



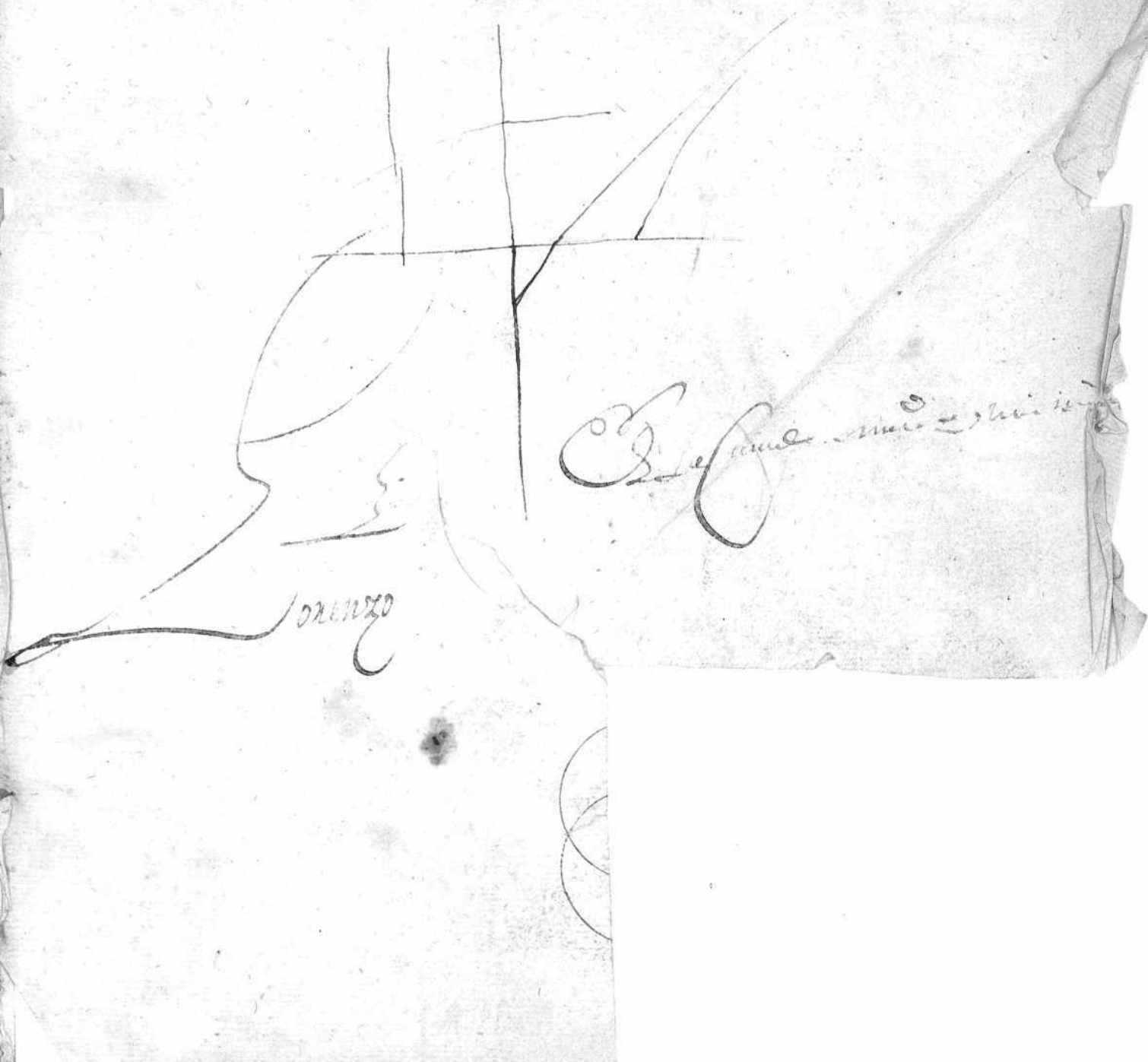
~~St. George's Harbour, St. John's, Nfld.~~
~~June 1st 1874~~ after the 1st of July

~~9000 - 2000~~

in land

65

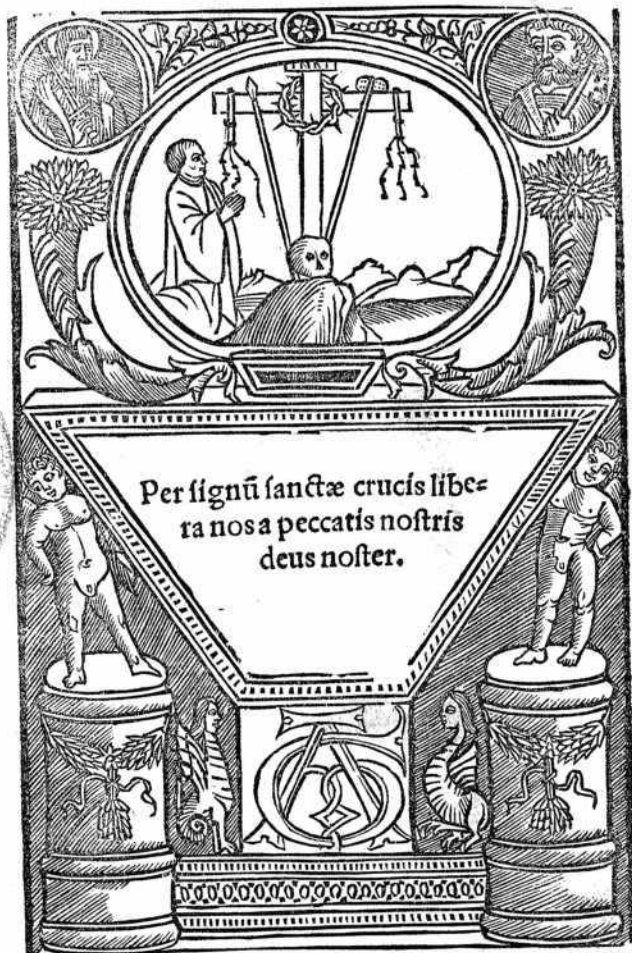
Est ad usum de fray Agricola Orto
monje de Vajera





Cursus quattuor mathema

ticarum artiū liberaliū quas recollegit atq; correxit
magister Petrus Círuelus Darocensis theologus
simul & philosophus.



THE MEDICAL SOCIETY OF THE DISTRICT OF COLUMBIA

Organized in 1844
Incorporated in 1854
D. C. 20001

Petrus Ciruelus Darocensis phi

losophus pariter & theologus: Rectori & scholasticis oibus al
me vniuersitatis cōplutensis: que studio sapientiæ dicata est:
salutē & liberalibus doctrinis vigilanter intendere.



Magnus ille Aurelius augu

stinus & christianorum philosophorum vehementissi
mus: dignissime Rector disertissimi præceptores ac vi
gilantissimi scholarū circuitores: in eo suo opere quod
de institutione nouitiorum theologorum doctrinā chri
stianam inscripsit: enumeratis omnibus fere artibus &
scientiis gentiliū philosophorū sub tippo auri argētī ac
præciosæ vestis & omnino thesauri egiptiorum: eas po
stea diuisione bimēbri sic comprehendere curauit. Duo

In. 2. lib. 8
voc. ch. 2.

inquit sunt genera doctrinarum quæ ingentibus etiā moribus exercentur. vnum re
rum earum quas instituerunt homines: alterum earum quas animaduenterunt iā per
actas aut diuinitus institutas. ac si dixisset quædā sunt scientiæ de signis: aliæ de reb⁹.
Signa homines instituerunt: res deus creauit. primas earū prosequens subdit. Illud
quod est secundū institutiones hominū: partim superstitiosum est: partim nō supersti
ciosum. Et vanitates superstitiosas latissime persequēs dicit eas eē inuentiones diabo
licas in quibus sunt pacta quædam hominū cū demoniis. Non superstitiosa vero ho
minū instituta vocat pacta hominū cū hominibus inita. quæ ideo valent inter eos: q
sic placuit eis vt valerēt. Quorū insuper parti superflua & luxuriosa dicit: parti vtilia
& necessaria. Superflua sunt inquit q̄ saltādo faciunt histriones: & q̄ in theatris fiunt
in cōspectu totius populī comedix: tragedix: eglogæ: fabulæ. Cōmoda siue vtilia ac ne
cessaria hominū instituta ea signa sunt: quæcunq; in habitu & cultu corporis ad sexus
vel honores discernendos placuerūt: & q̄ in pōderibus atq; mensuris & nūmorū ipres
sionibus & aliā id genus (sine quib⁹ humana societas aut nō oīno aut minus cōmode
geritur) instituerūt hoīes. maxime litteraria disciplina linguarūq; peritiā quātū satis
est. Ad scientias de rebus veniens ait: illa vero quæ nō instituēdo: sed aut transacta tē
poribus aut diuinitus instituta inuestigādo prodiderūt hoīes: diseramus. quorū aliā
sunt ad sensus corporis: aliā vero ad rationē animi pertinētia. per hoc duplices rerum
scientias denotās. i. de rebus sensibilib⁹ & de imaginabilibus aut intelligibilibus. Sed
illa inquit q̄ sensu corporis attingūtur: vel narrata credimus vel demonstrata sentimus
vel experta conicimus. Ad primū pertinet historia: ad secūdū cosmographia: ad ter
tiū naturalis scientia moralis prudētia & ars factiua vt agricultura & militaris. Restāt
ergo ea q̄ nō ad corporis sensus sed ad rationē animi pertinēt: vt disciplina disputatio
nis & ratio numeri: harū altera est sermocinalis dialectica & rethorica: altera mathe
matica: siue numeri per seipsos cōsiderētur: siue ad figurarū: aut sonorū: aliarūve mo
tionū leges adhibeātur: quia vbiq; incōmutabiles regulas habēt. Quibus sic diuisis
tandē septē artes liberales & vtrāq; philosophiam theologorum studio cōmendans
(in qua facultate hæc nostra achademia cæteris hispanis iure prefertur) concludit ad
hæc verba in fine secundi libri eiusdem operis. Quamobrem inquit videtur mihi stu
diosis & ingeniosis adolescentibus salubriter præcipi: vt nullas doctrinas quæ preter
ecclesiam christi exercentur: secure sequi audeant: sed eas sobrie diligenterq; discudā
cent. Et si quas inuenerint ab hominibus institutas varias propter diuersam volun

Duplices
scientie.

Sciētie de
signis.

Sciētie de
rebus.

q̄ sciētie sūt
theologiæ
discende.

PROHEMIVM

tatem instituentium: & ignotas propter suspitiones errantiū: maxime si etiam habeant cū demonibus inītam societate. repudient penitus & detestentur. Alienant etiam studium a superfluis & luxoriosīs hominū institutis. Illa uero instituta hominū quæ ad societate conuiuentium ualent: pro ipsa huius uitæ necessitate non nec intellīgāt. In cæteris autē doctrinis quæ apud gentes inueniuntur: præter historiā rerū vel præter rēti temporis vel præsentis ad sensus corporis pertinentiū: quibus etiā utiliū artū corporalium experimenta & coniecturæ annumerātur: & præter rationē disputationis & numeri: nihil utile esse arbitror. In quibus tñ omnibus hoc tenendum est ne quid nimis: & maxime in his quæ ad corporis sensus pertinentia uolūtur temporibus & cōtinentur locis. Sed quorsum tā multa ex verbis diuini augustini? Nēpe ut ex illis duo eliceremus ad propositū nostrū valde necessaria documenta. Primū ut sciremus quas scientiarum species si delibus scholasticis liceret adiscere: quasve sicut illicitas & nocuias declinare: Alterū est nosse quē modū in licitis & honestis disciplinis deberent obseruare: quia em̄ gentiles philosophi ut plurimū in suis editionib⁹ fuerūt valde prolixī & obscuri: in quorum libris perlegendis magnam fideles paterentur boni temporis facturam: censuit præligendas esse in singulis disciplinis extraneis breues quasdam sūmas: quæ magis necessaria doctrinarum compendiosa methodo complecterentur. vnde consequenter subdit. Sicut autem quidam de verbis omnibus & nominib⁹ hebræis: sris: & ægiptiis: vel si qua alia lingua in scripturis sanctis inueniri potest: quæ in eis sine interpretatione sunt posita: fecerunt ut ea separatim interpretarentur: & quod Eusebius fecit de temporū historia propter diuinorum librorum quæstiones: q̄ vsq; eius efflagitant: qđ ergo hi fecerūt de his rebus: ut nō sit necesse christiano philosopho in multis propter pauca laborare: sic video posse fieri in aliis: si quem eorum qui ad hoc valent benignam sane operam fraternæ utilitatē delectet impendere: ut quoscūq; terrarum locos quæ ue animalia vel herbas atq; arbores siue lapides vel metalla incognita speciesq; qualibet quas scriptura cōmemorat: ea generatim diggerēs sola exposita litteris mandet: potest etiam & de numeris fieri ut eorum exposita ratio conscribatur quos diuina scriptura meminit. Quod utrum de ratione disputandi fieri possit. ignoro: & uidetur mihi nō oportere: per totum em̄ textū scripturarum colligata est neruorum vice: ideo magis ad ambigua soluenda et explicanda legentes adiuuant: quam ad incognita scripturarum signa cognoscenda: quorum aliqua aut forte omnia iam facta sunt: sicut multa quæ a bonis doctisq; christianis elaborata atq; cōscripta non arbitramur inuenimus: sed siue propter turbas negligentium siue propter inuidiorum occultationes latent. hæc ille. Optimum certe laboris releuamen ac saluberrimum consiliū in hoc datum est theologis: si fideles christi in talibus gentiliū doctrinis docti: breues ex singulis earum summas excerpserint: in quibus superfluis omnibus amputatis reiectisq; purissimi scientiarum fructus auidissime a seruis dei captantur. Hoc itaq; munus gratiæ hac nostra ætate cum in aliis christianorum vniuersitatibus: tum vel maxime in præclarissima hac complutensi achademia: duce viro utiq; religiosissimo pariter & sapientissimo domino eius fundatore: nobis est diuinitus concessum: quando iam non modo latinorum vocabulorum quantumcūq; abditissimorum annotationes: sed etiam hebraicorum & græcorum omnium interpretationes latine in propatulo sunt omnibus vel mediocriter in litteris eruditis: imo & multiplices singularum scientiarum introductiones nouitiis earum tirunculis passim & indies traduntur: quæ acquirendis scientiis cognoscuntur utilissime. Nam cistenera puerorum ingenia quasi lacteo quodam prælibamento ad solidiorem ea-

Breues sū
me in scien
tiis sunt e
dende.

Audatur i
troductiones
plurib⁹ ei⁹
matibus.

PROHEMIVM

rum cibum disponuntur: eorumque mens quasi facili quodam præmissio viatico ad nescitiores auctorum disciplinas præparatur. Nam introductorie artes simillime semitis esse peribentur: quæ sine viarum erroribus ocissime perducunt ad terminum: & quasi nauticæ paratissime altum tentantibus equor: quibus sine scopulis cecæ ignorantie securus attingitur scientiarum portus. Nempe in eis plurimum artis & doctrinæ cum multa facilitate breuitateque continetur. quando quidem diffinitiones diuisiones & regulæ: quibus potissimum introductiones texuntur: se statim intellectui manifestas offerunt. Et animus hominis ab ignorantie morbo: eoque atque corpus a febre primum facillimis sirupis digerentibus: deinde rigorosiore pharmaco purgari habet. Et anima rationalis adeo creata velut tabula mundissima primum rudi effigie linearum est figuranda: postea vero coloribus appositis est in dei imaginem pingenda ac polienda. Sic in tradendis disciplinis: audientium animos prius rudi minerua nouimus esse præparandos. demum vero exactiore doctrina diligenter excolendos. Ego itaque omnium hic recte philosophantium infimus cogitavi ut vel modulo meo tam præclare vniuersitati quoquo modo deseruirem: si in doctrinas mathematicas (quas omnes rationes numerorum vocauit beatus Augustinus & theologis necessarias prædicauit) breues introductiones: tum ab aliis tum & a me editas in vnum corpus recolligerem emendatissimas. quinque videlicet numero: paraphrases duas de quantitate discreta in opera diui seuerini Boetii: quarum altera in arithmeticam: alteram in musicam eius introducitur. Breuia quoque duo compendia de quantitate continua quasi prægustamenta duarum aliarum scientiarum. Alterum geometriæ Euclidis. & alterum perspectiue Alacen. quinta quoque erit introductio astrologica: quam in sphericum opusculum olim condideram correspondentem almagesto Claudii ptholomei clarissimi: et Almanach perpetuum Zacarii Salmaticensis cum nostro iudiciario quadripartito ac ceterilegio Accipite ergo læto animo hanc tantæ utilitatis editionem: quæ ad vtriusque philosophiæ plenam intelligentiam erit munimentum quæ iucundissimum.

Valete feliciter.

a.iii

Petri Cirueli Darocēsis preuia inari- thmeticam quæstioncūla de vera numerorum natura.



Reales.

