g. ſit ſectio cōis: g̃ cū. f. g. ſit portio linee erecte: ſequitur neceſſario iſtius recte linee q̄ eſt erecta eſſe partem in plano puta. g. f. partim in ſublimi puta. g. a quod eſt oppoſitum concluſionis premiſſe.



Tertia concluſio.

Omnes duæ lineæ rectæ ſe interſecantes in eadem ſuperficie ſite ſunt.

Iſtam p̄bo ſic: aut enī tales due linee que ſe interſecant iacēt ſuper planum: ⁊ ſic habetur propoſitū qm̃ in eadē extēta ſuperficie ſite ſunt: aut vna iacet in panlo ⁊ reliqua in ſublimi erecta eſt vel vtraq; in ſublimi erecta eſt: ⁊ ſiue ſic ſiue ſic copulabo terios earundē adinuicē p q̄ttuor lineas rectas: vt ſi ſit vna earum. a. b. altera. c. d. copulabo. a cum. c. per lineam. a. c. ⁊ ſic de alijs etitq; ſuperficies quadrangularis. a. b. c. d. in qua ſite ſunt linee. a. b. ⁊. c. d. quod fuit probandum.



Quarta concluſio.

Vnam & eandē lineam numero in diuerſis ſupficieb⁹ ſitam eſſe poſſibile eſt.

Hec ptz per premiſſam: iaceant enim due linee. a. b. ⁊. c. d. ſite in plano ⁊. a. cōmuni earum ſectione ducatur cathecus ſurſum ⁊ deorſum ſecans vtramq; lineam in ſuperficie plana ⁊ ſit. e. f. conſtat q̄. e. f. linea eſt in eadem ſuperficie cum. a. b. ⁊ eſt in eadem ſuperficie cum. c. d. ex eo quod ſecat vtramq; lineam per premiſſam: quare vna ⁊ eadem linea eſt in diuerſis ſuperficiebus.



Quinta conclusio.

Si superficies superficiem seccet: cōmunis sectio erit linea.

Ista ptz per premissam: q̄ eñ vna ⁊ eadē linea sit in diuersis superficiebus hoc specialiter nō contingit nisi in tali casu qñ superficies seccat supficiem: ex eo eñ linea est in diuersis supficiebus: q̄ iste superficies seccant se sup illā lineam. Et iste cōclusiones sufficiant per quas deuentum est a punctis ad lineas: ⁊ per lineas ad superficies: ⁊ p supficies ad solida: de solidis igitur cōsequenter dicamus.

Capitulum tertium de angulis solidis.

Ptima conclusio.

PRINCIPIA autem solidorum vidētur esse anguli solidi: accepta autē eorum prius data diffinitione sit prima cōclusio. Si tres anguli superficiales angulū solidū cōtineāt: illoz̄ quilibet duo pariter accepti reliq̄ sunt maiores. Ex q̄ manifestū est q̄ inpiramide laterata anguli laterales q̄ basim cōtingūt angulis ipsius basis sunt maiores.

Ista ptz ex clausula petitioni p̄me adiuncta qō rectū est breuissimū: sic vt inter eosdem terminos linea recta sit breuior q̄ linea curua vel fracta: similiter inter easdem lineas supficies recte extensa est breuior curua superficie vel fracta: ⁊ voco fracturā supficiei vel linee qñ due linee vl' supficies sibi inuicem applicate sunt nō directe: hoc supposito accipio angulū solidū trib⁹ angulis supficialibus cōtētū q̄ sit a ⁊ accipio angulū superficialē qui sit maximus illoz̄ trium iste terminat ad duas lineas cōcurrentes in pficto a reliqui etiā duo anguli superficiales terminant ad easdē duas lineas: quare manifestum est q̄ iste due superficies simul sumpte sunt quasi vna supficies curua vel fracta: nō eñ rectā habet ꝓtensionē: illa vero vna recte ꝓtendit ad eosdē terios vlz ad easdē lineas: quare si rectum est breuius obliquo vel curuo vel fracto sibi cōterminali: sequitur quod angulus quē inter eas accepimus est minor duobus alijs angulis: ⁊ ita quicūq̄ duo pariter accepti reliquo maiores erunt. Correlarium ptz statim qñ anguli laterales attingētes basim cū angulis basis cōstituunt angulos solidos duobus angulis laterabilibus semp attingentibus vnū angulum ex angulis basis. Ex quo manifestum est qō omnes isti superficiales simul sunt maiores omnibus illis qui sunt basis.

Secunda conclusio.

Omnes anguli laterales cuiuscūq̄ piramidis laterate valent tantum q̄tum omnes anguli basis & vltra hoc quattuor rectos præcisæ.

Ex sexta ꝓpositione capli de lineis in primo libro huius habes quod omnes anguli basis tot rectis sunt equales quot sunt ipsi duplicati dēptis q̄ttuor. Cōstat aūt qō oñes anguli laterales piramidis tot rectis sunt equales quot sūt anguli basis duplicati: p quolibet eñ angulo basis habes triangulū vnū lateralē: nā quot sunt anguli basis tot sunt trianguli laterales: ⁊ quilibet triangulus valet duos rectos angulos: ḡ sequitur q̄ anguli laterales valent plus q̄ anguli basis ⁊ excedūt eos in quattuor rectis quod est ꝓpositum mei theorematis.

Tertia conclusio.

Omnis augulus solidus quattuor rectis minor est necessario.

Dicitur aūt angulus solidus tantus esse q̄ti sunt oñes anguli plani ipsum cōtinentes: qō autē oñes illi anguli plani minus valēt quattuor rectis etiā si essent millesies mille: sequitur euidēter ex duabus propositionib⁹ premissis: statuatur nāq̄ piramis multilatera ⁊ sit a supremus angulus eius in quo ostendā ꝓpositum: accipiam eñ ex secūda cōclusione qō oñes anguli laterales. i. oñes anguli preter angulos basis excedunt omnes angulos basis precise in quattuor rectis: cum igitur anguli laterales diuidātur in angulos q̄ attingunt basim ⁊ angulos q̄ cōstituunt angulū solidū supremū a accipio ex prima q̄ anguli qui attingūt basim sunt maiores angulis basis: relinquit ḡ necessario qō anguli q̄ sunt apud. a. sūt minores q̄ttuor rectis q̄ si possent valere quattuor rectos precise: ponat q̄ acciant cū angulis q̄ attingūt basim: sed anguli attingētes basim valent tantū q̄tum valent anguli basis ⁊ aliq̄d plus p primā: igitur oēs anguli laterales addūt sup oñes angulos basis quattuor rectos ⁊ aliquid plus qō est impossibile per secundam: cū igit ex opposito ꝯclusionis cū altera premissarum puta p̄ma sequatur oppositū alterius premisse. s. cōclusionis scōe ptz qō illa prima illatio erat bona. Non autē solū cōcludit hec demōstratio de angulis piramidis: ſz de quibuscūq̄ angulis solidis: qñ si accipias angulū solidū icocedronis. 20. supficierū triangulariū vel alterius corporis solidi regularis ⁊ subtēdas ei supficiem abscidentē ipsum angulū cōstat q̄ habes piramidē: ⁊ erit demōstratio sicut prius. Et ita ptz quod ista demonstratio vniuersalis est ad oēm angulum solidum. Ex istis ergo apparet via ad demonstrandum dispositiones ⁊ naturas corporum regularium.

Capitulum quartum de constitutione corporū regularium.

Prima conclusio.



EX SVPERFICIEBVS triangularibus tria tantum corpora regularia constituere possibile est.

Tetracedron ẽ octocedron ⁊ icocedron ex superficieb⁹ triangularibus consistunt: nec plura possibile est cõstitui corpora regularia in basibus triangularib⁹: dicunt aũt corpora regularia q̃ equiangula sunt ⁊ eqlatera: ⁊ asphera atq; a se inuicẽ circũscriptibilia vt cãpanus dicit: quapropter opꝫ qõ sint ex supficiebus regularib⁹ q̃ sunt eqangule ⁊ eqlatere: hoc igit̃ supposito patebit intẽtũ. Impossibile ẽ est ex sex angulis triangulorũ talium cõponi angulũ solidum aut ex pluribus p premissam: qꝫ sex anguli tales quattuor rectos valẽt: ⁊ plures valẽt amplius: nec ex duobus tm̃ possibile est cõponi angulũ solidũ p diffinitionẽ anguli solidi: igr̃ ex tribus solũ ⁊ ex quattuor ⁊ ex quinq; talibus põt esse angulus solidus: cũ tam. 3. q̃. 4. q̃. 5. deficiant a. 4. rectis: ⁊ ideo figura corporalis ex supficiebus triangularib⁹ regularibus solũ tunc fieri põt qñ aut. 3. aut. 4. aut. 5. anguli superficiales ad cõponendũ angulũ corporalẽ cõcurrunt. Si igr̃ ex trib⁹ angulis triangulor̃ regulartũ fiat angulus solidus: tunc opꝫ q̃ q̃ttuor sint supficies triangulares in corpore illo ꝓpter quod tetracedron nũcupat̃ a tetra qõ est q̃ttuor: vocatur etiã piramis q̃tuor basium: ⁊ cõstat qõ erunt q̃ttuor anguli solidi in illo corpore: q̃ttuor ẽ trianguli habẽt angulos. 12. cum igr̃ ex illis fiant anguli solidi scõm ternarios ⁊ in. 12. sint q̃ttuor ternarij: manifestũ ẽ q̃ q̃ttuor erũt anguli solidi. Si aũt ex q̃ttuor angulis triangulor̃ fiat angulus solidus: tũc opꝫ quod sint octo trianguli in illo corpore: ⁊ ob hoc dicitur octocedron in quo cõstat q̃ sunt sex anguli solidi in illo corpore: octo ẽ trianguli habẽt angulos. 24. cum ẽ semp q̃ttuor de illis concurrãt ad cõponẽdum angulũ solidum ⁊ in. 24. sint sexies quattuor: clarũ est qõ sex erunt anguli solidi in illo corpore. Si autẽ ex q̃nq; angulis triangulorũ fiat angulus solidus: tũc opꝫ quod in illo corpore sint. 20. supficies triangulares vndiq;: vt ptꝫ ad sensum in corporibus taliter fabricatis: vnde ⁊ vocat̃ icocedron. i. 20. basium: ⁊ cõstat qõ erunt. 12. anguli solidi in tali corpore. 20. enim trianguli habent. 60. angulos: cum igitur de illis cõponãtur anguli solidi secundum quinarios: t̃m. 60. sunt. 12. quinarij manifestum est q̃. 12. erunt anguli solidi in eo: ⁊ per hoc habetur via clara ad fabricandum talia corpora.

Secunda conclusio.

Ex superficiebus quadrãgularibus vnum tantũ regulare corpus cõponitur.

Ista ptꝫ statim: optꝫ ẽ quod sit ex oĩb⁹ q̃dratis supficiebus: angulus aũt q̃drati rect⁹ est igr̃ tm̃ tres anguli tales cõiuncti possunt angulũ corporalẽ facere: nã si addant q̃ttuor: tã nõ erit angul⁹ solid⁹ ex eis: vt ptꝫ ex cõclusione tertia p̃cedẽtis capl̃i. Si ꝙ tres anguli q̃dratoꝝ cõcurrant ad angulũ solidum causandũ tunc in tali corpore erũt sex supficies q̃drate sicut est in taxillo: ⁊ hec figura cubus vocatur ⁊ exacedron ab exa grece q̃ est sex latine: ⁊ constat quod in tali corpore octo sunt anguli solidi.

Tertia conclusio.

Ex superficiebus pentagonis vnum tantum corpus regulare componitur.

Ista statim ptꝫ: nã cum angulus pẽtagoni regularis sit maior angulo q̃drati sicut ptꝫ ex primo libro huius ꝓpositione sexta capl̃i quarti: cũq; minus possit angulus solidus cõstare ex q̃ttuor angulis pẽtagoni regularis q̃ ex q̃ttuor angulis quadrati: cũ ꝙ non põt constare ex istis: ꝙ nec ex illis q̃ttuor cũ sint maiores: optꝫ igr̃ vt solũ tres anguli pẽtagoni cõcurrãt ad angulũ solidũ cõstituendũ: ⁊ tũc in illo corpe erunt. 12. supficies pẽtagone sicut ptꝫ in fabricatione talis corporis: ⁊ ꝓpter hoc vocatur duodecedron: ⁊ qꝫ. 12. pentagoni hñt. 60. angulos: cũ igr̃ tres anguli cõcurrãt ad cõstituendũ angulũ solidũ: ⁊ cũ in. 60. sint. 20. ternarij: ideo necesse ẽt vt sint. 20. anguli solidi in copore tali: ⁊ sic ptꝫ ꝓbatio.

Quarta conclusio.

Præter quinq; corpora regularia prædicta impossibile est vt sit corpus regulare multilaterum.

Dico autẽ multilaterũ ꝓpter spheram que regularissima capacissima ⁊ vniformissima est qualis nata est in corporibus esse. Cõclusio ptꝫ qm̃ post pẽtagonum sequitur exagonus in ordine figurarum: ex superficiebus autẽ exagonis non est possibile ꝙ sit aliqua figura regularis: qꝫ nullus angulus corporalis potest fieri ex angulis talium exagonorũ: ꝓpter hoc quod tres anguli tales valent quattuor rectos: qꝫ oĩes sex anguli exagoni valent octo sicut ex p̃mo libro notum est: cum igit̃ nullus angul⁹ corporalis valeat q̃ttuor rectos ex tertia capl̃i p̃cedẽtis: ⁊ angulus corporalis nõ potest esse ex paucioribus q̃ ex tribus angulis superficialibus per diffinitionẽ anguli solidi: manifestum est quod ex superficiebus exagonis non sit regulare corpus vllomodo. Ulterius cum quelibet figura exagonũ sequens habeat maiores angulos ꝙ sunt anguli exagoni: impossibile est quod fiat aliqua figura regularis ex eis: sic ergo in p̃senti capl̃o inuestigauimus breuiter numerũ ⁊ dispositionẽ corporum regularium per euidentiam demõstratiuam per quã etiam ptꝫ fabricatio talium corporum.

Capitulum quintum de loci repletione.

CONSEQVENTER ad ista videre oportet de loci repletione & quæ de corporib⁹ regularib⁹ locū replere nata sunt.

Circa hoc autē negociant tam mathematici q̄ naturales quēadmodū notū est per Aristotelē tertio celi ⁊ mūdi ⁊ p cōmētatorē ei⁹: ⁊ ꝓpter hoc arguit vtilior huius rei peritia. Opz aūt recipere repletionē loci insolidis ꝓportionabiliter ad repletionē loci in planis de qua dictū est supra libro p̄mo capło de lineis: sicut enī ibi replere locū est occupare totū spaciū qō circūstat aliquē punctum in plano: qō fit p q̄ttuor rectos angulos in formavt in valore sicut ibidē dictū est: ita ⁊ hic replere locū ē replere totū spaciū corpale qō circūstat p̄ctū sup quē intersecāt se tres linee ad angulos rectos. Et dicit aueruis qō paucitas superficierū repletiū sua loca causa est paucitatis corpor⁹ replentium sua loca: scimus aūt ex p̄mo libro hui⁹ qō tantū tres figure superficiales regulares: scz triangulus q̄drangulus ⁊ exagonus replēt locū: ꝓpter qō videtur aueruis ponē q tātū cubus ⁊ piramis insolidis replēt locū: cubus enī in corporali repletione correspōdet q̄drato in superficiali repletione: qz cub⁹ fit ex q̄dratis superficieb⁹ regularib⁹: ⁊ piramis correspōdet triangulo regulari qz fit ex triangulis: scz figure exagone nō correspōdet figura tertia corpalis replēs locū: qm̄ex exagonis nō ē possibile aliqō corpus regulare cōstitui: vt ptz ex p̄cedēti capło demōstratione vltima. Scz hec nō ē nisi psuasio.

Cometator aueroys.

Conclusio vnica.

Dico ergo quod secundum veritatem cubus replet locum: sed secundū opinionem aueruis piramis etiam replet locum.

De cubo.

Ad habendā aūt certitudinē de cubo plus valet experientia quā ratio sllogistica: videmus enī ad sensum ⁊ ad experientiā q octo cubi cōgregati circa vnū punctū totū spaciū circa ipsum replent ad oīm differētiā positionis: si enī intelligamus tres lineas in aere intersecantes se ortogonaliter: sicut apparet in tribus palcis sibi mutuo applicatis: q̄ faciunt .12. angulos rectos sicut ptz: inter illas lineas superius intercipientur quattuor cubi sine interuallo ⁊ alij quattuor inferius consiliter: ita q supra sectionē q̄ttuor ⁊ infra etiā q̄ttuor ⁊ ita octo cubi totū spaciū occupabūt. Est tamē etiā ad hoc ratio satis cogens: nam vt declaratū est in arithmetica: si cubus ducat in cubū ꝓducetur cubus: accipiatur g corpus cubicū ⁊ multiplicabo talia corpora cubica secundū cubicū numerū: verbigratia secundū .8. qui est p̄mus numerus cub⁹: ex illa g ꝓpositione arithmetice si cōponant illa octo facibūt cubū: sed nō facerēt cubū nisi replerēt locū circa vnū p̄ctū quē oēs attigūt: hoc manifestū ē qm̄ aliter magna eēt eorū separatio adinuicē extrinsecus: opz g vt locū repleant. Sed si obiceres quod si ista ratio cōcluderet sequeret quod .27. cubi replerent locū qz .27. est numerus cubicus ⁊ ita de oībus alijs cubicis: quod est manifeste flm̄: nā si octo replēt locū impossibile est plura vel pauciora corpora cōcurrere ad replendū locū: sicut in supficiebus qz sex trigoni: tres exagoni: q̄ttuor tetragoni replēt locū: impossibile est vt ex eis plures vel pauciores repleant locū. Et dico ad illud quod in ꝓposito locus dicitur repleri qn̄ corpora repletiua cōcurrūt ⁊ cōtingūt vnū punctū: ita quod nō sufficit ad repletionē loci in ꝓposito quod nō intercipiat vacuū siue separatio inter partes: sed cū hoc req̄ritur quod ista corpora cōtingant vnū punctū in medio: nunc autē cubi octo sic excludūt vacuum siue separationē partium q quilibet eorū trāsmittit angulū vnum ad cōem p̄ctū in medio situatū: qō nō facit quilcz alius numerus cubicorū: ex quo ptz quod ratio predicta solū habet locū in octonario cubo ⁊ in nullo alio numero siue cubico siue nō cubico. Est adhuc alia instātia siue ambiguitas soluēda: si enī octo cubi replent locū scz octo angulis solidis cōcurrentibus ad vnū punctū: cū quilibet talis angulus solidus sit ex tribus tribus superficialib⁹ angulis rectis: videt quod ad repletionē loci req̄rantur .24. recti: nam ter octo sunt .24. nunc autē i trib⁹ lineis se intersecātibus solū .12. apparent anguli recti: vt supra dictū est. Ad hoc dicendū est quod in corporibus cōgregatis circa vnum punctū semp duo anguli superficiales duorū angulorum corporalium cōiuncti sunt secundū ꝓfundum: ⁊ ideo nō plus faciunt duo q̄ si esset vn⁹ solus. De piramide magna est altercatio qm̄ aueruis ponit q .12. piramides replent locū: ꝓpter hoc q .12. anguli piramidis valēt octo angulos cubor igr ita replet locū vna figa sicut ⁊ alia: assumptū ꝓbatur qm̄ qlibet angulus solidus piramidis est ex trib⁹ angulis superficialibus q̄ valent duos rectos qlibet enī est tertia pars duor rectorū g .12. tales valēt .24. rectos sicut octo anguli cubor. Alij reprehēdunt aueruim in hoc dicētes quod nō minus q̄ .20. replent locutū: ⁊ allegāt experientiā ꝓ se: ⁊ hoc videt satis rationabile qz ex eis resultaret corpus .20. basium qō vocat icocedron ⁊ si intelligamus subtili imaginatione icocedron diuidi in piramides ductis lineis a singulis angul⁹ cuiuslibet basis de .20. basibus eius in medium ipsius corporis vident resultare viginti piramides.

Obiectio.

Solutio.

Dubium.

Responsio

De piramide vel terra cedron.

Opinio.

Reprobatio.

Alia opio. Ad rōnes p̄me opi nionis.

Et ita videtur esse verisimilior sententia eorum qui dicunt viginti piramides posse replere locum.

Et oīno certū est q ratio auernis nō ꝓcedit: nō enī valet ꝓña anguli superficiales .12. piramidū valent angulos superficiales octo cuborū. igr tanta corpulētia est sub illis sicut sub illis: possibile enī ē q angulus solidus minoris corpulentie cōtineat sub tātis vel maioribus angulis planis: sicut minor superficies cōtineri pōt sub eqlibus vel maioribus lineis vt in secūdo libro demōstratū est. Propterea si va-

leret ratio auernis de piramide: cõcluderet necessario de octocedron qz repleret locũ: quod tñ nulla opinio nec ipse Aristoteles dicit: angulus eñ solidus octocedron cõtinet a q̃ttuor angulis triangulorũ regularium: quapropter cũ tres de illis valeant duos rectos ꝛ vnus vnã tertiã duoꝝ rectorũ: sequit ꝙ nouẽ eius anguli valẽt octo angulos cuboꝝ: valebũt eñ tales nouẽ ꝑmo. 18. rectos ꝛ remanet de quolibet vnus angulus: ꝛ itꝫ nouẽ sunt anguli plani remanentes q̃ valẽt sex rectos: igr oñes valẽt. 24. rectos quãtus est valor octo angulorũ cubicorũ. Itẽ si. 12. piramides replerẽt locũ sequeret ꝙ ex eis resultaret corpus. 12. bassium triangulariũ cõgregatis ipsis circa vnũ punctũ: qz de qualibet piramide esset vnus triangulus in superficie illius corporis: ꝛ cum isti trianguli essent eq̃les ꝛ regulares oporteret tale corpus esse regulare: ꝛ ita ꝓter q̃nꝫ corpora regularia esset sextũ corpus regulare cuius oppositũ demõstratũ est. De. 20. piramidib⁹ si repleant locũ q̃uis videat ꝓbabile: nõ est tñ vsꝫ quaqꝫ certũ: qz q̃ diceret octo piramides replere locũ: diceret similiter ex ipsis resultare corpus octo bassium qõ vocat octocedron: ꝛ itẽ ipsum octocedron similiter resolueret subtiliter imaginans in octo piramides. Si autẽ cõstaret quod piramides in quas ꝓdicto modo resoluit icocedron essent regulares: iam nõ videret res esse dubia: sed qz per viam disputationis non possumus ꝓ nunc ad plenam certitudinem deuenire: ideo relinquitur ad presens illud indiscussum.

Capitulum sextum determinat de sphera.



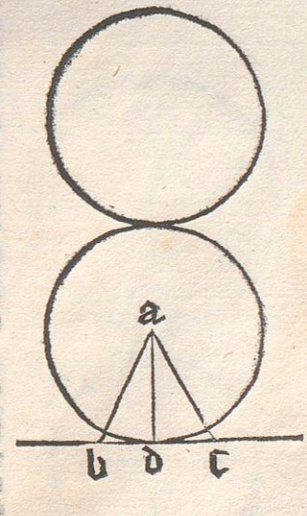
VNC post tractatum de corporibus polígoniis regularibus: tangendũ est aliqd de sphera: q̃ est figura regularis simpliciter vniformis: maxima: nobilis: & perfecta: incipiendo a diffinitionibus: & subiungam conclusiones de circulis in phera significabilibus sequendo dicta theodosii philosophi.

Scõm g̃ theodosiũ sphera est figura solida vna tñ superficie cõtẽta: in cui⁹ superficiei medio ẽ punct⁹ a quo oẽs linee recte ducte ad superficiem eiusdẽ sphere sunt eq̃les: ꝛ hic q̃dẽ punctus dr sphere centrũ. Hãc quidẽ diffinitionẽ cõprehendit Aristo. breuiter quarto ꝛ septimo methaphisice vbi dicit: sphera est figura solida ex medio equalis. Scõm theodosium diameter sphere est linea trãsiens ꝑ centrũ sphere applicans extremitates suas superficiei sphere ex vtraqꝫ parte. Axis sphere est diameter eiusdẽ sphere: que cũ sphera circa ipsam diametrũ voluit fixa manet. Axis autẽ extremitates poli sphere noiant. ℙPolus circuli in sphera signati est punct⁹ existẽs in superficie sphere: a quo oñes linee ducte ad ipsius circuli circũferentiã sunt equales. Circulus in sphera ꝑ centrũ trãsire dr in cuius superficie centrũ sphere cõsistit. Circuli i sphera a cẽtro eq̃liter distare dicunt: qñ perpẽdiculares linee a cẽtro sphere ad ipsorũ circulorũ superfícies ducte fuerint adinuicẽ equales sicut duo tropici. ℙPolus autẽ circulus a centro distare dr sup cuius superficiem cadẽs linea ꝓpendicularis est lõgior. Et nota qõ circulus in his diffinitionibus nõ accipit ꝓ circunferẽtia tantũ in superficie cõuexa ipsius sphere descripta: sed ꝓ circulari superficie plana trãseunte imaginabiliter ꝑ sphere corpulẽtiam ꝛ ad circũferẽtiam in sphere superficie descriptã terminata. Angulus spheralis dicit angulus ex duob⁹ arcubus in superficie sphere ꝓueniens. Angulus rect⁹ spheralis dicit angulus inter duos arcus interceptus: cũ oñes interceptiones arcuũ equales fuerint. Angulus q̃ recto maior est obtusus dicit: q̃ vero recto minor acutus appellatur. Circulus i superficie sphere descript⁹ supcirculũ inclinat⁹ dicit cũ eorũ intersectiones fuerint secundũ angulos ineq̃les: inclinatio aũt eorũ dr differẽtia recti anguli. Et circuli in sphera sup alios circulos equaliter inclinari dicunt: quorũ inclinationes sunt equales. Magis autẽ inclinati sunt quorũ inclinatio fuerit maior minus inclinati dicũtur quorũ inclinatio minor fuerit. Spherã superficies contingere dicit que cũ spherã tangit in ꝙcũqꝫ partẽ fuerit protracta eandẽ spheram non seccat: sit g̃ prima conclusio de sphera tangente planum: que est apud theodosium tertia ꝛ est talis.

Prima conclusio.

Si spherã planã superficies cõtingat: in vno puncto tantũ cõtingere necesse est. Ex quo manifestũ est: multo magis spheram a sphera cõtingi in puncto.

Si eñ in pluri cõtingat ꝙ in punctο: aut igitur in linea aut in superficie: ꝛ siquidẽ in superficie: necesse est vt etiã in linea cõtingat: qz superficies nõ est sine linea: si aũt in linea cõtingat: iã reddit demõstratio quarti capli de circulis i scõo lib. huius q̃ ꝓbat circulũ cõtingere lineã in punctο solũ. Si autẽ sphera cõtingat planũ super lineam: a centro sphere quod sit. a. ad terios linee secundũ ꝙ sphera contingit planum q̃ sint. b c. ꝓtraham lineam. a. d. in medium linee. b. c. ꝛ erũt duo trianguli. a. d. b. ꝛ. a. d. c. Tũc arguo sic: aut. a. d. linea incidit. c. b. linee orthogonaliter aut nõ: si sic erit in vtroqꝫ triangulo angul⁹ apud. d. rectus: ꝛ per cõsequẽs in istis triangulis erũt latera. a. b. ꝛ. a. c. lõgiora a latere. a. d. per tertiã capli de triangulis: cum maioribus angulis in illis triangulis opponãtur. Si vero. a. d. linea nõ incidat linee. b. c. orthogonaliter tunc angulũ obtusum facit cum linea. b. c. ꝛ ei in suo triangulo maius latus opponitur per candẽ tertiam: ex quo seq̃tur quod tres linee venientes a cẽtro. a. vsqꝫ ad puncta b. d. c. non sint equales: sed illa tria puncta sunt puncta circunferẽtie: igitur in sphera linee venientes a centro ad circũferentiam nõ sunt equales: quod est oppositũ sphere ꝛ circuli diffinitionis. Correla-



rium de ſphera ſpheram tangente: ptz manifeſte ex declaratione diffinitionis.

Secunda concluſio.

Vnam ſpheram duodecim ſphere æquales circumpoſitæ contingunt.

Iſta ptim ē manifeſta p vltimā capl̄m de circulis i ſcdo lib. huiꝰ: q cūm ſex ſphere orbiculariter applicēt ſphere p̄ncipali ptz per illā: q ſi ſignet circulus maior in ſphera q̄libet: tūc erit demōſtratio vt prius: ſed qm̄ ſpacium eſt vtrobiq; iuxta latera illarū ſex ſpherā ordinatarū in circuitu ſphere principalis: ſimiliter cōuincitur q nō niſi tres ſphere in vno ſpacio t tres in alio capi poſſint: t ſenſus hoc indicat: nā cū fecerimus. 13. ſpheras decem equales: videbimus qđ. 12. ſic poſſunt applicari circa tredecimā ita qđ q̄libet illarū contingat eam inferius: t cū hoc quattuor de ſpheris lateralibus: vt ſit contactus cuiuſlibet ſpherarū lateraliū ſcōm dnq; p̄cta q̄ ſunt teri diametrox ſeccantiū ſe lateraliter ſiue orthogonaliter in vno quoq; nisi q apud terim vnius diametri qui eſt ſextus punctus non eſt cōtactus: qz ſuperius alias ſpheras nō contigunt. Poſt hoc ponā concluſiones de circulis in ſphera ſignificabilibus: t prima erit iſta que eſt tertia in ordine.

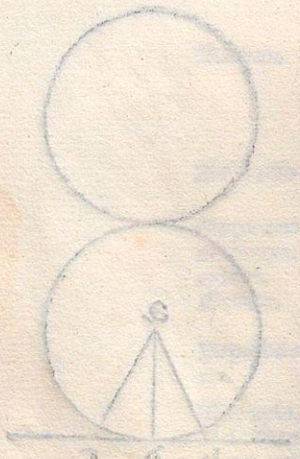
Tertia concluſio.

Si in ſphera plurimi circuli ſignentur: is qui per centrū ſphere tranſierit: omnibus erit maior. Reliquorū quidē hil: quorū longitudo a cētro æqualis fuerit: erunt æquales: at cuius lōgitudo a cētro maior fuerit: minor erit: & cuius longitudo minor fuerit: eſt maior.

Hanc cōcluſionem t ſequētes volo exemplificādo deducere: t qz ordinanť ad aſtronomiam: ideo cōuenienter in ſphera celeſti vel materiali celeſtem ſpherā repreſentāte exemplificari poſſunt: ſunt enī in ſphera celeſti plurimi circuli ſignati ſicut ptz in ſphera materiali: eorū aūt q quidē per cētrū trāſierint alijs ſunt maiores: ſicut equinoctialis t zodiacus t coluri t hmōi q p cētrū tranſeunt: t ſunt maiores tropicis t circulis arcticis q p centrū ſphere nō tranſeunt. Et iſtorū hi quidē ſunt equales quox lōgitudo a centro equalis eſt: vt duo tropici: t duo arctici. Inequales aūt ſunt quorū longitudo a cētro eſt inequalis: t maior cuius lōgitudo a cētro minor eſt: minor vero cuius lōgitudo a cētro maior: ſicut ptz accipiendo tropicū cācri: t circulū arcticum. Accipiť aūt hic circulus nō p circunferētia tm̄: ſed p ſupficie circulari ſicut in precedenti capło expoſitū eſt. Ex iſta ꝓpoſitione accipiunť ille diffinitiones maiorū t minorū circulorū in tractatu de ſphera. ſ. qđ maior circulus in ſphera dicit qui deſcriptus in ſupficie ſphere ſup eius centro ſpheram diuidit in duo equalia: minor vero q diuidit eam in portiones ineq̄les. Ex iſta etiā accipitur numerus vtrobiq; circulorū in ſphera materiali: qz maiores ſunt ſex qui ſcz tranſeunt per cētrum ſphere: minores aut quattuor qui extra centrū tranſeunt. Theodoſius tamen nō limittat hos aut illos ad aliquem determinatum numerum.

Quarta concluſio.

Circuli æquales & æquediſtantes in ſphera nō ſunt niſi duo tātum: inequales vero & inequediſtantes infiniti. Omnium autem æquediſtantium eoſdē eſſe poles neceſſe eſt.



Prima pars ſeq̄tur ex premiſſa: equales cūm ſunt circuli quorū longitudo eſt equalis a centro: vt dicit premiſſa: hec autē longitudo mēſuratur p perpēdiculares lineas a cētro ſphere ad ipſorū circulorū ſupficies ductas p diffinitionē equaliter diſtātium a cētro: tales autē ꝓpendiculares reſpectu equediſtantium circulorū a centro nō poſſunt eſſe niſi due: que cōiungunť in centro t vnā rectam lineam faciunt & cē. Iſtud etiam ptz in circulis ſphere materialis: nā tropico cancri nullū equediſtātem circulum poſſibile eſt eē equalē niſi tropicū capricorni: t ſiliter de duob⁹ circulis. ſ. arctico t antarctico: qz circulo arctico nullus in ſphera eſt eq̄lis niſi circul⁹ antarcticus. Quod autē inequales t inequediſtantes poſſunt eſſe infiniti manifeſtū eſt q̄uis in ſphera materiali ſint ſolū dnq; equediſtantes. Tertia pars ptz ex diffinitione poli: eſt enī polus punctus in ſuperficie ſphere a quo omnes linee recte ad ipſius circuli circunferētiam ꝓtracte ſunt equales: nūc autem quicūq; paralellorum accipiatur in ſphera conſtat quod omnes linee ducte a polo mundi ad eius circūferentiam ſunt equales.

Quinta concluſio.

Circulorum ſe contingentium diuerſos eſſe polos neceſſe eſt: eruntq; ambo rum poli in vno circulo tranſeunte per locum contactus.

Prima pars ptz qm̄ circuli ſeſe contingētes in oībus locis ſeparanť niſi in puncto cōtingentie vel cōtactus: ptz in zodiaco t tropico q tantū in puncto ſolſticiali ſe contingūt: accipio g polum minoris circuli puta polū mūdi q eſt polus tropici: qz ab eo ꝓtracte linee ad tropicū ſunt equales linee per poli diffinitionē: ſi igitur punctus iſte ſit polus zodiaci ſequitur qđ linee ab eo ducte vſq; ad zodiacū ſunt equales: hoc autem apparet eſſe falſum ad ſenſum t facile erit deducere ad impoſſibile cōtradicētem:

vt patet ex nona & decima conclusionibus in capło de circulis allegato. Secunda pars ptz nā polus zodiaci est in eodem circulo cum polo mundi in circulo scz qui transit per locum contactus zodiaci & tropici: hic autem circulus est colurus solsticiorum: sicut patet in sphera materiali.

Sexta conclusio.

Si aliquem circulum maiorem in sphera circulus alius per æqualia diuiserit: ipsum quoq; diuidentē de maioribus circulis esse necesse est: q; si ortogonaliter & per æqualia scilicet ad angulos rectos diuiserit: vtriq; per polos alterius transire conueniet.

Decima pars ptz si em aliquis circulus aliquem maiorē circulum per eq̄lia diuiserit: optz qō diuidat eum sup eius centrū: cētrū autē maioris circuli in sphera est centrū sphere: quapropter opz qō talis circulus diuidēs transeat per centrū sphere: & erit circulus maior in sphera per tertiam huius capli. Secūda pars ptz qm si cū hoc qō diuidit ipsum per equalia diuidat ipsum ad angulos rectos: cū mutuo se diuidant ortogonaliter & per equalia: mutuo quoq; per suos polos transibūt: sicut ptz de duobus coluris in sphera: & de alterutro colurorum & de equinoctiali circulo: & sic de alijs similibus. Ex hoc ptz qō in sphera transire per polos & secare ortogonaliter & diuidere per equalia coniunguntur necessario & vnum illorum alterū antecedit & sequit: & hoc multum vlz ad noticiam ortus & occasus signorum in astronomia sicut alias declarauī. Conclusiones sequentes erunt de circulis quorum vnus est inclinatus super alium: illi sunt etiam de intersecantibus spheram.

Septima conclusio.

Omnis circulus maior secans circulos quoscūq; æquedistantes in sphera: & inclinatus super ipsos: diuidit eos omnes in duas portiones inequales præter circulum maiorem qui eis æquedistabit. Et vnaquæq; portionum apparentium: quæ sunt inter circulum maiorem ex: æquedistantib9 & polum manifestum: semicirculo maior est. At vero quelibet earū: quæ sunt inter eundem maiorem circulum & polum occultum: est semicirculo minor. Coalternæ vero portiones circulorum æquedistantium & æqualium adinuicem æquales sunt.

Istam ꝓpositionem theodosij breuiter expono in terminis & hoc sufficiet: maior circulus inclinatus est zodiacus vel orizon obliquus: equedistātes circuli sūt circuli imaginati inter duos tropicos quorum maior est equinoctialis: quos oēs secat zodiacus vel orizon obliquus in portiones inequales preter equinoctialem. Et portiones que sunt versus polum arcticum apparentes supra sunt maiores semicirculo: nō apparentes sunt minores eo: portiones vero apparētes versus polum antarcticum sunt minores semicirculo: & non apparentes sunt maiores semicirculo: sed coalterne portiones circulorū equalium hinc inde sunt equales: q; portio patens ex vna parte equinoctialis & portio latēs ad aliam partem equinoctialis ad tantā distātiam equales sunt. Et q; in sphera mūdi arcus isti sunt arcus dierum & noctiū artificialiū in diuersis tēporibus: sequitur igitur qō dies & noctes in sunt equales. Et ex ista propositione poterunt patere ea que accidūt circa inequalitatē dierum & noctium in diuersis anni temporibus.

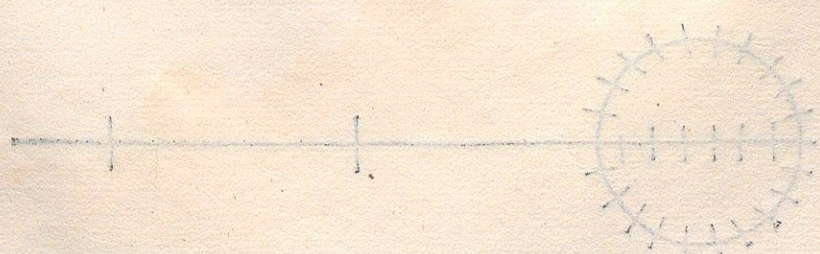
Octaua conclusio.

Cum in sphera duo circuli maiores se inuicem secant: si ab alterutra earum sectionum ex vtroq; eorum duo arcus æquales adinuicem separentur: quos punctus sectionis cōmunis continuat: rectas lineas qui eorum extremitates continuant: oportet esse æquales.

Verbigratia: sint duo circuli maiores secantes se in sphera scz equinoctialis & zodiacus: puncta vero sectionum sint puncta equinoctialia: accipiam tunc alterū punctū duarū sectionum puta pūctū arietis & sit a: & accipiam duos arcus equales in zodiaco cōterminatos ad a puta signū piscū & signū arietis: & accipiam in equinoctiali duos arcus equales copulatos ad. a. & sint. b. a. & c. a. & b. a. correspōdeat signo piscium. a. c. signo arietis: tunc dico q; si ducatur vna recta linea a principio piscium ad. b. & alia a fine arietis ad. c. dico q; iste due linee recte sunt inter se equales. Fundatur ista demonstratio in secunda conclusione capli de lineis: & in tertia petitione de mēsura angulorum i pmo lib. hui9. Ex isto apparet q; tanta est declinatio solis in signis australibus q̄ta est in septētrionalibus: & cū sol est in fine arietis tanto declinat q̄to in principio piscium: & sic de alijs.







GEOMETRIAE FINIS.

Nona conclusio.

Circulus maior in sphera si super alium circulum maiorem fuerit inclinat⁹: fuerintq; ex vna qualibet quarta circuli inclinati (cuius principium sit alterutrū punctorū duarū sectionum)duo arcus separati æquales cōtinui: arcus circulorum maiorū a polo alterius per extremitates horum duorum arcuum in ipsius circūferētiam cadētes: ex ipsa circūferētia arcus inequales abscindūt: quorum ille est maior qui erit ab eorum sectione cōmuni remotior.

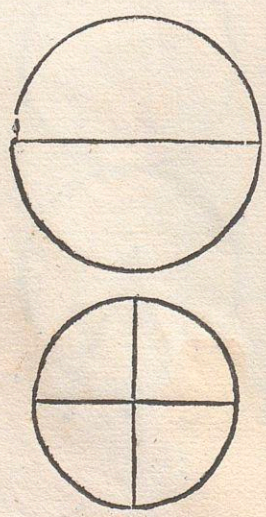
Verbigratia: zodiacus inclinatur sup equinoctialem maior circulus in sphera super alium maiorē: de zodiaco accipio vnam quartā illam scz que est a principio arietis vsq; in finem geminorū: ⁊ ex hac quarta volo separare duos arcus equales cōtinuos: ⁊ sint duo signa aries ⁊ taurus: volo tunc quod descendant tres arcus circulorū maiorum a polo mūdi: qui est polus equinoctialis: per tria pūcta illorum arcuum: scz per primū punctum arietis: ⁊ per primū punctum tauri: ⁊ per primū pūctum geminorum vsq; ad equinoctialem circulū: isti tres arcus sic descēdētes a polo mūdi in equinoctialem p tria puncta predicta abscindentes equales arcus ō zodiaco: abscindūt tñ ab equinoctiali arcus ineq̄les: quorum ille est maior qui est a cōmuni sectione. i. a puncto arietis remotior. Ex quo ptz quod arcus equinoctialis qui abscinditur cū tauro est maior arcu equinoctialis q̄ abscinditur cū ariete: similiter arcus qui abscinditur cū geminis: maior est eo qui abscinditur cū tauro. Huius rei demōstratio pendet ex illa ꝓpositione Euclidis in primo libro: scz q⁹ eadem basis vel equalis maiori angulo opponitur in lineis breuioribꝰ q⁹ in longioribus: nā signum tauri ꝓpinquius est polo q⁹ aries: ad maiorem vero angulum in polo mūdi sequitur maior arcus in circulo equinoctiali. Et hec est ratio quare signa cū equalia sint: tamē inequales habēt ascensiones: q⁹ equales arcus de equinoctiali circulo habent necessario equales ascensiones: q⁹ motus celi est super eius polos ⁊ est equalis ⁊ vniformis: hinc aūt est q⁹ cum equali arcu de zodiaco oritur quādoq; plus quādoq; minus de eq̄noctiali circulo sicut cōuincitur per hanc cōclusionem euidenter: si tamē vera sit opinio que distinguit ascensiones ⁊ duodecim domos celi per circulos a polo mundi venientes: ⁊ nō potius illa que predictos circulos ꝓtrahit a cōmuni intersectione orizontis ⁊ meridiani.

Quarti libri & totius compendii geometriæ finis.

Libellus de quadratura circuli editus

a quodam Religioso ordinis Fratrum minorum: quo intendit circulum quadrare quo ad lineam: & inuenire quadratum isoperimetrū circulo: licet area q̄drati sit minor area circuli.

ARISTOTELES in eo qui de cathegoriis libro inscribitur dicit: quadratura quidē circuli scibilis est: scientia autē eius nōdum inuenta est. Et implerisq; locis repræhēdit multos & magnos qui hoc demōstrare conantes enormiter errauerunt. Hic vero quadratura circuli demonstratur: & primo præmittuntur. 4. conclusiones & ꝓbantur: secundo ex his inducitur & concluditur quinta principaliter intenta.



Prima conclusio.

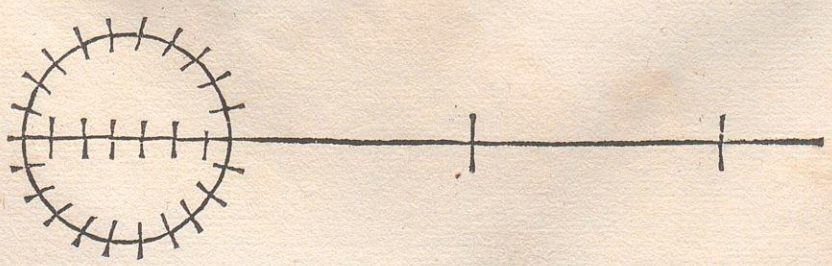
Lineam orbiculariter ductam bina diametro in quattuor æqualia seccare.

Diameter est linea recta ab extremo in extremum per cētrum ducta diuidens figuram in duas partes equales: vt ptz hic in ꝑma figura. Si vero due sint diametri sese intersecātes in centro ad angulos equales: diuidunt figurā in quattuor partes: vt hic ptz per secūdā figuram. Dicitur aūt diameter a dia qō est duo ⁊ metros quod est mensura: quasi duorum mensura: scz duarum medietatum.

Secunda conclusio.

Lineæ orbiculariter ductæ lineam rectam æqualem dare.

Iuxta mathematicorū sententiam ⁊ phisicā veritatem circulus diuiditur in. 22. partes: quarum vna remota scz vigesimasecūda parte: tertia pars summe remanētis est diameter circuli: scz septenarius siue septem: tripletur igitur diameter ⁊ addatur septima diametri pars ordinenturq; partes huius inrecto ⁊ hēbitur linea recta equalis circulari linee: vt hic liquidum est videre.



Tertia conclusio.

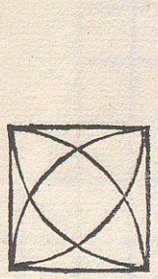
Lineam rectam in quattuor æqualia secare.



Qō sic ptz: fiat circulus vnus deinde circino nō restricto nec ampliato sed stāte vniformiter vt prius: ponatur pes circini in circūferētia ⁊ ducaī vt secūdus circulus cōstituatur: qui in duob⁹ locis inter se cet pmū ⁊ intersecceī ab eo trāsiens p centrū pmi: de hinc ducaī linea recta p ambo cētra ab extremo in extremū vtriusqz circuli: ⁊ vbi terminabiī hec linea in circūferētia secundi circuli ponaī iterū pes circini sub dispositione prioris: ⁊ ducaī vt tertius circulus cōstituatur q̄ in duob⁹ locis intersecet secūdū ⁊ interseccetur ab eo cōtingēs pmū ⁊ centrū secundi: trahaturqz predicta linea recta vsqz ad circūferētiam tertij circuli: vt ptz in figura presenti. ℸ Predicta igiī linea recta trāsiens p tria cētra ab extremo pmi circuli ad extremū tertij diuiditur in q̄ttuor partes eq̄les: nā qualibet due partes predicte līnee sunt in eodē circulo a cētro ad circūferētiā ducte: g̈ sunt equales: ⁊ qm̄ quecūqz vni ⁊ eidē sunt equalia ipsa inter se sunt eq̄lia: g̈ qlibet pars linee in vno predictorū circulorū cōtenta est eq̄lis cuilibet alij parti linee in alio circulo cōtente. Idē pōt fieri alio modo: fiat circul⁹ vnus deinde pede circini nō diuersificati posito in circūferētia eiusdē circuli reliquus autē pes ipsius circini nō variati protendaī extra circulū supradictū: ibiqz fixo cētro ducatur vt secūdus circulus cōstituatur cōtingēs pmum in puncto: positoqz in puncto cōtingētie pede circini nō mutati ducatur alius pes circini vt tertius circulus cōstituatur inuicē secans duos predictos circulos transiens p eorū cētra: tunc trahatur linea recta p tria cētra q̄ secatur in. 4. ptes eq̄les vt manifestū ē: nā q̄lz due ptes ⁊c. vt supra.

Quarta conclusio.

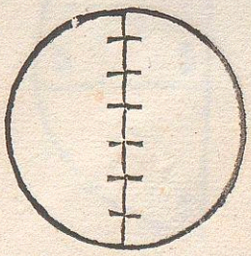
Ex quattuor rectis lineis æqualibus quadratum constituere.

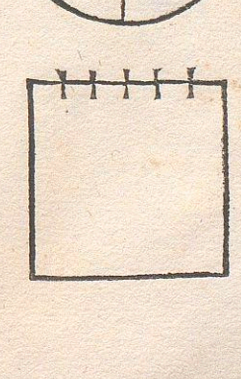


Hoc quidē manifestū est: ⁊ nihilominus pōt demōstrari sic: sint due linee recte sese in capite cōtingentes ex quarū cōtactu cōstituatur vnicus angulus rectus: deinde ponatur pes circini in cōtactu ipsarū linearū: reliquus vero pes in capite alterius linearū predictarū: ducaturqz vsqz ad caput alteri⁹ līnee: nec circulus cōpleatur sed cōplet⁹ intelligatur: sicut ptz in hac figura. Deinde ponatur pes circini nō variati in capite alterius linearū predictaꝝ ℣ius circūferentiā: que scz due linee supradicte sunt due semidiametri circuli prelibati: alter vero pes ponatur in cētro predicti circuli ⁊ ducatur cōstituēs circulū intersecantē predictū ⁊ se p illum in vno loco vsqz ad locū ad quē ducta de cētro linea recta cōstituit angulū rectum cū semediametro circuli pmi: q̄ terminatur in cētro huius secūdi: vt ptz in hac figura. ℸ Post hec ponatur pes circini nō diuersificati in capite alterius semidiametri pmi circuli versus circunferētia: reliquus vero pes ponatur in cētro eiusdē circuli pmi ⁊ ducatur vsqz ad locū vbi terminatur linea ducta a cētro secūdi cōstituens circulū intersecātem primum ⁊ se p illum in vno loco: ⁊ tunc linea recta trahatur de cētro huius tertij vsqz ad caput linee ꝓcedentis de cētro scōi: vt ptz in hac figura. Deinde ponatur pes circini nō mutati in capite linee ꝓcedentis de cētro secundi circuli ad circunferētiam: alter autē pes ponatur in cētro tertij ⁊ ducatur vsqz ad cētrū scōi cōstituens circulū intersecantē ipsos: scz pmum ⁊ scōm quenlibet in loco vno ⁊ se per illos: vt in hac figura plenius declaratur. Quattuor igī linee recte in predictis quattuor circulis cōtente cōstituunt q̄dratum eq̄laterū: sunt eñ equales sibi inuicem oēs: nā quelibet due sunt in codē circulo ⁊c. vt prius: ⁊ nota quod ideo nō cōplentur actu dicti circuli: qr cōpleti actu tollerēt euidētem sensibilitatē quadrati sub eis constituti.

Quinta conclusio.

Rem nouā mirabilē quadraturā circuli: velut inscrutabilē apud doctores populi: olim sicibilē puri cernūt oculi: vere demonstrabilem nūc in fine seculi.





Dis figura plana vnica linea orbiculariter ducta cōtēta: cuius diameter transcendit precise quartam eiusdē figure semi partib⁹ tribus: est equalis quadrato cuius latus eiusdē circuli diameter transcēdit precise semipartib⁹ tribus: dis circulus est figura plana ⁊c. g̈ dis circulus est equalis quadrato cui⁹ latus eiusdē circuli diameter trāscendit precise semipartib⁹ tribus. Maior sic ptz quecūqz ab eodē superātur equaliter inter se sunt equalia: si eñ tetracubitū aureum ⁊ tetracubtium argenteum a pentacubito ligneo equaliter superātur qr in vno cubito: g̈ tetracubitum aureum ⁊ argēteum necessario equabuntur: qr igī quelibet quarta circuli ⁊ quodlibet lat⁹ huius quadrati a diametro circuli eq̄liter superātur. ſ. in semipartibus trib⁹: igī quelibet q̄rta circuli ⁊ quodlibet latus q̄drati hmōi necessario sunt equales: ⁊ sic circulus ⁊ q̄drat⁹ hmōi sunt eq̄les: nā quorumcūqz oēs ptes sibi inter se sunt eq̄les ⁊ ipsa iter se sūt equalia: minor ꝓpositio etiā vera est: vt apparet ex his q̄ dicta sunt in scōa cōclusione: si eñ scōm q̄ plerīqz mathematici scripserūt iuxta phisicā veritēat circulus diuidatur in. 22. ptes remota vna parte: scz vigesimascōa: tertia remanentis scz septē est diameter circuli ⁊ q̄rta circuli cōtinet q̄nqz ptes ⁊ dimidiū vnius: nā q̄rta. 22. partiū est q̄nqz cū dimidio siue q̄nqz partes ⁊ dimidiū vnius partis: diameter g̈ circuli scz septē trāscēdit precise quartā circuli scz q̄nqz partes eius ⁊ dimidium in semipartibus trib⁹. i. in trib⁹ dimidijs partib⁹ circuli. ℸ Premissis g̈ ꝓpositionib⁹ vniuersalib⁹ veris recte dispositis in pmo modo pme figure sequitur necessario vlis cōclusio vera: scz q̄ dis circulus est equalis quadrato cuius lat⁹ eiusdē circuli diameter trāscendit precise in trib⁹ semipartibus. Sensibilis aūt huius rei euidētia ⁊ facilis intelligētia fiet hoc modo: cōstituatur circulus cuius vis magni-

tudinis: eiusdēq; diameter diuidatur in septē partes equales p doctrinā datam i tertia cōclusione: de hinc cōstituaī quadratum equilaterū p artē quarte cōclusionis: cuius quadrati latus precise cōtineat quinq; partes ⁊ dimidiam diametri supradicte: sicq; premissis oībus perspectisq; diligenter: ⁊ intellectis prudenter: cognoscēī indubitāter qm̄ hic circulus est equalis huic quadrato: ⁊ talis ⁊ tantus circulus est qualis ⁊ q̄tus est quadratus: sicut ex premissis est manifestū: pz etiā p sensum in hac figa. Additio. Iste bonus religiosus erat auditor tātū ⁊ nō doctor in geometria: vt discursus eiꝰ nimis falsigrafus ostendit: q̄ totus fundaī in scōa cōclusione que falsa est: vt pote includēs oppositum p̄me petitionis q̄tum ad secundā partē eius: q̄ hz q̄ inter quelibet duo puncta linea recta est breuissima oīm aliaꝝ: scōa vo hec conclusio supponit q̄ inter eadē duo puncta linea curua ⁊ linea recta sint equales: nā diuidit p circinū circumferētiam circuli in .22. partes equales: deinde eodē circino nō variato numerat in rectū totidē partes: inferens q̄ illa linea recta ⁊ illa curua sint equales: qz equali numero mēsuranē ab eodem circino nō variato: qō tamē fiī est qz quelibet talis mensura circini plus accipit de linea curua q̄ de recta: q̄ in eodē numero mēsurarū circini linea curua erit maioꝛ linea recta: quare sinus discursus potius ē sillogismus ignorātie q̄ scientie: qz ꝓcedit ex oppositis p̄ncipioꝝ geometrie: eundē etiam deffectū habuit demōstratio archimedis supius in fine tertij libri posita: hz differūt qz alter eoꝝ vult q̄drare circulū q̄ ad superficiē: alt q̄ ad lineā: nā vtrūq; sīr impossibile ē ex cpō ō isopimetris.

Alius libellus de quadratura circuli quē

ædidit nostra hac ætate Carolus Bouillus natione gallus: quo intendit circuli aream quadrare cū archimedæ: sed putat nihilominus se lineam curuam circuli in rectam conuertere: & sine phemio sic habet.

Prima conclusio.

SI RECTA linea nullo suoꝝ p̄ctoꝝ fixo: tota in plano æq̄liter moueaī: necessariæ suo motu paralellogrām̄ describit.

Dicitur autem tunc linea equaliter moueri quando neq; ad dextrā neq; ad sinistram in suo motu declinat.

Secunda conclusio.

Quod si vt prius recta linea mota secundū sui ipsius q̄titatē feratur: ducitur in se ipsam: eritq; descriptꝰ eius quadratus.

Nam linea recta si non in seipsam: sed in aliam equaliter ducatur: ꝓducet tetragonismum id est quadrangulum altera parte longiorem.

Tertia conclusio.

Si recta linea altero suorum extremorū fixo moueatur: circulum aut circuli portionem eodem motu describit.

Cuius circunferentiam sua latione reliquum extremum producit.

Quarta conclusio.

Quod si recta linea hoc pacto circa alterum suorum extremorū mota: vnius recti anguli spacio circūducaī: quartā circuli partē quadrātemue describet: si vero duorū rectorū spacium cōficiat: semicirculum. si trium: tres circuli quadrantes: si denicq; totum circa punctum spacium (quod quattuor rectis est æquale) perfectum circulum suo motu absoluet.

Has quattuoꝛ ꝓpositiones de quadrati ⁊ circuli descriptionibus pdocte supponēdas putauit in hac questione: neq; earum ꝓbationes apposuit: qz notissime sunt ⁊ puulgate apud doctos geometras.

Quinta conclusio.

Recta linea alteri suorum extremorum fixo qualitercūq; circunducta: quod ex ea in rectam lineam: arcui reuolutionis æqualem: ducta producitur: duplum est ei quod ex eius reuolutione fit.

Hec supponit qō infra cōclusione .21. ꝓbandum asseritur. s. cuilibet linee curue: que est circunferētia circuli vel pars eius: rectā lineam equalē dare: illo q̄ supposito: loq̄tur hic de paralellogramo ⁊ circulo a talibus lineis descriptis q̄ se habent in dupla ⁊ sub dupla ꝓportione: q̄tum ad superficies suas siue accipiaī totus circulus siue pars eius: itaq; eadē linea ducta in rectū p aliā duplā superficiem

includit ad eam quã ducta ingirum includeret: sed hoc etiã eget probatione que tamen nõ ponit hic.

Sexta conclusio.

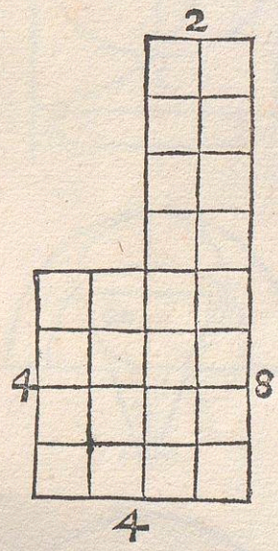
Vnde manifestum est quicquid fit ex circuli semidiametro in medietatẽ circunferentiæ: siue in lineam rectam medietati circunferentiæ æqualem: esse paralellogramum qui dato circulo necessario est æqualis.

Hec corrolarie sequitur ex precedente: sed cõsequentia est ineuidens nec ꝓbatur. s. ꝙ eadem linea ducta in duas alias habẽtes se in dupla ꝓportione ꝓducat supficies habẽtes se etiã in dupla ꝓportione: vnde hec includẽs ineuidentiam precedentis est ineuidentior ea: cum tamen sit principium ꝓrimum ad conclusionem de quadratura circuli intenta.

Septima conclusio.

Rursus paralellogramus exductu quarte partis diametri dati circuli in totam circunferẽtiam: aut quarte partis circũferentiæ in totam diametrum factus: eidem circulo est æqualis: qui vero fit ex ductu totius diametri in medietatẽ circunferentiæ: aut totius circunferentiæ in semidiametrum: circulo eidem est duplus: qui autem ex tota diametro in totam circunferentiam aut ecõtra: necessario eidem circulo quadruplus esse comprobatur.

Hec eodem modo sicut precedẽs se habet ad quintã: ⁊ cõsiliter oẽs iste tres se habent ad cõclusionẽ hic principaliter intentã de quadradura circuli: qz ꝓrime ad ipsam antecedũt: ⁊ sumpte sunt ab archimede qui eas nunq̃ demonstratiue ꝓbare potuit: q̃uis in geometria practica sint vtiles ad opera artificum qui errorem aliquem insensibilem admittunt.



Octaua conclusio.

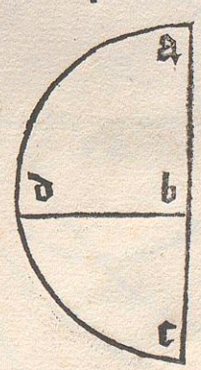
Si dati paralellogrami nõ quadrati inequaliũ laterũ mediũ ꝓportionale sumat: erit quod ex eo in se ducto fit quadratũ dicto paralellogramo æquale.

Hanc in tertio libro nre arithmetice demonstratione probauimus: ⁊ in numeris habet euidentiam.

Nona conclusio.

Datis duabus lineis rectis inequalibus si simul addantur: atq̃ super totam ex vtriq̃ coniũctam semicirculo descripto: & rursus a puncto cõmunis additionis vtriusq̃ recta perpendiculari ad circũferentiam extensa: erit huiusmodi perpendicularis inter propositas lineas media proportionalis.

Hanc euclides in sexto sue geometrie optime demonstrat ⁊ ponitur hic in fulcimentum precedentis.



Decima conclusio.

Circulus sup lineã rectã aut planã supficiẽ cõsistẽs: eandẽ i solo pũcto cõtigit.

Demonstrationem huius in scõo libro nostre geometrie capto de circulis: ⁊ in quarto libro capto de sphera posuimus: ponitur tamẽ hic vt fundamentũ sequentium: ⁊ potest habere duos sensus: vlz de re indiuisibili: ⁊ de parte inadequata que tangit non primo.

Vndecima conclusio.

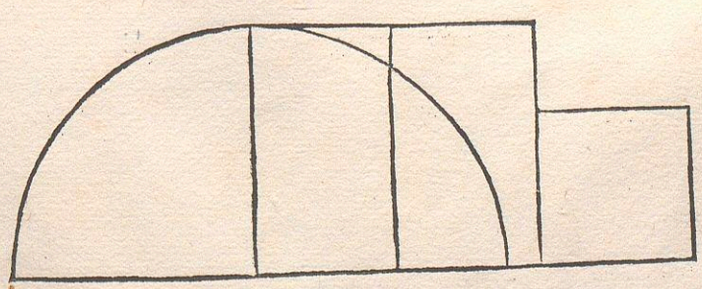
Si circulus super planam superficiem æqualiter in rectum moueatur: secundum rectam lineam procedet: q̃ꝫ suo motu eius circunferentia describet eidẽ circunferentiæ æqualem.

Prima pars ex teris nota est qz si mouetur in rectũ: ꝫ secundum lineam rectam quã suo motu describit imaginarie. Sed pars secunda que est principalis neruus q̃drature circuli non demonstrat: neq̃ ex precedentibus sequitur manifeste: neq̃ ex sequentibus cõclusionibus elucidat: neq̃ ex teris est p se nota: nõ eñ est necessariũ si hec linea suo motu describit illã ꝙ sit ei equalis: sed hoc in multis fallit: ⁊ si limitetur hec regula de vna reuolutione precisa vt infra conclusione. 19. ad huc consequentia est satis dubia ⁊ eget probatione scientifica.

Duodecima conclusio.

Circulus sup rectã lineam æqualiter latus inter duas æquidistãtes mouet: cuius centrũ etiam rectã lineam mediam describit vtriq̃ lateralium paralellã.

Licet hec non probetur ab auctore: tamen ex prima parte precedentis clarissime sequitur: ⁊ facile ab



omnibus concederetur vt rationi consentanea.

Tertiadecima conclusio.

Circulo æqualiter super rectam lineam delato: quodlibet eius punctū (præter centrum) ad lineam motui subiectam secundū circuli archum (quadrante minorē) deprimitur: aut ab ea sursum æleuatur: solum vero centrū (quod nusq̄ a medio discedit: nec æleuatur aut deprimitur) nullum suo motu describit archum sed lineam rectam.

Potest hec etiam silr cōcedi vt p̄cedēs: cui⁹ tñ pars p̄ma infra cōclusionibus. 19. et. 20. declarabit.

Quartadecima conclusio.

Circuli æqualiter super lineam rectam delati: nullum punctum præter centrum rectam suo motu describit lineam.

Corrolariū est p̄cedētis appertissimū: ⁊ fere nulla erat necessitas ipsum extra cōclusionem explicādi.

Quintadecima conclusio.

Si circuius sup rectā lineā cōsistēs: a pūcto cōtactus æqualiter super eam moueat: quousq̄ eundē iterū in eodē sui puncto cōtingat: erit recta linea vtrisq̄ mutuorum contactuum puuctis intercepta toti eius circunferentiæ æqualis: inquā eodem motu ducit dati circuli diameter & paralellogramum describit.

Secūda pars facilis est: ⁊ ab Euclide in suo secūdo cōcessa: p̄ma tamē huius pars est dubia ⁊ ineuidens sicut vndecima cōclusio: neq̄ ꝓbatur illarū duarum linearū recte. s. ⁊ curue equalitas sufficienter ex illa rotatione circuli sup planū: tum qz illa ꝓbatio est sensualis ⁊ grossa cōpossibilis errori imperceptibili: tum qz si decima huius cōclusio ad p̄mū sensum accipiat de cōtactu in re indiuisibili: nō possunt esse duo cōtactus circuli ad lineam rectā imediat ne detur linea ex punctis indiuisibilib⁹ cōpositā: q̄ per illam rotationē circuli super planum circulus nō cōtinue tanget lineam rectā sed discrete: relinquet igitur multas partes interceptas cōtactibus quas non tangēdo nō adequabit eis: tum deniq̄ qz si ad secundū sensum accipiat cōtactus: nulla erit pars circuli q̄ tuncūq̄ detur parua: q̄ possit comēsurari vel adequari alicui parti linee recte: qz nunq̄ hec tota p̄mo tāget illā totam qz curue partis extrema nō tangūt rectū: alias esset tota illa pars recta ⁊ nō curua qō est contra suppositum: lz ꝑ sensuales artifices putēt q̄ iste due partes scōm se totas se tangāt: qz ita apparet ad sensum: sapientus tamen geometri ratio verius discernit theorice de his rebus agens ⁊ errorem cognoscens.

Sextadecima conclusio.

Quo fit vt si linea recta (quā perfecta reuolutione tota circunferentia absoluit) in eius diametrū ducat: nascet inde paralellogramus dato circulo quadruplus: quem tamen totum vt dicimus idem circulus suo motu pertransit.

Prima pars huius ineuidens ex. 7. et. 15. conclusionibus ineuidentibus euidenter sequit. Secūda vero parum differt a secūda parte precedentis: hoc solo addito q̄ in toto illo motu due medietates circuli hinc ⁊ inde extra paralellogramum remanent.

Decimaseptima conclusio.

Dimidia circuli super rectā lineam reuolutio spacium absoluit eidem circulo duplum: qui est paralellogramus ex ductu rectæ lineæ: dimidiæ eius circunferedtiæ æqualis: in ipsius diametrum productus.

Decimaoctaua conclusio.

Circuli secundum quartā partem suæ circunferētiæ super rectam lineam reuolutio spacium pertransit dato circulo æquale: qui est paralelellogramus ex ductu diametri in lineam rectā q̄rte parti suæ circunferētiæ æqualē ꝓductus.

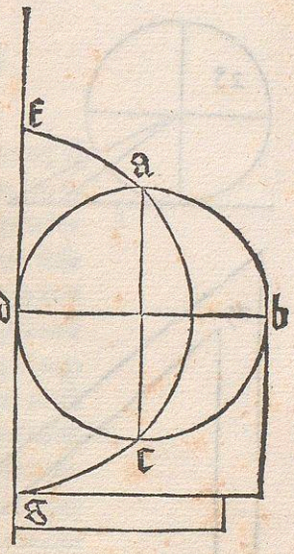
Hę tres conclusiones tum ex. 15. tum ex. 5. 6. 7. superiorib⁹ sequuntur: ex quarum ineuidētia ipse quoq̄ fiunt ineuidentes: propter deffectum probationis notatum in quintadecima huius.

Decimanona conclusio.

Punctum reuolutionis quartæ partis circunferentiæ circuli super rectam lineam in eadem linea inuenire.



Hanc ꝓmo demõstrat auctor in toto hoc libello: sed ea cũ sua ꝓbatione cõcessa: nõ cõficitur eas lineas esse equales. s. ꝛ curuã que reuoluit ꝛ rectã sup quã reuoluitur vsq; ad illud punctum. Demõstratio sua hec est: facto circulo. a. b. c. cõtingẽte lineam rectã. f. g. in puncto. d. diuidatur inquadrãtes ꝙ duas diametros sese orthogonaliter secãtes incẽtro circuli qõ sit. c. itaq; diameter. a. e. c. procedat a dextera in leuã: ꝛ diameter. b. e. d. a sũmo vsq; deorsum: ꝛ hec augmẽtetur vltra punctũ. d. extra circulum crescatq; secundũ quartã eius partem precise vsq; ad punctũ. h. sit ꝙ punctus iste. h. centrũ alterius circuli maioris cuius periferia transeat per. a. c. extrema alterius diametri: pueniatq; ex vtraq; parte ad lineam rectã contingẽtem circulum: ꝛ tangat eam in punctis. f. g. nec vltra ꝓcedat hec periferia qz hoc sufficit. Dicit ꝙ puncta. f. g. esse terios reuolutionis quarte partis circuli sup lineam rectã: itaq; punctus. a. secundũ archum. f. a. eleuaꝫ a recta: ꝛ pũctus. c. secundũ archũ. c. g. deprimittur ad eam nusq; ab eis declinãdo: hoc inquã concesso nõ sequitur euidenter supradictas portiones linearũ esse equales scz. a. d. ꝛ f. d. vel. c. d. ꝛ d. g. quod tamen demonstrare erat hic sume necessarium.



Vigesima conclusio.

Eodẽ modo punctum reuolutionis mediæ circunferentiæ super rectam lineam in eadem assignare: quare etiam ꝓptum erit & trium quartarũ circuli: & totius circunferentiæ reuolutionis puncta in recta linea notare.

Ex eadẽ demonstratione procedit hec conclusio cũ precedente: qz prolongando semper diametrũ per additionem continuam suarũ quartarum: ꝛ describendo super centra illa cõtinue maiores circulos: ꝛ tandem applicando eos vsq; ad lineam rectam: notabunt in ea puncta dictarum reuolutionum: sed his vt diximus concessis nondum exploratum erit supradictas portiones linearum rectę ꝛ curue esse equales: sed hoc semper manet dubium in hoc discursu.

Vigesimaprima conclusio.

Date circũferẽtiæ toti: aut mediæ eiꝰ parti: aut q̃rtæ: rectã æqualẽ assignare.

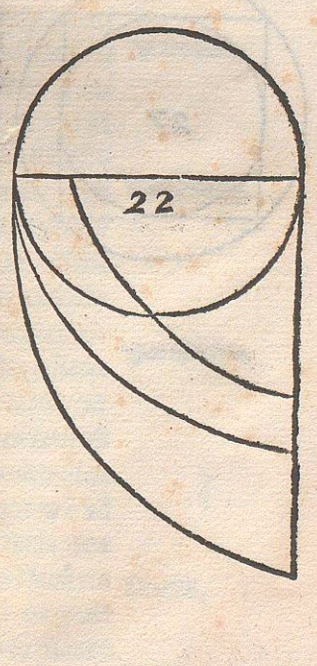
Hanc ex predictis dicit esse conclusam: sed certe quicqd sit de ꝓña antecedẽs est dubium: quare sua argumẽtatio nõ est demonstratio: ꝛ re vera tota vis scientie q̃drature circuli stat in hac ꝓpositione siue debeat quadrari circulus q̃tum ad lineam siue q̃tum ad superficiem: qz si quis demonstratiue sciret quãta linea recta correspondet linee circulari date: facile esset illã per tres circulos in quattuor partes equales diuidere: ꝛ inde quadratum circulo isoperimetrũ facere: itẽ facile esset figuram rectilineam equalis capacitatis cũ circulo inuenire ꝛ illam deniq; quadrare: qđ esset quadratum equalem circulo dare. Sed neq; archimedes neq; aliorum quispiam post eum hac propositionem hactenus nobis demonstrauit: sed solum grossis ꝛ sensualibus persuasitionibus probabilem fecit.



Vigesimasecunda conclusio.

Dati circuli diameter medietate circũferẽtiæ minor est: & q̃rta eiꝰ pte maior.

Hec euidenter sequitur ex tribus precedẽtibus: nã suppositã earum ineuidentia ꝓ vera scientia scz ꝙ ille linee sibi illis modis correspondentes sint equales: cõstat diametrum circuli maiorem eẽ q̃rta eius parte: que nõ habet nisi quinq; octauas eiusdem diametri: ꝛ minorem esse semicirculo qui habet decem tales octauas: diameter vero precise octo: erit ergo diameter circuli hac imaginatione supposita paulo minor tertia circuli ꝛ paulo maior quarta eius parte. Negat ꝙ iste regulã cõem geometrie practice ꝙ alter libellus cõcedebat. s. ꝙ circunferentia se habet ad diametrum sicut. 22. ad. 7. sed dicit iste ꝙ se habet sicut. 20. ad. 8.



Vigesimatertia conclusio.

Vnde quod fit ex tota circuli diametro in quartam circunferentiæ partẽ: aut mediam: aut totã circunferentiam: est paralelogramus nõ quadratus: quorũ primus est circulo æqualis: secundus eidem duplus: tertius vero quadruplus.

Prima huiꝰ pars ex predicta cõclusione ineuidẽte euidẽter sequitur: qz illa duo latera tetragoni sint semper sunt inequalia. Scõa pars cũ oibus premissis ad hoc antecedentibus est penitꝰ ineuidẽs: q̃re ꝛ conclusio sequens que erat ꝓncipaliter intẽta in hoc libello non demnostratiue probatur cum sit.

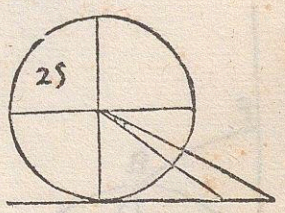
Vigesimaquarta conclusio.

Ex his dato quocũq; circulo: facile est eidem æqualem assignare quadratũ.

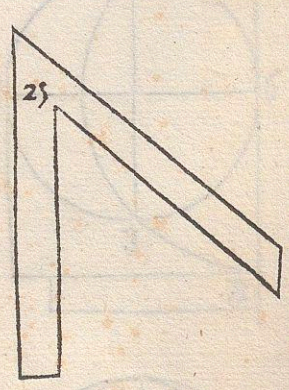
Tota ꝙ hec ꝓbatio nõ geometrica sed phisica est ex sensuali opatione materaliũ artificũ dependens: q̃ in suis regulis fere semp errãt a vera rõne geometrica: qz tñ nõ ẽ error sensibilis non currãt de eo sed pro vero accipiũt: qz hoc sufficit ad rectas artis sue opationes: ꝙ aũt tales sint ꝓbatiões hic adducte a carolo ꝛ sumpte ab archimede: sequẽtes cõclusiones ostẽdũt ad solã geometriam practicã ptinẽtes.

Vigesimaquinta conclusio.

Angulum omnibus quadrandis circulis vtilem inuestigare.



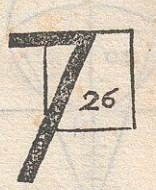
Iste angulus est quoddã instrumentũ artificum ligneũ aut ferreũ habens duos pedes inequales ad ad angulũ cõcurrentes instar duorũ laterũ trianguli gradati. Inuẽtio ꝛ formatio dicti anguli ex. 19. huius pẽdet: ducatur inquit Carolus linea recta a cẽtro circuli. e. ad punctũ. g. in linea cõtingente circulũ: qui punctus erat tertius reuolutionis quarte partis circuli: hec itaq; linea. e. g. facit angulũ acutũ cũ semidiametro. e. d. sup cẽtro circuli: ecce duos pedes anguli quorũ maior ex. 22. est. e. g. minor e. d. Iste ℊ angulus intercipit ex linea. f. g. cõtingente circulũ partẽ equalẽ quarte circũferẽtie: equalẽ dico sine errore sensibili qõ sufficit artifici: deinde qr ex. 23. huius diameter circuli ductus in predictã partẽ linee recte cõficit q̃drãgulũ altera parte longiorẽ equalẽ circulo q̃tum ad aream: ꝛ ex. 8. ac. 9. huius inter diametrũ circuli ac dictã lineam alia media ꝓportionalis quadrat tetragonismũ predictum: ideo ab eodẽ centro circuli. e. vsq; ad punctũ linee medie qõ sit. k. ducenda est alia recta faciens cũ eodẽ semidiametro alium angulũ acutum minorẽ priore: qui silr ex linea contingẽte circulũ intercipit partẽ equalẽ lateri quadrati equalis circulo. Si ℊ ex ligno aut ere aut calibe fiat instrumentũ bipes angulare: habẽs in pte exteriore angulũ maiorẽ predictorũ ꝛ in parte interiore angulũ minorẽ eorũ: tale inquã instrumẽtũ erit vtile ad eliciendũ ex circulo quadratum sibi equalẽ: vt ptz ex dictis.



Vigesimasexta conclusio.

Dato cuicumq; quadrato circulum æqualem assignare.

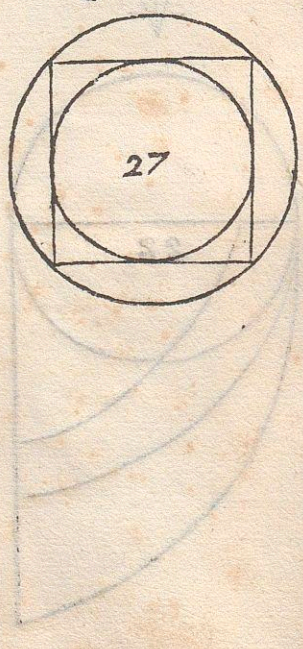
Hec est cõuersa precedẽtis que eiusdẽ instrumẽti officio qõ ꝓmittit artificialiter implet: applicato enim instrumẽto ad latera quadrati: circuli sibi equalis semidiameter facile inuenietur: hoc modo: angul⁹ exterior cũ pede breuiore instrumẽti adaptet dicte vni coste quadrati. a. b. c. d. sic q̃ in costa. a. b. hinc inde moueat donec alter pes lõgior instrumẽti precise tãgat angulũ oppositũ q̃drati. s. angulũ. c. tunc fixo instrumẽto sup costã ab: in loco anguli signet pũct⁹. h. dico q̃ pars illius coste. h. a. erit semidiameter circuli quesiti q̃ erit q̃drato eqlis: nã ex. 22. semediameter circuli ẽ minor latere q̃drati eqlis: ꝛ ex precedẽte inter pedes instrumẽti sub angulo interiore cõtinet costa quadrati eqlis circulo ℊ ꝛc.



Vigesimaseptima conclusio.

Datum circulum in duos æquales circulos diuidere.

Hoc duobus modis fieri docet carolus. Primo inuentũ quadratũ circulo equalẽ in duos altera parte lõgiores q̃ medium diuidendo: ꝛ quẽlibet eorũ primo in quadratũ deinde in circulũ conuertendo ex predictis: nã quilibet illorũ circulorũ minorũ erit maioris circuli medietas: sicut q̃libet illorũ quadratorũ minorũ erat maioris quadrati medietas. Et si vnus minorũ circulorũ super cẽtro maioris intra ipsum describat: erit circulus maior in duas medietates diuisus: quarum altera erit alteri circumscripta: hac eadem via possẽt duo circuli ad seipsos addi quẽadmodũ in scõo libro nostre geometrie duos quadratos in vnũ conuertere docuimus. Idem aliter ꝛ sine quadratura circuli docet: inscribat inquit dato circulo quadratus: eidemq; quadrato rursus circulus alter inscribatur: hic prioris circuli medietas erit: nã perinde atq; quadratus circulo inscriptus alterius quadrati circulum includẽtis medietas est: ita ecõtrario circulus ois quadrato inscriptus alterius circuli quadratũ includẽtis medietas erit. Hactenus libellus caroli de quadratura circuli ꝛ vice versa de circulatera quadrati. Cui etiam alium ꝑ similẽ libellũ addit de cubicatione sphere: ꝛ ecõtra de sphericitate cubi. s. ꝓportionaliter cõparando superficiem rotundã plane: sicut lineam circularẽ recte. Sed hec missa faciamus vbi geometriam sphẽculatiuã dũtaxat tradere intẽdimus: nã talia ad geometriam practicã pertinent: que vt diximus cũ sit grossa ꝛ sensualis multos errores insensibiles nõ aduertit nec curat de eis: sic essi artifices fabriles costam quadrati diametro eius adaptãt sicut q̃nq; ad septẽ facientes in eis proportionẽ rationalẽ: quod theorici geometre impossibile reputant vt in nostre geometrie libro tertio demõstrauimus: nimirũ ℊ si ijdem practici predictis modis lineam curuã in rectã: ꝛ superficiem rotundã in planam cõuertant cũ aliquali errore: iz insensibili. Est autẽ mea opinio q̃ linea recta ꝛ curua cũ sint diuersarũ rationũ in genere q̃titatis vel qualitatis: nõ plus sint adinuicẽ cõparabiles q̃ angulus recti lineus ꝛ curilineus aut mixtus: de quibus in scõo libro nostre geometrie in capto de circulis diximus q̃ nullo modo sint adequabiles: imo forte neq; in sua inequalitate cõparabiles: quare sicut tpe Aristotelis ita ꝛ nostra etate q̃dratura circuli scibilis est nondũ tñ scia ei⁹ inuenta est: neq; reperibilis erit dõnec certa proportio linee curue ad rectam demonstratiue probetur: qr vt diximus in. 21. conclusione huius: ex illa demõstratione pendet tota circuli quadratura ꝛ quadrati circulatura sine ex parte linearum siue ex parte superficierum.



Totius geometriæ quadripartitæ & quadraturæ finis.

Petri Cirueli Daroceñ. in perſpectiuā cōem

queſtiuncula præuia de ſana intelligentia radiorum viſualium.



VIA SCIENTIAE mathematicæ nō puræ ſed mixtæ (q̄ partim phiſicæ ſunt) res naturales ſub mathematicis imaginationib⁹ ptractāt: vocātes eas numeros lineas ſupficies angulos &c. ideo circa perſpectiuā (quæ earum prima ſeſe offert) querendū videtur p̄ eius elucidatione: quæ nam res ſint radii viſuales de quib⁹ tam frequēter & cōtinue ipſa mētionē facit. Ad hāc queſtionē ſine argumētis dicim⁹ prīo q̄ ſicut ī ſcientiis pure mathematicis vocabula & termini earū ſunt ſimplicis cognotationis ad vnū tantū prædicamētum Ariſtotelicū ptinentes: ita etiam in mathematicis mixtis p̄prii termini earū ſunt mixte cognotationis ex duob⁹ aut pluribus prædicamētis ſimplicibus cōpoſitæ: vnde nullus talis terius poteſt præciſe ptinere ad aliquod vnū prædicamentū ab Ariſtotele traditum: ſed ptinet ad plura ſimul prædicamēta: vel potius ad aliquod vnū prædicamētū mixtæ cognotationis: quod tamē ab Ariſtotele nō eſt traditū: ſed eſt ab oībus doctis logicis neceſſario cōcedēdū. Ergo iſte terius radius viſualis & oēs alii ad perſpectiuā p̄prie ptinentes vt incidētia radioſa: pyramis viſibilis: linea incidentiæ: linea reflexionis: & ſic de aliis multis: oēs ſunt mixtæ cognotationis & ſup̄ geometricā ſignificationē addunt phiſicam cōſignificationē: nā quilibet eorū ſupponit p̄ rena turali: & cognotat primo geometricæ ipſam eſſe extēſam habereq̄ partē extra partem localiter ſituatām: ſecundo cognotat phiſicæ q̄ res illa ſit luminoſa vel colorata viſui perceptibilis: hoc igit̄ modo ſe habēt iſti duo termini linea & radius: ſiliter iſti duo linea perpēdicularis & cathecus: nā priores eorū ſunt geometrici: poſteriores vero pſpectiui termini. Secūdo eſt aduertēdū q̄ circa modū viſionis nr̄æ fuit antiqua illa diſcordia philoſophorū: nā ſtoici & oēs fere alii ante Ariſtotelē opinati ſunt viſionē noſtrā fieri p̄ miniſterium radioꝝ cuiuſdā lucis quæ in nobis eſt: quos ab oculis emittimus vſq̄ ad res viſibiles cōtingendas: dicebāt em̄ oculum noſtrū eſſe velut laternā quādam quæ lumē abſcōditū intra ſe cōſeruat atq̄ exterius irradiat. Ariſtoteles vero & oēs peripatetici poſt eum tenēt q̄ ſicut alii ſenſus exteriores cognoſcūt ſua obiecta ab eis aliquid intus ſuſcipiendo & nihil extra ſe emittendo: ſic etiam viſus noſter ſe habeat incognoſcēdo viſibilia: nō ergo emittit radios viſuales ad res videndas: ſed potius ſuſcipit ab eis aliquid cōferens ad cauſandā viſionem. Quid autē illud ſit quod viſus noſter recipit ab obiecto: non cōformitet dicūt oēs peripatetici. Nā philoſophi pariſienſes cōiter dicūt q̄ ſicut a corpore luminoſo cōtinue diffundit̄ lux p̄ aerē vel quodlibet aliud medium trāſparēs: ſic etiā a corpore colorato illuminato effundit̄ & multiplicat̄ ſimilitudo ſui coloris: quā etiam intentionē coloris vocāt: dicētes q̄ colores ſunt ſolū intētionaliter in medio diaphano: hāc igit̄ lucis vel coloris effuſionē vocāt iſti radios viſuales: nā cū radi⁹ p̄ aerē ad oculum peruenit tangitq̄ organū viſiuū (quod etiam eſt corpus diaphanū) facit nos videre rem illā cuius eſt talis effuſio lucis aut coloris. Anglici vero oxonienſes ſicut negant radios viſuales ab oculis emicātes contra antiquos philoſophos: ſic etiam negant illas ſimilitudines aut intētiones colorū cōtra pariſienſes: ſed dicunt ad viſionē ſufficere

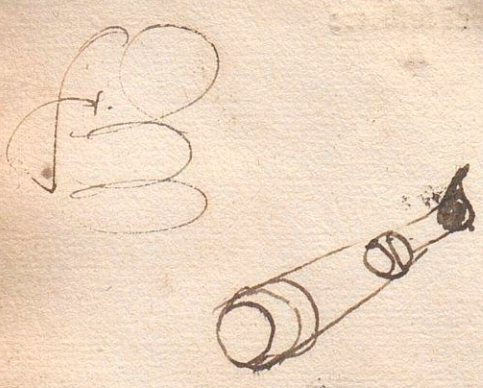
Platonici.

Peripatetici.

Pariſienſes.

Anglici.

præsentiam obiecti erga potētiam: quibus etiam videtur fauere illud Augustini dictum cōmune: q exobiecto & potētia paritur noticia. Sed quicquid sit de veritate istarū opinionū phisicæ loquēdo: perspectiua nostra indifferēs est ad illas omēs: quia vt diximus de rebus naturalibus p imaginationes geometricas disputat: quæ vniformiter ad quālibet opinionē applicari possunt: vt radii visuales dicantur siue luminis diffusio ab oculo exiens: siue a reb⁹ ad oculū veniens: siue etiam sola præsentia obiecti visibilis. Vnde nō est necessaria cōsecutio vt si aliqs species visibiles negauerit: q negare teneatur pspectiuam scientiam: sicut etiam alias diximus q negātes pūcta lineas & supficies in rebus naturalibus recte admittunt geometriam. Sufficit ergo pspectiuo si supponat a phisico res visibiles & p oculos cognoscibiles esse luces & colores aut corpora lucida & colorata: nō em̄ curat de distinctione visibilium p se aut per accidēs: sed indifferēter de vtrisq; vbiq; loquit̄. Tertio est hic summe notandū q diffusio lucis aut coloris p mediū diaphanū si ponat̄ realter & phisicæ loquēdo: nō fit p illas lineas indiuisibiles quas imaginat̄ pspectiuus ad angulū cōcurrentes: & pyramidē visibilē facientes: sed re vera omnis illa diffusio lucis & coloris est cōtinua & extensa in longum latum & ꝓfundū: quia cū recipiat̄ in aere sicut accidēs in subiecto: necessario coextendit̄ secundū extensionē subiecti: eo modo quo albedo est in lacte: aut rubedo in sanguine: vel eo modo quo croceus color extēderet̄ per aquā si crocus dissolueretur in ipsa. Et sicut prædicti colores in lacte sanguine & aqua extensi secūdū tres dimensiones sunt quedā corpora omogenea: ita q quelibet pars totius coloris est eiusdē & similis naturæ cum toto colore eandēq; habēs virtutē in agendo: sic dicendū est de specie aut diffusione lucis & coloris in medio diaphano continue & vniformiter extēsa. s. q sit quoddā totū omogeneum cuius quelibet pars est similis naturæ & virtutis actiue cū suo toto: vnde cum natura illius speciei sit representare corpus lucidum aut coloratū a quo processit: adeo q si esset vnus oculus ita magnus qui posset totā illā speciem in se recipere p illā videret corpus illud cuius est similitudo naturalis: sic modo i oculo paruo recepta vna particula illius speciei: quæ est omogenea suo toti: representat corpus illud & quālibet partem eius: quia est similitudo illius obiecti & omnium suarū partium. Iste est ergo realis & verus modus videndi phisicæ loquēdo & seclusis imaginationibus pspectiuis: suppositis tm̄ speciebus visibilib⁹ in medio & in organo receptis: quæ tamē si negarent̄ secundū alias duas opiniones: patuit quis & qualis esset modus vidēdi realis & phisicus. Perspectiua tm̄ scientia suppolita veritate phisica supradicta: nō inutiliter adhibet imaginationes geometricas ad melius & certius docēdū modorū viuēdi varias differētias particulares: quas phisicus qa vniuersalis artifex est prætermittit. Sicut etiam astrologia ad melius intelligendas particulatitates motuū celestiū introducit puncta quedā & lineas & supficies imaginarias: quæ licet in re nihil sint: tamē imaginationes ille multū iuuāt intellectū ad facilius capiendū ea quæ dicunt̄: eodē ergo modo sunt accipiendæ omēs imaginationes pspectiuæ quæ hac nra præmonitione præmissa erunt intellectui sine errore q̄ facillime. Tamē ad cōfusionē tollendam totam hac cōem perspectiuā in tres libros partiales distinximus: & quēlibet iterū librū per capitula plura iuxta materiæ diuersitatē secuimus: neq; tamen ꝓpterea theorematum numeros ab auctore positos abstulimus: qui etiam glosas eius nō quidem cōtinue sed sparsim: vbi opus erat: additionibus nostris lucidiores effecimus.



Breue compēdium Perspectiue cōis dñi

Ioannis archiepī Cātuarieñ. de radiis visualib⁹ ac variis modis vidēdi: ex libris Halacē: Alchindi & alioꝝ cōpilatū. Cui etiā additæ sūt nō nullæ glosæ. P. C. D. Habet tres libros partiales: qb⁹ p̄mittit̄ auctoris ꝓhemiū.



INTER phisicæ cōsiderationis studia lux iocundius afficit meditantes: inter magnalia mathematicaꝝ theoremata certitudo demonstrationis præclarius extollit inuestigātes. Perspectiua igit̄ humanis traditionibus recte præfertur: in cuius area linea radiosa demōstrationum nexibus cōplicat̄. Quare in ea tam phisicæ quā mathematicæ gloria repperit̄: vtriusq; florib⁹ adornata. Cuius sentētias magnis dispersas ambagibus: in cōclusiua compendia coartauimus: mixtis iuxta qualitatem materiæ naturalibus & geometricis ꝓbationibus: nunc quidem causas ex effectibus: nūc vero effectus ex causis conclusuri. Addemus etiam nō nullas cōclusiones quæ in nostris maioribus non habentur: sed ex dictis eorum planæ eliciuntur: prout de luce tractantes lux oīm deus dignabit̄ nos illustrare: præsens opusculum in tres libellos partituros.

Liber primus nr̄e perspectiue de modis vidēdi

per radios rectos: habet capitula septem in quibus sunt. 84. propositiones.

Caput primū de principiis ꝓpriis huius scientiæ: quæ ab Aristotele vocantur suppositiones: a mathematicis petitiones: ab aliis deniq; theoremata: & sunt numero duodecim.

Prima petitio.

1. 

LVCEM operari in visum ad se cōuersum aliqd impressiue.

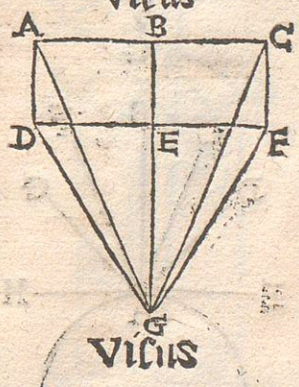
Principia cōia hui⁹ scientie sil̄is forme sunt cū eisdem in alijs scientijs: vnde cum in precedēte geometria nr̄a posita sint: nō fuit opus ea iterū hic reppetere. Hec vero perspectiue p̄ncipia ꝓpria ponimus sub modo infinitiuo: ea ratione qua ⁊ petitiones geometricas ad modū Euclidis posuimus: sed qꝛ non sunt hec p̄ncipia ꝑ se nota: inductione ꝓbāda sunt ad sensum ⁊ experientiam. Hec itaq; p̄ma petitio ꝑ effectus sic ꝓbatur: tum qꝛ oculus noster in videndo continue luces fortes solis aut ignis tandē languescens dolet ⁊ patit̄. Tum qꝛ lucis intense simulacra in oculo aliquādiu remanent post aspectum. Unde etiam sequit̄ vt locum minoris lucis faciant apparere tenebrosum: donec ab oculo euanescat maioris lucis vestigium: que nō fierent nisi impressione lucis in visum preuia.

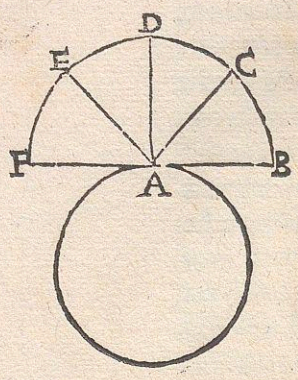
Secunda petitio.

2. Colorem illuminatum etiam impressiue operari in visum ad se directum.

Hec etiam ꝓbat̄ experimentis cōsil̄ibus sicut de luce: qm̄ lux ⁊ color illuminat⁹ sunt ꝑ se ⁊ ꝓpria sensibilia visus. Amplius oculus sup viuū colorē intēse illuminatū fixa intuitione semel cōuersus: si postea ad debiliorē aut debilius illuminatū sese cōuerterit aspiciendū: inueniet p̄mū colorē scd̄o apparēter cōmisceri: vt ptz ī dieb⁹ niuosis ⁊ alijs hmōi locis: qd̄ nō fieret nisi vestigijs p̄oris coloris in oculo derelictis. ¶ Verū de irradiatione coloris ꝑ mediū: quā hic videmur ex phisica scīa supponere: apud ph̄os est anceps ⁊ varia doctrina: q̄ etiā de natura ipsius caloris diuersa ⁊ aduersa senserūt. Dicunt em̄ quidā eorū ꝙ color essentialiter est lux: q̄ tn̄ varijs modis se habēs varia sortit̄ noīa: nā lux in suo fonte. i. in corpe luminoso vere ⁊ ꝓprie d̄r lux: in medio diaphano d̄r lumē vel splēdor: in corpe vero oppaco recepta vocat̄ color: vn̄ ⁊ isti colorem diffinientes dicunt ꝙ color est lux oppacata: argumentum ad hoc assumētes ex colorib⁹ nubium celi ⁊ flāmarum ignis: qui vere ⁊ realiter nihil aliud sunt quā luces: vt patet in iride halone: galaxia: parelijs: virgis: hiatib⁹: voraginib⁹ ⁊ alijs huiusmodi.







Alij philosophi ꝓbabilius tenẽt colores quẽadmodum ⁊ sapores ac odores esse qualitates mixtorũ causatas in rebus naturalibus ex mutua actione ⁊ passione ꝓmarum qualitatum elemẽtorũ in ipsa mixtione eorũ. Hec argumentũ de coloribus nubium ⁊ flãmarũ cõuincit: qz illi nõ sunt veri colores sed solũ apparentes: quod ptz ex facili mutatione eorũ eisdẽ nubibus ⁊ flãmis cõtinuo ꝓmanẽtibus: quod nõ accidit in veris coloribus corꝓorũ naturalium. Ergo super questione de irradiatione coloris clara est differentia philosophorum: nã dicerent ꝓmi ꝙ color suapte natura irradiat quia est lux: quare secundũ eos cõsequẽter loquẽdo dicerẽt: ꝙ vbi nulla est lux nullus est color alicuius corꝓoris vt in loco obscuro vl tenebroso. Secundi vero ecõtra fatentur in tenebris esse veros colores corꝓoꝝ: eque atq; odores ⁊ sapores: dicunt tñ quidã eorũ ꝙ color ex sua natura nõ irradiat: sed illuminatus a luce accipit virtutem irradiandi per medium: vbi ergo nulla est lux: ibi sit verus color: ibi nullus color irradiat vt in loco tenebroso. Alij istorũ tenẽt ꝙ ibi color nõ sit lux: tamẽ ex sua natura irradiat idest emittit spẽs suas per medium sicut odor vel sapor ⁊ hoc tam in loco obscuro ꝙ in loco illuminato: verũ tamen dicũt ꝙ ille species non sunt sensibiles ab oculo sine speciebus lucis: itaq; opꝓortet ad hoc ꝙ color videat simul venire ad oculũ spẽs lucis ⁊ coloris. Quicqd tñ sit dicerẽt in hac q̃stiõe: nostre pspective ꝓcessus nõ impeditur: quia vt prediximus ipsa indifferẽter ⁊ cõiter loquitur.

Tertia petitio.

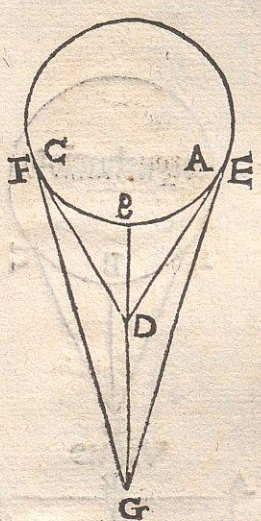
Quẽlibet punctum luminosi vel illuminati corporis colorati obiectum sibi medium diaphanum totum simul illustrare. 3.



Egimus in premissis duabus de luce ⁊ colore (que sunt per se ⁊ ꝓprie visibilia: ⁊ rationes formales oĩm visibilium corꝓorũ) incõparatione ad organũ visus: addimus iam alia ꝓncipia de corꝓore lucido ⁊ colorato: que sunt visibilia ꝙ accidens: incõparatione ad medium vidẽdi: quod est diaphanũ. i. trãsparens corꝓus: imo deinceps loquemur indifferenter de vtroq; visibili per se ⁊ ꝙ accidens: eo ꝙ illa distinctio phisica impertinẽs est ad hãc sciam sensualem. Jam ꝓbatur hec tertia petitio sic: quilibet cñ ꝓctus luminosꝰ vel colorati illumiati põt videri in qualibet parte medij sibi obiecti. i. presentis: sed videri nõ posset ibi nisi irradiando super illud: quatenus radij eius ꝙ medium veniant ad oculum videntis: ergo omne tale corꝓus visibile illustrat radijs suis totum medium.

Quarta petitio.

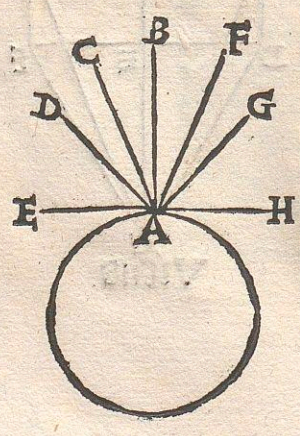
Totum luminosum vel illuminatum coloratum in quolibet puncto medii sibi obiecti pyramidem sui luminis terminare. 4.



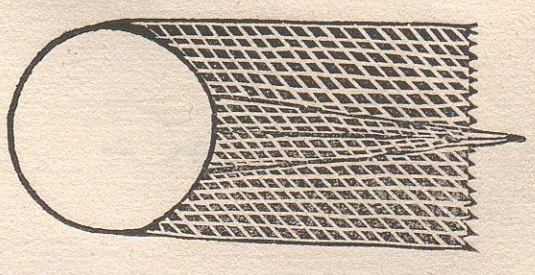
Hec ꝓpositio in modo loquẽdi est cõuersa precedẽtis: qz illa totalitatẽ attribuebat medio ⁊ ptibilitatem corꝓori visibili: hec vero cõuertit locutionem. Et accipitur ꝓctus vtrobiq; nõ geometrice ꝙ aliquo indivisibili: sꝫ phisice ꝙ qualibet parte corꝓoris magna vl parua vsq; ad minimũ naturale inclusiue. Pyramis vero radiosa corꝓoris visibilis dicitur hic quidã cõcursus imaginarius duarũ linearũ ab extremitatibꝰ eiusdẽ corꝓoris ductarũ super quodlibet ꝓctum medij: ⁊ hmõi pyramides variant in infinitũ cõparato eodẽ corꝓore ad infinita puncta medij obiecti. Caueat ergo huius discipline auditor ab erroꝛe falsꝫ opinionis: ne forte credat has pyramides realiter sic esse dispositas in medio: ⁊ ita actu divisas sicut eas imaginamur geometrice: sed ꝙ sint ibi solũ in potẽtia quẽadmodũ boni philosophi dicũt ỏ figura mercurij in lapide vel ligno nodũ sculpto: sic eñ abstrahẽtiũ mathematicorũ nõ eirt mẽdacium vt Aristoteles dicit: quod ꝓfecto accideret talia esse credẽtibus: vnde subdit ꝙ latent hec facientes seu ponentes ideas ⁊ mathematica separata. Hũc ꝓbãda est ꝓpositio assumpta: qz si quilibet ꝓctus luminosꝰ ex precedente illustrat quẽlibet punctũ medij: totũ eñ hic sine athegoreumatice accipiẽ ꝙ qualibet parte: ꝯ totum luminosum irradiat super quodlibet punctũ medij: ⁊ illam irradiationẽ imaginamur ad figurã pyramidis: vt facilius manuducamus rudes discipulos ad intelligendũ quomodo res tam magna vt mons possit videri ab oculo tam paruo: ꝯ ad hũc sensum inquolibet puncto medij are visibili terminat pyramis radiosa. Et ꝓ varietate distãtie a corꝓore visibili ad quodlibet punctũ medij imaginamur varias pyramides ⁊ a scinuicem differentes in longitudine ⁊ breuiate: in latitudine ⁊ angustia earũ. Nescio tamen si auctor huius perspectiue has pyramides realiter credebat: qui ex hoc ꝓncipio voluit statim illã cõclusionem inferre. s. incidentias radiosas per angularia foramina ⁊c. ⁊ ita posuit eam quintam in numero: nos vero a numero ꝓnciꝓiorum eam separantes inferius collocabimus.

Quinta petitio.

Oẽ ꝓctũ luminosi vel colorati illuminati hemispherialr sup mediũ radiare. 5.



Huius rei causa tum ex lucis tum ex corꝓoris natura procedit: lucis si quidem ⁊ coloris illuminati ea natura est vt vndiquaq; se diffundat ⁊ orbiculariter irradiet nisi impediatur. Diaphanum etiam suapte natura suscipit radios visibilium: cum sit summe dispositum ad eos: nec contrariam habeat qualitatem que indisponat ipsum: lumen enim vt inquit Aristoteles est actus diaphani: quo contra oppacum naturaliter impedit transitum lucis ⁊ causat vmbrã. Cum ergo oĩne corꝓus visibile siue luminosum siue coloratũ sit oppacum: vt testat experientia: sequimur ꝙ ꝓctus in superficie eius situs

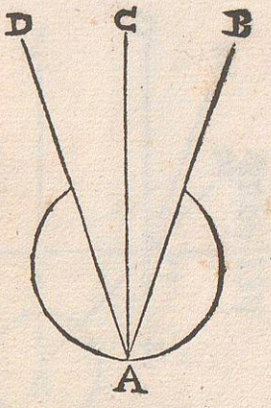


nō possit se orbiculariter diffundere. i. irradiare ad totā sphērā sue actiuitatis: qr medietas spacij sphe rici descripti circa punctū illū precluditur sibi: quā abscondit opacitas corporis sui: restat ꝙ sibi diffu sio hemisphērialis solū modo. Sed hoc verū est in corporibus visibilib⁹ planis ꝛ sphericis cōuexis: nā incōcauis minor sphere portio medietate relinqtur pūcto irradianti: eoq ipsa figura prohibeat lu men dilatari vsq ad medietatē sphere. Fūdat hec imaginatio in illo ꝓncipio geometrie. s. circa pūctū quodlibet q̄tūlibet occupādo spacium ꝛ circulū ꝛ sphērā describere: q̄ dici solet sphera actiuitatis ei⁹.

Sexta petitio.

6. **Radios visibilium corporum impermixtæ idem medium illustrare.**

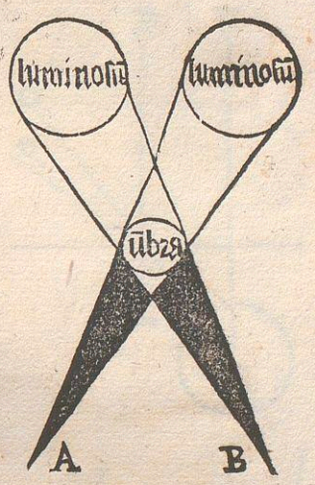
Vocamus hic species visibilium radios vel lineas imaginatione geometrica: eo ꝙ recta via incedant in sua multiplicatione. Cū ꝙ eidem medio diaphano simul plura visibilia diuersorū luminū ꝛ colo⁹ sepius p̄sentētur: ꝛ p quartam petitionē hui⁹ quodcūq illo⁹ in quolibet pūcto medij piramidē sui luminis terminet: possent imperiti credere illas spēs diuersorū corporū sic ꝓmisceri: vt ex eis vna ter tia resultaret species: quēadmodū dici solet elemēta misceri in reb⁹ naturalib⁹. Huic errori obuians hec ꝓpositio asserit illas species non misceri: nā ꝛ accidentia diuersarū naturarū in eodem subiecto: vt albedo ꝛ dulcedo in lacte: ꝛ sese penetrent nō tamē misceantur ad tertij generationē: constat autem radios diuersorū visibilium: ꝙ simul sunt penetratiue in eodē medio: esse diuersarū naturarum etiam si visibilia corpora sint eiusdē speciei predicamēti substantie vel qualitatis: ergo radij illi non miscent sic ꝙ ex eis fiat aliquod tertium. Et hoc etiam experimento claret: lumina cūm plurium candelarum non cōfundi in aere ptz ex vmbris eiusdē opaci eis obiecti: que multiplicātur secūdum numerū can delarum: nā multe candele ad vnū oppacum obiecte tot faciunt vmbras quot sunt candele. Idē pre terea oculus in quolibet puncto medij positus distincte videt corpora diuersorum colorū non solum specie sed etiam solo numero differētium. Ex predictis sex petitionibus habetur comparatio visibilis per se ꝛ per accidens ad organū visus ꝛ ad medium scorsum: alie vero sex que sequuntur cōparabunt lumen ad medium simul ꝛ organum atq ad obiectum.



Septima petitio.

7. **Lucem fortē orientē sup visum & medium: quedā visibilia oculo abscōdere.**

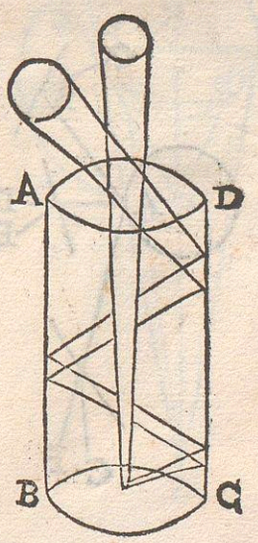
Hoc experientia cōstat: tum qr stelle per diem nō apparent in celo: ꝛ hoc non nisi qr lucis solaris ve hementia occupat visum: ne radios stellarum debiliores perciat: hoc enim cōmune est omni sen sui ꝙ excellens sensibile occupat ipsum: vt Aristoteles dicit: ne minora sensibilia sentire valeat: ꝛ sem per minores motus vel tactus sunt imperceptibiles sub excessu maiorum: in nocte vero absente so le sentit visus radios stellarum qui alterāt seu mouent ipsum: similiter in die homo existens in pro fundo putei videt stellas celi super caput eius apparentes in zenith: quia earum radij directi fo rtiores sunt super eum quā radij solis obliqui. Tum etiam quia magnus ignis in nocte existēs coram homine prohibet sibi certam visionem eorum que sunt vltra ignem. Et in die veniens de agro nihil fere videt in domo propter excessum claritatis solis.



Octaua petitio.

8. **Intensam lucem super quedam visibilia orientem ipsa oculo abscondere existenti in loco lucis temperate.**

Huius ꝛ precedētis fere eadem est ratio. s. ꝙ motus maiores impediunt minores: cū ergo obiectum visibile fuerit intense illuminatū: visus inde recipit intēsos lucis radios ꝓ reflexionem: qui prohibēt eum sentire species colorum debiliores ꝛ recte venientes ab obiecto visibili. Patet etiam idē experi mento: nam tabula picta vel sculpta quando vehementer a sole illuminatur: oculus recipiens illius lucis reuerberationem non videt imagines vel sculpturas eius: imo ꝛ aliquando neq colores ni si valde confuse. Similiter multa sunt corpora lucida in terra que ad solem posita vel non apparent vel nō lucent: vt candela accensa: ignis paruus: scame piscium: quercus putrida: oculus cati: ꝛ lucula vermis: que tamen in nocte vel in loco obscuro ꝛ apparent ꝛ lucent.



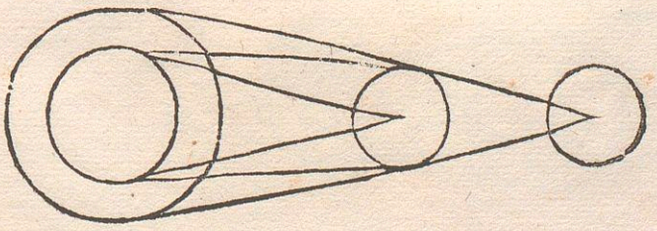
Nona petitio.

9. **Lumen forte multa visibilia ostendere: quæ debile occultat.**

Quāuis hec propositio videat cōtraria duab⁹ precedentib⁹: tamen eis est bene cōpossibilis: lux em fortis tūc abscondit visibile quando excedit eius ꝓportionem in radiando: qr tunc occupat totā visus capacitatem: sed lux debilis similiter abscondit visibile quando deficit a ꝓportione requisita ad hoc ꝙ eius color possit sensibiliter radiare: ergo tunc superueniens lux fortis: que tamē ꝓportionem dictam nō excedat: manifestat visibile: qr dat colori eius virtutē sufficientem irradiandi sensibiliter. Et experientia docet ꝙ multa in luce modica nō videnť: que ad maiorem lucem adducta declarantur.

Decima petitio.

10. **Igneam lucem ex materia flamea radiantem: maiorem in nocte quā in die: & a longe quam a prope apparere.**



Hec sequit̃ correlarie ex premissis: in die em̃ illa lux apparet minor: qꝛ maiore claritate solis circumfunditur que magis ea visum mouet: in nocte vero per totũ suum ambitũ libere presentat̃: ⁊ magis ac maior videtur. Ilẽ de prope illa flãma visa in nocte discernitur ab aere circunstãte q̃uis illuminato: a longe vero nõ sic flãma ab illuminato aere discernitur propter distãtiam: sed totum illud confuse apprehenditur ad modum vnius grandis luminaris aut magne flamme.

Vndecima petitio.

Colores corporum naturalium diuersificari apud visum hominis: propter diuersitatem lucis super ipsos orientis. 11.

Hoc etiam ad dicta cõsequit̃: qꝛ vt diximus color efficatiam irradiandi vel mouendi visum ⁊ medium habet a luce: ḡ secundũ diuersitatẽ lucis maioris aut minoris color ab ea illuminatus magis aut minus irradiat ⁊ oculo se ostendit. Et sicut oẽs colores sunt in luce virtualiter ⁊ eminenter: ita debiliores vel imperfectiores colores sunt in nobilioribus sicut incõpletũ in suo cõpleto: vt Aristoteles dicit de figuris ꝙ trigonũ est in tetragono: ⁊ de aĩs ꝙ vegetatiuũ est in sensitiuo: ⁊ sensitiuũ in rationali: quare nimirũ si quidã colores in luce sorti appareant clari ⁊ scintillãtes: in luce aũt mediocri videant̃ turbidi ⁊ alterius nature. Unde ijdem colores aliter apparẽt in luce solis de die ⁊ aliter in luce lune aut candele de nocte: vt mõstrant illusiones eorũ qui flores diuersorũ colorũ cõponunt in nocte ad lumen candele: eodẽ modo decipiunt̃ sepius plumarij ⁊ alij hmõi artifices: pictores quoqꝫ in eiusdẽ vestis albe aut rubee pictura multas spẽs faciũt coloris albi aut rubei scd̃m varias partes eius vario modo illuminatas. In tempore etiam eclipsis solis om̃es res colorate solita venustate priuantur: qꝛ oẽs colores tũc quasi mortificant̃. Amplius colores nubũ in celo: lꝫ nõ sint veri vt diximus sed tantũ apparẽtes: ꝓpter variam lucis irradiationẽ sup easdẽ nubes variant̃: qđ etiam cõspicitur in flãmis lignorũ ignitorũ ex varia ꝑmixtione flãme ad fumũ. Deniqꝫ eadẽ diuersitas mõstrat̃ in conchis hostrearum maris: in scamis piscium: in collo columbe: in ala corui: ⁊ alijs multis corporibus: quorum quodlibet: cum vnius tantũ sit coloris: varijs tamẽ lucis aspectibus varie illustratũ sub diuersis colorum formis oculo presentat̃. Licet de collo colũbe q̃dã aliter putẽt. s. diuersos reuera ibi esse colores ex diuersis pẽnulis radiantes: quod tamẽ mõstratur falsum ex pẽnis caude pauonis: quarũ quelibet etiam secundum eandem sui partem varie illuminata varios protẽdit colores.

Duodecima petitio.

Compræhensio rei visibilis a visu sequitur proportionaliter dispositionem lucis orientis super obiectum: medium: & visum. 12.

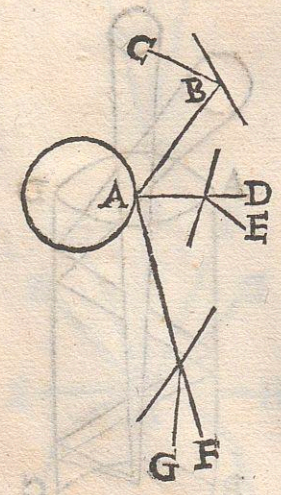
Hec ꝓpositio est quasi epilogus totius capl̃i huius: ⁊ summa dictorũ in eo: sequiturqꝫ ad ea correlarie: si em̃ in maiore luce color magis mouet ⁊ in minore minus: simpl̃r videt̃ oĩs efficatia coloris in mouendo medium ⁊ orgonũ esse a luce: ⁊ voco motionẽ coloris eius irradiationem que est alteratio quedã diaphani. Eadẽ diuersitas attendit̃ ex parte medij in defferẽdo species colorũ: ⁊ ex parte organi in recipiendo eas: atqꝫ in apprehendẽdo rem per eas: quodcũqꝫ em̃ horũ trium vario modo illuminatũ variat visionis modmu in rebus coloratis. Hactenus de principijs perspectiue.

Capitulum secũdum de quibusdam conclusionibus generalibus ad totam hanc scientiam: quarum etiam vera noticia est supponẽda in omnibus tribus libris huius compendii.

Prima conclusio.

RADIVS lucis primariæ sil̃r & coloris in rectũ semꝑ porrigit̃: nisi diuersitate medii ĩcurueť: se nihilominus lateral̃r diffundẽdo. 13.

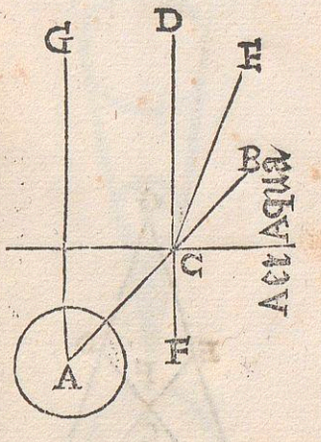
Dicitur aũt lux p̃maria que directe ꝓcedit a corpore luminoso ad medium sibi presens: ⁊ vbi hec irradiatio nõ attingit đr vmbra ⁊ lux secundaria siue accidentalis aut lateralis: que a luce p̃maria deriuatur ac ꝓcedit ⁊ vndiqꝫ se diffundit. Eadẽ lꝫ paulo latentior ẽ dr̃ia radiorũ coloris q̃ simul ꝓcedunt cũ radijs lucis: vt ptꝫ qñ radius solis trãsit per vitrũ coloratũ: tunc em̃ ꝓpter radij solaris vehemẽtiam color sensibilius irradiat sup medium ⁊ obiectum corpus. Hoc supposito ꝓbetur cõclusio: naturalissimus siquidẽ est luci ⁊ colori incessus rectus vt cõstat ex obstaculo opaco linealiter posito inter corpus visibile ⁊ visum: qđ visionẽ eius impedit: neqꝫ huius recti incessus est querẽda alia ratio nisi qꝛ natura rei talis ẽ: ⁊ taliter a deo facta: vt vl̃ sic imittetur illã summã rectitudinẽ increatam que est ꝓprie filius dei: in oĩ etiam motu naturali rectitudo expedit ⁊ facilitat operationẽ: quandoquidẽ via recta est oĩm breuissima ⁊ citius ducit ad finem. Impeditur tñ rectitudo irradiationis ⁊ fit violẽter incessus lucis obliquus: qñ obuiat ei corpus densum: qđ si sit opacum: refflectitur ac resilit radius ab eo: vt a speculo: si autẽ diaphanum sed dissimile illi in quo est corpus luminosum aut coloratum: tunc radius lꝫ transeat vlterius: tñ non recte sꝫ quasi frangitur: ⁊ sic declinat a rectitudine vie quã inceperat ⁊ ꝓcedit oblique. Ex hac ḡ ꝓpositione patẽt tres dr̃ie radiorũ visualiũ. s. recti: refflexi: ⁊ fracti: penes q̃s distiguunt̃ tres libri huiꝰ ꝯpẽdij ꝑspectiue.



Secunda conclusio.

14. Fractio radii lucis aut coloris fit ad perpendicularem in occursu medii densioris: super quod radius ille non est perpendicularis.

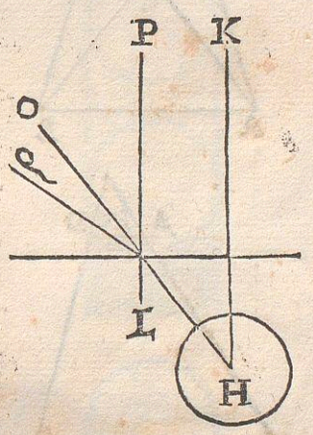
De reflexione radiorū a corpore speculari: qz facile intelligitur ex reflexione vocis aut soni q̄ ab Aristotele dr echo: z ex resilientia corporis moti qđ obuiat resistenti: vt ptz in ludo spherule: nihil dicemus ad presens: sed expectādus erit liber secūdus huius pspectiue. Et lz de fractione radiorum agat in particulari liber tertius huius: qr tñ est difficilior eius cognitio: duximus hic prelibāda quedā ei⁹ gñalia ꝓncipia. Pro quorū declaratione sciendū q̄ perspectiui imaginatione geometrica linearū de lucis diffusione p medium loquunt: z qr vbi fit visio p media diuerse diaphanitatis apparet notabilis variatio in iudicio sensus: ad dandū rationē illius dicunt ꝓpter diuersitatē mediorū radios lucis z coloris frangi seu incuruari: dicentes q̄ gñalis ratio huius fractionis est diuersitas diaphanitatis mediorū: nā minus diaphanū medium magis: z magis diaphanū minus resistit transitui radiorum per ipsum: quare cū facilior fiat trāsitus p vnū medium q̄ p alterū: z lux eque cito trāseat p vnū sicut per alterū: necesse est: scōm regulas septimi ꝓbicorū de velocitate motuū cōsiderāda er ꝓportione virtutis actiue ad resistentiam: q̄ radij lucis z coloris qñ trāseunt a medio rariore ad medium densius vniant z fortificentur ad hoc vt sit ꝓportio illis virtutis ad resistentiam in vtroq̄ medio z eque cito fiat trāsitus. Verū in hoc est dria radiorū: qr ꝓpendicularis est aliorū fortissimus ideo ingrediens vel egrediens nō frangit nec̄ diuersitate medij ebetatur: aliorū vero radiorū vnusquisq̄ tanto est debilior z tanto magis frāgitur quanto a ꝓpendiculari est remotior: z tanto fortior quāto est ei ꝓpinquior ideoq̄ minus frangitur: qñ igitur occurrit medium densius z magis resistens: necessarius est radio obliquo fortior situs z directo ꝓpinquior: ideo declinat ad ꝓpendicularē erigibilē a puncto ingressus sui sup medium secundū: z hoc nō p electionē sed instinctu quodā naturali: vt transit⁹ p medium scōm ꝓportionē transitui p primū. Vt ḡ. a corpore luminoso existēte in aere cadat sup aquā ꝓpendiculariter radius. a. g. qui non frangitur: cadat vero oblique radius. a. c. q̄ si non frangerē ꝓcederet vsq̄ in. b. sed frangitur in pūcto. c. superficiei aque z accedit ad ꝓpendicularē. d. c. f. z cadit in. c. Loco autem radium ꝓpēdicularē q̄ nō frangitur: nō p cōparationē ad corpus luminosum a quo egreditur sed p cōparationē ad medium sup quod cadit: itaq̄ in superficiem eius cadit ad angulos rectos: eodē modo est dicendū de radio obliquo q̄ frangitur. Hec tamē imaginatio mathematica lz ꝓsit ad manuducendū phantasiam nouitiorū z rudium: tñ docti phi sciunt rem aliter se habere: vbi nec sunt tales linee nec tales anguli neq̄ fractiones: sz lumē in aere est corpus cōtinuum vt in preambula q̄stione diximus. Rei ergo veritas physica hec est: q̄ p medium magis diaphanū lumē intensius diffunditur: z per medium minus diaphanū quod iste vocat densius est minus intēsum: qr est minus receptiuū luminis: quare ad hoc q̄ in eo bene recipiatur quasi p antiparistasim fortificatur z intēdit: z ad hunc sensum est applicanda predicta imaginatio mathematica ad hoc vt abstrahentium nō sit mendatium.



Tertia conclusio.

15. E contrario vero radius lucis vel coloris a perpendiculari se diuertit: cum medium subtilius occurrit.

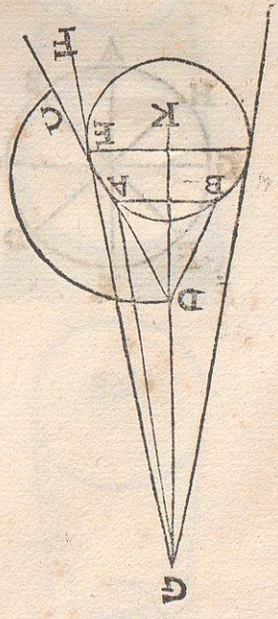
Persistendo in eadem imaginatione linearū hec sequitur ex premissa: qr medium secūdū minus resistit: ergo minor fortitudo sufficit radijs ad ipsum a densiori cadentibus: z qr natura radij est dilatare se iuquātum potest remoto impedimēto: ideo frangitur radius obliquus a ꝓpendiculari. Vt ḡ. sit visibile. h. existens in aqua: ascendat ab eo perpēdicularis. h. k. recte: z radius. h. l. obliquе: dico q̄. h. l. nō ꝓcedit directe in. o. nec frangitur versus perpendicularem. p. l. sed ab ea diuertens cadit in q̄. Physice vero ptz intelligētia hui⁹ cōclusionis p oppositū ad p̄cedētē: sz de hac materia satis ꝓ nūc vsq̄ ad tertium libz̄ū: vt redeamus ad radios rectos de qb⁹ in hoc ꝓmo libro ꝓncipalior sit doctrina.



Quarta conclusio.

16. In omni puncto medii quo est a luminoso remotior: eo in ipso recipitur radius multiplicior.

Hec cōclusio ꝓbatur: qr punctis quāto plus distat a sole tanto in eum descēdit lumen a maiori arcu seu portione solis: z econtrario quo ꝓpinquior est soli: eius lumē descendit a minori arcu: ḡ in pūcto remotiori est lumē multiplicius: sz ex distātia debilius: qđ demōstrat sic. Accipiant in corpe spherico luminoso cuius cētrū sit. k. duo pūcta opposita. a. b. z diffundat lumē a pūcto. a. p hemisperiū vt ptz p q̄ntū ꝓncipium supra: cuius hemisperii diameter est linea. c. a. d. certū igr est q̄ a puncto. a. cadit lumen in puncto. d. z nō in aliquē ꝓpinquiorē locum corpori luminoso: linea enī. c. a. d. est contingēs: qr inter eā z spheram nulla cadunt media: sicut ptz ex sexta cōclusione capl̄i de circulis in scō libro nostre geometrie. Amplius si sumatur punctus sup. a. in corpore luminoso scz. e. radians p spacium obiectum: z terius radiationis sit linea cōtingens. f. e. g. certum est q̄ in linea. k. g. pūctus ꝓmus ad quē peruenit lumē a pūcto. e. est. g. z in nullū ꝓpinquiorē: sicut a puncto. a. in punctū. d. sed in pūcto g. venit radius a puncto. a. z ab omni puncto luminosi mittente radium suū in punctū ꝓpinquiorē.



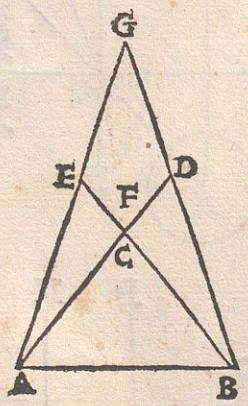
A ini

mittitur radius in punctū remotiorē ꝛ nō econtra: vnde a toto arcu. e. a. b. o. cadit lumen in punctū. g sed in. d. nō venit nisi ab arcu. a. b. lux igitur in pūcto recepta tanto multiplicior est q̄to a luminoso remotior. Unde homo existēs in centro terre plus videt de sole q̄ si in sphera lune existeret: de spherico enim plus videtur a longe q̄ a prope: ꝛ quanto ꝓpinquius tanto minus de eo videtur.

Quinta conclusio.

In puncto propinquiori fortior est lux vnius corporis quam in remotiori. 17.

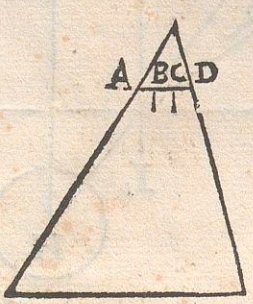
Multiplicitas enim luminis in puncto remotiori est ex cōfluentia radiorū oblique cadentium ꝛ p cōsequens debilium: lux autē in puncto ꝓpinquiori fortitudinem habet ex maiori coniunctione cū suo fonte: q̄ maior est. Ex ista cōclusione sequit̄ ꝑ astrologia: q̄ in regionibus australib⁹ fit maior calor in hyeme q̄ in nostris septētrionalibus inestate: quia sol est eis propinquior quā nobis: cū in hyeme sit in opposito augis sue: sed in estate est in auge.



Sexta conclusio.

Pyramides breuiores: quia breuiores: partim esse longioribus ab eadem basi procedentibus fortiores: partim debiliores. 18.

Breuiores si quidē pyramides: q̄ breuiores: eē obtusiores necesse est: sicut ꝓz ex doctrina de triangulis in ꝑmo Euclidis: sed in obtusioribꝰ radij sup conos se intersecant ad obtusiorē angulū: ꝛ quāto angulus conalis interior ē obtusior tāto magis ciꝰ latera lateribꝰ pyramidis incise mutuo appropinquant exterius. Verbi gra sit pyramis obtusa. a. b. c. ꝛ ꝓtrahatur. a. c. in. d. ꝛ. b. c. in. e igitur cū angulus. a. c. b. sit equalis angulo. e. c. d. q̄ contra se posit⁹ p scōam quarti capli ꝑmi libri geometrie: necesse est tanto reliquos duos esse minores quanto hij duo sunt maiores p ꝑmā quarti capli ꝑmi libri geometrie: ꝛ quāto illi sunt maiores ꝛ isti minores: tanto sibi sunt collaterales radij ꝓpinquiores: vt c. d. tanto ꝓpinquior est radio. b. c. ꝛ ecōuerso quāto minor est angulus. d. c. b. Est aūt luci ꝓprietas: vt quanto est altera ꝓpinquior alteri: tanto sit fortior vtraq; igitur scōm hec fortiores sunt pyramides breuiores naturaliter: ꝛ nō solū ex causa in precedēte cōclusione assignata. Sz ecōuerso in pyramide longiori lux ad conū est adunata magis q̄ in breuiori: ꝛ per hoc excedit breuiorē. Simpliciter tamen fortiores sunt breuiores. Unde naturaliter montes calidiores sunt quam valles. quāuis p accidens infrigidentur inquātum medio interstitio aeris propinquant.



Septima conclusio.

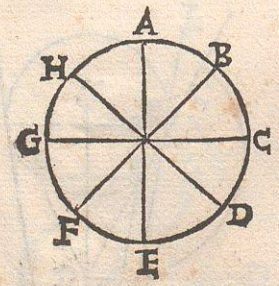
Cuiuslibet pyramidis radiosæ omnes radios in indiuisibili concurrere. 19.

Hoc intelligendū est solum de radijs imaginarijs iuxta modum quarte petitionis capli precedētis. Si enim conus pyramidis habet latitudinē: ego diuidam eū p tres partes quarū ꝑma sit. a. b. scōa. b. c. tertia. c. d. ergo radius cuius terius est. a. b. nō cōcurrit tūc cum radio cuius terius est. c. d. quod falsum est: quia lineas concurrentes necesse est sine medio esse: atq; huiusmodi radiorum concursum vltimum fieri in puncto mathematico.

Octaua conclusio.

A luminoso concauo lumen efficatius recipitur in centro. 20.

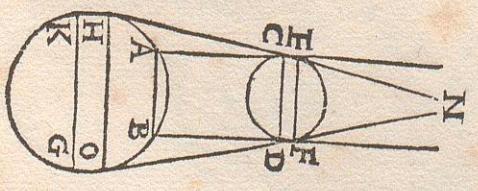
Cuius ratio est qm̄ ab oīni cōcaui pūcto ꝓpendiculares radij: q̄ sunt ceteris fortiores: cōfluunt in cētrum vt ꝓbari pōt ex capō de circulis in scōo lib. geometrie. Unde virtutes corporū celestium in cētro mūdi ꝛ iuxta ipsum efficatius oriuntur vel operantur: illicq; cōformior dicitur habitatio hominis cuius complexio propinquat simplicitati: vt est possibile: supremi corporis.



Nona conclusio.

Omne luminosum sphericum illuminat spheram minorem: similiter & cylindrum plus quam dimidium. 21.

Si enim maior est dyameter luminosi q̄ sit dyameter opaci: radij cadentes super extrema dyametri opaci nō oriuntur a terīs dyametri luminosi scz. k. g. hoc eñ si facerent angulos rectos causarēt vtrobiq; cū dyametro opaci scz. c. d. p ꝗntā cōclusionem capli de circulis in scōo libro geometrie nostre: ꝛ per cōsequens equedistantes essent linee laterales diametroꝝ tam in corpore luminoso q̄ in opaco: ꝛ p cōsequēs essent eq̄les dyametri corporū ineq̄lium qđ est impossibile: ꝓña tenet ex quarta petitiōe geometrie: oriuntur g̃ ab obliquo arcu minori q̄ sit hemisperium verbi gra ab. a. b. cum g̃ a punctis oībus inter. k. ꝛ. s. lumen diffundatur sup opacū: si ab. a. pūcto peruenit in. c. necesse est ab omni pūcto superiori peruenire vltra. c. ꝛ p cōsequens quanto opacum est ꝓpinquius luminoso: tanto latius lumen diffunditur: quod demōstratur sic. Ex quarto ꝑncipio capli precedentis a superficie luminosi porrigañ pyramides in oēm partē medij obiecti: quū igitur minus sit opacum luminoso: ꝛ p consequēs inter pyramides luminosas cōclusibile: necessario illustrañ plus medietate. Si eñ pyramis latera sua extremis diametri. c. d. applicaret sequerenꝭ duo incōuenientia vtrimq; eñ angulos rectos cōstituere sicut ꝓz p ꝗntāquarti capli scōi libri nostre geometrie: ꝛ per ꝓña essent equales diametri



corporū inequalium: scz luminosi ⁊ corporis opaci quod ē cōtra ypothesim. Et trigonus. c. d. z. plus q̄ duos rectos cōtineret ⁊c. Fundant hec demonstratio in tribus ꝓpositionibus geometrie: prima est diffinitio linearū equedistātium. Secunda q̄ oēs linee inter equidistātes lineas cadentes ad sīles angulos sunt equales: ⁊ hec sequitur ex precedēte. Tertia q̄ dyameter circuli ortogonaliter cadit sup lineam cōtingentie si sup punctū cōtactus ceciderit: que probata est in geometrie nostre libro scdo in capitulo de circulis conclusione quinta. Ex hoc ptz q̄ sol illuminat plus q̄ medietatem lune ⁊ terre.

Decima conclusio.

22. **Vmbrosi minoris luminoso minorē esse vmbram: sicut æqualis æqualem: & maioris esse maiorem.**

Hec ptz ex premissa qm̄ si luminosum maius est q̄ vmbrosum illuminat plus q̄ medietatē: si equale medietatem precise: si minus: minus medietate: ⁊ loquor de vmbris proiectis in plano: ⁊ q̄tum ad latitudinem vmbre: nam alias variantur figure vmbrarum.

Vndecima conclusio.

23. **Vmbrosum sphæricum luminoso minus: vmbram proicere pyramidalem: æquale columnalem: maius curtam euersam pyramidem infinitam.**

Ratio huius propositionis sumitur ex prehabitis qm̄ ex. 9. huius capli ptz q̄ vmbrosum luminoso minus: vt terra sole: illuminat plus q̄ in medietate: radij aūt a luminoso cadētes in vmbrosum contingēter: equedistātes esse nō possunt: tangūt eīm circulū nō in extremis diametri sed in extremis corde alicuius minoris dyametro semicirculi: rectiq̄ anguli non erunt in cōtactu: sicut ptz ex. 6. capli de circulis in lib. 2. nre geometrie: quū radij a maiori magnitudine descendant necesse est illos angulos esse minores quos cōstituunt radij ex parte corde predicte a luminoso remotiori: cōcurrunt enim necessario ad partes illas vt docet quarta petitio geometrie. Quod si equalia sibi sint vmbrosum ⁊ luminosum radij cadent necessario in extrema dyametri vmbrosi: ⁊ per ꝓns equedistātes erunt nūq̄ cōcurrentes etiam si in infinitū producant. Si aūt maius fuerit vmbrosum necesse est vmbram ē cōtrarie dispositiōis cū ꝑma istarū trium: quare euersa erit: ⁊ curte pyramidis infinite scōm lōgitudinē: quā figurā calatoides appellāt: dico tamē luminosum ⁊ vmbrosum debere esse super idē planum.

Duodecima conclusio.

24. **Vmbram esse lumen diminutum.**

Sicut ptz ex quarto principio precedentis capli q̄uis opacum impediat transitum lucis directum ⁊ p̄ncipalem nō tñ secundarium q̄ circūferentialiter se diffundit. In hoc aūt differt vmbra a tenebra qz vmbra est lux diminuta: vbi est ꝓuatio lucis ꝑmarie ⁊ deriuatio secūdarie: tenebra vero est vbi nihil est luminis. Nescio tñ si aliquod corporū mūdanorū pōt oīno lucis trāsitū impedire: quū nullum penitus natura perspicui sit priuatū: ⁊ adminus circunfulgētiam impedire nō pōt lucis secundarie: sit enim Aristoteles in secundo de anima q̄ diaphaneitas est natura cōmunis oīm corporum tam superiorum q̄ inferiorum: sed de hoc infra capitulo quinto conclusione quinta.

Decimatertia conclusio.

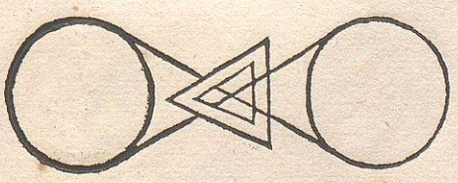
25. **Quāto sol est ꝓpinqor lunæ tāto eam magis illuminat intēsiue & extēsiue.**

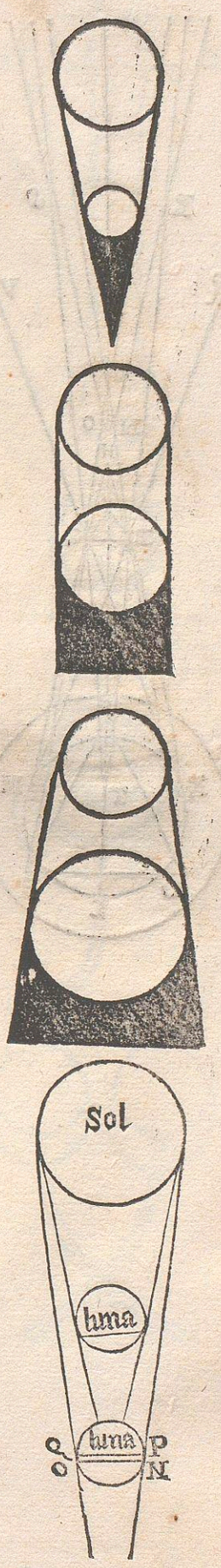
Quod intēsiue ptz ex. 5. huius: qō extēsiue ꝓbatur: qm̄ ex. 9. huius ꝓpōne ptz q̄ includit luna pyramidibus rodiosis a sole proiectis: ⁊ quanto soli est ꝓpinquior tāto breuiori pyramide circuncingit: imaginemur ḡ aliquā pyramidem lōgiorē cuius latera tangant lunā in p̄ctis. n. o. q̄ sunt teri arcus n. o. amplius latera pyramidis breuioris tangere non possunt extrema arcus. n. o. si enim facerent quū sint ab eadē basi: pyramides essent equales: ex scda cōclusione capli de triangulis in libro secūdo geometrie: nā hmōi latera sup maiorē basim maiores angulos facerēt: nec possūt tāgere extrema arcus maioris q̄. n. o. vbi gra. p. q. qm̄ sic breuiorē pyramidē ꝓstituere nō posset nisi vtrinq̄ latera lōgioris pyramidis secarēt: qō ē ipossibile cū ab eisdē teris vtraq̄ ꝓcedat: tales ei lineas ipossibile ē cōcurrere. Latet tñ lūe ps illumiata: supior ei ē necvndeq̄ portio eī⁹ modica donec a sole paulati elōgēt.

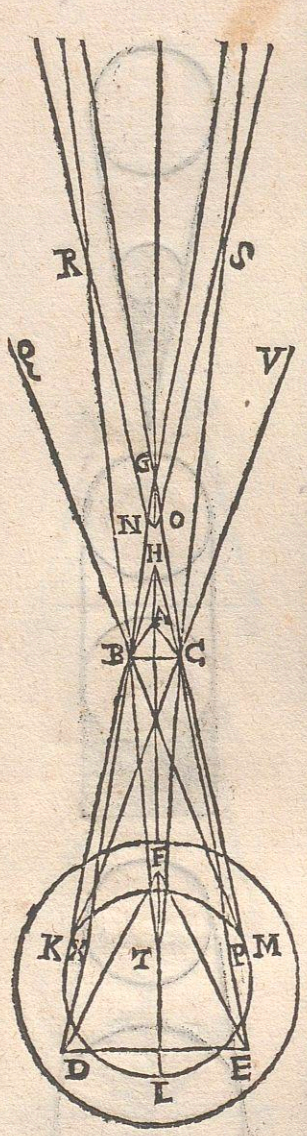
Decimaquarta conclusio.

26. **Incidentias radiosas per angularia foramina mediocris q̄titatis trāseuntes: in obiectis corporibus rotundari: eoq̄ semp fieri maiores quo remotiores.**

Hec cōclusio sequit ex quarto p̄ncipio q̄tum ad vtrāq̄ partē: ꝓbat tñ secūda qm̄ radij in quo vis p̄cto medij pyramidaliter terminati nō sistūt ibi: sed intersecādo se ꝓcedūt: ḡ qm̄ perforamē incidūt angulare: radij q̄ in foramine se intersecāt indirectum ꝓducti quū in tātam distātiam quenerint quāta est distātia ex alia parte solis: dilatant ad q̄titatē solis: qm̄ si anguli cōtra se positi equales sunt ex secūda cōclusione quarti capli p̄mi libri geometrie: ⁊ latera ex vtraq̄ parte pyramidis equalia sunt: ne cesse est ⁊ bases equales: vt ptz ex p̄ma capli de triangulis in scdo lib. geometrie. Causam aūt rotunditatis incidētie diuersi diuersimode nixi sunt assignare. Quidā ḡ simpliciter causam attribuunt so-







lari rotunditati: vt sicut radius a sole: sic rotunditas a rotunditate. Ad hoc argumētū sensibile assumentes: qz tēpore eclipsis solaris hmōi incidētie p foramina angularia fiunt nouaculares: scōm portionē quā abscindit luna a sole: ꝓpter qō rotunditas a rotunditate ꝓueniet. Sed si hec causa sufficeret: tūc incidentia ista rotunditatē acquireret sic ꝓpe foramen sicut lōge a foramine: cuius cōtrarium videt. Alij subtilius causam attingētes: solarē rotunditatē hmōi incidētie ponūt causam remotā: radiorū aūt intersectionē causam ꝓpinquā: p hunc modū. Accipiatur foramen triangulare. a. b. c. t accipiatur superficies triangularis in corpore solis. d. e. f. t sit basis pyramidis triangularis incidentis per foramen dictum: t latera sua lateribus dicti foraminis applicent que concurrāt in puncto. g. vltra foramen. Amplius imaginemur in sole circulū non penitus circunscribentē triangulū dictū sed paulo minorē: t sit. k. l. m. circunferentiam suam fere angulis suis applicantē. Tūc ab hoc circulo ꝓcedunt rotunde pyramides quarū nulla pōt ptingere penitus integra: vsqz ad. g. angustia foraminis impediente: potest forsan aliqua pertingere pūctū aliquē foramini ꝓpinquiorē: vel saltē in ipsa superficie foraminis cōtentū: vbi gra sit punctus. h. tunc angulus pyramidis terminate in. h. maior est quā angulus terminatus in. g. qz longe breuiorīs est pyramidis ex. 6. huius capli: certū autē est q radij pyramidis breuiorīs ratione maiorīs anguli: quē cōtinent: ducti in cōtinuum t directum secabūt radios pyramidis lōgiorīs: t q ante intersectionē fuerant cōtēti t inclusi: post intersectionē continentes alios t includētes erunt. Igit quū predicta minor pyramis sit rotūda: seqtur vt post intersectionem predictā: incidētiam faciat rotūdā sicut ptz in figura: eo modo q planicies pōt figuras solidas declarare: ptz cm q radij pyramidis rotunde. k. l. m. cadūt in. h. t ibi sese intersecantes extra pyramidē triangularē se dilatant. Amplius si accipiant radij a sole cētraliter egredientes: q sunt fortiores alijs radiando vt sunt. t. a. t. b. t. c. ipsi candent intra dictā pyramidē rotundā secantes eam in punctis. r. s. igit saltē post illā intersectionē erit talis pyramis rotūda. Sed certe hec imaginatio locū haberet etiam si sol esset magne figure quadrate: in ipso em esset triangulus aliquis q posset foramen triangulare recte respicere: t circulus triangulum circunscribens: a quo posset pyramis rotunda procedere: t ita rotunditas solis nō esset causa ꝓpinqua nec remota huius rotunditatis incidētie. Amplius secundū hoc pyramis rotunditatē haberet t acquireret subito. s. post intersectionē istā ū duarū pyramidū in. n. o. vel. r. s. qz scōm hoc quicqd esset vltra. n. o. vel. r. s. esset rotundū cōplete: silīter quicqd esset citra t vltra triangulare foramen: esset triangulare: cuius cōtrarium est manifestū ad sensum: qz videmus lumen ipsum paulatim rotunditatē acqrere. Amplius radij. x. u. t. p. q. applicāt se lateribꝰ foraminis: t sequunt figurā eius: t certū est qō isti oēs alios radios includūt: q tū rotūdieatē possunt radiositate recte generare: per modū igitur radiorū: vt dictū est: impossibile est causam rotunditatis perfecte repperiri: maxime qz ex. 4. petitione iste pyramides sunt imaginarie t solum in potentia. Dico g istā intersectionē ad rotunditatē possecōferre: sed non causam totā administrare. Sciendū est igitur figurā sphericam luci esse cognatam: t omnibus mūdi corporibus ꝑncipaliorībus cōsonam: vt pote nature maxime seruatiuam: que efficēs suas ptes suo intimo pfectissime cōfigit: vnde t stilla in rotunditatē incidit: ad hāc igitur lux naturaliter mouet: t eam ꝓtelata distantia paulatim acquirit. In tēpore aūt eclipsis fit predicta nouaculatio: qz impeditur ista actio totaliter: t secūdarie diffusio lucis in parte illa: vbi radij solares abscindunt: deficiente em principali lumine: necesse est t secundariū deficere. Amplius si rotūditas esset causa ex intersectione: tunc si sol eclipsaretur in parte orientali deficeret incidētia in parte occidentali: t non solū in eadem parte cū sole: quod falsum est. Est igitur causa cū precedētibus formalis: qm figura spherica nō solū est cognata corporibus mūdi ꝑncipaliorībus: sed etiam eorum operationibꝰ principalibꝰ cū debita distātia. Resolutio ergo vera prime partis huius cōclusionis erit adiungere simul ꝑmā t tertiam opiniones: lumē em solis diffusum p medium diaphanum est vera similitudo solis t eius figurā representat rotundam: nisi alicubi impediatur: sed recedente impedimento paulatim ad suam naturam reuertitur.

Capitulum tertium de qualitate & dispositione organi sensus visus.

Prima conclusio.



MNE corpus visibile radios habere. 27.

Radius em nihil aliud est nisi speciei rei visibilis indirectum facta porrectio? corpora autē luminosa dicuntur principaliter radiare: quia radijs cetera illustrāt: t sol precipue cuius radij sensibiles sunt. Videtur autē hec ꝓpositio epilogus omnium precedentium vt sit principium ad sequentia.

Secunda conclusio.

Visionem fieri per linas radiosas recte sup oculum initētes. 28.

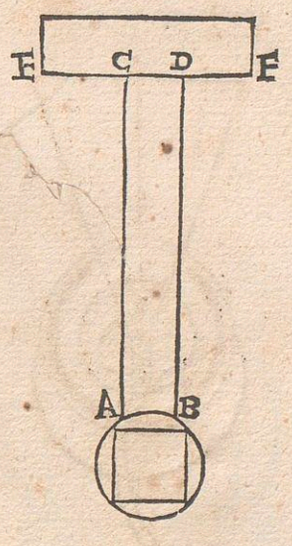
Hec ptz experimētis: qm abscisis lineis rectis interpositione alicuius corporis opaci inter visibile t oculum cessat visio: t eo remoto fit visio. Idē etiam ꝓbatum est in prima ꝓclusione capli precedentis. Auctor tm huius libri in suo comento exposuit hanc ꝓpositionē ad sensum conclusionis scde capli sequēris. s. q ex hac rectitudine radiorū sit vt tota species rei visibilis sit in toto organo visus t pars in parte scōm ordinē partium rei visibilis: alias vt inquit nō fieret visio distincta sed cōfusa: sed hec lineā-

ginatio licet indoctis per bella videatur: proceedit tamē ex oppositis principiorū tertij quarti ⁊ sexti: ideo potius generat ignorantiam q̄ scientiam vt inferius ostendemus.

Tertia conclusio.

29. **Oculus q̄titati capiendæ nō sufficeret vel nō cōgrueret: si rotūdus nō esset.**

Ad multa citius capienda est oculo attributa rotunditas. s. propter facilitatē motus ⁊ reuolutionis. Itē si pars illa per quā immutat nō esset spherica: nō videret vnico aspectu nisi sibi equale: qō ptz: qm̄ visio est p lineas rectas super visum orientes ꝓpendiculariter: quarū cōcursus est in centro oculi vt docebit infra cōclusione tertia capli sequētis. Si em̄ esset superficiei plane: nō venirent sup eum ꝓpē diculares nisi a superficie sibi equali. Verbi gra sit p possibile oculi superficies plana. a. b. res visa. c. d. a puncto. b. ducat perpēdicularis sup. d. iterū a pūcto. a. extrahat alia ꝓpendicularis que cadat in. c. quū g. a. b. ⁊. c. d. sint equedistātes: erit linea. a. c. ꝓpēdiculariter extracta p ypotesim equalis linee. b. d. q̄re linea. a. b. erit equalis linee. c. d, vt ptz ex diffinitione equedistātium linea⁊: ⁊ ita res visa visus latitudinē nō poterit excedere: quare expedit vt oculus nō sit figure plane sed spherice: in cuius centrum possint radij ꝓpendiculariter cadere a longe maiori lōgitudine. Amplius capacitati maiori cōuenit rotūditas: qm̄ figura spherica capacissima ē ysoperimetro⁊. i. figura⁊ eq̄liter cōmēsurabilium.



Quarta conclusio.