Thomiste

Scotiste

Thomiales

Ro clara intelligentia omni-

um eorum quæ in arithmetica dicturi sumus: hæc in pri-
mis elucidanda est quæstio. Quæ nā res sint numeri de qui-
bus hæc nostra arithmetica disputat: hoc est vtruz sint res
in anima numeratīs: aut res extra hominē existentes q̄s
quidam vocant numeros formales: alii numerata materi-
alia? Ad hoc dubiū sine argumentis (quoniam alias lati⁹
videri habet) dicimus tres esse opiniones de numeris ari-
thmeticis. Prima est opinio realium distinguentiū inter
vnum quod est transcendens: & vnum quod est principium numeri: per hoc q̄ vnu
transcendens nihil aliud significat q̄ rei essentiam per quā vnaquæq; res seipsa ē vna
vt aiunt: metaphisice loquendo. vnde & opposita multitudo aut numerositas non
differt ab essentiis rerum a seipsis diuisarū. Red vnum quod est principium numeri & li-
mitatum: pertinet ad prædicamentū quantitatis licet reductiue: significat aliquod
accidens superadditū essentia rei quæ est vna: & formaliter denominatur talis ab il-
lo accidente. quia vt aiunt quantitas est vnū de prædicamentis accidentium. ergo ip-
sius generalissimū & quelibet species eius directa vel reductiua debet significare ali-
quod accidens superadditum essentia rei quam significat: & p consequens opposita
multitudo aut numerus est accidens a quo formaliter res numerare denominatur. S;
inter istos sic oppinantes est aliquantula diuersitas. Nam eorū aliqui dicunt q̄ nume-
rus prædicamentalis est aggregatio vel collectio talium accidentiū quæ sunt vnitates:
eo modo quo dicimus de acervo lapidum vel de exercitu qui non est aliqua vna res s;
aggregatio plurium. Alii vero dicunt q̄ quelibet numerus est vna simplex forma res
sultans ex aggregatione talium unitatū. quia videtur eis q̄ omnis species cuiuslibet
prædicamenti debet esse vna simplex essentia: Ergo secundū istā opinionem totā cū
numeramus diuinas personas vel attributa essentialia aut personalia: vtimur nume-
ris transcendentalibus nō prædicamentalibus: quia in deo nullum est accidens. sed cū
numeramus creaturas vtriusq; numeris vtī possumus. licet in angelis hoc non conce-
dant aliqui eorum putantes q̄ istæ vnitates numerales sint accidentia corporalia cau-
sata ex diuisione continui. Et cum arithmetica sit scientia particularis: non vniuersalis
vt metaphisica quæ est de transcendentibus: consequenter dicunt q̄ ipsa non specu-
latur de omnibus numeris: sed de solis prædicamentalibus qui sunt accidentia. vnde
propterea dicta est scientia de quantitate discreta. & sic non se intromittit de nume-
ris angelorum neq; de numeris rerum diuinarum. Alia est opinio nominalium præ-
dicte totaliter opposita quæ negat illam distinctionem de vnitate aut multitudine tra-
scendente & de limitata. Imo dicit q̄ omnis vnitas est rei essentia & q̄ omnis multitu-
do est plures essentia rerum: & q̄ vnitas & vnū sunt vocabula sinonima. similiter mul-
tudo & multa: quia vt aiunt numerus nihil aliud est q̄ res numerata. & viceversa q̄-
libet res numerata sunt numerus. Verū tamen concedit ista opinio q̄ aliquis numerus
est substantia vel substantia. & aliquis alius est accidens vel accidentia. Nā rerū q̄ nume-
rantur hæc substantia sunt: illa vero accidentia. Similiter dicūt q̄ aliquæ vnitates sūt
substantia: & aliæ sunt accidentia. Concedit ergo ista opinio q̄ eisdem numerorū spe-
ciebus utimur cum numeramus res diuinas & res angelicas & reliquas omnes creatu-

ras. vnde & arithmetica de omnibus numeris vniuersaliter scientiam esse determinat.

Tertia est opinio mediocris quorundam recentiorum qui licet in vocabulis concedant distinctionem inter vnum transcendens & limitatum: quia hoc vniuocum est: illud vero equiuocum: tamen in rebus significatis per illa vocabula tenent omnino cum secunda opinione: non distinguentes numeros ab essentiis rerum numeratarum. sed hæc tertia cum neutra prædictarum opinionum concedit arithmetica esse scientiam de rebus numeratis siue illæ substantiæ sint siue accidentiæ. Nam ut aiunt numeri de quibus pertractat arithmetica: sunt in anima hominis numerantis res quædam diuinæ & spirituales abstractæ a tempore & motu atque omni physica qualitate & transmutatione corporali. Verumtamen ista opinio bipartita est: & quibusdam eorum dicentibus quod numeri illi mentales sunt quædam notitiæ vel conceptus rerum collectiui quibus intellectus plures res simul concipit vna notitiâ: & quod tales conceptus sunt veræ species prædicamenti quantitatis eo modo quo philosophi communiter dicunt de notitiâ qua quis concipit exercitum aut populum vel acervum lapidum: alii tamen sapientiores reputati apud commune vulgus dixerunt quod numeri mentales non sunt notitiæ aut conceptus prædicti: sed quædam aliæ res diuiniore in anima existentes. quod sic explicant. dicentes quod veri numeri quibus anima res exteriores numerat: sunt mensuræ quædam discretiue rerum exterius numeratarum: mensuræ dico eterogenæ a quibus res appellantur extrinseca denominatione numeratæ. Vnde sicut vna est mensura panni continui qua homo mensurat pannum applicando eam panno: in qua mensuratione homo ipse dicitur mensurans principaliter: vna vero instrumentaliter: quia homo non est mensura sed vna: ita etiam numerus quilibet formalis in anima est mensura numerans extrinsece res quibus applicatur: anima vero ipsa est numerans principale: quia applicat illas mensuram rebus numeratis vtens numero tanquam instrumento. vnde res exteriores denominantur numeratæ a numero animæ ipsis applicato. vt duæ res a binario animæ: & tres a ternario. & sic de aliis: sicut pannus denominatur mensuratus ab vna sibi applicata exterius ab homine mensurante. Et sicut eadē vna potest pluribus panibus applicari quorum quilibet erit ab ea mensuratus: ita idē numerus animæ potest diuersis rebus numerandis applicari: vt denarius decem hominibus & decem equis. Et sicut si non fuerit vna applicata panno non dicitur ipse mensuratus quauis equa contineat atque cum mensuratur quantitatem: ita si numerus animæ non fuerit applicatus rebus numeratis non dicuntur duæ neque tres: neque alio quoquam numero numerate: quauis eandem atque cum numerantur habeant multitudinem. Hæc itaque nomina abstracta binarius: ternarius: quaternarius: ipsum animæ numerum significant: sed eorum concreta denominatiua: duo: tria: quattuor: pro rebus numeratis accipiuntur. animæ tamen numerum cognoscendo. Addunt isti quod mirabilius est numeros ipsos virtutes quasdam naturales habere: & proprietates inseparabiles quibus agant in res exteriores perfectius quam qualitates actiue elementorum. Et qui tales numerorum proprietates agnoscunt: possunt applicatione illorum numerorum ad res naturales facere mirabiles effectus. quod dicunt ad magiam naturalem pertinere. Confirmant hanc suam opinionem auctoritate eius qui psalmos Davidicos non eo ordine quo editi fuerant in vnum volumen recollegit: sed variato ordine iuxta numerorum & psalmorum concordantes proprietates. Itaque ille psalmus: Beatus vir qui non abiit &c. licet non fuerit primo editus a dauide: tamen est primo positus in psalterio: quia habet proprietatem persimilem vnitati. Et tertius psalmus concordat ternario numero: & quinquagesimus quinquagenario: & centesimus centenatio. Sed de his imaginationibus alias operosius. Nunc autem tota hæc tertia opinio dicit arithmetica nostram esse de numeris illis mentalibus siue notitiis siue mensuris rerum existentibus: quia ut aiunt contra secundam opinionem arithmetica ponens vnitatem inpartibilem non posset effectus vera in vnitatem quæ est lapis vel albedo. Simile argumentum

Theotrici.

Jacobus
faber

Joannes
picus.

Virtutes
numerosi.

PRIMI LIBRI ARITHMETICAE

Concordia
omn.

formaretur de numeri imparis indimidabilitate. Et forte hæc argumēta etiā procede
re putant contra primam opinioneꝝ ponentem vnitates naturales esse accidentia cor
poralia ad diuisionem subiecti diuisibilia. Nos vero alias hanc disputationem exan
mandam relinquentes: nunc dicimus siue alieuius doctoris præiudicio (quia eos om
nes pro certo & veneramur & admiramur) arithmeticaꝝ nostram eque bene esse in
telligibilem cuiuslibet prædictarum opinionum. Nam secundum vnāquamqꝫ earum
vere saluari possunt arithmeticaꝝ diffinitiones diuisiones principia & conclusiones.
Siue enim vnitas sit res spiritalis siue corporalis: siue substantia siue accidens: ratio
ne indiuisibili siue indiuisibilitatē cognotante explicatur & significatur ab arithme
tico: ita vt negatio importata in ratione vnitatis non refferatur ad rem significatam:
sed ad modum significandi vocabuli significantis. eodem modo diceretur de quoli
bet alio arithmetico principio aut principiato. Hic noster modus sicut est valde facilis
& liberalissimus: sic oībus prædictis opinionibꝫ erit cōmunis & cōueniētissimus.

Petri Cirueli Barocensis. Para

phrasis in arithmeticaꝝ speculatiuaꝝ diui Seuerini Boetii: clari
& certius edita quam olim a thoma Brauardino: Cui tale
premittitur exordium.



Septē arti
um libera
lium com
mendatio.

Ex omnibus scientiis antiqui sapientes sep

tem specialiter discreuerunt in studiis suis ad opus erudiendorum:
Hugo de sancto victore auctor est in suo didascalion: qui est de origi
ne artium & scientiarum: in quibus tantam vtilitatem esse præ cæte
ris omnibus perspexerunt: vt quisquis harū disciplinam firmiter per
cepisset: ad aliarum notitiā postea inquirendo magis & exercendo
quam audiendo perueniret. Sunt enim quasi optima quædam instrumenta quibꝫ via
paratur animo ad plenam philosophiæ intelligentiā. Hinc triuium & quadriuium
nomina acceperunt: eoqꝫ his quasi quibusdam viis animus vniꝫ ad secreta sapientiæ
introeat. Nemo etiā tunc temporis magistri nomine dignus videbatur: qui nō has
septem scientias profiteri posset. Pictagoras quoqꝫ hanc in scholis suis consuetudinem
seruasse legitur: vt vsqꝫ ad septennium (secundum numerum scilicet septem artium
liberalium) nullus discipulorum suorum de his quæ ab ipso dicebātur rationem ex
peteret: sed fidem daret verbis magistri: quousqꝫ omnia audiuisset. Has itaqꝫ septem
disciplinas illa ætate tanto studio quidam didicisse leguntur: vt plenæ omnes eas in
memoria tenerent: adeo vt ad quasqꝫ quæstiones sibi propositas: ex harum regu
lis rationes inuenientes vt diffinirent omne id de quo ambigeretur: non reuoluendo
folia librorum: sed corde tenus statim haberent respōsiones paratas. Quare & nos an
tiquorum exempla insequentes: scholasticis nostri temporis (in quo iterum omnes
bonæ doctrinæ resipiscunt atqꝫ reflorent) de hisce liberalibus disciplinis compendio
sam editionem secundum mensuram gratiæ nobis diuinitus concessæ tradere volui
mus. ab arithmetica exordiū facientes quā in duos libros diuidemus.

Liber primus introductionis arithmeticaꝝ de numeris & proprietatibus numera
libus: habet duos tractatus. Primus agit de numero & speciebus eius ac proprietatibꝫ
numerorum. habet capita sex.

Caput primū de mathematicis doctrinis cōmuniter.



Appositis igitur sermotionalibus dis

ciplinis: quas tradiderunt copiosissime viri excellentes ingenio in hac nostra eruditissima et patria et etate: nouellis philosophiae titulis mathematicas doctrinas tradere volentes modo dumtaxat introductorio atque intranscursu velut exploratores (ut & ipsi ad maiores nitidioresque sapientium facultates quasi peregrini & transeuntes necessario & facili quodam sumpto viarum propeant) sola ea quae ad praecognitiones demonstrationum pertinent: declarabimus. hoc est vocabulorum diffinitiones. diuisiones ab auctoribus acceptas atque approbatas: & singulorum generum ac specierum proprietates exemplariter solum declaratas dimissis alias demonstrationibus tradere intendimus: maxime in arithmetica & astrologia. Nam in aliis tribus mathematicis nonnullas conclusiones aliquantisper demonstrabimus. Mathematicae itaque disciplinae quo pacto quae ne ratione distinguantur a physica & methaphysica sibi condiuisis in sexto methaphysicorum aristotelis: quo etiam modo mathematicae aliae ab aliis discernantur: in primis doceamus: ut earum diffinitiones proprias & speciales hinc elicere valeamus. Distinxit aristoteles tria scientiarum speculatiuarum genera: mathematicum: physicum: & methaphysicum: per hoc vel maxime quod mathematicae scientiae solas eas rerum naturalium proprietates quae ad diuisibilitatem partium attinent speculantur. Physica vero earundem rerum naturalium motus alterationes & quascunque transmutationes theoricae inquirunt. Methaphysica autem transcendentibus quibusdam rationibus non modo rerum corporalium verum etiam & supernaturalium entium quidditates naturas gradusque perfectionis absolutissime peruestigat. Hinc ergo sapientes antiqui mathematicas scientias recte diffinierunt: esse doctrinas de quantitate: quae partium diuisibilitatem consignificat: ut aristoteles expresse docet in categoriis. quod eorum dictum non sic est accipiendum meo iudicio: ut quantitas sit alicuius scientiae subiectum attributionis (ne omnes mathematicas unam scientiam faciamus sub vnaue comprehendemus) sed quia cuiuslibet scientiae mathematicae subiectum attributionis sub quantitate continetur ut species vel sicut pars in modo in diuisione accidentaliter. Sed iuxta duo genera subalterna quantitatis discretum & continuum: mathematicae scientiae bifariam distinguntur. Nam de quantitate discreta seu multitudine aut numero disputat arithmetica cum sibi adiuncta musica: de quantitate vero continua vel magnitudine agit geometria cum sibi annexis perspectiua & astrologia. Principalium autem mathematicarum & annexarum hic sumi potest differentia: quod ille rationibus abstractis a consignificatione motus materiae determinatae & qualitatum sensibiliu de rebus totius mundi subtilissime disputant. haec vero rationibus concretis motum materiam & qualitates sensibiles denotantibus de eisdem rebus naturalibus pertractant. Hanc differentiam egregie notauit aristoteles in secundo suorum physicorum libro dicens: quod mathematicae de physica linea intendit sed non inquantum est physica: quia scilicet non sub ratione physica quae est concreta: sed sub ratione mathematica abstracta a talibus cognotationibus. & in sexto methaphysicorum ad idem propositum dicit quod differunt sicut curuum & simum: quae duo nomina rem eandem sed diuersis rationibus significat. Ex hac autem differentia sequitur alia inter easdem scientias: quod principales sunt purae mathematicae: accessorie vero sunt partem physicam et partem mathematicam: quia rationes & vocabula principalium mathematicarum sunt penitus abstracta non tamen absoluta (cum sint de praedicamentis quantitatis & qualitatis) rationes vero & nomina minus principales mathematicarum sunt concreta & super rationes principalium mathematicarum addunt physicas cognotationes: eo modo quo logici dicunt partem in modo cognoscere supra suum totum. qualia sunt: homo & homo albus: similiter curuum & simum. Ex dictis ergo possunt duo elici notatu

Mathematicae scientiae ab aliis distinguntur.

Mathematicae scientiae diffinitio

Mathematicae scientiae in species distribuntur.

PRIMI LIBRI ARITHMETICAE

dignissima. Primum est quod in mathematicis scientiis ideo una earum dicitur alii subalter nata: quia subiectum attributionis eius continetur sub alterius subiecto sicut pars in modo: & consimiliter cetera vocabula illius sub aliis scientiae superioris vocabulis: non autem ex eo quod scientia superior possit demonstrative probare principia scientiae inferioris: neque ediuerso scientia inferior possit aliquid demonstrare ex principiis superioris scientiae. nam cuiuslibet scientiae principia sunt immediata & indemonstrabilia. de monstrato etiam fit ex propriis non ex extraneis principiis. Secundum est quod omnes termini principalium mathematicarum habent simplicem & unicum modum cognoscendi secundum rationem unius tantum praedicamenti aristotelici: termini vero mathematicarum subalternatarum omnes sunt mixtae cognoscitionis ex rationibus duorum aut plurium praedicamentorum. unde nullus eorum potest ad aliquod aristotelicum praedicamentum pertinere: qui non posuit praedicamenta mixte cognoscitionis. Sed de his alias operosius. Nunc autem satis sit ex praedictis singularum mathematicarum scientiarum definitiones colligere quae sequuntur. Arithmetica est scientia numerorum & suarum proprietatum, consideratiua per rationes abstractas. unde & de multitudine per se considerata scientia vocata est a Boetio. Dicitur autem arithmetica a rithmis. i. a numeris de quibus considerat. Geometria est scientia magnitudinum proportionum & figurarum aliarumque proprietatum suarum contemplatiua. hanc de magnitudine immobili scientiam esse dixit idem Boetius: quia per rationes abstractas a motu rerum magnitudines inquirat. Dicitur autem geometria a metris. i. mensuris rerum de quibus considerat. Musica est scientia de vocibus & sonis eorumque armonia & concentu ac ceteris proprietatibus speculatiua: quae de multitudine ad aliud relata inscripsit Boetius: quia rationes numerales concretas habet ad sonos & voces. Dicitur autem musica: non ut aiunt quidam a mos quod est aqua quia. i. sine humore illo qui est salis uacantus & armonia perfici non potest: sed potius a musis quae canebant: quasi musarum scientia. Perspectiua est scientia lucis & coloris per radios visuales (quae dicuntur species visum immutantes seu ad oculum vententes) secundum rationes geometricas inquiritiua. Haec a perspicendo dicta: ab aliis speculatiua nominatur ab speculis de quibus pertractat. Astrologia est scientia de caelis & stellis eorumque motibus & effectibus theoriam faciens. quae & ab astris dicta: ab aliis astronomia appellatur: quia est de norma & lege motus astrorum. Hanc de magnitudine mobili scientiam dixit Boetius: quia rationes geometricas pariter & arithmeticas motibus caelorum applicat: sicut & perspectiua qualitatibus sensibilibus oculorum. ideo illa scientia de magnitudine sensibilis dici poterat a Boetio.

Caput secundum de arithmetica specialiter & de numero generaliter.