30. **Corpora diuersarū rationū necessario requirunt ad oculum cōstituendum.**

Hoc ptz qm̄ illa pars oculi i qua viget potētia visiua est tenera ⁊ passibilis multū: qm̄ aquea est ⁊ tenerrime cōplexionis: aliter nō cōgrueret subtilitati spirituum visibilium a cerebro venientium: aliter etiā spēs sub esse suo in materiali ⁊ depurato minime reciperet: nec ꝓcipi posset tactus earū nisi in tenerrimo ⁊ subtilissimo corpore: hic aūt humor faciliter corrūperetur nisi alijs fortioribus circunda retur. Hinc dispositio talis est oculi: vt sit eius tunica exterior que dr cōsolidatiua: fortis ⁊ pinguis ad retinendū oculū totū in dispositione sua iuxta duriciem cssis. Intra quā est tunica que dr cornea quia cornu silis est: ⁊ fortis qz aeri exponit: ⁊ est diaphana vt sit specieb⁹ peruia. Intra istā est tunica que dicit vuea: que est nigra advue similitudinē: vt obscureт in ea humor in quo viget visus: qui humor nisi aliquātulū abscurareт species in eo non possent apparere: ⁊ hec tunica est fortis ne resudet in ea humor contētus. Et habet in anteriori parte sua foramē circulare vt trāseant p eam species: cui⁹ foraminis dyameter est circiter quantitatē lateris quadrati intra spherū vueam descriptibilis. Intra istam tunicā est humor albugineus silis albulgini ouj diaphanus: vt p eum species ferātur libere: ⁊ talis humor est humidus q̄ humectat humorē glacialē: ne tela eum circundās siccitate corrūpat. Intimus humorū est humor glacialis glaciei silis humidus: vt sit a luce passibilis nō solū pspicuitate: ꝫ etiam ratione modi substātie: ⁊ est subtilis vt faciliter moueatur: ⁊ est aliquātulū spissus vt species in eo figi possint: aliter em̄ euanescerēt: ⁊ hic humor diuidit in duas partes: habet em̄ anteriorē partē maioris sphere portionē: ⁊ toti oculo concentricā ⁊ equidistātem anteriori parti visus: habet etiam partē posteriorē que vitrea dr: que est subtilior anteriori parte: ⁊ he due circundātur quadā tela subtili: que aranea appellatur silis tele aranee: cuius officium est illū humorē fluidum cōtinere: ⁊ ita secludū sphi losophos oculus habet tres humores ⁊ quattuor tunicas. Alij autē qui anatomiam diligētius pspiciunt. s. medici: ponūt q̄ vuea habet ortū in pia matre sicut cornea a dura matre: que sunt due tele cerebrū circundātes: ⁊ subiungitur q̄ oculus cōstat ex tribus humoribus ⁊ septē tunicis: quarū prima est cōiunctiua siue consolidatiua. Corneam etiam diuidūt in duas partes: anteriorē vocāt corneam: interiorē vero sclerotycam appellant: silr̄ter etiam vueam diuidūt: cuius anterior pars vuea dr: posterior autem secundina: silr̄ter aranea diuiditur cuius anterior pars dicit aranea: posterior retina. Sic tamē diuidere nō est cura huic philosophie: que solum cōsiderat ea que ad ecentricitatem vel concentricitatē partium oculi: ad fractionem vel directionem pertinent radiorum.





Quinta conclusio.

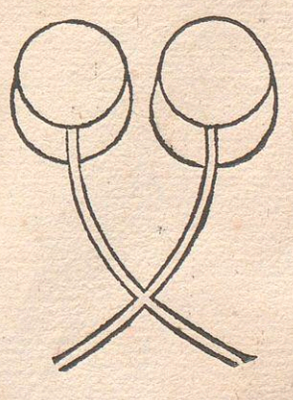
31. **Aliqua corporū oculū cōstituentiū a spheræ necesse ē deficere cōplemēto.**

Verbi gra cōsolidatiua pinguedo. s. alba q̄ circūdat oculum si totū circūdaret: oculus nihil videret: qz ipsa diafanieitate careт: silr̄ vuea hz foramen in anteriori parte: ⁊ silr̄ter glacialis deficit a rotunditate.

Sexta conclusio.

32. **Oculorum dualitatem necesse est reduci ad vnitatem.**

Duo sunt oculi ex benignitate creatoris: vt si vni accidat lesio alter remaneat. Origo autē eorum hec est: qm̄ ab anteriori parte cerebri oriuntur duo nerui cōcaui directe ad anteriorē partē faciei: qui ꝑmo cōiungunt ⁊ fiunt vnus neruus: ⁊ inde ramificat in duos neruos ad duo foramina cōcaua sub frōte: in quib⁹ dilatātur: ⁊ creatio oculorū fit sup ipsorum neruorum extremitate. Species g̃ visibilium per vtr̄q̄z foramen recipiuntur: q̄ si iste species nō vnirētur: res vna due apparerent: sicut etiam ptz si digito suppositio ipsi oculo: oculus vnus a suo situ eleuet: res vna due videtur: qm̄ spēs ꝑ duos oculos recepte in cōi neruo nō cōiungunt: necesse g̃ est in cōmuni neruo species vniri: quod est ꝓpositū.



Septima conclusio.



Sphærarum oculũ cõstituentium necesse est aliquas esse mutuo eccentricas. 33.

Hoc ptz: qm quũ species rei visibilis pyramidaliter supra oculũ oriant vt ptz ex quarto pncipio capli primi: cui⁹ conus pyramidis est imaginabilis in cẽtro oculi: si nulla diaphaneitat⁹ esset diversitas: radij in cẽtro illo cõcurrẽtes ꝛ vlterius ꝓcedẽtes se in cẽtro secarent: ꝛ dextra appareret sinistra: ꝛ sinistra dextra: qua ꝓpter machinata est natura vt anterior glacialis idẽ centrũ haberet cũ cornea ꝛ cũ humore albugineo: ne species ꝑ ipsas trãseuntes frãgerẽtur: anteq̃ peruenissent ad vim sensitiuam: que etiam in glaciali viget humore. Deinde occurrẽte sibi interiori glaciali: que est eis eccentrica: siue humore vitreo q̃ subtilior est q̃ anterior glacialis: disgregãtur radij ꝛ frãguñ a perpẽdiculari: ꝛ hinc iam non per multiplicationem specierum sed per viam spirituum deferuntur species vsq; ad locum iudicij interioris scz ad neruorum concursum.

Octaua conclusio.

Omnium tunicarum & humorum centra vna continet linea. 34.

Hec ꝓbatur ꝑ effectũ: qm nõ aliter posset lux tunicas oẽs ꝛ humores regulariter introire: nec aliquis radius alicubi posset nõ fract⁹ remanere: ꝛ ꝑ cõsequẽs nõ posset esse certitudo per deportationem oculi super visibile ab extremo ad extremũ: quod falsum est: vt patebit infra.

Nona conclusio.

Oim radiorũ orientium sup visum: vnũ solũ necesse est transire nõ fractum. 35.

Cuius ratio est quoniam super spheras ecentricas impossibile est plures vna linea esse perpendiculares: pyramis ergo radiosa sub qua res videtur tota frangitur in ingressum interioris glacialis: excepta illa linea que transit per omnia centra: que axis appellatur.

Capitulum quartum de visione & modo eius.

Prima conclusio.



ISVM vigere in glaciali humore. 36.

Hoc experimentis docetur: quoniam si alicui tunice vel humori lesio fiat: glaciali saluo: recipit curam per medicinã: ꝛ sanatur ac restituitur visus. Ipsa vero corrupta corrumpitur visus irrecuperabiliter.

Secunda conclusio.

Visionem fieri per hoc quod in glaciali est ordinatio speciei: sicut exterius rei. 37.

Hec ꝓpositio duplicẽ patẽt intelligẽtiam. s. mathematicã ꝛ phisicam. Pro ꝓma supponamus q̃ oẽs magnitudo siue magna siue parua est diuisibilis in ptes aliquotas oim denominationũ: hoc est in duas medietates in. 3. tertias in. 4. quartas ꝛc. vnde cõiter dr q̃ tot sunt partes minime quot maxime magnitudinis: q̃ uõ obstãte paruitate organi visus. i. humoris glacialis tot habet partes quod ꝛ corpus visibile exterius quantũcũq; magnum: ꝛ ita poterit species eius sic recipi in oculo q̃ tota sit in toto ꝛ pars in parte eius: ꝛ ordinatio partium organi ꝛ speciei correspondeat ordini partium rei visibilis: maxime quia species illa est valde subtilis ꝛ spiritualis ꝛ vt dicit Aristoteles recipitur in oculo sine materia. Ex hac igit imaginatione deceptus auctor huius libri dixit de facto ita esse in re q̃ in eadem oculi parte nõ recipiunt species diuersarũ partium obiecti visibilis: alias cõfunderẽt se ille forme: ꝛ oculus rem nõ distincte videret: huius tñ oppositũ dictum est in tertio ꝛ quarto ꝛ sexto principijs pmi capli huius libri. Sed posita est hec imaginatio ad introductionẽ rudium quib⁹ satis est q̃ vel sic rem cõcipiant. De sapientibus vero dicitur in scõo phisicorũ q̃ abstrahentium nõ est mẽdacium: qz iz hec imaginẽtur ea tamẽ nõ credũt ita se habere: ꝛ sic nõ decipiunt. Phisica ꝑ ꝛ vera intelligentia huius ꝓpõnis erit q̃ species rei visibilis in oculo recepta est talis nature q̃ est tota in toto oculo ꝛ tota in qualibet parte: ꝛ q̃ eius speciei quelibet pars suapte natura totum obiectũ ꝛ quãlibet eius partẽ representat: vel si a diuersis obiecti partib⁹ diuerse imprimãtur oculo species partiales: tamẽ quelibet earũ recipit in oĩbus oculi partibus: nec admiscẽtur nec se cõfundũ tot in sexta petitione dictum est: ꝛ hoc modo recepte species ille ita distincte obiecti partes representãt sicut si reciperentur in pribus organi diuersis vt ꝓcedit imaginatio mathematica predicta. Et hãc intelligẽtiã in fine hui⁹ opis. i. in. 5. lib: capło. 2. cõclusione scõa expressit iste doctor iam correctus ab errore suo.

Tertia conclusio.

Rei visibilis compræhẽsio fit per pyramidem radiosam. Appræhẽsionis autem certitudo fit per axem supra visibile transportatam. 38.

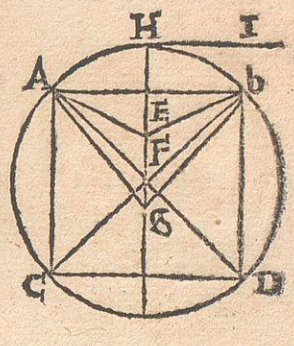
Pyramis enim radiosa siue species a visibili oculo impressa: rem oculo representat: sed visionis certitudo fit per rotationẽ oculi sup rem: que basis est pyramidis: iz enim tota pyramis sit perpendicularis sup centrũ oculi. i. anterioris glacialis: nõ tamen supra totũ oculũ: vnde sola illa perpendicularis que axis dicit: qz nõ frangitur: rem efficaciter representat: ꝛ alij radij quãto sunt ei ꝓpinquiores tãto sunt

potẽtiores ⁊ fortiores in repꝛesentando. Ad hoc igit oculus rotatur vt rẽs que sub pyramide repꝛesentatur simul oculo: ꝓ hanc perpendicularẽ successiue orientẽ perspicatius discernatur. De hac certitudine est intelligẽdũ qđ dicit auctor libꝛi de visu: ꝙ nullũ visibile simul totũ videt: ꝫ ꝓ imutationẽ pyramidis. Dicũt ẽt cõiter loquẽtes: ꝙ oẽ visibile videtur sub angulo in forma triangulari. Et loq̃mur hic de angulo trianguli imaginariꝫ scdm cõiter loquẽtes: ꝓ quẽ intelligiẽ speciei visibilis extensio.

Quarta conclusio.

39. **Non sub quocunq; angulo rem videri.**

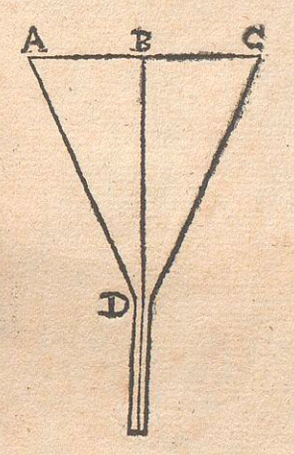
Non est visio sub angulo acutissimo. i. angulo contingẽtie: qꝛ iste angulus vt ꝓbatũ est in geometria capło de circulo: est indiuisibilis: angulus autẽ sub quo aliquid videtur est diuisibilis: qꝛ diuidit per axem mediam. Amplius determinata est anguli magnitudo sub quo põt esse visio: qꝛ diameter foraminis vuee sicut docet anatomia: est quasi latus quadrati qđ describitur intra sphꝛã vueam: ꝫ si ab extremis huius foraminis linee ad cẽtrũ eius ducãtur: cõstituent sup eum angulũ rectũ: hoc ꝓtz qm̃ ab angulis quadrati linee recte secant se orthogonaliter: igitur si in cẽtro vuee esset visio: videret sub angulo recto pꝛecise: si diameter foraminis esset latus quadrati pꝛecise. Hunc aũt centrũ oculi qđ est anteriꝛis glacialis interius est: ꝙ cẽtrũ vuee: qꝛ vuea minoꝛ ẽ ꝙ cornea: ⁊ secat corneam: nã foramen eius cornee applicatur: ꝫ maximus angulus sub q̃ fit visio radiosa est minoꝛ recto: nisi foramẽ vuee sit paulo maius ꝙtitate predicta: nec loquoꝛ hic de visione ꝓ radios extra pyramidem radiosam sup oculum orientes: de quibus infra videbitur.



Quinta conclusio.

40. **Visionem fieri sub curta pyramide visui ꝓportionata: & angulo inchoato.**

Hec ex pꝛedictis ꝓtz qm̃ radij pyramidis omnes excepto vno occurente interiori glaciali frangunt a ꝓpendiculari: vt dictũ est in vltima cõclusione pꝛecedentis capli: nec vlterius in conũ constringunt: q̃uis igitur radij ad angulũ inclinẽtur: nõ tamen angulariter applicãtur: nisi imaginatiue tantũ: imo quum peruenit species ad humoꝛem vitreum. i. interiorem glacialem: pꝛocedit secundũ legẽ spiritum magis ꝙ secundũ legẽ diaphanitatis: incuruatur eĩ scdm viam spirituum vsq; ad neruũ obticum.



Sexta conclusio.

41. **Declinatio radiorum angularis iuuat ad compræhensionem quãtitatis.**

Duplex est declinatio angularis radiorũ altera ad angulũ altera ab angulo: ⁊ de vtraq; vera est ꝓpositio. De ꝓma ꝓtz qm̃ quanto radij ad acutioꝛẽ angulũ declinant: tanto species amplius adunãtur ⁊ cõstringũtur: necesse est per cõsequẽs nisi aliq̃d aliud impediat: vt rei q̃titas ex hac declintione melius videatur in oculo: sed hoc ad cognitionẽ q̃titatis nõ sufficit: vt infra patebit. De secida etiam pꝛobatur qꝛ ex secunda huius capli per dispositionem speciei inglaciali habetur cognitio rei: ergo species debet esse extensa: quod non esset si radij ad angulum concurrerent in puncto.

Septima conclusio.

42. **Per radios qui oblique super oculum oriuntur: visio vigoratur & ampliatur.**

Vigoratur inquã qm̃ ꝫ ꝓ solos radios perpendiculariter cadentes certa ⁊ distincta fiat visio pꝛincipaliter: tamẽ certum est ꝙ quilibet pũctus in visibili signatus videtur ꝓ radium suum oculi perpẽdiculariter tangentẽ: dominatur eĩ motus ꝓpendicularis ⁊ iste oblique incidẽs cooperatur. Amplius extra pyramidẽ radiosam aliq̃a videtur: nam pyramidis angulus bꝛeuioꝛis latitudinis est ꝙ se habeant res q̃ vno aspectu videri possint: radij ꝫ istoꝛũ sup oculũ venientes aliquo modo tangũt ⁊ mouẽt oculũ ꝓ radios in ingressu oculi fractos: ⁊ ad centrum declinãtes vt talia debiliter ab oculo aduertantur: illa aũt q̃ sunt oculo facialiter obiecta: efficatius pꝛesentãtur qꝛ tam recte ꝙ flexe appꝛehenduntur. Quare autem punctus repꝛesentatus per radios tam diuersos in vno loco appareat: in tractatu de radijs fractis tangetur scz in tertio libꝛo huius capło finali.

Octaua conclusio.

43. **Operationem visibilis in visum esse doloroſam.**

Hoc ꝓbatur qm̃ operatio cuiuscũq; visibilis in visum ẽ vnius gẽis: quũ ꝫ operatio vehementium luminũ in oculos sit lesiua sensibiliter ac doloꝛosa: sequtur oẽs opationes luminũ eẽ tales: q̃uis nõ ꝓpẽ datur. Et hoc est argumentũ huius pbi capło de q̃litate visus: ⁊ rationabile videtur: qm̃ nullũ est visibile tantũ oculo delectabile: qm̃ ꝓ cõtinuã inspectionẽ ipm afficiat fatigatiõe: cuius fatigationis causa videtur eẽ pꝛecedẽs inspectio. Hoc quidẽ sapit iste pbus: q̃uis alij pbi naturalia tractantes dicant ꝙ sensibile est pfectio sensus: in actu ꝫ sentiendi nõ ẽ aliq̃d tristitiam inducẽs: nisi sit imoderatũ. Nec videtur cogere ratio pꝛedicta si excellens sensibile inducit doloꝛẽ: ꝫ ⁊ mediocre: motus eĩ vehemẽs granat: motꝰ vero mediocris delectat ⁊ iuuat. Restringitur igit quod hic diꝛ ad visionis cuiuscũq; ꝓlongationem: ⁊ nõ ad q̃cunq; bꝛeuem inspectionẽ: siue intuitionẽ. Vel intelligitur solum de per accidẽs: naturales autẽ loquũtur de per se: nam simul cum specie rei visibilis venit ad oculum alia qualitas lesiua vt calor: species autem non ledit.

Nona conclusio.

Mathematicos ponẽtes visum fieri ꝑ radios ab oculo micãtes fustra conari. 44.

Visso eñ sufficienter fit per modũ prescriptum: ꝙ quem saluari possunt oñia que sunt circa visum apparentia maxime si fiat visio per radios rectos: secus de reflexis ꝛ fractis: ꝯ supfluuum est ponere sic radios ꝛc. Hoc dico auctoris pspectiue vestigia sequẽdo: ꝙꝙ aliud doceat alchindus de aspectib⁹: quod platonici etiam senserũt: aliud pbi sapere videtur in multis locis: aliter Augustinus ꝺ innuere videtur ꝙ virtus aie aliquid in lumine oculi operet. Pro huius tñ ꝛ sequẽtis ꝓpositionis elucidatione scito ꝙ triplex fuit antiquoꝝ opinio de modo videdi: ꝓma epicuri ponentis radios exire ab oculo vsq; ad rẽ visibilẽ. Secunda platonis ponẽtis ꝙ radij ab oculo exeuntes obuiant radijs a visibili ortis in medio. Tertia aristotelis ꝙ soli radij a visibili veniunt ad oculũm.

Decima conclusio.

Radios quoscunq; ab oculo micantes: & orientes supervisibile: ad visionem impossibile est sufficere. 45.

Quod si ponãtur radij ab oculo exire sup rem visibilẽ quasi contingendã: aut redeunt ad oculũ: aut non: si nõ redeunt: visio per eos nõ fit: quũ aia a corpore nõ exeat: Si redeunt qualiter: nunquid animati sunt: nunqd oia visibilia specula sunt reflectendo radios: Amplius si redeunt aut cũ specie rei visibilis aut sine ea: hoc secundũ dici nõ põt: qr sine specie rei non fit visio: si aũt cum forma rei visibilis: sic frustra exeunt: qñ lux ipsa vel forma seu species visibilis virtute lucis in totũ medium sẽ diffundit: ergo non est necesse vt ipsa aia radijs quasi nuntijs vtatur. Amplius qño aliqua virtus oculi vsq; ad sidera protenderetur: etiam si totum corpus in spiritus resolueretur. Amplius oñes alij sensus cognoscũt intus suscipiendo ꝛ nõ extra mittendo aliquid: ꝯ similiter ꝛ sensus visus.

Vndecima conclusio.

Lumen oculi naturale radiositate sua visui conferre. 46.

Oculus eñ vt dicit Aristoteles nõ solũ patitur sed etiam agit quẽadmodũ splendida corpora: lumẽ ergo naturale necessarium est oculo ad alterandas species visibiles: ꝛ efficiendũ eas ꝓportionatas virtuti visiue: qñ ex luce solari diffundũtur: sed ex lumine oculi cõnaturali: oculo contẽperantur: hinc dixit Aristoteles ꝙ quum motus lucis ad exterius fortis est: disproportionalis ꝛ non bona fit visio quantũcunq; motus ad interius fortis etiam sit: sicut ptz in radio solis qui obruit visum: nec patitur se ꝓportionari visui. Sic igiẽ ptz ꝙ aliquo modo fit emissio radiorũ: sed nõ modo ꝑplatonico. s. vt radij ab oculo emissi quasi in forma visibili imergantur: ꝛ intincti reuertañ oculo nunciantes. Aliqd tamẽ operañ radij vnius hois in visum alterius predicto modo: qñ visus est in omnibus aialibus eiusdẽ rationis: quũ ꝯ quedã aialia ꝑ lumẽ oculorũ suorũ sufficiant coloribus virtutẽ multiplicatiuã dare: vt ab eis nocte videri possint: sequitur vt lumen oculi aliquid operetur ad visum: sed an aliquid vlterius faciat: non diffinitio: huius auctoris: vt dictum est: sequendo vestigia.

Capitulum quintum de medio videndi & conditionibus eius.

Prima conclusio.

NE luce nihil videri. 47.

Hoc probaẽ: color eñ sine luce nõ põt efficaciter radiare: qñ primum in omni genere est causa oĩm posteriorum: prima autẽ radiositas est lucis: ꝛ ideo oñis alia ab ipsa causatur. Color ergo efficaciter radiare nõ põt: nisi luci admixtus.

Secunda conclusio.

Visũ nihil cõpræhẽdere: nisi i ꝓportiõali distãtia ꝑsentatũ. 48.

Distantia siquidẽ vel remotio visibilis requiritur ad visionẽ: si eñ res visibilis oculo supponaẽ: lux super ea nõ pfunditur: ꝛ ꝑ cons nõ potest mouere visum: ꝙ si ipsum visum sit luminosum: dico vt in precedẽte cõclusione tactũ est: qñ visibile per lumen oculo cõtẽperatũ fit ꝛ ꝓportionatũ. Si aũt sit nimis remotũ visibile ab oculo euanescit spẽs eius ꝛ nõ videt: aut secũdũ alios euanescit radius visualis ab oculo exiens: ꝛ in diuersis ꝺdẽ cõplexionib⁹ hoĩm diuersimode. Añ ꝺdã senes melius videt in maiori distantia ꝙ in minori: qñ lumẽ oculorũ suorũ multũ sed nõ clarũ ẽ ꝛ in disgrediendo serenaẽ: ꝛ seneratũ speciei rei visibilis supfundiẽ vt efficati⁹ moueat. Alij aũt sunt ꝺ hñt lumen modicũ ꝛ serenũ ꝛ illi a ꝓximo videt. Alij aũt multũ ꝛ clarũ: ꝛ illi a remotiori videt. Sup oẽs aũt alios illi ꝺ oculos ꝓfũdos hñt ceteris pib⁹ a remotiori videt: qr radij luminares ab ocło micãtes nõ ita disꝑgunt sicut ab ocłis eminẽtib⁹: ꝙ si adiuncti siue adunati fuerint forti⁹ sup visibile porrigunt.

Tertia conclusio.

Sola videri recte facialiter obiecta. 49.

Hoc ptz ex predictis: visus enim fit principaliter per pyramidẽ radiosam a basi opposita sup visum perpendiculariter orientem: fit etiam visus ꝑ radios extra pyramidẽ super oculum oblique orientes: sed super oculũ oriri nõ possunt qui in supficem oculi non cadunt: sed ex aduerso eius oculo se repre sentãt. Et dico videri recte: qñ reflexe in speculis aliqua aliter videntur: vt infra libro scdo dicetur.

Quarta conclusio.

50. **Nihil videri nisi proportionaliter quantum.**

Cuius ratio est quoniam vt supra ptz: visus fit per pyramidē radiosam cuius basis est res visa: ergo necesse est quod videtur esse quantū ⁊ extēsum. Dico alit ꝓportionaliter quātū: non ergo diminutū: qz tale non sufficeret oculum dolorose ⁊ sensibiliter ipmere: vt dixit octaua precedētis capituli. Corpus etiam excedentis magnitudinis vno aspectu videri non potest: vt patet ex tertia precedentis.

Quinta conclusio.

51. **Visum non fieri nisi per medium diaphanum.**

Cuius ratio est: qz spēs non multiplicant nisi per diaphana corpora: quorū subtilitas cōgruit formis multiplicādis sine materia ⁊ sine materialib⁹ cōditionib⁹: vt cōueniens ē ad hoc q̄ oculo ipmant. Et quū oīne corpus sit susceptiuū influentie corpis celestis: certum est nullum corp⁹ oīno carere perspicuitate: quum sit cōis natura corpori supcelesti ⁊ inferiori. Hinc est q̄ nulla densitas ꝓhibet omnino transitū celestium virtutum ⁊ specierū: q̄uis nos lateat: hinc lynces dicuntur videre p medium parietem: ⁊ hoc idem dicitur de quibusdam hominibus qui vident in profundum terre.

Sexta conclusio.

52. **Omne visibile necesse est medium & organum in densitate transcendere.**

Cuius ratio est qz nihil potest esse coloratū vel luminosum nisi densum. Amplius nec glacialem mouere potest: si visibile eam in perspicuitate excederet. Amplius sine luce nihil videtur: q̄ si illud q̄ videtur perspicuum esset vt aer: in eo figi non posset lux: sine cuius mixtione nulla species potest radiare siue videri: vt patet ex prima huius capituli: mouent enim simul lux ⁊ color.

Septima conclusio.

53. **Omnia quæ videntur tempore comprehendi.**

Immutatio essi visibilis sensibilis nō fit nisi in tēpore: sicut docent illusiones sensuum in veloci quorūdā trāsportatione. Amplius discretionē aut diuisionē rei nō nisi in tēpore fieri: ptz qz in corpore velociter circūgirato: punctus videtur esse circulus. Amplius celū velocissime mouetur nec tamē percipitur nisi in tpe pceptibili. Amplius q̄uis secundū quosdā imutatio possit fieri instātanea: hoc tñ ab ista pbia ē extraneū: vt infra demōstrabit. Quicqd tñ sit de vitate huiꝰ q̄stionis: certitudo tñ de visibili nō fit nisi i tpe: trāsportatione axis radialis siue pyramidis supra rē visā: vt ptz ex tertia p̄cedētis capli.

Octaua conclusio.

54. **Visionem non lucide fieri sine congrua sanitate oculi.**

Hācirco dicit q̄ error visus aliquādo est a causa exteriori ꝓpter egressum a proportione in aliqua cōditione ad visum necessaria: vt distātia vel oppositione vel hmōi alia apprehensione. Aliqñ ex causa interiori sicut ocli debilitate ⁊ paucitate spirituū vel inflatiōe ocli: ab extraneo humore vl alia lesione.

Capitulum sextum de cōditionibus obiecti visibilis.

Prima conclusio.

55. 

ARIAS & multas esse intentiones visibiles: & quasdam primario quasdam secundario comprehendi.

Quidā distingunt duplex obiectum visibile materiale. s. ⁊ formale: materiale est res que videtur: formale est accidens quo videtur: ⁊ hoc duplex alterum ex parte rei visibilis vt lux vel color: alterū ex parte visus vt species lucis vel coloris recepta in oculo. Apud aristotelē vero visibile materiale dicit visibile per accidens: visibile formale pmo modo est visibile per se: visibile formale secundo modo neq̄ est visibile per se neq̄ per accidēs qz nō videtur. Sz visibile per se est duplex ꝓprium. s. ⁊ cōmune: ꝓprium vt lux aut color: cōmune vt figura magnitudo ⁊c. Hic autem cōmuniter loquimur de visibili formali siue sit ꝓprium siue cōmune: ⁊ vocamus ipsum intentionem visibilem. i. dispositionē rei visibilis de qua p visum iudicamus. Si quidē sunt vigintidue intentiones visu cōprehēsibiles: lux: color: distātia: situs: magnitudo: corporeitas: figura: motꝰ: cōtinuatio: discretio vl separatio: numerus: quies: asperitas: lenitas: diaphaneitas: similitudo: vmbra: obscuritas: pulcritudo: turpitudo: spissitudo: diuersitas. Hę sunt ꝓncipales intentiones sunt ⁊ alię secūdarię q̄ sub illis cōtinentur: sicut ordinatio sub situ collocatur: ⁊ scriptura siue sculptura sub ordinatione aut figurā: rectitudo ⁊ curuitas sub figūra. Amplius multitudo ⁊ paucitas sub numero: equalitas ⁊ augmētum sub similitudine ⁊ diuersitate: alacritas ⁊ risus ⁊ huiusmodi comprehenduntur sub figura facici: ⁊ sic de aliis multis. Principaliter tamen mouent visum lux ⁊ color: suis speciebus oculum figillantes: ⁊ ex cōsequenti alias prenominatas visui representantes: quia sub eisdem qualificantur.

Que an realiter sint distincte a luce ⁊ colore ad hāc doctrinā est imptinēs: lꝫ de eis distincte loq̄mur.

Sicunda conclusio.

Non omnes intentiones visibiles compræhēndi sensu spoliato. 56.

Dico sensum spoliatū solum sensum exteriorem: qꝛ quedā apprehendūtur nō solo sensu: sed cooperāte virtute distinctiua ⁊ argumētatiua quasi imperceptibiliter imixta: quedā etiam adminiculo scientie acquisite. Uerbi gratia quum apprehēduntur duo indiuidua esse sīlia: ipsa similitudo neutra formarū est nec cōprehenditur solo sensu: sed collatione vnius ad alterū. Sīliter de corporum differētia: ⁊ aliarum rerū. Amplius scriptura nō comprehenditur solo sensu sed per distinctionem partium quā facit virtus distributiua: mediante visiua. Similiter res assuete quum videntur statim cognoscūtur nō tamen nisi in relatione speciei recepte ad habitum memorie: ⁊ hoc quasi per ratiocinium.

Tertia conclusio.

In distinctione intētionū visibiliū rōnē impceptibilr argumētari vel opari. 57.

Noticia si quidē sensus exterioris nō est absoluta: sed cōcreta que multa simul cōprehendit: ideo nullū visibile cognoscitur sine distinctione intentionū visibilium: vel sine collatione rei recepte ad vniuersalia principia cognitorū prius a sensibilibus abstracta: que fieri nō possunt absq̄ ratiocinio: sed tempore non indiget perceptibili vis discretiua in his cōmuniter apprehensis: qꝛ arguit per aspectū ad sibi notissima: nec arguit per cōpositionem ⁊ ordinationē propositionum: vis em̄ distinctiua nata est arguere sine difficultate: que etiam aptitudine naturaliter exeritur: vnde etiam ī pueris apparet: q̄ magis pulcra minus pulcris solent preponere: nō nisi naturali ratione facta cōparatione eorum.

Quarta conclusio.

Lucem & colorem compræhendi sensu spoliato. 58.

Per hoc enim tantum apprehendūtur ꝙ vltimū sentiens his tingit: id est orgonum visus his afficitur: vel potius speciebus eorum que suapte natura talia obiecta repræsentant.

Quinta conclusio.

Inter lucē & colorē simul oculū mouētes solā discernere virtutē distinctiuā. 59.

Tangunt si quidem pupillam ⁊ mouent sensum secundum eandem partem: ergo in sensu confuse recipiuntur: ⁊ ita per sensum distingui nequeunt: ergo non distinguntur nisi per experientiam de luce ⁊ colore habitam per scientiam eorum acquisitam.

Sexta conclusio.

Quiditatem lucis & coloris solo sensu minime compræhendi. 60.

Hoc vocabulū equiuocū est: vno em̄ modo quiditas coloris hic dicitur species coloris: que discernit non nisi per rationem arguentē ab actu videndi ad formas consuetas. Sīliter ⁊ lucis quiditas id est natura determinata: hoc est an sit lux solis vel lune: vel ignis: scientia dignoscitur non sensu: quum tamen color inquantum color: ⁊ lux inquantum lux: sensu spoliato capiantur.

Septima conclusio.

Nullā intentionē visibilē: præter lucē & colorem: solo sensu compræhendi. 61.

Hoc patet quia quiditas coloris inter om̄es differētias visibiles immediatissima est colori: sicut quiditas lucis luci: si ergo quiditas non solo sensu capiatur: multo fortius nec alie quecūq̄ intentiones visibiles: sed per distinctionem siue distinctam argumentationem ⁊ scientiam: ex quo ptꝫ ꝙ solū lux ⁊ color: ⁊ non quiditas lucis ⁊ coloris sunt proprium obiectum visus.

Octaua conclusio.

Colorem in eo ꝙ color prius compræhendi sua quiditate. 62.

Hoc expremissis ptꝫ: qꝛ color in eo ꝙ color per se facile capit: quiditas autē eius nō nisi per scientiam ⁊ argumētationē. Hoc etiam ptꝫ experimento: qꝛ coloratū in luce subobscura positum coloratum esse cernitur: ⁊ tamē coloris quiditas ignoratur. Unde ptꝫ ꝙ quiditas coloris hic alio modo accipitur ꝙ prius scꝫ pro determinata coloris natura: vt sit sensus ꝓpositionis ꝙ prius cognoscit visus colorem esse quam sciat quis color sit: id est prius confuse quam distincte.

Nona conclusio.

Sola distantia mediocris visui est certificabilis: & hoc per corpora interiacentia continuata & ordinata. 63.

Distātia si q̄dē rei visibilis a visu nō ꝯprehēdit sꝫ ratiocinatiōe colligit: docēte hoc phia. Si em̄ clausis palpebris res nō videt q̄ videtur aptis: sequitur ⁊ ꝯn̄r colligit vt illud qd̄ videt nō sit visui adherēs: ⁊ hoc ē ī aia q̄etū sine necessitate argumētatiōis iterāde in q̄libet visione. Dico ḡ ꝙ ꝯprehēsio q̄titatis distantie accipit a q̄titate corporꝝ īteriacētū: ꝟbi gr̄a nubes ī terra plana existētib⁹ videnꝫ celo cōiūcte:

in terra montuosa videntur terre ꝓpinque: quia alicubi montium altitudinem non excedunt. Certificatio igitur distātie nubium causatur a cōprehensione corporis interiacētis: q̄ si corpora interiacētia ordinata nō sunt sed cōfusa: certificari nō poterit apprehensio q̄titatis distantie. Amplius si nō sit distātia mediocris nō pertinget visus vsq̄ ad plenā distinctionem corporū remotorū interiacentium: propter debilitatem speciei visibilis ex distātia: sicut colligitur ex dictis supra caplō. 2. cōclusione. 5.

Decima conclusio.

64. Certificari quātitatē distantiæ per resolutionem interiacentis spacii ad magnitudinem mensuræ experimentaliter notæ.

Si eīm corpora interiacentia sunt secundū totū ⁊ partē ineq̄liter disposita ⁊ incerta: nunq̄ ex ipsis certificabit incerta distātia: ḡ necesse est in ea aliquod certum inuenire cuius quātitatis notitia per experimentū sit nota: ad quod totum spacium resoluatur: sicut ad pedē vel ad q̄titatem corporis mensurantis: vel ad aliquid quod sit notum imaginationi mensuratoris vel cōprehensoris.

Vndecima conclusio.

65. Distātiam orizontis maiorē apparere: q̄ alterius ptis hemisperii cuiuscūq̄.

Hoc ptz ex premissis: si eīm ex corporū interiacētia distantie q̄titatis dignoscit: vbi maior magnitudo interiacere videt: necesse est vt etiā maior distātia videat: sed inter orizontē ⁊ vidētē interiacere videt maior latitudo q̄ inter vidētē ⁊ zenit: ḡ incōparabiliter pl⁹ distare videt orizon q̄ alia ps celi q̄cunq̄.

Duodecima conclusio.

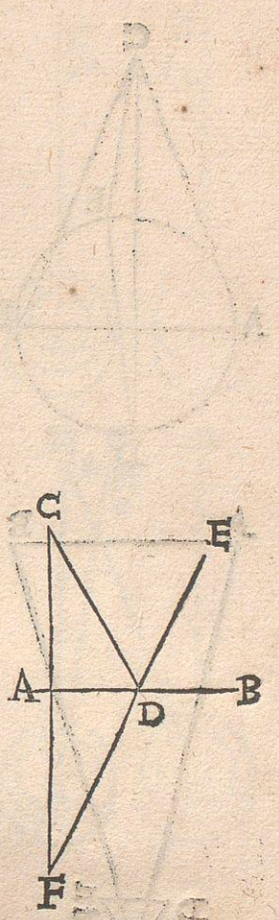
66. Orizontem apparere terræ coherentem.

Cuius ratio est q⁹ nō cōprehendit aliquo modo spacii inter vltimā partē terre visibilē ⁊ ipsum celū.

Decimatertia conclusio.

67. Longitudinem radiorum a visu compræhendi.

Voco longitudinem radij spatium vel distantiam per quā multiplicate sunt species a re visibili vsq̄ ad oculū: ⁊ hanc distantiam sentit visus hois. Quod ptz experimento in speculis vbi creditur res esse in extremitate linearū radialium: quas totas extimat porrigi secundū cōtinuū ⁊ directum: ⁊ secundū illas iudicat esse visibile cōtra partē que visum mouet: vnde species mouens oculū nō solum ostendit oculo ipsum obiectū sed etiam mediū radiū: cuius ipsa species est extremū: in quo tū radio figi nō potest aspectus: q⁹ totus ille radius similitudo est alterius. Vnde ptz q̄ ista cōclusio est limittanda. s. q̄ nō cognoscitur lōgitudo radij sensu spoliato. i. solo sensu exteriore: ex ipsa eīm speciei recepte in oculo intēsione aut remissione arguit ratio distātiam rei visibilis maiorem vel minorē. Ex hac tamen propositione radiorū egredientiū fortissimū posset sumi argumētū: q⁹ oculꝰ meliꝰ cognoscit qō suū ē q̄ alienū.



Decimaquarta conclusio.

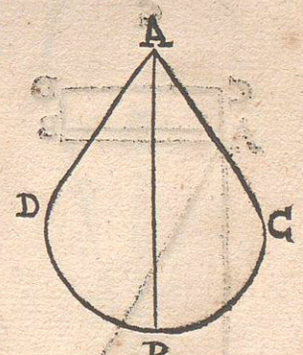
68. Situm oppositionis rei visæ distinctione compræhendi.

Intentio si quidem situs tria includit: oppositionē rei diametralē: ⁊ positionem respectu oculi secundum rectitudinē ⁊ obliquitatē: ⁊ ordinem partium rei ad inuicē. Primus ergo modus distinctione cognoscitur: res enim per hoc opposita facialiter esse comprehēditur: q⁹ forma eiꝰ super visum perpēdiculariter erigitur: quod esse nō posset: nisi opponeretur. Amplius quum opponitur videtur: latet autem quum non opponitur.

Decimaquinta conclusio.

69. Situm obliquitatis compræhendi ex compræhensione diuersitatis distantiæ extremorum rei visibilis.

Quum eīm certificatur distantia secundū quod docet. 13. ꝓpositio huiꝰ caplī: necesse est vt si extrema inequaliter distare reperiantur: q⁹ tunc res oblique respiciens oculum iudicetur.



Decimasexta conclusio.

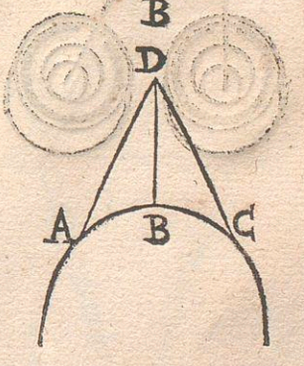
70. Certam situs differentiam ex ordine speciei in oculo compræhendi.

Sicut enim ex ordine speciei comprehenditur ordinatio rei distincte vt supra ex secunda cōclusione quarti caplī: sic ⁊ ordinatio partium cognoscitur.

Decimaseptima conclusio.

71. Figuram rei visibilis ex duabus vltimis situs differentiis compræhendi.

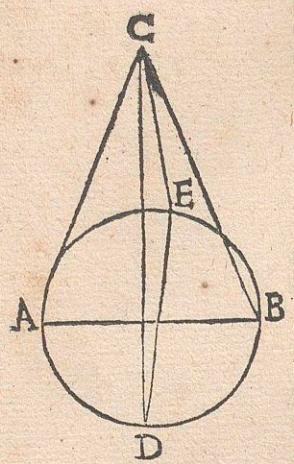
Verbi gratia ex maiori distātia medij q̄ extremorum cōprehenditur concauitas: ⁊ conuexitas: ⁊ omnes figure incisionis comprehenduntur ex cōprehensione ordinis partium rei visibilis.



Decimaoctaua conclusio.

72. Figuram rei visibilis multum distantis minime certificari.

Cuius rō ē qꝛ nec distātia certificari pōt: ⁊ ꝑ ꝯñs nec sit⁹ nec figura: qꝛ nō cognoscit̄ ineq̄litas lineaꝝ.



Decimanona conclusio.

Quantitatem anguli sub quo res videtur: minime sufficere quātitati rei visibilis capiendæ. 73.

Loquit̄ hec cōclusio de angulo imaginario linearū: per quē phisice debet intelligi speciei recepte in oculo intēsio vel remissio tanta vel tanta. Stādo ḡ in imaginatione mathematica cōclusio ꝓbatur: si in circulo ducātur diametri se se secātes orthogonaliter: ponatur ꝙ vna diameter sit fere directe obiecta oculo: reliqua vero nō: ⁊ per ꝯñs oblique oculū respiciens: sub longe minori angulo apparebit: sicut ptz in figura: nec tanto minor iudicatur quāto angulus suus est angulo alterius minor: sic enim non appareret circulus sed oblonge figure globus: quod falsum est.

Vigesima conclusio.

Compræhensionē quātitatis rei ꝓcedere ex compræhensione anguli pyramidis radiosæ: & ex basis cōpatione ad q̄titatē anguli: & lōgitudinē distātiæ. 74.

Sola igitur cognitio quātitatis anguli nō sufficit ad quātitatē discernēdā: cōfert tamē ad hoc sicut ptz ex quinta ꝓpositione capl̄i quarti supra: angulus quidē comprehēdit̄ ex dispositione forme in oculo: sed qꝛ etiam ipsi radij ab oculo cōprehenduntur: vt docuit. 13. ꝓpositio huius: nō est certitudo noticie quātitatis nisi refferēdo angulū equalē cū inequali lōgitudine radiorū ad basim inequalem: qꝛ in aīa quietū est lineas ab angulo ꝓcedentes tanto amplius abinuicē distare: quāto remotius ꝓtendūtur: ⁊ per ꝯñs tanto maiorē basim cōtinere. Quod autē virtus apprehēsiua quātitatis ad longitudinem distantie respiciat: nec solū ad angulū: ptz experimento: qm̄ si monoculus aliquē parientē magnum aspiciat: ⁊ q̄titatē ei⁹ certificet: deinde oculo suo manū anteponat: ipsa manus videbit̄ sub eodē angulo vel sub maiori q̄ paries visus sit: nec tñ tanta ei apparebit: q̄tus paries apparet: qꝛ minus distat.



Vigesimaprima conclusio.

Certificatio quātitatis fit completiue per motum axis. 75.

Apprehensio per ipsum certior est: ⁊ ideo defertur axis per basim ⁊ super spacium ⁊ intra angulum sub quo res videtur: sicut apparere potest ex tertia quarti capituli supra.

Vigesimasecunda conclusio.

Nulla quantitas rei immoderate distantis est oculo certificabilis. 76.

Re enim multū distante: axis qui suo motu certificat visum in parte parua rei visibilis trāslat⁹ nullū facit angulū sensibilē in centro visus: qm̄ vt supra ptz: res multū distantes sub acutioribus videntur angulis: ⁊ ideo translatio axis intra acutum angulū modica: non est visui ꝑceptibilis: nec satis eñ cacis apprehēsionis: amplius nec certificat̄ q̄titas spacij iteriacētis vt docet ꝓpositio. 9. huius capl̄i.

Vigesimatertia conclusio.

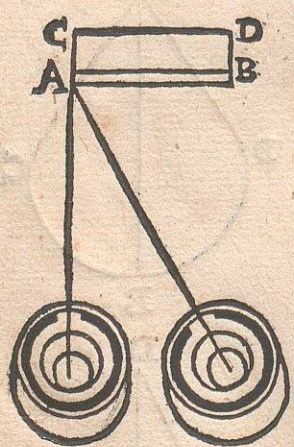
Distinctionem visibilium colligi ex distinctione radiantium formarum. 77.

Quando eñ species oculum mouentes sunt diuerse: ⁊ res diuersas necesse est apparere: nisi distātia ab oculo diuersitatem earum abscondat. Et per oppositum intellige qūo apprehenditur continuitas que est nona intentio: ⁊ ex hoc intellige qualiter apprehendatur numerus qui est decima intētio.

Vigesimaquarta conclusio.

Motus appræhenditur ex diuersificatione situs rei motæ ad aliud immotū: vel ad ipsum visum. 78.

Quā diu eñ hz eundē situ ad aliū imotū: ⁊ ip̄m imobile videt̄. Et qꝛ visus nihil videt nisi sub forma prescripta: ideo ꝑcipit̄ motus quū apud cētrū visus immoti variat̄ augulus declinationis sensibilit̄.



Capitulū septimū de erroribus qui accidūt vidēdo ꝑ radios rectos.

Prima conclusio.



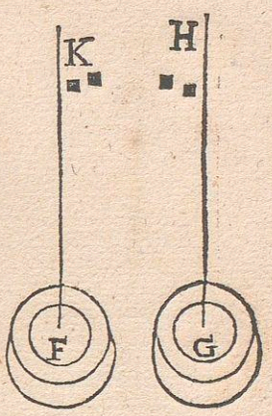
OMNE visibile ad vtrūq; oculū ī maiori ꝑte cōsiliter situari. 79.

Quod ptz qm̄ qñ res vtroq; oculo inspicitur: vtriusq; pupilla ad rē dirigitur: ⁊ axes duoꝝ oculoꝝ in eodem pūcto rei vise figuntur q̄ opponitur cētro vtriusq; ⁊ vno moto alter cōsimiliter mouetur: alij autē radij singulorum oculorū habent in maiori parte situm consimilem respectu axium: ⁊ ideo res apparet in maiori parte vna ⁊ eodē modo disposita vtriq; oculo: quoniam sicut supra patuit certitudo rei visibilis est per axes.

Secunda conclusio.

Ex variato sensibiliter situ visibilis respectu duoꝝ axium: ip̄m duo apparere. 80.

Si eñ visibile ad vnũ axem sit dextrũ ad alium sinistrũ sensibili diuersitate: apparet vnũ duo. Verbi gra si figantur axes duorum oculorũ. f. g. in punctis. h. k. diligenti intuitione apparebit. k. duo similiter ꝛ. h. qꝛ vtrunqꝫ est vni axi dextrũ ꝛ alteri sinistrũ: ꝓña ptz ex dictis supra capło. 3. cõclusione. 2. ꝛ capło. 4. cõclusione. 3. ꝛ capło. 6. cõclusione. 13. Amplius si ex eadẽ parte respiciant axes sed ex magna declinatione ad partẽ vnã: fit sensibilis variatio anguli quẽ cõstituit radius sub quo videt res tãte declinationis cũ vtroqꝫ axe: apparet siliter vnum duo: verbi gratia. m. pũctus ex eadẽ parte respicit vtrunqꝫ axem. a. c. ꝛ. b. d. tamen ꝓpter magnã varietatẽ anguli. m. a. c. ꝛ. m. b. d. fit diuersificatio situs in oculo ꝛ apparet vnũ duo: aliꝫ etiam modis apparet vnũ duo sicut supra ostẽsum est.



Tertia conclusio.

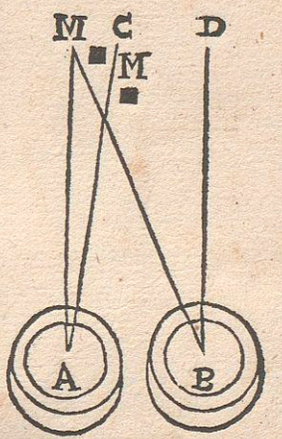
81. **In appræhẽsione vlsibiliũ ixta sensum: sciam & rõnẽ vel syllogismũ variari.**

Verbi gratia in luce ꝛ colore q̃ sensu cõprehendũtur erratur ex distãtia: multi eñ colores iuncti ex distantia videntur vnus color: siliter ꝛ in luce debili vnus color videt alius esse. Q̃ si dixeris sensum nõ decipi circa ꝓprium obiectũ. Scito ꝓprium obiectũ esse colorẽ tãtũ ꝛ lucem: nõ autẽ aliq̃ speciem lucis ꝛ coloris q̃ solo sensu minime capiunt: vt supra vium ẽ. Siliter ꝛ secundum distãtiam: ad scientiam ꝛ rationem accidit deceptio: vnde mota aliquando videntur quiescentia ꝛ econuerso.

Quarta conclusio.

82. **Stellas in orizonte maiores apparere quam in aliqua alia parte celi.**

Hoc ꝓbatur ex. 9. cap. 6. quia magis distare videntur quãdo sunt in orizonte: ꝛ qꝛ ex equali angulo ad maiorẽ distãtiam relato: res maior esse iudicatur: vt ptz ex. 19. cap. 6. quũ in orizonte sub eodẽ angulo repꝛesentẽtur oculo sub quo alibi in celo: ꝛ sub maiori spatio videantur ꝓsentari: cõcluditur in orizonte rẽ apparere maiorẽ. Tñ secũdũ veritatẽ si distantia esset maior (quod astrologi cõcedunt. s. q̃ est excessus medietatis terre) angul⁹ esset minor: ꝛ res videretur esse minor: nõ autẽ sic est qꝛ ille excessus est insensibilis respectu tante distante: ideo angulus equalis ad apparens maius spatium relatus rem indicat esse maiorem: ad hoc etiam est interpositio vaporum de qua tangetur infra.



Quinta conclusio.

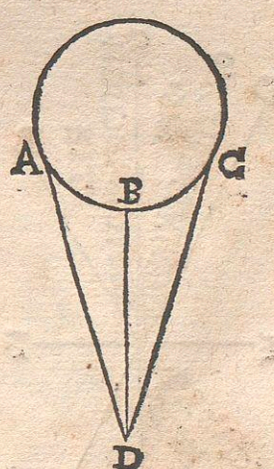
83. **Corpora sphærica ex distantia apparere plana.**

Quũ eñ sphericitas vel cõcauitas discerni nõ possit: nisi ex cõprehẽsa inequali distantia partium rei vise ex. 17. caꝑ. ꝓcedentis: necesse ẽ in hmõi ꝓceptione visum deficere immoderatione distãtie: si igr nulla pars rei vise plus distare videat: necesse est vnius dipositionis apparere totã supficiem rei vise.

Sexta conclusio.

84. **Quadratas magnitudines in distantia apparere oblongas.**

Cuius ratio est: qñ excessus radiorũ cadentium in latera quadrati oblique respicientia oculũ: non est ꝓportionalis ꝓportione sensibili ad radios cadẽtes in lat⁹ quadrati directe oculũ respicientis: p cõparationẽ ad totã distãtiam: visus q̃ non sufficit discernere obliquitatẽ lateris qõ oblique videtur: ꝛ sub lõgioꝛib⁹ radijs ꝛ minori angulo: ꝛ ideo tale lat⁹ appet min⁹. Q̃ si angul⁹ q̃drati recte opponat visui: apparebit quadratũ rotundũ: visu obdistãtiam nõ comꝑehendente vel discernente angulum.



Primi libri perspectiuæ finis.

Liber secundus Perspectiue cõis de radiis reflexis: habet capita. 5. in quibus sunt proposiones. 56.

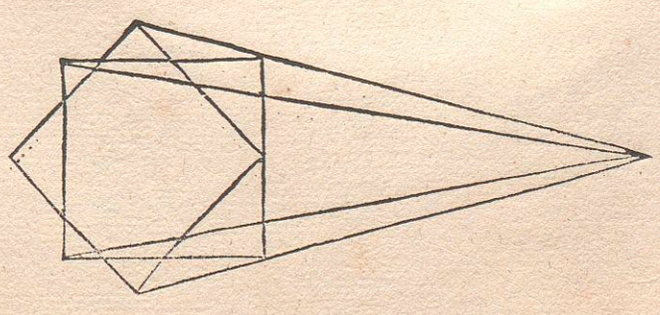
Capitulum primum de natura & proprietatibus reflexionis.

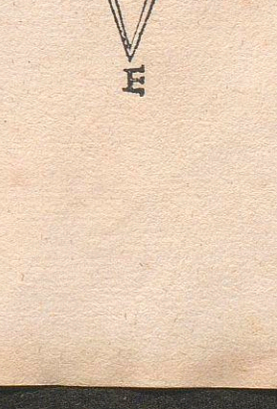
Prima conclusio.



1. **VCES primarias & secũdarias puras & coloribus ĩmixtas a densorum corporum superficiebus reuerberari.**

Hoc ꝑ experimẽtũ ptz in speculis ferreis ꝛ hmõi aliꝫ. Amplius ꝓpter reflexionẽ radiorũ a supficie terre color intensior ẽ ꝓpe terrã q̃ in medio aeris interstitio. Et silr in vallibus ad qs dẽsitas vtriusqꝫ mõtis radios reflectit. Cuius ratio est: qñ radius lucis ꝛ coloris per diaphanũ aptus natus est incedere: ꝛ occurrente corꝑe dẽso vel parũ diaphano virtus radiationis ꝛ influentia radiosa nõdũ terminata: quum indirectũ trãsire nõ possit: in reflexionẽ ducitur diffusionis cõpulsu: nõ solũ occurentibus corꝑibus ꝑ pacis ꝛ terrestribus: verũ etiam perspicuis minori genere plpicuitatis: cuiusmodi est aqua ꝛ vitrũ. Imo forte ab oñi corꝑe sublunari fit reflexio qꝛ nullum est tam diaphanũ q̃n aliquomodo sit densum ꝛ opacũ: nã de aere Aristoteles dat





exemplū in quodā hoīe q̄ suam faciem ante se videbat in acre. Unde radius solis quo ad sui nobiliorē partem reflectitur ab aqua ⁊ cum hoc secundū aliquid sui aquam ingreditur lustrans eam: vnde aliquis in aqua existens videre potest solem ⁊ lunam.

Secunda conclusio.

Reflexiones solas a regularibus superficiebus factas oculo sentiri. 2.

Dico superficies regulares illas que sunt leues terse nitide ⁊ dispositionis vniformis i situ partium suarū: verbi gratia planas: cōcauas: cōuexas: ⁊ hmōi. Irregulares autē sunt superficies corporū asperorū in quibus alie partes aliis supeminent nec oēs equaliter situantur: nā in talibus radius vel lux cadens dispergitur ⁊ distrahitur: ne regulariter oriri super oculū possit. A superficiebus aūt regularibus eodē modo reflectitur ordinate: quo in ipsis recipitur secundū pyramedes radiosas: ⁊ ideo q̄ visus nō fit sine pyramidibus radiosis: p tales ⁊ non alias superficies contingit speculari: sicut eīm radij si essent in directum porrecti: ostenderēt oculo illud cuius sunt: sic ⁊ reflexi illud ostendūt: sed alio modo. ſ. debiliore ⁊ prepostero: essentiale est eīm radijs corpora declarare quorū sunt similitudines.

Tertia conclusio.

Luces reflexas similiter & colores debiliores esse directe radiantibus. 3.

Cuius causam prebet nō solum elongatio a fonte imo magis debilitas ex obliquatione: rectitudo si quidē cognata est processui lucis: sed etiam in oīni opere nature dirigit ⁊ expedit naturā: oīnis enim motus tanto est fortior quāto est rectior: ⁊ per p̄ñs rectitudine sublata: necesse erit languescere ex parte vigorē. Et hec est ratio quare lumen solis transiens p vitreas coloratas colorem ipsum facit sentibiliter radiare ⁊ tingere opacū sibi obiectum: ꝓpter fortitudinē ſcz radij solaris quasi directe radiantis: nō aūt hoc pōt radius a solido reflexus: fortitudo eīm lucis necessaria ē colori nō solū mouēdo ipm: ſz etiā mouēdo cū ipso medium: in q̄ excedit radij fortitudo vitrū penetrātis: q̄uis aliquātulū frāgat.

Quarta conclusio.

Reflexiones factas a superficiebus fortiter coloratis: nihil aut tenuiter visum mouere. 4.

Dico visum mouere. i. representare ei res quarū sunt species. Cuius ratio est vt ꝓmo patuit q̄ lux directa fortior est q̄ reflexa siliter ⁊ color: q̄ si ipsa superficies sit regularis ⁊ multū polita: res in ea videri poterunt non tamen vt sunt sed colore speculi vestite.

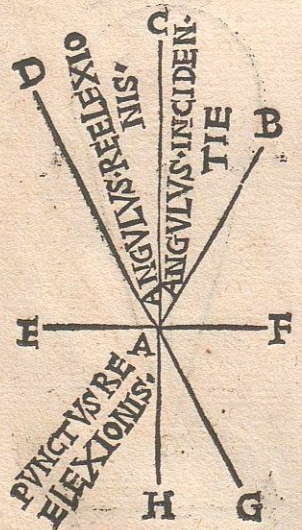
Quinta conclusio.

Luces & colores a speculis reflexos res quarum sunt species oculo ostēdere. 5.

Quod ptz q̄m species genita a re vibili essentialiter habet rem ostendere cuius est similitudo: q̄m in se ipsa esse fixum nō hbens. i. de se visibilis nō exist ēs: necessario ducit in alterum cuius est: q̄uis ergo reflectatur: manet sibi essentia sua: ⁊ ideo rem ostēdit: in alio tamē situ: cuius ratio infra patebit.

Sexta conclusio.

Angulos incidētiæ & reflexionis æquales esse: radiūq̄ incidētē & reflexum in eadem superficie esse cum linea erigibili a puncto reflexionis. 6.



Dicitur angulus incidentie quē cōstituit radius cadens super speculū: cū superficie speculi ex vnā parte vel ex alia cū linea imaginabiliter erigibili a pūcto reflexionis. Angulus aūt reflexionis est quē cum eisdē cōstituit radius reflexus. Equalitas autē angulorū experimento colligit: ⁊ ratione vt cūq̄ probatur: q̄m si radius incidēs trāsire posset in ꝓfundū speculi: cū linea ꝓpēdiculari erigibili sup pūctū reflexionis in ꝓfundū ducta: cōstitueret angulū equalē angulo incidentie: q̄ anguli cōtra se posīti sunt equales ex secūda cōclusione quarti capīs p̄mi libri geometrie: q̄ ⁊ eodē modo resilit quo trāsire necesse est ad equalē angulū reuerberari: vnde si perpendiculariter cadit in speculū in se reflectit: si oblique: reflectitur in partē alīm: sicut etiam in motu corporali ptz q̄m aliquod ponderosum descēdēs motu recto in solidū corpus: vel projectū linealiter si recte proicīsur p eandē lineam reuerberat: si oblique p cōsimilē resilit in oppositā partē. Amplius perpēdicularis radius fortior est aliīs: nō solum ꝓpter conditionē radij absolutā: sed propter modū oriendi super rē obiectā: sicut ptz ex declaratione secūde cōclusionis ſcōi capīs p̄mi libri huius: fortitudo igitur radij cadentis est secūdū q̄titatem anguli radij quē cōstituit radius in cadendo: sed fortitudo radij in reflectendo est scōm fortitudinem radij in cadēdo: igitur motus reflexionis sequitur motū incidentie. Amplius dictas tres lineas esse in eadē superficie ptz: q̄ radius incessui rectitudinis: vt est possibile: se cōformat: q̄m vt dictum est in principio secūdi capituli p̄mi libri huius innata est luci rectitudo: q̄ si superficiem illam egrederetur: dupliciter a rectitudine deficeret: ⁊ resiliendo ⁊ diuertendo.

Capitulum secundum de diffinitione & diuisione speculi.

Prima conclusio.

7. DIAPHANEITATEM ſpeculi eſſentiam non intrare: ei tamen per accidens aliquid conferre.

Si eñ res in ſpeculo oſtēditur per radios reflexos: vt iam ptz: ſola lenitas ſuperficiei eſt neceſſaria ſpeculo: ꝙ perſpicuitas per quā ſpecies in ꝓfundū ingreditur ſpeculi impedit ⁊ nō expedit viſionē: niſi prouideaꝯ impedimento: qñ reflexio eſt a denſo: qz denſum: ꝓpter qō ſpecula cōſueta vitrea ſunt plumbo ſubducta. Qō ſi: vt ꝺdā fabulātur: diaphaneitas eſſet eſſentialis ſpeculo: nō fierent ſpecula de ferro ⁊ calibe: a diaphaneitate remotiſſimis: nec eam de marmore polito: cuius tñ contrarium videmus. Jn ferro autē ⁊ aliis hmōi ꝓpter intenſionē nigredinis nō ē efficax ſpeculatio. Jn ꝯ buſdā tñ lapidib⁹ debilis coloris q̄les ſūt adamas vł carbūcul⁹ multo clarior ē ſpeculatio q̄ in vitro.

Secunda concluſio.

8. In ſpeculis vitreis plumbo abraſo nihil apparere.

Cuius ratio eſt qñ lz a vitri ſupficie fiat aliqua reflexio: tñ qñ vitrū ex aliqua parte nō obūbraꝯ tranſit per ipſum lux directa: que reflexam vincit fortudine ſua: ſicut ptz ex tertia precedentis capli: ꝙ ſi apponaꝯ pannus obſcurus vel niger vel huiuſmodi aliquid: poterit videri qz tunc nihil directe trāſit per vitrum quod ſit magne in radiando efficatie.

Tertia concluſio.

9. Superficies regulariter ſpeculares ſeptiformes eſſe.

Formā ſpeculi hic vocamus impꝛopꝛie figurā eius planā vel curuā ⁊c. Eſt eñ ſpeculū planū: ⁊ ſphericū tam concauū: quā cōuexum: eſt pyramidale tam intra q̄ extra politum: eſt etiam colūnale politum extra: ⁊ intra. Et in his ſeptē differentijs plano ſcz: ſpherico: concauo: cōuexo: pyramidali interiori ⁊ exteriori: ſiliter colūnali interiori ⁊ exteriori: fiunt ꝓ ſingula diuerſa apparitionū genera vt patebit. Quedā autē ſunt ſupficies irregulares: ſcz partim plane partim cōuexe vel cōcaue que q̄q̄ ſint polite: in eis tñ apparēt facies diſtorte ꝓpter irregularē reflexionem a ſuperficiei diuerſitate.

Quarta concluſio.

10. Materia ſpeculi eſt lenitas intenſa: forma vero perfecta politura.

Hic dicitur lenitas magna partium cōtinuitas carens poꝛis ſenſibilibus omnino: vnde lignū ⁊ huiuſmodi coꝛpoꝛa nō poſſunt eſſe ſpecula. Politura vero dicit omnis aſpiritatis ammotio: ſi igitur ſit coꝛpus lene multū ⁊ intenſe politū: erit ſpeculū eſſentialiter. Ad hoc tamen vt ſpeculū lucide viſibilia repꝛeſentet: exigitur vt nō ſit coloꝛatum coloꝛe ſenſibili: requiritur etiam vt nec puluere nec anhelitu nec humoꝛe ſit repleꝛſum: ⁊ hoc eſt quod dicunt: oꝛtet ſpeculum eſſe terſum.

Quinta concluſio.

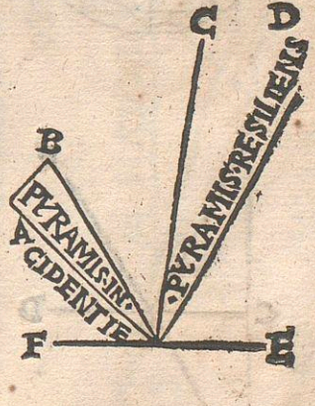
11. Res in ſpeculis apparere vniuerſaliter debilius quam recte.

Cuius ratio eſt qñ vt ptz ex tertia p̄cedētis forme reflexe debiliores ſint: ⁊ ideo debilius repꝛeſentāt: ⁊ debiliter mouent: ꝓpter quod hō vix ſue forme recoꝛdatur. Amplius coloꝛ ſpeculi imiſceꝯ luci reflexe ⁊ eā obfuſcat: ꝓpter qō facies apparet tincta: latēt ēt faciei macule ꝓpter debilitatē reflexionis.

Sexta concluſio.

12. In quolibet puncto ſpeculi obiecto luminoſo duas lucis terminari pyramides: vnam incidentem: aliam reſilientem.

Prima pars huius ptz ex quarta p̄mi capli lib. p̄mi: ⁊ qz lux reflectitur a polito: ſequitur ſcḋa pars propoſitionis: vt etiam pyramis inde a quolibet pūcto reflectaꝯ: ſz iſte pyramides ſunt imaginarie.



Septima concluſio.

13. A quolibet pūcto luminoſi: in quēlibet pūctū ſpeculi obiecti radiū incidere.

Hec etiam ſequitur ex tertio principio primi capli libri primi.

Octaua concluſio.

14. A quolibet pūcto luminoſi porrigi piramidē: totā ſpeculi ſupficiē occupātē.

Hec ſimiliter ſequitur ex tertio principio primi capituli libri primi.

Nona concluſio.

15. A ſuperficie ſpeculi infinitas fieri completas reflexiones formæ viſibilis.

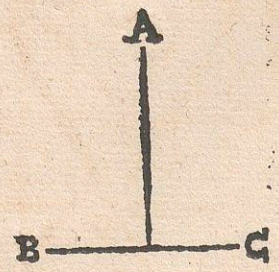
Hoc ptz ex prehabitis: verbi gꝛa ſit res viſa plana: ⁊ ſpeculū planum: tota ſpecies rei viſe nō ſolū recipitur in tota ſupficie ſpeculi: ſed in qualibet parte eius. Et q̄uis partes ſpeculi nō cōicantes a quibus pōt fieri reflexio ſint finite: ꝓ diuerſam tñ cōpoſitionē cū aliis partibus ſunt infinite partes cōicātes. Quum igr ſcōm modū incidentie ſit reflexio: oꝛtz infinitas fieri reflexiones a quolibet ſpeculo:

Radij enī pyramidē aliam ⁊ aliā fit visio in quolibet pūcto alio ⁊ alio. Nō tn ꝓpter hoc sunt infinitus actu ꝫ solū in potēna: qz hec oīa sunt vnū corp⁹ lucis: reflexiones aūt cōplete sunt: q̄ rem totā ostēdūt.

Decima conclusio.

Radium super speculum perpendiculariter orientem in se reflecti. 16.

Hec sequitur ex. 6. capli pcedētis: qm̄ si per aliam lineam reflecteretur: p minorē angulū resiliret: ⁊ non essent equales anguli incidentie ⁊ reflexionis.



Vndecima conclusio.

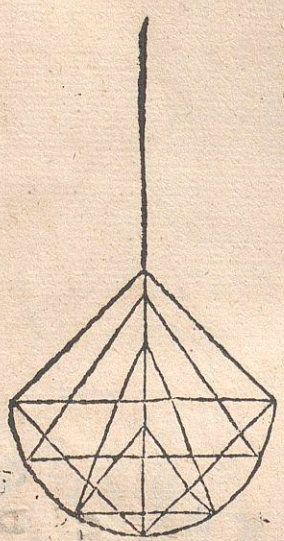
Lucem reflexam per aggregationem fieri fortiorem luce incidente. 17.

Omnis ꝫ quidē virtus vnita plus potest quā dispersa ⁊ siliter radij quum sparguntur debilitātur: ⁊ quum adunant fortificātur: ⁊ ad aliquē effectū magis sufficiunt radij reflexi adunati: ꝙ directi dispersi. Hinc est q in speculis concauis sphericis ad solem positis ignis incēditur: ꝫ enī directe speculū radijs solis opponatur: radios omes partim sup vnum pūctum: partim sup eandē lineam incidere necesse est: omes enī radij ab eodē circulo speculi reflexi cadunt in punctū vnū: qz talium sunt equales anguli incidentie: erunt igitur ⁊ reflexionis: sed radij a diuersis circulis cadunt in eandem lineam ꝫ super diuersa puncta eius. Quod radij igitur directi ignem non generant: ex hoc prouenit q radij solis cōcurrere non possunt: nisi fracti aut reflexi.

Duodecima conclusio.

Lucem speculo incidere & reflecti per lineas naturales 18.

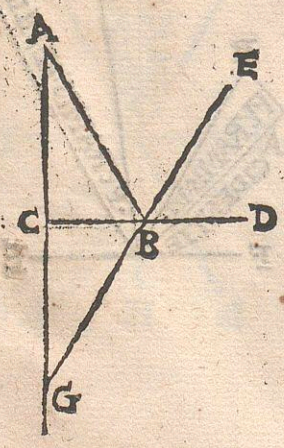
Linea ꝫ quidē radiosa naturalis est: nec saluatur radij essentia nisi in latitudine: ⁊ quia apparitio in speculis mutatur secundum diuersitatem figure speculi: planum est q a puncto mathematico non fit reflexio: quia illius nulla est secundum superficies diuersificatio vel figura.



Decimatertia conclusio.

Formas apparētes in speculis p impressionē in speculis factā minime videri. 19.

Credunt enī hoies nōnulli q res in speculis appareant p idola q̄ speculis imprimātur: ⁊ res quasi in idolis appareant: idola tn ipsa pmo videri. Et iste error geminatur: quidā enim dicūt ipsum idolū imprimi ipsi speculo: ⁊ ibi esse ac visum mouere. Nō multipl'r falsum esse ostēdit: qm̄ in speculis ferreis ⁊ adamantinis videtur res in quib⁹ nulla est perspicuitas receptiua impressionis. Amplius ꝫ res imprimeretur in speculo: diffunderet se in speculo vndiq; ⁊ posset res videri in oīi parte medij respectu speculi: qđ falsum est: nō enī videtur res nisi oculo existēte in eadē superficie cū pūcto vīo: ⁊ puncto reflexionis: equalibus existētibus angulis incidētie ⁊ reflexionis vt in sexta pcedētis capli dicti est. Amplius q̄titas idoli nunq̄ excederet q̄titatē speculi qđ falsum est. Amplius ꝫ idolū imprimeretur speculo appareret in speculo: ⁊ nō vltra speculum: qđ falsum est: apparent enī idola in cōcursu imaginario radij visualis cum catheco vt statim declarabitur. Amplius pspicuitas nihil facit ad essentiam speculi q se vt supra docuit pma ꝓpositio huius capli. Idcirco dicit alij idolū nō imprimi speculo: sed vbi res apparet in cōcursu radij cū cathero. s. vltra speculū vbi apparet idolū. Nō et falsum est: quoniam in a qua turris apparet esse in terra tantūm q̄tum est in aere: ⁊ si ponat mons eneus in loco apparitionis: ita liquide apparet ac si esset ibi aer vel aqua: igit ibi nihil imprimitur. Quid est igitur idolū seu imago speculi: dico q sola apparitio rei extra locum suum. i. res apparens in alio loco ab eo in quo est. Verbi gra aliquando oculus: vt supra patuit: vnū iudicat esse duo: qđ est qz res apparet nō solū in loco suo: sed etiam extra locū suum: ita est in ꝓposito q̄tum ad hoc: qz res in speculo secundū veritatē videt: sed in situ erratur ⁊ aliquādo in numero: vt infra dicetur.

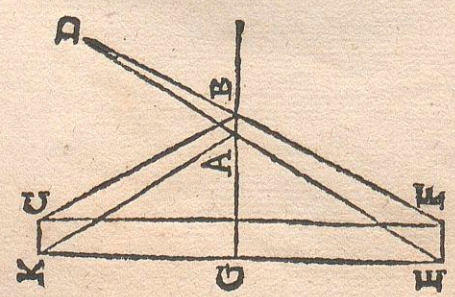


Capitulum tertium de speculis planis.

Prima conclusio.

IN SPECVLIS planis & alijs in maiori parte imagines apparere in concursu radij visualis cum catheto. 20.

Catheus est linea ꝓpēdicularis ducta a re visa sup superficiem speculi plani seu sphersci. In cōcursu ꝫ imaginario radij visualis sub quo res videtur cū perpēdiculari ducta a rē visa sup superficiem speculi apparet esse id qđ in speculo videtur. Cuius ratio colligi pōt ex. 13. ꝓpositione sexti capli pmi libri hui⁹: ipsa siquidē lōgitudo radiorū oculo pzesentatur: sed qz pars radij que reflectit monuet visum imediate: illa etiam mediante visus apprehēdit partē radij incidentem in speculū: ita q totus radius pzesentatur oculo quasi procedēs: in cōtinuum ⁊ directū: reflexionē enī oculus aduertere nō pōt: qz nihil apprehendit nisi partē radij que visum afficit: necesse igitur est rem que in speculo videtur: si supra speculū est: sub eo apparere in concursu imaginabili radij cum catheco. Verbi gra sit speculū. g. a. b. sit res visa. k. c. oculus videns. d. cadant ꝫ radij. k. a. c. b. a re visa qui reflectant ad oculū q radios. a. p. ⁊. b. d. igr res. k. c. videt cōtinuari q radios. k. a. ⁊. c. b. radijs. a

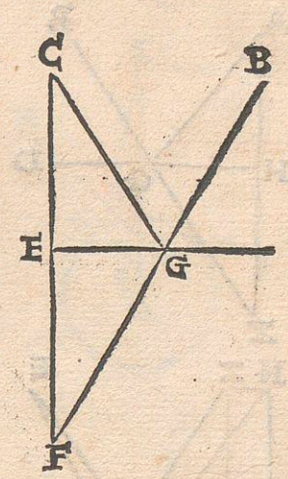


d.t.b.d. igitur.k.a.t.c.b. videnť ponigi in ꝓfundū speculi sub eisdē angulis sub quib⁹ reflectuntur? qz anguli contra se positi sunt equales: t cadit.d.a.in.e.t.d.b.in.f. Et in perpendiculari predicta sīue catheto res eodē modo apparet quo in situ ꝓpio: dico in speculis planis: quia rectius est ibi apparere: t hec est ratio auctoris in lib.5.cap.2.secus aūt in speculis cōcauis: vt infra dicet i suo capō.