Quoniam autem quatuor ultimis: alias differendis: ad primam mathematicarum scientiarum arithmetica nostra haec praesens se conuertat oratio. quae ideo prima inter mathematicas scientias ordinatur quia aliarum omnium est simplicissima & absolutissima vel abstractissima. Nam si aristoteli recte docenti in analecticorum posteriorum libro suo primo credi oporteat: certior aliis scientia & prior est illa quae est ex paucioribus. i. simplicioribus terminis utens: aliae vero se habent ad illam ex appositione. i. additione cognoscitionis. Arithmetica autem talis est erga alias mathematicas omnes. nam musica utitur terminis quae extrinsecam & physicalem cognoscitionem addunt super terminos arithmeticos. ut tonus super sexquialteram proportionem: & diapason super duplam: & sic de aliis multis. similiter geo-

Mathematicae scientiae specialiter definitur
Arithmetica
Geometria

Musica

Perspectiua

Astrologia

Arithmetice scientie primatus

PARS PRIMA DE NVMERIS

metria terminos habet super arithmetica cognotantes (non tamen phisice cum sit pura mathematica) vt punctus cognotat super unitate; triangulus super ternarium: & sic de aliis sine numero. Si ergo his rationibus arithmetica prior comprobatur geometria: multo verius precedet perspectiuam & astrologiam quarum termini super geometriam cognotationes superaddunt. Primum omnium vocabulorum in arithmetica & subiectum attributionis eius est numerus seu multitudo cuius definitio hæc est. Numerus est plurium unitatum collectio aut aggregatio. vel clarius est plures unitates collectæ & aggregatæ. vt binarius: ternarius: quaternarius &c. Unitas vero (quæ priuatius cognotat supra numerum sicut punctus super magnitudinem) est rei per se discretio. i. res alteri non collecta vel aggregata: aut saltem tali ratione considerata. Numeri duæ sunt proprietates quas Iordanus in primo suæ arithmetice libro statim demonstrandas proponit. Prima est. omnis numerus circum se proxime positorum atq; simul iunctorum est medietas numerorum. vt quaternarius medietas est denarii ex aggregatione quaternarii & senarii resultantis. cuius proprietatis probatio clara est. quia omnis numerus inter alios duos proximos mediat quorum alterum sola unitate superat: ab altero vero sola unitate vincitur: ergo si excessum maioris addas minori: resultabunt tres numeri æquales: quorum duo extremi simul iuncti dupli sunt ad medium. vt patet in exemplo proposito de quinario. nam si unitatem qua vincitur a senario auferas ab eo & quaternario eandem addideris: fient tres quaternarii quorum medietas vnus quaternarius erit. Et accipitur i prædicta proprietate numerus large sicut sapius in arithmetica: adeo vt comprehendat unitatem. cui etiam quodam modo hæc proprietas conuenit. nam cum ante se nullum habeat numerum: ipsa est medietas numeri immediate sequentis scilicet binarii. Secunda proprietas numeri est. omnis numerus duorum quoruncq; extrinsecus iacentium sed ab eo æqualiter distantium ac simul iunctorum itidem est medietas. cuius probatio clarissima eadem est cum præcedente. nam numerus medius quantum minorem superat: tantum exceditur a maiore. ergo si excessum maioris minori addideris: fient tres numeri equales quorum duorum vnus erit medietas. Diuiditur autem numerus primo in duo genera subalterna de prædicamento quantitatis: quæ sunt par & impar. Est autem par numerus ille qui in duo equalia nulla relictæ unitate diuidi potest. Impar vero numerus est qui in duo equalia sic diuidi minime potest. Paris numeri tres sunt proprietates quas Iordanus in suo septimo nititur demonstrare. prima est. cum numerus par in duo partitur: utraq; pars erit eiusdem similisq; denominationis: itaq; si vna earum fuerit numerus par: aliam quoq; parem esse necesse est. & si una fuerit impar: & altera. neq; vnq; in hac diuisione poterit commisceri imparitas paritati. vt denarius diuiditur primo in duos quaternarios. & in septem & tria. & in nouem & vnum: quæ partes omnes sunt impares. Diuiditur secundo in sex & quatuor. in duo & octo quæ partes omnes sunt pares. Secunda proprietas. si numerus par alterum parē multiplicet semper nascitur inde par. vt ducto binario in quaternarium pducitur octonarius. similiter ducto quaternario in senarium pueniet vigesimus quartus: & sic de aliis. Tertia proprietas. si numerus par multiplicet imparē semper puenit numerus par. vt multiplicato binario per ternarium nascitur inde senarius: & ducto quinario in senarium fit numerus trigenarius: & sic de aliis.

Caput. 3. de numero pariter pari & suis accidentibus.



Diuiditur autem numerus par in tres species

athomas: hæ sunt pariter par. pariter impar & impariter par. Pariter par numerus est qui diuiditur in duo equalia: & iterum eius medietas

b. ii.

Arithmetice subiecti principale

qd numerus qd unitas

Numeri p proprietates. 2. 1. p prietas

2. p prietas

1. p prietas

2. p prietas

3. p prietas

4. p prietas

5. p prietas

6. p prietas

7. p prietas

8. p prietas

9. p prietas

10. p prietas

11. p prietas

12. p prietas

13. p prietas

14. p prietas

15. p prietas

PRIMI LIBRI ARITHMETICAE

in duo equalia partitur: sic q̄ eius partes omnes vsq; ad vnitatem per duo equa diuisionem recipiant. vnde patet ratio quare dicatur numerus pariter par. vt octonarius diuiditur per duos quaternarios: & illi iterum per binarios: & tandem binarii per vnitates: & sic de omnibus aliis in quibus diuisio non cessat quousq; ad im partibiles veniatur vnitates. Generentur autem siue inueniuntur omnes numeri pariter pares si ab vnitatem incipiendo per duplicationem continuam in infinitum procedatur. vt vnus: duo: quattuor: octo. 16. 32. &c. Pariter paris numeri quatuor sunt proprietates ex septimo libro iordani demonstrandae. Prima est. q̄ omnes eius partes aliquotae et similiter denominationes earum respectu totius sunt pariter partes. i. noie & quantitate aliquota denominantur a pariter paribus. vt octonarii partes aliquotae sunt. 1. 2. 4. quarum quaelibet praeter vnitatem est numerus pariter par. similiter & denominationes earum. nam quaternarius est medietas octonarii cuius denominatio sumitur a binario qui est pariter par. medietas enim nihil aliud est q̄ secunda aut bina pars totius. item binarius est quarta pars octonarii cuius denominatio fit a quaternario pariter pari & sic de aliis omnibus sine exceptione. Dicitur autem in numeris pars aliquota ille numerus qui aliquotiens sumptus & replicatus efficit suum totum praecise. huiusmodi partes sunt medietas tertia quarta quinta & aliae sine fine. Secunda proprietates pariter paris numeri est. q̄ omnis numerus pariter par est numerus diminutus. Pro cuius declaratione supponitur vna diuisio accidentalis numeri paris quae est non in species: sed fit per partes in modo quae extrinsece cognoscant super diuisum. Numerorum enim parium alius est perfectus: alius superfluous: alius diminutus. quorum definitiones ex constitutione totius per partes aliquotas accipiendae sunt. Dicitur enim numerus perfectus ille par quem adequant praecise eumq; constituunt suae partes aliquotae simul iunctae vel ad seipsas additae: talis est senarius cuius partes aliquotae vnus duo tria praecise sex constituunt. Superfluous numerus est par cuius omnes partes aliquotae ipsum excedunt: maioremq; summam suo toto efficiunt. talis est duodenarius cuius partes aliquotae. 1. 2. 3. 4. 6. constituunt. 16. Numerus diminutus est par cuius omnes partes aliquotae non adequant summam totius: sed ab ea deficiunt: minoremq; numerum constituunt. talis est octonarius numerus cuius omnes partes aliquotae. 1. 2. 4. simul additae septenarium praecise constituunt. Est ergo secunda proprietates numeri pariter paris q̄ omnes tales numeri sunt pares diminuti. verumtamen partes eius aliquotae sola vnitatem a suo toto deficiunt. & hoc verum est in omni numero pariter pari vt patet inductiue. Tertia proprietates. omnis numerus pariter par ex correspondentibus sibi mutuo in eo ptib; aliquotis procreatur. cuius explicatio hac est. q̄ p creatis numeris pariter paribus quotquot voluerimus per duplicationem continuam ab vnitatem eaq; connumerata: tamen numeri mediales q̄ alii aequaliter a medialibus vtriq; distantes sese mutuo denominant respectu totius: qui est maximus talium numerorum. vt si accipias per ordinem sex numeros pariter pares. vt hic. 1. 2. 4. 8. 16. 32. inuenies ibi duos mediales. scilicet. 4. & 8. aequaliter distantes ab extremis connumerata in eis vt diximus vnitatem. nam ante illos medios praecedunt duo numeri: totidemq; sequuntur post eos. ergo isti duo mediales se mutuo denominant quotae partes sint triginta duorum. nam quaternarius est octaua pars: octonarius vero quarta huius numeri. similiter. 2. & 16. se mutuo denominant respectu eiusdem summae. 32. cuius binarius est decima sexta ps. & decimus sextus est medietas. tandem. 1. & 32. quae sunt extrema praedictae ordinationis sese mutuo denotent: na vnitatem est trigesima secunda ps illius numeri & 32. est semel 32. Si autem tales numeri pariter pares fuissent tamen quinque: quorum. 16. fuisset vltimus: non inuenires in eis nisi vnum medialem. scilicet. 4. qui seipsum deno-

PARS PRIMA DE NUMERIS

minaret respectu ultimi. est enim eius quarta pars. & duo collaterales eius. 2. & 8. sese denominarent. nam binarius est octava pars: & octonarius medietas decimi sexti: de nique unitas est decima sexta pars eiusdem numeri: qui ab unitate denominatur semel decem & sex. eadem ratio esset in omni alia dispositione pariter parium. quia si disponantur sub numero pari: semper sunt duo mediales. si autem sub numero impari: erit in eis tantum unus medialis. Quarta proprietas numeri pariter paris est. quod omnium numerorum pariter parium continua serie dispositorum siue eorum sit unus tantum medialis siue duo mediales: semper quod producitur ex multiplicatione unius extremi per alterum: idem resultat ex ductu mediorum & collateralium numerorum equaliter distantium a mediis. ut patet in exemplis tertie proprietatis precedentis. nam quicumque numeri seipsos denominabant respectu ultimi: iidem si adinuicem multiplicentur eandem summam producent. nam in primo exemplo siue dicantur quatuor in octo: siue duo in 16. siue unus in 32. eadem summa triginta duorum resultabit. & in secundo exemplo multiplicato quaternario per seipsum siue. 2. per. 8. siue. 1. per. 16. semper idem prouenit scilicet decimus sextus.

4. pprie.

Caput quartum de numero pariter impari et proprietatibus eius.



Pariter impar numerus est qui in duo equalia

diuidi potest: sed quaelibet eius medietas diuisionem per equalia non admittit. huiusmodi sunt tales numeri. 2. 6. 10. 14. & alii plures. unde patet ratio quare dicantur pariter impares. quia licet ipsi sint numeri pares: prius tamen diuisione veniunt ad impares. patet etiam generatio continua talium numerorum per duplicationem singulorum imparium etiam connumerata unitate loco imparis numeri. Huius etiam speciei quattuor sunt proprietates licet valde diuersae & oppositae proprietatibus precedentis. Prima proprietas est quod cuiuslibet partis eius alia quotae quantitas & denominatio differunt quantum ad paritatem & imparitatem. ita quod si pars illa sit numerus par habet denominationem impari respectu sui totius. & si pars sit numerus impar: denominatio eius est par. ut in hoc numero. 18. nouem est impar numerus sed eius medietas. & sex est numerus par sed eius tertia. & sic de aliis similiter. Secunda proprietas. quilibet duo proximi pariter impares distant a seipsis quater nisi unitatibus: totidemque numeris interscalariter dimissis. ut patet in exemplo superioris distinctionis: Huius autem proprietatis ratio est clarissima: quia numeri pariter impares ex naturali serie imparium geniti sunt. quilibet autem impar distat a suo proximo impari per duas unitates: quibus duplatis ut fiant pariter impares: duplantur etiam eorum distantiae: ergo distat per quatuor unitates. unde fit ut sequens pariter impar quinto loco situetur a proximo precedente pariter impari. ut patet in exemplis supra dictis. Tertia proprietas est. dispositis naturali ordine pariter imparibus quotae quot voluerimus incipiendo a binario: si in tali serie unus tantum fuerit medialis: ille duorum pariter imparium alitersecus ab eo aequaliter distantium erit medietas coniunctorum. ut acceptis his quinque numeris. 2. 6. 10. 14. 18. medialis vnus est denarius: cuius collaterales praedicti. 6. & 14. vel 2. & 18. vigenarium constituent: cuius medietas est denarius. Quarta proprietas. si in naturali serie pariter imparium fuerint duo mediales: illi simul iuncti adequantur duobus collateralibus ex utraque parte ab eis aequaliter distantibus siue mediate siue immediate hinc & inde iacentibus. ut si accipiamus sex tales numeros. ut hic. 2. 6. 10. 14. 18. 22. duo

Pariter
impar
quid sit.

Quattuor
eius pprie
tates.
1. pprietas

2. pprietas

3. pprietas

4. pprie.

PRIMI LIBRI ARITHMETICAE

mediales erunt 10. & 14. qui simul iuncti complent. 24. eandemq; summā perficient collaterales. 6. & 18. etiam 2. & 22. Harū proprietatū demonstrationes ex primo & septimo libro arithmetices iordani requirendæ sunt certissimæ.

Caput quintum de numero impariter pariet eius proprietatibus.

Impariter
par nber 9
quid sit.



Impariter par numerus est par cuius due

medietates per equalia partitionem admittunt: sed non procedunt vsq; ad unitatem: imo citra eam deficit partitio per æqualia in tali numero. vt. 12. 20. 24. &c. unde patet ratio quare talis numerus dicitur impariter par. quia scilicet nō vniformiter s; difformit & impariter diuiditur per medietates modo pares modo ipares. Generatur autem numerus huius speciei ex multiplicatione permixta numerorum pariter parium cum numeris imparibus. Si enim fiant duæ series numerorum altera superior ex imparibus a ternario initium sumentibus & nullo impari dimisso: altera inferior ex pariter paribus numeris a quaternario incipientibus continuèq; procedentibus: quilibet superior numerus in quemlibet inferiorem ductus: numerum impariter parem producit. vt clare demonstrat hæc forma.

Huius speciei numerorum itidē quattuor sūt proprietates ex septimo arithmetice iordani demonstrandæ. Prima est. omnis numerus impariter par aliquas eius partes aliquotas habet denominatione & quantitate sua consimiles: aliquas vero differētes & dissimiles. vt ille numerus. 24. habet has partes. 1. 2. 3. 4. 6. 8. 12. quarum istæ. 2. 4. 6. 12. & re & denominatiōne sunt pares. nam binarius est duodecima pars eius. duodecim medietas est. quattuor est sexta pars. & sex est quarta pars. sed istæ. 1. 3. 8. discordant a suis denominatiōnibus. quia vnitas est vigesima quarta pars. tenarius est octaua. octonarius vero tertia eiusdem numeri. Ex hac proprietate & sequentibus apertissime constabit qd hæc species numeri paris (licet ordine posita sit vltima) est tamen media per participationē inter duas præcedentes species sibi inuicem aduersas & dissentientes: vt earū proprietates ostenderunt. Secunda proprietas est. omnis numerus impariter par est mediocriter diuisibilis in partes scilicet minus q̄ pariter par & plus q̄ pariter impar. Huius ratio ex diffinitione superiore est q̄ manifestissima. quia impariter par numerus nō vnica sed multiplici partitione diuiditur: nec tamen adeo vt diuidi possit vsq; ad unitatem. Tertia proprietas. q̄ in supradicta numerorum impariter parium formula q̄libet series secundum longitudinem figuræ accepta procedit duplando & habet quartam proprietatem numeri pariter paris siue accipias in ea duos mediales numeros siue vnicum. semper enim multiplicatio mediū vel mediorum adequatur multiplicationi collateralium & extremorum: quia eadem summa producitur vtrobique vt patet ex arte multiplicandi in algorismo. Quarta proprietas. quælibet series formulæ supra posite secundum latitudinem eius procedit per æquales distantias & obseruat quartam proprietatem impariter paris. nam per artem additionis algoristica vnus medialis in ea est medietas duorum collateralium additorū. & duo mediales adequantur duobus collateralibus æque distantibus ab eis si simul addantur.

Quattuor
eius pprietates.

1. pprietas

2. pprietas

3. pprietas

4. pprietas

	3	5	7	9	11	13
	4	8	16	32	64	128
Latitudo.	12	24	48	96	192	384
	20	40	80	160	320	640
	28	56	112	224	448	896
	36	72	144	288	576	1152
	44	88	176	352	704	1408
	52	104	208	416	832	1664

Longitudo.

Caput sextum de numero impari et specie-
bus & proprietatibus suis.



Impar numerus: reppetita diffinitioe: est

ille qui i duo æqualia minime potest diuidi. vt. 1. 3. 5. 7. 9. &c. Eius proprietates præcipue tres sunt: ex septimo libro iordaní demon-

Impar nu-
merus qd sit.
Tres eius
pprietates
1. pprietas

strandæ. Prima. quilibet numerus impar in duo partitus vt vnâ par-
tem habeat parem & alteram imparem: ac partitionis membra inæ-
qualia esse necesse est. Nam si quinarium in duas tantum partes diui-

2. pprietas

3. pprietas

leris hæc solæ erunt. 1. & 4. vel. 2. & 3. in quibus manifeste est imparitati paritas as-
sociata. & sic de aliis numeris imparibus quibuscunq;. Secunda proprietas. si numerus
impar imparem multiplicet: solum producit numerus impar. patet inductiue nam
terquinq; sunt quindecim. & quinquies septem. 35. & sic de aliis. Tertia proprietas.
impar numerus si parem multiplicet semper nascitur inde par. Hæc proprietas con-
uertibiliter se habet cum tertia proprietate numeri paris superius posita: & ideo eadē
est veritas & ratio vtriusq;. Numeri imparis tres sunt species immediate quæ sunt. pri-
mus. secundus. & ad alterū primus. Numerus impar primus est qui sola vnitate pte ali-

Imparis. 3
species.
Primus & i
cōpositus qd
sit.

quota metiri pōt. vt. 3. 5. 7. idemq; incōpositus nominatur. & ratio vtriusq; denomina-
tionis est eadem: quia numeri imparis nulla potest esse pars aliquota præter vnitatez
nisi illa etiā sit numerus impar. Ille ergo numerus impar qui nullum alium impa-
rem præter vnitatem habet partem aliquotam: primus dici debet: quia ante se nullum
habet numerum mesurantem. dicitur etiā incōpositus: quia ex aliis numeris non
componitur: sed ex solis vnitatibus. Impar secundus est qui aliam vel alias præter vni-
tatem habet partes aliquotas. vt. 9. 15. 21. merito ergo idem secundus & compositus
nominatur: quia præcedunt ipsum alii numeri cōponentes eum. Harum duarum spe-

Secundus
cōpositus
qd sit.

ciem imparitatis quatuor assignari possunt proprietates: quarū duæ priores ex ter-
tio libro: duæ vero posteriores ex septimo libro iordaní veniunt demonstrandæ. Pri-
ma proprietas est omnis numerus primus in se etiā est primus ad omnem alium nu-
merum quem non mensurat. vt. 7. ad. 9. & ad. 15. & sic de aliis. Secunda proprietas.
omnis numerus secundus & compositus ab aliquo primo & incomposito necessario
mensuratur. vt. 9. a ternario. & 15. a quinario. & 21. a septenario & sic de aliis. Tertia
proprietas. omnis numerus primus aliquis imparium est taliter dispositōrū qui post
nullum imparem totus venerit quotus aliquis impariū fuerit in naturali serie ab vni-
tate. Quarta proprietas. omnis numerus secundus & cōpositus post aliquē impariū
naturali ordine dispositōrū totus esse cognoscitur quotus ille impar erat ab vnitate.

1. pprietas

2. pprietas

3. pprietas

4. pprietas

Hæc duæ proprietates simul declarari poterunt: data arte inueniendi per ordinem nu-
meros prædictarū duarū specierum imparitatis. quæ talis est. Disponantur a ternario
incipiendo omnes numeri impares in serie naturali. vt. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. 23
25. 27. 29. tunc clarum est qd ternarius est impar primus & incōpositus ante quē nul-
lus impar est præter vnitatem. Si ergo post ternariū tot numeros accipiamus in præ-
dicta serie: quot ipse ternarius continet vnitates continue procedendo: inueniemus om-
nes numeros secundos a ternario mensuratos. vt post ternarium acceptis. 5. 7. 9. ter-
tius istorum nouenarius est secundus & cōpositus a ternario parte aliquota eius. Item
post nouenariū tribus acceptis. vt. 11. 13. 15. tertius istorū quindenarius est secundus
& cōpositus a ternario parte aliquota eius. similiter post quindenariū iterum tribus ac-
ceptis vt. 17. 19. 21. tertius istorū est secundus & cōpositus a ternario. & sic continue p

Modus ge-
nerationis
harū. 2. spe-
ciem.

PRIMILIBRI ARITHMETICAE

Per quinarium.

Per septenarium.

Inuentio talium numerorum

Observanda regula.

Numerus ad alterum primus quid sit

Numerus ad alterum primus due proprietates. 1. proprietates

cedendo per illam seriem inueniemus infinitos secundos & compositos a ternario mensuratos. Similis ratio est habenda post quinarium ad inueniendum numeros secundos & compositos ab eo. scilicet acceptis post quinarium quinque numeris continue: quia tot ipse continet unitates. ut acceptis. 7. 9. 11. 13. 15. ultimus istorum est secundus & compositus a quinario parte aliquota eius. & iterum post illum si alios quinque accipiamus. ut. 17. 19. 21. 23. 25. ultimus istorum est secundus & compositus a quinario. & sic consequenter procedendo inueniemus omnes alios. Eadem ratio est de numero septenario continue acceptis septem numeris post ipsum: & de nouenario acceptis nouem: & sic de aliis omnibus imparibus per ordinem. Ex quo processu liquido constat qui numeri impares in dicta serie sint de prima & qui de secunda specie imparium supradictis. omnes enim impares inuenti per saltum ternarii aut quinarii aut septenarii & sic de aliis: sunt secundi & compositi. qui vero per nullum precedentium numerorum saltus faciendo inueniri poterunt: sunt primi & incompositi. ut patet in his duabus seriebus aut lineis.

Primi & incompositi. 3. 5. 7. 11. 13. 17. 19. 23. 29. 31. 37. 41. 43. 47.

Secundi & compositi. 9. 15. 21. 25. 27. 33. 35. 39. 45. 49. 51. 55. 63. 81.

Et si ex hac secunda serie vellet quis plures alias diuidere: quarum prima contineret numeros mensurandos per ternarium: secunda mensurandos per quinarium: tertia eos quos mensurat septenarius & sic de aliis: inueniet hanc legem in eis obseruatam inuolabit liter. quod denominationes cuiuslibet imparis respectu suae seriei numerorum ab eo compositorum variantur continue secundum naturalem seriem omnium numerorum imparium superius descriptam. itaque respectu primi in sua serie quilibet impar est tertia pars. & secundus est quinta pars. tertius est septima: & sic consequenter in omnibus lineis.

Compositi a ternario. 9. 15. 21. 27. 33. 39. 45. 51. 57. 63. 69. 75.

Compositi a quinario. 15. 25. 35. 45. 55. 65. 75. 85. 95. 105.

Compositi a septenario. 21. 35. 49. 63. 77. 91. 105. 119. 133. 147.

Ex his facile intelliguntur duae proprietates harum specierum imparitatis ultimo posita. superius. nam omnis numerus secundus & compositus ab aliquo impari: totus est in sua serie quotus erat ille impar componens ipsum in ordine imparium vel alius sequens eum naturali ordine. ut nouenarius totus est inter secundos & compositos a ternario quotus erat ternarius in naturali serie imparium: quia primus & quindenarius totus quotus quinarium quia secundus. & vigesimus primus est eorum tertius sicut septenarius inter impares. Eadem ratio est in omnibus aliis. Numerus autem primus & incompositus hac lege non astringitur. quia non dicitur per relationem ad aliquem alium numerum: ex quo a nullo componitur sed a sola unitate. haec de primis duabus speciebus numerorum imparium. Numerus ad alterum primus est impar qui secundum se est secundus & compositus: sed ad alterum comparatus sola cum illo conuenit unitate parte aliquota qua uterque communiter mensuratur. ut nouenarius ad vigesimum quintum. & ad. 129. &c. Generantur autem siue inueniuntur omnes numeri huius tertiae speciei per continuam multiplicationem numerorum imparium primae speciei: si eorum quilibet ducatur in se ipsum. ut in hac serie est quam manifestissimum 3. 5. 7. 11. 13. 17. Nam ex tali multiplicatione quilibet numerus productus 9. 25. 49. 121. 169. 289. est secundus & compositus per definitionem: cuius pars aliquota praeter unitatem est ille impar ex cuius multiplicatione producitur & nullus alius. igitur quilibet duo tales ad inuicem comparati in nulla parte aliquota praeter unitatem concordant. Huius speciei duae sunt proprietates. Prima est. omnes numeri ad se ipsos primi singuli in se ducti numeros etiam primos ad se ipsos producant. ut. 81. qui ex multiplicatione nouenarii per seipsum producitur: licet sit secundus & compositus seorsum acceptus: tamen comparatus ad. 625. (qui ex vigesimo quinto in se ducto nascitur) est primus & incompositus. quia in nulla cum eo parte aliquota conuenit excepta unitate.

PARSPRIMA DE NVMERIS.