Secunda conclusio.

21. **Altitudines in speculis suppositis euersas apparere.**

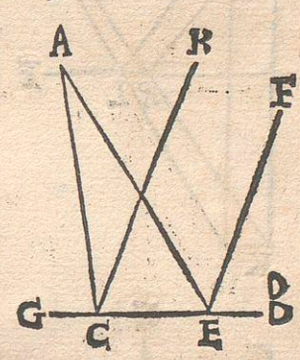
Hec ptz ex ꝓxima: hoc tñ refert q̄ in speculis planis res visa tantū apparet in ꝓfundū q̄tum de sup eminet: qđ demōstratur. Cadat enī cathetus a pūcto visō.c.t sit.c.e.f. sitq; radius sub quo.c. videť.b.g.f. radius cadēs a re visa.c.g. certū est igitur in trigonis.c.e.g.t.f.e.g.q̄ latera.g.e.t.g.c. sunt equalia lateribus.g.e.t.g.f. sicut ptz ex ꝓxima: t angulus.e.g.c. equalis est angulo.e.g.f. qm̄ cōtra se positi sunt equales: t anguli incidētie equales sunt angulis reflexionis: ḡ basis.e.c: equalis est basi.e.f res igitur tantū appareret vltra speculū vel sub ipso q̄tum est supza. Qđ si oculus videt se ipsum: idē accidet q̄uis perpēdiculariter radius oriatur: qm̄ vt dictū est: radius ipe cōprehēdit. Amplius linea perpēdicularis nō est scōm esse naturale sed imaginarium: declinat igit radius scōm veritatē: t ita ꝓcedet demōstratio vt supza: in alijs tñ speculis aliter est vt patebit infra in capitulis sequentibus.



Tertia conclusio.

22. **In speculis planis facialiter obiectis facies apparere præposteras: & sinistra dextris oppositā permutatim.**

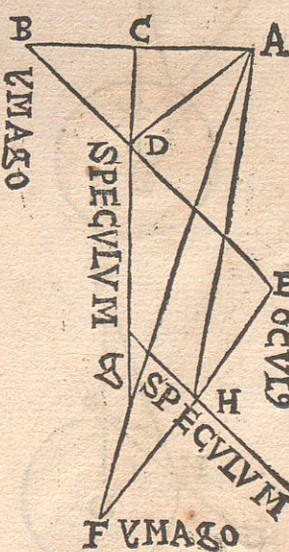
Huius ꝓpositionis ꝑma pars ptz ex premissa: ex eodē enī sequitur vt superius appareat inferius: ex quo sequit vt anterius appareat posterius. Amplius scōa pars sequitur qm̄ in eodē speculo eadē res apparet sibi opposita: res aūt opposite habēt dextra sinistris opposita permutatim. Quare aūt res appareat sibi opposita ex hoc est qz pars radij mouēs oculū dirigitur in oppositū: t ꝓpter hoc totus radius velut in partē illam quasi porrectus accipitur t per cōsequēs res in extremo eius videtur.



Quarta conclusio.

23. **In speculis planis vnam solam imaginem permutatim apparere.**

Sit enī res visa.a. in speculo.b.g.e.t sit oculus.f.sitq; visio ꝓ radium incidētē.a.e.t radium reflexum e.f. dico q̄ punct⁹.a. nō pōt reflecti sup punctū.f. ab alio puncto speculi q̄ ab.e.q̄ si potest detur punctus in quē cadat radius.a.c. igit reflexio est ad equalē angulum: quū igitur angulus incidentie.c.sit maior angulo incidentie.e.qz est extrinsecus ad eum in triangulo.a.e c. erit angulus reflexionis ei cōiunctus maior angulo reflexionis.e.ḡ impossibile est cōcurrere radios.c.k.t.e.f. sup punctū vnū ex parte.k.t.f. angulus enī.b.e.f. cū angulo.g.e.f. valet qđ duo recti: ḡ angulus.b.c.k. qui est maior angulo.b.e.f. cū eodē angulo.g.e f. valet plus q̄ duo recti: ḡ ex alia parte concurrent linee.f.e.t.k.c. per quartā petitionē primi geometrie. Amplius si est alius punct⁹ reflexionis q̄.e. nō in longitudine speculi sicut ponitur sed in latitudine: ḡ erit ducere ꝓpendicularē ab oculo equedistantē perpendiculari erigibili ab alio puncto: t ita ab vno pūcto plures erunt perpendiculares ducibiles quod est impossibile: t procedit hec demonstratio in reflexione radij respectu vnius oculi.



Quinta conclusio.

24. **In speculo fracto: mutato situ partium: diuersas imagines apparere.**

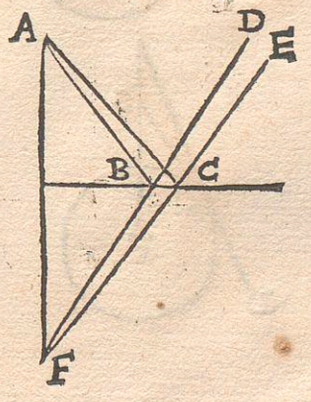
Hoc per experimentū ptz qz si partes speculi fracti ad eundē situm coaptent qui erat ante fractionē: nō plures apparebunt imagines in fracto q̄ nō fracto: plurificatio esī apparationū nō est ꝓpter fractionē sed ꝓpter situs partium mutationē. In speculo enī cōcauo integro plures apparent imagines vt infra patebit: sed qz vt docuit caplm precedēs a qualibet parte speculi fit reflexio sed in partes diuersas: ex mutatione situs partium fractarū fieri pōt vt sit reflexio ad eandē partem: t per ꝑns simul diuersas imagines apparere: t nō plures res sed vnam ostēdere. Amplius ex cōsimili causa accidit quādo speculū ponitur in aqua: tunc ex eodē luminoso plures cōtingit apparere imagines: fit enim reflexio a superficie aque: t qz lumē radiosum intrat aque ꝓfundum: necesse est igitur vt occurrēte speculo inde reflectatur: t ita iuxta diuersitatē situs partium t superficiei speculi necesse est aliud eiusdem luminosi idolū apparere. Et sic credo cū sole nō stellā aliquā apparere: sicut multis videť t mihi falso etiam aliqñ videbatur: sed ipsius solis ex diuersitate superficierū aque t speculi diuersa idola gñari. Idola tñ hoc mō plura nō hz aliqđ corp⁹ nisi sit valde luminosum: qz lumē aquā ingrediēs debile ē: t reflexum iterū a speculo debili⁹ vt vix possit nisi sit fortissimū originaliter ipressionē sensibilē gñare.

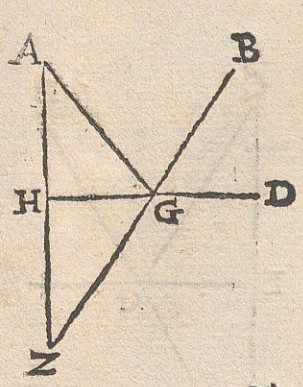
Sexta conclusio.

25. **In speculo plano duobus oculis vnam apparere imaginem.**

Cuius ratio est quoniam lz a diuersis pūctis fiat reflexio ad vtrūq; oculū: tamen radij reflexionis secāt se t cōcurrunt in catheto t terminatur aspectus vtriusq; oculi ad idem pūctum: sicut ptz aptando demonstrationem conclusionis prime huius capituli vtriq; oculo.

Septima conclusio.





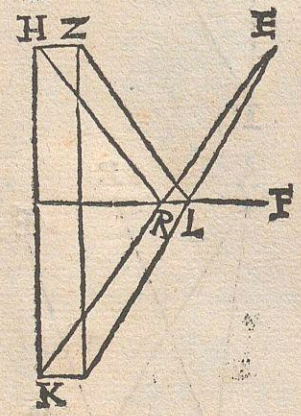
In omni superficie reflexionis quattuor præcipue puncta contineri: & quod extra illam est minime videri. 26.

Hi quattuor pncti sunt centrum visus: pūctus apprehensus: terius axis. i. perpendicularis linee recte ducte a centro visus in speculum: ⁊ punctus reflexionis: nec videtur quod extra superficiem istam est: sicut patet ex quarta propositione huius capituli.

Octaua conclusio.

In speculis planis inuenire punctum reflexionis. 27.

Hoc nihi aliud est quā inuenire: vbi angulus incidentie ⁊ reflexionis sunt equales: sit enī. a. pūctus visus. b. centrū oculi speculū. d. g. h. ducatur cathetus ab. h. ⁊ pducatur vltra speculū quātūcst. a. supra speculū vsq; in. z. ⁊ ducatur linea recta. b. z. p punctū speculi. g. q̄ est punctus reflexionis: ducatur etiam radius. a. g. angulus enī. z. g. h. equalis est angulo. d. g. b. qz ei oppositus: iterum etiam equales sunt anguli. h. g. z. ⁊. h. g. a. vt supra ptz: igitur eq̄les sunt anguli. h. g. a. ⁊. d. g. b. igitur a pūcto. g. est reflexio ⁊ nō ab aliquo alio. Cōtingit tamē vnī apparere duo in speculo plano: ꝓpter elongationem visibilis ab axe sicut ⁊ in visibili directio supra ostensum est accidere.



Nona conclusio.

In speculis planis figuræ & quantitatis veritatem apparere. 28.

Sit speculū planū. f. l. r. cui sup emineat lōgitudo. z. h. ⁊ ducātur radij. z. l: ⁊. h. r. reflexi ad oculum. e. ducātur ⁊ catheti a punctis. h. ⁊. z. vlz. h. k. ⁊. z. s. qm̄ igitur catheti eque distātes sunt: erit imago in terminis cathetorū ciusdē q̄titatis: cuius est. z. h. g̃ q̄titas eadē apparet que est directe ⁊ figura eadē: qm̄ quelibet pars tantū apparet sub speculo q̄tum est supra speculū vt ex prehabitis ptz: neceſſe est igitur partes inuicē eundē ordinem retinere quē secādū veritatem habēt. Cōtingit tñ rem in speculis planis apparere minorē q̄ sit: ex eisdem causis ex quib⁹ in visu directo scz ex distātia. Hoc igitur verum est q̄ minor error accidit in his speculis: scz in situ tātū ⁊ in his que sunt oīm speculo cōmunia: sicut supra patuit in tertia propositione capli p̄mi huius libri ⁊ in alijs nōnullis.

Capitulum quartum de speculis sphæricis exterioribus.

Prima conclusio.



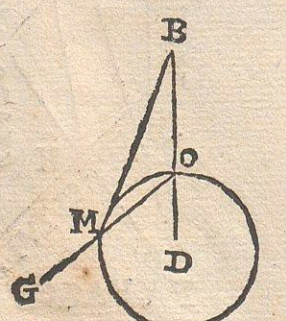
IN SPECVLIS sphæricis extra politis omnes accidūt errores: qui in planis. 29.

Cōmunes quidem cause errandi sunt: tum quia lux debilitatur ex reflexione: tum qz res apparet extra locū suum: sibi ipsi opposita vt supra visum est: accidunt etiam plures errores q̄ in planis vt patebit.

Secunda conclusio.

In speculis spæricis exterioribus apparet imago in concursu radii cum catheto: id est linea ducta in centrum sphæræ. 30

Hoc ꝓbari pōt per experimentū ⁊ ex causis naturalib⁹: vt supra ptz in speculis planis. In hoc tñ est diuersitas qz in planis: vt supra visum est: res semp apparet tantum sub speculo: q̄tum est supra: hic aūt imago aliquā do apparet in ipsa speculi supficie: aliquādo intra: aliqñ extra. Verbi gra sit pūctus visus. e. ocalus. g. punct⁹ reflexionis. n. centrū vero sphere. d. planū ē q̄ locus imaginis est. k. Dō si ponatur visibile in. b. apparebit imago in. o. Et si adhuc ponatur visibile ꝓpinquius sphere apparebit extra sperā: vt ptz pertractanti. Punctū autē reflexionis est facile inuenire precipue vbi equaliter distant oculus ⁊ res visa a sphera: alias in inueniendo pūctū maior est prolixitas vel difficultas q̄ vtilitas: sicut ptz inspicienti capitulum de imagine apud halacē. Ex hoc etiam apparet q̄ imago in his speculis est propinquior speculo q̄ res visa: quod non est in planis: vt supra patuit.



Tertia conclusio.

In speculis sphæricis exterioribus partes rei: sicut sunt: ordinatas apparere. 31.

Verbi gratia sit res visa. a. b. centrū speculi. d. oculus. e. planū est q̄ radius. e. h. cōcurret cū ꝓpendiculari in pūcto. f. ⁊ radius. c. k. in pūcto. g. erit igit imago. g. f. minor quidē re visa vt patebit in cōclusione. 5. huius: tamē partes incōfuse apparēt ⁊ ordinate vt patuit supra lib. p̄mo huius capło quarto conclusione secūda. Dō si res visa ponatur in eodē situ cum diametro sicut. a. b. tunc idem iudicium apparebit: sicut patet ductis lineis ad. a. b. nam sicut in. a. b. sequitur ibi.

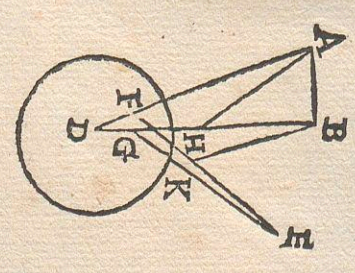


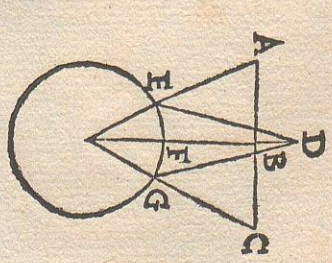
Quarta conclusio.

In speculis sphæricis: recta in maiori parte curua apparere. 32.

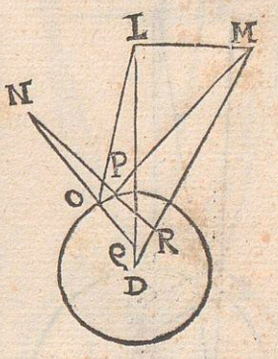
Hoc intellige de curuitate nō ad centrū speculi inflexa: sed a speculo auersa. Verbi gra: sit res visa. a. b. c. oculus. d. qui nō sit in eadē diametro cū re visa: ⁊ reflectatur ad oculū p. d. e. d. f. d. g. apparet igr curua: qō ad sensum demōstrari nō potest in plano: sed in solida figura faciliter apparebit experimē-







tatoꝛi. Cuius ratio eſt qm̃ in oĩbus ſpeculis figura imaginis ſequit̃ modũ ſuperficiei reuerberãtis: ſit eñ a ſupficie reflexio ſecundũ modũ ſuperficiei: ſed qꝛ res viſa apparet: optz vt ꝛ curuitas rei appareat: nõ in reflexione ad ſpeculũ: ſed in auerſione a ſpeculo: ad hoc facit qõ dictũ eſt in cõcluſione. 13. ꝛ. 17. ſexti capl̃i ꝑmi libꝛi huius. Et hoc eſt intelligendũ qm̃ viſus nõ eſt in eadẽ diametro cum re viſa ꝛ centro ſphere. Etiam ex cauſa ſil̃i apparet q᷑ in ſupficiebus irregularib⁹ ſicut in ſpeculis q᷑buſdã valde cliuoſis facies apparẽt monſtruoſe. In predictis tamẽ ſpeculis aliquãdo recta apparẽt nõ recta: vlz ſi linea viſa ꝛ centrum ſphere ſint in eadem ſuperficie cũ ipſo viſu. Verbi gꝛa ſit res viſa. l. m. oculus. n. puncta reflexionis. o. p. centrũ ſphere. d. planum quod idolum eſt. q. r.



Quinta concluſio.

23. **In ſpeculis ſphæricis imagines in maiori parte minores eſſe rebus viſis.**

Huius ratio a duobus ſumit̃: ꝑmo qm̃ vt ſupꝛa viſum eſt: cõcurſus radioꝛũ cum catheto in ſphericis ꝓpinquioꝛ eſt oculo q᷑ in planis: radij autẽ ab eodẽ ꝑcto ꝓcedentes quanto magis ꝓtenduntur tanto habẽt extrema magis diſtãtia: ꝛ ecõtrario quãto minus ꝓtendunt̃: tãto minus diſtãt extrema: ergo ſicut demõſtratum eſt in planis equalẽ eſſe imagnẽ rei viſe: eodẽ modo ſequit̃ in ſphericis minorẽ eſſe. Scõo qm̃ a maiori ſuperficie fit reflexio in planis q᷑ in ſphericis: ſicut ꝓbat auctoꝛ libꝛi de ſpeculis: cuius cauſa eſt: qm̃ radij a cõuexis reflexi: magis diſgregant̃ q᷑ a planis ꝓpter declinationem circuli a quo eſt reflexio: vt igit̃ radij ad viſum cõcurrant: optz a breuioꝛi ſuperficie fieri reflexionẽ: ꝛ per cõſequẽs rem apparere minoꝛẽ. Et hec eſt intẽtio auctoꝛis libꝛi de ſpeculis: que intelligẽda eſt in maioꝛi parte: qm̃ in aliquo ſitu cõtingit rem apparere in hꝭ ſpeculis eiuſdẽ q᷑titatis: ꝛ in aliquo maioꝛis ſicut ꝓbatur in. 6. ꝓpeſpectiue: cũ vlz imago nõ equediſtat rei viſe: quũ etiam facit angulum acutũ cum radio cuius caſus eſt ꝓpinquioꝛ centro: ꝛ tũc quũ ꝓpinquioꝛ ẽ põt imago eſſe equalis vel maioꝛ: ꝛ hoc latuit auctoꝛẽ libꝛi de ſpeculis: ꝓpter ſitum ſi quidẽ obliquũ rei reſpectu ſpeculi cõtingit vnũ radium reſpectu alterius breuiari: vt ex aliquo inceſſu poſſit imago excedere rem vel ei equari.

Sexta concluſio.

24. **In ſpeculis cõuexis: quo minora ſunt: eo in eis minores imagines apparere.**

Cuius ratio eſt manifeſta: quoniam quanto ſphera eſt minoꝛ: tanto concurſus cum catheto eſt cẽtro ꝓpinquioꝛ: ꝛ locus imaginis anguſtioꝛ: quo minoꝛi ſemidiametro obuiare dignoſcitur.

Septima concluſio.

25. **In ſpeculis columnaribus extra politis: eoſdem accidere errores qui in planis & ſphæricis.**

Hic eſt ſermo de columna rotunda que in longitudine conuenit cum planis: in rotunditate cũ ſphericis: ideo vtroꝛunq᷑ errores participat.

Octaua concluſio.

26. **In ſpeculis columnaribus tripliciter fieri reflexionem.**

Poteſt enim fieri reflexio a lõgitudine columne: vel a trãſuerſo: vel a medio ſitu inter vtrunq᷑ obliquo: quum autẽ fit reflexio a lõgitudine cõtingit ſicut in planis. ſ. cũ linea viſa eſt equediſtans linee longitudinis colũne: ꝛ tũc eſt locus imaginis concurſus radij cum perpẽdiculari ducta ſuper colũne longitudine: ꝛ tunc apparet res ſicut in planis: hoc excepto: quod qꝛ reflexio fit a linea naturali: optz rem curuã apparere: ſicut ſupꝛa de ſpeculis cõuexis viſum eſt. Quod ſi fiat reflexio a tranſuerſo colũne vt fiat reflexio a linea circulari equidiſtanti baſibus colũne: erit locus imaginis cẽtrum circuli reflexionis: ꝛ apparitio ſimilatur quodãmodo ei quod in ſphericis eſt ꝓdictum: vt locus imaginis aliquãdo appareat infra circulmm: aliquãdo extra: aliquando in ipſo circulo: res tñ minoꝛ apparet quã in ſphericis. Quum vero a medio fit reflexio: accidit etiam variatio de q᷑titate: inquãtum ſectio colũne magis accidit ad longitudinem vel latitudinem columne: ꝛ poteſt eſſe locus imaginis ſimiliter vel vltra vel citra ſpeculum: vel in ipſo ſpeculo.

Nona concluſio.

27. **In ſpeclis piramidalib⁹ extra politis: mltiplicari reflexiões ſicut ĩ colũnarib⁹**

Hoc ꝓtz qꝛ põt fieri reflexio a lõgitudine pyramidis: vel a latitudine: vel a medio: ꝛ ſcõm hoc diuerſi ficant̃ apparitiones: ſicut in colũnarib⁹: ꝛ mõ ꝓdicto etiã diuerſificat̃ locus imaginis: ꝛ figura rei apparẽtis. Hoc tñ differt: qm̃ in hꝭ apparet imago pyramidata: eadẽ ratione qua colũnaris in colũna: vnius rei tñ ab vno ꝑcto ſupꝛa vnũ locũ fit reflexio: ſicut in colũnaribus ꝛ alijs exterius politis.

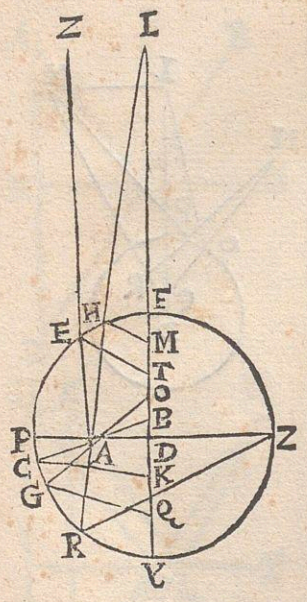
Decima concluſio.

28. **In ſpeculo pyramidali q᷑ locꝰ reflexionis ẽ cono ꝓpinqor: eo imago minor.**

Hoc ꝓtz ex hꝭ que ſupꝛa habita ſunt de ſpeculis ſphericis cõuexis ꝓpoſitionib⁹. 5. ꝛ. 6. huius capl̃i.

Capitulum quintum de ſpeculis ſphæricis interioribus.

Prima concluſio.



IN ſpeculis ſphæricis cõcauis: qm̃ poſſibile ẽ radiũ ꝓpẽdiculari nõ cõcurrere: neceſſe eſt alr̃ q̃ in p̃miſſis locum imaginis apparere. 39.

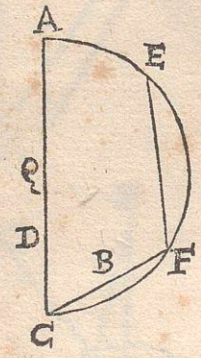
Verbi gratia eſto ſpeculum concauum .f.p.y. cuius centrum ſit .d. ⁊ ducatur ſemi diameter .d.p. ⁊ ſit in ea oculus .a. ducaturq; alia diametrus iſtam orthogonaliter ſecans: quę ſit .y.f. ducaturq; .a.e. ęqueditans .f.y. ſignenturq; puncta in .y.f. diametro .m.t.k.q. manifeſtum erit ꝙ .a.e. non concurrit cum perpendiculari cum ſit ei ęqueditans: vnde ſi viſibile ponatur in .m. reflectitur a puncto .n. ⁊ concurrit cum perpendiculari extra ſpeculum in puncto .l. ſi in .t. reflectitur ab .e. ⁊ non concurrit cum perpendiculari: ſi in .k. reflectitur a puncto .c. ⁊ concurrit cum perpendiculari in puncto .b. in .q. vero reflectitur a puncto .g. ⁊ concurrit cum perpendiculari in pũcto .o. Mõ ſi ſumatur in diametro .d.p. punctus .z. ⁊ ipſe reflecti poterit a puncto .r. ⁊ non concurrit .a.r. radius cum perpendiculari .p.d. niſi in ipſo oculo. Ergo locus imaginis puncti .m. eſt vltra ſpeculum in .l. ⁊ locus imaginis .k. retro oculum in .b. locus imaginis .q. retro oculum in .o. locus .z. in ipſo oculo: locus imaginis .t. in ipſo ſpeculo. Quia enim .t. diuiſibilis eſt pũctus: ſecundum ſuperiorem ſui partem deberet apparere vltra ſpeculum: ſecundum inferiorem vero infra: quia autem forma eſt vna neceſſe eſt vt appareat in medio loco ſcilicet in ipſo ſpeculo in puncto .e. In hijs diuerſitatibus apparitionum nuſquam apprehenditur veritas imaginis niſi quum ei⁹ locus fuerit extra ſpeculũ: aut inter viſum ⁊ ſpeculũ: vnde q̃ apparent in ipſo oculo vel retro caput: nõ apparẽt cũ certificatione rei viſibilis: qm̃ viſus nõ eſt nat⁹ acquirere formas niſi obiectas facialiter.

Secunda concluſio.

Res exiſtens in centro ſpeculi concaui non videtur. 40.

Reflexione dico videri non poteſt: quoniam radij ab ea perpendiculariter cadunt ſuper ſuperficiem ſpeculi: redeunt ergo in ſe ipſos: ⁊ ita ad nullum punctum declinant extra centrum: quum igitur oculus ſit extra centrum: non videbit id quod in centro eſt.

Tertia concluſio.



O culus exiſtens in centro ſpeculi concaui ſphærici videt ſe tantum. 41.

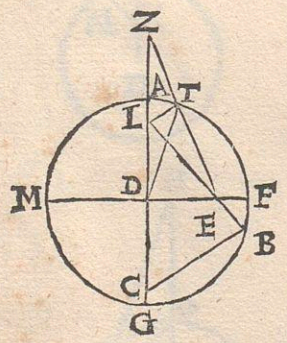
Hęc ſequitur ex præmiſſa indirecte: quoniam quum res extra centrum poſita radios habeat ſuper ſuperficiem ſpeculi cadentes oblique: ſequitur etiam vt radij ad partem oppoſitam reflectantur: ⁊ non in ipſum centrum: ęquales enim ſunt anguli incidentię ⁊ reflexionis.

Quarta concluſio.

Oculus exiſtẽs in ſemidiametro ſpeculi concaui ſphærici nihil videt eorum quæ in illa ſemidiametro continentur. 42.

Sit enim diameter .a.q.c. ⁊ ſit oculus in parte diametri .q.c. in in puncto .d. Dico igitur ꝙ impoſſibile eſt aliquem punctum lineę .q.c. redire in .d. ꝙ ſi poteſt: cadat linea .c.f. planum eſt ꝙ reflectetur ad ęqualem angulum: ⁊ erit linea reflexa per conſequens chorda ęqualis portionis ſicut eſt .e.f. quod eſſe non poteſt ex parte iſta: ergo neceſſe eſt vt in partem aliam reflectatur.

Quinta concluſio.



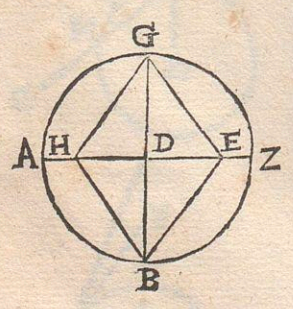
Quilibet pũct⁹ diametri ſpeculi cõcaui q̃tũcũq; ꝓducte: põt eẽ loc⁹ imagis. 43.

Verbi gratia ſit circulis .a.m.g. ſitq; diameter .a.g. centrum ſit .d. ſummatur alia diameter .m.f. ſitq; oculus .e. Planũ eſt quoniam .l. videtur in .z. ſi anguli .d.t.l. ⁊ .d.t.e. ſunt ęquales: ſimiliter ⁊ pũct⁹ .c. reflectitur a pũcto b. ad .e. ⁊ videtur in .l. ⁊ ita ſecũdum diuerſam ſituationem rei viſibilis poteſt videri in parte diametri quantuncũq; producte: dum tamen proportionetur quantitati ſpeculi.

Sexta concluſio.

Punctum viſum in ſpeculo concauo ſphærico: a pluribus locis ſpeculi reflexum: poſſibile eſt vnicam habere imaginem. 44.

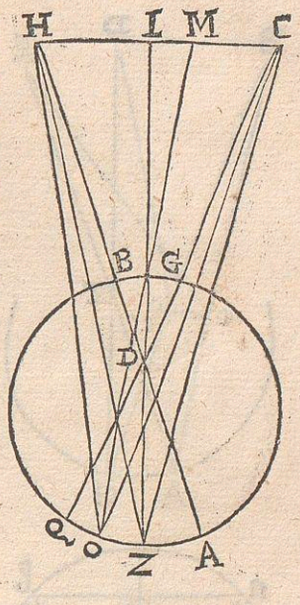
Quãuis cm̃ a plurib⁹ locis fiat reflexio ſimul: nõ tm̃ ꝓpter hoc neceſſe eſt diuerſas apparere imagines: qm̃ oẽs radij viſuales talis ſpeculatiõis in codẽ pũcto cõcurrunt cũ eatheto: ⁊ hoc intelligit̃ cẽtro viſus ⁊ reuiſa exiſtẽtib⁹ in eodẽ diametro: tm̃c cm̃ poſſibile eſt vt a quolibz puncto circuli fiat reflexio: vnica tm̃ exiſtẽte imagine. Verbi gr̃a ſit ſpeculũ .a.b.z.g. ⁊ ſit diameter .a.z. in qua ſit .h. res viſa: ⁊ .c. cẽtrũ viſus: dico ꝙ reflexio eſt a puncto .g. qm̃ triãgulus .h.g.d. eſt ęqualis triangulo .g.d.e. vt patet ex lateribꝫ ⁊ angulis q̃ ſunt ſup. .d. ⁊ erit locus imaginis pũctus .e. Sim̃ fit reflexio a pũcto .b. eadẽ rõne: ⁊ ẽ idẽ loc⁹ imaginis: imo fit pari rõne reflexio a toto circulo q̃ p lineã .b.g. itelligit̃: ⁊ tm̃ ẽ vnica imago ſcz. .e. dico circulũ quẽ ſup diametro .a.z. imaginal̃ imota deſcriberet .g. pũct⁹ orbiculariter mot⁹.



Septima concluſio.

Re viſibili & viſu extra ſphæram exiſtentibus in diuerſis diametris: ab vno ſolo puncto fit reflexio. 45.

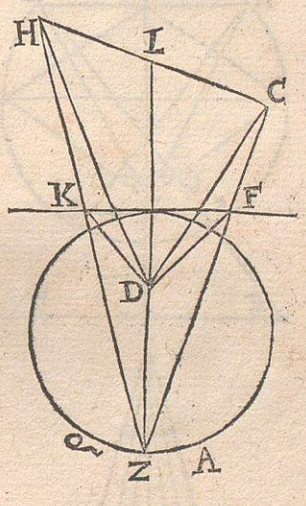
Verbi gratia sit.c.punctus visus.h. oculus.d.centrum sphęrę:ꝛ ducantur lineę.h.d.ꝛ.c.d.planum est ꝙ superficies.h.d.c.secat sphęram speculi concaui in circulo.a.b.g.q.igitur.c. nō reflectiē ad.h. nisi ab aliquo puncto huiꝰ circuli sicut ptz supra ex ꝓpositione sexta capli primi huiꝰ:certū etiā est ꝙ nō fit reflexio ab arcu.g.b.ad.h.qm̄ linea reflexa.a.c.ad.h.cadit supra ipsum speculū exterius:reflecti tur ḡ ab arcu.q.a.in cuius extremis teriantur radij.c.d.h.d. Jn hoc autē arcu vnꝰ solus est punctus a quo possit fieri reflexio scz.z.q̄ est terius lineę.l.d.diuidētis triangulū.h.d.c.per ęqualia:ꝛ ducanꝫ lineę.c.z.h.z. sequtur em̄ vt triangulꝰ.c.d.z.sit ęq̄lis triāgulo.h.d.z.sed.h.d.ꝛ.c.d. sunt ęquales lineę ꝛ per ꝓs angulus.d.z.h.ęq̄lis ē angulo.d.z.c. Cō sl.h.d.linea sit minor q̄.c.d.vel ecōuerso:re visa ꝛ oculo inęqualiter distātibus:nihil refert: ducta em̄ contingente.k.f.vel etiam linea secante circulum ꝛ etiam istas lineas ad ęqualitatē:idem sequitur. Hec potest ab alio pūcto arcus q.a.fieri reflexio:ꝙ si potest sit.o.ꝛ ducantur lineę.h.o.ꝛ.c.o.planum est ꝙ linea. h.o. est minor vel econuerso quā.c.o. quum altera earum sit propinquior centro:amplius.h.o.minor vel econuerso est quam sit.h.z. eadem ratione: sumaturq̄ linea.o.d.m.diuidens triangulū.h.o.c.per ęqualia: ergo quum.h.z.l.ꝛ.c.z. l.sint trianguli similes: eadem erit proportio.c.z.ad.h.z.que.c.l.ad.l.h. erit etiam proportio.c.o.ad h.o.sicut.c.m.ad.m.h.quod est impossibile: igiꝫ illud ei quo sequitur scilicet a puncto.o.fieri reflexionem. Hę tamē demonstrationes currunt quū duo puncta scilicet rei vibilis ꝛ visus sunt extra sphęram ꝛ supra contingentē ductam a termino lineę diuidentis angulū diametroꝝ per ęqualia.



Octaua conclusio.

46. Possibile est idem in speculo concauo duas habere imagines.

Jntellige ꝙ ad hoc vt res duas habeat imagines duo requiruntur: primum est vt sit reflexio a pluribus partibus speculi sup oculū: scōm est vt locus imaginis sit alius ꝛ alius scōm diuersitatē reflexionum: alius in q̄ ꝛ aliꝰ sensibili distātia. Et iuxta hoc secundū diuersitatē situs ad speculū pōt res habere duas magines vel tres vel quattuor ꝛ nō plures. Verbi gra sint duę diametri speculi se othogonaliter secantes.b.d.q.a.d.g.ducaꝫ iterū tertia diameter.e.d.z. q̄ diuidat angulū.b.d.g.per ęqualia:ꝛ a puncto.e.termino diametri medię ducantur duę perpendiculares sup duas diametros primas scz.e. c.ꝛ.e.h.erit ergo triangulus.e.c.d. ęqualis triangulo.e.h.d.ꝙ si oculus ponatur i.h.ꝛ visibile in.c. reflectetur forma.c.a puncto.e.ad.h.ꝛ erit locus imaginis in.e.quoniam.e.h.ęque distat.d.c. Amplius reflecti potest a puncto.z. quoniam trianguli.c.d.z.ꝛ.h.d.z. sunt ęquales:sicut faciliter proba ri potest:quum.d.z.sit linea cōmunis:ꝛ anguli cōtra se positi sunt ęquales:angulus etiam.q.d.g.diuiditur per ęqualia. Jn hoc autem situ non potest fieri reflexio a pluribus partibus speculi sicut patet repetendo demonstrationem precedentis propositionis: locus autem secundę imaginis est.f.



Nona conclusio.

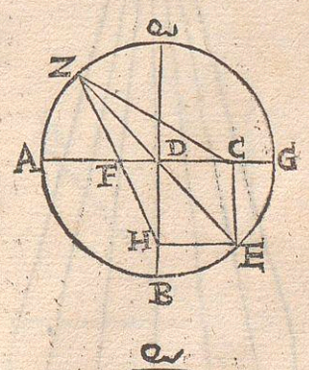
47. Possibile est idem in speculo concauo tres habere imagines.

Quia si accipiantur duo puncta in diuersis diametris: quoꝝ vnus sit intra speculū:aliꝰ in ipsa circūferentia speculi vel extra: describaturq̄ circulus hęc duo puncta cū cētro speculi cōcludēs: tunc si circulus iste secet circulū speculi in vno loco tm̄(licet hoc sit impossible incirculis se intersecātibꝰ)erit reflexio ab vno arcu tm̄:qui opponitur oculo ꝛ rei vise:si in duobꝰ secet:poterit esse reflexio ab vno pūcto arcus interiacētis diametros:aut a duobus:aut a tribꝰ:ꝛ aliqñ a quattuor vt demōstrabiē statim.

Decima conclusio.

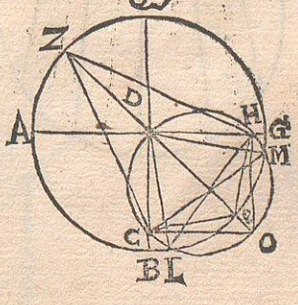
48. Possibile est in speculo concauo vnius rei quattuor imagines apparere.

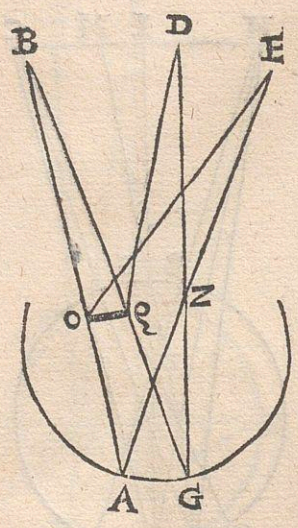
Verbi gratia sit speculum vt supra.a.b.g.q.sitq̄ centum.d.sumanturq̄ duę diametri.a.g.q.b.sitq̄ tertia.c.z.diuidens angulum ab illis contentum per equalia:sumanturq̄ punctus.c.in diametro. q.b. propinquior circunferentie quam punctus.c.in illa de duabus imaginibus sumebatur:ꝛ in. a.g.sumatur linea.a.h.ęqualis.q.c. dico ergo ꝙ.c.reflectitur a puncto.c.ꝛa puncto.z.sicut patet ex prehabitis. Amplius preter hoc reflectitur ab alijs duobus punctis: verbi gratia a puncto.c. extrahatur perpendicularis quę cōcurret necessario cum.z.c.extra sphęram in puncto.o.quoniam niam angulus.d.c.c.est acutus qui cadit in vltimū sphęrę igiꝫ oportet lineam perpendicularē extra sphęram incidere: igitur ad inuenienda alia duo puncta reflexionis describatur circulus.d.c.h. qui necessario cadet in.o.ꝛ quum hic circulus minor secet maiorem in duobus punctis quę sunt.l.m. ducantur lineę.h.m.d.m.c.m.ꝛ.c.l.d.l.h.l. ꝛ angulus.c.l.d. ęqualis erit angulo.d.l.h. quoniam isti anguli cadunt inęquales arcus: in quartas scilicet circuli maiozis quas abscinderent lineę ducte a punctis.c.h.si plus extenderentur:quare iste lineę cum circunferentia circuli ęquales angulos ęqualium scilicet portionum faciunt ex capło de circulis in secundo libro geometrie:ꝛ similiter cum cathecis.d.l.d.m.igitur.c.poterit reflecti ab.l. Jtem eadem ratione angulus.d.m.h.ęqualis est angulo. d.m.c.igitur.c.poterit reflecti a puncto.m.ꝛ ita quattuor habebit imagines punctus. c.



Vndecima conclusio.

49. In solis speculis concauis res confusas & dubias apparere.





Cuius ratio ē: qm̄ in solis his speculis res apparet ī oculo vel retro oculū: visus aūt nō ē nat⁹ acq̄rere formas nisi rerū facialiter obiectarū: ⁊ ideo res q̄ aliter apparēt: dubias ⁊ cōfusas necesse ē apparere.

Duodecima conclusio.

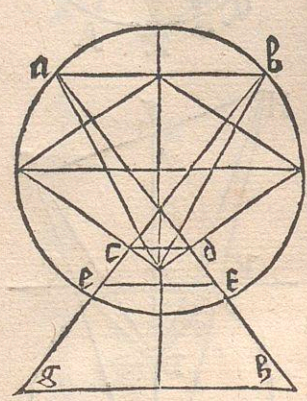
In speculis concauis res nunc conuersas: nunc euersas apparere. 50.

Hoc ex libro alkindi de speculis facile demōstratur: qm̄ radij in aliquo situ cōcurrūt: ⁊ in aliquo nō: quū autē concurrūt: illa que sunt intra cōfluentiam radiorū apparent euersa: quū vero extra: apparēt sicut sunt. Verbi gr̄a radi⁹. b. a. reflectitur ad. e. radius autē. b. g. ad. d. quū igitur radij intersecētur in pūcto. 3. oportet res que sunt intra intersectionē aliter apparere: q̄ que extra sunt: qm̄ que intra sunt apparent sicut in planis euerse eadem ratione: que vero extra apparēt sicut sunt. Et tūc hmōi demōstratio est iuxta illud p̄ncipiū: sub eleuatioribus radijs visa eleuatiora apparere: q̄uis eīm in cōcursu cathecorū. e. o. ⁊. d. q. idolū videatur euersum: tn̄ validior est imutando visum ipsa dispositio radiorū oculum mouētium q̄ cathetorū: que linee sunt imaginabiles: quod si nō hot auctor huius libri de speculis intellexit: credo q̄ errauit. Si quē vero prolixior delectet hui⁹ demonstratio: sextū cōsulat p̄spectiue. Sed si que est intra cōfluentiam eius: punctus inferior videtur sub eleuatiori radio ⁊ ecōuerso: ergo plane videt̄ euersa: cuius euersio ptz ducendo cathetos alias vltra speculum.

Decimatertia conclusio.

In speculis concauis res aliquando pares: aliquando maiores: aliquando vero breuiores apparere. 51.

Hoc laboriose ⁊ prolixe demōstratur in. 6. perspectiue: sed breuiter colligitur ex premissa: qm̄ que intra confluentiam radiorum sunt: maiores apparent q̄ sunt: que vero extra sunt: secūdū diuersitatem situs apparere possunt maiora vel minora vel equalia: iuxta qd̄ remotiora vl̄ propinquiora sunt ab intersectione: ⁊ ex hoc apparet quod quāto a speculo remotiora sunt tanto maiora apparent.



Decimaquarta conclusio.

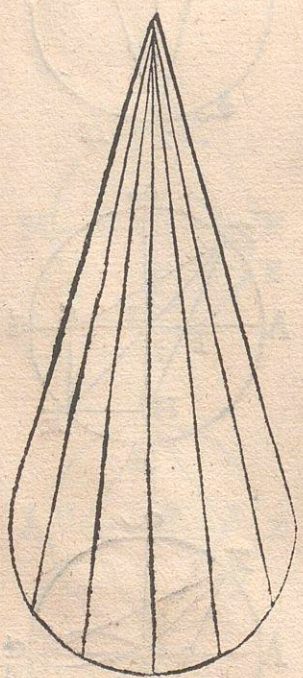
In speculis concauis ex diuersitate situum quedam apparere recta: quedam curua: quedam conuexa. 52.

Hoc latuit auctorē libri de speculis: qui in om̄i situ apparentibus: curuitatē attribuit: huius autē cōclusionis diuersitas diffuse demōstratur libro. 6. capl̄o. 6. huius autem veritas ptz per oppositū ad ea que dicuntur circa quartā ⁊ quintam cōclusiones capl̄i precedentis.

Decimaquinta conclusio.

In speculis colūnaribus intra politis eosdem errores accidere: quos in speculis sphæricis & concauis. 53.

Hoc diffuse demōstratur libro septimo capl̄o octauo: quod qr̄ satis est ꝓbabile nō oportet in eius demonstratione laborare: ⁊ intellige errores in omnib⁹ predictis scz in numero istarum imaginū: ⁊ situ: ⁊ rectitudine ⁊ curuitate apparitionum.



Decimasexta conclusio.

In pyramidalib⁹ cōcauis oēs errores accidere: q accidūt ī colūnarib⁹ cōcauis. 54.

Etiam istud demonstratur in sexto libro capl̄o nono ⁊ satis liquet ex predictis.

Decimaseptima conclusio.

In speculis concauis ad solem positis ignem generari. 55.

Quod speculū si sit portio sphere: generatur ignis in cētro eius qn̄ cōuertitur directe ad solem in cōcursu radiorum reflexorū cū radio incidente. Secus est autē in speculis cōcauis scz figure oblonge irregularis factis p̄ artem traditā in libro de speculis comburentibus: in illis enim reflectuntur radij omnes extra locū incidentie prope vel longe iuxta hoc quod speculū est magis vel minus cōcauum: omnes autē radij a tali speculo reflexi coocurrūt ad punctū vnum: ad aerem disgregandū ⁊ inflamādum. In speculo autē cōcauo spherice figure non fit reflexio omniū radiorum in pūctum vnum: sed ab aliquo circulo vnde debiliter exurit: vt ptz supra cōclusione vndecima capl̄i secūdi libri. 2. huius.

Decimaoctaua conclusio.

Stellas quasdā ex reflexione radiorū solarium ad ipsas apparēter scintillare. 56.

Quum eīm stelle sint corpora solida equalis superficiei: necesse est vt habeant sup̄ficies speculares: reflectunt ḡ radios solares: sed qr̄ continue mouētur corpora celestia: variatur continue angulus incidentie: ⁊ p̄ consequens reflexionis: sensibilis autē variatio facit quandā vibrationis apparentiam. Hoc autem halacen auctor perspectiue nō dicit: sed est opinio quorūdam ph̄orū in scd̄o de celo. Mihi autē videtur non totā causam scintillationis esse oculorū defectui a scribendā: nec conatus quisq̄ nec radorū inuolutio hoc oīno efficere videt̄: quū videamus sup̄ficies deauratas soli oppositas: ⁊ mul-

ta fortiluce supfusa scintillare: quc summa facilitate oculo presentãtur. Amplius visus deficit tantũ in cõprehensione quorũdã planetarũ sicut aliarũ stellarum. Amplius canicula ⁊ alie quedam inter stellas fixas clariores videtur q̃ alie: vbi nec visus plus conatur nec reuerberat magis q̃ in alijs: g defectus visus q̃uis ad hoc cõferre possit: nõ tñ sufficit. Sz fortasse dices si specula sũt stelle: g videdo stellas debemus videre solẽ. Item eadẽ ratione planete scintillare deberent. Ad primũ dico q̃ si totum celũ esset speculũ: oculus tñ in centro existẽs videret se tantũ sicut ptz ex tertia ꝓpositione huius capi: qr ergo equales sunt anguli incidẽtie ⁊ reflexionis: radius a sole cadens in stellã reflectitur vel in se si ꝓpendicularis est: vel in aliam partẽ celi: si nõ est ꝓpendicularis: g nõ in terrã. Ad secundum respondeo q̃ planete nõ scintillant qr ꝓpe sunt: radius eñ solis cadens sup corpus stelle fixe ꝓpter remotionem stelle facit angulũ magnum incidẽtie in stella: ⁊ p cõsequẽs angulũ magnũ reflexionis: ita q̃ ꝓpter elongationẽ radij a stella potest visus aduertere aliquo modo diuersitatẽ luminis stelle ⁊ solis reflexi a stella. Ecõtrario autẽ in corporibus planetarũ qr prope sunt: angulus minor est q̃ angulus incidentie ⁊ reflexionis cum superficie stelle: ⁊ propter hoc aspectus noster non distinguit inter lumen ipsius stelle ⁊ lumen solare reflexum a stella.

Secundi libri huius perspectiuæ finis.

Liber tertius perspectiue cõis: de radijs fractis: habet capita duo in quibus sunt conclusiones. 22.

Capitulum primum de vera scientia radiorum fractorum.

Prima conclusio.

1. SOLVS perpendicularis porrigitur rectæ: alterius diaphaneitatis medio occurrente.

Jsta ꝓpõ ptz ex declaratione pme scde ⁊ tertie cõclusionũ capi scdi pmi libri hui? vbi ẽt diximus de his radijs qd verũ ⁊ reale: ⁊ quid imaginariũ sit credẽ dũ nec decipiamur: imaginamur eñ spẽs lucis ⁊ coloris velut quasdã lineas ⁊ angulos aut; pyramides ad faciendas demõstrationes modo geometrico.

Secunda conclusio.

2. Fractio radii in ipsa contingit tantum superficie medii secundi.

Cuius ratio est: qm̃ lux in omni diaphano recte mouetur q̃tum est in se: g incuruatio vel declinatio a rectitudine esse nõ potest nisi in contiguatione duorũ diaphanorũ. Qd̃ si in eodẽ corpore cõtinuo sit diuersificatio secundũ rarum ⁊ densum sensibiliter diuersum: an in tali diaphano lux habeat declinẽ incessum satis ẽ ꝓlixa q̃stio: credo tñ ptẽ affirmatiuã veriorẽ q̃uis auctor iste cõtrariũ sentire videat.

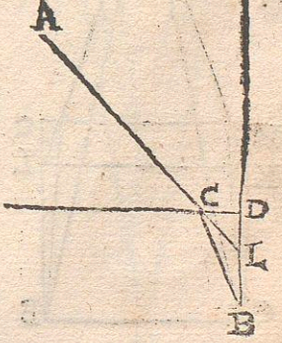
Tertia conclusio.

3. Anguli fractionis diuersificantur secundum diuersitatem declinationis: & differentiam diaphaneitatis secundi medii.

Huius ratio ptz ex predictis: qm̃ due sunt cause fractionis: vna a parte radij: debilitas scz eius ex declinatione: ⁊ alia a parte medij diuersitas scz diaphaneitatis: ⁊ qr quanto maior est declinatio: tanto maior est debilitatio: sequitur etiam vt iuxta hoc maior sit fractio. Amplius ex parte medij: qr quãto densius est tanto magis resistit: sequitur vt ꝓportionalis nõ fiat transitus in medio densiori nisi cũ maiori fractione q̃ in medio rariori. Et ideo quo densiora sunt media secũda: eo res necesse est apparere maiores vel minores: sicut infra docebitur.

Quarta conclusio.

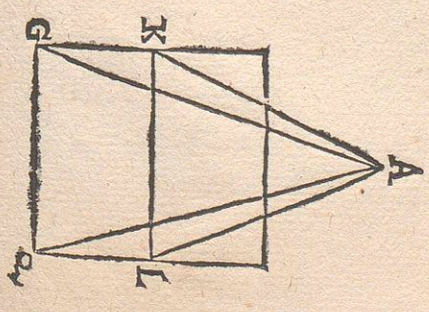
4. Locus apparitionis est in cõcursu perpẽdicularium a re visa imaginabilium duci in supficiem diaphani ipsam cõtinẽtis: cũ pyramide sub qua res videt.

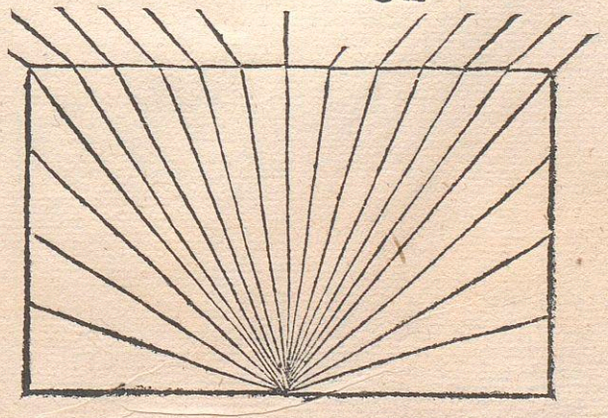


Sicut supra patuit omnia que videtur recte apparẽt facialiter obiecta visui: ⁊ ꝓpter comprehensionẽ radij p quẽ res oculo presentatur extimatur res esse in fine ipsius radij in cõtinuum ꝓducti. Sicut g pro fundamento in speculis supponitur rem apparere in cõcursu radij cum catheto: sic in proposito fit in hac materia q̃ res apparet in cõcursu radij cũ perpẽdiculari erigibili a re visa. Verbi gratia sit visus. a. visibile. b. radius fractus qui rem visui ostendit. b. c. qui in. c. frangitur ⁊ inde procedit. c. a. sitq; perpendicularis. b. d. l. dico q̃ punctus. b. apparet in. l.

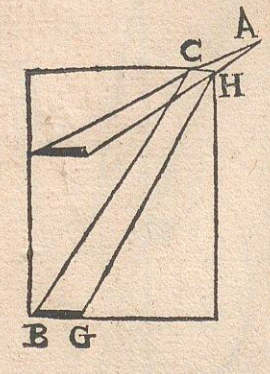
Quinta conclusio.

5. Rem visam per radios fractos extra locum suum necesse est apparere.





Istud ex predictis ptz: si enim in cōcursu perpēdicularium ꝛ radiorum visualium apparet res visa: ꝛ hic cōcursus est extra locum rei vise: necesse est alibi ꝙ sit apparere. In planis autē diaphanis semp imago apparebit ꝓpinquior ꝙ sit res secūdum rei veritatem: in sphericis autem aliter potest esse vt infra patebit: in planis igitur vniuersaliter sic est. Verbi gratia. g. q. apparebit in. k. l.



Sexta conclusio.

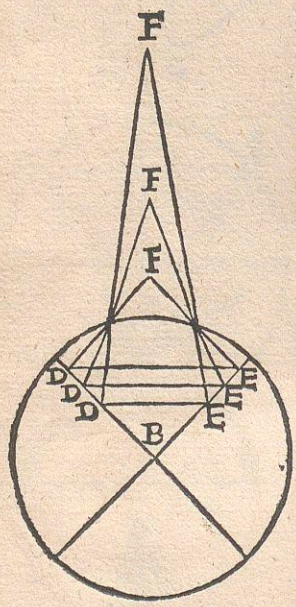
Res partim existens in aqua partim in aere apparet fracta. 6.

Sequitur eīm si pars existēs in qua ꝓpinquior apparet ꝙ sit scōm veritatē: res aūt extra aquā apparet in loco suo: ꝯ iste partes directe cōtinuate apparere nō possunt: apparent ꝯ continuate indirecte.

Septima conclusio.

Possibile est aliqd videri ꝑ radios fractos: qđ ꝑ directos ad oculū nō ptingit. 7.

Hoc experimento ptz: qm̄ si ponatur aliquid in ꝓfundo vasis mediocris altitudinis: latebit forte visum: qō si aqua superfundatur statim oculo manifestabitur. Cuius demōstratio hec ē: qm̄ radij recte ad oculū ptingere nō possunt: ꝓpter interpositionē opaci: fracti tm̄ possūt. Verbi gra sit res visibilis. b. g oculus. a. ꝛ sit. b. g. in aqua: planū ē ꝙ nō videbit sub radijs. g. a. ꝛ. b. a. sed sub. b. c. ꝛ. g. h. radijs fractis ad. a. ꝯ quis impediant radij. g. a. ꝛ. b. a vt pertingāt ad oculū: nō tamē impediunt fracti. In aere autem fieret visio sub. g. a. ꝛ. b. a. illis ergo impeditis in aere videri non possunt: aduenīente aūt fractione ex diuersitate medij poterit videri.



Octaua conclusio.

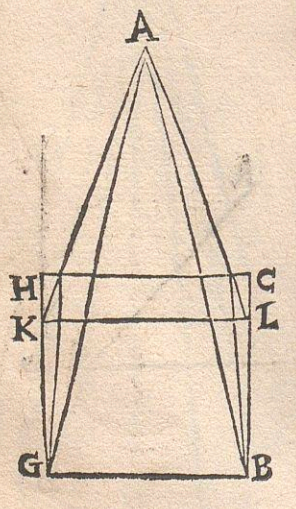
Rei visæ sub radiis fractis impossibile est certificari quātitatem. 8.

Cuius ratio est qm̄ ad ꝙtitatis certificationē requiritur cognitio distātie: ꝛ cōprehensio anguli pyramidis: sub quo res videt: vt ptz ex. 20. sexti capli ꝑmi lib. hui⁹: quorū vtrūq; deficit quū radij oculum mouentes frangātur ꝛ per consequens angulus diuersificetur. Ex quo sequitur vt quātitas stellarū veraciter omnino non cognoscatur: quia celum est corpus subtilius ꝙ aer vel ignis.

Nona conclusio.

Res visa existens in diaphano densiori superficiel hemisphærialis potest apparere maior quā sit: & minor: & æqualis conuexitate ad oculum conuersa. 9.

Hoc ex duobus ptz: qm̄ perpendiculares sup sphērā nō equedistāt: sicut cadentes sup planū: imo cōcurrūt in centro: planū est aūt ꝙ pyramis linearū a cono suo semp ꝓcedit dilatādo se: cū hoc etiā sup ponēdū qō in q̄rta ꝓpōne hui⁹ capli demōstrat: ꝙ cōcursus radiorū cū hac pyramide pōt esse citra rē visam. i. in maiori distantia a cētro sphere ꝙ sit res ipsa: ꝛ tūc res apparet maior ꝙ sit. Et hec est ratio quare res in aqua apparēt maiores ꝙ sint: aqua eīm hz superficiem sphericā vbicūq; sit: sicut demōstrat in libro de celo ꝛ mūdo ꝛ in hac pbia supponitur: cōcursus ꝯ est necessario ꝓpinquior oculo ꝙ res ipsa: ꝛ est locus imaginis in maiori diametro pyramidis perpendicularium ꝙ sit res ipsa. Maior ꝯ apparet res vīr in aqua ꝙ vbicūq; sit: qz superficies eius superior portionē sphere cōstituit q̄nis plana appareat ꝓpter sphere magnitudinē: eadem eīm est natura partis ꝛ totius. Vel in alterius dispositionis sphera pōt concursus esse dictarū ꝓpendicularium cū revisibili in loco ipsius reivisibilis: ꝛ tūc appareret res in veritate situs ꝛ ꝙtitatis sue. Vel potest tertio cōcursus iste esse remotior a visu ꝙ sit res ipsa: ꝛ ꝓpinquior cētro sphere qō ē conus dicte pyramidis: ꝯ qz diametri dicte pyramidis quāto sunt cono ꝓpinquiores tanto sunt breuiores: necesse est ibi rē apparere minorē. Verbi gra sit pspicuum hemisphēriale. a. b. c. visibile. d. e. cētrū sphere. b. quia ergo potest esse dict⁹ concursus vel inter f. ꝛ. d. e. vel vltra vel in ipsa linea. d. e. sequitur quod predictum est.



Decima conclusio.

Rem visam existentem in diaphano densiori q̄ sit oculus: & superficiem habente planam: necesse est apparere maiorem q̄ sit. 10.

Hoc ptz qm̄ res ipsa apparet ꝓpinquior ꝙ sit: presentat etiam oculo semp sub maiori angulo ꝙ videri possit scōm radios directos: ꝯ maior apparet ꝙ sit scōm veritatem: maior eīm angulus ad equalem vel maiorē distātiā relatus rē indicat eē maiorē: sicut ptz ex ꝑmo libro huius capl̄o. 6. cōclusione. 20. Verbi gra sit res visa existens in aqua. g. b. oculus vero. a. planū ē ꝙ. g. b. videret in aere sub angulo. g. a. b. videret etiā in loco suo: sed ꝓpter aquā frangunt radij. b. c. ꝛ. g. h. in ingressu aeris ꝛ videt res sub angulo. h. a. c. qui est maior illo quē includit scz. g. a. b. Itē res non apparet in loco suo: hz in linea. k. l. vt supra patet: hoc eīm confirmatur quia cōcursus radiorum cū corpore dictarum perpendicularium in huiusmodi diaphano semper est inter visibile ꝛ visum.

Vndecima conclusio.

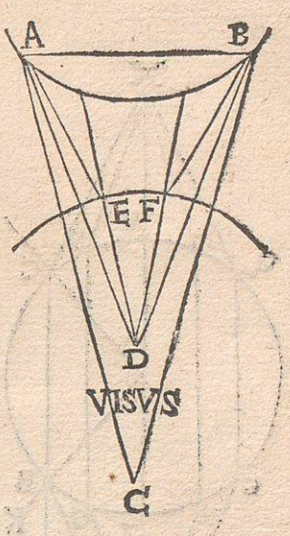
Concauitate diaphani densioris ad oculū versa accidit ecōuerso illi quod cōtingit conuersa ad oculum conuexitate. 11.

Res eñ apparet magna vel parua ſecundū q̄titatem diametri pyramidis dictarum perpendicularium in qua fit cōcurſus: ⁊ quia poteſt triplici modo hic cōcurſus variari: ſequitur vt res poſſit in triplici q̄titate oculo preſentari: id eſt minor quam cōcurſus eſt oculo propinquior q̄ res: vel equalis quam concurſus eſt in re ipſa: vel maior quam eſt remotior ab oculo q̄ res ipſa.

Duodecima concluſio.

12. Stellas ex fractione neceſſe eſt minores apparere q̄ ſint: & q̄ſi directe in tanta diſtantia apparerent.

Uniuerſaliter eñ res exiſtens in pſpicuo raro oculo exiſtēti in pſpicuo denſiori apparet minor q̄ ſit: tamē qñ eſt diaphanū alterius figure pōt aliter accidere: ecōtrario ei qō accidit qñ oculus eſt in diaphano puriori: in ꝓpoſito tñ non eſt ita: qz ſtelle minores videnť q̄ ſi directe viderent: qñ aūt ſunt in circulo meridionali vel in zenith minores apparent q̄ alibi: cuius cauſa vna habita eſt ſupra in p̄mo libro ꝓpoſitione. 4. capli. 7. Ad ꝓpoſitū aūt ꝓceditur ſic qz locus imaginis eſt in cōcurſu dictarū perpendicularium ⁊ radiorū viſualium: hic aūt cōcurſus eſt ꝓpinquior viſui q̄ corpora ſtellarum: ḡ erit in loco predicte pyramidis minori q̄ ſit ſtella: hoc ptz qñ ſi accipiatur arcus ſtelle q̄ videť: ⁊ ſit. a b. ducañ inde ꝓpendiculares in centrū mundi que ſint. a. c. ⁊. b. c. ſitq; viſus. d. ad quē ducañ linee. a. d. ⁊. b. d. certū eſt q̄ per iſtas nō eſt viſio: nulli eñ nō fracti radij poſſunt ad viſum pertingere: radij ergo ſub q̄bus fit viſio non cadūt ambo extra. a. d. ⁊. b. d. frangunť eñ ad ꝓpendicularē ⁊ non cōcurrūt in. d. ſi extra cadūt: cadent ḡ ambo intra vel ſaltē vnus extra ⁊ alter in intra: ſint ḡ. a. e. ⁊. b. f. q̄ frāgūtur in p̄ctis. e. ⁊. f. ⁊ cadūt in. d. q̄ro ḡ vbi radij. d. e. ⁊. d. f. cōcurrēt cū pyramide. a. c. b. planū ē q̄ citra corpus ſtelle: q̄re ꝓpter ip̄roportionabilē diſtātiā ſtellatū minores apparēt q̄ ſi directe viderent.

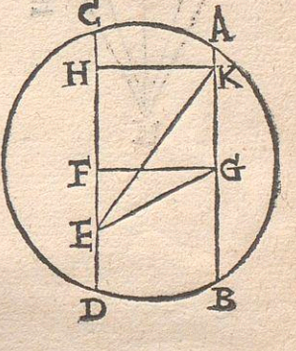


Capitulum ſecundū per modum epilogi totius ſperſpectiuæ extribus prædictis libris elicit quaſdam concluſiones.

Prima concluſio.

13. STELLAS in orizonte propinquiores aquiloni apparere: q̄ meridionali circulo propinquantes.

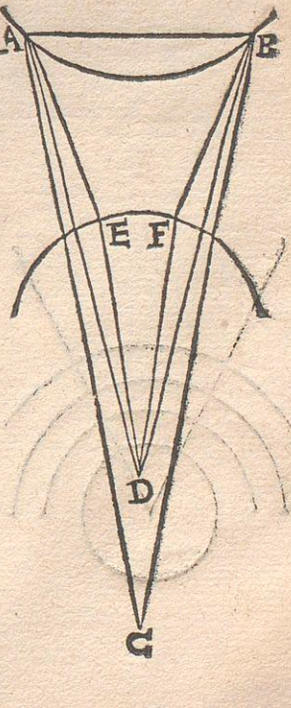
Hoc p̄obo ſic: ducañ linea inter ortū cuiuſcūq; ſtelle ad meridiem declinantis ⁊ occaſum ei⁹: ducañ ⁊ alia ei equidiſtās per oculos inſpectoris vtrinq; ad latera orizontis: dico q̄ acceſſus ſtelle ad meridiem vel elōgatio ab aquilone eſt ſecundū cōp̄henſionē diſtātie harū duarū linearū: certum eſt autē q̄ notabilior eſt harū duarū linearū diſtātia in medio qō eſt aſpectui ꝓpinquius: ⁊ etiā ex latitudine terre q̄ in medio extendiť: q̄ in extremis que magis elongantur a viſu: ⁊ linea terminalis diſtātie harū duaꝝ linearū vtrobiq; lōge ſub acutiori angulo videť: q̄ linea diſtantie medialis. Verbi gr̄a ſit p̄ma linea. a. b. ſcā ſit. c. d. ſitq; viſus. e. ſit linea medie diſtātie. f. g. ſit linea diſtātie extreme. h. k. planū eſt q̄ lōge maior eſt angulus. f. e. g. q̄. h. e. k. Auctor autē ꝑſpectiue hanc diuerſitatē attribuit fractioni: qz quū ſtella eſt in zenith ſub ꝓpēdicularib⁹ radiis videť ⁊ nō fractis: quū aūt eſt in orizonte videť ſub radiis fractis: ⁊ fractio cauſa eſt vt magis videañ aquilonī appropinquare. Hec autē ratio bona eſt ꝓ aliquib⁹ ſtellis: ſed nō videtur ꝓ oībus ſufficere: qz nō ſolum ſtelle q̄ trāſeunt per zenith: ſed etiam multe alie que multum a zenith elongañ ſicut ſol ⁊ alie circa ā tropicū hyemalē ſic ſe hñt q̄ remotiores a polo apparēt quū ſunt inſublimi: ⁊ tamē certum eſt q̄ ſub radiis fractis videtur. Item ſtelle p zenith trāſeuntis vnus ſolus radius perpēdicularis ⁊ nō fractus intrat in oculū aſpicientis. Fractionē autē eſſe cauſam vt appareat aquiloni magis appropinquare: ptz ſic ſit circulus magnus ſignans orizontē in quo ſit ſtella. a. b. ſitq; circulus minor ſignans ſpherā ignis. e. f. ſitq; oculus. d. ducāturq; due linee. a. d. ⁊. b. d. planū eſt q̄ ſub hiꝭ nō ē viſio: radius ergo ſub quo videtur a p̄ctus aut cadit extra lineas iſtas. i. propinquius aquiloni aut infra: ſi extra vt in. c. frangañ ibi verſus ꝓpendicularē ⁊ cadit in. d. ſi ponatur cadere infra. i. remotus ab aquilone impoſſibile eſt q̄ cadat in punctū. d. qz frāgitur ad perpēdicularē: eadem ratione neceſſe eſt vt punctus. b. videatur: ⁊ ita locus imaginis totius ſtelle vergit ad aquilonem reſpectu loci ſtelle. Sed iſta ratio non poſſet applicari ſtellis meridionali circulo appropinquantibus ⁊ azenith capitis elongatis niſi forte ibi maior fiat fractio: non ergo ſufficit iſta ratio ſine alia vt credo.



Secunda concluſio.

14. Omne quod videť directe videť & refracte: vna tātū exiſtente eius imagine.

Certū eſt eñ ex p̄mo libro capło. 4. ꝓpoſitione. 2. ⁊. 5. q̄ quilibet p̄ctus rei viſe ſigillat punctum ſibi oppoſitū in glaciali ꝑ radios ſuper corneam ꝓpendiculariter orientes: ſed qz quilibet punct⁹ in oēm partē ſpargit lucem ſuam: neceſſe eſt q̄ quilibet punctus rei viſibilis totam occupet pupillam: ⁊ quilibet punctus in p̄cto quolibet radiet glacialis: ſed qz ab vno puncto ſup oculū non pōt egredi niſi vnus radius perpendicularis: frangūtur oēs preter vnum in ingreſſu corneę: ipſe autem punctus apparet in loco ſuo vbi cōcurrit fractus radius cū ꝓpendiculari: ⁊ q̄uis in quolibet p̄cto perpēdicularis obumbret fracti radij: tñ fracti ad hoc valent: vt res clarius videať ex cōcurſu vtriuſq; luminis.





Tertia conclusio.

Multa per fractionem videri extra pyramidem radiosam. 15.

Pyramis radiosa est aggregata ex radijs perpendiculariter orientibus sup coneam' ⁊ intrantibus foramen vuee quod paruū est: multa ergo ex latere videntur imperfecte: que intra dictā pyramidem non continentur sicut ad sensum patet: ⁊ que sic videntur debiliter videntur: q̄ per radios tantū fractos: omnes enim in ingressu cornee franguntur.

Quarta conclusio.

Ex concursu radiorum fractorum possibile est ignem generari. 16.

Ex reflexis ptz sup: a ꝓpositione. II. capi. 2. huius secūdi libri in speculis: ⁊ ejusdē libri penultima propositione: cōtingit etiam idem in corporib⁹ diaphanis rotūdis solarib⁹ radijs expositis. Sed inter specula ⁊ diaphana hec ē differētia: qm̄ in speculis generatur ignis inter speculū ⁊ solē: in diaphanis autē ecōuerso ipsum diaphanū interponitur. Verbi gr̄a sit cristallus rotunda cuius diameter sit. y. a. z. cadantq; a sole radij sup ipsum. x. c. x. s. x. y. x. p. x. q. certū est q̄ solus. x. y. cadit in cētrū. a. ꝓceditq; nō fract⁹ vsq; in. h. alij ḡ frangūtur ad pendiculare ⁊ cadūt sic ab ipso. c. i. b. ⁊ ab. s. in. g. a. p. i. n. ⁊ a. q. in. o. veniens ḡ radius. c. b. ad supficiem aeris cōcauā nō ꝓcedit directe in. e. sed frāgit̄ a ppēdicula ri. b. k. vsq; in. h. ⁊ sic de alijs: q̄bus aggregatis rarefacto aere vltra terios sue speciei ignis genet̄ ar.

Quinta conclusio.

Omnis radius directus: reflexus: vel fractus: tāto debilior est ī adurēdo quāto minus figitur in obiecto. 17.

Et hoc potest esse vel ex motu obiecti: vl̄ ex motu luminosi. Obiecti quidē sicut ꝓpter velocē motum fluminū nō fiunt tante exalationes sicut in aquis marinis: ꝓpter qō ⁊ salsedine carēt. Propter motum velociorē luminosi accidit q̄ tēperatior ē habitatio sub equinoctiali circulo q̄ sub alio paralello vt̄ solaris: qm̄ solus equator inter paralellos sphere spherā diuidit in duo equalia: ⁊ est maior alijs paralellis. Sol ḡ quū eq̄li tēpore motu suo describat eq̄torē q̄ minimū paralellū quēuis alīm: necesse est vt in illo maiori tanto velocius rapiatur: ⁊ p cōsequēs virtus eius minus figatur in subiectis sibi locis: q̄ quū est in alio paralello. Item circulus diuidēs terrā in duo equalia sub equinoctiali maior est quocūq; alio sibi equedistāte: ḡ qm̄ sol est in aliquo alio paralello: radius eius perpēdiculariter cadens in locum sibi subiectū maior est: ⁊ tātum in eo figitur q̄tum in eodē tempore radius solis declinans in arcu terre maiori: sub equinoctiali ergo minus vrit.

Sexta conclusio.

In generatione īridis triū prædictorū generū variatiōes cōcurrere radiosas. 18.

De radijs rectis ptz: q̄ iris generatur ex opposito solis: de reflexis certū est qm̄ stille quedā sunt speculares ⁊ superficiei leuis in modum aque radios reflectentes: de fractis insuper patet quoniam lumen solare intrat in profundum aque: q̄uis reflectatur.

Septima conclusio.

Causam rotunditatis īridis principaliter consistere in nube. 19.

Quando eīm nubes regulariter suspensa est terre equidistās: certū est q̄ roratio regulariter descēdit: ⁊ hoc ad circularitatē sufficit: alie nubes vero vallicose ⁊ suspēse irregulariter nō habēt in se impressionē regularē. Quidā autē ponunt causam a parte radiorū dicentes: q̄ lumen radiosum intrat in nubē roridam: ⁊ inde vltra nubē concurrit in puncto vno sicut declaratur in. 4. ꝓpositione huius capi: post cōcursum aūt iterū lumen ipsum dilatatur in pyramidē: cuius medietas cadit in nubem: ⁊ facit per cōsequēs impressionē semicircularē: alia aūt medietas cadit sup terrā. Sed cōtra cadat radius solaris p foramen rotundū certū est q̄ erit rotundus: opponatur ei lapis hexagonus generās colores īridis: certū est q̄ generat iridem nō in figura radij que est orbicularis: sed in figura lapidis que ē colūnaris: si igitur cōsimilis passio cōsimilē hz causam: optz vt causa figure arcus querenda sit in nube ⁊ nō in radio. Item hec positio videtur cōtra sensum: qm̄ iris gīatur a sole sine aliquo interposito in nubem raridā radiante: qō lumen cadēs in nubē vocat pbus radium medie rotunditatis: lumen eīm figuram capit a medio in quo est. Alij ponunt rotunditatē in radio ex seipso: dicunt eīm q̄ radij pyramidaliter disgrediuntur a sole: ⁊ medietas pyramidis cadit in nubē ⁊ facit dictam figuram. Sed hoc nihil est: qm̄ si de toto lumine solari agitur: quilibet puncus solis implet totū hemispherium lumine suo. Si de particulari aliqua pyramide agitur: non sunt pyramides a se distincte ⁊ diuise: sed vnū corpus continuum lucis continens in se potentialiter pyramides infinitas: quarum quedam habēt conum in luminoso: quedam in obiecto vel medio.



Octaua conclusio.

Diuersitatem colorū īridis tam ex nubis q̄ ex luminis variatione puenire. 20.

Nubis variatio ex hoc accidit q̄ roratio descendit ad centrum ⁊ angulum: ergo per consequens est

inferius angustior ꝛ superius latior. Cuius tamen contrarium quidam dicunt nimis ruraliter: quū certum sit omnia grauia descendere ad angulum: ꝛ ita non potest esse vt pyramis rozida rotunda habeat conum sursum ꝛ latitudinem deorsum: superius igit̄ lata paulatim in descendēdo densior fit propter pyramidis coangustationem ex descensu ad angulum prouenientē. Et propter hoc ꝙ grossiores partes citius descendunt aptior est superius ad colores nobiliores ꝛ luci cōformiores: ꝛ inferius minus. ℙPotest etiam esse diuersitas a parte luminis directe cadētis in nubē ꝛ magis fracti in singulis partibus nubis: sed ꝛ reflexi a stillis super alias stillas: quę omnia in lumine magnam solent diuersitatem efficere: vt supra visum est. Quod autē dicunt quidam in eisdem nubis partibus diuersos generari colores: nec in omnibus illis apparere: sed in illis tantum ad quos radij eos costituentes reflectuntur: non capio: quoniam impressiones omnes non videtur per radios ipsarum generatiuos: sed per speciem propriam extra locum reflexionis: sicut patet in radio transeunte per senestram vitream coloratam vsq; in corpus oppositum: sicut etiam patet in generatione colorū in lapidibus hexagonis qui videntur ex omni parte. Quę autem falso dicuntur de iride multum possunt refelli per hoc quod in huiusmodi lapidibus contemplatur.

Nona conclusio.