Secūda proprietas. omnis numerus minor qui ad maiore est primus: si a maiore detra-
 trahatur quoties poterit: & eo q̄ reliquetur quoties pōt a minore ditraho: atq; hoc pa-
 cto cōtinue detractis residuis a suis præcedētibus pcedendo: tan dē sola reliq̄tur vnitas.
 q̄ si aliq̄s ali⁹ nūer⁹ ab vnitate remāserit: tales numeri nō sūt adinuicē primi. vt si. 9. de-
 matur q̄tiens poterit a. 25. remanēt. 7. q̄ residuo vltier⁹ detracto a nouenario quoties
 poterit: remanent duo. q̄b⁹ iterū subtractis a septenario quoties fuerit possibile: rema-
 net sola vnitas, non sic autē se habebit. 9. ad. 21. quia antevnitate remanebit ternari⁹.
 ergo duo primi nūeri sūt ad seipos primi & incōpositi p̄tinentes ad tertiā speciē ipariū
 duo vero vltimi nō possunt ad illā pertinere: sed tantū remanēt sub secūda specie im-
 pariū. prædictæ duæ proprietates ex tertio libro iordanī veniūt demonstrandæ. Quia
 vero superius de numeris parib⁹ perfectis superfluis & diminutis mentionē fecim⁹:
 libet hic in calce huius tractat⁹ eorū inuentiōes & proprietates determinare. Numeri igitur
 perfecti duabus regulis inueniūtur. prima est q̄ in quolibet limite numerorū est
 tantū vnus perfectus. Ideo numeri perfecti quia rari & præciosi similitudinē gerunt
 moraliū virtutū: de quibus aristoteles dicit in fine secūdi ethicorū q̄ virtus est rara &
 præciosa. Vocamus autē in proposito limites numerorū eos quos in descriptionib⁹ al-
 goristis locos scribēdi numeros vocare solent. vt in primo loco vnitates. i. oēs nume-
 ros vsq; ad nouē inclusiue. in secūdo loco denas quæ etiā sunt nouē. in tertio cētenas.
 in quarto millenas. & sic de aliis quæ oēs denominationes vsq; ad nouē præcise se ex-
 tendunt. Est ergo sensus hui⁹ primæ regulæ q̄ infra decē est vnus solus numerus p̄fec-
 tus: & supra decē sed infra centū etiā vnicū perfectū repperimus. deinde supra cētū
 sed infra mille est tantū vnus perfect⁹. & sic consequenter per oēs alios limites nume-
 rorū idē repperimus. Sed quia ista regula prima est satis cōfusa. addamus secūdā ma-
 gis distinctā. q̄ omnis numerus perfectus ex cōtinua aggregatione pariter pariū nu-
 merorū naturali serie ab vnitate dispositōrū: & ex multiplicatiōe iparis primi inde re-
 sultantis per vltimū pariter pariū simul additorū infallibiliter & continue generatur.
 vt dispositis hoc ordine pariter paribus. 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. &c. si addamus primū
 secundo resultat ternarius: qui cu⁹ sit numerus primus & incompositus: si multipli-
 cetur per binarium qui erat vltimus additorum: resultat senarius numerus perfectus. de
 inde si duobus primis addatur tertius pariter par scilicet quaternarius. resultat septe-
 narius: qui cum sit impar primus & incompositus: debet multiplicari per quater-
 narium vltimum additorū: & producet inde. 28. qui est numerus perfectus. postea
 addatur octonarius ad præcedentes: & resultat. 15. qui cum non sit impar primus: in-
 efficac & inutilis est ad generationem numeri perfecti. dimittatur ergo & nō multipli-
 cetur per octonarium vltimū additorū: sed procedatur addendo pariter pares sequen-
 tes. & vbi ex eorum additiōe resultauerit numerus impar primus: ille est multiplicā-
 dus per vltimum pariter parium additorum. vt generetur inde numerus perfectus.
 quorum exemplar & recta series est hæc.
 Impares collecti. 3. 5. 7. 11. 13. 17. 19. 23. 29. 31. 37. 41. 43. 47. 53. 59. 67. 71. 73. 79. 83. 89. 97. 101. 103. 107. 109. 113. 127. 131. 137. 139. 143. 149. 151. 157. 163. 167. 173. 179. 181. 187. 191. 193. 197. 199. 211. 223. 227. 229. 233. 239. 241. 251. 257. 263. 269. 271. 277. 281. 283. 287. 293. 295. 307. 311. 313. 317. 331. 337. 347. 349. 353. 359. 367. 373. 379. 383. 389. 397. 401. 409. 419. 421. 431. 433. 437. 439. 443. 449. 457. 461. 463. 467. 473. 479. 481. 487. 491. 493. 497. 503. 509. 511. 517. 521. 523. 527. 531. 533. 539. 541. 547. 551. 557. 563. 569. 571. 577. 581. 583. 587. 593. 595. 599. 601. 607. 611. 613. 617. 619. 623. 627. 631. 633. 637. 641. 643. 647. 649. 653. 659. 661. 667. 671. 673. 677. 681. 683. 687. 691. 693. 697. 701. 703. 707. 709. 713. 715. 719. 721. 723. 727. 729. 733. 735. 737. 739. 743. 745. 747. 749. 753. 755. 757. 759. 763. 765. 767. 769. 773. 775. 777. 779. 783. 785. 787. 789. 793. 795. 797. 799. 803. 805. 807. 809. 811. 813. 815. 817. 819. 823. 825. 827. 829. 833. 835. 837. 839. 843. 845. 847. 849. 853. 855. 857. 859. 863. 865. 867. 869. 873. 875. 877. 879. 883. 885. 887. 889. 893. 895. 897. 899. 903. 905. 907. 909. 911. 913. 915. 917. 919. 923. 925. 927. 929. 933. 935. 937. 939. 943. 945. 947. 949. 953. 955. 957. 959. 963. 965. 967. 969. 973. 975. 977. 979. 983. 985. 987. 989. 993. 995. 997. 999. 1003. 1005. 1007. 1009. 1013. 1015. 1017. 1019. 1023. 1025. 1027. 1029. 1033. 1035. 1037. 1039. 1043. 1045. 1047. 1049. 1053. 1055. 1057. 1059. 1063. 1065. 1067. 1069. 1073. 1075. 1077. 1079. 1083. 1085. 1087. 1089. 1093. 1095. 1097. 1099. 1103. 1105. 1107. 1109. 1113. 1115. 1117. 1119. 1123. 1125. 1127. 1129. 1133. 1135. 1137. 1139. 1143. 1145. 1147. 1149. 1153. 1155. 1157. 1159. 1163. 1165. 1167. 1169. 1173. 1175. 1177. 1179. 1183. 1185. 1187. 1189. 1193. 1195. 1197. 1199. 1203. 1205. 1207. 1209. 1213. 1215. 1217. 1219. 1223. 1225. 1227. 1229. 1233. 1235. 1237. 1239. 1243. 1245. 1247. 1249. 1253. 1255. 1257. 1259. 1263. 1265. 1267. 1269. 1273. 1275. 1277. 1279. 1283. 1285. 1287. 1289. 1293. 1295. 1297. 1299. 1303. 1305. 1307. 1309. 1313. 1315. 1317. 1319. 1323. 1325. 1327. 1329. 1333. 1335. 1337. 1339. 1343. 1345. 1347. 1349. 1353. 1355. 1357. 1359. 1363. 1365. 1367. 1369. 1373. 1375. 1377. 1379. 1383. 1385. 1387. 1389. 1393. 1395. 1397. 1399. 1403. 1405. 1407. 1409. 1413. 1415. 1417. 1419. 1423. 1425. 1427. 1429. 1433. 1435. 1437. 1439. 1443. 1445. 1447. 1449. 1453. 1455. 1457. 1459. 1463. 1465. 1467. 1469. 1473. 1475. 1477. 1479. 1483. 1485. 1487. 1489. 1493. 1495. 1497. 1499. 1503. 1505. 1507. 1509. 1513. 1515. 1517. 1519. 1523. 1525. 1527. 1529. 1533. 1535. 1537. 1539. 1543. 1545. 1547. 1549. 1553. 1555. 1557. 1559. 1563. 1565. 1567. 1569. 1573. 1575. 1577. 1579. 1583. 1585. 1587. 1589. 1593. 1595. 1597. 1599. 1603. 1605. 1607. 1609. 1613. 1615. 1617. 1619. 1623. 1625. 1627. 1629. 1633. 1635. 1637. 1639. 1643. 1645. 1647. 1649. 1653. 1655. 1657. 1659. 1663. 1665. 1667. 1669. 1673. 1675. 1677. 1679. 1683. 1685. 1687. 1689. 1693. 1695. 1697. 1699. 1703. 1705. 1707. 1709. 1713. 1715. 1717. 1719. 1723. 1725. 1727. 1729. 1733. 1735. 1737. 1739. 1743. 1745. 1747. 1749. 1753. 1755. 1757. 1759. 1763. 1765. 1767. 1769. 1773. 1775. 1777. 1779. 1783. 1785. 1787. 1789. 1793. 1795. 1797. 1799. 1803. 1805. 1807. 1809. 1813. 1815. 1817. 1819. 1823. 1825. 1827. 1829. 1833. 1835. 1837. 1839. 1843. 1845. 1847. 1849. 1853. 1855. 1857. 1859. 1863. 1865. 1867. 1869. 1873. 1875. 1877. 1879. 1883. 1885. 1887. 1889. 1893. 1895. 1897. 1899. 1903. 1905. 1907. 1909. 1913. 1915. 1917. 1919. 1923. 1925. 1927. 1929. 1933. 1935. 1937. 1939. 1943. 1945. 1947. 1949. 1953. 1955. 1957. 1959. 1963. 1965. 1967. 1969. 1973. 1975. 1977. 1979. 1983. 1985. 1987. 1989. 1993. 1995. 1997. 1999. 2003. 2005. 2007. 2009. 2013. 2015. 2017. 2019. 2023. 2025. 2027. 2029. 2033. 2035. 2037. 2039. 2043. 2045. 2047. 2049. 2053. 2055. 2057. 2059. 2063. 2065. 2067. 2069. 2073. 2075. 2077. 2079. 2083. 2085. 2087. 2089. 2093. 2095. 2097. 2099. 2103. 2105. 2107. 2109. 2113. 2115. 2117. 2119. 2123. 2125. 2127. 2129. 2133. 2135. 2137. 2139. 2143. 2145. 2147. 2149. 2153. 2155. 2157. 2159. 2163. 2165. 2167. 2169. 2173. 2175. 2177. 2179. 2183. 2185. 2187. 2189. 2193. 2195. 2197. 2199. 2203. 2205. 2207. 2209. 2213. 2215. 2217. 2219. 2223. 2225. 2227. 2229. 2233. 2235. 2237. 2239. 2243. 2245. 2247. 2249. 2253. 2255. 2257. 2259. 2263. 2265. 2267. 2269. 2273. 2275. 2277. 2279. 2283. 2285. 2287. 2289. 2293. 2295. 2297. 2299. 2303. 2305. 2307. 2309. 2313. 2315. 2317. 2319. 2323. 2325. 2327. 2329. 2333. 2335. 2337. 2339. 2343. 2345. 2347. 2349. 2353. 2355. 2357. 2359. 2363. 2365. 2367. 2369. 2373. 2375. 2377. 2379. 2383. 2385. 2387. 2389. 2393. 2395. 2397. 2399. 2403. 2405. 2407. 2409. 2413. 2415. 2417. 2419. 2423. 2425. 2427. 2429. 2433. 2435. 2437. 2439. 2443. 2445. 2447. 2449. 2453. 2455. 2457. 2459. 2463. 2465. 2467. 2469. 2473. 2475. 2477. 2479. 2483. 2485. 2487. 2489. 2493. 2495. 2497. 2499. 2503. 2505. 2507. 2509. 2513. 2515. 2517. 2519. 2523. 2525. 2527. 2529. 2533. 2535. 2537. 2539. 2543. 2545. 2547. 2549. 2553. 2555. 2557. 2559. 2563. 2565. 2567. 2569. 2573. 2575. 2577. 2579. 2583. 2585. 2587. 2589. 2593. 2595. 2597. 2599. 2603. 2605. 2607. 2609. 2613. 2615. 2617. 2619. 2623. 2625. 2627. 2629. 2633. 2635. 2637. 2639. 2643. 2645. 2647. 2649. 2653. 2655. 2657. 2659. 2663. 2665. 2667. 2669. 2673. 2675. 2677. 2679. 2683. 2685. 2687. 2689. 2693. 2695. 2697. 2699. 2703. 2705. 2707. 2709. 2713. 2715. 2717. 2719. 2723. 2725. 2727. 2729. 2733. 2735. 2737. 2739. 2743. 2745. 2747. 2749. 2753. 2755. 2757. 2759. 2763. 2765. 2767. 2769. 2773. 2775. 2777. 2779. 2783. 2785. 2787. 2789. 2793. 2795. 2797. 2799. 2803. 2805. 2807. 2809. 2813. 2815. 2817. 2819. 2823. 2825. 2827. 2829. 2833. 2835. 2837. 2839. 2843. 2845. 2847. 2849. 2853. 2855. 2857. 2859. 2863. 2865. 2867. 2869. 2873. 2875. 2877. 2879. 2883. 2885. 2887. 2889. 2893. 2895. 2897. 2899. 2903. 2905. 2907. 2909. 2913. 2915. 2917. 2919. 2923. 2925. 2927. 2929. 2933. 2935. 2937. 2939. 2943. 2945. 2947. 2949. 2953. 2955. 2957. 2959. 2963. 2965. 2967. 2969. 2973. 2975. 2977. 2979. 2983. 2985. 2987. 2989. 2993. 2995. 2997. 2999. 3003. 3005. 3007. 3009. 3013. 3015. 3017. 3019. 3023. 3025. 3027. 3029. 3033. 3035. 3037. 3039. 3043. 3045. 3047. 3049. 3053. 3055. 3057. 3059. 3063. 3065. 3067. 3069. 3073. 3075. 3077. 3079. 3083. 3085. 3087. 3089. 3093. 3095. 3097. 3099. 3103. 3105. 3107. 3109. 3113. 3115. 3117. 3119. 3123. 3125. 3127. 3129. 3133. 3135. 3137. 3139. 3143. 3145. 3147. 3149. 3153. 3155. 3157. 3159. 3163. 3165. 3167. 3169. 3173. 3175. 3177. 3179. 3183. 3185. 3187. 3189. 3193. 3195. 3197. 3199. 3203. 3205. 3207. 3209. 3213. 3215. 3217. 3219. 3223. 3225. 3227. 3229. 3233. 3235. 3237. 3239. 3243. 3245. 3247. 3249. 3253. 3255. 3257. 3259. 3263. 3265. 3267. 3269. 3273. 3275. 3277. 3279. 3283. 3285. 3287. 3289. 3293. 3295. 3297. 3299. 3303. 3305. 3307. 3309. 3313. 3315. 3317. 3319. 3323. 3325. 3327. 3329. 3333. 3335. 3337. 3339. 3343. 3345. 3347. 3349. 3353. 3355. 3357. 3359. 3363. 3365. 3367. 3369. 3373. 3375. 3377. 3379. 3383. 3385. 3387. 3389. 3393. 3395. 3397. 3399. 3403. 3405. 3407. 3409. 3413. 3415. 3417. 3419. 3423. 3425. 3427. 3429. 3433. 3435. 3437. 3439. 3443. 3445. 3447. 3449. 3453. 3455. 3457. 3459. 3463. 3465. 3467. 3469. 3473. 3475. 3477. 3479. 3483. 3485. 3487. 3489. 3493. 3495. 3497. 3499. 3503. 3505. 3507. 3509. 3513. 3515. 3517. 3519. 3523. 3525. 3527. 3529. 3533. 3535. 3537. 3539. 3543. 3545. 3547. 3549. 3553. 3555. 3557. 3559. 3563. 3565. 3567. 3569. 3573. 3575. 3577. 3579. 3583. 3585. 3587. 3589. 3593. 3595. 3597. 3599. 3603. 3605. 3607. 3609. 3613. 3615. 3617. 3619. 3623. 3625. 3627. 3629. 3633. 3635. 3637. 3639. 3643. 3645. 3647. 3649. 3653. 3655. 3657. 3659. 3663. 3665. 3667. 3669. 3673. 3675. 3677. 3679. 3683. 3685. 3687. 3689. 3693. 3695. 3697. 3699. 3703. 3705. 3707. 3709. 3713. 3715. 3717. 3719. 3723. 3725. 3727. 3729. 3733. 3735. 3737. 3739. 3743. 3745. 3747. 3749. 3753. 3755. 3757. 3759. 3763. 3765. 3767. 3769. 3773. 3775. 3777. 3779. 3783. 3785. 3787. 3789. 3793. 3795. 3797. 3799. 3803. 3805. 3807. 3809. 3813. 3815. 3817. 3819. 3823. 3825. 3827. 3829. 3833. 3835. 3837. 3839. 3843. 3845. 3847. 3849. 3853. 3855. 3857. 3859. 3863. 3865. 3867. 3869. 3873. 3875. 3877. 3879. 3883. 3885. 3887. 3889. 3893. 3895. 3897. 3899. 3903. 3905. 3907. 3909. 3913. 3915. 3917. 3919. 3923. 3925. 3927. 3929. 3933. 3935. 3937. 3939. 3943. 3945. 3947. 3949. 3953. 3955. 3957. 3959. 3963. 3965. 3967. 3969. 3973. 3975. 3977. 3979. 3983. 3985. 3987. 3989. 3993. 3995. 3997. 3999. 4003. 4005. 4007. 4009. 4013. 4015. 4017. 4019. 4023. 4025. 4027. 4029. 4033. 4035. 4037. 4039. 4043. 4045. 4047. 4049. 4053. 4055. 4057. 4059. 4063. 4065. 4067. 4069. 4073. 4075. 4077. 4079. 4083. 4085. 4087. 4089. 4093. 4095. 4097. 4099. 4103. 4105. 4107. 4109. 4113. 4115. 4117. 4119. 4123. 4125. 4127. 4129. 4133. 4135. 4137. 4139. 4143. 4145. 4147. 4149. 4153. 4155. 4157. 4159. 4163. 4165. 4167. 4169. 4173. 4175. 4177. 4179. 4183. 4185. 4187. 4189. 4193. 4195. 4197. 4199. 4203. 4205. 4207. 4209. 4213. 4215. 4217. 4219. 4223. 4225. 4227. 4229. 4233. 4235. 4237. 4239. 4243. 4245. 4247. 4249. 4253. 4255. 4257. 4259. 4263. 4265. 4267. 4269. 4273. 4275. 4277. 4279. 4283. 4285. 4287. 4289. 4293. 4295. 4297. 4299. 4303. 4305. 4307. 4309. 4313. 4315. 4317. 4319. 4323. 4325. 4327. 4329. 4333. 4335. 4337. 4339. 4343. 4345. 4347. 4349. 4353. 4355. 4357. 4359. 4363. 4365. 4367. 4369. 4373. 4375. 4377. 4379. 4383. 4385. 4387. 4389. 4393. 4395. 4397. 4399. 4403. 4405. 4407. 4409. 4413. 4415. 4417. 4419. 4423. 4425. 4427. 4429. 4433. 4435. 4437. 4439. 4443. 4445. 4447. 4449. 4453. 4455. 4457. 4459. 4463. 4465. 4467. 4469. 4473. 4475. 4477. 4479. 4483. 4485. 4487. 4489. 4493. 4495. 4497. 4499. 4503. 4505. 4507. 4509. 4513. 4515. 4517. 4519. 4523. 4525. 4527. 4529. 4533. 4535. 4537. 4539. 4543. 4545. 4547. 4549. 4553. 4555. 4557. 4559. 4563. 4565. 4567. 4569. 4573. 4575. 4577. 4579. 4583. 4585. 4587. 4589. 4593. 4595. 4597. 4599. 4603. 4605. 4607. 4609. 4613. 4615. 4617. 4619. 4623. 4625. 4627. 4629. 4633. 4635. 4637. 4639. 4643. 4645. 4647. 4649. 4653. 4655. 4657. 4659. 4663. 4665. 4667. 4669. 4673. 4675. 4677. 4679. 4683. 4685. 4687. 4689. 4693. 4695. 4697. 4699. 4703. 4705. 4707. 4709. 4713. 4715. 4717. 4719. 4723. 4725. 4727. 4729. 4733. 4735. 4737. 4739. 4743. 4745. 4747. 4749. 4753. 4755. 4757. 4759. 4763. 4765. 4767. 4769. 4773. 4775. 4777. 4779. 4783. 4785. 4787. 4789. 4793. 4795. 4797. 4799. 4803. 4805. 4807. 4809. 4813. 4815. 4817. 4819. 4823. 4825. 4827. 4829. 4833. 4835. 4837. 4839. 4843. 4845. 4847. 4849. 4853. 4855. 4857. 4859. 4863. 4865. 4867. 4869. 4873. 4875. 4877. 4879. 4883. 4885. 4887. 4889. 4893. 4895. 4897. 4899. 4903. 4905. 4907. 4909. 4913. 4915. 4917. 4919. 4923. 4925. 4927. 4929. 4933. 4935. 4937. 4939. 4943. 4945. 4947. 4949. 4953. 4955. 4957. 4959. 4963. 4965. 4967. 4969. 4973. 4975. 4977. 4979. 4983. 4985. 4987. 4989. 4993. 4995. 4997. 4999. 5003. 5005. 5007. 5009. 5013. 5015. 5017. 5019. 5023. 5025. 5027. 5029

PRIMI LIBRI ARITHMETICAE

pariter pares sunt diminuti: ergo reliqui oēs pares exceptis pfectis erūt numeri superflui. Quorū duorū modorū proprietates ex septimo libro iordani demonstrandæ hæc duæ sunt. Prima oīs numerus diminutus a sola vnitāte aut ab alio numero diminuto pte aliquota eius mēsuratur. Hæc ex prima pprietate patiter parīs est q̄ manifestissimā. Scda pprietas. oīs numerus abūdāns aut superfluius solū numerū abundantē mēsurare pōt tanq̄ pars aliquota eius. patet inductiue. quia. 12. est ps aliquota istorū. 24. 36. 60. qui oēs sunt superflui. Haftenus igitur de numero & speciebus suis tā subalterā nī q̄ specialissimis: q̄ oēs termini sunt de pdicamēto quātitatīs: & de pprietatib⁹ siue generis siue specierū oīm: hæc nos dixisse sufficiat p primo tractatu hui⁹ nostri primī libri introductiōis arithmeticæ. Quæ quātas cōmoditates afferat in maiorib⁹ sciētīs phisica: methaphisica: morali sciētia: & medicina: atq; theologia: longū esset enarrare & altioris egens speculatiōis. Nunc aut hoc vnū tacere nō volumus: q̄ diuinus ille pictagoras totā philosophiā numerorū rationib⁹ intexuit: attribuēs vnitātē primo oīm rerū principiū. i. deo. Numerosaūt oēs creaturis adaptauit. vt aristoteles narrat in primo libro methaphisicorū. sed pares numeros ppter eorū diuisibilitatē creaturis corruptibilib⁹ indidit: impares vero creaturis spūalibus & incorruptibilib⁹. Hinc processit illa distinctiō duorū pdicamentorū apud pictagorā. i. rerū perfectarū & imperfectarū. in quarū coordinatiōnū prima imparē posuit: i. secūda vero parē. Et quia materia rerū naturalū est oīm imperfectissima creatura. & causa oīs corruptionis & varietatis in rebus mūdi: ideo ei attribuit primū & imperfectissimū oīm numerorū binariū. cuius mentē plato explicans vocauit materiā magnā & parū: vt aristoteles tradit in primo phisicorū. Elementis aut pictagoras attribuit quaternariū: quia sunt prima & imperfectissima oīs corporū naturalū: & sic cōsequēter pcedebat per alias species numerorū pariū & rerū naturalū. Post quas ad corpora celestia veniēs quia sunt incorruptibilia: attribuebat eis numeros ipares: quia spherā quālibet planetarū trīfidā in tresq; orbes diuisam ponebat. Quāviā postea secut⁹ est ptholemeus ponēs orbes eccētricos planetarū. & tandē sup septē spherās planetarū. tres alias spherās mobiles cōcessit Pictagoras. vt Aristoteles narrat in primo methaphisicorū. Vltimo veniēs ad substantias spūales separatas de eis per numeros ipares primos & incōpositos ratiocinabatur ponens eas substantias simplices a sola vnitāte q̄ deus est depēdentes & mēsurabiles. Hūc modū philosophādi diuinissimus Plato postea insecut⁹ est satis copiose & mirabiliter. Deinde aristoteles ingeniosissimus. hāc viā sibi placuisse restat⁹ est: cū in octauo libro suorū methaphisicorū dixerit q̄ eētia rerū sunt sicut numeri. & alibi pluries de hoc. Theologi. Sacti etiā doctores ecclesiæ Augustinus. Hieronymus. Chrysostom⁹. Origenes: & alii plures in suis opusculis multa ad fidē & mores ptinētia rōnibus numeralibus sufficiētissime explicarūt. atq; in cōmētationibus suis supra textū sacre bibliae nimis pōderāt ea q̄ certis numerorū speciebus spūs sctūs determinari voluit a pphetis & apostolis. vt videre se apd moysen in descriptiōe tabernaculi: & apd ezechielē i mēsuratiōe tēpli. cui fere similia verba posuit Ioānes in apocalipsi. Vnde nō sine oīm rheologorū miraculo legitur illud Gene. 1. vbi in secūdo die creatiōis nō dicitur: vidit de⁹ q̄ eēt bonū: cū tñ hoc verbū i nullo aliorū dierū p̄termittatur. quia vt aiūt in hoc designauit spūs sctūs numeri binariū i perfectionē: qui cū sit primus recessus ab vnitāte: p̄cti primorū parentū vel malorū angelorū figurā habet. Senariū quoq; numeri pfectionē August. sup Genesim ānotauit: rōnē reddens quare i sex diebus pfecti sunt celi & terra & omnis ornat⁹ eorū totaq; mundi pfectiō illo dierū numero edita est. Nō solum autē supra dicti philosophi & theologi p numeros & eorum pprietates de rebus humanis & diuinis ratiocinātur: sed etiam p numerorum habitudines quas vocāt pportiones: de quibus vt iam dīferamus opus est.

PARS SECVNDA DE PROPORTIONIBVS.

Tractatus secundus de proportionione et pro-

portionum speciebus ac proprietatib⁹ cuius sunt capita septē. Primū
caput de pportione multiplici & speciebus & pprietatib⁹ eius.



Ostēda quæ ad quēlibet numerū per se sumptū pertinebāt diffusius ptra
ctauimus: reliquū est vt numerorū ad numeros habitudines seu pportio
nes inquiramus: avocabuli diffinitioe exordiū nostræ narratiois auspican
tes. Proportio numeralis est numeri ad numerū certa habitudo: vel clari⁹
est numerus ad numerū aliquo modo se habēs in quātitate sua. vt. 2. ad. 4. & ecōtra est
pportio: & sic de aliis. Huius generis duæ assignari possunt pprietates. Prima est. q
oīs pportio numeralis est pportio rōnalis: pbatur ex diffinitioe rōnalis pportiois q
est hæc. Proportio rōnalis est habitudo duarū quantitatū ad iuicē cōmunicantiū in
parte aliquota q cōmuniter vtriq; illarū cōuenit licet nō sub eadē denotatiōe. cōstat
aut q oīs numer⁹ cui⁹libet alteri numero cōmunicat in parte aliquota admi⁹ in vni
tate: q oīs numeri est pars aliquota: oīsq; numerus ad vnitatē est pportio multiplex: er
go oīs pportio numeri ad numerū est rōnalis. Ex hac prima pprietate sequitur alia &
secūda. q nō oīm pportionū modi aut species possunt in numeris repperiri: pbatur
quia sunt dābiles aliq; species pportionum q dicūtur irrationales: quales sunt quantita
tes in nulla parte aliquota adinuicē cōmunicātes: vt geometræ pbāt de duab⁹ lineis i
quadrato q sunt diametēr et costa: & etiā de quibusdā aliis lineis & superficiebus. nulli
aut numeri sunt adinuicē incōmunicātes: vt pbatū est. ergo taliū pportionū 3 modos
vel species: numerorū natura nō partitur. Diuiditur aut pportio nūeralis in duas spēs
immediate q sunt equalitas: & inequalitas. Equalitas est nūerus taliter se habēs ad aliū
numerū q eū nō excedit neq; ab eo exceditur. vt. 3. ad. 3. & 8. ad. 8. Inequalitas vero ē
numerus ad aliū sic se habēs q illū excedit vel ab eo exceditur. vt. 6. ad. 3. vel. 4. ad. 8.
Patet ergo q in arithmetico negotio secūdū veriorē philosophiā noīa abstracta & cō
creta sinonima sunt: idēq; penitus significāt: vt equalitas & equale: inequalitas & in
equale. Harū duarū speciēū simul tres ponim⁹ pprietates: ex nono libro iordanī de
mōstrandas. Prima est q equalitas est oīs inequalitatis principiū origo & mater. Secū
da. ex prima sequitur q oīs inequalitas ex equalitate nascitur. Tertiā. q oīs inequalitas
est resolubilis vsq; ad equalitatē. Harū pbationes in vltimis duob⁹ capitulis hui⁹ tra
ctatus erūt clarissime. Equalitas aut in aliis spēs vltiori⁹ nō diuiditur: sed est spēs atho
ma aut specialissima: quia talis numerorū habitudo est inuariabilis & i diuisibili cōsi
stens. Inequalitatis vero duæ pbatur species immediatē ex diffinitioe eius diffinitiuā.
hæ sunt maior & minor inequalitas. Inequalitas maior est numerus excedēs alterū nu
merū ad quē cōparatur in sua habitudine vt. 6. ad. 3. Minor inequalitas est numerusq
ab alio exceditur ad quē refertur: vt. 4. ad. 8. Horū generū subalternorū cōsimilis est
diuisio iū suas spēs: quot em̄ modis contingit vñ numerū excedere aliū: tot modis cō
tingit q vnus nūerus ab alio excedatur. ideo totidē sunt spēs p̄cise minoris quot maio
ris inequalitatis eisdēq; vocabulis fere distincte. Maioris ergo inequalitatis quicq; sunt
spēs p̄ximæ. tres primæ simplices vt multiplex. superparticularis & super partiēs. due
vltimæ sunt cōpositæ ex tribus primis. s. multiplex superparticularis: & multiplex su
per partiēs. ergo similiter minoris inequalitatis erūt quinq; spēs istæ. submultiplex. sub
superparticularis. subsuper partiēs. submultiplex superparticularis. & submultiplex
super partiēs. Et pportionaliter diffiniendæ sicut spēs maioris & minoris inequalitatis
atq; eisdē exēplis cōuersis declarādæ. Multiplex igitur pportio est numerus maior sic
excedēs suū minorē q eū totū p̄cise pluries cōtinet. vt. 2. ad. 3. vbi maior cōtinet mi
norē totū quater & nihil plus. & i eodē exēplo cōparādo. 3. ad. 12. est pportio submul

Proportio
numeralis
quid sit.
Due eius
pprietates:
1. pprietas

2. pprietas

Proportio
nis duo ge
nera.
Equalitas.
Inequali
tas.

Proprieta
tes carū. 3.
1. pprietas
2. pprietas
3. pprietas

Inequali
tatis speci
es. 2.
Maior ine
qualitas.
Minor ine
qualitas.

Maioris i
equalitatis
species. 3.

Multiplex
pportio ad

PRIMILIBRI ARITHMETICAE

- Proprietates eius. 3.** **1. pprietas** **2. pprietas** **3. pprietas** **Multipli-
cis spēs in
finite** **Dupla.** **Tripla.** **Quadru-
pla.** **Generatio
eorum.**
- plex: qua minor numerus totus pluries exceditur a maiore continetur in illo. Multiplicis proportionis communis tres notantur proprietates ad nonum librum arithmetices iordanis referenda. Prima est quod multiplex proportio ceteris inaequalitatibus est antiquior & origine prior. haec declarabitur infra in cap. 6. huius tractatus quod erit de origine proportionum. Secunda proprietas omnis proportio multiplex omnesque multiplicum species & modi ex continua serie numerorum ad unitatem relata facile inveniuntur. haec ex prioribus dictis in hoc capitulo clarescit. dictum est enim quod omnis numerus ad unitatem est multiplex: sub varia tamen specie multiplicatus. Tertia proprietas quod omnis proportio multiplex habet aliam multiplicem se maiorem. ut dupla quadrupla. tripla nonocupa: & sic de aliis. Multiplicis proportionis infinitae sunt species specialissimae totae. scilicet quot sunt species numerorum a quibus denotantur. ut dupla: tripla: quadrupla &c. sine statu. Dupla proportio est numerus maior continens totum minorem ad quem comparatur bis praecise ut. 6. ad. 3. & 8. ad. 4. &c. Tripla proportio est cum maior numerus minorum ter praecise continetur ut. 9. ad. 3. & 12. ad. 4. &c. Quadrupla portio est. cum maior numerus minorum quater praecise quater. ut. 8. ad. 2. & 12. ad. 3. &c. & secundum hanc proportionem definiretur omnes aliae species proportionis multiplicis. Generatur autem siue inveniuntur numeri talium proportionum ex naturali serie numerorum. nam quilibet numerus ad unitatem comparatus continet sub alia & alia specie multiplicis se habet ad illam. ut binarius est duplus: ternarius triplus: quaternarius quadruplus ad unitatem: & sic in infinitum. Sed in hoc processu non habemus pro qualibet specie multiplicis nisi unum exemplum: ut ergo sub qualibet specie infinita exempla repperiamus: oportet nos hanc regulam observare quod de scripta naturali serie numerorum ab unitate incipiendo super eam scribatur alia series quae incipiat a binario procedatque per continuam additionem binarii & sic habebimus infinita exempla proportionis duplae. ut patet in hac serie.
- Dupli. 2. 4. 6. 8. 10. 12. Et si linea superior inciperet a ternario prederetque per continue
1. 2. 3. 4. 5. 6. novam additionem ternarii inveniremus infinita exempla proportionis triple. ut hic. 3. 6. 9. 12. 15. 18. Et si series superior inciperet a quaternario: exte
Tripli. 1. 2. 3. 4. 5. 6. dereturque per continuam additionem quaternarii deseruiret exemplis proportionis quadruplae. ut in hac forma patet.
- Quadrupli 4. 8. 12. 16. 20. 24. Et si in incipiamus a quinario in serie superior
1. 2. 3. 4. 5. 6. ore & consequenter procedamus per quinariorum inveniremus infinita exempla proportionis quincuplae: & sic consequenter in aliis omnibus speciebus.
- Quincupli. 5. 10. 15. 20. 25. 30. Alii vero auctores diversis verbis huius regule
1. 2. 3. 4. 5. 6. eandem sententiam aliter protulerunt dicentes quod si ex naturali serie numerorum procedatur continue uno dimisso interscalariter: invenimus omnes duplos. & duobus dimissis omnes triplos. & tribus dimissis omnes quadruplos & sic consequenter: ut patet in exemplis positis. Alii clarius dixerunt quod acceptis primis exemplis omnium proportionum ex naturali serie numerorum ut prius dicebamus: si illi numeri duplentur erunt secundii numeri in eisdem proportionibus & si triplentur erunt tertii numeri earum de proportionum. & si quadruplentur erunt quarti numeri. & sic consequenter. & hoc patet etiam eeverum in exemplis supra positis. Quarum omnium specierum simul haec sunt due proprietates ad nonum librum iordanis pertinentes: Prima est quod omnium proportionum multiplicum a paribus numeris denotatarum semper numeri maiores sunt pares in omnibus suis exemplis: impar vero huius denotatione: numeri maiores neque omnes sunt pares neque omnes impares: sed unus par & alter impar alternati procedendo: ut manifeste declaratur in formulis proportionum multiplicum superius descriptis. Secunda proprietas quod omnis proportio multiplex in sua generatione per solam unitatem numeros superat omittendos ex naturali serie: sic quod denotatio illius proportionis sumitur a maiori numero quam sit numerus omittendorum: & ille excessus est sola unitas. ut in dupla proportionem est continue dimittendus unus numerus: in tripla duos numeri. in quadrupla tres. & sic consequenter.

**Due pdic-
torum pprie-
tates.**

1. pprietas

2. pprietas

PARS SECUNDA DE PROPORTIONIBVS.

Caput secundū de pportione supparticulari & ei⁹ speciebus & pprietatibus.



Vperparticularis pportio est nūerus maior cōtinēs in se aliū minorē totum semel & vltra hoc vnā tm̄ eius partē aliquotā. i. medietatē vel tertiā vel quartā &c. vt. 6. ad. 4. & 12. ad. 9. Huius generis duæ sunt pprietates etiā ex nono libro arithmetice iordani demonstrādæ. Prima est q̄ois supparticularis pportio h̄ post se aliā minorē superparticularē. vt sesquialtera sesquiterciā & illa sesquiquartā & sic deinceps. Pro cui⁹ declaratiōe additur secūda pprietas. q̄ oīs supparticularis pportio quāto a minori nūero denoiatur tāto est maior: & viceversa quāto a maiori nūero sumit denoiatiōnē tāto ip̄a est minor. vt sesquialtera est maior pportio q̄ sesquiterciā & hæc maior q̄ sesquiquartā &c. ratio clara est ex quātitate partiū aliquotarū q̄a medietas ē maior tertiā parte & tertiā maior quarta &c. In multiplicibus aut pportionib⁹ quātitates earū augētur secūdū ordinē suarū denoiatiōnū: & a maiori nūero denoiata pportio ē maior: vt tripla q̄ dupla & quadrupla est tripla maior &c. Supparticularis pportionis infinitæ sunt spēs sūptæ ex varietate aliquotarū partiū q̄ pcedit secūdū naturalē seriē numerorū: vt sesquialtera sesquiterciā sesquiquartā sesquiquintā: & ita sine fine. Sesquialtera vel poti⁹ sesquialtera quā græci hemiolā vocāt: est nūerus maior minorē cōtinēs totū & ei⁹ medietatē p̄cise. vt. 3. ad. 2. & 12. ad. 8. &c. Sesquiterciā pportio q̄ & epitrita est maior numer⁹ minorē cōtinēs & ei⁹ tertiā partē. vt. 4. ad. 3. & 12. ad. 9. Sesquiquarta ab excessu quarte pt̄isup minorē numerū denoiatur: vt. 5. ad. 4. & 15. ad. 12. Sesquiquinta vero a quita pte: & sic cōsequēter. Gñatio aut oīm istarū spērū ad habēdū singula exēpla earū hac vnica regula cōphenditur. q̄ i serie nūerorū vnitate dimissa qlibet sequēs nūerus ad suū pximū pcedentē cōtinue sub aliā & aliā spē supparticularis pportiōis refertur. vt. 3. ad. 2. est sesquialter & 4. ad. 3. sesquiterci⁹. & 5. ad. 4. sesquiquartus &c. Ad habēdū aut infinita exēpla cuiuslibet speciei ponitur hæc alia regula. Si ex exēplis multipliciū pportionū sūperi⁹ descriptis lineæ superiores adinuicē cōparentur: infinita exempla cuiuslibet proportionis superparticularis ostendentur. .i. quia tripli ad duplos sunt sesquialteri: & q̄drupli ad triplos sesquiterci. & sic cōsequēter. vt p̄ h̄c. Sesquialteri. 3. 6. 9. 12. 15. Sesquiterci. 4. 8. 12. 16. 20. 24. Alii vero facilius hāc secūdā

2. 4. 6. 8. 10.	3. 6. 9. 12. 15. 18.	regulā protulerunt dicentes
Sesquiquarti. 5. 10. 15. 20.	Sesquinti. 6. 12. 18. 24. 30. 36.	q̄ habitis ex prima regula
4. 8. 12. 16.	5. 10. 15. 20. 25. 30.	primis exēplis pportionis

superparticularis cuiuscunq; si illi numeri duplētur erūt sc̄i in illis pportionib⁹. & si triplentur erunt terti: & si quadruplētur erunt quarti: vt p̄ h̄c in exemplis prædictis. Oīm autem superparticularium proportionum hæc vnica est & notanda pprietas. q̄ quælibet superparticularis pportio in omnibus exemplis suis seriatim sumptis primus dux primum comitem sola vnitate superat: & secundus secundum binario: tertius tertiū ternario. & sic consequenter procedendo per numeros naturalis ordinis. vocam⁹ autem in hoc capitulo & in oībus sequentibus illos numeros duces qui sunt maiores in suis proportionibus: minores vero comites. exempla huius pprietatis iam posita sunt in generatione istarum specierum.

Supparticularis pportio qd. Proprietas ei⁹ due
1. pprietas
2. pprietas

Supparticularis spēs infinite. Sesquialtera. Sesquiterciā. Sesquiquarta. Sesquiquinta. Gñatio eorū

Ali⁹ mod⁹ facili⁹

pprietas vnica.

Caput tertium de pportiōe superpartiente & speciebus & pprietatibus eius.



Roportio superpartiens: est numerus maior qui ad aliū minorē comparat⁹ ipsum totū semel & plures eius partes aliquotas eiusdem denominationis ex quibus tm̄ nō fiat vna pars aliquota: cōtinet. vt. 5. ad. 3. vel. 9. ad. 7. &c. vocam⁹ autem plures partes aliquotas eiusdem denominationis vt plures medietates: vel plures tertiās: aut plures quartas &c. dicimus etiā notanter ex quibus non

Suppartiens pportio qd sit

c. i.

SECUNDI LIBRI ARITHMETICAE

fiat una pars aliquota: quia in tali casu illa pportio reduceretur ad supparticularē & nō esset suppartiēs. vt si maior nūerus cōtinet minorē & duas q̄rtas ei⁹ esset illa pportio sesquialtera: quia duæ quartæ sūt vna medietas. similiter si maior nūerus cōtineret minorē & tres nonas ei⁹ illa esset proportio sesquitercia quia tres nouenæ sunt vna tertia pars totius. Huius generis hæc due sunt notabiles pprietates ex nono libro arithmetices iordanī requirēdæ. Prima est q̄ oīs suppartiēs pportio h̄z post se aliā maiorē superpartientē sub eadem partiū denoiatione. vt superbipartiēs habet post se supertripartientē & illam sequitur superquadrupartiens: deinde superquinquartiens &c. quæ semper augentur retenta eadē denoiatione. nam in hoc genere tanto proportio est maior quanto a maiori nūero partium denominantur si earū deuominatio sit eadem & similis. vt maior proportio est supertripartiens septimas q̄ supbipartiēs septimas. & adhuc maior est q̄ sequitur superquadrupartiēs septimas: & sic de aliis. Secūda pprietas. oēs suppartiētes pportōes. i. oēs spēs subalterne hui⁹ generis cōsurgūt ex naturali serie ipariū sūpto initio a quinario: quibus subscribantur omnes numeri tā pares q̄ ipares naturali serie sumpto initio a ternario. vt 5. ad. 3. est superbipartiēs pportio. 7. ad. 4. quatuor supertripartiēs. 9. ad. 5. supraquadrupartiēs: & sic de aliis. sed hæc numerorū forma: nō oēs spēs specialissimas suppartiētes explicat: ideo alr̄ iuestigāda est hui⁹ ḡn̄is ramificatio. Diuiditur ergo suppartiēs pportio p̄rio p̄ infinitas spēs subalternas ex nūero partiū acceptas. hæc sūt superbipartiēs. suptripartiēs superquadrupartiēs &c. Est autē pportio superbipartiens nūerus maior cōtinens minorē & duæ eius partes aliquotas eiusdem denoiationis ex quib⁹ nō sit vna pars aliquota. vt. 5. ad. 3. vel. 9. ad. 7. &c. Supertripartiēs pportio tres tales partes aliquotas superaddit. vt. 7. ad. 4. vel. 8. ad. 5. &c. Superquadrupartiēs q̄tuor. vt. 9. ad. 5. vel. 11. ad. 7. & sic deinceps p̄ infinitas spēs. Quelibet autē p̄dictarū sp̄erū quia subalterna iterū diuiditur per infinitas species specialissimas variatas ex denoiatione partiū. vt pportiois superbipartiētis: hæc sūt species athomæ. superbipartiens tertias. superbipartiens quitas. superbipartiens septimas: & sic pcedendo p̄ nūeros ipares in infinitū. Item pportiois suptripartiētis hæc sūt spēs sp̄ealissimæ suptripartiēs q̄rtas suptripartiēs quitas. suptripartiēs septimas &c. Eodē mō pcederetur in diuidendis aliis speciebus subalternis hui⁹ generis: dūmodo obseruetur hæc cōditio q̄ prima species specialissima cuiuslibet subalterni habeat denoiationē partiū sola vnitate maiorē numero earūde partiū vt sit superquadrupartiens quitas. superquadrupartiēs sextas. supersexpattiens septimas &c. Pro ḡn̄atiōe autē vel iuentioe nūerorū q̄ ad singulas spēs h̄mōi pportionū p̄tinent. hæc vnica regula & facillima ponitur. q̄ pposita qualibet h̄mōi specie specialissima: primus comes ei⁹ statuatur nūerus denoiationis partiū: cui si addatur tot vnitates quot⁹ est nūerus illarū partiū: p̄tin⁹ cōsurgit prim⁹ dux illi⁹ pportionis. vt si pponatur pportio supbipartiens tertias: prim⁹ comes est ternari⁹: cui additis duab⁹ vnitatib⁹ cōsurgit quinari⁹ prim⁹ dux illi⁹ pportiois. nā. 5. cōtinet. 3. & duas vnitates q̄ sunt duæ tertie ternariū. & si pponatur superbipartiens quitas: prim⁹ comes erit 5. & prim⁹ dux. 7. superaddens duas vnitates. eodē mō in supbipartiente septimas: primus comes est. 7. & prim⁹ dux. 9. & sic de aliis oībus speciebus huius primī generis. Itē si proponatur pportio superpartiens quartas: prim⁹ comes erit. 4. & primus dux. 7. q̄a addit tres vnitates q̄ sunt tres quartæ q̄ternariū. sic in pportioe supertripartiente quintas primus comes est. 5. & prim⁹ dux est. 8. & sic de aliis speciebus huius ḡn̄is. Eodem mō pcedi pōt per hanc regulā in singulis speciebus aliorū generū sequentiū in h̄mōi pportionibus. Habitis autē primis numeris cuiuslibet speciei talium pportionū: secundi & tertii & quarti in eisdem pportionibus p̄ cōtinuā multiplicationem eorum facile inueniuntur. vt eis duplatis fient secundi. triplatis tertii. quadruplatis quarti: & sic deinceps sine fine. est enim regula verissima q̄ multipliciū & submultipliciū numerorum eadem & similis est proportio. vnde per hanc viam qui vellet procedere: faceret plures series nūerorum quæ essent exempla istarum specierum: sed hæc lectorum ingenio pariter & exercitio describenda relinquitur.