21. **Generationem iridis cataclismum excludere.**

Excludit quidem per modum signi conuenienter dati: sed non sufficit ad causandam serenitatem. ℙNon enim omnis: ꝛ subtilis resolutio nubis parit iridē: colores enim nobiliores in iride concurrentes: quales pictor facere non potest: densarum nubium obscuritas ꝛ grossa resolutio non admittit: significat ergo iris humidę resolutionis paucitatem: ꝛ per consequens promittit oppositum cataclisis. Amplius ad hoc causaliter agit reflexorum tadiorū concursus a nubibus cum radijs directis: non enim generatur iris in nubib⁹ in omni parte densatis: q̄re optz simul vt radij solares libere trāseant ꝛ concurrant cum radijs directe incidentibus: ex quo concursu fit attenuatio vaporis vt pluuiā inde consumat. ℙPosset etiam dici ꝙ generatio iridis post magnas pluuias est signum serenitatis: sed post magnā serenitatē est signum pluuie future: q̄ incipit cōdempsatio aeris a subtiliore materia.

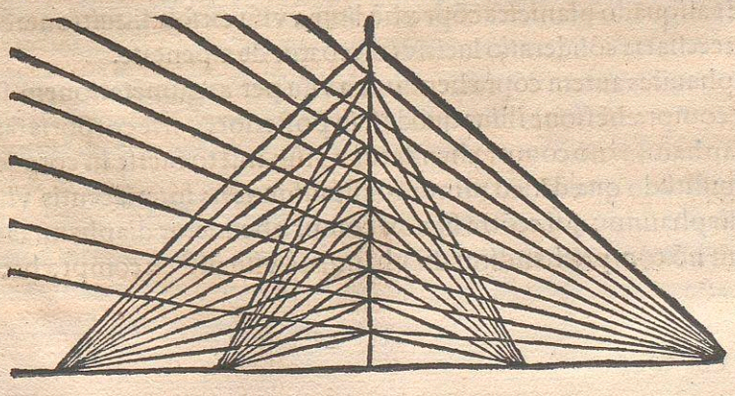
Decima conclusio.

Lucem solarem & sideralem in perspicuo puro efficere galaxiam.

22. Quidam in hac questione dicunt philosophum tenuisse galaxiam esse exalationem a terra cleuatam ꝛ luce stellarum illustratam: ideo dicunt galaxiam nō generari in ignis purissima regione: quasi impressio fieri non possit in puro corpore transparente: quum contra videamus lunarem radium in domo sub obscura per aerem transeuntem facere impressionē albam: quāuis in aere non sit sensibilis densitas: abscondere enim se non potest vehemētissima radiatio ipsius lucis. Multitudo ergo radiorum stellarum concurrentium in suprema parte ignis vel aeris eadem ratione ibidem sensibilis potest apparere: quam dicimus galaxiam siue viam lacteam. Et hec opinio est ℙprobabilior quam opposita: que cogitur fingere quotidie exalationes ascendentes ad illam partem aeris que sub stellis galaxie situatur.

Tertij libri et totius perspectiue cōmunis Finis.

Hæc figura ex obliuione dimissa superius: deseruit nonæ conclusioni secūdi capituli secundi libri huius perspectiuæ.



Sequitur declaratio quarūdam intentionum visibilium: de quibus supra in libro primo huius perspectiuæ capitulo sexto: ab incerto auctore habita.

CORPOREITAS est extensio rei secundū trinā dimensionem: quæ in quibusdā corporibus scilicet rotundis cōuexis ab extremo vnius partis visibilis ad alteram intelligitur profunditas. In corporibus vero habentibus plures superficies nō cōprehendūtur nisi comprehēdantur superficies suæ: vbi ab extremo superficiei visibilis ad alterā intelligit̄ tertia dimensio. In corporibus cōcauis quādo cōcauitas fuerit diametraliter opposita: nō cōprehēditur corporeitas: sed quādo cōcauitas fuerit obliqua taliter quod superficies exterior videatur: potest corporeitas comprehendi.

ASperitas vero comprehenditur a visu in maiori parte ex forma lucis apparentis in supficie corporis asperi: qm̄ asperitas est diuersitas situs partium in superficie corporis: quare qm̄ lux oritur sup superficiē illius corporis: partes pminentes quæ erunt luci manifestæ facient vmbrā: partes profundæ erunt illis vmbris cooperte. Item cōprehēditur asperitas cum partes fuerint maxime pminētes: & sic visus cōprehēdet pminētiam illarū partiū: & ex illa cōprehensione cōprehēdet diuersitatē situs in superficie corporis: quouiam quasdā cōprehendit esse ppinquas: quasdā vero remotas: & p hoc iudicabitur corpus eē asperum: sed cū lux oriens super corpus asperum fuerit ex parte opposita superficiei asperæ & fuerit lux fortis: non comprehendet visus asphæritatē: nisi cōprehendat pminētiā quarūdā partium & pfundítatē aliarum: si ergo tūc asperitas fuerit maxima comprehendetur a visu solūmodo ex diuersitate situum partium: si vero fuerit modica nō comprehendetur a visu: nisi in magna propinquitate & forti intuitu.

PLanicies comprehenditur a visu in pluribus similiter ex forma lucis apparētē in supficie corporis plani: quæ in eis est similis formæ: cū ergo viderit visus vniformitatē lucis in aliqua superficie: indicabit illā esse planam. Tertio autē: quæ est maxima planicies: cōprehenditur a visu ex scintilatione lucis in superficie corporis sui. Sed cū in eadem superficie aggregātur asperitas & planicies: tunc comprehendet visus illā asperitatem & planiciem ex diuersitate situs partiū: qm̄ aliquæ erūt præminentes & aliæ profundæ. Et aliquādo planicies cōprehēditur a visu ex sola intuitione: & tunc non est necessaria cōsideratio lucis: vt dicebatur de asperitate.

DIaphanitas autem cōprehenditur a visu per argumētationem scilicet ex comprehēsione illius quod est in posteriori parte corporis diaphani. Et diaphanitas nō comprehendetur a visu: nisi tū fuerit in corpore diaphano spissitudo quædā: sed minor spissitudine aeris interiacentis visum & corpus diaphanum: q̄ si ecōtra sit non comprehendetur diaphanitas a visu. Et iterum nō comprehenditur diaphanitas a visu nisi ex comprehensione

illius quod est in posteriori parte corporis diaphani: & pars posterior comprehenditur ex luce vel corpore illuminato iuxta corpus diaphanū existēte: & si iuxta corpus diaphanum vel in eius circuitu nō fuerit lux vel corpus illuminatum: non cōprehendetur diaphanitas: quod cōtingit quando corpus diaphanū fuerit applicatum corpori opaco & ab eodē contentum. Et similiter nō cōprehēdetur diaphanitas corporis diaphani qñ corpus diaphanū fuerit obscuri coloris: vel qñ i posteriori parte corporis diaphani fuerit locus obscurus. Et siliter cū corpus diaphanū fuerit paruæ diaphanitatis: & corp⁹ existēs in posteriori ei⁹ pte & corpora existētia in circuitu eiusdē fuerint debilis lucis: nō cōprehēdet diaphanitas eius nisi exponatur luci forti.

SPissitudo vel opacitas comprehēditur a visu expriuatione diaphanitatis: cum enim visus comprehenderit corpus: & non senserit in ipso aliquam diaphanitatem: arguet in eo spissitudinem.

UVmbra vero apprehenditur a visu respectu lucis illuminantis expriuatione casus eiusdem super corpus obumbratū: & ex cadentia eius super corpus corpori obumbrato propinquum: quoniam quando senserit visus illud quod est prope corpus obumbratum esse illuminatum fortiore luce quā sit corpus obumbratum: arguet priuationem lucis cadentis in loco vmbroso. Obscuritas vero seu tenebra comprehenduntur a visu per argumentationem ex priuatione omnis lucis: cum ergo visus comprehendat aliquē locum: & nullam lucem in eo senserit arguet in eo obscuritatem.

PVlcritudo comprehenditur a visu ex comprehensione intentionum visibilium: & ex proportione illarum ad inuicē. Et ex hoc nota q̄ tres sunt modi pulcritudinis: primus est quē facit vnaquęq; intentio per se: & sic lux solis & lunæ facit solē & lunā pulcra: & numerus multarū stellarū reddit quasdā partes cœli pulcriores aliis vbi sunt pauce stellæ: & distīctio plurium candelarū facit maiorē pulcritudinē q̄ si omnes fuerint simul coniunctæ: & sic de aliis intentionib⁹ per se. Secūdus modus est q̄ causatur ex plurib⁹ intētionibus cōiunctis: vt ex figura & magnitudine litterarū & earū ordinatione resultat maior pulcritudo q̄ ex paruitate illaꝝ & situ inordinato. Tertius modus ē q̄ resultat ex ꝓportione vnius intētiōis ad alterā sicut debita magnitudo oculorū cū debita figura: nā sic resultat proportio causans pulcritudinē.

UVrpitudo est forma qualibet carens intentione pulcra: quoniam dictū est q̄ intentiones particulares faciunt pulcritudinē: & cōiunctio illarū adinuicē: & proportio vni⁹ ad alterā: vnde patet q̄ qualiscūq; fuerit carentia cuiuslibet modi pulcritudinis erit omnimodæ turpitudo. Consimilitudo autem est æqualitas duarum formarū aut duarum intentionum in re in qua sunt consimiles: cum ergo visus comprehēderit duas formas: vel intentiones consimiles: cōprehendet similitudinem illarum: & cuiuslibet duarū formarum & intentionum & ex comparatione alterius illarum ad alteram. Diuersitas comprehēditur a visu in formis diuersis comprehēsis cuiuslibet formarū diuisarum & ex cōparatione alterius ad alterā: & ex cōprehēsione inæqualitatis: vel similitudinis in eis. Iste ergo sunt intētiones quarū declaratio intendebatur in hoc opere.



Vemadmodum ſuperius in Arithmetica & Geometria feci
mus: ita in Perſpectiua par eſſe duximus ea que de radijs viſualibus: ⁊ mo
do videndi tam recte ꝙ reflexe ac etiam fracte diſeruimus in corporalibus: ad
ſpiritualia ⁊ mores noſtros aliquātiſper trāſferre. Cū itaq; omnis irradiatio
nis aut illuminationis corporalis ꝓncipium ⁊ cauſa ſit ſol: qui in ſacris ſcriptu
ris chriſtū ſigat: vnde ⁊ virtutē irradiandi colores a luce habere diximus: cōſe
quens eſt vt mētes noſtras coloribꝫ aſſimilemus que ab illo illuminant: qui
illuminat oēm hoiem venientē in hunc mūdum: ⁊ a quo ſignatū eſt ſuper nos
lumen vultus eius: quare in aia noſtra oculus videt ⁊ color viſibilis idem ſunt. Et quotquot requi
runtur ad bonā viſionem in corpore: totidē neceſſaria ſunt ad puram contemplationē in mēte: vt eñ
viſus in corpore: ita ⁊ in aia mens ait Ariſto. Ad rectā aīt viſionē octo cōcurrūt: ꝓmum eſt ſanitas ⁊
debita organi diſpoſitio. i. duorū oculorū: quaſi autem duo oculi aie noſtre ſunt intellectus ⁊ volun
tas: ⁊ tunc oculus intellectꝫ eſt ſanus: qñ ab erroribus eſt mūdus: ſed ⁊ oculus voluntatis qñ eſt ab
affectibus terrenorū purgatus: ⁊ vtraq; harum ſanitatū eſt neceſſaria ad pure cōtemplādum deum:
vnde ⁊ dñs ait. Beati mūdo corde qñ ipſi deum videbunt: ⁊ acquirit talis ſanitas ꝙ virtutem fidei
dicente apło Petro: fide purificans corda eorū. Secundū eſt facialis oppoſitio rei viſibilis ad oculū
per pyramidē radioſam que ex parte rei habet latitudinē: ex parte vero oculi anguſtiam: ita etiam qñ
aia noſtra diuina contemplat: que in ſe magna ſunt: de eorū magnitudine modicū quid attingit: ideo
eorū magnitudo in oculis noſtris anguſtiatur: vnde dictū eſt moyſi. Nō videbit me homo ⁊ viuet: ⁊
poſteriora mea videbis: faciem autē meam videre non poteris. Et ſicut obiecta viſus noſtri corporei
ſunt triplicia. ſ. luminoſa: colorata: ⁊ ſpecula: ſic cōtēplāda ab aia nr̄a ſub deo ſunt triplicia. ſ. ſpūales
ſubſtantie: res corporales: ⁊ ſacre ſcripture a deo reuelate. Tertium eſt ꝓportionalis diſtantia: ita ꝙ
res viſibilis nec oculo nimis adhereat: nec nimis elōgetur: ſed medocriter diſtet: aie ḡ mūdanorum
nimis adherētes rebus ſenſibilibꝫ: inepte ſunt ad contēplationē: aie dānatorū nimis remote q̄ nihil
videt de rebꝫ diuinis: ſed bonorū viatorū mentes mediocriter ſe habēt ad deum ⁊ pie cōtēplant ipm.
Quartū eſt ſolidtas obiecti ⁊ nō nimia peruietas: qr cōtemplatio noſtra debet eſſe circa ſolida ⁊ eter
na: nō circa peruia. i. trāſitoria: vnde aplus ait. Non cōtemplātibus nobis que vident ⁊c. Quintum
eſt debita magnitudo obiecti. i. ꝙ nec ſit res nimis parua nec valde magna ſed mediocris: noſtra ḡ
cōtemplatio nulla eſt circa hec minima bona: ⁊ circa maxima diuina ebetescit: ſz circa mediocria mul
tum valet. Sextū eſt ꝙ mediū videdi non ſit nimis denſum qr impedit viſionē: hoc medium in cōtē
platione ē corpus qđ corrūpit ⁊ aggrauat aīm. i. corpus nimis deditū delitijs carnalibꝫ. Septimū eſt
ꝙ medium ⁊ obiectum atq; organū ſit illuminatū: ſiliter ad contemplandū eſt lux gratie dei neceſſa
ria. Accedite inḋt ad deū ⁊ illumini animi ⁊c. Octauū ē ꝙ ad viſionē requirit certū tēpus: nā ad plu
rimas viſiones reqrit aīc deliberatio q̄ nō fit ſine tpe: ſiliter etiam bona cōtēplatio requirit ſuum tē
pus oportunū ⁊ quietū. p̄s. Mane aſtabo tibi ⁊ videbo ⁊c. Iterum in matutinis meditabor in te ⁊c.
Iterū media nocte ſurgebāt ad cōfitēdū tibi ⁊c. Nec ad ꝓmi libri pſpectiue imaginationes pertinent.
¶ Materia vo ſcōi libri de ſpeculis in quibꝫ rerū imagines cōtēplamur: ſolet apud theologos ad na
turas rationales adaptari: ⁊ ſz ſeptuplices poſuerimus ſpeculorū figuras: tū ſpeculorum ſubſtantia
tantū triplex reperit: in qua varia eſt imaginū apparētia ratione dicte ſubſtātie varie. Eſt eñ ſpeculū
oino purū nec ꝓprium colorē habēs neq; appoſitū vt lapis preciosus adamas aut carbūculꝫ vel be
rillus. Eſt ⁊ aliud qđ ſz ꝓprium colorē nō habeat: ſz bene appoſitū: vt vitrū cū blūbo. Eſt deniq; ter
tium ſpeculū ꝓprio colore affectū: vt ferrum: lapis marmoreus: ⁊ alia hmōi corpora: q̄bus ſpūaliter
correſpondent triplices nature rationales in quibus imago alterius rei dicitur elucere. ſ. natura di
uina: angelica: ⁊ humana: nam in diuinis filius dei dr imago patris ſui a quo procedit ⁊ figura ſub
ſtantie eius. Et angelus dr ſignaculū ſimilitudinis dei: ⁊ homo dr creatus ad imaginē dei: ⁊ cū color ſpe
culi ad impfectionē referat: optime filius dei eſt velut ſpeculū adamātiū infrangibile. Angelus ſpe
culū vitreum faciliter frangibile a ꝓncipio ſue creationis. Homo vero ſpeculū ferreum vel marmoreū
opacitatē habēs pcti originalis a natura. Vnde in eis ſpeculis varie apparēt dei imagines ⁊c. ¶ Ra
diorū deniq; fractorū illuſiones ad tertiū libri pſpectiue ptinentes: mūdanorū hoim errores protēn
dūt: q̄ ꝓpter varia media ſue inſpectionis. i. creaturas in quibꝫ deum enigmatice vident: in multos
errores idolatrie inciderūt: ⁊ falſa iudicia de rebus ſpūalibꝫ confinxerunt vt Aug. deducit in libro de
vera religione. Soli ḡ chriſtiani ſignū federis dei ieſum xp̄m aſpicientes: vt iridē ſiue archum celeſtē
in nubibus glorie fulgentē: potuerūt viam lacteam paradiſi recte ambulare: qua in perſpecuo puro
ſine nebulis deum contemplari valeant: ſed de his alias operoſius.

ℂ Petri Cirueli Darocensis questiuncula

preuia in Musicam speculatiuam Diui seuerini boetii.



De elucidationem theorice Musice (quā diuus Seuerinus Boetius compendiose ex antiquoribus auctoribus recollegit modo quodam introductorio) Videtur in primis querendum an theorica ista Philosophorum concordet practice communium musicorum voce aut instrumentis cantantium. Pro cuius solutione sine argumētis est aduertendum primo: ꝙ musica scientia cum sit mixta mathematica subalternatur scīētie naturali pro ea parte qua agitur de audibili & auditu in secundo libro de anima & in libello de sensu & sensato: sicut etiam perspectiua subalternatur eidem Phisice in quantum agit in eisdem locis de visibili & visu: licet vtraq; earum imaginationibus Mathematicis res naturales pertractet: & eas demonstrare conetur. nam sicut perspectiua per puncta lineas & superficies de irradiatione lucis & coloris disputabat: ideoq; dicebatur subalternata Geometrie: simili modo etiam musica de sonis & vocibus agens eas pertractat rationibus numeralibus: hoc est ac si voces essent vnitates & numeri pares aut impares: & easdem proportiones aut proportionalitates que numeris conueniunt: ista in vocibus & sonis imaginatur. Vnde non immerito musica dicitur etiam subalternata arithmetice. Ad hoc propositum quidam exponere volunt & satis bene auctoritatem Aristotelis in cathegoriis capitulo de quantitate vbi ait: est autem quantitas discreta vt numerus & oratio: quia vt aiunt per illa verba noluit dicere que essent species quantitatis discrete de per se ad illud predicamentum pertinentes: sed potius voluit distinguere duas scientias que sunt de quantitate discreta: alteram pure mathematicam. s. arithmeticam quam denotat per numerum. & alteram mixtam ex Phisica & Mathematica. s. musicam quam designat per orationem: non qualemcunq; sed vocalem que est obiectum audibile. vnde & ibi mentionem facit de syllaba breui & lōga. Sīr & intelligendam censent lītam Aristotelis sequentem de quantitate continua vbi per lineam superficiem: & corpus insinuat geometriam que est pure Mathematica: per locum autem & tempus designat perspectiuam & astrologiam que sunt mathematice mixte de quantitate continua. Secundo est aduertendum ꝙ sicut Musica supponit exarithmetica regulas numerorum & proportionum: que sunt principia aut conclusiones arithmetice: sic etiam supponit ex Ppisica seu naturali scientia sonum & vocem esse propria obiecta auditus. Nec pertinet ad musicum disputare queres sit sonus aut vox audibilis: vtrum. s. res permanens aut successiua: vel vtrum sit substantia aeris vel aliqua qualitas aerē informans & causata in eo ex collisione duorum corporum. &c. Quia hoc phisici est inquirere vel potius methaphisici. Scimus enim super hac questione magnas esse & graues philosophorum altercationes. nam qui peritiores & subtiliores reputantur apud eos negant omnes res successiuas in mundo. vnde & consequenter negare habent sonum aut vocem esse qualitatem talem qualem antiquiores ponebant. s. successiuam & nullo modo in aere permanentem sed raptim transeuntem. Isti vero potius sonum & vocem dicunt esse ipsum aerem ab aliis corporibus percussum aut inter ea constrictum & diuisum: sed de his alias operosius. Nunc autem satis sit nobis ꝙ musica nostra ad omnes illas philosophorum diuersitates communis & indifferens est: dum modo generaliter & confuse detur sibi a philosopho sonum esse obiectum audibile: quicquid illud sit: & siue per se siue per accidens ab auditu percipiatur. & in hac scientia sicut in perspectiua & Astrologia omnia vocabula

propria sunt mixte cognotantia adduntq; significationem phisicalē supēr terminos arith meticos.vt diapason super duplam proportionem.Diatesaron super sesquitertiam.Diapen te super sesquialteram.& sic de aliis.cognotant enim tales proportiones esse res audibiles. Tertio est aduertendum q; musici vel cantores practici vix aut raro vtūtur supradictis ter minis musice speculatiue scientie:sed ad faciliorem intelligentiam fixerunt sibi quedamvo cabula sui cantus puncta denotantia que sunt: vt.re,mi,fa,sol,la. Et per talia puncta ascen dendo vel descendendo faciunt in vocibus consonantias aliis tamen vocabulis ab eis no minatas.Nam quod theoricus musicus vocat diapason: practicus dicit octauam. & quod ille diapente:iste quintam nominat.Similiter diatesaron vocat quartam.Diapason cum dia pente duodecimam.bis diapason appellat quintamdecimam vocem sub vel super aliam. & sic de aliis multis hinc & inde differentiis:que solum verbales sunt.Nam in re vtriq; idē dicunt.quod sic declaramus.ponatur q; vox prima in aliquo cantu sit eleuata aut depressa vt quattuor:tunc alia vox que super illam ascendit per septem vel octo ex illis punctis que ponit practicus musicus:facit ad eam consonantiam diapason.que solum per quinq;:dia pente.& que per quattuor:diatesaron.Nam octodupla proportio est ad quattuor.quinq; vero super quattuor.si non omnes sint toni integri: est proportio sesquialtera.Quattuor deniq; puncta si etiam non omnia sint toni:est proportio sesquitertia.similiter vna duode cima est tripla.& vna quindecima est quadrupla proportio:que bis diapason appellatur.si milis processus obseruatur in descendendo sub voce illa prima supra dicta que semper est reputanda vt quattuor.Sed ad euitandum omnes scrupulos est sciendum:q; in punctis illis musice practice est diuersitas.nam quidam eorum ascendunt vel descendunt per tonos in tegros qui reputantur velut vnitates.Alii vero sunt semitoni:& non omnes equales.Item inter tonos alii suut maiores alii minores:q̄uis in hoc sepius practici decipiantur.Sed de his iam satis:nam in discursu huius scientie demonstratione euadent omnia q̄ manifestissi ma.Has demonstrationes nuper ex Arithmetica iordani deductas: eleganter adiecit magi ster Iacobus Faber natione gallus hac nostra tempestate philosophus insignis & celebra tissimus.Qui vt in ceteris scientiis solet:ita & in Musicaintroductionem edidit hanc quā aggredimur:perq̄ luculentissimam.

Iacobi Fabri Stapulensis Elementa Musicalia ad clarissimū virum Nicolaum de haqueuille inquisitorum Presidentem.

AEcreueram clarissime vir nulli meas elementorum musicalium qualescunq; sūt prius dicare vigilias: q̄ probatas cognouissem. q̄uis id me minime lateret demonstrationes: in quibus vel solis vis scientie consistit: non probari non potuisse. Verum si presentium iudicia parui ducis reputasq; : hi tibi ex antiquis summopere musicos commendare labores iure valebunt.

Mercurius	Tamyras	Ptolomeus
Orpheus	Hysmenias Thebanus	Eubolidis
Pythagoras Samius	Terpander Lesbius	Hippasus
Amphion Thebanus	Lycaon Samius	Aristoxenus
Linus	Prophrastus Periotes	Philolaus Pythagoricus
Arion Lesbius	Estiacus Colophonius	Architas Tarentinus
Mydas Phrygius	Tymotheus Milesius	Albinus
Corebus Lydius	Nichomachus	Diuus Seuerinus Boecius
Hyagnis Phryx	Plato	
Marsias	Aristoteles	

Et similium q̄plurimi quos omnes eterna memoria disciplinarum eblanditissima Musica reddidit insignes: inter quos duos preceptores meos Iacobum Labinium & Iacobū turbelinum annumero tanq̄ ea arte posteritati victuros. Commendant & eam mirifici eius effectus. Pythagorici enim animorum ferociam tibiis fidibusq; emolliebant. Esclepiades frementis vulgi seditiones crebro cantu compescuit. Idemq; tuba surdis medebatur. Damon pythagoricus ebrios & proinde petulantes adolescentes: grauioribus modulis ad tēperantiam reduxit. Febrem & vulnera musica modulatione curauit antiquitas. Eadē quoq; suauitate schias coxendicunq; dolores emendauit: quod Hismenias thebanus tentasse memoratur. Theophrastus ad animi perturbationes moderandas musicos adhibuisse memoratur modulos. Nec iniuria quidem. est enim musica vt quedam moderationis lex atq; regula. Quamobrem bono iure eos ridebat Diogenes musicos: qui cum citharam ad harmonicos consensus haberent temperatam: animum gererent incompositum & prorsus harmonia vite destitutum. Xenocrates organicis modulis lymphaticos liberauit. Tales Cretē sis suauitate cithare: morbos pestilentiamq; fugauit. Terpander & arion Aones & lesbios cantu a grauissimis morbis leuasse: diuus Seuerinus autor est. Herophilus medicus egrōrum venas musicis pensiculabat numeris. Tymotheus autem musicus dum voluit efferatū reddidit Alexandrum ad armaq; furentem atq; aliter cum libuit ab armis ad conuiuia retraxit emollitum. Thracius Orpheus ferarum sensus fidibus: cantuq; inflexit. hoc est ferinos hominum mores leges ad citharam canēdo ad moderatam humanitatem reduxit. Cerui fistulis capiuntur: studioq; modulationum detinentur. Cygni hyperborei cithare cantibus alliciuntur. Elephantes indi organica dulcedine permulcentur. Auicule fistulis irretiūtur. Teneros adhuc infantium sensus permouent cantus: crepitaculaq; vagientū sedant. Delphinos suis sibi fidibus conciliauit arion. Serpentes cantibus rumpuntur. Sepultorum manes cantibus excitantur. In actiaco littore mare citharam personare memorantur. Megaris citharam personat saxum: & ad cuiuslibet pulsantis ictum fidicinat. Et possem pleraq; talia vir clarissime ad musicā cōmendationem adducere. At tot tātisq; & recētium & priscorum cōmendatā autoritatibus tibi nunc a me atq; bonarum litterarū studiis dicatam disciplinam: equo suscipias animo tuis auspiciis lucem habituram. Et me vnum inter tuos clīentulos tuarum virtutum tuiq; nominis obseruatorem esse cognoscito. Vale.

MVSICE

Iacobus Stapulensis Iacobo Labinio & Iacobo Turbelino Musicis: suis charissimis preceptoribus.

QVod inter oratorem atq; rhetora: id inter cantorem & musicum interesse volunt: neq; oratorem quem q̃ dici mereri qui idem rhetor non sit. ita vestrum semper iudicium fuit: vt ne cantor quidem dici mereatur vnq̃: qui idem musicus non fuerit: pulchre mimos: & hystriones a cantorum honesto cetu sequestrantes tanq̃ Epicureos a sobria mensa: castoq; philosophorum dogmate. nec iniuria nam Homerus diuinus Poeta vbiq; doctum & seria modulatum introducit cantorem vt apud Odysseam vbi Penelopē Phemiū Fidicinē ad neruos verba mouentē his verbis allocutā effingit.

Preterea illachrimans diuum est affata canentem
Phemi multa tenes hominum mulcentia pectus
Facta hominum atq; deum: & que laudem autoribus addunt
Ex iis pange aliquid.

Et quales Homerus probat: vos minime tales esse dubito vt qui dudum a vobis prima musices rudimenta perceperim. Quapropter ad vos nostros labores examinandos cōmitto. quos eo libentius me suscepisse fateor: quo musicalem scientiam neq; apud Grecos neq; latinos quidem vnq̃ elementis traditam esse legerim: at introductiones q̃plurimas inter quas ea omnium nobilissima est quam diuus Seuerinus Boecius sui monumētum reliquit. quem vnum in hac re presertim delegi meorum studiorum ducem. Si ergo probaueritis satis mihi est. In re enim nostra malumus aliorum iudicia sequi: q̃ propria probare.

Valete.

Antiqui qui de musica scripserunt.		Insignes ex recentioribus qui de eadem scripsere.
Democritus	Plato	Albinus
Heraclides Ponticus	Aristoteles	Diuus Seuerinus
Thimotheus milesius	Theophrastus	Basilius
Philolaus Pythagoricus	Nichomacus	Hylarius
Architas Tarentinus	Aristoxenus	Augustinus.
Duo Theodori	Ptolomeus	Ambrosius
Xantus Atenienſis.		Gelasius

Argumentum quattuor librorum musices.

Primus liber interualla musicis modulationibus acommoda discutit. multiplex: duplare/triplare/quadruplare. superparticulare: sesquialterum/sesquitertium/sesquioctauum/bis sesquioctauum / ter sesquioctauum : quater sesquioctauum / quinquies & sexies / sesquioctauum.

Secundus de tono integro/toni dimidio/semitonio minore/semitonio maiore/cōmate schismate/atq; diaschismate.

Tertius de sesquitono/ditono diatessarō/diapente/diapente & tono/diapason/ diapason & trisemitonio/diapason & ditono/diapason & diatessaron/diapason & diapente/ diapason diapente & tono/disdiapason ac integro toni & consonantiarū omniū dimidio. Et de maximarū harmoniarū consonantiis: & quarūdā medietatū.

Quartus de monochordo/tetrachordo/pentachordo/heptachordo/ octochordo/ pentadecachordo/diatonicis/chromaticis/enarmonicis melodiis. Et de melodiarum modis. Et hec sub breuitate contracta: argumentū libri sunto.

Iacobi Fabri Stapulēsis Elementorū musicalīū ad clarissimū virum Nicolaum de haqueuille presidentē Parisiensem Liber primus.

Diffinitiones.



Nteruallum est soni grauis acutiq; spaciorum habitudo.
Spacīū vocam⁹ neruū:chordā:expiratū aerē:& qcqd sit ē:a quo sonū elicim⁹.
Multiplex iteruallū ē quoties maior spaciū cōtinet minor plries.vt bis:& duplex interuallū dicitur.vt tertio:& dicitur triplex:vt quarto & quadruplex nuncupatur.& hoc pacto deinceps.
Interuallū superparticulare est cū maius cōtinet minus:& partē eius aliquam.
Pars est que metitur totum:ipsum aliquoties sumpta restituens.
Si maius continet minus & eiusdem dimidium:sesqualterum nominatur interuallum.
Si maius continet minus & minoris partem tertiam:dicitur sesquitertium.
Si vero cōtinet minus & eiusdē minoris partē octauā:epogdoū:sesquioctauūq; noīatur Et ita reliqua superparticularia iterualla pfacile est diffinire:sed parū musico cōducūt ppositō.
Superpartiēs autem diceretur interuallum:si maius contineret minus & minoris partes aliquot:que partem vnam non efficiunt.

Dignitates.

1 Numeri sunt adinuicem primi:quos sola metitur vnitas.



2 Vicquid metitur alterum:metitur & omne mensuratum ab illo.
3 Compositum in ea resoluitur simplicia.ex quibus componitur.
4 Cuiuslibet numeri pars est vnitas:ab eo denominata.
5 Vnitas in quemcunq; numerum ducta:ipsum producit.
6 Quicquid metitur detractum & residuum:metitur & totum.
7 Quecunq; vni & eidem equa sunt:& ea inter se sunt equa.
8 Et que inter se sunt equa:eiusdem sunt eque multiplicia aut submultiplicia.
9 Eorum quorum tota sunt equa:& dimidia sunt equa.
10 Quicquid bis auctum aliquid transcendit:id vltra illius dimidium esse necesse est.
11 Et quod duplicatum non implet integrum:id profecto non continet dimidium.
Omne totum est maius sua parte.

Petitiones.



1 Data equali chorda:que spacii ad spacium proportio est eā esse & soni ad sonū.
2 Inter numeros sola vnitate distantes:nullum intercipi posse medīū.
3 Spacium quodlibet in quotlibet equas partes diuidere.
4 Totum ad suam partem:& laxius ad se tensum:grauiorem sonum edere.
5 Omnem proportionem esse tanq; numeri ad numerum.
6 Si numer⁹ nūerū datū multiplicet:ideq; pductū: diuidat nūerū datū redire.
7 Si numerū datū numerus diuidat:& quod puenit rursus multiplicet:numerū datū redire.
8 Extremorū proportionē ex mediorū proportionibus vt suis partibus esse compositam.
Extremi ordinatarum proportionū:maximus minimusq; terminus intelliguntur.

¶Hec musica introductio lz fuerit satis docte ⁊ sciētifice ingeniata tā in suo textu q̄ in glossis: ab egregio magro Jacobo fabro stapulēsi philosophoꝝ nr̄e etatis ⁊ optimo ⁊ maxio:tñ expti sum⁹ q̄ scholaribꝰ introducēdis esset nimiū difficilis.tū ꝓpter operis exq̄sitissimā sublimitatē:tum etiā ꝓpter eoꝝ ruditatē q̄ hanc rem sunt oīno exptes.⁊ hoc maxie apparet in p̄mo eiꝰ libro q̄ arithmeticas nō nullas cōclusiōes excerpit ex iordano:quaꝝ demōstrationes in glossis ad quasdā alias eiusdē iordani cōclusiones arithmeticas nos remittūt p diuersos libros eiꝰ dispsas. Et q̄a liber ille elemētoꝝ arithmetice iordani rarꝰ est apd̄ scholasticos viros:idcirco decreuimus faciliores glossas adducere ⁊ incōmētarijs primi huiꝰ libri musice introductiōis allegatiōes necessarias ad tertiū nr̄e p̄misse geometrie librū (cui ea de causa duo capita de arithmeticis demōstrationibꝰ nup addidim⁹)remittere:ne plura fierēt in hoc negocio extra opa quā opa. Demōstratiōes etiā auctoris nō nullas latētiores apperuim⁹ ⁊ pōd⁹ eaꝝ aliquātisper alleuiare curauim⁹:in hoc dūtaxat musice introductionis libro p̄mo:aliꝰ tribꝰ ꝓut a suo auctore editi fuerāt relictis. Ad euidētiā ergo totiꝰ p̄mi libri hoc vnū demōstratiōibꝰ ꝓclusionū preuiū documētū debere esse cēsem⁹:q̄ scia subalternata (q̄lis musica est ad arithmeticā)sepiꝰ in suis ꝓbationibus vnē principijs ⁊ cōclusionibꝰ scientie superioris subalternātis. sed q̄a nullꝰ talis modꝰ arguēdi est demōstratiuꝰ:vt pote nō ex ꝓprijs sz extraneis ꝓcedēs:studuim⁹ vt quā fieri possit rarissime id fiat ī hac disciplina q̄ demōstratiue ꝓcedit.vez plerūq; vbi oportunū videbit alio quā in arithmetica vtemur demōstrādi mō:q̄ singula magis exprōprijs facta videant. Quāuis arithmetico suffragio eadē p̄opti⁹ faciliusq; fierēt his q̄ talia nouēt documēta. Añ ⁊ q̄nq; illo ꝓbatiōis mō ⁊ nos hic arguem⁹. Sed qñ hoc aut illud ꝓbatiōis genꝰ adducemus sequētes cōclusiones ostēdent admodū perspicue.

Prima cōclusio. Si interuallū multiplex binario multiplicet:id q̄ fit ex hac multiplicatione quoq; interuallum multiplex erit.

¶Interuallū vt prius dixim⁹ est habitudo vel proportio nō quelibet sed in sonis ⁊ vocibus dūtaxat.est.n. terminus ꝓprie musicalis qui cognotationē accidentalē vel extrinsecā addit:super terminū arithmeticum

qui est proportio. Quare interuallū non est species proportionis sed pars in modo vel specie accidētalis. ⁊ similiter se habent species interualli vt diapēte:diatheſaron:diapaſon:ad ſpecies proportionis ſibi coꝛreſpō dentes. Unde nō immerito Ariſtoteles in ſecundo phiſicoꝝ dixit q̄ proportio dupla est forma diapaſon cō ſonantie. cognotant enim omnes termini muſici ſonoꝛitatem ⁊ vocem ſuper ſibi coꝛreſpondentes termios aꝛithmeticos. Sub proportione aūt rationali de qua ſola agimus hic:duas in aꝛithmetica ſpecies poſuim⁹ equalitatē ⁊ inequalitatē. Equalitatē muſici vniſonū appellant:inequalitatē vera interuallum. Interualli ſicut inequalitatis varie ſunt ſpecies. ſ. multiplex:ſuperparticularis. ⁊c. Multiplicare proportionē vel adde re plures proportiones ſimiles (quod idē est) in tertio libꝛo noſtre geometrie cap. 6. docuimus. Quare bina rio multiplicare interuallum:non est aliud quam duplare illud. i. duo ſimilia interualla ſimul addere cōti nuare:⁊ in vnū colligere. quod in ſexta concluſione capituli nuper allegati tribus modis oſtendimus. Sꝛ eoꝝ ſcōm preclegit auctoꝛ. ſ. multiplicare maioꝛē interualli terminū perſe ipſum:⁊ minoꝛē ſimiliter perſe ip ſum:⁊ prouenient inde duo alij termini maioꝛ ⁊ minoꝛ quoꝝ interuallū est duplū ad precedens. Quod ſic patet. nā ſi iterū ducatur maioꝛ terminus primi interualli in ſuū minoꝛē producetur quoddā mediū propoꝛ tionale inter extrema ſecundi interualli:quod ipſum in duo equalia interualla diuidet:quoꝛ quodlibet erit equale primo interuallo. Ergo ex illa prima multiplicatione duplatū erat primū interuallum vel binario

a b
1 1
4 2 1
d e c

multiplicatū quod idē est. Exemplū vt interuallū. a. b. duplabitur ſi ducatur a in ſe ⁊ ꝓueniat d. ſimiliter. b. ducatur in ſe ⁊ prouenīat. c. nam interuallū. d. ad. c. est duplū ad interuallū. a. b. diuiditur enim i duo equa lia interualla talia quale est interuallū. a b. ſi ducatur. a. in. b. ⁊ ꝓueniat. c. nā qualis est proꝓoꝛtio. d. ad. e. ta lis est. e. ad. c. ⁊ vtraq̄ talis est qualis. a. ad. b. ꝑ illā regulā multiplicīū ⁊ ſub multiplicīū cadē est ꝓꝓoꝛtio ex quinta quinti capituli tertij libꝛi geometrie. Sed quia hic modus est generalis ad omnes ꝓꝓoꝛtiones om niaq̄ interualla:dabitur alius facilioꝛ ⁊ ſpecialis ad duplandū multiplex interuallū de quo ſolo hec noſtra loquitur concluſio. ſ. q̄ ſuper terminū maioꝛē interualli multiplicis queratur alius terminus in cadē ſpecie multiplicitatis (quod facillimū est) ⁊ tunc erunt tres termini quoꝝ tertius ad primū duplabit interual lum ſecundi ad eundem primum vt. a. b. c. nam ſi. b. ad. a. erat duplus ⁊ ſimiliter. c. ad. b. duplus ergo. c. ad. a. erit habens duo dupla interualla. ⁊ ſi. b. ad. a. erat triplus ⁊ ſimiliter. c. ad. b. ergo. c. ad. a. diſtat bino inter uallo triplici. Hactenus de ſuppoſito noſtre cōcluſionis ſ. quid est interuallū multiplex binario multiplica

a b c
2 4 8

re. Deinde aſſerit q̄ interuallū ex tali duplatione prouenīens erit quoq̄ multiplex licet in alia ſpecie multi plicitatis. Qō ex octaua cōcluſione ſexti capituli tertij geometrie demonſtratiue conſtat eſſe verū in ꝓꝓoꝛ tionibus:ergo ⁊ in interuallis idē verū erit. Sed ex prima dignitate muſica illud idē aliter ſic ꝓbari poteſt. Si enim. a. b. c. ſint tres termini in continua ꝓꝓoꝛtione multipliciſ:itaq̄. b. ad. a. ſit multiplex ⁊ ſimiliter. c. ad. b. ergo a est pars aliquota menſurās. b. et ſimiliter. b. est pars aliquota mēſurans. c. quare ſequitur q̄. a: etiā erit pars aliquota menſurans. c. quicquid enim mentur altex:metitur ⁊ omne mēſuratum ab illo. Et itē quicquid est pars aliquota partis aliquote eſt etiā pars aliquota totius. vnde fit vt totū ſit ad eā multi plex vt. c. ad. a. licet maioꝛi ſpecie multiplicitatis q̄ c ad b. Sic em̄ dupla ꝓꝓoꝛtio binario multiplicata ꝓdu cit quadruplā. ⁊ tripla duplata exit in nonocuplā. quadrupla in decimamſextā. Et generaliter omne multi plex tali duplatione productū denominabitur a nomine prioꝛis multiplicis in ſe ducto. Tale aūt est nomen multiplicis ꝓꝓoꝛtionis que non denominatur ab aliqua parte aliquota ſicut alia genera ꝓꝓoꝛtionum. In arte etiā practica numerandi multiplicatio integri numeri perſe ipſum vel per aliū integrū ſemper pro ducit numerū integrū:ſecus aūt infractionibus numeoꝝum.

Si fuerint termini proportionaliter conſtituti: & primus eorum vltimo comparatus ipſum menſus fuerit: metietur & ſecundum.

¶ Termini tunc dꝛcuntur ꝓꝓoꝛtionaliter cōſtituti:q̄n interuallū multiplicaꝛ binario aut ternario aut ali quo alio nūero. Itaq̄ duo vel tria ſimilia interualla cōtinue ponantur:eo mō quo ſolet fieri ꝓꝓoꝛtionali tas geometrica cōtinua. ad quā neceſſario cōcurrunt tres quattuoꝛ aut plures numeri. Hec itaq̄ concluſio (quā etiā in tertio geometrie penultimā capitis ſexti demōſtrauimus) indifferenter ⁊ cōiter loquitur de om nibus interuallis tā multiplicibus quā nō multiplicibus ex quotquot voluerimus ea terminis eſſe cōtinua

a b c
4 8 16

ta. verū ſequens cōcluſio veritate iſta vtitur in ſolis multiplicibus interuallis. Hanc tñ ex precedentis proꝛ batione euidentiā accꝛipere ſic cōuinci poteſt. ſint tres termini. a. b. c. (q̄m idē ſeq̄ ad quattuoꝛ aut q̄nq̄. ⁊c.) ſi eoꝝ primus ⁊ minimus menſurat tertiū: est pars aliquota eius:quare ⁊ tertius ad primū erit multiplex. ſed hoc interuallū est diuiſum in duo equalia ex quibus etiā cōponcbatur (vt ſupponit concluſio: quia dicit terminos eſſe ꝓꝓoꝛtionaliter conſtitutos) multiplex vero interuallū partibus equalibus non cōponitur neq̄ diuiditur niſi multiplicibus ſecus de inequalibus ex octaua ſexti capituli in tertio libꝛo geometrie. Er go interuallū ſecundi ad primū erit multiplex. quare ſi illoꝝ triū terminoꝝ primus menſus fuerit tertium: metietur ⁊ ſecundū. ⁊ eadē ratione ſecūdus metietur tertiū quia vtrobiq̄ ex ipotheſi est ꝓꝓoꝛtio multiplex ⁊ comparatio partis aliquote ad ſuum totum ⁊ econuerſo.

Interuallum binario multiplicatum: ſi multiplex effecerit interuallum: ipſum quoq̄ multiplex erit.

¶ Hec est cōuerſa prime ⁊ demōſtratio eius pendet ex precedēte que etiā ex prima inferebatur. ſi em̄. a. b. c. geminatū interuallū ſit multiplex itaq̄ primus terminus metiatur tertium: ergo etiam menſurabit ⁊ ſcōm

a b c
2 4 8

ex precedente quare ſecundi ad primum interuallum erit multiplex. et. a. ad. b. ſe habet ſicut. b. ad. c. quia idē interuallum est duplatum: ergo interuallum ſimplex. b. ad. a. erat multiplex ex cuius binaria multipli:

catione processit interuallū.c.ad.a.potest idē ex prima conclusione probari.quia omne cōpositū resolui potest in ea ex quibus erat cōpositū:si ergo ex simplici interuallo multiplici per duplationē procreatur interuallū cōpositū etiā multiplex vt habet prima conclusio:sequitur q interuallū illud cōpositū si in duo equalia diuidatur:quodlibet illorum erat multiplex interuallum.

4 Si terminorū interualli primus ad secundū sese habuerit vt tertius ad quartū: quot proportionaliter medii primo & secundo:totidē tertio & quarto interuenire necesse est.

¶Tametsi hāc in nona cōclusione sexti capituli tertij libri geometrie demōstrauerim⁹: tñ hic eandē adhuc sic ꝓbam⁹.sit.a.primus terminus interualli:cuiuscūq; dati.c.secūs.sit quoq;.d.tertius.f.quartus. itaq; talis sit habitudo.a.ad.c.qualis est.d.ad.f.ꝛ ecōuerso.ponat deinde.b.medius ꝓportionaliter terminus inter.a.ꝛ.c. dico q etiā inter.d.ꝛ.f.erit vn⁹ ꝓportionaliter medius quē voco.e.capio em̄ per decimā eiusdē sexti capituli tres minimos nūeros in ꝓportionalitate illa q̄ habēt.a.b.c.ꝛ sint.g.h.k.tūc argumēto r p equā ꝓportionalitatē sic.sicut.g.ad.h.ita.a.ad.b.ꝛ sicut.h.ad.k.ita.b.ad.c.ergo sicut.g.ad.k.ita.a.ad.c.quare etiā ita.d.ad.f. Ultra q̄ro vel.d.ꝛ.f.sunt idē termini cū.g.ꝛ.k.vl nō:si sunt idē:iā manifestū est inter.d.ꝛ.f.vnus ꝓportionaliter medius sicut inter.a.ꝛ.c.qs̄ est ꝓpositū. Sin vero nō sunt idē cū alijs:ergo nō erunt minimi in sua ꝓportione: quare.g.ꝛ k.qui sunt minimi metiētur.d.ꝛ.f.equaliter.i.scōm eundē numerū.quia cuiuslibet ꝓportionis numeri non minimi mensurantur a minimis illius ꝓportionis.s.maior a maiore ꝛ minor a minore scōm eundē numer⁹ sit ergo in ꝓpositio ille numerus.l.ductis ergo tribus minimis in.l.ꝓducentur tres numeri.d.e.f.ergo.e.interueniet ꝓportionaliter medius inter.d.ꝛ.f.quod erat demonstrandum.

	a	b	c
	27	18	12
	d	e	f
	18	12	8
	g	h	k
	9	6	4

5 Superparticularis interualli medij nūer⁹ neq; vn⁹ neq; plures ꝓportionaliter interueniet.

¶Per hāc intelligim⁹ q nullū superparticulare interuallū in duas aut plures interualloꝝ habitudines equales secabile sit. Qđ fuit corelariū illatū in.9.cōclusione allegati cap̄.sexti:ꝛ eadē rō est de duplici interuallo ꝛ de quibusdā alijs multiplicib⁹. Demōstratio ostēsiua huj⁹ facilis est ex precedēte sic.cuiuslibet interualli superparticularis ac etiā multiplicis dupli minimi nūeri nullū habēt nūerū proportionaliter mediū: cū sola vnitate distēt ꝛ sint nūeri ꝓximi ac immediati:vt in primo libro nr̄e arithmetice tractatu scōo capko se cūdo docuim⁹:ergo q p̄missam nulli alij nūeri in eisdē interuallis habebūt mediū proportionale. ꝓt̄ etiā ad hoc fieri alia demōstratio ducēs ad impossibile.s.q inter nūeros sola vnitate distātes posset dari nūerus medi⁹ qđ est oppositū scde petitionis:cōsequētia ꝓbat̄ q̄a acceptis minimis terminis date superparticularis cū eoꝝ maior cōtineat minorē ꝛ vnā eius partē aliquotā:illa pars erit cōmunis mēsura coꝝ.tūc q̄ro vel illa pars aliquota est vnitas vel alij nūer⁹.si vnitas habeo ꝓpositū q maior a minore sola distat vnitate inter quos tu cōtēdis mediū esse.sin aūt alij nūerus sit eoꝝ cōmunis pars aliquota:iā illi duo nō erūt i sua ꝓportione minimi:q̄a alij duo priores eos mēsurabūt.s.illi a q̄bus pars aliquota denominabit.qđ repugnat ipothesi.ergo tādē veniēdū erit ad minimos sola vnitate distātes in q̄bus ꝓter⁹ ponit mediū oīno imposs. quare superparticularis ꝓportio nō erit p equalia diuisibilis interposito vno aut plurib⁹ medijs ꝓportionalib⁹:eadē rō est de dupla ꝓportione. Ex hac cōclusione cognoscere p̄optū erit q reprehēsio demōstrationis archite ad hāc veritatē(quā tertio libro institutionis musice capite scōo videt diuus seuerin⁹ adducere) nō tā est boetij quā nicomachi aut alicuius alioꝝ quos ipse ꝛ allegat ꝛ interpretat elegātissime implerisq; locis tū arithmetice tū ꝛ musice sue. Et nō verētur quidā(pace oim dixerim)eis libros plustrare nō vt sciāt sed vt exsurculēt:ꝛ(canino more)si q̄d hiās subsultāsq; appareat.altis dentē infigāt:mordeāt: ꝛ reprehendāt: ac scēm ꝛ venerabile philosophie nomē ꝛ suoꝝ ꝓuitijs lacerēt.ꝛ quod alioꝝ viciū est siquod est:diui seuerini exclamēt errorē faciātq; alioꝝ crimine reū.ꝛ cū nihil noxint volūt litterarios duces insectando carpēdo lacerando omnia scire videri:atq; supra philosophicos vertices sese gloriabundos extollere:faciūtq;(quod est apud comicū)ne intelligendo vt nihil intelligant.quos idē statim vt maledicere desinant ammonet malefacta ne noscant sua. Sed hec preter presentis negocij officiū. De philosophis em̄ qui recte fuerint nā instituti vel absq; monitione semper recte cogitabūt:nā qui secus faciūt:ab coꝝ se cōsortio segregant:ꝛ vt philosophi quales se videri volunt nō amplius esse cognoscantur necesse est.

	a	b	c
	27		18
	d		e
	3		2

6 Si interuallum non multiplex binario multiplicetur: id quod fit ex hac multiplicatione neq; multiplex est neq; superparticulare.

¶Dictū est in ꝓma cōclusione huius q binario multiplicare interuallū est idē qđ duplare ipm:vel duo simplia interualla in vnū colligere:aut ex duob⁹ vnū cōponere. Ad ꝓpositū ergo si talia duo fuerint nō multiplicia interualla:cōpositū ex eis nō erit multiplex ex tertia huius.q̄a si ꝓpositū est multiplex ꝛ medietas eius erat multiplex vt ꝓbatū est.neq; erit interuallū superparticulare quia tale esset diuisum in duo equalia p mediū ꝓportionale inter extrema:qđ p̄cedentē cōclusionē est impossibile. Ut si.a.b.sit non multiplex habitudo:ꝛ.a.c.sit eiꝰ duplū itaq; sicut.a.ad.b.sic se habeat.b.ad.c.tūc interuallū.a.c.nō est multiplex neq; superparticulare. Hoc etiā ptz inductiue.q̄a due sesqualtere ꝓportiones cōtinuate vt.9.6.4.sunt vna dupla sesquarta.due sesquitertie vt.16.12.9.est ꝓportio super septē partiēs nonas.due sesquiquarte vt.25.20.16. est supnoueē partiēs decimas sextas.ꝛ tandē(qđ ꝓposito cōducibilis est)due sesquioctaue vt.81.72.64.cōponūt ꝓportionē super decēseptē parcientem sexagesimas quartas ꝛ sic de oibus alijs non multiplicibus.

	a	b	c
	9	6	4

7 Interuallum si binario multiplicatum fuerit:atq; id quod ex ea multiplicatione creabitur multiplex non sit:ipsum quoq; multiplex non erit.

¶Hec est cōuersa precedentis ꝛ veritas eius pendet ex prima huius.sit em̄ figura eadē que in precedente. in qua interuallū.a.c.quod non est multiplex ꝓueniat ex duplatione interualli.a.b. dico etiā interuallum

a.b.nõ esse multiplex.nã si esset multiplex et binario multiplicatum:per primã huius interualli.a.c.inde resultans multiplex esset.at positum est non multiplex:ergo tota conclusio vera. Probaretur hec etiã inductiue sicut precedens quod breuitatis gratia omittimus.

Anumero partium superparticularis interualli:que in vnum adacte totum restituunt: & namero vno maiore:quot interualli maiores termini simul:minoribus simul acceptis respõdeant cognoscuntur. 8

¶ Sensus est q in proportione qualibet superparticulari cum maior numerus contineat minorem ꝛ vnã eius partem aliquotam:si accipiatur numerus denominans illam partem (qui.s.multiplicans illam partem complet totum) ꝛ accipiatur alter numerus vnitate maior illo:tales duo numeri ostendẽt quot ex maioribus adequantur tot ex minoribus ꝛ econtra.quia dictorum duorum numerorum minor debet attribui maiori in illa proportione ꝛ maior minori.vt si.9.ad.6.est proportio sesqualtera:numerus denominans partem est binarius ꝛ alter numerus sit ternarius:tunc duo nouenarij adequantur tribus senarijs ꝛ ecõtra.ꝛ in sesquitertia proportione vt 12.ad.9.tres maiores equales sunt quattuor ex minoribus quia tres duodenarij equi sunt quattuor nouenarijs:in sesquiquarta vt.15.ad.12.quattuor ex maioribus correspondent equales quinq ex minoribus.ꝛc.in omnibus superparticularibus.hoc pretendit conclusio.Cuius demonstratio facilis hec est:sit a.maior interualli superparticularis terminus.b.vero minor:sitq.c.numerus denominans partem illam:et.d.alter numerus vnitate maior eo:dico q.a.sumpta secundum.c. adequantur.b. sumptis secundum.d.et econtra.nam.a.secundum.c.sumpta continent.b.secundum.c.sumpta ꝛ insuper partes ipsorum.b.sumptas secundum.c.sed partes ille sumpte secundum.c.constituunt vnum.b.ergo.a.sumpta secundum.c.continent.b.sumpta secundum numerum vno maiorem ipso.c.talis est numerus.d. ex ipothesi. ergo sensus datus conclusioni est verus ipsaq in tali sensu est vera. Poterat tamen hec conclusio clarius dicere q quilibet numeri in data proportione superparticulari correspondent sibi ipsis secundum minimos illius proportionis permutatos tamen:sic q maior referatur ad minorem ꝛ minor ad maiorem . vt sesqualtera cuius minimi sunt.3.et.2.duo maiores adequantur tribus minoribus. in sesquitertia minimi sunt.4. et.3.ideo tres et maioribus equi sunt quattuor ex minoribus ꝛc.et ratio eadem est quia in sesqualtera duo maiores continent duos minores ꝛ duas eorum medietates que sunt vnum totum.ergo duo maiores sunt equales tribus minoribus.in sesquitertia tres maiores continent tres minores ꝛ insuper tres eorũ tertias que sunt vnũ totũ:ergo equales sunt quattuor minoribus.ꝛc. Poterat dari conclusionis alius sensus : quẽ tamen sequens conclusio explicat generaliter in omnibus in equalitatum generibus.

A	3	4	5
B	2	3	4
C	2	3	4
D	3	4	5

Data quacũq proportione maiores termini secundũ numerũ minorũ sumpti: equi sunt minoribus secundũ numerũ maiorum sumptis.

¶ Supponamus hic octauam primi arithmetice iordani que vulgatissima est pariter et notissima apud omnes.s.q si alterna fiat duorum numerorum multiplicatio:idem numerus vtrobiq producetur: vt octies sex vel sexies octo idem producit vt.48. quia multiplicare vnum numerum per alterum est toties vnum numerum accipere quot sunt vnitates in reliquo:quare in numero ex multiplicatione producto toties cõtinetur quilibet producentium quot sunt vnitates in reliquo. Hac supposita arguitur sic ad conclusionem: datis terminis cuiuscunq proportionis vt.a.b.quod fit ex.a.in.b.equum est ei quod fit ex.b.in.a.sed quod fit ex.a.in.b.sunt.a.sumpta secundum.b.ꝛ quod fit ex.b.in.a.sunt.b.sumpta secundum.a.igitur a secundum.b.sumpta adequantur.b.sumptis secundum.a.ꝛ econtra.ꝛ hoc verum est in omnibus proportionib9.vt ostendit hec formula.

A	Suppti	3	4	5	6	7	8	9	Multi=	2	3	4	5	6	Suppar	5	7	9	11
B	culares	2	3	4	5	6	7	8	plices.	1	1	1	1	1	tientes.	3	4	5	6

Cum aliquot maiores termini equi sunt aliquot minoribus:ea vnius maiorũ ad vnũ minorum reperitur proportio:que & numeri minorum collectorum ad maiorum collectorum numerum. 10

¶ Hec est cõuersa precedentis:ex qua relictum est q in qualibet ꝓportione maiores numeri collecti ꝙcõm numer minor equi sunt minoribus collectis ꝙcõm numer maiorũ.quare numerus collectionis minor est maior numero collectionis maiorũ:quia in eodẽ toto partes aliquote minores plures sunt quã partes aliquote maiores sed numerus collectionis minor est vnus de minoribus:ergo eadẽ est ꝓportio vnius maiorum ad vnum minor:que numeri minor collector ad numerum maior collector.vt patet in proportione.9.ad.6.quia sex nouenarij adequatur nouẽ senarijs: ꝛ isti duo numeri nouem ꝛ sex habent proportionem sesqualteram: ergo vnus nouenarius et vnus senarius habent sesqualteram proportionem. ¶ Hc tres conclusiones octaua nona ꝛ decima:ad sequentia de compositione consonantiarum ex tonis valde necessarie sunt.sed octaua dimissa quia i aliis inclusa.duas vltimas conclusiones magis necessarias amplius explicare volumus:licet enim ipse faciles videantur:tamen earum vsus paulo latentior est:per primã enim earum que nona est:habemus si numerus maior ad minorẽ sesqual=

catione processit interuallū.c.ad.a.potest idē ex prima conclusione probari.quia omne cōpositū resolui potest in ea ex quibus erat cōpositū:si ergo ex simplici interuallo multiplici per duplationē procreatur interuallū cōpositū etiā multiplex vt habet prima conclusio:sequitur q interuallū illud cōpositū si in duo equalia diuidatur:quodlibet illorum erat multiplex interuallum.

4 Si terminorū interualli primus ad secundū sese habuerit vt tertius ad quartū: quot ꝓportionaliter medii primo & secundo:totidē tertio & quarto interuenire necesse est.

¶Tametsi hāc in nona cōclusione sexti capituli tertij libri geometrie demōstrauerim⁹: tū hic eandē adhuc sic ꝓbam⁹.sit.a.prim⁹ termin⁹ interualli:cuiuscūq; dati.c.scōus.sit quoq;.d.terti⁹.f.quart⁹. itaq; talis sit habitudo.a.ad.c.qualis est.d.ad.f.ꝛ ecōuerso.ponat deinde.b.medi⁹ ꝓportionaliꝫ terminus inter.a.ꝛ.c. dico q etiā inter.d.ꝛ.f.erit vn⁹ ꝓportionaliꝫ medi⁹ quē voco.e.capio em̄ per decimā eiusdē sexti capituli tres minimos nūeros in ꝓportionalitate illa q̄ habēt.a.b.c.ꝛ sint.g.h.k.tūc argumēto r ꝓ equā ꝓportionalitatē sic.sicut.g.ad.h.ita.a.ad.b.ꝛ sicut.h.ad.k.ita.b.ad.c.ergo sicut.g.ad.k.ita.a.ad.c.quare etiā ita.d.ad.f. Ultra q̄ro vel.d.ꝛ.f.sint idē termini cū.g.ꝛ.k.vt nō:si sunt idē:ita manifestū est inter.d.ꝛ.f.vnū ꝓportionaliꝫ medium sicut inter.a.ꝛ.c.qđ est ꝓpositū. Sin vero nō sunt idē cū alijs:ergo nō erunt minimi in sua ꝓportione: quare.g.ꝛ k.qui sunt minimi metiētur.d.ꝛ.f.equaliter.i.scōm eundē numerū.quia cuiuslibet ꝓportionis numeri non minimi mensurantur a minimis illius ꝓportionis.s.maior a maiore ꝛ minor a minore scōm eundē numerū sit ergo in ꝓpositio ille numerus.l.ductis ergo tribus minimis in.l.,ꝓducentur tres numeri.d.e.f.ergo.e.interuenit ꝓportionaliter medius inter.d.ꝛ.f.quod erat demonstrandum.

a	b	c
27	18	12
d	e	f
18	12	8

g	h	k
9	6	4

5 Superparticularis interualli medi⁹ nūer⁹ neq; vn⁹ neq; plures ꝓportionaliter interuenīet.

¶Per hāc intelligim⁹ q nullū superparticulare interuallū in duas aut plures interualloꝝ habitudines equales secabile sit. Qđ fuit cozelariū illatū in.9.cōclusione allegati cap̄.sexti:ꝛ eadē rō est de duplici interuallo ꝛ de quibusdā alijs multiplicib⁹. Demōstratio ostēsiua hui⁹ facilis est ex precedēte sic.cuiuslibet interualli superparticularis ac etiā multiplicis dupli minimi nūeri nullū habēt nūerū ꝓportionaliꝫ mediū: cū sola vnitate distēt ꝛ sint nūeri ꝓximi ac immediati:vt in primo libro nr̄e arithmetice tractatu scōo capto secūdo docuim⁹:ergo ꝙ ōmissam nulli alij nūeri in eisdē interuallis habebūt mediū ꝓportionale. ꝙōt etiā ad hoc fieri alia demōstratio ducēs ad impossibile.s.q; inter nūeros sola vnitate distātes posset dari nūerus medi⁹ qđ est oppositū scōe petitionis:cōsequētia ꝓbaꝫ ꝺa acceptis minimis terminis date suppparticularis cū eoꝝ maior cōtineat minorē ꝛ vnā eius partē aliquotā:illa pars erit cōmunis mēsura coꝝ.tūc q̄ro vel illa pars aliquota est vnitas vel ali⁹ nūer⁹.si vnitas habeo ꝓpositū q maior a minore sola distat vnitate inter quos tu cōtēdis mediū esse.sin aūt ali⁹ nūerus sit eoꝝ cōmunis pars aliquota:tā illi duo nō erūt i sua ꝓportione minimi:ꝺa alij duo priores eos mēsurabūt.s.illi a ꝙbus pars aliquota denominabit.qđ repugnat ipothesi.ergo tādē veniēdū erit ad minimos sola vnitate distātes in ꝙbus ꝑteru⁹ ponit mediū oīno impoſſr. quare superparticularis ꝓportio nō erit ꝙ equalia diuisibilis interposito vno aut plurib⁹ medijs ꝓportionalib⁹:eadē rō est de dupla ꝓportione. Ex hac cōclusione cognoscere p̄optū erit q reprehēsio demōstrationis archite ad hāc veritatē(quā tertio libro institutionis musice capite scōo videt diuus seuerin⁹ adducere) nō tā est boetij quā nicomachi aut alicuius alioꝝ quos ipse ꝛ allegat ꝛ interpretat elegātissime implerisq; locis tū arithmetice tū ꝛ musice sue. Et nō verētur quidā(pace oīm dixerim)ei⁹ libros ꝓlustrare nō vt sciāt sed vt exſurculēt:ꝛ(canino more)si ꝺd hiās subsultāsq; appareat.alti⁹ dentē infigāt:mordeāt: ꝛ reprehendāt: ac scēm ꝛ venerabile philosophie nomē ꝛ suoꝝ ꝓuitijs lacerēt.ꝛ quod alioꝝ viciū est siquod est:diui seuerini exclamēt errorē faciātq; alioꝝ crimine reū.ꝛ cū nihil noxint volūt litterarios duces insectando carpēdo lamando omnia scire videri:atq; supra philosophicos vertices sese gloziabundos extollere:faciūtq;(quod est apud comicū)ne intelligendo vt nihil intelligant.quos idē statim vt maledicere desinant ammonet malefacta ne noscant sua. Sed hec preter presentis negocij officiū. De philosophis em̄ qui recte fuerint nā instituti vel absq; monitione semper recte cogitabūt:nā qui secus facīūt:ab eoꝝ se cōsortio segregant:ꝛ vt philosophi quales se videri volunt nō amplius esse cognoscantur necesse est.

a	b	c
27		18

d		e
3		2

6 Si interuallum non multiplex binario multiplicetur: id quod fit ex hac multiplicatione neq; multiplex est neq; superparticulare.

¶Dictū est in prima cōclusione huius q binario multiplicare interuallū est idē qđ duplare ipm:vel duo simplia interualla in vnū colligere:aut ex duob⁹ vnū cōponere. Ad ꝓpositū ergo si talia duo fuerint nō multiplicia interualla:cōpositū ex eis nō erit multiplex ex tertia huius.ꝺa si ꝓpositū est multiplex ꝛ medietas ei⁹ erat multiplex vt ꝓbatū est.neq; erit interuallū superparticulare quia tale esset diuisum in duo equalia ꝙ mediū ꝓportionale inter extrema:qđ p̄cedentē cōclusionē est impossibile. Ut si.a.b.sit non multiplex habitudo:ꝛ.a.c.sit ei⁹ duplū itaq; sicut.a.ad.b.sic se habeat.b.ad.c.tūc interuallū.a.c.nō est multiplex neq; superparticulare. Hoc etiā ptz inductiue.ꝺa due sesqualtere ꝓportiones cōtinuate vt.9.6.4.sunt vna dupla sesquarta.due sesquitertie vt.16.12.9.est ꝓportio super septē partiēs nonas.due sesquiquarte vt.25.20.16. est supnouē partiēs decimas sextas.ꝛ tandē(qđ ꝓposito cōducibili⁹ est)due sesquioctaue vt.81.72.64.cōponūt ꝓportionē super decēseptē parcientem sexagesimas quartas ꝛ sic de oībus alijs non multiplicibus.

a	b	c
9	6	4

7 Interuallum si binario multiplicatum fuerit:atq; id quod ex ea multiplicatione creabitur multiplex non sit:ipsum quoq; multiplex non erit.

¶Hec est cōuersa precedentis ꝛ veritas eius pendet ex prima huius.sit em̄ figura eadē que in precedente. in qua interuallū.a.c.quod non est multiplex ꝓueniat ex duplatione interualli.a.b. dico etiā interuallum

a.b.nō esse multiplex.nā si esset multiplex et binario multiplicatum:per primā huius interualli.a.c.inde resultans multiplex esset.at positum est non multiplex:ergo tota conclusio vera. ℙrobaretur hec etiā inductiue sicut precedens quod breuitatis gratia omittimus.

A numero partium superparticularis interualli:que in vnum adacte totum restituunt: & 8
a numero vno maiore:quot interualli maiores termini simul:minoribus simul acceptis respō
deant cognoscuntur.

¶Sensus est q in proportione qualibet superparticulari cum maior numerus contineat minorem ⁊ vnā eius partem aliquotam:si accipiatur numerus denominans illam partem (qui.s.multiplicans illam partem complet totum)⁊ accipiatur alter numerus vnitate maior illo:tales duo numeri ostendēt quot ex maioribus adequantur tot ex minoribus ⁊ econtra.quia dictorum duorum numerorum minor debet attribui maiori in illa proportione ⁊ maior minori.vt si.9.ad.6.est proportio sesqualtera:numerus denominans partem est binarius ⁊ alter numerus sit ternarius:tunc duo nouenarij adequantur tribus senarijs ⁊ ecōtra.⁊ in sesquitertia proportione vt 12.ad.9.tres maiores equales sunt quattuor ex minoribus quia tres duodenarij equi sunt quattuor nouenarijs:in sesquiquarta vt.15.ad.12.quattuor ex maioribus correspondent equales quinq ex minoribus.⁊c.in omnibus superparticularibus.hoc pretendit conclusio.Cuius demonstratio facilis hec est:sit a.maior interualli superparticularis terminus.b.vero minor:sitq.c.numerus denominans partem illam:et.d.alter numerus vnitate maior eo:dico q.a.sumpta secundum.c. adequantur.b. sumptis secundum.d.et econtra.nam.a.secundum.c.sumpta continent.b.secundum.c.sumpta ⁊ insuper partes ipsorum.b.sumptas secundum.c.sed partes ille sumpte secundum.c.constituunt vnum.b.ergo.a.sumpta secundum.c.continent.b.sumpta secundum numerum vno maiorem ipso.c.talis est numerus.d. ex ipothesi. ergo sensus datus conclusioni est verus ipsaq in tali sensu est vera.℘oterat tamen hec conclusio clarius dicere q quilibet numeri in data proportione superparticulari correspondent sibi ipsis secundum minimos illius proportionis permutatos tamen:sic q maior referatur ad minorem ⁊ minor ad maiorem. vt sesqualtera cuius minimi sunt.3.et.2.duo maiores adequantur tribus minoribus. in sesquitertia minimi sunt.4. et.3.ideo tres et maioribus equi sunt quattuor ex minoribus ⁊c.et ratio eadem est quia in sesqualtera duo maiores continent duos minores ⁊ duas eorum medietates que sunt vnum totum.ergo duo maiores sunt equales tribus minoribus.in sesquitertia tres maiores continent tres minores ⁊ insuper tres eorū tertias que sunt vnū totū:ergo equales sunt quattuor minoribus.⁊c.℘oterat dari conclusionis alius sensus: quē tamen sequens conclusio explicat generaliter in omnibus in equalitatum generibus.

A 3	4	5
B 2	3	4
C 2	3	4
D 3	4	5

Data quacūq proportione maiores termini secundū numerū minorū sumpti: equi sunt minoribus secundū numerū maiorum sumptis.

¶Supponamus hic octauam primi arithmetice iordani que vulgatissima est pariter et notissima apud omnes.s.q si alterna fiat duorum numerorum multiplicatio:idem numerus vtrobiq producetur: vt octies sex vel sexies octo idem producit vt.48. quia multiplicare vnum numerum per alterum est toties vnum numerum accipere quot sunt vnitates in reliquo:quare in numero ex multiplicatione producto toties cōtinetur quilibet producentium quot sunt vnitates in reliquo. Hac supposita arguitur sic ad conclusionem: datis terminis cuiuscunq proportionis vt.a.b.quod fit ex.a.in.b.equum est ei quod fit ex.b.in.a.sed quod fit ex.a.in.b.sunt.a.sumpta secundum.b.⁊ quod fit ex.b.in.a.sunt.b.sumpta secundum.a.igitur a secundum.b.sumpta adequantur.b.sumptis secundum.a.⁊ econtra.⁊ hoc verum est in omnibus proportionib9.vt ostēdit hec formula.

A Suppti	5	4	5	6	7	8	9	Multi=	2	3	4	5	6	Suppar	5	7	9	11
B culares	2	3	4	5	6	7	8	plices.	1	1	1	1	1	tientes.	3	4	5	6

Cum aliquot maiores termini equi sunt aliquot minoribus:ea vnius maiorū ad vnū 10
minorum reperitur proportio:que & numeri minorum collectorum ad maiorum colle=
ctorum numerum.

¶Hec est cōuersa precedentis:ex qua relictum est q in qualibet ꝓportione maiores numeri collecti ꝙcōm numer minor equi sunt minoribus collectis ꝙcōm numer maiorū.quare numerus collectionis minor est maior numero collectionis maiorū:quia in eodē toto partes aliquote minores plures sunt quā partes aliquote maiores sed numerus collectionis minor est vnus de maioribus:⁊ numerus collectionis maior est vnus de minoribus:ergo eadē est ꝓportio vnius maiorum ad vnum minor:que numeri minor collector ad numerum maior collector.vt patet in proportione.9.ad.6.quia sex nouenarij adequatur nouē senarijs: ⁊ isti duo numeri nouem ⁊ sex habent proportionem sesqualteram: ergo vnus nouenarius et vnus senarius habent sesqualteram proportionem.¶Hē tres conclusiones octaua nona ⁊ decima:ad sequentia de comsitione consonantiarum ex tonis valde necessarie sunt.sed octaua dimissa quia i alijs inclusa.duas vltimas conclusiones magis necessarias amplius explicare volumus:licet enim ipse faciles videantur:tamen earū vsus paulo latentior est:per primā enim earū que nona est:habemus si numerus maior ad minorē sesquali-

ter est vt trīū ad duo:duo maiores equi sunt tribus minoribꝫ. Et si maior ad minorē sesquitertiꝫ vt.4.ad.3. tres maiores equi sunt quattuor minoribꝫ. Et si maior sesquiquartꝫ vt.5.ad.4.q̄ttuor maiores equi sunt q̄n q̄ minoribꝫ. Si vero maior sesquioctauus:octo maiores equi sunt nouē minoribꝫ. In multiplicibus aūt si maior duplꝫ est vt duox ad vnū:vnus maior equus est duobus minoribꝫ. Si triplꝫ: vnus maior equus est tribus. Si quadruplꝫ:vnꝫ equus est quattuor. Si octuplus vnus equatur ad octo. Insuperpartiētibus ꝯo cōsimile est:vt si maior est superbitertius vt.5.ad.3.tres maiores eq̄ sunt quinq̄ minoribus. Si supᵇ triquartus vt 7.ad.4.quattuor maiores equi sunt septē minoribus. Si vero super octupartiēs vt.17.ad.9.nouem maiores equi sunt decē ꝛ septē minoribus. ꝛ hoc pacto in reliquis.