**Due eius
pprietates
1. pprietas**

2. pprietas

**Suppartiē
tis species i
finite.
Supbipar
tiens
Suptripar
tiens
Supqua
drupartiēs
Superbip
artiēs spēs i
finite
Suptripar
tiēs spēs i
finite
Proprie
tas vnica.**

**Enatiotali
um sp̄erū.**

**Regula ve
rissima.**

PARS SECUNDA DE PROPORTIONIBVS

Caput quartū de multiplici supparticulari & eius spēbus & pprietatibus.

MULTIPLEX superparticularis pportio est maior numer⁹ cōtinēs minorē totū pluries & vltra vnā tm̄ ei⁹ partē aliquotā vt. 5. ad. 2. nā binari⁹ pluries cōtinetur i qnario: quia bis & remanet adhuc vnitas q̄ est medietas binarij. Similiter se hñt. 7. ad. 3. & 9. ad. 4. &c. Hui⁹ gñis hæc vna ponitur pprietas ad nonū librū iordanī ptinēs. q̄ multiplices supparticulares cōtinue nascātur ex iparib⁹ suo ordine a quinario pcedētib⁹. Hui⁹ rō est. quia añ quinariū nullus est nūerus talr excedēs suos minores pcedētes. post quinariū aut cōtinue sequūtur ipares talr pportionabiles ad suos inferiores. Diuiditur aut hoc genus primo p ifinitas spēs ex pte multiplicis variatas q̄ sunt: dupla superparticularis triplā superparticularis &c. q̄ sic diffiniūtur. Dupla superparticularis pportio est nūerus maior cōtinēs minorē totū bis & vnā ei⁹ partē aliquotā vt. 5. ad. 2. & 7. ad. 3. &c. Tripla superparticularis est maior nūerus cōtinēs minorē integrū ter & vnā ei⁹ pte vt. 7. ad. 2. & 10. ad. 3. &c. Quadrupla supparticularis ē maior nūer⁹ cōtinēs minorē q̄ter & vnā ei⁹ pte aliquotā vt. 9. ad. 2. & 13. ad. 3. & 17. ad. 4. & sic cōsequēter diceretur de oībus alijs spēb⁹ subalternis. Quarū q̄libz iterū diuiditur p ifinitas spēs specialissimas variatas ex denotatōe partis aliquotæ: q̄ pcedūt secūdū naturalē ordinē numerorū vt superius dicebatur i cap. 2. hui⁹ tractat⁹. sic dicēdo. dupla sesquialtera: dupla sesquitercia: dupla sesquiquarta &c. Similr tripla sesquialtera: tripla sesquitercia: tripla sesquiquarta. Itē q̄drupla sesquialtera. quadrupla sesquitercia. quadrupla sesquiquarta &c. quarū spērū diffinitiones ex pximo dictis subalternis: & ex diffinitionib⁹ secūdi cap. nuper allegati facile quis colligere pōt. Generātur aut siue iueniūtur nūeri oīz istarū spērū hac vnica regula obseruata. q̄ in qualibet spē prim⁹ comes semp est nūerus denotatiōis partis aliquotæ. quo duplato vel triplato aut quadruplato secūdū exigētiā speciei subalternæ ppositæ: & unitate superaddita: resultat prim⁹ dux talis pportōis. ut dupla sesquialtera pcedit ex binario duplato & unitate apposita. ut. 5. ad. 2. dupla sesquitercia oritur a ternario duplato cū unitate. ut. 7. ad. 3. & sic de alijs spēbus huius subalterni. Similr tripla sesquialtera fit ex binario triplato cū unitate. ut. 7. ad. 2. tripla sesquitercia ex ternario triplato adiūcta etiā unitate. ut. 10. ad. 3. tripla sesquiquarta ex q̄ternario triplato & unitate. ut. 17. ad. 4. & sic de alijs speciebus tā subalternis q̄ specialissimis fiat pcess⁹ sine fine. Habitis aut primis nūeris cuiuslibet pportiois pdictæ p cōtinuā eorū multiplicationē. i. duplationē triplationē &c. iueniētur secūdi nūeri & tertii & q̄rti in eisdē speciebus pportionū. & sic cōsequēter i ifinitū. & possz qui veller hic formulas istarū pportionū ex dictis facile describere.

Caput quintū de multiplici superpartiente & spēbus & pprietatibus eius.

MULTIPLEX superpartiens pportio est numer⁹ maior minorē totū cōtinens pluries & cū hoc plures ei⁹ ptes aliquotas eiusdē denotatiōis ex quib⁹ nō fit vna ps aliquota. vt. 8. ad. 3. & 11. ad. 4. &c. Hui⁹ gñis hæc vnica pprietas est. q̄ multiplices superpartientes ab octonario picipiū habēt deide p alios nūeros modo parcs modo ipares subsequūtur & generātur. Cui⁹ rō est quia añ octonariū null⁹ est dabilis nūerus talē pportionē hñs ad aliquē minorē pcedentiū: & tm̄ post ipm multi & ifiniti sequūtur nūeri i quib⁹ hñoi pportioes iueniūtur. Diuiditur aut hoc gen⁹ triplr i spēs. priō i subalternas ifinitas variatas ex pte multiplicis. vt dupla supptiēs tripla supptiēs q̄druplasupptiēs &c. q̄ sic diffiniūtur. Dupla supptiēs pportio ē nūer⁹ maior cōtinēs minorē totū bis & plures ptes ei⁹ aliq̄tas ex qb⁹ nō fiet vna ps aliq̄ta. cōsimilr diceretur de alijs subalternis sequentibus. Secundo diuiditur q̄libet species subalterna per ifinitas species variatas ex nūero partiū. vt dupla superbipartiēs. dupla supertripartiens. dupla superquadripartiēs &c. Itē triplā superbipartiens. triplā supertripartiens &c. Similr quadrupla superbipartiēs. quadrupla supertripartiens &c. quarū specierū facile darentur diffinitiones sic Dupla superbipartiens pportio est maior numer⁹ cōtinens minorē bis & duas ei⁹ partes aliquotas nō facientes vnā aliquotā. & si excrecerent tres tales ptes est dupla supertripartiēs & si quatuor: dicitur dupla superquadripartiēs. eodē mō diffinirentur aliæ oēs spēs supradī

*Multipler
suppar:
cularis
pportio
qd sit.
pproprie
tas vnica.*

*Hui⁹ gñis
species ifi
nite.*

*Dupla sup
pticularis
Tripla sup
particularis
Quadrupla
supparticularis.
Spēs iste
subdiuidit
i alias spēs
ifinitas*

*Modus
tionis earū*

*Multipler
superpartiens
quid sit.
pproprie
tas eius.*

*Hui⁹ gñis
spēs ifinue
Dupla sup
partiens.*

*Ei⁹ spēs ifi
nite.*

*Dupla/sup
bipartiens.*

Etuspe i **finite.** **Tripla sup** **bipartien s** **Quadrupla supbi** **partiens** **Dupa sup** **bipartien s** **tertio.** **Modus gna** **tionis hax** **specierum.**

ææ. Tertio quælibet proximo distarū specierū subalternarū diuiditur p̄ infinitas species
 lissimas variatas ex denominationibus partium. vt dupla superbipartiens tertias: dupla
 superbipartiens quintas: dupla superbipartiens septimas: &cetera. Item dupla supertri
 partiens quartas. dupla suptriparties quintas vel septimas &c. Itē dupla supquadrupar
 tiens quitas. vel septimas &c. Similr tripla superbiparties tertias. quitas. vel septimas &c. Itē
 tripla suptriparties quartas. vel quitas &c. Itē tripla supquadruparties quitas vel septimas &c.
 Similr q̄drupla superbiparties tertias. vel quitas. vel septimas &c. Itē quadrupla suptripar
 tiens quartas vel quitas &c. Itē q̄drupla supquadrupartiens quitas. vel septimas &c. Quarū
 specierū diffinitōes facile ex dictis igenari possunt hoc mō. duplasupbiparties tertias p̄
 portio est numeri maior cōtinens minōre totū bis & duas partes ei⁹ q̄ sūt duæ tertie mī
 noris. vt. 8. ad. 3. & si sint duæ quite esset dupla supbipartiens quitas. vt. 12. ad. 5. & si duæ
 septimæ: esset dupla supbipartiens septimas. vt. 16. ad. 7. &c. Similr diffiniretur aliarū
 specierū p̄denoiatarū vnaq̄q̄. Qui aut̄ vellet iuenire cuiuslibet speciei ex p̄dictis nume
 ros primos hac vtatur regula facillima. Cuiuslibet p̄portiois multiplicis suppartietis i
 specie specialissima. prim⁹ comes est numeri denoiatiois partiū q̄ ultimo p̄fertur in illa
 sp̄c: deinde si ille dupletur aut tripletur aut q̄drupletur sc̄z cōditionē speciei subaltne pri
 mo diuisæ: & tertio tot unitates ad dātur quot⁹ est numeri partiū significat⁹ i specie sub
 alterna sc̄do loco diuisa: resultat prim⁹ dux talis p̄portiois. vt si p̄ponatur tripla supbi
 ties septimas: prim⁹ comes est. 7. q̄ triplato sūt. 21. & additis duab⁹ vnitatib⁹ cōstat. 23. q̄
 est prim⁹ dux talis p̄portiois. & sic fiat in oib⁹ aliis sp̄cib⁹ sine exceptiōe. & tūc primis il
 lis numeris duplatis aut triplatis aut q̄druplatis aut aliter multiplicatis pueniēt secūdi &
 tertii & quarti nūeri in eisdē p̄portionib⁹: & sic de aliis multis. Vñ ptz mod⁹ describēdi
 formulas istarū specierū: si qs vellet eas facere. Sed q̄a multi sunt ipediti & tardī igenio ad
 faciēdas sup̄dictas p̄portionū formulas: quas arbitrio eorū reliquim⁹ i cap. p̄cedētibus:
 decreuim⁹ hic addere quādā nūerorū formā quadratā q̄ oib⁹ aliis formulis & factis & faci
 endis equaleat: atq̄ i ea oīm p̄portionū iequalitatis nūeri exēplares valeāt iueniri. q̄ ma
 gna forma p̄ lōgitudinē suā a sinistra in dexterā habeat i prima linea naturalē: seriē nūe
 rorū abvnitate. secūda linea sub ea icipiat a binario p̄ cōtinuā ei⁹ additionē p̄cedēs. tertia
 linea icipiens a ternario cōtinue p̄ additionē ei⁹ p̄cedit. quarta per quaternarios. quita
 per quinaros &c. donec tot fiant lineæ subscriptæ quot sunt numeri in prima linea. sicq̄
 euadet forma quadrata oīm laterū equalium talis.

Longitudo tabulæ.

Latitudo tabulæ

Exēplaris
p̄portionū
numeraliū

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48	51	54	57	60
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60	64	68	72	76	80
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72	78	84	90	96	102	108	114	120
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84	91	98	105	112	119	126	133	140
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96	104	112	120	128	136	144	152	160
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108	117	126	135	144	153	162	171	180
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200
11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132	143	154	165	176	187	198	209	220
12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144	156	168	180	192	204	216	228	240
13	26	39	52	65	78	91	104	117	130	143	156	169	182	195	208	221	234	247	260
14	28	42	56	70	84	98	112	126	140	154	168	182	196	210	224	238	252	266	280
15	30	45	60	75	90	105	120	135	150	165	180	195	210	225	240	255	270	285	300
16	32	48	64	80	96	112	128	144	160	176	192	208	224	240	256	272	288	304	320
17	34	51	68	85	102	119	136	153	170	187	204	221	238	255	272	289	306	323	340
18	36	54	72	90	108	126	144	162	180	198	216	234	252	270	288	306	324	342	360
19	38	57	76	95	114	133	152	171	190	209	228	247	266	285	304	323	342	361	380
20	40	60	80	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280	300	320	340	360	380	400

PARS SECVNDA DE PROPORTIONIBVS

In hac igitur forma quaelibet linea ad primā cōparata est pportio multiplex. vt secūda linea ad primā est dupla, tertiā tripla, q̄rta q̄drupla. & sic p oēs spēs multipliciū pportio nū. Itē dimissa prima linea quilibet aliarū seq̄ns ad suā p̄ximo pcedētē est supparticularis pportio. vt tertiā ad secūdā est sesquialtera, q̄rta ad tertiā sesquitertia, quita ad quartā sesquiquarta. & sic deinde p oēs spēs supparticulariū. Itē quita linea ad tertiā, vel septimā ad quintā, vel nona ad septimā. & sic cōsequēter p oēs ipares: ostēdent singulas spēs supbipartietis pportionis. Similr septimā linea ad quartā, & octaua ad quintā, & decima ad septimā &c. declarāt spēs suptripartietis. Similr nona linea ad quintā, & vndecima ad septimā, & tredecima ad nonā &c. explicāt singulas spēs superquadripartietis. & sic pcedi pōt ad oēs spēs tertii generis q̄ est pportio superparties. Itē referēdo quintā lineā ad secūdā, vī septimā ad tertiā, vel nonā ad quartā, vel vndecimā ad quintā &c. p additionē binariū: habebimus oēs spēs duplicis supparticularis. Similr cōparādo septimā lineā ad secūdā, vel decimā ad tertiā, vel tredecimā ad quartā &c. p additionē ternariū: iueniem⁹ oēs spēs triplæ superparticularis. Similr si cōparemus nonū ordinē ad secūdū, & tredecimū ad tertiu, & decimūseptimū ad quartū &c. p additionē quaternariū: ostendem⁹ oēs spēs quadruplicis superparticularis. & sic cōsequēter pcederetur p oēs spēs multiplicis superparticularis q̄ erat quartū gen⁹ pportionis iequalitatis. Tādē ad habēdas singulas spēs specialissimas quiti generis q̄d est multiplex suppartiens. cōparare oportet alias lineas ad alias ī p̄dicta forma. nā octaua linea ad tertiā, & vndecima, & quartadecima, & decima septima, ad eādē tertiā & sic cōsequēter p additionē ternariū aliæ multæ: exhibēt nūeros singularū spērū mltiplicis superbipartietis tertias, vt duplā, triplā &c. Similr si ad quintā lineā duodecima & decima septia, & vigesima secūda: & cæteræ p additionē qnariū referātur: ostēdūt oēs spēs multiplicis superbipartietis quitas, vt duplā, triplā &c. Similr ad quartā lineā referendo vndecimā, & decimā quintā, & decimā nonā &c. per additionē quaternariū: habem⁹ singulas spēs multiplicis supertripartietis quartas. Similr si ad quintā lineā tredecimā, & decimā octaua, & vigesima tertiā &c. p additionē quinariū: erūt oēs spēs multiplicis suptripartietis quintas, vt dupla tripla &c. Eodē modo si ad septimā lineā decima septima: & vigesima quarta, & trigesima prima &c. per additionē septenariū: referātur ostēdent singulas species multiplicis supertripartietis septimas, vt duplam triplam &c. Consimiliter si ad quintam lineam comparemus quartam decimam, & decimam nonam, & vigesimā quartam &c. per additionem quinariū habebimus singulas species superquadripartietis quintas, vt duplam triplam &c. Itidē si ad septimam lineam referatur decima octaua, & vigesima quita, & trigesima scda &c. p additionē septenariū appebūt oēs spēs pportiois mltiplicis supquadripartietis septias vt duplā triplā &c. Patet ergo q̄ p̄dicta numerorū forma si bene in longū & latū augeatur: facile intuentib⁹ demonstrabit oīm pportionū etiā specialissimarū numeros. vnde arguitur maxima ei⁹ vtilitas pariter atq; dignitas, quā propter nō indignū duximus eius notabiles proprietates hic apponere et sunt numero quicq; Prima p̄prietat q̄ oēs numeri in hac forma diametraliter aut diagonaliter a primo āgulo ad tertiu descendentes sūt numeri quadrati, nā quilibet eorū resultat ex multiplicatōe duorū equaliū adinuiç de quib⁹ paulo post dicem⁹. Secūda p̄prietat, q̄ numeros q̄dratos in hac forma circūdant alii nūeri dicti lōgilateri aut altera pte lōgiores: qui fiūt ex duob⁹ nūerorū in equaliū sed p̄ximorū in naturali ordine ad seipos. Circūdātes dicūtur numeri positi sub et supra vel dextrorsum et sinistrorsum ad aliquē quadratū, vt circa .9. sūt 6. et .12. &c. Tertiā p̄prietat q̄ duplato quolibet numero quadrato atq; superadditis ei duob⁹ circūdantib⁹ longilateris: resultat inde alius numer⁹ quadratus, vt duplato quaternario supadditisq; binario et senario longilateris fiunt, 16. qui etiā ē quadrat⁹. Quarta p̄prietat q̄ additis duob⁹ q̄dratis p̄ximis simul cū duplo lōgilateri cōmunis: iterū resultat nūer⁹ q̄drat⁹ vt additis simul, 4. et .9. cū duplo senarii fiūt, 25. q̄ ē numer⁹ quadratus. Quita p̄prietat q̄ in hac tota forma quadrilatera et ī qualibet eius parte quadrata duo āguli oppositi ī se ipsos ducti producūt equalē sūmā aliis duob⁹ āgulis oppositis in c. llii.

Multiplex

Supparticularis
Suppartiens.

Multiplex
supparticularis.

Multiplex
suppartiens

Supbipartiens.
Supertripartiens.

Superquadripartiens.

Supradictæ forme p̄prietates. 5
1. p̄prietat

2. p̄prietat

3. p̄prietat

4. p̄p̄le.