¶Ex vltima aūt hāc in suppartícularibus vtēdi regulā elicimꝫ. Si duo maiores equi sunt tribꝫ minoribꝫ ꝛ quattuor ad sex|sex ad nouē|octo ad duodecim:vnꝫ maior ad vnū minorē sesqualter est. Et si tres eq̄ sunt ad quattuor:sex ad octo:maior ad minorē est sesquitertiꝫ. Si quattuor maiores eq̄ sunt q̄nq̄ minoribꝫ:aut octo ad decē:vnꝫ maior vniꝫ minoris est sesquiquartꝫ. Si vero octo maiores nouē minoribꝫ sunt equi:vnus maiox ad vnū minox cognoscīt sesquioctauꝫ. ¶In multiplicibꝫ:si vnꝫ duobꝫ:duo ad quattuor|tres ad sex eq̄ sunt:maior minoris est duplꝫ. Si vnꝫ tribꝫ|duo ad sex:vnꝫ maior minoris est triplꝫ. Si vnꝫ ad quattuor ꝛ duo ad octo:vnꝫ maiox ad vnū minox est quadruplꝫ. Si vero vnꝫ ad octo duo ad sedecim:maior minoris est octuplꝫ. ¶In suppartiētibus:si tres maiores eq̄ sunt q̄nq̄ minoribꝫ:aut sex ad decē: vnus maior ad minorē est supbitertius. Si quattuor maiores septē minoribus:maior minoris est suptriquartus. Si ꝯo nouē eq̄ sunt ad decē ꝛ septē:maior minoris est supoctupartiēs. ¶Et in cōpositis nūeris simile est:vt si duo a eq̄ sunt quattuor b ꝛ dimidiū vnius quēadmodū in duobus ꝑfictis sesqualteris:qm̄.4.ꝛ vnius dimidium ad.2.duplū sunt ꝛ sesquiquartū idcirco vnus.a.ad vnū.b.duplus est atq̄ sesquiquartus. Si tres.a.eq̄ sunt ad quattuor.b.ꝛ tertiā vnius:vt in duobꝫ sesquitertijs:qm̄ q̄nq̄ ꝛ tertia vniꝫ cōtinēt tres semel duas tertias ꝛ vnā nonā:pinde vnus.a.cōtinebit.b.vnū duas eius tertias ꝛ vnā eius nonā. Si quattuor eq̄ sunt ad sex ꝛ quartā vnius:vt in duobus ifictis sesquiquartis:qm̄ sex ꝛ quarta vnius cōtinēt|quattuor dimidiū|ꝛ decimā sextā ex quattuor:ideo vnus maior cōtinet minorē semel|eius dimidiū|ꝛ eius vnā decimāsextā. Si ꝯo octo valēt decē ꝛ octauā vnius vt in duobus sesquioctauus:qm̄ decē cōtinēt octo:ꝛ quartā:ꝛ octaua vnius ad octonos vna est sexagesimaquarta:ideo vnus maiox cōtinet minorē semel|eius quartā partē|ꝛ eius sexagesimāquartā. Et si ꝓpositiōis series ꝑtēlior euadit:vt si duo.a.eq̄ sunt sex.b|medietati vnius ꝛ quarte: vt in cōfictione trīū sesqualterox:qm̄ sex cōtinēt duos ter ꝛ dimidiū vniꝰ est quarta pars duox:ꝛ quarta pars vniꝰ est octaua pars duox. idcirco vnus.a.triplex est.b.vnius insup quartā atq̄ octauā partē.b.cōtinēs. Et si tres eq̄ sunt ad septē ꝛ nonā vnius:qō in tribus sesquitertijs cōfictis euenit:qm̄ septē.bis cōtinent tres: ꝛ trīū tertiā partē:ꝛ nona vnius ad tres est vicesimaseptima:ideo vnus maiox cōtinet minorē bis|eius tertiā|ꝛ eius vicesimāseptimā. Et si quattuor equi sunt septē dodrāti vnius hoc est tribus q̄rtis ꝛ insup decimesexte vniꝰ: vt in cōfictione trīū sesquiquartox:qm̄ septē cōtinēt semel quattuor ꝛ tres quaternariꝰ partes:ꝛ tres quarte vnius ad quattuor sunt tres decimesexte:ꝛ decimasexta vnius est ad quattuor vna sexagesimaquarta. idcirco vnus maior cōtinet vnū minorē semel|ꝛ dodrantē|ꝛ tres decimassextas atq̄ vnā sexagesimāquartā. Si vero octo equi sunt ad vndecim|tres octauas vnius ꝛ vnā sexagesimāquartā:vt in tribus sesquioctauis cōfictis:qm̄ vndecim cōtinēt semel octonariū ꝛ octonariꝰ tres partes:ꝛ tres octaue vnius sunt ad octo tres sexagesime quarte.ꝛ vna sexagesimaquarta ad octo est vna quingentesima duodecima. hinc fit vt vnus maiox cōtineat minorē semel|tres eius octauas|tres sexagesimas quartas ꝛ vnā quingentesimā duodecimā. Et hec adiecimus quo vsus hax duax vltimax in sequentibus patentior|manifestiorq̄ habeatur.

11 Duplex ĩteruallū ex duobꝫ maximis suppartícularibꝫ sesqualtero atq̄ sesqtertio cōfūgit.

¶Ponant tres termini cōiungētes duo maxima superparticularia interualloꝝ a b c. itaq̄ a.ad.b.sit sesqualter:b vero ad.c.sesquitertius. dico.a.ad.c.esse duplum:qō sic ꝓbat ex premissis. qm̄ em̄ a.est sesqualter ad.b. ergo per octauā huius duo.a.equi sunt ad tres.b.ꝛ rursus quia.b.est sesquitertius ad.c.igit ꝑ eandē tres.b. equales sunt quattuor.c. quare de primo ad vltimū sequit q̄ duo.a.eq̄perant quattuor.c. ꝑ illā cōmunē scīē tiā quecūq̄ vni ꝛ eidē sunt equalia ipa inter se sunt eq̄lia:sz quattuor nūerus minox collectox duplus est ad duo nūex maiox collectox ergo ꝑ ꝓcedentē vnus.a.duplus est ad vnū.c.cōstat ergo q̄.a.ad.c.interuallū cōstās ex sesqualtero ꝛ sesquitertio est duplū:qō etiā aliter ꝛ breuiꝰ pōt sic demōstrari:duo.a.eq̄ sunt ad q̄ttuor c.vt ostēdimus ergo vnū.a.equat duobus.c.ꝑ octauā cōmunē scīētiā quox em̄ tota equalia sunt: eox quoq̄ dimidia sunt equalia:sed duo.c.dupli sunt ad vnū.c.ergo vnū.a.duplū est ad vnū.c.ꝑ quītā tertij capituli in tertio libro nre geometrie:quātitates ꝛ em̄ equales ad vnā tertiā cōparate ꝓportiones habēt equales. tales sunt vnū.a.ꝛ duo.c.cōparata ad vnū.c. Inductione etiā idē ꝓbat. quia inter quelibet extrema duple ꝓportionis (exceptis minimis que sola distant vnitate) datur mediū ad vnū extremū sesqualtex ad aliud vero sesquitertiū vt etiā in fini primi libri nostre arithmetice ostendimus.

Ex duplici interuallo atq̄ sesqualtero: triplex nascitur interuallum.

12 ¶Huius demonstratio ꝑ similis est precedenti in eisdē litteris sed non eosdē numeros significantibus: sint itaq̄ tres nūeri.a b c.taliter cōnexi q̄.a.ad.b.sit duplus.b ad c.sesqualter:dico.a ad c.triplū esse: nā per nos nam vnum a equum est ad duo b ꝛ per octauam duo.b.equantur tribus.c.ergo de primo ad vltimum vnū a.equum erit ad tria.c.ternarius autem vnitati triplus est.ergo per decimam huius vnum.a.triplum erit ad vnum.c.sicut tria.c.ad vnum.c. Confirmatur hoc inductione ex fine primi libri nostre arithmetice. quia semper inter extrema triple proportionis datur medium ad vnum extremum duplam habens proportionē ad alterum sesqualteram.

	a	b	c
	6	4	3

	a	b	c
	6	3	2

Duo duplicia interualla:quadruplex iungunt interuallum:

a b c
4 2 1

¶ In eisdē litteris variata significatione hoc facillime demonstratur.sit.a.duplus numerus ad.b.ꝛ itex.b. duplus ad.c.dico ꝙ.a.est quadruplus ad.c.nā vnū.a.equū est ad duo.b.ꝛ vnū.b.ad duo.c.ergo.duo.b.ad quattuor.c.sed vnū.a.erat equale duobus.b.ergo ꝛ quattuor.c.quare per decimā vnū.a.quadruplū erit ad vnū.c.quod est ꝓpositū.¶ Confirmari potest idem ex prima huius vbi tandem conclusum est ꝙ duplex interuallum binario multiplicatum producit quadruplex. 13

Terminū reperire:ad quē quotcūqꝫ voluerimus:liceat superparticulares assignare. 14

¶ Ad huius demonstrationē supponēda est vna regula artis practice nūerādi infractionibus vulgaribꝰ.s. de inuencione nūeri habētis tot partes aliquotas quot peterētur.ꝛ regula est ꝙ ducaꝫ nūerus denominās primā partē aliquotā in numex denominantē scōam ex his que ꝓponuntur:ꝛ numerus ex tali multiplicatione ꝓductus certū est ꝙ habet tales duas partes aliquotas.nā quelibet pars aliquota respectu sui totiꝰ est multiplicās:ꝛ ecōtra oīs multiplicans est pars aliquota ꝓducti ex multiplicatione. deinde ille numerꝰ sic ꝓductus itex multiplicetur per partē aliquotā tertio loco nominatā:ꝛ ꝓducetur inde alius numerꝰ habens iā illas tres partes aliquotas.eadē ratione postea ille scōs ꝓductus itex multiplicetur per partē aliquotā quarto loco nominatā ꝛ sic cōsequenter ꝓcedendo vsqꝫ ad finē ꝓpositе q̄stionis:nā vltimꝰ numerus inde resultans habebit omnes illas partes aliquotas:vt si peteretur numerus habens medietatē ꝛ tertiam partē:ducā.2.in.3.qui sunt denominationes illax partiū ꝛ ꝓducetur inde senarius habens tales duas partes.si queratur deinde numerus habēs medietatē tertiā ꝛ quartā:multiplicabo itex senariū per quattuor ꝛ ꝓducetur.24.qui habet illas tres partes.eodē modo ꝓcederetur si plures alie partes nominarentur. Habito ergo tali numero facile erit ad questionē nostre cōclusionis respondere. quia omnis superparticularis ꝓportio denominatur a parte aliquota.ergo si super talē numex addatur eius medietas numerus inde cōpositus erit ad eum sesqualter vt patet ex diffinitione:si tertia pars addatur:ꝓueniet sesquitertius ad eū:si quarta sesquiquartus:si octaua sesquioctauus ꝛc.vt si ꝓponat aliquis sibi dari terminū ad quem alij duo sint vnus sesqualter alius sesquitertius:assignabitur.6.ad quē addito ternario eius medietate fit.9.sesqualter ad ipm:ꝛ addito ei binario eius tertia parte fit.8.sesquitertius ad eundē.immo addita vnitate sexta eiꝰ fieret.7.sesquisextus ad eū:si aūt in questione ꝓposita fuisset sesquiquarta vel sesquiquinta ꝓportio oporteret per multiplicationē querere aliū numex nā senarius tales partes nō habet.ꝛ hoc modo quotquot libuerit ad eundē numex superparticulares assignare poterimus quā facillime.

a b c
a 8 6

A sesqualtero interuallo si sesquitertiū demptū fuerit:erit qđ relinquitur sesquioctauum. 15

¶ De subtractiōe vnius ꝓportionis ab alia vt relinquatur alia ꝓportio que sit excessus vel differētia eax: satis clare ꝛ certe diximus in tertio geometrie nre capite sexto cōclusione septima. Sit ergo.c.nūerꝰ ad quē ex precedente cōclusione inuenimus.a.sesqualtex ꝛ.b.sesquitertiū:tūc ab.a.c.interuallo sesqualtero subtraho.b.c.sesquitertiū interuallū (cū sit minus eo)relicto interuallo.a.b.dico hoc esse sesquioctauū.nā per octauam huius duo.a.equi sunt tribus.c.quare etiā per decimā huius quattuor.a.equātur sex.c.ꝛ octo.a.duodecim.c.rursus tres.b.equi sunt quattuor.c.per candē octauā.ꝛ sex.b.octo.c.ꝛ nouē.b.ad duodecim.c.sed octo.a.erant equales duodecim.c.igitur octo.a.adequātur nouē.b.per illā cōmunē scientiā quecūqꝫ vni ꝛ eidem sunt equalia ꝛc.quare per decimā huiꝰ vnū.a.se habebit ad vnū.b.sicut.9.ad.8.que est ꝓportio sesquioctauа.ergo.a.cōtinebit.b.ꝛ eius octauā partē.eritqꝫ.a.sesquioctauus ad.b.et hoc interuallū relictū est ex ꝓdicta subtractione sesquitertij a sesqualtero.ergo ꝓpositū cōclusionis est vex.

Interualli quarta & duodecima:vnam eius tertiarum restituunt. 16

¶ Demōstrabimus primo qđ asserit hec cōclusio:deinde artē generalē dabimus de additione partiū diuersarū denominationū in eodē toto:sit ergo.a.b.quodcūqꝫ datū interuallū:eius quattuor quarte cōplēt totum

a b c
9 8 6

interuallū:sicut ꝛ duodecim duodecime eiꝰ:ꝛ gñaliter qñcūqꝫ nūerus partiū ꝛ denominatox eax sunt idem ille partes cōplēt suū totū precise ergo quattuor quarte interualli ꝛ duodecim duodecime eiusdē adinuicē equātur.quare ꝛ due quarte sex duodecimis:ꝛ vna quarta tribꝰ duodecimis erūt equales : per illā cōmunē scientiā in totis equalibꝰ medietates sunt equales.sed quattuor duodecime sunt vna tertia totius: cū sint vna tertia duodecim duodecimax q̄ adequanꝫ toti per primā cōmunē scientiā:ergo vna quarta q̄ est.3. duodecime ꝛ vna duodecima:cōstituēt vnā tertiā q̄ est quattuor duodecime. Et resumit discursus sic. vna quarta (q̄ est.3.duodecime)ꝛ vna duodecima sunt quattuor duodecime.sed vna tertia etiam est quattuor duodecime eiusdē totiꝰ.ergo vna tertia cū vna duodecima:est vna quarta eiusdē interualli qđ ꝓponebaꝫ demōstrādū. Regla tū gñalis de additione duax partiū aliquotax diuersax denomiationū hec est.duc numeratorē ꝑme indenominatorē scōe ꝛ ꝓductū serua vocaqꝫ.a.deinde ecōuerso duc denominatorē prime i numeratorē scōe ꝛ ꝓductū serua qđ sit.b.tertio adde simul.a.ꝛ.b.vt cōpositus sit.c.quarto duc vnū denominatorē in aliū et ꝓductus sit.d.tūc demū cōpara.c.ꝛ.d.ita ꝙ.c.sit numerator et.d.denominator partis aliquote. et habebis partē aliquotā ex additione aliax duax resultantē vt.due tertie si addanꝫ quattuor quintis prouenient.22. quintedecime. Potest tamen dari alia regula magis specialis quando vtriusqꝫ partis aliquote numerator est vnitas ad sciendū que pars aliquota est addenda alicui date partialiquote ad constituendam suā proximo maiorē ꝓut hec cōclusio insinuabat dicens ꝙ si vni quarte addatur vna duodecima fiet vna tertia.posset ergo cōsequenter queri quota pars est addenda vni tertie ad constituendam medietatem. ꝛ quota est addēda vni quinte ad componendū vnam quartam.sit itaqꝫ hec regula specialis.ꝙ parti aliquote ꝓpositе ad constituendam suam proximo maiorem est addenda vna pars denominata anumero producto ex multiplicatione duox denominatox illax duax partiū ꝓximarum q̄ in questiōe explicanꝫ.vt tertie ꝓti ad

ter est vt trīs ad duo:duo maiores equi sunt tribus minoribꝰ. Et si maior ad minorē sesquitertiꝰ vt.4.ad.3. tres maiores equi sunt quattuor minoribꝰ. Et si maior sesquiquartꝰ vt.5.ad.4.q̄ttuor maiores equi sunt q̄n q̄ minoribꝰ. Si vero maior sesquioctauus:octo maiores equi sunt nouē minoribꝰ. In multiplicibus aūt si maior duplꝰ est vt duo ad vnū:vnus maior equus est duobus minoribꝰ. Si triplꝰ: vnus maior equus est tribus. Si quadruplꝰ:vnꝰ equus est quattuor. Si octuplus vnus equatur ad octo. Insuperpartiētibus ꝯo cōsimile est:vt si maior est superbitertius vt.5.ad.3.tres maiores eq̄ sunt quinq̄ minoribus. Si supquadripartiens vt 7.ad.4.quattuor maiores equi sunt septē minoribus. Si vero super octupartiēs vt.17.ad.9.nouem maiores equi sunt decē ⁊ septē minoribus. ⁊ hoc pacto in reliquis.

¶Ex vltima aūt hāc in suppartícularibus vtēdi regulā elicimꝰ. Si duo maiores equi sunt tribꝰ minoribꝰ ⁊ quattuor ad sex|sex ad nouē|octo ad duodecim:vnꝰ maior ad vnū minorē sesqualter est. Et si tres eq̄ sunt ad quattuor:sex ad octo:maior ad minorē est sesquitertiꝰ. Si quattuor maiores eq̄ sunt q̄nq̄ minoribꝰ:aut octo ad decē:vnꝰ maior vniꝰ minoris est sesquiquartꝰ. Si vero octo maiores nouē minoribꝰ sunt equi:vnus maior ad vnū minor cognoscit sesquioctauꝰ. ¶In multiplicibꝰ:si vnꝰ duobꝰ:duo ad quattuor|tres ad sex eq̄ sunt:maior minoris est duplꝰ. Si vnꝰ tribꝰ|duo ad sex:vnꝰ maior minoris est triplꝰ. Si vnꝰ ad quattuor ⁊ duo ad octo:vnꝰ maior ad vnū minor est quadruplꝰ. Si vero vnꝰ ad octo duo ad sedecim:maior minoris est octuplꝰ. ¶In suppartiētibus:si tres maiores eq̄ sunt q̄nq̄ minoribꝰ:aut sex ad decē: vnus maior ad minorē est supbitertius. Si quattuor maiores septē minoribus:maior minoris est suptriquartus. Si ꝯo nouē eq̄ sunt ad decē ⁊ septē:maior minoris est supoctupartiēs. ¶Et in cōpositis nūeris simile est:vt si duo a eq̄ sunt quattuor b ⁊ dimidiū vnius quēadmodū in duobus ꝑfectis sesqualteris:qm̄.4.⁊ vnius dimidium ad.2.duplū sunt ⁊ sesquiquartū idcirco vnus.a.ad vnū.b.duplus est atq̄ sesquiquartus. Si tres.a.eq̄ sunt ad quattuor.b.⁊ tertiā vnius:vt in duobꝰ sesquitertijs:qm̄ q̄nq̄ ⁊ tertia vniꝰ cōtinēt tres semel duas tertias ⁊ vnā nonā:pinde vnus.a.cōtinebit.b.vnū duas eius tertias ⁊ vnā eius nonā. Si quattuor eq̄ sunt ad sex ⁊ quartā vnius:vt in duobus ifectis sesquiquartis:qm̄ sex ⁊ quarta vnius cōtinēt|quattuor dimidiū|⁊ decimā sextā ex quattuor:ideo vnus maior cōtinet minorē semel|eius dimidiū|⁊ eius vnā decimāsextā. Si ꝯo octo valēt decē ⁊ octauā vnius vt in duobus sesquioctauus:qm̄ decē cōtinēt octo:⁊ quartā:⁊ octaua vnius ad octonos vna est sexagesimaquarta:ideo vnus maior cōtinet minorē semel|eius quartā partē|⁊ eius sexagesimāquartā. Et si ꝯpositiōis series ꝓtēsior euadit:vt si duo.a.eq̄ sunt sex.b|medietati vnius ⁊ quarte: vt in cō ifectione trīū sesqualteroꝝ:qm̄ sex cōtinēt duos ter ⁊ dimidiū vniꝰ est quarta pars duoꝝ:⁊ quarta pars vniꝰ est octaua pars duoꝝ.idcirco vnus.a.triplex est.b.vnius insup quartā atq̄ octauā partē.b.cōtinēs. Et si tres eq̄ sunt ad septē ⁊ nonā vnius:qō in tribus sesquitertijs cōifectis euenit:qm̄ septē.bis cōtinent tres: ⁊ trīū tertiā partē:⁊ nona vnius ad tres est vicesimaseptima:ideo vnus maior cōtinet minorē bis|eius tertiā|⁊ eius vicesimāseptimā. Et si quattuor equi sunt septē dodrāti vnius hoc est tribus q̄rtis ⁊ insup decimesexte vniꝰ: vt in cōifectione trīū sesquiquartoꝝ:qm̄ septē cōtinēt semel quattuor ⁊ tres quaternarij partes:⁊ tres quarte vnius ad quattuor sunt tres decimesexte:⁊ decimasexta vnius est ad quattuor vna sexagesimaquarta.idcirco vnus maior cōtinet vnū minorē semel|⁊ dodrantē|⁊ tres decimassextas atq̄ vnā sexagesimāquartā. Si vero octo equi sunt ad vndecim|tres octauas vnius ⁊ vnā sexagesimāquartā:vt in tribus sesquioctauis cōifectis:qm̄ vndecim cōtinēt semel octonariū ⁊ octonarij tres partes:⁊ tres octaue vnius sunt ad octo tres sexagesime quarte.⁊ vna sexagesimaquarta ad octo est vna quingentesima duodecima.hinc fit vt vnus maior cōtineat minorē semel|tres eius octauas|tres sexagesimas quartas ⁊ vnā quingentesimā duodecimā. Et hec adiecimus quo vsus haꝝ duaꝝ vltimaꝝ in sequentibus patentioꝝ|manifestioꝝq̄ habeatur.

11 Duplex iteruallū ex duobꝰ maximis suppartícularibꝰ sesqualtero atq̄ sesqtertio cōsūgit.

¶Ponant tres termini cōiungētes duo maxima superparticularīū interualloꝝ a b c.itaq̄ a.ad.b.sit sesq̄lter:b vero ad.c.sesquitertius.dico.a.ad.c.esse duplum:qō sic ꝓbat ex ꝓmissis.qm̄ em̄ a.est sesqualter ad.b. ergo per octauā huius duo.a.equi sunt ad tres.b.⁊ rursus quia.b.est sesquitertius ad.c.igit p eandē tres.b. equales sunt quattuor.c.quare de ꝓmo ad vltimū sequit q̄ duo.a.eq̄perant quattuor.c. p illā cōmunē sciē tiā quecūq̄ vni ⁊ eidē sunt equalia ipa inter se sunt eq̄lia:ꝫ quattuor nūerus minoꝝ collectoꝝ duplus est ad duo nūeꝝ maioꝝ collectoꝝ ergo p p̄cedentē vnus.a.duplus est ad vnū.c.cōstat ergo q̄.a.ad.c.interuallū cō stās ex sesqualtero ⁊ sesquitertio est duplū:qō etiā aliter ⁊ breuiꝰ pōt sic demōstrari:duo.a.eq̄ sunt ad q̄ttuor c.vt ostēdimus ergo vnū.a.equaꝫ duobus.c.p octauā cōmunē sciētiā quoꝝ em̄ tota equalia sunt: eoꝝ quoq̄ dimidia sunt equalia:sed duo.c.dupli sunt ad vnū.c.ergo vnū.a.duplū est ad vnū.c.p quītā tertij capituli in tertio libro nře geometrie:quātitates ⁊ cūm equales ad vnā tertiā cōparate ꝓportiones habēt equales.tales sunt vnū.a.⁊ duo.c.cōparata ad vnū.c. Inductione etiā idē ꝓbaꝫ.quia inter quelibet extrema duple ꝓportionis (exceptis minimis que sola distant vnitate) datur mediū ad vnū extremū sesqualtex ad aliud vero sesquitertiū vt etiā in fini primi libri nostre arithmetice ostendimus.

Ex duplici interuallo atq̄ sesqualtero:triplex nascitur interuallum.

12 ¶Huius demonstratio p similis est precedenti in eisdē litteris sed non eosdē numeros significantibus: sint itaq̄ tres nūeri.a b c.taliter cōnexi q̄.a.ad.b.sit duplus.b ad c.sesqualter:dico.a ad c.triplū esse: nā per nonam vnum a equum est ad duo b ⁊ per octauam duo.b.equantur tribus.c.ergo de ꝓmo ad vltimum vnū a.equum erit ad tria.c.ternarius autem vnitati triplus est.ergo per decimam huius vnum.a. triplum erit ad vnum.c.sicut tria.c.ad vnum.c. Confirmatur hoc inductione ex fine primi libri nostre arithmetice. quia semper inter extrema triple proportionis datur medium ad vnum extremum duplam habens proportionē ad alterum sesqualteram.

a b c
6 4 3

a b c
6 5 2

Duo duplicia interualla: quadruplex iungunt interuallum.

a b c
4 2 1

¶ In eisdē litteris variata significatione hoc facillime demonstratur. sit. a. duplus numerus ad. b. ⁊ ite⁊. b. duplus ad. c. dico ꝙ. a. est quadruplus ad. c. nā vnū. a. equū est ad duo. b. ⁊ vnū. b. ad duo. c. ergo. duo. b. ad quattuor. c. sed vnū. a. erat equale duobus. b. ergo ⁊ quattuor. c. quare per decimā vnū. a. quadruplū erit ad vnū. c. quod est ꝓpositū. Confirmari potest idem ex prima huius vbi tandem conclusum est ꝙ duplex interuallum binario multiplicatum producit quadruplex. 15

Terminū reperire: ad quē quotcūq; voluerimus: liceat superparticulares assignare.

¶ Ad huius demonstrationē supponēda est vna regula artis practice nūerādi infractionibus vulgaribꝰ. s. de inuencione nūeri habētis tot partes aliquotas quot peterētur. ⁊ regula est ꝙ ducat nūerus denominās primā partē aliquotā in numē⁊ denominantē scōam ex his que ꝓponuntur: ⁊ numerus ex tali multiplicatione ꝓductus certū est ꝙ habet tales duas partes aliquotas. nā quelibet pars aliquota respectu sui totiꝰ est multiplicās: ⁊ ecōtra oīs multiplicans est pars aliquota ꝓducti ex multiplicatione. deinde ille numerꝰ sic ꝓductus ite⁊ multiplicetur per partē aliquotā tertio loco nominatā: ⁊ ꝓducetur inde alius numerꝰ habens iā illas tres partes aliquotas. eadē ratione postea ille scōs ꝓductus ite⁊ multiplicetur per partē aliquotā quarto loco nominatā ⁊ sic cōsequenter ꝓcedendo vsq; ad finē ꝓpositę q̄stionis: nā vltimꝰ numerus inde resultans habebit omnes illas partes aliquotas: vt si peteretur numerus habens medietatē ⁊ tertiam 14

a b c
9 8 6

partē: ducā. 2. in. 3. qui sunt denominationes illa⁊ partiū ⁊ ꝓducetur inde senarius habens tales duas partes. si queratur deinde numerus habēs medietatē tertiā ⁊ quartā: multiplicabo ite⁊ senariū per quattuor ⁊ ꝓducetur. 24. qui habet illas tres partes. eodē modo ꝓcederetur si plures alie partes nominarentur. Habito ergo tali numero facile erit ad questionē nostre cōclusionis respondere. quia omnis superparticularis ꝓportio denominatur a parte aliquota. ergo si super talē numē⁊ addatur eius medietas numerus inde cōpositus erit ad eum sesqualter vt patet ex diffinitione: si tertia pars addatur: ꝓueniet sesquitertius ad eū: si quarta sesquiquartus: si octaua sesquioctauus ⁊c. vt si ꝓponat aliquis sibi dari terminū ad quem alij duo sint vnus sesqualter alius sesquitertius: assignabitur. 6. ad quē addito ternario eius medietate fit. 9. sesqualter ad ipm: ⁊ addito ei binario eius tertia parte fit. 8. sesquitertius ad eundē. immo addita vnitate sexta eiꝰ fieret. 7. sesquisextus ad eū: si aūt in questione ꝓposita fuisset sesquiquarta vel sesquiquinta ꝓportio oporteret per multiplicationē querere aliū numē⁊ nā senarius tales partes nō habet. ⁊ hoc modo quotquot libuerit ad cundē numē⁊ superparticulares assignare poterimus quā facillime.

A sesqualtero interuallo si sesquitertiū demptū fuerit: erit qđ relinquitur sesquioctauum. 15

¶ De subtractiōe vnius ꝓportionis ab alia vt relinquatur alia ꝓportio que sit excessus vel differētia ea⁊: satis clare ⁊ certe diximus in tertio geometrie nr̄e capite sexto cōclusione septima. Sit ergo. c. nūerꝰ ad quē ex precedente cōclusione inuenimus. a. sesqualte⁊ ⁊. b. sesquitertiū: tūc ab. a. c. interuallo sesqualtero subtraho. b. c. sesquitertiū interuallū (cū sit minus eo) relicto interuallo. a. b. dico hoc esse sesquioctauū. nā per octauam huius duo. a. equi sunt tribus. c. quare etiā per decimā huius quattuor. a. equātur sex. c. ⁊ octo. a. duodecim. c. rursus tres. b. equi sunt quattuor. c. per eandē octauā. ⁊ sex. b. octo. c. ⁊ nouē. b. ad duodecim. c. sed octo. a. erant equales duodecim. c. igitur octo. a. adequātur nouē. b. per illā cōmunē scientiā quecūq; vni ⁊ eidem sunt equalia ⁊c. quare per decimā huiꝰ vnū. a. se habebit ad vnū. b. sicut. 9. ad. 8. que est ꝓportio sesquioctaua. ergo. a. cōtinebit. b. ⁊ eius octauā partē. eritq; a. sesquioctauus ad. b. et hoc interuallū relictū est ex p̄dicta subtractione sesquitertij a sesqualtero. ergo ꝓpositū cōclusionis est ve⁊.

Interualli quarta & duodecima: vnam eius tertiarum restituunt. 16

¶ Demōstrabimus primo qō asserit hec cōclusio: deinde artē generalē dabimus de additione partiū diuersarū denominationū in eodē toto: sit ergo. ab. quodcūq; datū interuallū: eius quattuor quarte cōplēt totum

a b c
9 8 6

interuallū: sicut ⁊ duodecim duodecime eiꝰ: ⁊ gñaliter qñcūq; nūerus partiū ⁊ denominator ea⁊ sunt idem ille partes cōplēt suū totū precise ergo quattuor quarte interualli ⁊ duodecim duodecime eiusdē adinuicē equātur. quare ⁊ due quarte sex duodecimis: ⁊ vna quarta tribꝰ duodecimis erūt equales: per illā cōmunē sciētiā in totis equalibꝰ medietates sunt equales. sed quattuor duodecime sunt vna tertia totius: cū sint vna tertia duodecim duodecima⁊ q̄ adequant totī per primā cōmunē scientiā: ergo vna quarta q̄ est. 3. duodecime ⁊ vna duodecima: cōstituēt vnā tertiā q̄ est quattuor duodecime. Et resumit discursus sic. vna quarta (q̄ est. 3. duodecime) ⁊ vna duodecima sunt quattuor duodecime. sed vna tertia etiam est quattuor duodecime eiusdē totiꝰ. ergo vna tertia cū vna duodecima: est vna quarta eiusdē interualli qō ꝓponebat demōstrādū. Regla tū gñalis de additione duā⁊ partiū aliquota⁊ diuersa⁊ denomiationū hec est. duc numeratorē ꝑme indenominatorē scōe ⁊ ꝓductū serua vocaq; a. deinde ecōuerso duc denominatorē ꝑme i numeratorē scōe ⁊ ꝓductū serua qō sit. b. tertio adde simul. a. ⁊. b. vt cōpositus sit. c. quarto duc vnū denominatorē in aliū et ꝓductus sit. d. tūc demū cōpara. c. ⁊. d. ita ꝙ. c. sit numerator et. d. denominator partis aliquote. et habebis partē aliquotā ex additione alia⁊ dua⁊ resultantē vt. due tertie si addant quattuor quintis prouenient. 22. quintedecime. ¶ Potest tamen dari alia regula magis specialis quando vtriusq; partis aliquote numerator est vnitas ad sciendū que pars aliquota est addenda alicui date partialiquote ad constituendam suā proximo maiorē. put hec cōclusio insinuabat dicens ꝙ si vni quarte addatur vna duodecima fiet vna tertia. posset ergo cōsequenter quer̄i quota pars est addenda vni tertie ad constituendam medietatem. ⁊ quota est addēda vni quinte ad componendū vnam quartam. sit itaq; hec regula specialis. ꝙ parti aliquote proposite ad constituendam suam proximo maiorem est addenda vna pars denominata a numero producto ex multiplicatione duo⁊ denominato⁊ illa⁊ dua⁊ partiū ꝓximarum q̄ in questiōe explicant. vt tertie ꝙti ad

constituendum medietatem addenda est vna sexta eo q̄ bis tria sunt sex.quarte parti ad cōstituendā tertiā addenda est vna duodecima co q̄ quater tria sunt.12.eodē modo vna quinta cū vicesima erit vna quarta. sexta cū trigesima est vna quinta.septima ꝛ.42.erit vna sexta.vna octaua ꝛ vna.56.erit vna septima. vna nona cū.72.erit vna octaua.ꝛc.

17 Due proportiones sesquioctaue:minores sunt sesquitertio interuallo.

¶Datis primis nūeris ꝓportionis sesquioctaue qui sunt.9.ꝛ.8.ex eis facile per.10.sexti capituli tertij libri nostre geometrie inuenientur tres in eadē ꝓportione cōtinuantes ꝛ cōiungentes duas sesquioctauas ꝛ sūt 81.72.64.quos voco.a b c.ita vt.a.sit sesquioctauus ad.b.ꝛ.b.similiter ad.c.hoc supponit cōclusio.asserens q̄ tota ꝓportio.a.ad.c.cōposita ex duabus sesquioctauis predictis est minor sesquitertia ꝓportione q̄ sit.a. ad.d.Mā per octauā conclusionē huius octo.a.equi sunt ad nouē.b.ꝛ similiter octo.b.ad nouē.c.ergo per decimā conclusionē huius vnus.b.equatur vni.c.ꝛ octaue eius.ꝛ vltra ergo nouē.b.valent decē.c.ꝛ octauam vnius.c.quia nouē octaue sunt vnū.c.ꝛ octaua eius.sed octo.a.equales erant nouē.b. ergo similiter octo.a. equi sunt ad decē.c.ꝛ octaue vnius.c.Isti aūt duo nūeri.s.decē cū vna octaua: ꝛ octo sic se habent q̄ maior eox cōtinet minorē ꝛ quartā eius ꝛ adhuc vnā sexagesimā quartā.quia octaua octaue est sexagesima quarta:ergo per eandē decimā vnū.a.continet vnū.c.ꝛ quartā ꝛ sexagesimā quartā eius. Sed ex precedente conclusione vna quarta cū duodecima equatur vni tertie:ergo vna quarta cum sexagesimaquarta que est minor duodecima erit minus vna tertia a qua proportio sesquitertia nominatur.interuallum igitur ꝓpositum ex duobus sesquioctauis est minus sesquitertio tanto quāto pars sexagesima quarta est minor duodecima. Resolutio ergo discursus hec est.extrema talis interualli de quo loquitur conclusio se habent sicut decem cum vna octaua ad octo:sed tales duo numeri minus distāt q̄ sesquitertia ꝓportione ergo conclusio vera. Premisse probate sunt euidenter.

a b c d
81 72 64

18 Tres sesquioctaui:amplius sunt sesquitertio:minus autem sesqualtero interuallo.

¶Ex tribus numeris predictis:per artē datā in illa decima cōclusione sexti capituli tertij libri geometrie: eliciantur quattuor nūeri in eadē ꝓportione sesquioctaua ꝛ erunt cōtinuati tres sesquioctaui. vt.729.648. 576.512.quos.voco a.b.c.d.dico q̄ iterualli.a.d.est maiꝰ sesquitertio ꝛ minus sesqualtero.qō ꝓbo sic. tales duo nūeri in sua ꝓportione se habent sicut vndecim ꝛ tres octaue ꝛ vna sexagesimaquarta: ad octo:sed isti nuper dicti nūeri habent ꝓportionē maiorē sesquitertia ꝛ minore sesqualtera: ergo cōclusio vera q̄.a.ad.d. est interuallū maius sesquitertio ꝛ minus sesqualtero:consequentia est clara:sed oportet ꝓbare premissas: ꝛ quidē minor clarior est quia vndecim ad octo est plusq̄ sesquitertia ꝓportio(nā tres vnitates cū sint tertia pars nouenarij sunt plusq̄ tertia octonarij qui est minor nouenario)ergo multo magis vndecim cū tribus octauis ꝛ vna sexagesima quarta ad octo erit plusq̄ sesquitertia ꝓportio . Est tñ minor q̄ sesqualtera quia duodecim ad octo est precise ꝓportio sesqualtera:ergo vndecim cū aliqa partiꝰ (que nō integrāt vnū immo neq̄ dimidiū)ad octo est ꝓportio minor sesqualtera.Maior sillogismi sic patet ex premissis. qz per octauam huius octo.a.equi sunt ad nouē.b.ꝛ octo.b.ad nouē.c.quare per precedentē octo.a.equantur decē.c. ꝛ octaue vnius.c.vltra octo.c.equi sunt ad nouē.d.per eandē octauā conclusionē:ꝛ nouē.c.ad decē.d.cū octaua vnius.d.per precedentē:ꝛ decē.c.ad vndecim.d.cū duabus octauis vnius.d.ꝛ cū octo.c.cōtineāt nouē.d. ergo per decimā huius vna octaua.c. cōtinet vnam octauā.d.ꝛ vnā eius octauā que est sexagesima quarta vnius.d.decē ergo.c.ꝛ vna octaua vnius.c.que equalia sunt ad octo.a.equantur vndecima.d.ꝛ tribus octauis ꝛ vni sexagesime quarte vnius.d.quare sitr octo.a.equantur eisdem.quare ex decima huius vnū.a.comparabitur ad vnum.d.sicut vndecim tres ꝛ quarte ꝛ vna sexagesima quarta ad octo:totus itaq̄ nostre demonstrationis discursus erat bonus ꝛ conclusio vera.

19 Quattuor sesquioctaui coniuncti:sesqualterum superant interuallum.

¶Ex quattuor supradictis terminis eadē via eliciantur quinq̄ vt fiant quattuor similes ꝓportiōes ꝛ sint isti 6561.5832.5184.4668.4096.quos voco.a.b.c.d.e. tunc arguo sic.a.ad.e.sc habz sicut duodecim ꝛ sex octaue ꝛ quattuor sexagesimequarte ꝛ vna quingētesimaduodecima ad octo:sed taliū duox nūerox ꝓportio est plusquā sesqualtera ꝛ superat eā.Ergo interuallū a ad.c.includens quattuor sesquioctaua interualla superat sesqualtex estq̄ maius eo.Cōsequentia est euidentissima:ꝛ minor certa quia.12.ad octo est precise sesqualtex interuallū:ergo duodecim ꝛ sex octaue.ꝛc.erit ad octo plusquā sesqualtex.Maior sillogismi in qua est tota vis ꝓbatur sic : colligamus ex demonstratione precedēte q̄ octo.a.equi sunt ad vndecim.d. ꝛ tres octauas ꝛ vnā sexagesimā quartā vnius.d.sed iste numerꝰ equalis est ad duodecim.e.ꝛ sex octauas ꝛ quattuor sexagesimas quartas ꝛ vnā quingentesimā duodecimā.ergo similiter ꝛ octo.a.eidē numero equabunt Quare per decimā huius vnus.a.ad vnū.e.erit sicut illi duo numeri predicti:minor sub sumpta itex ꝓbat quia per octauā huius octo.d.equi sunt ad nouē.e.ꝛ per decimā nouē.d.equantur decē.e.ꝛ vni octaue:ꝛ consequenter decem.d.equales sunt vndecim.e.ꝛ duabus octauis ꝛ vndecim.d.equabuntur duodecim.e.ꝛ tribus octauis. Quia quilibet vnus.d.valet vnum.c.ꝛ vnam eius octauam. Si ergo super vndecim.d. addamus adhuc tres octauas ꝛ vnam sexagesimamquartam vnius.d.(que valent tres octauas ꝛ quattuor sexagesimas quartas ꝛ vnam quingentesimam duodecimam vnius.e.)sequetur q̄ vndecim.d.ꝛ tres quarte ꝛ vna sexagesimaquarta vnius.d.equiualent duodecim.e.ꝛ sex octauis ꝛ quattuor sexagesimis quartis et vni quingētesime duodecime:sicut eñ vnus.d.valet vnum.c.ꝛ vnam octauam eius : sic vna octaua vnius d.valet vnā octauā vnius.e.ꝛ octauam octaue:et vna sexagesima quarta vnius.d.valet vnā sexagesimam

quartam vnius.ꝛ vnam octauã sexagesime quarte que est vna quingentesima duodecima vnius.e. per illã cõmunem scientiam qualis est proportio totius ad totum talis est ꝛ inter partes eorum seruata eadẽ partiũ denominatione: in proposito autem totius ad totum est sesquioctaua proportio.erit ergo eadem sesquioctaua inter similes eorum partes.

Quinq; coniuncti sesquioctaui: minus duplici interuallo coniungunt.

¶ Supposita expredictis inuencione taliũ numerorum qui sunt isti sex.59049.52488.46656.41472.36864.32768.ꝛ vocantur.a.b.c.d.e.f.dico.a.ad.f.interuallum complectens quinq; sesquioctaua interualla: esse minus duplici interuallo. Quod eadem via probo cũ precedẽtibus sic.a.ad.f.se habz sicut.14.ꝛ due octaue ꝛ decẽ sexagesime quarte ꝛ quinq; q̃ngẽtesime duodecime ꝛ vna quarta millesimanonagesimasexta: ad octo. Sed clarum est q̃ primus istorum numeroꝝ minus distat ab octo q̃ duplici interuallo. Quia duplꝰ ad 8.est.16.nõ.14.cũ illis fractionibus:ergo conclusio est vera. ¶ Cõsequentia cũ minore clare sunt:pbatio maioris pẽdet ex precedẽte. Quia si vndecim.d.ꝛ tres quarte ꝛ vna sexagesima quarta vniꝰ.d.equãtur duodecim e.ꝛ sex octauis ꝛ quattuor sexagesimis quartis ꝛ vniquigẽtesime duodecime:cõstat aũt ex octaua huius q̃ octo.e.equi sunt ad nouẽ.f.sequit̃ q̃ duodecim.e.cũ aliis fractionibꝰ equabuntur quattuordecim.f. cũ aliis predictis fractionibꝰ:quia quilz vnus.e.addit vnũ.f.ꝛ vnã octauã eius. ꝛ quelibet octaua vnius.e. addit vnam octauam ꝛ vnam sexagesimamquartã vnius.f.et sic consequenter colligẽdo oẽs fractiones resultabit predicta summa quattuordecim.f.ꝛ aliaꝝ fractionũ. Potest conclusio aliter ꝛ facilius sic probari. Quia per vndecimã huius interuallum duplex integratur ex sesqualtero ꝛ sesquitertio precise. Sz per decimã septimã huius duo sesquioctaui sunt minus sesquitercio:ꝛ per decimã octauã huius tres sesquioctaui minores sunt sesqualtero:ergo quinq; sesquioctaui coniuncti faciunt minus q̃ duplex interuallum.

Sex proporciones sesquioctaue: maiores sunt vno duplici interuallo.

¶ Numeri taliũ ꝓportionũ sunt isti septem.531441.472392.419904.373248.331776.294912.262144. quos voco.a.b.c.d.e.f.g.ꝛ sunt tibi cõtinuati sex sesquioctaui quos oẽs includit interuallũ.a.g.quod dico maius esse duplici interuallo. Quia habitudo.a.ad.g.est sicut.16.ꝛ duodecim sexagesime quarte. ꝛ quinq; q̃ngentesime duodecime.ꝛ sex quarte millesime nonagesime sexte.ꝛ vna trigesima secũdamillesimaseptingẽtesimasexagesima octaua:ad octo.que tamẽ est maioꝛ dupla tãto quãto fractiones ille superãt vltra decẽetsex qui est numerus precise duplus ad octo. Assumptũ probo resumẽdo oĩa predicta:quia exquo.a. est sesquioctauus ad.b.per octauã huius octo.a.equi sunt ad nouẽ.b.ꝛ nouẽ.b.per eandẽ ad decẽ.c.ꝛ octauã vniꝰ.c. ꝛ hic numerus equatur vndecim.d.ꝛ tribus octauis ꝛ vnisexagesimequarte.vnius.d.ꝛ isti equales sunt ad duodecim.e.sex octauas quattuor sexagesimas quartas ꝛ vnã quingentesimã duodecimã. Qui rursus numerus adequatur tredecim.f.decẽ octauis decẽ sexagesimis quartis quinq; quingentesimis duodecimis ꝛ vni quarte millesimenonagesimesexte. Sed quia decẽ octaue vnũ ꝓtinent integrũ ꝛ duas insuper octauas: ideo loco predicti numeri posuimus.14.f.ꝛ duas octauas ꝛ ceteras fractiones. Tandẽ quattuordecim.f. et due octaue:ꝛ decẽ sexagesime quarte.ꝛ quinq; quingentesimeduodecime.ꝛ vna quartamillesimanonagesimasexta:equa sunt quindecim.g.ꝛ octo octauis eius hoc est equa sunt sedecim.g.ꝛ duodecim sexagesimis q̃rtis.q̃ndecim quingẽtesimisduodecimis.sex quartis millesimis nonagesimis sextis.ꝛ vni trigesimesecũde millesimeseptingentesimesexagesime octaue. Ergo de primo advltimũ:octo.a.equãtur p̃dicto nũero. Quare vnũ.a.ad vnũ.g.se habet imprędicta proportione sicut.16.ꝛ relique particule ad octo:quod erat probãdũ. Cõsequentie iste omnes probate sunt in precedẽtibus cõclusionibus per cõtinuã additionẽ vnius integri cũ vna octaua eius. Que licet probationes aliquantulũ difficiles appareant nõ exercitatis in cõputationibus maxime in eis quas notauimus in decima conclusione huius circa proportiones superparticulares. Sicꝫ tñ aliquantulũ in eis se exercere voluerit hec oĩa facillime cõprehendet. Assuescat enim primo coniungere duos tres aut quattuor sesqualteros. Deinde totidẽ sesquitertios.ꝛ alios sequentes superparticulares colligere vsq; ad sesquioctauos in quibus sistit musice speculationis pscrutatio. In hoc ergo primo libro iacta sunt fundamenta oĩm interuallorꝝ musicaliũ sine eorꝝ qui sunt consonantie vt diathessaron:diapente:diapason:siue eorꝝ qui principia consonantiarũ dici solent vt thoni ꝛ semithonia de quibus duo libri sequentes cõformiter ad hec principia lucidissime disputabunt.

¶ Primi Elementorum Musicalium Finis.



Consonantia est soni grauis acutiq; mixtura: suauiter vniformiterq; auribus incidens: ex multiplici aut superparticulari ratione profecta. Dissonantia est duorum sonorum non se natura suauiter miscentium: ad aurem perueniens aspera: iniocundaq; percussio. Tonus est consonantie principium. ex soni ad sonum sesquioctaua proportione proueniēs. Semitoniū minus quod & diesis dicitur: est toni pars: qua sesquitertia proportio duobus tonis maior est. Semitonium maius quam & vocant Apothomen: est toni reliqua pars: & qua ipse semitonium minus superat. Cōma est quo sesquioctaua proportio: duobus semitonis minoribus maior est: quod & idem est quod Apothome semitoniū minus vincit ac superat. Schisma est cōmatis dimidiū. Diaschisma est dimidiū semitonii minoris. Hemispheriū: musicū est instrumētum per quod aut neruo aut chorde vt decet suppositū: semitonia: tonos: consonantiasq; : & consonantiarū particulas: ad sensum perueſtigamus. Sonus emmelis is est quo apte vtimur in melo. Ecmelis vero is dicitur: quē melos concentusq; non admittit. Equales soni atq; similes dicuntur: qui ex eadē interualli proportione nascuntur. Numerorū atq; interuallorū pars ea maior est: que a minore numero denominatur: & minor que denominatur a maiore. Multiplex proportio maior est: quā maior denoīat numerus: & minor que denoīatur a minore. Superparticularis proportio maior est: que a maiore denoīatur parte. Minor aūt que denoīatur a minore. Tonū super datā chordā collocare.

a	c						b

Sit a b c chorda quecūq; supra quā iubeamur tonū collocare: diuido per tertiam petitionem chordam a b in nouē equas portiones: ita vt c b illarū nouenarū octo teneat ꝛ a c vnam. Dico qm̄ a b ꝛ c b tonū cōtinent: constituūtq; supra datā chordam esse tonum. Mā totū chorde spaciū a b continet spaciū c b ꝛ insuper octauā eius partē: q; a c vni illarū octauarū equa sit. igitur per diffinitionē spacium a b epogdoum: sesquioctauūq; est spacio c b. quare per primam petitionem ea erit soni totius chorde a b ad sonum c b ꝓportio. Est itaq; tonus in chorda a b qui in epogdoa sesquioctauaq; ratione consistit: collocatus.

Tonum tono & quotquot libuerit: in data chorda subiungere.

a	c	d	e								b

Sit data chorda a b in qua propositum sit tres consequentes tonos subiungere: partior per tertiam petitionem vt in precedenti factum est spacium totius chorde a b in nouem equas portiones. ꝛ in nota octaue portionis pono c: ita vt b c octauas illarum nouem partium teneat. manifestum est per precedentem a b ꝛ c b esse tonum ꝛ per eandē petitionē partior spacium c b in nouē equas portiones. ꝛ in termino octaue particule pono d: ita vt d b contineat octo earum partium quarum c b nouem continet. per precedentem c b ad d b sonat tonum: estq; iam vni tono: tonus vnus subiunctus. Rursum spacium d b consimili modo in nouē equas portiones diduco: ꝛ notam octaue sectionis littera e designo: ita vt e b octo earū partium cōtineat: quarum d b continet nouem per precedentem d b ad e b resonat tonū. Sunt igitur in data chorda a b tres continue subiuncti toni: scilz a b|c b. c b|d b. d b|e b. quod erat propositum. ꝛ hoc pacto quotquot lubet subiungere ꝙ facillimum est. Et si id sensu experiri deprehendereq; cupias post pulsum totius chorde a b suppone hemispherium chorde a b in signo c: ita vt sola perstrepat resonetq; particula c b ꝛ sensus iudicio deprehendes soni totius a b ad sonum c b esse toni interuallum. q; si hemispherium transfers ad notam d: expulsu c b ꝛ d b iterum tonum deprehendas. sed ex totius a b sono ad sonum particule d b duos tonos|duorumq; tonorum interuallum perpendet auditus. ꝛ hoc pacto sensuum iudicijs quotquot voles tonos deprehendendos committeres: ꝛ eorum mixturas tum suaues: tum inconcinnas (quas auditus tanq; offensus horret refugitq;) decernendas.

Tonorum continuatorum: minimos numeros assignare.

59049	52488	46656	41472	36864	32768	Quinq; tonorum adinuicē continuator̄ minimi numeri.
n	o	p	q	r	s	
6561	5832	5184	4608	4096		Quattuor tonor̄ adinuicē cōtinuatorum minimi numeri.
h	i	k	l	m		
729	648	576	612			Trium tonor̄ adinuicem continuatorum minimi numeri.
d	e	f	g			
81	72	64				Duorum tonorum adinuicē cōtinuatorum minimi numeri.
a	b	c				

Si duo: tres: quattuor: quinq; aut quotlibet toni sint continue in neruo cōstituti: sic eorum minimos numeros reperiemus. Qm̄ em̄ nouē ꝛ octo minimi sunt numeri toni duco nouē in se ꝛ ꝓueniat a: ꝛ nouē in

octo ꝛ proueniat b: ꝛ octo in se ꝛ proueniat c. per vicesimātertiā tertij Arithmetices inter a b ꝛ b c sunt duo sesquioctaui in minimis numeris cōiūcti: ꝛ pinde duo toni in minimis numeris cōtinuati. Et si nouē duco in a b c ꝛ octo in c ꝛ surgant d e f g. per eandem inter d e f g tres sunt in minimis numeris sesquioctaui cō stituti: quare d e f g sunt trium cōtinuatorum tonoꝝ minimi numeri. Et si ducis nouem in d e f g ꝛ octo in g ꝛ surgant h i k l m per idem quod prius h i k l m quattuor continuorū sesquioctauorū minimi sunt nūeri: quare ꝛ quattuor continuorū tonorum. Et si rursum hoc pacto ducis nouē in h i k l m ꝛ octo in m ꝛ surgant n o p q r s: ipsi erunt quinq; continuorum tonorū minimi numeri. ꝛ hoc modo quotquot tonorum voles minimos numeros reperias. Attamen in modis musicis tot continue subiungere opus non est: sed tonis semitonia subiunguntur: de quibus posterior proprius accōmodusq; expectandus est sermo.

Spacio quolibet per quotlibet equa spacia diuiso: totius ad totā proxime sectionis partem minor est proportio: cui eiusdem partis ad totam reliquam proxime sectionis partem. 4

Quo fit vt quāto tonus tono subiūgitur acutior: tāto ipsum cōtractiora contineāt spacia.

A	c	d	e	f	g	h	i	k	b

Chordam | neruū | tibiam | efflatū | aera es timulum ꝛ quidquid sonum edit in harmonicis modis (vt iā quoq; dictū est) spacium nūcupamus: in quibus analogie ratio vim | naturāq; seruat eandem. Sit ergo a b totum spacium per a c | c d | d e | e f: ꝛ reliquas nouem equas partes vt fit in interuallo toni habendo diuisū: quotquot enim alias posueris idem valuerit. dico minorē esse proportionē a b ad c b q̄ c b ad d b. Nā cū a b positū sit in nouē eqnas partes per medias notas c d e f ꝛ reliquos diuisum: c b cōtinet solū eaꝝ partiū octo: quarū a b cōtinet nouē. ergo a b continet spaciū c b ꝛ eius octauam partē. sed ꝛ cū c b octo partes partī c d equas cōtineat: ergo d b cōtinet partiū totarū solum septem. ergo c b cōtinet spacium d b ꝛ insuper eius septimā partē. At octaua pars per diffinitionē minor est parte septima: igitur iterū p diffinitionē a b ad c b proportio super particularis minor est q̄ c b ad d b vt pote que a minore parte denominetur. est enim hec a septima parte sesquiseptima proportio: illa vero ab octaua sesquioctaua. Et hāc nō modo in superparticularibus. verū ꝛ quibuslibet medietatibus demōstrat prima decimi Arithmetices vbi scilz ratio medietasq; arithmetica cōperiatur. quod ꝛ in dicta spacij diuisione ꝛ sumpta (vt propositū est) proportione: inuentum cōspiciebatur. Correlariū vero hinc cognoscatur q̄ totū per quartā petitionē ad suā partē grauiꝰ sonat: pars aūt ad suū totū acutius. Itaq; si tono a b ꝛ c b tonū subiūxeris: subiūctus erit acutior. Et qm̄ spacium c b in nouē equas partes partiretur: quarū quelibet minor erit spacio c d quod eius octaua est: nā quelibet earū est nona ꝛ a maiore numero denominata. Erit igitur ꝛ quelibet earū nouē partium minor spacio a c. equa sunt enim a c ꝛ c d. ꝛ hoc pacto de quibuslibet subiunctis acutioribus tonis esset dicendum. Manifestum est igitur vt quanto tonus tono subiungitur acutior: tanto ipsum contractiora contineant spacia.

Medio extremitatū toni spacio in duo equa diuiso: tonus minime in duo secat̄ equalia. 5

A	c	d	e	f	g	h	i	k	b
	l	m	n	o	p	q	r	s	t

Hec ꝛ sequentia intelliguntur vt tonus minime in duo equa ratione geometrica dirimatur: non autem arithmetica. nam ꝛ hic tonus toniq; interuallum in duo equa ratione arithmetica dirēptum est. Diuido ergo spacium a b vt prius in nouem equa spacia: per notas a | c | d | e | f | g | h | i | k | b: manifestū est a b ꝛ c b esse toni extremitates | tonūq; continere. Dico ergo quoniā a c medio harū extremitatū interstitio in duo equa per signum l dirempto: tonus minime in duo equa partiatur | q̄ q; sonus a b ꝛ l b equalis nō fit l b ꝛ c b. diuido enim singula reliquoꝝ octo equaliū spaciorū cōsimili modo per equalia per notas m | n | o | p | q | r | s | t: manifestū est totū spaciū a b diuisum esse in 18 equalia spacia que sunt a | l | c | m | d | n | e | o ꝛ reliqua. ergo per precedentem minor est proportio a b ꝛ l b q̄ l b ꝛ c b. Est em̄ hec sesquisexta decima: illa vero sesquiseptima decima. non est ergo tonus hoc pacto in duo equa diuisus. ꝛ soni a b l b | ꝛ l b c b per diffinitionem adinuicem inequales: qui quidem soni ecmeles sunt: musicoq; melo preparum apti.

Toni spacio hoc modo diuiso: totius medie sectionis sonus: maioris extremi toni sonū acumine: minoris vero grauitate superat. 6

A	c	d	e	f	g	h	i	k	b
	l								

Sit a b vt in precedenti iam dictum est diuisum: ita vt a b ad c b recrepet tonum. Dico quoniā sonus l b acumine superat sonum a b | q̄ q; idem sonus l b grauitate vincit c b. Nam a b totum est ꝛ l b eiꝰ pars: ergo per quartam petitionem a b grauiorem sonum edit ꝛ l b graciliorem. ꝛ per eandē quoniā l b totū est ad c b: sonus l b grauior est sono c b. Superat ergo l b maius toni extremum acumine: ꝛ minus grauitate, quod propositum erat demonstrandum.

Tonum in duo equa: certo constitutoq; numero diuidi impossibile est. 7

Nam per quintam primi huius nullum superparticulare interuallum in plura equalia dirimitur: ꝛ que proportio spaciorū interualli inter se ea quoq; est ꝛ soni ad sonum. Atqui tonus ex superparticulari nascit interuallo. nascitur enim ex epogdoa | sesquioctauaq; ratione. igitur tonꝰ minime in duo equalis dirimitur | diuiditurq; immo ꝛo neq; in plura duobus equa: vt in tria aut quattuor. Ex quo facile cognoscitur Aristoxenus musicus auriū iudicio cūcta cōmittēs perparū esse probādus. qui semitonia secus q̄ Pythagorici non arbitratur esse dimidio tono cōtractiora: sed quemadmodum semitonia dicuntur: ita quoq; ꝛ esse integra tonorum dimidia. Nec minus Martianus felix simili lapsus errore deprehenditur: qui non modo

tonum in duo equalia:sed ꝛ in tria|ꝛ quattuor dirimit atq; secat. Secat enim in primis tonum i duo equalia que idcirco hemitonia vocat. Secundo in tria ꝛ earum tertiarum quamlibet diesim tritemeriam nūcupat. Tertio in quattuor ꝛ hanc toni partem quartam:vocat diesim tetratemeriam: q; he dieses nunc tertie nunc quarte toni sunt partes. Est enim tritos tertius|tetratos quartus|ꝛ meros pars. ℙonit ꝛ tertiā dieſos acceptionem vt ea ipsa toni tertia ꝛ tertie dimidia pars dicatur. Et rursum ꝑmi modi primeq; acceptionis dieses:chromaticas vocat|secūdas vocat enarmonicas|tertias vero enarmonice diuisiōis hemiolias: partim Aristoxeno similiter:partim autem dissimiliter. Similiter quidem q; Aristoxenus toni dimidiū semitonium ponat ꝛ toni tertiam diesim chromaticā vocet sed chromatis molis:ꝛ toti quartam diesim enarmonicam. at dissimiliter q; toni quartam cum propria quarte medietate vocet diesim chromatis hemioliꝫ. Et certe vel Martianus in tertia dieſeos acceptione nouo errore lapsus putādus est:vel eūdem putasse hemitonium ꝛ diesim enarmonici hemioliꝫ idem esse. nam cum omne totum tribus suis tertiꝭ integretur:vnā ergo tertiarū ꝛ tertie medietatem totius dimidium implere necesse est. Sed cū hec se satis falsa esse probāt|ꝛ nulla sui parte cohereant: nō est cur in his diutius sermo sit protrahēdus. Sic enim qui stolidum sensus iudicium sequentes intellectum relinquunt:facile ex disciplinarum aditis se explosos sentiunt.

8 Quicunq; numerus in terminos toni ducatur: interuallum toni relinquet.

¶Nam cum tonus ꝛ toni interuallum in proportione sesquioctaua consistat:sui termini erūt nouē ac octo aut quicunq; alij qui simili sibi proportione respondeant. At cum per septimā secūdi Arithmetices:si vnus idemq; numerus duos multiplicet productorum ꝛ multiplicatorum eadem sit proportio:ergo quicunq; numerus ducetur in terminos sesquioctaue:sesquioctauā producet|relinquetq; tonū atq; toni iterualli quod est ꝓpositū. Et nō modo de sesquioctauo ꝛ toni interuallo id sentiēdū est:sed ꝛ de quolibet altero interuallo.

Omnis numerus:extremorum toni differentia constitui potest.

9 ¶Si enim tonus in minimis cōstituatur vt sunt nouem atq; octo monas differentia est:|cum nouenarius atq; octonarius sola vnitate dissentiāt. Et si ducatur binarius in nouenarium ꝛ octonarium ꝛ producant a et b per p̄cedētē a et b erūt toni extrema. At vero per nonā primi Arithmetices quod fit ex binario in nouenarium tantū est quātū quod fit ex binario in octonarium et vnitatem. sed binarius in vnitatem per cōmune proloquiū seipsum producit:igitur extremorum toni a et b binarius differētia constituitur. Et si ducatur ternarius in nouē et octo:eodem quoq; argumento ternarius extremorū toni differētia cōstituetur. Et ita quicunq; alter numerus in eosdem minimos toni terminos ducetur:idem extremorum toni differentia constituetur. Manifestum itaq; est omnem numerum extremorum toni differentiā constitui posse. Et quāq; ita est placuit tñ ℙhilolao ℙythagorico primordiū toni|primordialēq; eius differentiā ternariū constituere:qui primus cubum a primo impari numero procreat|ac gignit. q; is numerus apud ℙythagoricos maxime honorabilis fuerit. Nam cum ternarium primum quidem imparem numerū tertio duxeris:nouē cōsurgunt. que ter ducta septem supra viginti:scilz cubum a primo impari reddunt. at 27 ad 24 tono distant|toniq; claudunt interuallum:ꝛ horum differentia ternarius cōstituitur. est enim ternarius summe 24 pars octaua:que eidem adiecta summe:primū a ternario cubū rursus instaurat atq; perficit. Et idem ℙhilolaus summā septem et viginti in duas partes secuit 13 ꝛ 14 quarum hec maior|illa vero minor habetur|ꝛ hāc primordium. Apotomes facit:que est toni portio maior::illam autem facit principium dieseos: que est toni decisio minor atq; portio:et quā posterius semitoniū minus nūcupabimus. et illarum duarum partium differentiam que est vnitas facit cōmatis principium. Sed de his satis.

10 Numeri dati partem quotācunq; reperire. Quo fit vt cuiuslibet numeri pars ab ipso sit numerata: & a denominante eiusdem partis sit denominata.

272	17		506	18		136	17
c	d		g	h		m	n
17	16		18	17		17	8
a	b		e	f		k	l

¶Quāuis eñ numerorū numerantiū qui exēplares in aīa sunt:vnitas īsecabilis existat:numerox tamē numeratorum quales in phisicis sunt motuū numeri|in geometricis linearū et planox|in astrologicis tēporum|in musicis autē tonorū atq; interuallox vnitas/aut verius vnum sectionem recipit. Sit ergo a quicunq; numerus cuius vna partium denominata ab b quesita sit:resoluo a in omēs suas partes denominatas ab b:ducēdo scilz denominantē numeri a in denominantē partis b:ita vt proueniat c. manifestū est partes c simul denominatas ab b equari toti numero a. diuido igitur c p b ꝛ ꝓueniat d:dico d esse ptē petitā|et numeratā ab a. hoc est a numero denomināte a. ¶Q̄ eñ sit pars à denominata ab b que petita erat: ptz q; a in d per septimā petitionem reproducit c:quare d est pars c denominata ab b. at c equatur a. igitur ꝛ d pars est denominata ab b. Sed et q; d numeretur ab a: ptz. quia a in b ꝓducit c. ergo per ſextā petitionem c diuiso per b redibit a. sed et eodem c diuiso per b prius veniebat d. numerat igitur a semel d. et sic ꝓpositio atq; suū correlarium nota sunt. ¶Et q̄uis hec vt monstret perfacilis sit:vsus tñ eius aliquāto latētior:quē exemplaris deductio facile cuiq; reddet illustriorem. vt quesita sit verbi causa summe decem et septem pars sextadecima duco vtriusq; denominantes in se inuicē. hoc est 17 et 16 et surgent 272 sextedecime. tot enim sextasdecimas continet numerus 17 resolutus. diuido ergo 272 per 16 et proueniet 17 sextedecime: que erunt totius summe partium 272 pars sextadecima. quare et numeri 17 pars itidem sextadecima. at 17 sextedecime vnitatem continent et vnam sextamdecimam. Est itaq; vnitas et vna sextadecima: dati nūeri 17 pars sextadecima. Et si numeri decem et octo quereretur pars septimadecima duco decem et octo in decē

et septem et productum diuido per 17 et venient 18 septimedecime: que vnum complent integrum|vnam septimamdecimam. Est ergo vnitas et vna vnitatis septimadecima date summe decē et octo pars vna septimadecima. Si vero summe decē et septē volo partem octauam reperire: duco 17 in octo et quod productum fuerit diuido per octo et prouenient 17 octaue que duas vnitates et vnam octauā efficiunt. erunt ergo duo et octaua vnius totius summe decem et septem pars octaua. quod querebatur. Et ita in quibuslibz sequiuis valeat exercitare: habent tamen que particulari|exemplariqz demonstratione sunt ostensa: ad sequentia pondus ac momentum.

Si duo inequales numeri ad eundem minorem comparentur: maioris ad ipsum maior est proportio: & minoris minor. II

9	8	7
a	b	c

¶ Ut sint a b duo inequales numeri quorū a sit maior|et b minor: qui cōparentur ad eundē minorē c. dico a ad c maiorē esse proportionē q̄ b ad c. Nā cū per octauā petitionē extremoꝝ a ad c ꝓportio composita sit ex proportionibus a ad b et b ad c vt suis partibus: ergo proportio b ad c pars est ꝓportionis a ad c et proportio a ad c totum. et cum per vltimum cōmune proloquium: omne totum maius sit sua parte: igitur proportio a ad c maior est proportione b ad c. et ita de quibuslibet alijs simili argumento est agendum.

Sesquisextadecima proportio: integrum toni dimidium superat. I2

a c	d	e	f	g	h	i	k	b
l	m	n	o	p	q	r	s	t

¶ Quinta huius mōstrauit medio extremoꝝ toni spacio in duo equa diuiso: tonū minime in duo equa|geometrice partiri: et sectionē hinc et inde altrinsecꝰ sesquiseptimādecimā|et sesquisextādecimā retinere ꝓportionē. Hec vero ostēdit sesquisextādecimā ꝓportionē que illic ex parte intēsionis acuminisqz relinquitur: hemitonio: integroqz toni dimidio esse maiorem. et sequens monstrabit sesquiseptimamdecimam ex grauiori parte sumptam: eodem toni dimidio esse minorem. Sit ergo in quinta huius spacium a b in decem et octo equas partes per a c d e f et reliquas notas diuisum. ita vt a b earum partium cōtineat decem et octo|et c b sedecim|et l b decem et septē. manifestum est a b et c b vt prius visum est esse tonum: et l b 17 ad c b 16 esse sesquisextamdecimā quā habitudinem dico esse integro semitonnio maiorem. quoniam enim per decimam huius vnitas et sextadecima vnius: est summe decem et septem pars sextadecima. que si eidē summe adiiciatur fient decem et octo|et sextadecima vnius. at octo decem et sextadecima vnius ad decem et septē per diffinitionem est sesquisextadecima. Sunt ergo decem et octo et sextadecima vnius ad decē et septem et decem et septem ad sexdecim due coniuncte sesquisextedecime. sed decem et octo et sextadecima vnius: per precedentē maior est sesquioctaua ad sedecim. Nā decē et octo ad sedecim vt prius visum est: sesquioctaua est. igitur sesquisextadecima bis aucta tonum|tonicqz interuallum transcendit. quare per nonum proloquium sesquisextadecima proportio integrum toni dimidium superat. quidquid enim bis auctum transcendit aliquid: id vltra eius dimidium esse necesse est. Ex quo valentiore iure cognoscitur sesquiquintamdecimam et omnem proportionem sesquisextadecima maiorem: integrum toni dimidium superare.

Sesquiseptimadecima: minor est integro toni dimidio. I5

19 1	19 1	18	17	a ad b sesquidecimāseptimam proportionem conti-
d 8	c 17	a	b	net: que integro toni dimidio contractior est.

¶ Sint a decem et octo interualli partes et b decem et septem|c decem et nouē et vna septimadecima|vero decem et nouem et vna octaua. per decimam huius a ad b est sesquiseptimadecima. et c ad a similr sesquiseptimadecima. sunt ergo c ad b due sesquiseptimedecime adinuicem coniuncte. sed et per eandem d ad b sesquioctaua est atqz tonus. d enim continet b et eius partem octauam. ad d ad b proportio maior est proportione c ad b. nam vnius pars octaua maior est vna septimadecima. ergo sesquiseptimadecima proportio per decimum proloquium minor est integro semitonio. quod enim duplatū non implet integrum: neqz id quod continet dimidium. Est ergo notum sesquiseptimamdecimam proportionem integro toni dimidio esse minorem.

Integram toni medietatem: inter sesquisextamdecimam & sesquiseptimamdecimam proportionem cadere necesse est. I4

¶ Nam per duodecimam sesquisextadecima maior est toni dimidio: et per decimamtertiam sesquiseptimadecima minor est eodem toni dimidio. at per cōmunem scientiam inter maius atqz minus dimidio: ipsum dimidium consistere necesse est. ergo integrū toni dimidiū inter sesquisextamdecimam et sesquiseptimādecimam cadere necesse est. Sed id in noto|integroqz numero nullo pacto vt septima huius monstrauit fieri continget: vt neqz in geometricis diameter quadrati: eius coste certo|constitutoqz numero commensurari potest. Sed hoc vltimum ex altero loco requirendum est.

Semitonium minus: duobus tonis in chorda subiungere. I5

A	c	d	e			b

¶ Intelligitur semitonium subiungi quando ex acutiori parte duobus quidem tonis ad grauiorem partē relictis ipsum semitonium collocatur. preiungi vero quādo ipsum ex parte remissiori duobus tonis adhibetur. Cōtinuo ergo per secūdā huius duos tonos in chorda a b per notas a c d b. Sitq; a b c b: primus. ⁊ secūdus sit c b d b qui quia per diffinitionē in sesquioctaua proportione cōsistunt: ⁊ per decimāseptimā primi huiꝰ due sesquioctaue minores sunt sesquitertia proportione. Erit ergo a b ⁊ d b minus sesquitertio. Diuido ergo a b in quattuor partes equas: ⁊ initium tertie sectionis facio notam e. ita vt c b tres earum quartarū cōtineat: per diffinitionē igitur a b ad c b sesquitertia proportio est. sed sesquitertia ꝓportio a b ⁊ e b superat duos tonos a b ⁊ d b in proportione d b ⁊ e b. Est igitur d b ⁊ e b per descriptionem semitoniū minus duobus tonis: vt propositum erat subiunctum.

16 Semitonium minus: duobus tonis preponere.

A	e	d	c							b

¶ Facio a b ad c b sesquitertium interuallum ⁊ diuido c b in octo equas partes ⁊ supra c versus a: facio d c vni earum octo partium equā: ita vt d b earū partium nouē cōtineat. ⁊ per diffinitionē d b ⁊ c b vnum cōstituunt tonum. Similiter diuido d b in octo equas partes: ⁊ vnā earū adiūgo supra d per notam e. quare iterum e b ⁊ d b erit tonus. suntq; duo toni e b ⁊ c b. sed a b ⁊ c b sesquitertia proportio: maior est duobꝰ illis tonis in proportione a b ⁊ e b. Est igitur per diffinitionem a b ⁊ e b semitonium minus. quod cum sit duobus tonis prepositum: quoniā ex parte remissa illis adiunctum. factum est propositum.

17 Duobus tonis: diesim semitoniumq; minus interponere.

A	d	e	c	b

¶ Idem diesim atq; semitonium minus hic (vt iam quoq; dictum est) intelligimus. Sit ergo a b ⁊ c b vt in precedenti sesquitertia proportio in tota chorda a b. ab a: c versus: intēdo tonum per notam d. ⁊ ab c versus a remitto tonū vt in precedēti factū est per notam e: ita vt a b ⁊ d b sit tonus: ⁊ similiter e b ⁊ c b tonus. manifestum a b ⁊ c b sesquitertiā proportionem superare duos illos tonos in media proportione d b ⁊ e b. Est igitur per diffinitionem d b ⁊ e b semitonium minus duobus tonis interceptum ⁊ propositum.

18 Semitonii minoris minimos numeros reperire: & quomodolibet semitonium minus in chorda vna aut pluribus collocare.

324	288	256	243
f	g	h	k
81	72	64	
c	d	e	
9	8		
a	b		
4	3		
l	m		

¶ Sit a nouenarius ⁊ b octonarius minimi numeri toni. duco a in se | ⁊ | a in b | ⁊ b in se | ⁊ consurgāt numeri c d e. inter quos per sextam quarti Arithmetices erunt duo sesquioctaui | quoq; toni in minimis cōtinuati. Sit preterea l quaternarius ⁊ m ternarius. duco l in c d e ⁊ prodeant f g h: inter quos per septimā secūdi Arithmetices similiter cōiuncti sunt duo sesquioctaui | ⁊ proinde duo toni. Duco preterea itidē m in c ⁊ proueniat k per octauā secūdi Arithmetices f ad k est proportio sesquitertia que per 17 primi huiꝰ minor est f h ⁊ differētia est h k. dico ergo h k esse minimos numeros semitonij minoris. q eñ sint nūeri semitonij minoris per diffinitionē notum est. sed q minimi: id iam declarandū est. Nam quia c e sunt in sua proportione minimi: per decimāoctauā tertij Arithmetices sunt cōtra se primi. ⁊ quia etiā l ⁊ a quaternarius ⁊ nouenarius sunt contra se primi. ergo per vndecimā tertij Arithmetices l est primus ad c. ⁊ per decimā eiusdē h qui nascitur ex l ⁊ e primis eidē nūero c: erit primus ad c. Rursus m ⁊ b ternarius atq; octonarius sunt adinuicē primi. ergo per vndecimā tertij ⁊ m primus est ad e ꝛ ⁊ cū l | m quaternarius ⁊ ternarius sint et iam primi: ergo per decimam eiusdem m etiam primus est ad h. Cum ergo c ⁊ m monstrati sunt primi ad h: ergo per eandem decimam tertij numerus k ex c ⁊ m productus: primus est ad h. Sunt itaq; h ⁊ k semitonij minoris numeri adinuicē primi: quare per vicesimamtertij Arithmetices in sua proportione minimi. quod est propositū quo ad hoc. Et data quacūq; chorda si eā diuides secūdū numerū h ⁊ earū partiū accipias scōm numerum k numeros scilz semitonij minoris vbilibet in eadē chorda constitutum erit semitonij minoris interuallum. In diuersis aūt facillime idem feceris: si eas chordas equales equaliter tēsas vnisonasq; posueris | ⁊ partiaris earum quācūq; voles secundū h quarū partium alterius acceperis secundum k erit tum in pluribus chordis semitonij minoris constitutum interuallum. quod est totum propositum.

19 Semitonium minus in minore q̄ sesquiseptimadecima sit: proportione consistit. Quo fit vt regula semitonii sumēdi: non sit differentiā extremorū toni in duo equa partiendo.

324	288	257	5	256	243
f	g	l	17	h	k

¶Sint vt in precedenti h k minimi numeri semitonij minoris vt ducenta quinquaginta sex/& ducēta quadraginta tria. Capio per decimam huius:septimamdecimam partem numeri k ducentorū scilz quadraginta triū:eritq; quattuordecim & quinq; septimedecime. Addo itaq; quattuordecim & 5 septimasdecimas ad k & fiat l numerus 257 & 5 septimedecime. Erit ergo numerus l ad k sesquiseptimusdecimus. at l ducentas quinquaginta septem & quinq; septimedecime transcendit h qui solum est ducentorum quinquaginta sex. Consistet itaq; semitonium minus per vndecimam huius in minore proportione q̄ sit proportio sesquiseptimadecima. quare & a fortiore in minore consistit proportione q̄ sit sesquisextadecima. Corrolarium hinc notum est. Nam hoc pacto partiendo extremorum toni spacium:ex quinta huius cognoscuntur sesquisextadecima atq; sesquiseptimadecima altrinsecus constituti:quarum vtraq; presens mōstrauit semitonij minoris habitudinem esse minorem.

Sesquioctauadecima proportio:semitonio minore rursus maior euadit. 20

256	1	256	243
c	2	a	b

¶Sint a b minimi numeri semitonij minoris per decimamoctauam huius reperti scilicet ducenta quinquaginta sex|& ducenta quadraginta tria. capio per decimam huius octauam decimam partem numeri b: quam reperio esse tredecim & semis:quam quidem addo numero b|fiatq; aggregatus c. tunc c ad b sesquioctauadecima proportio est. at c. maior numerus est a. nam a duntaxat continet ducēta quinquaginta sex: c vero equalium partium totidem & insuper semissem vnius. est igitur sesquioctauadecima proportio semitonio minore maior.

Sesquinonadecima:est semitonio minore minor. Quo fit vt semitonium minus inter sesquioctauamdecimam & sesquinonamdecimam consistat collocatum. 21

256	255	15	243
a	c	19	b

¶Sint vt prius minimi termini semitonij minoris a & b: dico sesquinonamdecimam proportionem minorem esse proportione a ad b. capio enim per decimam huius:nonamdecimam partem numeri b:quā inuenio esse duodecim & quindecim nonasdecimas. quam partem adiicio numero b & fiat c. proportio c ad b est sesquinonadecima. sed a maius est q̄ c. igitur per vndecimam huius maius est semitonium minus sesquinonadecima proportione|atq; sesquinonadecima proportio semitonio minore minor. Corrolarium vero vt decimaquarta huius notum esse potest.

Semitonium maius:in data chorda constituere. 22

a									b

¶Sit a b & c b semitonij minoris interuallum. Diuido c b in octo partes equas: quibus equam facio partem c d. ita vt d b nouem contineat. ergo d b & c b erit tonus. demo igitur a tono d b & c b semitonium minus scilz a b & c b|relinqueturq; d b & a b toni reliqua pars & qua ipse semitonij minus superat. igitur per diffinitionem d b & a b semitonium maius est in data chorda (vt propositum erat) constitutum. & quemadmodum semitonium maius collocasti ad partem grauiorem: ita quoq; ad partem acuminis collocare facillimum esset.

Semitonii maioris:minimos numeros rē perire. 23

2187	2048		1944
e	d		c
	256		243
	a		b
		8	
		f	

¶Sint a b minimi numeri semitonij minoris ex decimaoctaua huius reperti et f octonarius. quoniam ex demonstratione decimeoctaue huius f octonarius primus est ad b. ergo f non numerat b. non habet igitur b octauam partem. duco igitur f in b et in a consurgant c d: per septimam secundi elementorum Arithmetices d ad c vt a ad b. est igitur inter d c semitonium minus|semitonijq; minoris interuallum. et quia c habet partem octauam vt b: addo eidem numero c partem octauā eius b: & coaceruatus fiat e. cōtinet igitur e numerum c|et partem eiusdē octauam. quare e c tonus. & quia tonus e c superat semitonium min⁹ d c

interuallo e d: ergo e d sunt numeri semitonij maioris. Qd autem ijdem sint minimi facile ex decimaquita tertij Arithmetices cognoscas distrahendo d ab e ⁊ quod reliquũ fuerit iterũ quoties potes distrahendo ab d. ⁊ hoc pacto deinceps ⁊ videbis ad vltimum relictam vnitatẽ | eritq; modo qui ad latus apparet distractio. quare per eandem decimamquintam d ⁊ e sunt adinuicem primi. Sunt igitur per vicesimam eiusdem in sua proportione minimi: quod est propositum.

2187
2048
136
102
37
28
9
1

24 Semitonii maioris habitudo: sesquiquintamdecimam superat proportionem.

2187	2184 8	2048	136 8	
A	c 15	b	d 15	

¶ Sint a b minimi termini habitudinis semitonij maioris per precedentem reperti: dico habitudinem a ad b maiorem esse sesquiquintadecima. Sumo enim vt in precedẽtibus iam sepe factum est per decimã huius quintamdecimam partem numeri b ⁊ hec inuenitur centũ trigintasex et octo quintedecime vnius que sit d adijcio ergo d ab b ⁊ fiat c: certum est c ad b esse sesquiquintamdecimam. at c minor numerus est q̃ a. Est enim a numerus duum milium centũ octuaginta septẽ. c autem solum duũ miliũ centũ octuagintaquattuor ⁊ fere semis paulo amplius. Est igitur per vndecimam huius semitonij maioris habitudo sesquiquintadecima proportione maior eamq; superans quod est propositum.

15 Apotomes interuallum: minus est sesquiquartodecimo interuallo. Vnde manifestum est semitonii maioris proportionem inter sesquiquintamdecimam & sesquiquartamdecimam reperiri collocatam.

2194 4	2187	2048	146 4	
c 14	A	b	d 14	

¶ Apotomen ⁊ semitonium maius: idem esse iam diximus. Sint ergo a b minimi numeri semitonij maioris vt duo milia centum ⁊ octuagintaseptem ⁊ duo milia quadragintaocto. Sumo per decimã huius quartam decimam partem b scilz duum milium ⁊ quadragintaocto quã inuenio esse centum quadragintasex ⁊ quattuor quartedecime que sit d, addo eam quartamdecimam ad b: ⁊ fiat numerus aggregatus c. tunc numeri c ad b sesquiquartadecima proportio est. at c maior numerus est a siquidem duo milia quadragintaocto ⁊ centum quadragintasex ⁊ quattuor quartedecime summã simul attollant c: duũ milium centũ nonagintaquattuor: ⁊ fere quartam vnius. ⁊ a solum summa sit duum milium centum octuagintaseptem. constat ergo sesquiquartamdecimam proportionem maiorem esse semitonio maiore: atq; propositum. Correlarium vt precedentium notum est.

26 Semitonium minus atq; semitonium maius in superparticulari proportione non cadunt: sed ea in superpatiente ratione consistere necesse est.

¶ Nam semitonium minus per correlarium vicesimeprime huius cadit inter sesquioctauamdecimam et sesquinonamdecimam. atqui inter sesquioctauamdecimam ⁊ sesquinonamdecimam nulla cadere valet intercepta mediaq; superparticularis habitudo, sunt enim ille superparticulares proxime maior atq; minor igitur semitonium minus in superparticulari ratione non consistit. neq; per idem semitonium maius. Nam per correlarium precedentis cadit in aliqua proportione media inter sesquiquintamdecimã ⁊ sesquiquartamdecimam duas proximas superparticulares: que superparticularem mediam nullam admittunt non igitur semitonium maius cadit in superparticulari ratione: sed ⁊ cum rationes semitonij minoris atq; maioris multis superparticularibus vt iam visum est sint minores: erunt etiam minores ratione duplari que multiplicium minima est: vt que a minimo numero denominetur. nullus em̃ numerus binario minor. non est ergo semitonij minoris habitudo multiplex similiter neq; semitonij maioris. relinquitur igitur a sufficienti diuisione cum ille sint inter maiorem terminum ⁊ minorem: eas esse in superpatienti genere. quod est propositũ. ¶ Id tamen propter sophistas aduertere licet q̃ tonus ⁊ sue partes consonantie ⁊ consonantiarum partes intense: semper in superparticulari: superpatienti aut multiplici habitudine cadunt: remisse vero in subsuperparticulari subsuperpatienti aut submultiplici. At vero ⁊ si ita sit: solemus tamen eas omnes dicere esse in superparticulare habitudine superpatienti: aut multiplici idem superparticulare et subsuperparticulare reputantes ⁊ pro vno computantes. similiter superpatiens ⁊ subsuperpatiens: ⁊ multiplex ⁊ submultiplex.

27 Musicum comma in chorda reperire.

A	f	g	c b
256		243	
d		e	

¶ Sit a b chorda supra quam sit propositum reperire musicum comma: in qua a b ⁊ c b sit sesquioctaua proportio atq; tonus. Sint preterea d e minimi termini semitonij minoris. Diuido spacium a b in partes equales secundum d: ex quarum numero ab ipso b versus a: capio secundum numerum e ⁊ in termino earum pono notam f. tunc que proportio d ad e: ea erit a b ad f b. quare a b ad f b semitonium minus. Rursum c b spacium seco in equas partes secũdum numerum e ⁊ earum partium ab ipso b versus a metiẽdo: sumo secundum numerum d: et in earum termino pono notam g. manifestum etiam est g b et c b esse semi-

tonium minus. sed τ cum a b τ f b probatum sit etiam semitonium minus. ergo intervallū f b τ g b est quo sesquioctaua proportio a b τ c b: maior est duobus semitonijs minoribus. est igitur per diffinitionem f b τ g b inuentum musicum cōma: quod erat monstrandum.

Comma: in minimis numeris constituere. 28

531441	524288		497664	472392
k	g		h	i
	65539		62208	39049
	c		d	e
	256		243	
	A		b	
		g		
531441		f		
524288				
7153				
2119				
796				
527				
269				
258				
11				
5				
1				

¶ Sint a b minimi numeri semitonij minoris. duco a in se τ in b | τ b in se τ exurgant c d e: eruntq; c d τ d e duo semitonia minora coniuncta. Sit preterea f octonarius qui ex decimaoctaua huius est primus ad b. quare per vndecimam tertij Arithmetices τ primus ad e. non habet igitur e octauam. duco ergo f octonarium in c d e: τ proueniāt g h i: vt scilicet oriatur ex f in e. certum est etiā inter g h τ h i esse duo semitonia minora. et quia e est octaua pars i addo e et i simul: sitq; eorum aggregatus k. dubium nullum est k ad i esse sesquioctauam: et k g esse proportionem qua sesquioctaua maior est g h et h i duobus semitonijs minoribus. Sunt igitur k g numeri commatis. sed q̄ sint minimi ex decimaquinta tertij Arithmetices notum est. Nam substracto vt ea ipsa docet g ab k | et eo quod relictum est substracto quoadpotest ab g. et sic deinceps tandem vt ad latus adiectum apparet: relinquitur vnitas. Et quemadmodum comma duabus diesibus est propositum: ita quoq; ꝙfacillimum est comma duabus diesibus subiungere: aut duabus interserere.

Sesquiseptuagesimaquarta: commatis proportione transcenditur. 29

531441	531372	72	524288	7084	72	
A	d	74	b	c	74	

¶ Sint enim a b minimi numeri commatis per precedentem reperti. elicio per decimam huius septuagesimamquartā b que sit c. adiūcio itaq; b τ c simul: τ coalescat aggregeturq; numerus d. qui si ad b conferatur comperitur sesquiseptuagesimus quartus. atqui idem d minor a esse deprehenditur. superat ergo per vndecimam huius ratio cōmatis septuagesimamquartam proportionem.

Commatis ratio: sesquiseptuagesimatertia proportione minor est. vnde fit vt commatis ratio inter septuagesimamquartam & septuagesimamtertiam constituta reperiatur habitudinem. 30

531470	2	521441	524288	7182	2	
d	73	A	b	c	73	

¶ Sint a b vt prius minimi numeri commatis. capio septuagesimātertiā partē b que sit c. iūgo b τ c simul τ aggregetur d. eritq; d ad b sesquiseptuagesimustertius. τ d maior esse cōspicitur. ergo commatis ratio sesquiseptuagesimatertia proportione minor est: quod erat monstrandum. ¶ Correlarium vt alia notum est.

Commatis ratio: in superpatiente ratione consistit. 31

¶ Non enim in superparticulari cōsistet quādoquidē due superparticulares proxime sesquiseptuagesima quarta τ sesquiseptuagesimatertia: omnem prorsus mediam excludant superparticularē. τ tāto minus in genere multiplici consistere valebit. vt que septuaginta duas superparticulares habeat se maiores. relinquit ergo vt ea in superpatiente genere consistere possit est enim ea maioris τ minoris habitudo.

Rationes schismatis atq; diaschismatis sunt ignote: atq; irrationales. quo fit vt quarum minimi numeri tetragonicum latus non habeant: medietatum rationes ignote irrationalesq; sint omnes. 32

256	243				
A	b	c	d	e	
531441	524288				

¶ Eas rationes ignotas atq; irrationales dicimus que nullo certo constitutoq; numero designari valent vnq̄: vt neq; in geometricis diametri et coste quadrati proportio: quales schismatum diaschismatumq;

proportiones esse dicimus. Sint ergo primo a b minimi numeri semitonij minoris: per decimamoctauam huius inuenti: b enim vt illic quoq; monstratum est nascitur ex nouenario in se τ ternario in productū nouenarij in se. at numerus qui ex ductu nouenarij in se exurgebat: erat quadratus τ ternarij nō est quadratus: ergo per decimamquartam sexti Arithmetices b minus semitonij minoris extremum ex ductu quidē non quadrati in quadratum proueniens non est numer⁹ quadratus. Si possibile est ergo vt diaschisma tos proportio in numeris sit nota: sint ergo per sextam quarti Arithmetices duo diaschismata in minimis c d e coniuncta. manifestū enim est cum diaschisma sit semitonij minoris dimidium c d τ d e simul esse semitonium minus. τ c ad e esse semitonij minoris interuallum. sed τ cum proportiones c d τ d e sint continuate in minimis ergo per quintam quarti Arithmetices c e sunt in sua proportione minimi. Sunt ergo minimi in proportione semitonij minoris. sed τ tales positi sunt a τ b: igitur c τ e ijdem erunt numeri cum a τ b scilz c idem a τ e idem b. Preterea quia que proportio c ad d ea est d ad e: ergo per primam sexti Arithmetices c numerus est quadratus τ e numerus quadratus: quare τ b idem numero e etiā quadratus. at b demonstratus est non quadratus. Erit itaq; idem numerus quadratus τ non quadratus: qđ est impossibile. non igitur diaschisma note proportionis habebitur. et idem de proportione schismatos monstrabitur. Sint enim a b subter designati minimi numeri commatis: quia per vicesimamoctauam huius b minor proportionis commatis terminus fit ex ductu octonarij in quadratum lateris ducentorum quinquagintasex. et octonarius non est quadratus: ergo per decimamquartam sexti Arithmetices b minor terminus commatis non est quadratus. non igitur simili vt prioris partis demōstratione a b certis designatisq; numeris potest equis ꝓportionibus deduci. Est igitur schismatos eius scilz medietatis ratio ignota: atq; irrationalis. Corrolarium ex modo demonstrationis notum est.

33 Tonus: duobus semitonijs minoribus & commate constat.

CNam ratio sesquioctaua duobus semitonijs minoribus atq; vno commate constat. Superat enim duas dieses duoq; semitonia minora vno commate: at tonus in eadem ratione consistit. constat igitur tonus ex duobus semitonijs minoribus τ commate.

34 Tonus a duobus semitonijs minoribus: vno commate distat.

CNam subtracto a sesquioctaua proportione vno commate relinquūtur duo semitonia minora: igitur et eodem commate a tono diducto due dieses τ duo semitonia minora relinquuntur. distat ergo tonus a duobus semitonijs minoribus vno commate.

35 Semitonium minus tribus commatis maius est: minus vero quattuor. Vnde manifestū est apotomen plura quattuor & pauciora quinq; continere cōmata.

r	2775319952323583016215307479941 12
q	3281283894436935112572857762317 61
p	2636000619524018023603123896975536
o	217839617963295062674636 8
n	215369396307555776631074 7
m	206789543098796485273190 4
l	17098 604835 172352
k	16677181699666569
h	1623129552713625 6
g	134217728
f	12914 01 63
e	12740 1984
d	524288
c	53141 41
b	243
A	256

CNon est greca curiositas calculi labore deterrita quo minus quot commata in diesi quot in apotome quot deniq; in tono sint: peruestigare. quod nisi a prioribus tentatum cognouissem cum id quoq; plus laboris q̄ (vt mihi visum est) in musicis modulationibus vsus | vtilitatisq; afferat: missum feciss̄em. qui tamen id cognoscere desiderauerint hoc pacto deprehendent. Sint a b minimi numeri semitonij minoris τ c d minimi commatis: per decimamseptimā τ decimamoctauā huius reperti: duco b in c d τ proueniant e f τ a in c τ veniat g: per septimam secundi Arithmetices f ad c est commatis habitudo | et per octauam eiusdem g ad e habitudo dieseos | semitonijq; minoris. Deinde duco e in e τ f in f et e in g et nascantur h k l: per sextam quarti Arithmetices perq; facile cognosci potest k h continet duo commata. et per

ſeptimam ſecundi eiuſdem l ad h eſſe ſemitonium minus. Deinde duco d in h: τ c in k: et d in l: et eo ordine veniant m n o: per eandem ſextam quarti cognitu facillimum eſt n m continere tria commata. et per ſeptimam ſecundi: o m continere ſemitonium minus. at n numerus cognoſcitur eſſe minor. ergo o ad m ſemitonium minus tria vincit | exſuperatq; commata. Deinde duco h in h τ k in k τ h in l. τ ſuo ordine exſurgant: oriantur q p q r. manifeſtum eſt per idem quod prius q p continere quattuor commata τ r p continere ſemitonium minus. at numerus r minor eſt numero q. igitur quattuor commata amplius ſunt ſemitonio minore. Correlarium autem hinc notum eſt q ſemitonium maius ſolo cōmate ſuperat ſemitonium minus. atqui ſemitonium minus plura tribus τ pauciora quattuor vt modo viſum eſt continet commata. igitur vnico ſuperadiecto commate ſemitonū maius quod vocant apotomē: plura quattuor τ pauciora quiq; continere eſt neceſſe.

Tonum: plura ſeptem continere commata neceſſe eſt. 36

¶ Nam tonus ex ſemitonio minore τ apotome coaleſcit atq; conſtituitur. at ſemitonium minus per penultimam tria continet commata τ amplius: et per precedentem apotome quattuor τ amplius tria autē et quattuor τ amplius: ſeptem ſunt τ amplius. igitur tonus plura q̄ ſeptem continet cōmata.

¶ Secundi Elementorum Muſicalium Finis.



Eſquitonus: eſt qui tonum ac ſemitonium minus continet, quem & trihemitonium: triſemitonium q̄: inferius dicemus,

Ditonus eſt qui duos complectitur tonos.

Tritonus vero qui tres.

Conſonantie ſimplices ſunt: diateſſaron: diapente & diapaſon.

Compoſite vero: diapaſon diapente: bis diapaſon.

Diateſſaron eſt conſonantia: que ex interualli ſeſquitertia ratione naſcitur.

Diapente: que naſcitur ex ſeſqualtera.

Diapaſon vero: que ex dupla.

Diapaſon diapente: eſt quam adinuicem iuncte conſtituunt diapaſon ac diapente conſonantie.

Bis diapaſon: eſt quam coniungunt due diapaſon conſonantie.

¶ Nec altius aſcendunt ꝙ Pythagorici q altius aſcendentibus voces quoquo pacto illis ſtridule viſe ſint τ q vnicuiq; ferme ſue vocis modum: limiteſq; ad conſonantiā bis diapaſon natura fecerit | q q; habita contemplatione muſica aduſq; conſonantiam bis diapaſon: reliquam vt habeatur q̄ facillimam putauerunt vt qui ad ter atq; quater diapaſon muſicos modulos aptare voluerint: τ hac quoq; de cauſa muſici ferme omnes in definienda: determinandaq; atq; tradenda diſciplina muſica limites Pythagore non tranſcendunt putantes eius limitibus contenti: τ priſcam | veterem q; autoritatem ſecuti ſufficienter determinaſſe. quod τ nos in hoc opere tentabimus imitari.

Seſquitonus inter ſeſquiquintam atq; ſeſquiſextam collocatus eſt. Vnde fit vt etſi ſeſquitonus iocunde: ſuauiterq; auditum feriat: nondū tamen conſonantia ponendus ſit. 1

291 3	288	283 3	256	243	48 5	40 3
d 5	A	e 6	b	c	f 5	g 6

¶ Sit ergo a ducenta octuagintaocto: b vero ducenta quinquagintaſex: τ c ducenta quadragintatria. per decimamoctauam ſecundi huius manifeſtum eſt a ad b eſſe tonum | τ b ad c eſſe ſemitonium minus. quare a ad c per diffinitionem erit ſeſquitonus. quem dico in proportione minore cōſiſtere q̄ ſit ſeſquiquinta | τ maiore ſeſquiſexta. Nam capio per decimam ſecundi huius quintam partem c τ veniet numerus 48 τ tres quinte qui ſit f. Addo igitur f ad c τ aggregatus fiat d: qui maior inuenitur q̄ a. igitur per vndecimā ſecundi huius d ad c proportio maior eſt q̄ a ad c. At vero d ad c ſeſquiquinta eſt, eſt itaq; ſeſquitonus in proportione minore conſtitutus q̄ ſit ſeſquiquinta proportio. Capio deniq; per eandē decimā ſecundi ſextā partē c τ veniet mihi numerus 40 τ ſemis qui ſit g. aggregatus igitur g ad numerū c reſtituat numerū e: certū eſt numerū e minorē eſſe q̄ a. quare vt prius a ad c ſeſquitonus maior eſt q̄ e ad c: qui in ſeſquiſexta proportione conſtituitur. quod eſt propoſitum. Correlarium enim cognoſcitur. τ primum q ſeſquitonus ſuauiter feriat auditum: cuiuſlibet muſicis modulationibus intenti fidē facit ſenſus. q vero nondū conſonantia ſit: idcirco euenit q ſeſquitonus in ſuperparticulari ratione non conſiſtit: quādoquidem inter ſeſquiquintam τ ſeſquiſextam proximas ſuperparticulares nulla cadit interſtes: mediaq; ſuperparticularis habitudo. neq; quidē eſt in multiplici genere: qm̄ per vndecimā primi huius dupla proportio que multiplicium minima eſt: ex ſeſqualtera τ ſeſquitertia proportione maximis quidē ſuperparticularibus: exurgit atq; naſcitur. cōſonantia autem oīs per diffinitionē in ſuperparticulari aut multiplici ratione conſiſtit. eſt ergo totum propoſitum notum.

2 Itidem ditonus inter sesquitertiam atq; sesquiquartam medius: minime musicam complet atq; perficit harmoniam.

85	1		81		80		72		64		21	1		16	
D	3		A		E		B		C		F	3		G	

¶ Harmoniam ꝛ consonantiam idem dicimus ꝛ huius vt precedentis procedit demonstratio. Sint ergo a b c duo toni in minimis cõstituti. vt 81|72|64. dico ditoniũ a ad c cõsistere in proportione minore sesquitertia: ꝛ maiore sesquiquarta ꝛ musicam consonantiam haud quaq; perficere. Capio enim tertiam partẽ c per decimam secundi huius vt sepe factum est. ꝛ venit vnum ꝛ viginti cum triente vnius: qui numerus sit f. addo itaq; f 21 ꝛ trientem ad numerum c 64. et aggregatus est 85 cum tertia parte vnius: qui idem sit d: manifestum est d ad c esse sesquitertium. at d maior est a: cõtinet enim a duntaxat vnum ꝛ octuaginta: d vero octuaginta quinq; ꝛ amplius. Est ergo sesquitertia proportio ditono maior. Et rursum capio quartam partem c que sit g: quam addo ad c ꝛ surgate: qui erit ad c sesquiquartus. at a maior est e. igitur per vndecimam secundi huius: ditonus sesquiquartum transcendit. et cum inter sesquitertium et sesquiquartum nullus cadat superparticularis medius neq; multiplex: erit ergo ditonus in proportione superpatienti collocatus. quare musicam consonantiam (et si in musicis modulationibus sit euphonus suauiterq; auditum feriens) nondum tamen perficit.

3 Ditoni interuallum: sola sesquitonum superat apotome.

¶ Nam sesquitonus vnum tonum continet integrum: ꝛ secundi toni continet semitonium minus: sed cum tonus ex semitonio minore ꝛ apotome constet euadatq; coalitus. ergo sesquitono ad secundi toni complectionem sola deest apotome. at ditonus solos duos incolumes integrosq; possidet tonos. ergo ditoni interuallum sola apotome: soloq; semitonio maiore: sesquitoni superat interuallum. quod est propositum.

4 Diatessaron consonantiam in data chorda collocare.

4		3							
A		c		d		e		b	

¶ Cum enim epitrita sesquitertiaq; proportio: consonantiam diatessaron creet: idcirco data quacunq; chorda vt a b eam in quattuor equas portiones diuido. vt a c: c d: d e: ꝛ e b. et dico a b ad c b consonare diatessaron. Nam a b continet c b ꝛ insuper a c que tertie parti c b equatur. est ergo interuallum a b sesquitertium ad c b. ergo a b ad c b per diffinitionem consonat diatessaron: ꝛ consonantia diatessaron in chorda a b data: collocata. quod est propositum.

5 Tritonus: consonantiam diatessaron transcendit.

¶ Nam per decimamoctauam primi tres sesquioctaue proportiones amplius sunt sesquitertio interuallo. atqui in tribus sesquioctauis: per diffinitionem tres consistunt toni. igitur in tribus sesquioctauis consistit tritonus. ꝛ in epitrito: sesquitertioq; interuallo consistit consonantia diatessaron. igitur consonantiam diatessaron transcendit vt proponebatur: tritonus.

6 Consonantiam diatessaron: duobus tonis atq; semitonio minore constare necesse est. Vnde facile comparatum est sesquitonum tono: & ditonum semitonio minore citra diatessaron concentum deficere. Compertum item est consonantiam diatessaron quinq; dieses & duo commata continere.

Diatessaron consonantia.				
A	c		b	

¶ Sit a b ꝛ c b consonantia diatessaron. dico eam duobus tonis ꝛ semitonio minore constare. Nam cum a b ꝛ c b sit diatessaron: erit a b ꝛ c b per conuersionem diffinitionis sesquitertius. at cum semitonium minus per diffinitionem sit id quo sesquitertia duobus tonis maior est. continet ergo a b ꝛ c b semitonium minus ꝛ duos tonos. igitur consonantia diatessaron duobus tonis: semitonioq; minore constat. Et primum corrolarium hinc facile cognoscitur. Cum enim sesquitonus solum tonum ꝛ semitonium minus contineat: deest igitur ipsi ad consonantiam diatessaron complendam per presentem vnus tonus. ꝛ cum ditonus solum duos complectatur tonos: deerit ipsi ad eandem complendam semitonium minus. Secundum vero hinc haud difficile perspicitur cognitum. Nam cum tonus per tricesimamtertiam secũdi duas dieses ꝛ vnũ comma contineat: duo toni quattuor dieses ꝛ duo continebunt commata. At per presentem diatessaron consonantia duobus tonis vnam diesim superaddit. continet igitur consonantia diatessaron quinq; dieses atq; duo commata. quod est totum propositum.

Quinq; toni: duas diatessaron consonantias vno commate vincunt euadũtq; maiores.

7

¶ Putauit Aristoxenus musicus diatessaron consonantiam duobus tonis et integro semitonio constare. ⁊ proinde duas diatessaron consonantias: quinq; tonos implere. cuius error ex tertio Musices diui Seuerini boetij ⁊ ex hac ⁊ precedente facile conuincitur. Nam per precedentem consonantia diatessaron non ex duobus tonis ⁊ semitonio integro constat: verum ex duobus tonis et semitonio minore. quod ex vicesima prima secundi inter sesquioctauamdecimam ⁊ sesquinonamdecimam proportionem collocatur. integrum autem semitonium per decimamquartam eiusdem: inter sesquisextamdecimam ⁊ sesquiseptimamdecimam collocaretur. diminutius est ergo semitonium minus integro semitonio. Quia ergo vt per precedentem dictum est: consonantia diatessaron duos tonos ⁊ semitonium minus continet: due igitur diatessaron consonantie continebunt tonos quattuor et duo semitonia minora. et quia per tricesimamtertiam secũdi tonus continet duo semitonia minora ⁊ vnum comma. ergo due diatessaron consonantie quinq; tonos vno commate minus continẽt. quinq; igitur toni: duas diatessaron consonantias vno commate vincunt atq; euadunt maiores. quod intendebatur.

Consonantiam diapente: in assignato neruo constituere.

8

a	c	d	Consonantia diapente.
A	c	d	b

¶ Sit assignatus neruus a b supra quem iussum sit consonantiam diapente collocarĩ: diuido a b in tres adinuicem equas partes per notas a c d b: ita vt a b tres contineat ⁊ c b earũ contineat duas. erit per diffinitionem a b ad c b hemiolium: sesqualterumq; interuallum. sed cum consonantia diapente: per diffinitionẽ ex ea interualli ratione nascatur. ergo a b ad c b consonabit diapente. eritq; a b ad c b in data chorda assignato ve neruo consonantia diapente collocata.

Tres toni: consonantia diapente minus sunt. & quattuor eandem consonantiam transcendunt.

9

¶ Et si ex quinta huius satis cognoscatur tritonum non posse efficere diapente consonãtiam: hec etiã ostendit tritonum diapente consonantia esse minorem. Nam per decimamoctauam primi huius tres sesquioctaui minus sunt sesqualtero interuallo. ⁊ per decimamnonam eiusdem quattuor sesquioctaui sesqualterum superant interuallum. consonantia autem diapente in sesqualtero sita est. ergo tres toni in tribus sesquioctauis constituti. minus sunt consonantia diapente. ⁊ quattuor toni in quattuor consistentes sesquioctauus eãdem consonantiam magnitudine transcendunt quod est totum propositum.

Consonantia diapente: tribus tonis: semitonioq; minore constat. Quo fit vt a diapente subducto tono: diatessaron consonantia relinquatur, subducta autem diatessaron consonantia: relinquatur & tonus.

10

¶ Nam per decimamquintam primi si a sesqualtero interuallo sesquitertium demptum fuerit: relinquetur sesquioctauum. sed vt in demonstratione sexte huius visum est: sesquitertium continet duos tonos cum semitonio minore. ergo cõsonantia diapente sesquioctauum hoc est tonum vltra duos tonos cum semitonio minore continens: tribus tonis ⁊ semitonio minore constabit quemadmodum propositum est. Corrolarium cognoscitur. Nam diapente per presentem continet tres tonos cum semitonio minore. at subtracto tono resti dui sunt duo toni: atq; semitonium minus. ⁊ per sextam huius duo toni cum semitonio minore constituunt consonantiam diatessaron. subtracto igitur tono a consonantia diapente: relinquitur diatessarõ. sed ⁊ cum diapente cõstet ex tribus tonis cum semitonio minore: subtracta ergo diatessaron consonantia que duobus tonis ⁊ semitonio minore completur: relinquetur quemadmodum secunda pars corrolarij proponit tonus. quod est totum corrollarium.

Diapente consonantia: minus octo semitoniis minoribus continet.

11

¶ Nam cum tonus vnus duo semitonia minora ⁊ vnum comma contineat: tres toni ⁊ vnum semitonium minus septem semitonia minora ⁊ tria commata continebunt. ac tria commata per tricesimamquintam secundi huius semitonio minore sunt contractiora. ergo diapente que per precedentem tribus tonis ⁊ semitonio minore constat: minus octo semitoniis minoribus continebit. sed quemadmodum facile mõstratum est diapente cõsonantiam nondum octauum attingere semitonium minus: octauamq; diesim: ita quoq; facile mõstratu esse: eãdem cõsonãtiam nõdum septimam attingere apotomẽ.

Diapente consonantia: ditono sesquitonoq; coniungitur.

12

¶ Nam diapente per penultimam tribus tonis ⁊ semitonio minore constat. ⁊ ditonus ⁊ sesquitonus simul tres tonos ⁊ semitonium minus efficiunt. igitur ditonus atq; sesquitonus pariter copulati consonãtiam diapente iungunt: quod intenditur.

Consonantiarum diapente & diatessaron: tonus differentia est. quo fit vt diatessaron: cõsonantia adiuncto tono: consonantiam diapente restituat.

13

¶ Differentia hic vocatur ea proportio qua maior superat minorem. Nam per correlarium decime huius subducto tono a consonantia diapente relinquitur consonantia diatessaron. solo igitur tono consonantia diapente consonantia diatessaron est maior. Est igitur per diffinitionem: harum consonantiarū tonus differentia. ⁊ correlarium statim ex propositione notum est.

14 Bis diatessaron: sesquitono consonantiam diapente transcendit.

¶ Diatessaron enim per sextam huius duos tonos atq; semitonium minus continet. ergo bis diatessaron quattuor tonos ⁊ duo semitonia minora continebit. atqui a quattuor tonis ⁊ duobus semitoniis minoribꝰ dempto sesquitono: relinquuntur tres toni ⁊ semitonium minus. At vero per decimam huius consonantia diapente totidem tonos cum semitonio minore complectitur. ergo bis diatessaron: sesquitono consonantiā diapente transgreditur transcenditq; quemadmodum proponitur.

15 Consonantie diatessaron ac diapente: in maximis superparticularibus sunt collocate.

¶ Nam ex diffinitione consonantia diatessaron in epitrita sesquitertiaq; proportione collocatur. et diapente in hemiola atq; sesqualtera. at nulle superparticulares sesqualtera ⁊ sesquitertia sunt maiores nam a secūda ⁊ tertia parte que maxime sunt sese consequentes partes denominantur. igitur he consonātie ex maximarum superparticurarium originibus ducte: in maximis superparticularibus sunt collocate quod est propositum.

16 Bis diatessaron aut bis diapente: nullam consonantiam componere potest.

¶ Hec proponit duas diatessaron consonantias aut duas diapente consonantias: nullam conflare posse cōsonantiam. Nam ⁊ diatessaron ⁊ diapente non in multiplicibus sed superparticularibus sunt constitute: et per primam petitionem que interualli ad interuallum proportio est: ea quoq; est ⁊ soni ad sonū. at per sextā primi duo similia interualla nō multiplicia: neq; multiplex neq; superparticulare creāt interuallū. quare neq; illoꝝ soni in multiplici: neq; in superparticulari genere exisiūt. omnis aūt consonantia aut in superparticulari aut in multiplici ratione collocanda est. sic eīm consonantie nomine hoc in loco Pythagoricam sequentes autoritatem: suscepimus vtendum. ergo due consonantie diatessaron aut due diapente: nullam efficient consonantiam. et nō modo id verum sit: sed ⁊ quotquot consonantie diatessaron in immensum copulentur ⁊ quotquot diapente: nullā vnq; consonantiā ex quinta primi huius efficere valebunt.

17 Adiuncto ad consonantiam diapente tono: nulla parabitur consonantia. item neq; ad diatessaron trisemitonio.

				Numeroꝝ differētia.						Numeroꝝ R S differētia
S	H	.				T	3384			
E	27	F	16	Sexta maior		R	9216	S	5832	Sexta minor
C	9	D	8	Tonus		P	2304	Q	1944	Sesquitonus
A	5	B	2	Diapente		N	4	O	3	Diatessaron
						L	256	M	243	Semitonium minus
						H	9	K	8	Tonus

¶ Et si hic sonorum congressus nondum consonantia sit euphonum tamen musici reputāt melo: modulaminibusq; aptum: sextamq; q sex impleatur vocibus nostri nūc nuncupant. ⁊ quattuor tonis atq; vna diesi hoc est semitonio minore constat. qui q nondum consonantia sit patet. Accipio enim a ⁊ b ternariū ⁊ binarium: minimos scilz numeros consonantie diapēte. ⁊ c d nouenarium atq; octonarium minimos numeros toni. ⁊ duco c in a ⁊ veniat d septem supra viginti. ⁊ d in b ⁊ veniat e decem ⁊ sex. per tertiā quinti Arithmetices d ad e continet sesqualterum ⁊ sesquioctauum: quare d ad e continet diapente atq; adiunctum tonū. at manifestum est d ad e 27 scilicet ad 16 non esse multiplex. nam septem ⁊ viginti nō continēt bis aut tertio aut deinceps sedecim. neq; d superparticularis est ad e. nam differentia numeri d ad e est vndecim q̄ numerus summe 16 pars nulla est. transcendit enim vndenarius sedenarū dimidium. igitur adiūctus ad consonantiam diapente tonus: nullam parit consonantiam. ⁊ simili argumento adiecto ad consonantiam diatessaron sesquitono: nulla fit consonantia vt ex secunda figuratione perfacile patere potest. fit tāmen cuphona vocum congressio: quam item sextam nuncupant: sed que a prima contractio: tota distet apotome. est ergo hec minor illa vero maior. constat enim prima vt dictum iam est: quattuor tonis ⁊ vna diesi: secunda vero tribus tonis ⁊ duabus diesibus. Primam sonat Parhypate hypaton ad mesen: secundam vero que contractio est: sonat hypate hypaton ad Lichanon meson. que autem hypate que parhypate: qui lichani ⁊ que mese dicantur: sequens liber declarabit.

18 Quo pacto diapason consonantia: in chorda sit adiungenda.

A	C	B	Consonantia diapason.

¶ Hec consonantiarum vt in libro Problematum testatus est Aristoteles: elegantissima pulcherrimaq; est. chordam ergo a b seco per medium per notam c. ⁊ quia a b ad c b est dupla interualli habitudo. ergo p diffinitionem a b ad c b consonat diapason.

Conſonantia diapaſon:in ſex tonis minime conſiſtit.ſed quinq; amplior:ſex vero tonis conſonat contractior. 19

¶Nam per viceſimam primi quinq; coniuncti ſeſquioctaui: minus duplici interuallo coniungunt. et per viceſimamprimam eiuſdem ſex coniuncti maiores vno duplici interuallo euadunt.ergo quinq; toni minores ſunt diapaſon conſonantia ⁊ ſex eadem ſunt ampliores.conſonat ergo diapaſon quinq; tonis amplior ſed ⁊ ſex eadem modulabitur inferior.

Diapaſon:ex diateſſaron & diapente conſonantiis coniungitur. 20

¶Nam per decimamquartam huius diateſſaron ⁊ diapente in maximis ſuperparticularibus ſunt collocate.at per vndecimam primi duplex interuallum ex duobus maximis ſuperparticularibus coniungitur ⁊ duplex interuallum:conſonantie diapaſon interuallum exiſtit.igitur conſonantiam diapaſon. : diateſſaron et diapente conſonantie ſimul coniungunt.quod eſt propoſitum.

Conſonantia diapaſon:quinq; tonis & duobus ſemitoniis minoribus que tonum minime complent:perficitur. Vnde quoq; manifeſtum eſſe poteſt:conſonantiam diapaſon ſolo a ſex tonis commate diſtare. 21

¶Per precedentem enim diateſſaron et diapente conſonantiam diapaſon iungunt. diateſſaron autem per ſextã huius duobus tonis ⁊ ſemitonio minore conſtare monſtrata eſt:et diapente per nonam tribus tonis ſemitonioq; minore.at duo toni ⁊ ſemitonium minus ⁊ tres toni ⁊ itidem ſemitonium minus ſimul cõflati:quinq; efficiuntur toni atq; duo ſemitonia minora.atqui duo ſemitonia minora tonum non perficiũt: verum ab eo deficiunt commate.igitur conſonantia diapaſon quinq; tonis ⁊ duobus ſemitoniis minoribus que tonum minime implent quemadmodum iam propoſitum eſt perficitur. ¶Corrolarium ex demonſtrationis calce notum eſſe poteſt. Ex quo liquet perfacile eſſe in neruo muſicum comma perueſtigare. Nam in eo a principio conſtitutis:continuatiſq; ſex tonis ⁊ ab eodem nerui initio ad mediam chorde notam intẽſa diapaſon conſonãtia quod inter mediam nerui notam ⁊ vltimum ſex tonorum ſignũ continetur: ex precedentis corrollario erit cõmatis interſtitium.

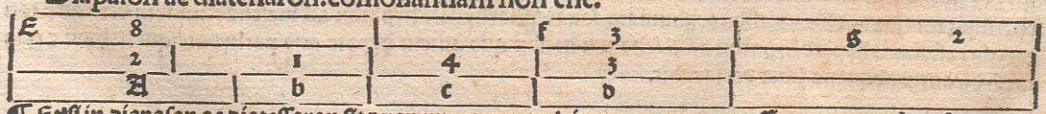
Dempta ex diapaſon conſonantia diapente:relinquitur diateſſaron.& ex eadem dempta conſonantia diateſſaron;relinquitur diapente.demptis autem ex ea diapente & tono relinquitur ſeſquitonus. 22

¶Prima pars ⁊ ſecunda ſtatim per penultimam cognite ſunt. Item ⁊ per precedentem. Nam per precedentem diapaſon quinq; tonis ⁊ duobus ſemitonis minoribus conſtat: a quibus ſi tres tonos ⁊ vnum ſemitonium minus tollas que per decimam huius diapẽte conſonantiã continent:relinquitur duo toni ⁊ ſemitonium minus:que per ſextam huius diateſſaron conſonantiam efficiunt.dempta igitur ex diapaſon cõſonantia diapente:relinquitur diateſſaron:quod eſt primum. Secundum eadem facilitate declaratur. Nã ex quinq; tonis et duobus ſemitoniis minoribus ſi duos tonos ⁊ ſemitonium minus tollas : relinquitur tres toni ⁊ ſemitonium minus. Tertium conſimiliter.demptis enim a conſonantia diapaſon hoc eſt a q̃nq; tonis ⁊ duobus ſemitoniis minoribus dẽptis in quam quattuor tonis ⁊ ſemitonio minore reliquus eſt tonus vnus ⁊ ſemitonium minus. Et quot dieſes/ quot apotomas/quot deniq; commata cõtineat diapaſon: deprehenſionis ſunt facillime:in nulla tamen equaliter : tota ipſa diuidua eſt quandoquidem diapaſon in multiplici ratione conſiſtit que omnino in quotlibet equas proportiones que multiplices non ſint per ſexageſimam noni arithmetices diuidi non poteſt.

Nulla ſimplex conſonantia:in duo equalia:certo conſtitutoq; numero diuiſibilis eſt. 23

¶Simplices conſonantias vocamus diateſſaron diapente diapaſon.de diateſſaron autem ⁊ diapente cõſtat que ex ſuperparticularibus interuallis ſurgunt:que per quintam primi nullo pacto hunc in modũ ſuperiri poſſunt.de diapaſon vero conſonantia idem ſubit iudicium. Nam quoniam minimi eius numeri ſunt duo ⁊ vnum:⁊ duo quadratus non eſt:igitur per corrolarium triceſimeſecunde ſecundi huius ¦conſonantia diapaſon que conſiſtit in proportione duorum ad vnum minime in duo equalia partietur. ⁊ eodem quoq; iure neq; eadẽ conſonantia in plura duobus dimetietur:dirimeturq; equalia. Et profecto velle hoc pacto cõſonantiam diapaſon in plura equa diducere:eſt in geometricis diametrum coſte quadrati velle conmenſurare.ſed id vltimum muſicum non eſt.

Diapaſon ac diateſſaron:conſonantiam non eſſe. 24



¶Etſi in diapaſon ac diateſſaron ſit duarum vocum dulcis:amenaq; congreſſio vt quemadmodum cum pulſatur ſeſquitonus:non ideirco tamẽ euenit diapaſon ac diateſſaron conſonantiam dici mereri. Tametſi Ptolomeo ſecus q̃ Pithagoricis hac in re viſum ſit:quod monſtratu facillimum eſt. Sint enim a ⁊ b binarius ⁊ vnitas;minimi ſcilz numeri conſonantie diapaſon et c d quattuor ⁊ tria minimi idemtidem conſonantie diateſſaron duco c in a et veniet octonarius qui ſit e:et d in b et veniet ternarius: qui ſit f. per tertiam quinti Arithmetices e ad f continet duplam ⁊ ſeſquitertiam: quare diapaſon ac diateſſaron.

sed e octonarius non est multiplex ad f ternarium: neq; superparticularis q eum bis contineat ꝛ insuper binariū qui ternarij nō pars vlla est sed partes. Est em octonarius ad ternariū duplex superbipartiēs. Non est igitur diapason ac diatessaron cōsonātia. Bis enim cōsonantia aut in superparticulari: aut in multiplici genere ex diffinitione consistit. Et in hoc facile cognosci potest ex nono Problematū libro q Pythagoricis consensit Aristoteles: cum inquirit cur non bis diapente: aut bis diatessaron reddi consonantia potest: vt bis diapason coaptari solet. Hoc inquit ideo est q diapente consonantia posita in proportione sesqualtera est: diatessaron vero in sesquitertia. q si duo sesqualteri aut sesquitertij numeri ordine disponantur: extremi nullam inuicem proportionē habebūt. neq; em superparticulares neq; multiplices esse poterunt. at diapason cōcinentia qm in duplari proportione cōsistit: hac geminata: quadruplam inuicem extremi tenebunt: habebuntq; proportionē. Vides ergo quo pacto Aristoteles consonantiarū proportiones solas superparticulares aut multiplices efficit: suppatientes quasi prorsus nulle sint repudiās. Et re vera Ptholomei cum Pythagoricis magis in nomine q in reipsa dissentio putanda est. Sed de his hactenus.

25 Diapason ac diapente: in triplici consistit ratione. Estq; diapason ac diapente consonātia vna.

¶ Qō enim diapason ac diapente in tripla ratione consistat: hoc ideo est q ex duodecima primi ex duplici atq; sesqualtero interuallo triplex nascitur interuallum. duplex autem ꝛ sesqualterum sunt consonantiarum diapason ꝛ diapente interualla. igitur iuncte consonantie diapason ac diapente in tripla racione consistūt. sed cum sensu iam satis sit exploratum hunc cōcētum modulate: suauiterq; ad auditum peruenire: ergo per diffinitionem is concentus cōsonantia est. quod est totum propositum.

26 Diapason diapente ac tonus: melos citra consonantiam eliciunt.

27			8
e			f
3	1	9	8
a	b	c	d

¶ Melos hic vocamus suauem auribus acceptam voculationem: amenūq; plurima vocum congressum: sed q diapason diapente ꝛ tonus simul iuncta melos constituunt: statim notum est. Nam hec sonorū vocu latio suauiter vt experientia discitur auribus accidit. sed q consonantiam nullam paret: ostēditur. qm enim per precedentem diapason ac diapente in tripla proportione consistit. Sint ergo a b tria ꝛ vnum minimi cōsonantie diapason ac diapēte numeri: ꝛ c d nouem ꝛ octo minimi numeri toni. duco c in a ꝛ d in b ꝛ veniāt e f 27 scilz ꝛ 8 inter que est diapason diapente atq; tonus. sed e ad f neq; superparticularis neq; multiplex: quinimmo e continet f ter ꝛ tres eius octauas: estq; e ad f triplus supertripartiens octauas. non cōcinit igitur e f aliqua consonantia. quod totum est propositum.

27 Bis diapason consonantia: in quadruplari constituta reperitur habitudine.

¶ Qō em bis diapason in quadruplari cōsistat: statim est manifestum. Nam per decimātertiam primi duo duplicia interualla quadruplex iungunt interuallum: diapason aūt in duplari consistit. igitur bis diapason quadruplarem iungit habitudinem: que est multiplex. ꝛ cum bis diapason ad auditū suauis: emodulataq; perueniat vt id quoq; sensu satis perceptum est. ergo per diffinitionē erit consonantia. qō erat monstrandū.

¶ Pythagorici ꝛ priores musici omnes concentum modum in terminis quadruple atq; in finibus consonantie bis diapason perstrinxerunt: non temere longius progressi aut q inter illos terminos vnicuiq; facta natura reperitur sue vocis modus: aut q stridulus ille canor illis vt iam quoq; dictum est visus est q vesaniā iam relinquunt mediocritatem: aut q hactenus contemplatio satis ipsis esse visa est; ad musicam institutionē. Posteritas autem ad ter diapason vel ꝛ amplius adauxit ad terminos vsq; octuple longius euagata: de quibus necessaria specu!atio non incumbere videtur: sed pauca paucis strinxisse satis erit. Nā qui modulationem supra bis diapason cognoscere desiderabunt: facili demonstratione vt precedentia percipient bis enim diapason ac diatessaron in proportione quincupla sesquitertia consistit. ꝛ proinde plane consonantia putāda nō est. bis diapason ac diapente in proportione sescupla ꝛ ideo consonantijs annumerata. ter vero diapason in proportione octupla.

28 Omnes consonantias: in data chorda suo ordine subiungere: & eas sensu perceptibiliter experiri.

a c	d	e	f	g	b

¶ Sit a b data chorda in qua propositum sit consonantias diatessaron | diapēte | diapason | diapason ac diapente | ꝛ bis diapason situare. Colloco in signo a brachium circini immobile ꝛ ad totius chorde quartā partem extēdo circini brachiū mobile: ꝛ in termino eius pono notā c. deinde extēdo idē brachiū ad eiusdē chorde partē tertiā: ꝛ in termino pono d. mox ad totius chorde partē mediā quā designo nota e. deinde eodē brachio capio totius chorde bissen: hoc est duas tertias: ꝛ in termino bisses pono f. mox extēdo circinū ad chorde dodrantē: hoc est ad tres eius cōpletas quartas: in cuius fine affigo notam g. tūc sic a b ꝛ c b per quartā huius cōsonat diatessaron. a b ꝛ d b per octauā diapēte a b ꝛ e b per decimāoctauā diapason a b ꝛ f b per vicesimāquintam diapason ac diapēte. postremo vero a b ꝛ g b per precedentē bis diapason. Supponc igitur musicale hemisphēriū sensim singulis chorde notis ꝛ sonos ad totius chorde sonū diligēter attēde. ꝛ suo ordine propositas cōcinētias annotabis. quod prōptius experiri valebis: si chorde a b chordā equisonam: vni sonamq; etiā collocaueris: cuius sonū cum singulis sectionum a b percussionibus non segniter attenderis.

Consonantiarum hoc pacto digestarum: finis onsonantie diatessaron: ad finem diapē te sonat tonum: ad finem diapason: consonat diapente. ad finem diapason ac diapente: incō sonus: ad finem vero bis diapason: consonat diapente ac diapason. 29

A	c	d	e	f	g	b

¶ Sint a c d e f g b modo qui dictus est digeste consonantie: dico c b finem consonantie diatessaron ad d b sonare tonū ad e b esse diapente ad f b inconsonum esse ad g b vero cōsonare diapēte ac diapason. Nā per precedētem a b ꝛ c b est diatessaron ꝛ a b ꝛ d b diapente. dempta ergo a b ꝛ c b diatessaron consonātia ab c b ꝛ d b diapēte: per correlarium decime huius relinquitur tonus. quod aūt relinquitur est c b ꝛ d b: igi; tur c b ad d b sonat tonum. ꝛ qm̄ per precedentē a b ꝛ e b cōcinit modulatur; diapason: substracta igit̄ a b ꝛ c b diatessaron ab a b ꝛ e b per vicesimāsecdam huius quod relinquitur est diapente. atqui quod relinqui tur est c b ꝛ e b: igitur c b ad e b cōsonat diapente. ꝛ quia per precedentem a b ꝛ f b cōsonat diapason ac dia pente: subducta igitur a b ꝛ e b cōsonantia diapason: quod relinquitur est diapente. quod aūt relinquitur est e b ꝛ f b. igitur e b ꝛ f b consonantia est diapente. sed per modo monstratum c b ꝛ e b etiam diapente est: agi tur c b ad f b est bis diapente. At per decimāquartā huius bis diapēte consonantia componi non potest: igi tur c b et f b incōsonus est. ¶ Postremo qm̄ vt ex precedēti notū est a b ꝛ g b ꝓsonat bis diapason. dēpta igit̄ a b ꝛ e b diapason consonantia relinquitur e b ꝛ g b esse diapason. atqui c b ꝛ e b per secūdam partē huius monstrata est esse diapente. igitur adiuncta c b ꝛ e b consonantia diapente ad e b ꝛ g b constituitur diapēte ac diapason. consonat ergo c b ꝛ g b diapente ac diapason: quod est totum ꝓpositum.

Si positis consonantiis: finis diapente ad finem diapason modulatur diatessaron: & ad finem diapason ac diapente: modulatur diapason. at finem vero bis diapason euphonus est sed qui nondum consonantia est. 30

A	c	d	e	f	g	b

¶ Esto precedentiū hypothesis: dico d b finem diapente ad e b consonare diatessaron. ad f b diapason. ꝛ ad g b sonare diatessaron ac diapason ¶ Nam per penultimam a b ꝛ e b consonātia est diapason. ꝛ a b ꝛ d b dia pente. substracta igitur a b ꝛ d b diapente: ab a b ꝛ e b consonantia diapason per vicesimāsecundā huius re linquitur diatessaron. quod aūt relinquitur est d b ꝛ e b: igitur d b ad e b cōsonat diatessaron. ꝛ quia in prece denti monstratum est e b ꝛ f b esse diapente: ꝛ nunc d b ꝛ e b esse diatessaron: ergo per vicesimam huius d b ꝛ f b exillis duabus cōflata: coalitaq; consonantia modulabitur diapason. Rursum cum e b ꝛ g b in preces denti mōstrata sit diapason: ꝛ e b ꝛ f b diapente: ergo per vicesimamsecundā huius f b ꝛ g b est diatessaron. ꝛ d b ꝛ f b nunc monstrata est diapason. igitur d b ꝛ g b est diapason ac diatessaron: que cum modulatio sit euphona ꝛ eam monstrauerit vicesimaquarta huius non esse consonantiā: totū liquet mōstratū ꝓpositū. ꝛ ex hac quoq; pariter cognitum est finem diapason: ad finem diapason ac diapente modulari diapente vt e b ad f b ꝛ ad finem bis diapason consonare diapason.

Consonantiarū sic collocatarū: totius chorde atq; cuiusq; sectionis numeros designare. 31

24	18	16	12	8	6	
a	c	d	e	f	g	b

¶ Duco duo | tria | ꝛ quattuor in se inuicem: ꝛ numerum inde surgentem atq; productum qui habebit secun; dam tertiam ꝛ quartā: pono totius linee numerum quē idcirco voco numerum a b. a quo demo quartam partem ꝛ reliquus sit c b: ꝛ erit primus numerus ad ipsum sesquitertius. quare diatessaron. ꝛ ab eodem nu mero demo partem tertiam ꝛ residuus sit d b: eritq; a b ad d b sesqualter: quare consonātia diapente. ꝛ ite rum ab a b diuco partem mediam ꝛ residuus sit e b: eritq; a b ad e b duplus. quo circa diapason consonan tia inter eos exurget. ꝛ numeri a b sumo solam tertiam que sit f b. erit ergo a b ad f b habitudo tripla conti; nebunt igitur a b ꝛ f b diapason ac diapente. Rursum numeri a b sola quarta sit g b: erit a b ad g b quadru plus. quare a b ꝛ g b sunt numeri bis diapason. Sunt itaq; totius chorde a b ꝛ cuiusq; sectionis eius secun dum assignatas consonantias designati numeri. quod erat demonstrandum.

Quotcunq; harmonicas medietates assignare: inter quarū terminos eorumq; differen tias omnes musice reperiantur consonantie. 32

Harmonice	12	8	6		Epitritus	b c	Diatessaron
Medietates	6	4	3		Hemiolus	a b	Diapente
	a	b	c		Duplaris	a c	Diapason
Differentie		2	1		Triplaris	c e	Diapason diapente
		d	e		Quadruplaris	b e	Bis diapason.

¶ Harmonica medietas in Arithmeticis diffinita est qm̄ triū terminoꝝ vt maxim⁹ ad minimū: ita differen tia maioꝝ ad differentiā minoꝝ. Sit ergo c quicūq; numerus partē tertiā habens que sit e: duplo c. sitq; du platus a. manifestum est a ad c esse duplum. ꝛ quia continet tria e: ipsum a cōtinet sex e. addo e ad c ꝛ fiat b

ꝛ erit notum b ad c esse sesquitertium: ꝛ b continere quattuor e atq; esse differentiam b ad c. Itidem quia b cõtinet quattuor e ꝛ a cõtinet sex c: a erit sesqualter ad b. ꝛ quia b equatur quattuor e ꝛ a sex: ergo differentia a ad b equatur duobus e que sit d. quia eñ d equatur duobus e: ergo d duplus est ad e, dico ergo a b c data esse harmonicã medietatẽ, inter cuius terminos a b c ꝛ eorũ differentias d e oẽs musice cõsonantie reperiantur. nam a ad b maximi ad minimũ mõstrata est proportio esse dupla ꝛ similiter habitudo d ad e differẽtie scilz maiorũ ad differentiã minorũ etiã ostensa dupla. sunt igitur per diffinitionem a b c termini in harmonica medietate cõstituti. Atsi b ad c cõpares mõstratus est sesquitertius: quare cõsonantie diatessaron interuallum. ꝛ si a ad b: mõstratus est sesqualter atq; hemiolus ꝛ diapente interuallum. ꝛ si a ad c: duplum habes ꝛ consonantiã diapason. si vero c ad e cõtuleris: habes triplum: ꝛ per vicesimãquintã tertij cõsonantiã compositam diapason ac diapente. ꝛ si b ad e: quadruplum: ꝛ per vicesimamseptimam tertij bis diapason. At cum cetera monstrata sint non esse consonantias: constat diatessaron|diapente| diapason|diapason ac diapente: ꝛ bis diapason omnes consonantias quibus in disciplinis se exercere solent musici: inter termios harmonice medietatis ꝛ eorũ differentias: fuisse repertas: ꝛ si duxeris binarium in a b c ꝛ in illos qui inde prouenerint ꝛ quoties volueris in prouenientes: ex septima secũdi Arithmetices cognoscere promptum est toties cõstitui harmonicã medietatẽ cõsimiles inter suos terminos ꝛ suoꝝ terminorũ differentias: cõsonantias musicas seruantẽ. ꝛ idẽ fuerit si quẽcunq; alterum numerum in illos terminos duxeris. placuit tamen diuo Seuerino quadragesimo octauo capite secũdi sue Arithmetices ad oẽs consonantias musicas cõplectẽdas: duas ordinare medietates harmonicas: vnam in duplari ꝛ alteram in triplari. sed ꝛ idem etiã fieri posse vna sola constituta iam satis monstratum arbitramur.

33 Quotlibet maximas harmonias quarum quelibet primordium consonantiarum: consonantiasq; contineat omnes: constituere.

Martinus har.	24	18	16	12			
Maxima har.	12	9	8	6	Epogdous	b c	Tonus
	a	b	c	d	Epitritus	a b	Diatessaron
Differentie	3			3	Hemiolus	a c	Diapente
	c			f	Duplaris	a d	Diapason
Differentie	4			2	Triplaris	d h	Diapason diapente
	8			h	Quadruplus	c h	Bis diapason.

¶ Maximam harmoniam vocant quãdo quattuor solidorũ terminoꝝ in geometrica medietate constitutorum: inter maximũ vnũ mediorũ ꝛ minimũ medietas Arithmetica ꝓtinetur: ꝛ rursum inter maximũ terminorũ. alterũ mediorũ ꝛ minimũ cõtinetur harmonica. Medietas geometrica est qñ terminorũ est ꝓportionum similitudo. Arithmetica vo quãdo terminorũ est differẽtiaꝝ equalitas. quid harmonica iã dictũ est. Solidi termini dicũtur qui ex trib̃ in se laterũ ductu producuntur. sed hec oĩa ex Arithmeticis q̃ notissima sunt. Primordiũ consonantiarũ appellamus tonum. ¶ Capio ergo d numerũ quẽcũq; quisecundã ꝛ tertiã habeat: sitq; eius secunda f ꝛ tertia h. duplo d ꝛ sit duplatus a: quiquidem a duplus erit ad d. addo b ad d sitq; cõpositus c. eritq; sesquitertius ad d. sed ꝛ cũ a monstratus sit duplus ad d: ergo per vndecimam primi huiꝰ a ad c est sesqualter. Preterea f secãm partẽ d addo ipsi d ꝛ cõpositus sit b: certũ est b ad d esse sesqualterum. quare per eandem vndecimã primi a ad b est sesquitertius. Ab a c igitur qui mõstratꝰ est sesqualter: ablato a b sesquitertio per quintãdecimã primi relinquitur b ad c sesquioctauus. Sit preterea g differẽtia a ad c: quia d cõtinet tria h: c cõtinebit quattuor ꝛ a sex. ergo g differẽtia a ad c cõtinet duo h: est itaq; g ad h duplus: ꝛ quia f est medietas d: ꝛ b est sesqualterꝝ ad d: ergo b cõtinet tria f. est itaq; f tertia pars b: sed ꝛ a sesquitertius ad b addit super eũ tertiã partem ipsiꝰ b: ergo differẽtia a ad b que sit e equatur f dico ergo a|b|c|d|maximã constituere harmoniã: que tonũ consonantiarũ elementum|ꝛ oẽm cõplectitur cõsonantiam. Nam a ad b mõstratus sesquitertius ꝛ similiter c ad d sesquitertiꝰ. cõtinẽt igitur a ad b ꝛ c ad d per diffinitionem geometricam medietatem. ꝛ differẽtia a ad b maximi ad vnũ mediorũ est e|ꝛ b ad d eiusdẽ medij ad minimũ est f|ꝛ e ꝛ f mõstrate sunt equari: igitur per diffinitionem a ad b ꝛ b ad c constituũtur in Arithmetica medietate. sed ꝛ a ad d maximꝰ ad minimũ mõstratꝰ est duplus. ꝛ similiter g differẽtia a ad c maximi ad reliquũ mediorũ demõstrata dupla ad h differentiã c ad d eiusdẽ medij ad minimũ. igitur per diffinitionẽ a c d cõsistunt in harmonica medietate. Cõstat igitur per diffinitionẽ a|b|c|d si solidi sint constituere maximã harmoniam. q̃ si solidi non sint: due quẽcũq; numeꝝ in quẽlibet ipsoꝝ ꝛ prouenient soltdi in eisdem habitudinibus quoꝝ cuiuslibet latera erunt vnitas|numerus in illos ductus ꝛ singuli eorum ad singulos: sicq; cõstabit maximam constitutam esse harmoniam. sed iam ostensus est b ad c sesquioctauus: igitur per diffinitionẽ b ad c continet tonũ consonantiarũ primordium. ꝛ a ad b est sesquitertius. igitur a ad b continet diatessaron. ꝛ a ad c monstratus est sesqualter: igitur a ad c continet diapẽte. ꝛ a ad d duplus: igitur a ad d diapason. ꝛ d ad h triplus: igitur d ad h diapason ac diapẽte. ꝛ c ad h monstratus quadruplus igitur c ad h continet bis diapason. ꝛ quoties duxeris quemcunq; numerum in a|b|c|d aut in productos ex illis adiuuante septima secundi Arithmetices ꝛ diffinitionibus: toties constitues maximam harmoniam tonum ꝛ omnes consonantias continentem. est igitur effectum quod proponebatur. Et ex hac intelligere potes esse demonstratum que diuus Seuerinus affert de harmonia cubi quadragesimonono|ꝛ de maxima harmonia quinquagesimoquarto capite secundi sue Arithmetices.

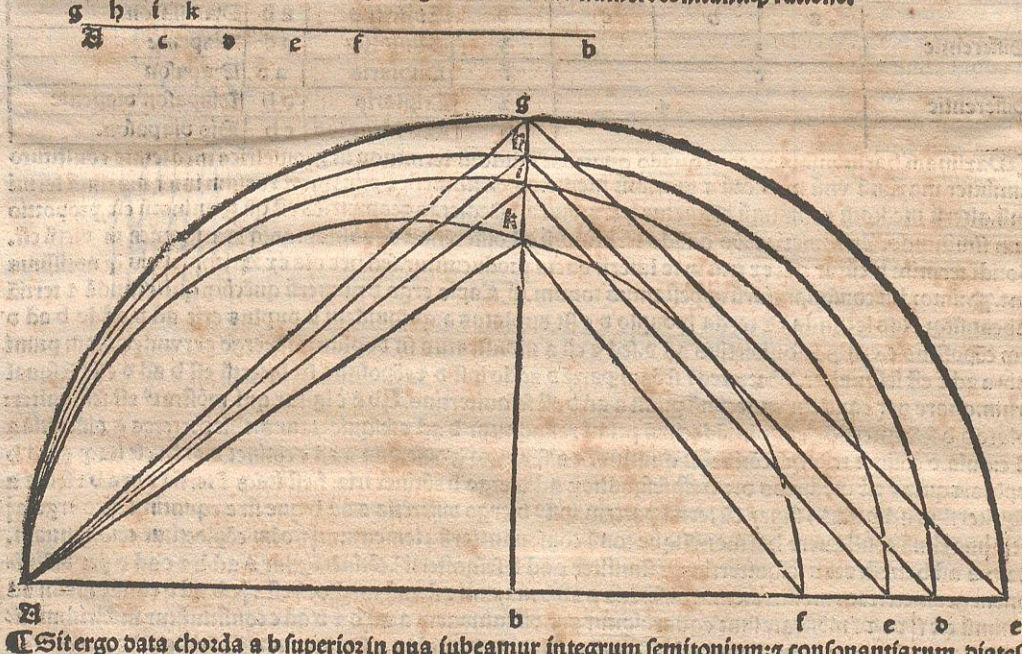
34 Omnis numerus ternaria progressione ad se adiectus: omnem consonantiam in Arithmetica medietate complet.

Cōsonātie ī Arithmetica medietate				A pria vnitate				A scda vnitate				A tertia vnitate			
3	6	9	12	1	2	3	4	10	20	30	40	100	200	300	400
duplus diapason		sesq̄terti⁹ diates.		duplar⁹		epitrit⁹		diapas.		diates.		diapason		diatessa.	
	sesqualter diapēte				hemiol.				diapē.				diapente		
Triplus.diapason diapen				Triplaris				diapa.diap.				diapa.diapente			
Quadruplus.bis diapason				Quadruplar⁹				Bis diapason				Bis diapason			

¶ Intelligitur ternaria progressione ad se addi numerus quando additur primo ad se semel : deinde bis: deinde ter. Dico ergo quēcūq; numerum ad se hoc pacto additum: omnem cōstituere consonantiā musicā. Nam semel sibi adiectus: duplex ad se efficit: ⁊ diapason consonantiam. ⁊ bis sibi additus: ad primam additionem sesqualterum cōstituit ⁊ diapente: ⁊ ad se triplū atq; diapason ac diapente. nam in prima additione bis: ⁊ in secūda ter cōtinetur. ter vero sibi additus ad scdam additionē facit sesquitertiū ⁊ diatessaron: nā primus numerus hic quater: illic vero ter continetur. et ad se quadruplum facit ⁊ bis diapason. in hac igitur progressione omnis continetur consonantia musica. et quia continue numerorum ex eius additione surgentium ipse numerus additus est differētia: ergo reperte consonantie in Arithmetica medietate continentur. et ex hac cognoscitur cur in omnium vnitatum quaternaria progressione que vbiq; denarij Pythagorici plenitudinem implet: omnes consonantie musice ⁊ in Arithmetica quidem medietate reperiantur.

Tonum & omnem consonantiam simplicem: in duo equa partiri: veraq; medietatum puncta: geometrice monstrare. 35

¶ Precedentes septima secūdi: ⁊ vicesimatertia tertij pretendūt tonū: diatessaron: diapente ac diapason in duo equa diuidi non posse. Hec vero monstrat quo pacto ea oīa possint in duo equa partiri. nec hoc quidem repugnat. Nam precedentes contendunt id effici non posse Arithmetice certo constitutoq; numero atq; rationali habitudine: hec vero id effici posse geometrice sine numeri constantiq; ratione.



¶ Sit ergo data chorda a b superior in qua iubeamur integrum semitonium: ⁊ consonantiarum diatessaron: diapente ac diapason vera media reperire. Facio a b ⁊ c b tonum. a b ⁊ d b diatessaron. a b ⁊ e b diapente. a b et f b diapason eo qui in precedentibus monstratus est modo. Deinde in inferiori linea a c indefinite quantitatis capio a b equalem linee superiori a b. ⁊ b c continue equalem linee b c superiori. et a puncto b versus c: capio lineam b d equalem chorde b d. ⁊ b e equalem chorde b e et b f chorde b f. et intelligo quattuor dimidios circulos a c|a d|a e|a f. et a puncto b educo perpendicularem linee a c ad circunferentias semicirculorum a c|a d|a e|a f. et puncta vbi eos contingit linea sint g|h|i|k: ad que puncta educo a g|c g|a h|d h|a i|e i|a k|f k. at per nonā sexti geometrie a b ad b g vt b g ad b c. Facio igitur in chorda superiore a b lineam b g equalem inferiori linee b g ⁊ cum proportio a b ad g b vt g b ad c b vt preostensum est: sequitur tonum a b ⁊ c b esse in duo equa diuisum: ⁊ punctum g esse medium veri semitonij signū. ⁊ per eandem que proportio a b ad b h ea sit b h ad b d. Esto igitur h b in chorda a b equalis linee b h per idem vt prius: ea erit ꝓportio a b ad h b que h b ad d b. quare a b ⁊ d b diatessaron in duo equa partita est ⁊ eodem pacto facta chorda i b superiori equali linee b i. et chorda k b equali linee b k: monstrabis con-

sonãtias diapẽte ⁊ diapason in duo equa esse partitas:et re vera hoc pacto vera schismata atq; diaschisma ta|⁊ dieses tetrartemerias reperias assignatis cõmatis:dieseos:atq; completi semitonij interuallis et sumptis vt in precedentibus factum est medijs proportionalib⁹ chordis.sed hec statim aliquãtulum in geometricis exercitatis nota esse possunt.Hec autem postea q̃ repereris discere(si libet)per chordam in voce tonum mediare ⁊ semitonium:⁊ quãcunq; voles in arte musica consonantiam.

¶ Tertij Elementorum Musices Finis.



Armonica regula instrumentum est: quo cum (rationis adhibito iudicio)consonantie:consonantiarumq; partes:in chorda perquiruntur.Melorum tria sunt genera: Diatonicum: Chromaticum: Enarmonicum: Diatonicum genus: melos est cuius partitio per semitonium minus & duos tonos continue procedit. Chromaticum: quod per duo inequalia semitonia & trihemitonium conscendit.Enarmonicum vero: quod per duas dieses conscendit & ditonum. Diesis hoc in loco semitonii minoris medietas est: ex differentie extremorum habitudinis eius:partitione proueniẽs: que & tetrartemeria dicta est:sed vt earum semper maior que acutior & minor que grauior:reperiatur necesse est. Voces:neruj:chorde:spacia:hoc ordine a graui in acumen nitentia in vnoquocq; melorum genere sunt nuncupata.

Grece nuncupationes	Nuncupationes latine
Proslambanomenos	Acquisitus
Hypate hypaton	Principalis principalium
Parhypate hypaton	Subprincipalis principalium
Lichanos hypaton	Index principalium
Hypate meson	Principalis mediarum
Parhypate meson	Subprincipalis mediarum
Lichanos meson	Index mediarum
Mese	Media
Trite synezeugmenon	Tertia coniunctarum
Paranete synezeugmenon	Penultima coniunctarum
Nete synezeugmenon	Vltima coniunctarum
Parамese diezeugmenon	Submedia disiunctarum
Trite diezeugmenon	Tertia disiunctarum
Paranete diezeugmenon	Penultima disiunctarum
Nete diezeugmenon	Vltima disiunctarum
Trite hyperboleon	Tertia excellentium
Paranete hyperboleon	Penultima excellentium
Nete hyperboleon	Vltima excellentium

Monochordum:est quod vnica chorda cõtinet modulationem.Tetrachordum: quod chordis quattuor.Polichordum vero: quod pluribus chordis id continet q̃ quattuor. vt pentachordum:quod quinq;.hexachordum:quod sex,& ita de Heptachordo: Octochordo:Ennachordo:Decachordo:Endecachordo:Dodecachordo:Tridecachordo: Tessaradecachordo:& Pentadecachordo est intelligendum:quod vltimum omnino quindecim cõstat chordis. Proslambanomenos:est in vno quoq; genere: primo tetrachordorum grauissimus neruus adiunctus:a proximo primi tetrachordi neruo:toni interuallo distans. Tetrachordum coniunctum:est cuius principium est precedentis tetrachordi finis . Disiunctum vero:cuius primordialis neruus in vnoquoq; melorum genere:a proximo precedentis tetrachordi finali neruo:vno tono disiungitur.

Tetrachorda sunt quinq̃: Tetrachordum hypatõ: Tetrachordum meson: Synezeugmenon: Diezeugmenon: Hyperboleon.

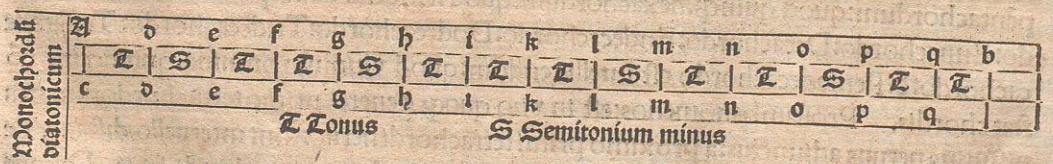
Tetrachordon hypoton est:	Tetrachordum synezeugmenon.
Hypate hypaton	Mese
Parhypate hypaton	Trite synezeugmenon
Lichanos hypaton	Paranete synezeugmenon
Hypate meson	Nete synezeugmenon
Tetrachordon meson est	Tetrachordon diezeugmenon
Hypate meson	Parамese diezeugmenon
Parhypate meson	Trite diezeugmenon
Lichanos meson	Paranete diezeugmenon
Mese	Nete diezeugmenon
Tetrachordum hyperboleon	
Nete diezeugmenon	
Trite hyperboleon	
Paranete hyperboleon	
Nete hyperboleon	

Modum hic vocamus remissionem aut intensionem omnium tetrachordorum gradatim in aliquo genere melorum: sui generis progressionem seruans.

Modi sunt septem.	
Primus Hypodorius	1
Secundus Hypophrygius	2
Tertius Hypolydius	3
Quartus Dorius	4
Quintus Phrygius	5
Sextus Lydius	6
Septimus Mixolydius	7

Monochordi regularis partitionem: in diatonico genere demonstrare.

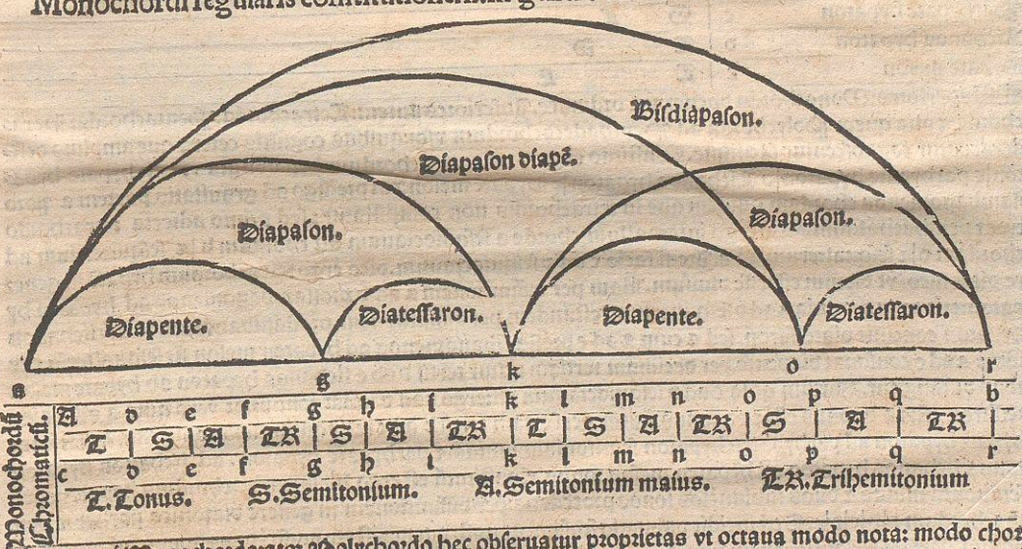
¶ Quãuis instrumenta musices q̃plurima reperiãtur vt Cithare/Tibie/Tube/Litui/Multiformatiles/Fistule/Dextre/Leue/Simplices/Duplices: in quibus vno spiritu animandis vt inquit Apuleius. fertur Thiagnis Lydorum rex Marsieq̃ pater primus in canendo manus discapedinasse: preterea vt Pelte: Chordaciste. Sambuci/Hydraule/Habilie/Psalteria/Magades/Barbiti/Haula/Pentades/Cornua/Heptagona/Mele/Testudo/Barbati/Plectra/Monochorda/Tetrachorda/Polychorda: et cetera id genus musica instrumenta. Placuit tamen philosophis in Monochordis/Tetrachordis: atq̃ Polychordis monstrãdis: ceterorum nos intelligere rationem: atq̃ compositionem. quo circa vt de Monochordorum et Tetrachordorum compositione intelligemus: ita de reliquis est intelligendum. nunc ergo ad Monochordi regularis nos ostensionem conuertamus.



¶ Monochordũ igitur regulare idcirco dicitur q̃ in vnico neruo musice consonãtie harmonica regula perueſtigetur. Sit ergo a b chorda in qua volumus in diatonico genere consonantias regulariter collocare.

Accipio c planissimam regulam:nullaq; exparte subsultantem:equalem linee a b. ⁊ per primam ⁊ decimã octauam secundi huius ab c in d intendo tonum:⁊ ab d in e semitonium minus.⁊ ab e in f ⁊ f in g intendo duos tonos.⁊ ab g in h semitonium minus.ab h in i ⁊ i in k duos tonos.Bursus ab k in l tonum. et ab l in m semitonium minus.ab m in n ⁊ n in o duos tonos.ab o in p semitonium . ab p in q ⁊ q in r duos tonos ita q; continue semitonio minori subiuncti sint duo toni:demptis c d qui p prosłãbanomeno primo semitonio prepositus est tonus:⁊ k l tono qui tetrachordi diezeugmeni hoc est diuisicti principium est. Bursum applico totam regulam harmonicam c r toti chorde a b.ita vt c sit cum a | ⁊ r cum b.⁊ in chorda a b vbi applicãtur d|e|f|g|⁊ relique sectionum regule note:signo d|e|f|g|h|i|k|l|m|n|o|p|q. ⁊ dico monochordum a b esse in genere diatonico regulariter diuisum.Quoniam enim sua interualla interuallis regule c r respondent:euaduntq; equalia a b ⁊ d b ⁊ e b semitonium: ⁊ iterum e b ⁊ f b tonum continet. igitur a b ⁊ f b duos tonos ⁊ semitonium minus continens:per sextam tertij consonat diatessaron. Et quia f b ⁊ g b vt in regula continet tonum.⁊ g b ⁊ h b semitonium minus.⁊ h b:i b.⁊ i b ⁊ k b duos tonos . ergo per decimam tertij f b ⁊ k b tres tonos semitoniumq; minus continens concinit diapente. Sed ⁊ monstratum est a b ⁊ f b modulari diatessaron:ergo per vicesimam tertij a b ⁊ k b quod ex consonantijs diatessarõ ⁊ diapente consurgit coalitum:consonat diapason.Bursus k b ⁊ l b sonat tonum | l b ⁊ m b semitonium minꝰ m b ⁊ n b ⁊ o b duos tonos:quare k b ⁊ o b tres tonos ⁊ semitonium minus continens:per decimam tertij consonat diapente.Sed a b ⁊ k b monstrata est diapason consonantia:ergo a b ⁊ o b consonat diapason ac diapente. Preterea quia o b ⁊ p b semitonium est ⁊ p b ⁊ q b ⁊ b duo toni:ergo o b ⁊ b concinit diatessaron,k b igitur ⁊ b ex diapente:diatessaronq; constans:per vicesimam tertij consonat diapason . Et vero a b ⁊ k b itidem monstratum est concinere diapason.ergo a b ⁊ b concinunt bis diapason.Et quia hec monochordi partitio per semitonium ⁊ duos tonos facta processit:⁊ ee que modo monstrate sunt consonantie harmonice regule suffragio peruestigate:ergo monochordi regularis partitio in genere diatonico per difficultatem monstrata est.quod est propositum.

Monochordi regularis constitutionem:in genere chromatico declarare.



¶In omni Monochordo:atq; Polychordo hec obseruatur proprietas vt octaua modo nota: modo chorda prime:⁊ decimaquinta octaue:in cõsonantia diapason recrepet.⁊ vbiq; pro proslambanomeno preiungitur tonꝰ:interseriturq; vbiq; inter mesen atq; paramesen ꝓ concentu diuisicto tonus.hoc est in monochordis a prima nota in secundam ⁊ ab octaua in nonam collocatur tonus.Sit ergo a b vt priꝰ chorda in qua volumus consonãtias in genere chromatico regulariter reperire.capio c r regulã planissimã ⁊ illi assignate chorde equam.facioq; per primam secundi huius c d tonum:⁊ per decimamoctauam eiusdem d e semitoniũ minus.⁊ iterum per primã d f toni interuallum.erit ergo e f semitoniũ maius:⁊ d e ⁊ e f duo semitonia: sed ⁊ ab f ad g metior tonum ⁊ semitonium minus:que equa erũt trihemitonio: ⁊ g h ⁊ h i facio duo semitonia:minus scilz atq; maius ⁊ i k extẽdo ad tonũ ⁊ semitoniũ minus.Simili quoq; pacto k l fiat tonus: et l|m|n duo semitonia:⁊ n o trihemitoniũ.⁊ iterũ o|p|q duo semitonia:q r vero trihemitonium . Et regulam hoc pacto diuisam applico ex equo linee a b:⁊ in linea a b signo cõsimiles ⁊ consimilibus distantijs notas: scilz a|d|e|f|g|h|i|k|l|m|n|o|p|q|b.quo peracto dico lineam a b esse regulariter in melodia chromatica diuisam.Nã c tonus ⁊ d f tonus ⁊ f g tonꝰ ⁊ semitoniũ minus quare a ⁊ g continent tres tonos ⁊ semitoniũ minus:ergo per decimã tertij a ad g cõsonat diapente.⁊ quia g h i cõtinẽt tonum:⁊ i k trihemitoniũ: igitur g ad k duos tonos ⁊ semitoniũ minus continens per sextam tertij modulatur diatessarõ.sed ⁊ a g probata est diapente:ergo a k cõstans ex a g ⁊ g k diapẽte et diatessaron per vicesimã tertij cõcinit diapason.Et penitus eadẽ ratione ꝓbaueris k o consonare diapente:⁊ k b diapason.quare a o diapason ac diapente ⁊ a b recrepabit bis diapason:quã consonantiam nos transcendere ¶Pythagoricorum verat autoritas. qui tamẽ volet vlterius conscendere ex his que iam demonstrata sunt ⁊ que postea demonstranda suscipiẽtur : facile

conscendet. Et cum iam monstrata partitio per semitonium ꝛ semitonium ꝛ trihemitonium processerit: nisi vbi integer adiectus est tonus vt tum diapason: tum concentus diiuncti seruetur ꝓprietas. Patet ergo ex diffinitione factum esse quod in chromatico genere proponebatur faciendum atq; propositum.

Idem in enarmonico genere regulariter ostendere. 3

Monochordum Enarmonicum.

𝕋	𝔻	𝔻	𝕋𝕋	𝔻	𝔻	𝕋𝕋	𝕋	𝔻	𝔻	𝕋𝕋	𝔻	𝔻	𝕋𝕋	
c	d	e	f	g	h	i	k	l	m	n	o	p	q	r

𝔻. Diesis tetrartemeria. 𝕋𝕋. Ditonus.

¶ Sit vt prius chorda a b ꝛ c r regula eidem vt in ceteris equa: ab ꝓncto c ad d extendo tonum: ꝛ ab d ad f semitonium minus: ꝛ spacium d f partior in equalia per notam e. eruntq; d e f due dieses. ꝛ f g facio duos tonos: qui ditonum implent. g h ı vt prius duas dieses. i k ditonum. k l tonum. l m n duas dieses. n o ditonum. o p q duas dieses ꝛ q r ditonum. quam regulam hoc pacto partitam equaliter applico lince a b: et similes notas: equaliaq; interualla in linea a b designo per medias inter a ꝛ b litteras d|e|f|g|h|i|k|l|m|n|o|p|q|b. ꝛ quia a d tonus: ꝛ d e f due dieses semitonium minus implentes: ꝛ f g ditonus: ergo a g tres toni ꝛ semitonium minus per decimam tertij sonant diapente. sed ꝛ g h i due dieses ꝛ i k ditonus duos tonos ꝛ semitonium minus continentes: per sextam tertij sunt diatessaron. igitur vt prius per vicesimam tertij a k cõtinet diapason. ꝛ hoc pacto monstretur k o continere diapente ꝛ k b diapason: quare a o consonare diapason ac diapente: ꝛ a ad b consonare bis diapason. ꝛ quia hec modulationis progressio per duas dieses ꝛ ditonum procedit: constat per diffinitionem monochordum enarmonicum regulariter esse partitum: in eoq; musicas situatas esse consonantias ꝛ propositum.

Tetrachordum hypaton: in diatonico melo diuidere. 4

Proslambanomenos	A	A
Hypate hypaton	b	𝕋 B
Parhypate hypaton	c	S C
Lichanos hypaton	d	𝕋 D
Hypate meson	e	𝕋 E

¶ Superiores: Monochorda docuerunt ordinare. Inferiores autem: Tetrachorda: Pentachorda: Hexachorda: ꝛ alia queq; Polychorda ad Penthadecachordum vsq; quibus cognitis cetera que amplius desiderarentur cognoscentur facillime. Constituo ergo b c d e tetrachordum hypaton: ita vt b sit hypate hypaton|c parhypate hypaton|d Lichanos hypaton|e Hypate meson: cui preiũgo ad grauitatis partem a Proslambanomenon chordam quidem que in tetrachordis non computatur: sed primo adiecta tetrachordo creat penthachordum. facio ergo interuallum chorde a sesquioctauum ad chordam b|ꝛ sesquitertium ad chordam d|ꝛ sesqualterum ad e. Item facio c ad d sesquioctauum. dico ergo tetrachordum hypatõ in genere diatonico (vt dictum est) esse diuisum. Nam per diffinitionem a ad b proslambanomenos ad hypaten hypaton: erit tonus. ꝛ quia a ad d sesquitertium est: itidem per diffinitionem proslambanomenos ad lichanon hypaton concinit diatessaron. sed ꝛ cum a ad e proslambanomenos ad hypaten meson sit sesqualterũ: per idem a ad e consonat diapente. per decimam tertiam igitur tertij d ab e lichanos hypaton ab hypate meson tono diiungitur. Rursum quia c ad d sesquioctauum est: ergo c ad d sonat tonum. at vero quia a ad d diatessaron est: ꝛ a b tonus est: ꝛ c d tonus: igitur per sextam tertij b ad c relinquitur semitoniũ minꝰ. Est itaq; hypate hypaton ad parhypaten hypaton semitonium minus. ꝛ parhypate hypaton. ad lichanon hypaton tonus: lichanos hypaton ad hypaten meson tonus. Constitutũ est ergo b|c|d|e tetrachordum hypaton: per semitoniũ minus ꝛ duos subiunctos tonos procedens: per diffinitionem in genere diatonico pariter ꝛ penthachordum a|b|c|d|e. Sed incidit dubitatio forsan: cur nostra tempestate musici duos tonos ad tetrachordum partem seriam|grauemq; prelocant: nos autem solum tonum qui est proslambanomeni atq; hypates hypaton: responsio peruia|in promptuq; est musicos nostra tempestate proslambanomeno alteram chordam distantem perfixisse ꝛ id primum memorant Gregorium facitasse.

In eodem diatonico melo: tetrachordum meson subiungẽre. & in octochordo: a proslãbanomeno in mesen: diapason contineri. 5

Proslambanomenos	A	A
Hypate hypaton	b	𝕋 B
Parhypate hypaton	c	S C
Lichanos hypaton	d	𝕋 D
Hypate meson	e	𝕋 E
Parhypate meson	f	S F
Lichanos meson	g	𝕋 G
Mese	h	𝕋 h

¶ Sit e|f|g|h tetrachordum meson. facio e sesquitertium ad h|ꝛ g sesquioctauum ad h|ꝛ f sesquioctauum ad g: erit ergo per diffinitionem e ad h hypate meson ad mesen diatessaron. ꝛ quia g ad h tonus ꝛ similiter

f ad g tonus. nam vtrumq; ex sesquioctaua proportione nascitur. ergo per sextam tertij e ad f erit semitonium minus. est itaq; e|f|g|h tetrachordum meson per semitonium minus ⁊ duos tonos procedens in genere diatonico diuisum. ⁊ quia a e proslambanomenos ⁊ hypate meson in precedenti monstrata sunt consonare diapente: ⁊ in presenti e h hypate meson ⁊ mese diatessaron. ergo per vicesimam tertij: proslambanomenos ad mesen consonat diapason. continet igitur octochordum a|b|c|d|e|f|g|h consonantiam diapason. quod est totum propositum.

6 Preposito octochordo: in eodem genere tetrachordum disiunctarum submittere. & dodecachordum diapason ac diapente continere.

Proslambanomenos	A	A
Hypate hypaton	b	b
Parhypate hypaton	c	c
Lichanos hypaton	d	d
Hypate meson	e	e
Parhypate meson	f	f
Lichanos meson	g	g
Mese	h	h
Paramese diezeugmenon	k	Trite coniunctarum k
Trite diezeugmenon	l	Paranete coniunctarũ l
Paranete diezeugmenon	m	Nete coniunctarum m
Nete diezeugmenon	n	n

¶ Sit k l m n tetrachordum diezeugmenon quot ⁊ disiunctarum dicitur. facio h ad k mesen ad paramesen disiunctarũ sesquioctauã. ⁊ ad m paranetem disiunctarum sesquitertiam. ad n vero netẽ disiunctaꝝ sesqualterã. deinde l ad m triten ad paranetẽ facio sesquioctauam: sic ergo mese ad paranetẽ disiunctarum cõcinit diatessaron ⁊ ad neten diapente. Est ergo per decimamtertiam tertij m ad n paranetes ad neten toni interuallum. ⁊ l ad m trites diezeugmenon ad paranetẽ similiter tonus est. sed ⁊ cum mese ad paranetem consonet diatessaron ⁊ l ad m sit tonus ⁊ similiter h ad k tonus: ergo per sextam tertij k ad l erit semitonium minus. erit itaq; paramese ad triten diezeugmenon semitonium minus: trite ad paranetem tonus: ⁊ paranete ad neten diezeugmenon consimiliter tonus. quare tetrachordum disiunctarum superiori octochordo in diatonico genere subiunctum est. Et cum precedens monstrauerit a h esse diapason ⁊ presens h n esse diapẽte: igitur a n proslambanomenos ⁊ nete diezeugmenon in dodecachordo a b c n continẽt diapason ac diapente. Qđ si in moliori canendi modo: tetrachordum a chorda mese coniunctum partiri: cõstituereq; volumus: si id tetrachordum h k l m: que sunt mese trite synzeugmenon paranete synzeugmenon nete synzeugmenon facioq; mesen ad neten synzeugmenon sesquitertiam. quare ⁊ concinenten diatessaron ⁊ l ad m paraneten synezeugmenon ad neten tono distantem pariter ⁊ k ad l tono. erit ergo per sextam tertij h ad k meses ad triten synzeugmenon semitonij minoris interuallum ⁊ k l ⁊ l m duo toni ⁊ tetrachordum synzeugmenon hoc est disiunctarum in genere diatonico diuisum.

7 Tetrachordum hyperboleon in eodem diatonico genere predictis copulare: & in pentadecachordo: bis diapason consonantiam compleri.

A re	Proslambanomenos	A	A	
b mi	Hypate hypaton	b	b	
c faut	Parhypate hypaton	c	c	
d solre	Lichanos hypaton	d	d	
e lami	Hypate meson	e	e	
F faut	Parhypate meson	f	f	
G solreut	Lichanos meson	g	g	
a lamire	Mese	h	h	
b mi	Paramese diezeugmenon	k	b fa	Trite syn. k
C solfaut	Trite diezeugmenon	l	c solfaut	Paranete syn. l
d lasolre	Paranete diezeugmenon	m	d lasolre	Nete syn. m
e lami	Nete	n	n	
f faut	Trite hyperboleon	o	o	
G solreut	Paranete hyperboleon	p	p	
a lamire	Nete hyperboleon	q	q	

	Tetrachordū hypaton							Tetrachordū diezeugmenō						
	To.	Semi.	To.	To.	Semi.	To.	To.	To.	Semi.	To.	To.	Semi.	To.	To
A	b	c	d	e	f	g	h	k	l	m	n	o	p	q
				Tetrachordum meson							Tetrachordum hyperboleō			

¶ Sit n o p q tetrachordum hyperboleon facio vt in prioribus n neten diezeugmenon ad q netē hyperboleon sesquitertiam: & idcirco ad eam concinentem diatessaron. & p ad q facio toni interuallum. & o ad p itidē toni interuallum. per sextam tertij n ad o erit semitonium minus. Est ergo tetrachordum hyperboleō n o p q ex semitonio minore duobus subiunctis tonis in genere diatonico dimensum. sed & per precedētem h mese ad n neten diezeugmenon consonat diapente: ergo h ad q mese ad neten hyperboleon ex consonantia diapente & diatessaron constans: consonat diapason. ergo a ad q proslambanomenos ad netē hyperboleon cōsonabit bis diapason. & cum totum polychordum a q omnino quindecim perficiatur chordis: in pentadecachordo & in genere diatonico constitutum est bis diapason. quod est totum propositum.

Pentadecachordi in diatonica melodia constituti: numeros reperire. 8

| | | | | | | |

ad m fiat l. ꝛ octaua q. ad q fiat p. eruntq; idētidem g ad h l ad m ꝛ p ad q ſeſquioctaui ꝛ numeri tono: ſſ. et h comperitur habere nonam partem: illam augeo per octo et veniat k: eritq; h ad k per octauam ſecundi Arithmetices ſeſquioctauus. Et ſi g octauam partem haberet facerem f ſeſquioctauum ad g. Ut vero quoniam ea caret: augeo omnes numeros tertio loco repertos per octo ꝛ exurgant in quarto loco a b c d e g h k l m n p q: qui per eandem ſeptimā erunt in eiſdem habitudinibus vt et numeri tertij loci. adiecta igitur octaua eius parte ad g facio f. ꝛ octaua parte ad p facio o. dico ergo numeros quarto loco conſtitutos eſſe numeros pentadecachordi. Nam a ad d eſt diateſſaron. ꝛ a ad b tonus: ꝛ c ad d tonus. ergo per ſextā tertij b ad c ſemitonium minus. ꝛ quia a h eſt diapaſon ꝛ a e diapente: ergo per viceſimam tertij e h eſt diateſſaron ꝛ g h ꝛ f g monſtrati ſunt ſeſquioctaui atq; toni. ergo per ſextā tertij e f eſt ſemitonij minus. ꝛ eodē pacto oſtendas k l ꝛ n o eſſe ſemitonia minora: ꝛ ceteri adinuicem ſunt cogniti toni. igitur pentadecachordi diatonici numeri ſunt reperti. Eſt enim numerus proſlambanomeni ad numerum hipates hipaton tonus: ꝛ hipates hipaton ad parhipaten hipaton ſemitonium minus. parhipates hipaton ad lichanon hipaton: ꝛ lichani ad hipaten meſon duo toni. hipates meſon ad parhipaten meſon ſemitonium minus. parhipates meſon ad lichanon meſon: ꝛ lichani ad meſen: ꝛ meſes ad parameſen diſiunctarum: tres toni. parameſes ad triten ſemitonium minus. trites ad paranetē: ꝛ paranetes ad neten: duo toni: netes ad triten hiperboleon ſemitoniū minus. trites ad paraneten ꝛ paranetes ad neten duo toni. Eſt igitur notū propoſitū.

Tres diatonice diateſſaron conſonantie ſpecies a proſlambanomeno ad parhypaten meſon concinunt. & quattuor diapente ſpecies a proſlambanomeno ad triten diezeugmenon. ſeptem vero diapaſon ſpecies inter proſlambanomenon & paraneten hyperboleon.

		Species diateſſarō				Species diapente					Species diapaſon						
Proſlamba.	A	ꝑma	ſcōa	tertia		ꝑma	ſcōa	tertia	q̄rta		ꝑma	ſcōa	tertia	q̄rta	q̄nta	ſexta	ſeptima
Hipate hip.	b	To.	o	o		To.	o	o	o		To.	o	o	o	o	o	o
Parhip. hip.	c	Se.	Se.	o		Se.	o	o	o		Se.	Se.	o	o	o	o	o
Licha. hipa.	d	To.	tonꝰ	tonꝰ		To.	tonꝰ	o	o		To.	tonꝰ	tonꝰ	o	o	o	o
Hipate meſon	e		tonꝰ	tonꝰ		To.	tonꝰ	o	o		To.	tonꝰ	tonꝰ	tonꝰ	o	o	o
Parhip. me.	f			Se.			Se.	Se.	o		Se.	Se.	Se.	Se.	Se.	o	o
Licha. meſon	g						tonꝰ	tonꝰ	tonꝰ		To.	tonꝰ	tonꝰ	tonꝰ	tonꝰ	tonꝰ	o
Meſe	h							tonꝰ	tonꝰ		To.	tonꝰ	tonꝰ	tonꝰ	tonꝰ	tonꝰ	tonus
Para. diezeu.	k							tonꝰ	tonꝰ			tonꝰ	tonꝰ	tonꝰ	tonꝰ	tonꝰ	tonus
Trite diezeu.	l								Se.				Se.	Se.	Se.	Se.	Se.
Para. diezeu.	m													tonꝰ	tonꝰ	tonꝰ	tonus
Mete. diezeu.	n														tonꝰ	tonꝰ	tonus
Trite hiper.	o															Se.	Se.
Para. hiper.	p																tonus
Mete hiper.	q																

¶ Prima ſpecies diateſſaron tono ſemitonio minore atq; tono conſtat. Secunda ſemitonio ꝛ duobus tonis. Tertia duobus tonis ꝛ ſequente ſemitonio. ¶ Prima ſpecies diapente eſt que conſtat ex tono ſemitonio minore ꝛ duobus tonis. Secunda duobus tonis: ſemitonio: atq; tono. Tertia ſemitonio ꝛ tribus tonis. Quarta tribus tonis ꝛ ſemitonio. ¶ Prima ſpecies diapaſon eſt que conſtat ex tono | ſemitonio minore | duobus tonis | ſemitonio minore | atq; duobus tonis. Secunda ſemitonio duobus tonis | ſemitonio ꝛ tribus tonis. Tertia duobus tonis | ſemitonio | tribus tonis | atq; ſemitonio. Quarta tono | ſemitonio | tribus tonis | ſemitonio | atq; tono. Quinta ſemitonio | tribus tonis | ſemitonio | duobus tonis. Sexta tribus tonis | ſemitonio | duobus tonis ſemitonio. Septima duobus tonis | ſemitonio | duobꝰ tonis | ſemitonio | atq; tono. ¶ Erit itaq; per diffinitionem prima diateſſaron ſpecies a proſlambanomeno in lichanon hipaton. Nam proſlambanomenos ad hipaten hipaton tonus eſt: ꝛ hipate hipaton ad parhipaten hipatō ſemitonium minus eſt: parhipate vero hipaton ad lichanon hipaton tonus. ꝛ itidem per diffinitionem ſecunda diateſſaron ſpecies ab hipate hipaton in hipaten meſon reperietur. ꝛ tertia a parhipate hipaton in parhipaten meſon. ¶ Species vero diapente hoc pacto per diffinitiones ſumentur. Prima a proſlambanomeno in hipaten meſon. Secunda a parhipate hipaten in lichanon meſon. Tertia ab hipate meſon in parameſen diezeugmenon. Et quarta a parhipate meſon in triten diezeugmenon. ¶ Et ſeptem ſpecies diapaſon conſimiliter per diffinitiones querentur. Prima a proſlambanomeno in meſen. Secunda a parhipate hipaton in parameſen diezeugmenon. Tertia a parhipate hipaton in triten diezeugmenon. Quarta a lichano hipaton in paraneten diezeugmenon. Quinta ab hipate meſon in neten diezeugmenon. Sexta a parhipate meſon in triten hiperboleon. Septima vero a lichano meſon in paraneten hiperboleon. ſed hec cognitu facilia ſunt: inſpecta diligenter ſuperiore figura.

Chromaticum principalium tetrachordum: constituere.

Proslambanomenos	A	A	
Hypate hypaton	b	Tonus	b
Parhypate hypaton	c	Semi minu	c
Lichanos hypaton	d	Apotome	d
Hypate meson	e	Trisemitonium	e

¶ Chromata apud Lachedemonios induxit olim Timotheus milesius mollioꝛem cantum superioꝛe diatonico: in quo canendi modo hic tetrachoꝛdum hypaton querimus. Sit ergo b c d e tetrachoꝛdum ad hipatas in chromatico melo constituendas assignatum. prepono choꝛdam a: que sit proslambanomenos: quam facio sesquioctauam ad b hipaten hypaton primam tetrachoꝛdi cõstituendi choꝛdam: deinde facio a sesquialteram ad e hypaten meson: eritq; vt in omnibus a ad b tonus | ꝛ a ad e diapente. deinde facio b ad c semitonium minus ꝛ b ad d tonum. erit ergo c ad d apotome. ꝛ quia per decimã tertij dempto a b tono ab a e cõsonantia diapente: relinquitur diatessaron. ergo b e modulabitur diatessaron. Sed cum per sextam diatessaron ex duobus tonis ꝛ semitonio minoꝛe constet ꝛ b c ꝛ c d simul sint tonus: ergo d e continet tonum ꝛ semitonium minus. est igitur d e trisemitonium. Cum ergo b c hipate hipaton ꝛ parhypate hipaton sit semitonium minus. ꝛ c d parhypate hipaton ꝛ lichanos hipaton sit semitonium maius ꝛ d e lichanos hipaton ꝛ hipate meson trisemitonium vt monstratum est. constat ergo per diffinitionem tetrachoꝛdum b c d e in genere chꝛomatico esse constitutum. idem enim trisemitonium ꝛ trihemitonium dicimus.

Chromaticum tetrachordum meson: subiungere.

Proslambanomenos	A	A	
Hypate hypaton	b	Tonus	b
Parhypate hypaton	c	Semi. minus	c
Lichanos hypaton	d	Apotome	d
Hypate meson	e	Trisemitonium	e
Parhypate meson	f	Semi minus	f
Lichanos meson	g	Apotome	g
Mese	h	Trisemitonium	h

¶ Sint pro tetrachoꝛdo meson in genere chꝛomatico constituendo e f g h: facio a ad h duplam ꝛ concinentem diapason. ꝛ e ad f semitonium minus ꝛ idem e ad g facio tonum. erit ergo f ad g apotome. sed cum a ad e monstrata sit consonantia diapente. ea igitur substracta ab a h consonantia diapason: per vicesimamsecundam tertij relinquitur diatessaron. Est ergo e ad h hypate meson ad mesen diatessaron. ꝛ cum diatessaron duos tonos ꝛ semitonium minus impleat: ꝛ e g sit tonus ergo g h continet tonum ꝛ semitonium min⁹. erit ergo g h trisemitonium: erit igitur e f g h ex duobus semitonijs e f ꝛ f g: ꝛ trisemitonio g h constitutum in genere chꝛomatico tetrachoꝛdum. quod erat monstrandum.

Reliqua duo tetrachorda: in eodem genere predictis adiicere. & in pentadecachordo cõsonantiam bis diapason collocare.

Proslambanomenos	A	A		
Hypate hypaton	b	Tonus	b	
Parhypate hypaton	c	Semi. minus	c	
Lichanos hypaton	d	Apotome	d	
Hypate meson	e	Trisemitonium	e	
Parhypate meson	f	Semi. minus.	f	
Lichanos meson	g	Apotome	g	
Mese	h	Trisemitonium	h	
Paramese diezeugmenon	k	Tonus	Trite syn. Semi. minus	k
Trite diezeugmenon	l	Semi. mi.	Paranete syn. Apotome	l
Paranete diezeugmenon	m	Apotome	Mete syn. Trisemitonium	m
Mete diezeugmenon	n	Trisemitonium		n
Trite hyperboleon	o	Semi. minus		o
Paranete hyperboleon	p	Apotome		p
Mete hyperboleon	q	Trisemitonium		q

¶Sint pro reliquis tetrachordis complendis k l m n o p q:quia tetrachordum meson disiunctum est a te trachordo netarum diezeugmenon:idcirco facio meses ad parameſen diezeugmenon diſtantiam eſſe tonſi. τ meſen ad neten diezeugmenon facio conſonare diapente.τ ad neten hyperboleon diapaſon.τ tetrachordū k l m n partior vt tetrachordon hypaton:tetrachordum vero n o p q partior vt in precedenti tetrachordum meſon eritq; vtrūq; id genere chromatico diuiſum:τ quia a ad h cognita eſt eſſe diapaſon:τ h ad q itidem diapaſon:ergo a ad q conſonabit bis diapaſon. Quod cum quindecim vocibus atq; chordis contentum ſit conſtat effectum eſſe id quod erat propoſitum. Sed ſi k l m facis tetrachordum ſynzeugmenon ipſum partiaris vt tetrachordum chromaticum meſon:τ facile factum intuebere propoſitum.

Chromatici pentadecachordi numeros aſſignare. 13

Proſlambanomenos	A		2592	5971968	
Hypate hypaton	b	256	2304	530846	Tonus
Parhypate hypaton	c	243	2187	5038848	Semi.minus
Lichanos hypaton	d		2048	4718592	Semi.maius
Hypate meſon	e		1728	3981312	Triſemitonium
Parhypate meſon	f			3779136	Semi.minus
Lichanos meſon	g			3538944	Semi maius.
Meſe	h		1296	2985984	Triſemitonium
Parameſe diezeugmenon	k		1152	2654208	Tonus
Trite diezeugmenon	l			2519424	Semi.minus
Paranete diezeugmenon	m			2359296	Semi.maius
Nete diezeugmenon	n		964	2221056	Triſemitonium
Trite hyperboleon	o			2108268	Semi.minus
Paranete hyperboleon	p			1974272	Semi.maius
Nete hyperboleon	q		648	1492992	Triſemitonium

¶Sint b τ c minimi numeri ſemitonij minoris per decimamoctauam ſecundi huius reperti. quia b nona parte caret:augeo b τ c per nouem τ veniant b τ c in ſecundo loco. quoniam igitur in ſecundo loco b nonam partem habet:eam augeo per octo τ fiat d.tunc b ad d per ſeptimam ſecundi Arithmetices erit ſeſquioctauus.quare b d continentia tonum.τ b τ c per eādem eſt ſemitonium minus.ergo c d eſt apotome. Rurſum quia b habet octauam adiicio eidem ſuā octauam τ fiat a:eritq; a ad b ſeſquioctauus atq; tonus τ quoniam a habet tertiam facio a ad e ſeſqualterum.τ quia habet ſecundam facio itidem a duplum ad h. Reperio item h habere nonam tertiam τ ſecundam.facio igitur h ſeſquioctauam ad k:ſeſqualterum ad n τ duplum ad q quo facto duco b ſecundi loci in a b c d e h k n q τ veniant in tertio loco a b c d e h k n q. Deinde duco c d ſecundi loci in e ſecundi τ veniant f g τ in k τ veniant l m τ in n τ veniant o p in tertio loco. eritq; per ſeptimam τ octauam ſecundi Arithmetices numeri pentadecachordi chromatici in tertio loco aſſignati. Nam a b erit tonus τ b c ſemitonium minus τ c d apotome.τ quia a ad e eſt ſeſqualter: a τ e ſunt numeri diapente.τ a b numeri toni.dempto igitur a b tono relinquitur b e diateſſaron.τ b c τ c d ſimul ſunt tonꝰ igitur per ſextam tertij d e ſunt triſemitonium. Et a h eſt diapaſon τ a e diapente.igitur e h eſt diateſſaron.τ per octauam ſecundi Arithmetices e f τ f g ſunt ſemitonium minus τ apotome.igitur g h eſt triſemitonium τ conſimiliter monſtrabis h k eſſe tonū k l τ l m duo ſemitonia τ m n triſemitonium n o p duo ſemitonia τ p q.triſemitonium.clarum igitur euadit propoſitum.

Modorum diatonici & chromatis parhypate parhypatis:parameſe parameſis: atq; trite tritis correſpondent. 14

¶Nam in vtriſq; generibus hypate ad parhypatas ſemitonij minoris obſeruant interuallum. et meſe ad parameſas tonum.τ trite ad tritas minus ſemitonium.eſt igitur notum illas voculas in vtroq; canēdi modo ſibiinuicem reſpondere: τ non modo id verum ſit:ſed τ hypate hypatis τ meſe meſis τ nete netis correſpondent. Nam vtrobiq; proſlambamenoni ad hypatas hypaton concinunt tonum: τ ad hypatas meſon diapente:ad meſas diapaſon:ad netas diſiunctarum diapaſon ac diapente: τ ad netas hyperboleō bis diapaſon. Eſt ergo quod proponebatur τ amplius facile cognitum.

Pentadecachordum enarmonicum constituere.

15

Proslambanomenos	A	A													
Hypate hypaton	b	Tonus	b												
Parhypate hypaton	c	Diesis		c											
Lichanos hypaton	d	Diesis			d										
Hypate meson	e	Ditonus				e									
Parhypate meson	f	Diesis					f								
Lichanos meson	g	Diesis						g							
Mese	h	Ditonus							h						
Paramese diezeugmenon	k	Tonus	Trite syn. diesis							k					
Trite diezeugmenon	l	Diesis	Paranete syn. diesis								l				
Paranete diezeugmenon	m	Diesis	Mete syn. ditonus									m			
Mete diezeugmenon	n	Ditonus											n		
Trite hyperboleon	o	Diesis												o	
Paranete hyperboleon	p	Diesis													p
Mete hyperboleon	q	Ditonus													q

¶ Huius compositio perfacilis est. facio enim vt in ceteris precedentibus a ad b interuallum toni. ꝛ ad e diapente. ꝛ b ad d facio semitonium minus. ꝛ diuido chordam c in medio differentie b ad d erit ergo b ad c diesis tetrartemeria atq; quadrupartialis pariter et c ad d diesis. sed per quartam secundi huius hec latior illa vero contractior neq; per tricesimam secundam eiusdem semitonium minus in duo equa certo: consti tutoq; numero diuidi potest. ꝛ a ad e diapente. substracto igitur a b tono relinquitur b ad e esse diatessarō. ꝛ cum diatessaron semitonium minus ꝛ duos tonos complectatur: ꝛ b ad d sit semitonium minus: relin quitur igitur d ad e esse ditonus. erit igitur b c d e hypates hypaton parhypates hypaton lichaniq; hypatō ꝛ hypates meson tetrachordum. per b c: e d ꝛ d c diesim ꝛ diesim ꝛ ditonū procedēs per diffinitionē in enar monico genere diuisum. Similiter constituas e f g h tetrachordum meson faciendo a ad h diapason. ꝛ e ad g semitonium minus. ꝛ partiendo mediam differentiam per f ita vt e f ꝛ f g sint due dieses. Nam ab a h cō sonantia diapason subducta a e consonantia diapente: relinquitur e h esse diatessarō. ꝛ cū e g sit semitoniū minus: igitur g h erit ditonus. ꝛ cum e f ꝛ f g sint due dieses ꝛ g h ditonus. ergo hec tetrachordi partitio in genere enarmonico facta conspicitur. Et facta h mese ad neten disiunctarum diapente: ꝛ ad neten hyperbo leon diapason: ꝛ chorda mese a paramese tetrachordi disiunctarum tono disclusa: perinde ac proslambano meno ab hypate hypaton: partieris tetrachordum disiunctarum k l m n vt b c d e tetrachordum hypaton. ꝛ tetrachordum n o p q hyperboleon excellentium q; vt e f g h tetrachordum meson. tetrachordum autem cō iunctarum h k l m partieris vt tetrachordum meson ꝛ id quoq; facile est.

Pentadecachordi enarmonici numeros colligere.

16

Proslambanomenos	A	15824		15824		
Hypate hypaton	b	12288	Tonus	12288	Tonus	
Parhypate hypaton	c	11664	Semi. minus	11976	Diesis	
Lichanos hypaton	d	10368	Tonus	11664	Diesis	
Hypate meson	e	9216	Tonus	9216	Ditonus	
Parhypate meson	f	8748	Semi. minus	8982	Diesis	
Lichanos meson	g	7776	Tonus	8748	Diesis	
Mese	h	6912	Tonus	6912	Ditonus	
Paramese diezeugmenon	k	6144	Tonus	6144	Tonus	
Trite diezeugmenon	l	5832	Semi. minus	5988	Diesis	
Paranete diezeugmenon	m	5184	Tonus	5832	Diesis	
Mete diezeugmenon	n	4608	Tonus	4608	Ditonus	
Trite hyperboleon	o	4374	Semi. minus	4491	Diesis	
Paranete hyperboleon	p	3888	Tonus	4374	Diesis	
Mete hyperboleon	q	3456	Tonus	3456	Ditonus	

¶ Sint numeri a b c d e f g h k l m n o p q in primo loco constituti numeri pentadecachordi diatonici per octauam huius reperti. pono iterum a b e h k n q in secundo loco ꝛ in respondentibus locis: rursum c in secundo loco transinuto ad d ꝛ f ad g ꝛ l ad m ꝛ o ad p. quibus ita in secundo loco dispositis: ex ipsis quidem in secundo loco capio differentiam b d ꝛ eius medietatem adiicio ad d ꝛ fiat c. Similiter differentiam e g et medietatem addo ad g ꝛ fiat f. ꝛ differentiam k m ꝛ medietate differẽtie adiecta ad m fiat l. ꝛ differentiam n p ꝛ medietate adiecta ad p fiat o. dico a b c d e f g h k l m n o p q nũeros secundo loco positos esse nũeros pentadecachordi enarmonici. Nam a b erit tonus. b c ꝛ c d due dieses constituentes semitonii minus b d. quod enim est b c in diatonico factum est b d in enarmonico ꝛ d e est ditonus. Nã quod est in diatonico c e est hic in enarmonico d e. at diatonice modulationis c e ditonus est. Nam continens c d tonum ꝛ d e tonum. ꝛ hoc pacto reperietur e f g due dieses ꝛ g h ditonus. h k tonus: k l m due dieses: m n ditonus. n o p due dieses: p q ditonus. Sunt itaq; collecti numeri pentadecachordi enarmonici quemadmodum propositum fuerat. quod est propositum.

17 Modi diatonici parhypate hypaton: in enarmonica modulatione transit in lichanon: & parhypate meson in lichanon meson atq; trite in paranetas.

¶ Id prospici statim promptum est. Nam in diatonico pentadecachordo a proslambanomeno ad hypaten hypaton incidit tonus. et ab hypate ad parhypaten hypaton semitonium minus. in enarmonico vero a proslambanomeno ad hypaten hypaton similiter incidit tonus. ꝛ ab hypate ad lichanon hypaton semitonium minus. diatonica igitur parhypate: in enarmonica modulatione permutatur: transitq; in lichanon. ꝛ hoc pacto de reliquis ostendatur. quod ꝛ facile sensu deprehendetur: si in vtroq; emodulandi genere ꝛ diatonico ꝛ enarmonico proslambanomeni ponatur equisoni. tunc enim manifestum erit huius lichanos: illius parhypatis esse equisonos: vnisonosq;: pariter ꝛ huius paranetas: illius tritis esse equisonas.

18 Consentiunt in tribus modulationum generibus: proslambanomeni: hypate principales: hypate medie: mese: parамese: nete: cum disiuncte: tum coniuncte atq; excellentibus netis excellentes.

¶ Nam in tribus generibus per quartam: quintam: sextam: septimam: decimam: vndecimam: duodecimã: et quintamdecimam huius proslambanomeni ad hypatas hypaton sonant tonum. et ijdem ad hypatas meson sonant diapente. ad mesas diapason. ad netas disiunctas sonant diapason ac diapente. ad netas autem coniunctas dempto tono sonarent diapason ac diatessaron. et ad netas excellentes: consonant vbilibet proslambanomeni bis diapason. consentiunt igitur in tribus generibus que aducte sunt vocule, quod est propositum.

19 Que chorde mobiles queue immobiles in pentadecachordis existant: inuestigare.

Proslambanomeni	A	Stabiles	
Hypate hypaton	b	Stabiles	
Parhypate hypaton	c	Instabiles	
Lichanos hypaton	d	Instabiles	
Hypate meson	e	Stabiles	
Parhypate meson	f	Instabiles	
Lichanos meson	g	Instabiles	
Mese	h	Stabiles	
Parамese diezeugmenon	k	Stabiles	Trite sinzeugmenon. Instabiles
Trite diezeugmenon	l	Instabiles	Paranete sinzeugmenon. Instabiles
Paranete diezeugmenon	m	Instabiles	Nete sinzeugmenon. Stabiles
Nete diezeugmenon	n	Stabiles	
Trite hyperboleon	o	Instabiles	
Paranete hyperboleon	p	Instabiles	
Nete hyperboleon	q	Stabiles	

¶ Chordas stabiles immobilesq; vocamus: que in omni pentadecachordorum diuisione: eadem seruant interualla: eandemq; ad proslambanomenon habitudinem. Instabiles vero atq; mobiles: que id non seruant. sic ergo stabiles ac instabiles reperiemus. cum enim per precedentem in tribus generibus consentiãt proslambanomeni: principales hypate. medie hypate: mese: parамese: nete tũ synzeugmene tum diezeugmene ac hyperboles: ꝛ eadem vt ex demonstratis iam patet seruent interualla. erũt ergo proslambanomenos hypate hypaton: hypate meson: mese: parамese nete synzeugmenon: nete diezeugmenon: et nete hyperboleon: simpliciter immobiles atq; firme. Sed cum decimaseptima huius monstrauerit parhypatas diatonice modulationis: in enarmonico melo transire permutariq; in lichanas: et tritas in parametas:

constat ergo reliquas a predictis esse mobiles: vt parhypaten hypaton | lichanon hypaton | parhypaten meson | lichanon meson | triten synzeugmenon | paraneten synzeugmenon | triten diezeugmenon | paranetē diezeugmenon | triten hyperboleō | paranetē hyperboleon. Id tamen animaduerti dignum est q cum per decimamquartam huius parhypate | τ trite in diatonicis τ chromaticis respondeant | similiaq possideant interualla: eas non vsq adeo (vt cetere sunt) esse instabiles. Et proinde partim mobiles | partimq immobiles bono iure dici posse videntur.

In tetrachordis diatonicis ab hypate hypaton primo limite consonantiarū: ad quartum vsq limitem ter diatessaron continetur sed semel duntaxat in stabilib⁹: immobilibusq. Et ad quintum limitem idemtidem ter diapente: semel in mobilibus: semel partim variabilis: & semel penitus inuariabilis atq firma. Ad octauum vero septies consonabit diapason: ter in immobilibus: & quater in mobilibus. 20

hypate hypa.	et consequentes suis locis.												
	Semi.	Ton⁹	Ton⁹	Semi	Ton⁹	Ton⁹	Ton⁹	Semi.	Ton⁹	Ton⁹	Semi.	Ton⁹	Ton⁹
Stabiles	b		e			h	i			m			
Instabiles		c	d		f	g			k	l		n	o	p

¶ Cum dicitur a primo limite ad quartum vsq limitem: quintum: ac octauum: primus limes non excluditur: sed quartum: quintū: ac octauum excludi intelligimus. Sint ergo b c d e f vsq ad p quattuor tetrachorda τ b hypate hypaton: cetere vero consequentes. Dico primo ab b vsq e ter contineri diatessaron. sed semel solum in immobilibus. Nam per quartam huius b ad c continet semitonium minus τ c ad d tonū τ d ad e tonum. ergo b ad e consonat diatessaron: eritq b ad e prima diatessaron consonantia reperta. Et cū ostensum sit c ad d τ d ad e esse duos tonos τ per quintam huius e ad f sit semitonium minus: ergo c ad f cōsonat diatessaron. eritq c ad f secunda diatessaron. Item monstratus est d ad e esse tonus τ e ad f semitonium minus: τ per quintam huius f ad g est tonus. ergo d ad g est diatessaron: eritq d ad g tertia diatessaron. Sed cum prima harum trium que est b ad e sit ab hypate hypaton ad hypatē meson: quas mōstrauit precedens stabiles immobilesq: et secunda ab c in f parhypate hypaton in parhypaten meson: et tertia ab d in g lichano hypaton in lichanon meson. τ parhypate τ lichane monstrate sunt mobiles. constat ergo ab b ad e ter diatessaron sed semel duntaxat in stabilibus: immobilibusq contineri. ¶ Secundo dico ab b hypate hyparon ad f vsq parhypaten meson: solum ter contineri diapente. Nam per decimam tertij diapente tribus tonis semitonioq minore cōstat. sed per quartā τ quintam huius b ad f solum duos tonos τ duo semitonia minora continet: que duo semitonia minora per 34 secundi minus vno tono: commate restituunt. ergo vt b ad f diapente cōsonantiam compleat: plena deest apotome. non constituit ergo b ad f diapente. Item c ad g per quartam τ quintam huius continet tres tonos qui sunt c ad d: d ad e: τ f ad g: τ vnū semitonium minus quod est e ad f. igitur per decimam tertij c ad f consonat diapente. eritq c ad g prima diapē te τ per easdem d ad h continet tres tonos: qui sunt d ad e: f ad g: et g ad h: et semitonium minus e ad f. ergo d ad h consonat diapente: eritq d ad h secunda diapente. et ab e ad i per quartam τ sextam cōsimiliter continentur tres toni τ semitonium minus. erit ergo c ad i tertia diapente. ter igitur ab b vsq ad f continetur diapente. sed cum prima sit ab c parhypate hypaton in g lichanon meson. τ parhypatas τ lichanas mō strauerit decimanona huius esse mobiles. erit ergo c ad g prima diapente in mobilibus constituta. τ cū secunda sit ab d lichano principalium in h meson: lichanos autem mobilis sit: τ mese immobilis: secunda igitur diapente partim variabilis existit. Et cum tertia sit ab e hypate meson ad i parameson que per eandem decimamnonam stabiles monstrate sunt. erit igitur tertia diapente omnino stabilis atq firma. ¶ Tertio dico ab b hypate hypaton vsq ad i parameson septies contineri diapason. sed solum ter in immobilibus: quater autem in mobilibus. Nam b ad i per quartam quintam τ sextam huius continet quinq tonos et duo semitonia minora. ergo per vicesimamprimam tertij b ad i consonat diapason: eritq b ad i prima diapason. Et per idem c ad k: d ad l τ e ad m: singule intercipiunt quinq tonos τ duo semitonia minora erit ergo c ad k secunda diapason. τ d ad l tertia. τ e ad m quarta. sed per quartam: quintam: sextam atq septimā simul f ad n similiter continebit quinq tonos τ duo semitonia minora. similiter et g ad o et h ad p. erit ergo quinta diapason f ad n. sexta g ad o. et septima h ad p. igitur ab b ad i vsq: continetur septies diapason. atqui primam prebent hypate hypaton: τ paramese diezeugmenon. τ quartam hypate meson τ nete diezeugmenon. et septimam mese τ nete hyperboleon. hypatas autem mesas parameses et netas monstrauit decimaoctaua immobiles atq stabiles. igitur inter illas septem diapason consonantias diapason ter in immobilibus reperitur. Sed secundam prebent parhypate hypaton τ trite diezeugmenon. Tertiam lichanos hypaton τ paranete diezeugmenon. Quintam parhypate meson et trite hyperboleon. Sextam lichanos meson et paranete hyperboleon: sed decimanona parhypatas: tritas: lichanas τ paranetas: monstrauit esse mobiles. igitur inter illas septem consonantie diapason vices: quater in mobilibus mutabilibusq facta reperitur: quod est totū propositum. ¶ Quod autem diuus Seuerinus sapientum latinorum disciplinas sectantium primus: quem et in hoc opere quātum valemus imitamur suis disciplinis non parum adiuti decimotertio capite quarti sue musices species diapente numerando eas quattuor faciat: id introductorie factum putetur: vbi precisam nō curauit veritatē. sed cōmunem secutus illic est extimationē: quod facile ex ei⁹ superiori determinatione cognoscitur. hic autē nō introductionis sed exacte determinationis locus est.

Tessaradecachordi chromatici inter assignatos limites ter itidem diatessaron: solum se-
21 mel immobiliter. bis diapente: semel immobiliter: semelq; partim mobiliter. septies autem diapason: ter vt in diatonico genere immobiliter: quaterq; mobiliter continetur.

Semi.	Apoto.	Trisemi.	Semito.	Apoto.	Trise.	Tonus	Semi.	Apo.	Trise	Semi.	Apo.	Trise.
b		e			h	i			m			p
c	d		f	g			k	l		n	o	

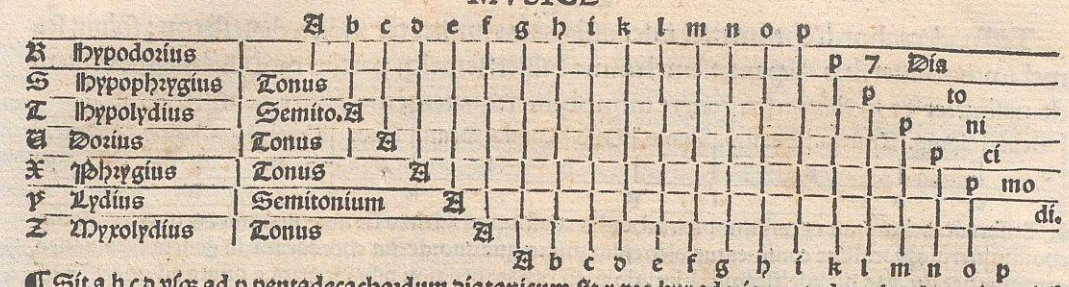
¶ Tessaradecachordum ex quattuor tetrachordis constituitur: idcirco sic nuncupatum: q; quattuordecim chordis neruis vocalisue contineatur. dico enim primo quattuordecim chordarum in genere chromatico continue per litteras b c d e f g h i k l m n o p ab hypate hypaton dispositarum a primo ad quartū vsq; limitem: ter contineri diatessaron solum semel immobiliter. Nam per decimam b ad e concinit diatessarō. eritq; b ad e prima diatessaron. sed ꝛ quia per decimam c ad d est apotome ꝛ d ad e trisemitonii. ergo c ad e continet duos tonos, ꝛ per vndecimam e ad f est semitonium. ergo per sextam tertij c ad f duos tonos ꝛ semitonii continens: erit diatessaron. erit igitur c ad f secunda diatessaron. ꝛ quia rursus per vndecimam e ad f est semitonium minus ꝛ f ad g apotome. ergo e ad g tonus. sed d ad e monstratum est trisemitonii. ergo d ad g continet duos tonos ꝛ semitonium: estq; d ad g tertia diatessarō. Et cum prima b ad e sit ab hipate hypaton in hypaten meson per decimamoctauam fit immobiliter. secunda vero c f ꝛ tertia d g: sunt a par hypate ꝛ lichano principalium: que decimanona patefecit esse mobiles. constat ergo primum. ¶ Secundo dico solum bis intra quintum limitem contineri diapente. quia enim b ad e per immediate mōstratum est diatessaron, ꝛ e ad f: ꝛ f ad g simul tonus. ergo per decimamtertiam tertij b ad g concinit diapente. eritq; b ad g prima diapente. ea tamen sex vocibus ꝛ non quinq; explebitur: propietatem diapente non seruans. at c ad g non explebit diapente. Nam per modo monstratum ad diapente complementum deerit b ad c semitonii minus. neq; c ad h. Nam per vndecimā huius g ad h continet trisemitonium. at c g ad diapēte cōplementū solum deerat semitonium minus: superat igitur c h consonantiam diapente completo tono. neq; d h continet diapente. Nam cum c h superet consonantiam diapente integro: completoq; tono: dempta ergo c d apotome relinquetur d h superans diapente consonantiā semitonio minore. sed e ad i cōsonat diapēte: est enim h ad i per duodecimam tonus. sed d ad h per immediate monstratū superat consonantiam diapente semitonio minore. Dempto ergo d e trisemitonio minore: relinquitur e h deficiens tono a diapente: addito igitur h i tono fiet diapente. est itaq; e ad i secunda diapente. Ab b igitur ad f quintum limitē solum bis sumitur diapente. Et cum prima diapente b g sit ab hypate hypaton immobili ad lichanon meson partim mobilem: fit ergo primo partim mobiliter. At vero cum secunda e i sit ab hypate meson ad parameses que monstrate sunt immobiles: fit ergo secundo modo immobiliter seruaturq; secundo modo diapente proprietas vt de quinto loco in quintum fiat locum. ¶ Tertio dico septies fieri diapason ter immobiliter: quater vero mobiliter. Nam cum b ad e per primam partem huius monstrata sit diatessaron: et per sequidam e ad i diapente. ergo per vicesimam tertij b ad i consonat diapason. Erit itaq; b ad i prima diapason. ¶ Preterea quia c ad f fuit inuenta secunda diatessaron: ꝛ f g est apotome g h trisemitonium: ergo f h duo sunt toni ꝛ h i tonus ꝛ i k semitonium. ergo f k diapente: ꝛ c f vt iam dictum est diatessaron. cōcinit igitur c ad k diapason: eritq; c k secunda diapason. ꝛ eodē iure d l tertia diapason adiuuante duodecima huius: ꝛ e m quarta. f n quinta. g o sexta. ꝛ h p septima. Sed ter fieri immobiliter ꝛ quater mobiliter eodem modo vt in vicesima monstratur.

In tetradecachordo enarmonico: inter assignatos limites ter diatessaron & septies diapa-
22 son vt in precedentibus continetur. at semel duntaxat diapente atq; immobiliter.

Diesis	Diesis	Ditо.	Die.	Diesis	Ditо.	Tonus	Diesis	Diesis	Ditо.	Diesis	Diesis	Ditо.
b		e			h	i			m			p
c	d		f	g			k	l		n	o	

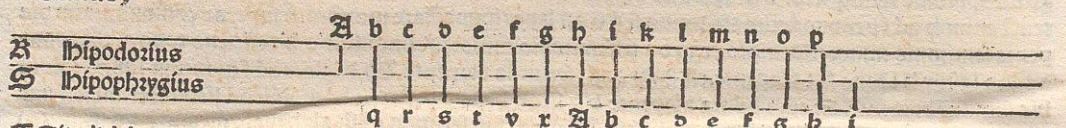
¶ Tetradecachordum ꝛ tessaradecachordum idem dicimus. sit igitur b c d e f g h i k l m n o p tessaradecachordum enarmonicum. dico primo inter b e ter contineri diatessaron. Nam quia per decimamquintam huius b c d sunt due dieses tetrartemerie: erit b d semitonii min⁹. ꝛ d e est ditonus. erit igitur b e prima diatessaron. ꝛ eodem iure c f secunda. ꝛ d g tertia: ꝛ quia b e sunt hypate hypaton ꝛ hypate meson: fit igitur prima immobiliter. ꝛ c d sunt parhypate hypaton ꝛ lichanos hipaton mobiles: fit igitur ꝛ duobus modis mobiliter. ¶ Secundo dico solū semel a primo ad quintum limitem fieri diapente: ꝛ id quidem immobiliter. nam non fiet diapente b f quia solam superaddit consonantie diatessaron b e diesim tetrartemeriam. neq; b g quia solum superaddit consonantie diatessaron duas dieses que sunt semitonium minus. neq; fiet b h quia consonantie diatessaron superaddit semitonium minus ꝛ duos tonos. neq; per idem fiet diapente: c g aut c h. nam hic abundabit tonus ꝛ dieses: illic autem deerit tonus minus vna diesi. neq; d g. nā deerit tonus. neq; d h: nam tonus abundabit. at vero cū e h sit diatessaron: nam e f g due dieses: ꝛ g h ditonus ꝛ cū h i sit tonus: erit igitur e i diapente. ꝛ cum e sit hypate meson ꝛ i parameses que monstrate sunt immobiles. fit igitur inter assignatos limites solum semel diapente atq; immobiliter. Tertio septies fieri diapason vt in diatonicis ex decimaquinta declaratur quemadmodum vicesima huius monstrata est.

23 Diatonice modulationis: septem modos ordine collocare.



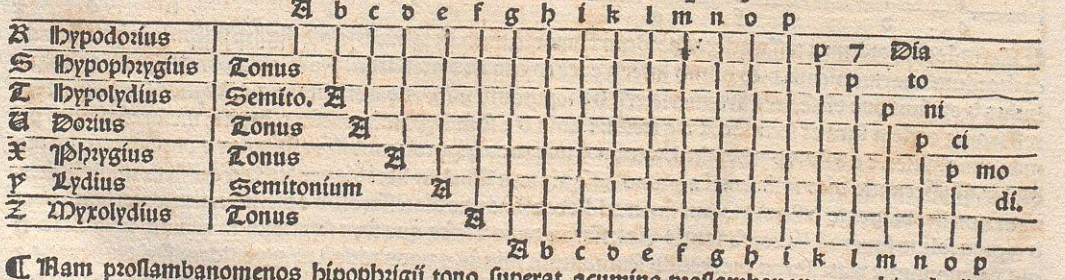
¶Sit a b c d vsq; ad p pentadecachordum diatonicum.sit r pro hypodorio pentadecachordum diatonicū a b c d e f g h i k l m n o p grauissimum:quod vt aliorum basis atq; fundamentum statuatur:extendo vno tono in acumen proslambanomenon pentadecachordi s amplius q̄ sit proslambanomenos r ad quem ceteras voces suo ordine per quartam quintam ⁊ sextam huius in diatonico modulandi genere subiungo. eritq; pentadecachordum s per diffinitionem hypophrygij modi. Similiter extendo proslambanomenon pentadecachordi t semitonio amplius q̄ tensus sit proslambanomenos pentadecachordi s cui tetrachorda per quartam quintam ⁊ sextam huius vt prius coapto.eritq; per diffinitionem t pentadecachordum hypolydij modi.⁊ proslambanomenō v vno tono extendo amplius q̄ hypolidij: cui ceteras voces suo ordine sequentes in diatonico genere coapto.eritq; concentus pentadecachordi v per diffinitionem dorius. ⁊ si amplius extendo x vno tono: erit pentadecachordi x cantus phrygius.et si y semitonio minore: erit eius cō centus lidius.At z amplius extenso vno tono:fiet concentus mixolidius. sicq; factum per diffinitiones patebit propositum.

Que diuersorum modorum in aliquo genere fuerit prime vocis ad primam habitudo ea erit secunde ad secundam & tertie ad tertiam & cuiuslibet totius ad totam similis eadēq; habitudo. 24



¶Sit a|b|c|d ad p vsq; pentadecachordum hipodorium in aliquo genere vt diatonico: ⁊ q|r|s ⁊ sequentes pentadecachordū hipophrygium.distabitq; idcirco q proslambanomenos hipophrygij ab a proslambanomeno hipodorij modi acutior vno tono.dico ergo singulas hipophrygij: singulis hipodorij vt hipatas hipatis|parhipatas parhipatis|lichanas lichanis ⁊ ita consequentes:similiter tono|tonicq; proportione distare.Nam cum pentadecachordum a p ⁊ pentadecachordum q g sint veraq; a proslambanomeno in neten hiperboleon diatonice extensa:ergo que proportio a ad b ea est per quartam huius q ad r:ergo per tertiam secūdi Aruhmetices permutatim vt a ad q ita b ad r.at a ad q mōstratus est esse tonus: igitur ⁊ b ad r tonus.⁊ consimiliter de sequentibus ostendatur.

Totus ordo diatonicus pentadecachordi hypophrygii modi:totum hypodorium vnis acumine toni superat:& totus hypolydius eūdem trisemitonio.singule quoq; dorii singulas hypodorii diatessaron consonantia.totus vero phrygius consonantia diapente. lydius autem diapente atq; semitonio.& myxolydius diapente atq; sesquitono. 25



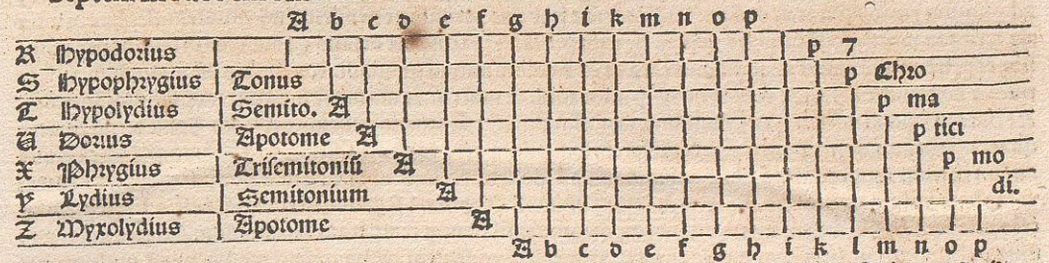
¶Nam proslambanomenos hipophrigij tono superat acumine proslambanomenon hipodorij. ergo per precedentem totus hipophrigius ordo totum hipodorium ordinem:toni superat acumine. ⁊ quia proslambanomenos hipolidij superat acumine semitonij minoris hipophrigium : ergo idem superat acumine proslambanomenon hipodorium trisemitonio. igitur per precedentem totus hipolidius ordo totum hipodorium ordinem trisemitonio supereuadit acutior. sed ⁊ quia dorius toni acutie vincit hipolidium:ergo dorius duobus tonis ⁊ semitonio acutior est hipodorio.ergo per sextam tertij eo acutior est cōso-

nantia diatessaron.quare per precedentem singule dorij singulis hypodorij diatessaron consonantia sonant acutiores.et phrygius addit tonum in acumine dorio: igitur totus phrygius toto hypodorio diapente consonantia modulatur acutior.t lydius phrygio addit semitonium minus et myxolydius lydio tonum. igitur lydius hypodorio diapente t semitonio t myxolydius diapente et sesquitono sonabit acutior. quod totum est propositum.

26 Hypolydius diatonicus hypophrygium diatonicum semitonio/ & dorius trisemitonio/phrygius diatessaron/lydius diatessaron & semitonio/myxolydius diatessaron consonantia/atq; sesquitonio supereuadit acutior: & dorius hypolydio tono/phrygius ditono/ lydius diatessaron & myxolydius diapente:phrygius autem ad dorium sonat tonum lydius trisemitonium & myxolydius diatessaron/lydius phrygio semitonium & myxolydius sesquitonum:myxolydius autem lydio tonum.

¶Hec vt precedens vel q̄ facillime monstrabitur.

27 Septem modos chromatice modulationis constituere.

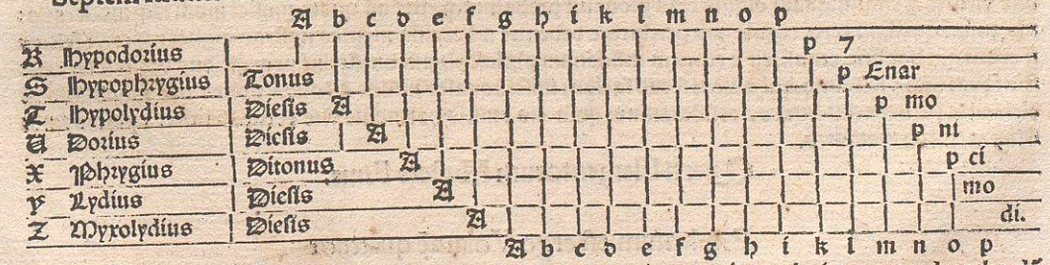


¶Facio r pentadecachordum chromaticum per decimam vndecimam et duodecimam huius et similiter sex alia scilz s|t|v|x|y|z:facioq; pentadecachordum s tono acutius r.et t pentadecachordum semitonio acutius s.v vero apotomes interuallo acutius t et x trisemitonio amplius q̄ v.y semitonio amplius q̄ x. et z apotome transcendere.porro ergo septem modos chromatice modulationis esse ordinatos. nam r erit hypodorius s per diffinitionem hypophrygius chromaticus.t hypolydius.v dorius.x phrygius.y lydius. z myxolydius.

Quo pacto singuli cuilibet inter se chromatici modi respondeant: ostendere.

28 ¶Distat per precedentem hypophrygius ab hypodorio chromatico tono.et hypolydius ab hypophrygio semitonio.distat igitur hypolidius ab hypodorio acutior trisemitonio.et dorius ab hypolidio distat apotome. igitur dorius ab hypodorio remotus est ditono.phrygius autem ab dorio trisemitonio . igitur phrygius ab hypodorio remouetur tribus tonis t semitonio: hoc est totius consonantie diapente interuallo . t lydius a phrygio semitonio.igitur lydius ab hypodorio diapente atq; semitonio.mixolydius ab lydio distat apotome.igitur mixolydius ab hypodorio diapente consonātia distat acutior atq; tono.Et hoc pacto de reliquis ex precedente perfacilis est ostensio.vt hypolidius ab hypophrygio distat semitonio. dorius tono. phrygius diatessaron.lydius diatessaron et semitonio mixolydius diapente. dorius a phrygio distat apotome. phrygius ditono.lydius diatessaron.mixolydius tritono.¶Phrygius a dorio trisemitonio.lydius tono t duobus semitonijs minoribus.myxolidius vero diatessaron.Lydius a phrygio semitonio t myxolydius tono.distat autem myxolydius vt iam quoq; dictum est a lydio maiore semitonio.sicq; constructum est propositum.

29 Septem itidem enarmonicos modos ordinare.



¶Sint r |s|t|v|x|y|z| septem pentadecachorda:et sit per decimamquintam huius r pentadecachordū enarmonicum:intendo proslambanomenon pentadecachordi s vno tono amplius pentadecachordo r. t t diesi amplius q̄ s.t v diesi amplius q̄ t.t x ditono amplius q̄ v.t y amplius diesi x. t z amplius itidē diesi q̄ y.erunt ergo secundum acumen intensa sex post primum pentadecachorda.primo tono:deinde duabus diesibus t ditono. demum duabus diesibus :qui quidem intendi modus enarmonice modulationi

peculiaris propriusq; habetur. sunt igitur septem pentadecachorda r|s|t|v|x|y|z: septem enarmonice modulationi modos continentia. quod demonstrari propositum erat.

Singulorum enarmonicorum modorum: ad quemlibet habitudines demonstrare.

30

¶ Huius ex precedenti demonstratio clara esse potest. Primo hypophrygij ab hypodorio distantiam esse tonum. hypolydij tonum ⁊ diesim. dorij sesquitonum. phrygij diapente. lydij diapente ac diesi. myxolydij diapente ⁊ semitonio. Secundo hypolydium distare ab hypophrygio diesi. dorium semitonio. phrygium diatessaron. lydium diatessaron ⁊ diesi. myxolydium diatessaron ⁊ semitonio. Tertio dorium ab hypolydio diesi. phrygium ditono et diesi. lydium diatessaron. myxolydium diatessaron et diesi. Quarto phrygium a dorio ditono, lydium ditono et diesi. myxolydium diatessaron. Quinto lydium a phrygio diesi. et myxolydium semitonio. Sexto myxolydium distare diesi a lydio. ¶ Septem enim modos ⁊ nō plures adiecit priscorum autoritas. Pythagoricorum vt enim numerus a monade ad denarium vsq; varius crescens progreditur: mox vero sequens denarius vnitatis vicem obtinet primāq; explicat vnitatem eiusdem induidue monadis consore|⁊ emulus: qui ad centenarium vsq; rursus nouenaria progressione se extendit: relapsus tandem in tertiam vnitatem. Ita quoq; vocū dissimilitudo ac varietas ex quibus instar celestis harmonie concentus humani: modiq; formātur ad octonarium vsq; surgit. suntq; septem cōtinue voces inter se varie quibus succedens octonaria vocis plenitudo (Primus eñ numeralis cubus primaq; tessara octonarius) ad primam rursus sonat vt eadem: ⁊ ad eam sese habens perinde ac denarius ad vnitatem. Et hec octonaria series in omni modulationis genere sic rata procedit: vt cōtinue octauo quoq; loco octauum per similē sibi et pene eundē sonus offendat sonū. ita vt ex duobus natiua quadam: concordiq; affinitate iam vnū sonum ⁊ non multos parere videantur: vsq; adeo enim se miscent: et mutua se iungunt: copulantq; amicitia. Et harum septem vocum que grauissima tardissimaq; est: Saturno debetur. proxima Ioui: tertia Marti. quarta Phebo. quinta Veneri. Sexta Mercurio. septima vero earū acutissima: celeritatisq; Lune octaua autem rursum reuoluitur ad Saturnum: nona ad Iouem: decima ad Martem. ⁊ hoc pacto consequentes: vt sapiens voluit antiquitas. Et re vera totus vniuersi harmonia septenario completa est. ⁊ hec septem in celo celestem: in his autem inferioribus corpoream: sensibilemq; temperant harmoniam. sed hec magi plenius discutiant. hinc licet cognoscere cur hypermyxolydius: septem pythagoricis modis haud multum veniat accommodandus. Nam si in diatonico genere myxolydium pentadecachordum pro hypermyxolydio vno tono amplius acuatur: totus is vbiq; modus ad hypodorium cōsonaret diapason: octauusq; natus esset sonus: qui ad primum idem: congenerusq; naturali affinitate redditur. quare non ab hypodorio primo modo omnifariam varius putandus est. ⁊ eque si myxolydius intēderetur trisemitonio in chromate ⁊ ditono in enarmonico: sed de his forte amplius q̄ presenti negocio par sit dictum est. Et modi quos adiecere recentiores vt diuus Gregorius ab hac modorum antiquitate recedunt. ⁊ pleraq; alia que posteriores musici inculcauerunt ⁊ que ab illis facile requiras. ⁊ nostra quoq; tempestate musicum modulamen: atq; omnem concinentiā ad celeritatē quandā percipitemq; leuitatem reducere conantur: modestam grauem seriamq; ac decoram concentuū moderationē perparū attendentes. a moderatione enim dicti sunt modi, parum; ītē attendentes priscum musices honestatis grauitatisq; decus: qua amentes arreptitioq; soluebant. sanitates inducebant. feros hominum mores vt olim Thracius Orpheus: ad mansuetos ⁊ virtutis callē reuocabant. ⁊ ex sensibilium harmonia ad celestis harmonie desiderium captiuas animas tāq; sui iam memores exilij vbertim fluentibus oculis euocabant. hoc enim modorum accōmoda mediocritate Pythagore discipuli faciebant. Non enim is inter homines modestior: cuius omnis incessus cursus videtur. neq; is cuius preceps nimium loquela presentium ludit intelligentiam. Ita quoq; neq; ij modestiores modi: qui nimia sui festinantia quasi in venerea chorea lasciuientes preterfugiant auditum. Hac enim de causa Pythagorea schola molles chromatis modos repudiauit ⁊ Spartiate solenni decreto Timotheum Millesiū increpuerunt vehementer diatonicos concentus potius approbantes. qui si apte moderentur virtutis pre se ferūt modestiam. vt enim nimia tarditate seu torpore quodam fastidimur inani ita nimia celeritas mollicie quandā pre se fert inhonestam. medium enim neq; celeritate preceps nec ignaua tarditate pigrum: laudabile virtutisq; emulū. quam omnis etas probauit probaturaq; est: ⁊ ad quam musici modi tāq; moderationis animi quedam certe regule nos perducere debent: ⁊ ad diuina mentes nostras iugiter rapere. ⁊ felices ij erunt qui hoc fine ⁊ musicen ⁊ omnem mūdanam philosophiam quesierint. neq; talibus deesse solet celestis fauor atq; presidium. qui autem secus faciunt miseri: quales nullos ad quos nostra hec modulationis elementa peruenerint futuros desideramus: quin eis omnis harmonie vite decus: feliciter optamus: nostriq; victuros memores.

Quarti Elementorum Musices Finis.

Explicitum est ergo Volumē quattuor Introductionū Mathematicalium Magistro Petro Ciruelo Darocensi interprete simul & correctore. Laus deo.

1528

Cursus quatuor Mathematicarum Petrus Ciruelus

I 5/16