5. p̄prietat

PRIMI LIBRI ARITHMETICAE

Minoris i
equalitatis
spēs nomi
nantur.

se ductis vt semel. 400. est idē qđ vigesies. 20. & ter. 15. faciūt. 45. sicut nouies. 5. similis
ter septies. 40. sūt. 280. sicut decies. 28. & sic de aliis multipliciter exēplis. Hacten9 igit
de oib9 generib9 & speciebus pportiois maioris inequalitatis. qđ totidē corepōdēt vt
dixim9 diuersitates minoris inequalitatis: Nā sub multiplicis pportiois spēs sūt sub dupla
sub tripla sub qđrupla & cc. Species subsepticularis sunt subsequaltera subsequitertia
subseq̄rta & c. Species subseptipartietis pportiois sūt subseptipartietes subseptitripties
subseptiquadrripties & c. Species submultiplicis supparticularis sūt subdupla sesquialtera: sesqu
tertia: sesquiquarta & c. itē subtripla: sesquialtera: sesquiquarta & c. itē subqđrupla sesquialtera ses
quitertia & c. Species vno submultiplicis suppartietis sūt subdupla supbipartietes suptrip
tietes: supqđriptietes & c. itē subtripla supbipartietes suptripartietes & c. itē subqđrupla sup
bipartietes suptripartietes supqđriptietes & c. & q̄libet istarū specierū diuiditur ad huc p̄fini
tas secundū varias denotiōes partium: sed hēc oīa statim cuilibet nota sunt.

Caput. 6. de origine proportionum inequalitatis ab æqualitate.



Cōparatio
proportio
num.

OST p̄missa cōsideratiōe dignū videtur oñdere quō oēs inequalitatis species
ab æqualitatis primordiis pcreatur. noticia. n. cōparatiua specierū alicuius ge
neris post noticiā singulārē earūde multū cōferre solet ad clariorē iparū itelli
gentiā: quēadmodū porphiri9 circa pdicabilia fecisse cōperitur: post singulo
rū declaratiōes addēs quicqđ pdicabiliū cōparatiōes. Quāt oīs inequalitas ab æqualitate p
cedat rationabile est. sicut. n. vnitas se habet ad nūeros oēs: sic se habet æqlitas ad ppor
tiōes oēs: quia aliarū oīm origo est & m̄. deinde inter genera inequalitātū etiā ordo origis
odseruatur. quia inequalitātū priā ē multiplicitas: ex qua imēdiate oritur supparticularis:
deinde ex superparticulari superpartietis: itē ex superparticulari multiplex superparticu
laris. deniq; ex superpartietē multiplex superpartietes. Sed hoc est itelligēdū obseruato ta
li ordie: quod ex prima specie generis pcedētis: pcreatur priā species generis subsequen
tis. & ex secunda secunda. & ex tertia tertia. & sic de aliis: quod verū est in oib9 generibus
pportionū sese cōsequētibus ordine subpposito. ergo de priō ad vltimū per mediā cōtis
nuē ordinata: ex æqualitate oritur oīs inequalitatis species. Pro ista aut succēssione origis
pportionū hęc vnica regula & infallibilis sufficere potest. qđ descriptis tribus æqlib9 nu
meris q̄bubuscūq; in vna serie: subscribatur nūero primo alius nūerus sibi æqlis. deinde
sub secūdo superiore scribatur nūerus alius cōpositus ex primo & secundo superioribus
deniq; sub tertiō æqualiū scribatur alius nūerus aggregatus ex primo equalium & ex
secundo duplato & ex tertiō simplici. per talem ergo modum subscribendi ex tribus
æqualibus crescūt alii tres in pportione dupla continuati: & ex tribus duplis simili mō
subscripionis: oriūtur alii tres in pportione tripla sese consequentes. & ex tripla qua
drupla & sic cōsequenter per oēs multiplices. vt clare ostendere pōt hęc forma. 1. 1. 1.

Ordo pro
portionum

Origo pro
portionū
dinata.

Origo mul
tiplicium.
Origo sup
particulari
um.

Origo sup
partietis.

Origo mul
tiplicium sup
particulari
um.

Origo mul
tiplicium sup
partietis.

Similiter permutato ordine numerorū multipliciū: itaq; maiores numeri pre 1. 2. 4.
scribātur minoribus p eandē artē subscribēdi ex dupla pportōe triū nūerorū 1. 3. 9.
cōtinua oritur sesquialtera. & ex tripla sesquitercia: & ex qđrupla sesquiquarta. & sic 1. 4. 16
p oēs alias spēs supparticulariū pportionū erit cōtinua gñatio ex multiplicibus: vt hic.
4. 2. 1. | 9. 3. 1. | 16. 4. 1. | Item permutato ordine superparticularium propor
4. 6. 9. | 9. 12. 16. | 16. 20. 25 | tionum oriūtur suo ordine singulæ spēs superpartietiiū
proportionū. vt ex sesquialtera supbipartietes. & ex sesquitertia suptripartietes & c. vt p̄hic
9. 6. 4. | 16. 12. 9. | 25. 20. 16. | Eodem modo subscribendi ex superparticula
9. 15. 25 | 16. 28. 49 | 25. 45. 81. | ribus non permutatis sed ordine suæ originis
descriptis: nascuntur multiplices superparticulares seriatim. vt ex sesquialtera dupla sex
quialtera. & ex sesquitertia dupla sesquitertia & c. vt clare ostendit hęc forma.
4. 6. 9. | 9. 12. 16. | Tandē ex superpartietibus numeris eo ordine quo geniti sunt
4. 10. 25 | 9. 21. 49 | descriptis: per eandē artē subscribēdo pcedūt multiplices super
partietes singulas spēs singlis cōparando. itaq; ex superbipartietē nascitur dupla superb
partietis: & ex supertripartiente dupla supertripartietis & c. vt hic per tria exempla.

PARS SECUNDA DE PROPORTIONIBVS.

9. 15. 25. | 16. 28. 49. | 25. 45. 81. Relinquitur ergo ex dicto processu veram
9. 24. 64 | 16. 44. 121. | 25. 70. 196. | esse regulā supradictam de continua origi-
ne proportionum ab equalitate vsq; ad vltimam inequalitatem.

Caput. 7. de resolutione oīm pportionū iequaliū vsq; ad equalitatē.

QVIA vero sicut in naturalib; ita & in mathematicis oīs res ex quib; cōponitur
in eadē resoluitur: cōsequēs ergo erit oēm iequalitatē p cōtinuas reductiones
vsq; ad equalitatē pducere: quaten; fortiori argumēto certissimū relinquam;
qd de primatu equalitatis ad oēm aliā pportionē plibauimus. Et in hac ppor-

tionū reductiōe eadē via eisdēq; passib; sicut pgressi sumus regrediemur. s. vnāquāq; i
equalitatis pportionē ad eā reducēdo: a qua pcesserat p doctrinā capituli pcedētis. hanc
vero pportionū resolutionē etiā vnica hac regula cōprehendimus. q. descriptis trib; nu-
meris iequalib; in qualibet pportiōe colligatis: si primo numero subscribatur ali; sibi e-
qualis. & secūdo supponatur residuū subtractiōis primī a secūdo supiore: sub tertio vero
numero scribatur ille numerus qui remanet subtractis primo simplici & secundo inferio-
re duplato a tertio superius descripto: per hanc ergo artem subscribendī proportio du-
pla reducetur ad equalitatē: & tripla ad duplā: & quadrupla ad triplā: vt p; hic. 1. 4. 16

In pportionib; vero supparticularib; sesquialtera resoluitur i duplā: & sesquitercia 1. 3. 9.
i triplā: & sesquiquarta i qdruplā. vt clare oñdēt exēpla supioris cōp. repetitavt hic. 1. 2. 4

4. 6. 9. | 9. 12. 16. | Similiter in proportionibus superpartientibus res 1. 1. 1.
4. 2. 1. | 9. 3. 1. | ducuntur omnes species ordinate ad superparticulares vt su-
perbipartiens ad sesquialteram. supertripartiens ad sesquiterciam & cetera. vt hic.

9. 15. 25. | 16. 28. 49. | Pariformiter multiplices supparticulares resoluuntur ordiate
9. 6. 4. | 16. 12. 9. | ad supparticulares a quib; oriebatur. s. dupla sesquialtera: ad ses-
qui alterā: & dupla sesquitercia ad sesquitiā: & sic de aliis vt mōstrāt exēpla sequentia.

4. 10. 25. | 9. 21. 49. | 16. 36. 81. | Postremo singulæ species multiplicium su-
4. 6. 9. | 9. 12. 16. | 16. 20. 25. | perpartientium resoluuntur per eandem ar-
tem ad species superpartientium a quibus. oriebantur. vt dupla superbipartiens ad su-
perbipartientem. & dupla supertripartiens ad supertripartientem & cetera. vt hic.

9 24 64 | 16 44 121 | Patet ergo quā vniformiter se habet in proportionibus: si
9 15 25 | 16 28 49 | ne pgressus ab æqualitate: siue regressus ad eandē p grad;
medios inter extrema: q; sūt priā æqualitas & maxima iequalitas si esset dabilis i nūeris.

Quia tamē ordo supradictus faciens pportiōes multiplices pximiores æqualitati tam i
pgressu q; i regressu: videtur ratiōi cōtrari;: (quia maiores iequalitates sūt multiplices
q; supparticulares. vt duplā q; sesquialtera & triplā q; sesquitercia & c. ideo vidētur magis
ab æqualitate distare q; supparticulares.) ad satisfaciēdū huic dubitationi dabim; aliā

regulā de origine & resolutione pportionū iequaliū ad æqlitatē: quātū ad multiplices
& supparticulares dūtaxat: de aliis aut nō curabimus. Regula hæc est. oīs pportio duorū
extremorū nūerorū ad inuicē cōponitur ex pportiōib; illorū extremorū ad mediū vel
ad mediā iter eos repperibilia. ideoq; illa pportio ē maior qualibet istarū sicut totū sua
parte: ac perinde illa ē remotior ab æqualitate q; iste partiales. Et quia iter nūeros ppor-
tionis multiplicis sēp est dabile mediū hñs pportionē supparticularē vnā vel plures. ad
nūeros extremos: ideo pportio multiplex resoluitur insup particularē tanq; in priorē se.

Modus etiā istius resolutionis talis est q. pportio dupla (exceptis binario & vnitate) se-
per est resolubilis i duas prias suppticulares q; sūt sesquialtera & sesquitercia. quia sēp iter
extrema duple pportionis est dabilis aliquis nūerus medi; ad vnū extremū sesquialter
& ad aliud sesquitercius. vt inter. 2. & 4. est ternarius sesquialter ad. 2. & subsesquitercius
ad. 4. & ita in oībus aliis duplis ifallibiliter. In aliis vero multiplicibus qlibet sequēs spe-
cies resoluitur in pcedentē multiplicē & in illā supparticularē q; a tali multiplici nascitur
secundū regulā pcedētis capituli. vt tripla resoluitur in duplā & sesquialterā. & quadrupla
in triplā. & sesquiterciam & sic de aliis quia inter oīa extrema triple pportionis dabi-

c. iiii.

Modus re-
solutionis p-
portionum

De multi-
plici.

De super-
particulari
De suppar-
tiente

De multi-
plici super-
particulari
De multi-
plici super-
partiente.

Obiū de or-
dine ppor-
tionum su-
pradicto.

Alit; ordo
multipliciu
et suppart-
iculariu.
Primare
gula.

2. regula

PRIMI LIBRI ARITHMETICAE

Harū formarū duæ sunt
notandæ proprietates. Prima
q̃ qualis ē proportio mul-
tiplex numerorum prime

PARS SECUNDA DE PROPORTIONIBVS.

Imaginationē sequens i diuino illo opusculo suo de vera de religiōe secreta philosophica pandit: dicens auctoritate hilarii q*i* i patre est vnitas: in filio æqualitas: & in spiritu sancto vnitatis æqualitatisq*ue* contextio: in creaturis autem oib*us* inæqualitas. In æqualitatēq*ue* varie species repertiuntur: quia solus dei filius cū spiritu sancto ab vtroq*ue* p*re*cedente sic genitus est a patre suo: vt esset vera & p*ro*pria imago iuisibilis dei primogenit*us* ante oē*m* creaturam: vt Paulus apostolus dicit: est enī splendor patris & figura substantiæ eius adæquans paternā p*er*fectionē i omnib*us* essentialib*us* p*er*fectionib*us*. quibus duob*us* per oia etiā similis ē spiritus sc*ilicet* adequas sui p*ri*ncipii a quo p*re*cedit p*er*fectionē. ideo nimirū ponitur vnitatis æqualitatisq*ue* contextio: diciturq*ue* nexus aborū se p*ro*ducentiū. Creaturæ vero sic p*ar*ticipāt diuinas p*er*fectiones: q*ui*a nō adequatur p*er*sonis diuinis a quib*us* p*re*cesserūt: sed lōge ab eis distāt inæqualiter. vnde nō imagines sed vestigia diuinæ trinitatis esse dicuntur. & si quādo nomē imaginis sacre litteræ ad creaturas trāsferūt: in obliquo nō in recto illud ponūt ad significandā. s*cilicet* inæqualitatē. tale est illud genesis primo faciam*us* hominem ad imaginē & similitudinē nrām: & illud ezechielis de agelo apostatāte a deo: tu signaculū similitudinis iquit dei. &c. Et sicut imaginatōe p*er*tagorica cēntiæ creaturarū speciebus nūmerorū assimilatae sunt: quia gradati i suis p*er*fectionib*us* p*re*cedūt: sic eadē via speciebus inæqualitatē diuersis cōparari possunt: quarū q*ui*dā p*ro*prius aliæ vero remoti*us* accedūt ad æqualitatē diuinā: ū p*er*sonarū. semp*er* tamē (vt aurelius ibidē doctor p*er*sequitur) creaturarū inæqualitas ad diuinā æqualitatē quātū est possibile nittitur tendere. vt pote quia ois ista inæqualitas ab illa sūma æqualitate p*ro*cessit: ideo nimirū si in eadē sit iterū resoluibilis: quia vniuersa p*ro*p*ter* semetipsū oparat*ur* est de*us*. Hic fit q*ui* hoib*us* ex inclinatioe naturali cōuenit vt nihil placeat iu creaturis: quod nō aliquomō imitetur illā sūmā æqualitatē q*ue* est dei filius: quo verbo dei facta sunt omīa. Et adducit augu*stinu* ibi exēplū de fenestris arcualib*us* q*ui* si duæ solæ inæquales iuxta se ipsas posite sint: statū intuitū aspicientiū offendūt displicentq*ue* hoib*us*: p*ro*p*ter* defectū æqualitatis q*ue* nulla est. si vero tres tales vel plures fenestræ simul ponantur gradati inæquales: vel duæ laterales miores iuxta mediā maiore: statū placet illa structura fenestrarū: quia ibi est aliquod vestigiū æqualitatis. Nā inter fenestras inæquales sunt p*ro*portiones æquales. s*cilicet* res latas extremis ad mediā. Hoc inquit nullus artificū quātūcūq*ue* ingeniosus aduertit in edifiiciis talibus: quia decūbit iclinatis ad terrā oculis: nec vnde res pendeat e cœlo videt: sed tantū si p*ro*cōtetur respōdet: sic deberi fieri fenestras: quia sic habet ratio artis hædificatorie & nō aliter: & si chædificia pulcra sunt & nō aliter: ideo sic facta placēt & aliter facta displicent. Multaq*ue* alia notatu dignissima in p*re*dicto opusculo ad p*ro*portiones & formas nūmerorū p*er*tinētia scīssim*us* ille vir diuinitate plen*us* latissime p*er*sequitur. vnde conueniens est vt ad formas numerorū & ad p*ro*portionalitates trāscam*us*. Primi libri arithmetice finis.

Liber secundus introductionis arithmetice de formis
nūeralib*us* atq*ue* de p*ro*portionalitatib*us* corū. habet ig*itur* duos tractat*us* sicut p*re*cedens liber.

Tractatus primus de numeris habentibus similitudinē figurarū geometricarū quæ propriæ formæ numerorum dicuntur. habet capita tria.

Caput primum de numeris linealibus & superficialibus.



Antitas discreta vel numerus licet variā

tionē habeat a continua quātitate: sitq*ue* genus subalternū quātitatis ab ea distinctū: hæc tñ duo genera hñt magnā iter se cōuenientiā in multis p*ro*prietatib*us* vt in p*ro*portioib*us*: p*ro*portionalitatib*us*: diuisioib*us*: partibus aliquotis & aliis mltis q*ui* tñ nō æque p*ri*o mltitudini & magnitudinē cōueniunt: sed prius p*er*fectius & simplicius multitudinē: deide p*er* attributionem ad eā cōuenire p*ro*batur magnitudinē. s*cilicet* secundū aliquā rōnē nūeralē. Horū oim argumentū clarissimū ē figura quæ vtrūq*ue* quātitatib*us* cōis ē. nā & numeri æque atq*ue* superficies & corpora figurabiles sunt: sed nūeri puri & simplici*us*: nā eūdem nūerū cōtingit simul linealē superficialē & solidū esse: imo circularē & quadratū cubicū & sphericū vt. 64 q*ui* oia nul

q*ui* dicitur
pater de
vnitas. et
filius æqua
litas.

Spiritus san
ctus cōne
xio vel p*ro*
portionali
tas.

Creatura
inæqualitas.
diuersi gra
dus creatu
rarum.

Creatura
inæqualitas
est a diuina
eclitute ad
eāq*ue* redue
tur.

Exēplū de
fenestris ie
qualibus.

Conclusio
primi libri
arithmetice
ccs.

Cōparatio
vtri*us*q*ue* quā
titatis.

Figura p*ro*
p*ri*etas com
munis cap

la eadē superficies nullūq; idē corp⁹ simul hñe pōt. Igitur postq̃ de aliis pprietatib⁹ tū ab solutistū relatinis dictū est: cōsequēs erit vt etiā de figuris numerorū discram⁹. Sed discre tiōis grā has cōditiōes i nūeris formas vocabim⁹: i magnitudinib⁹ vero figuras. ad hūc em̃ sensū verissimē exponitur q̃rta spēs p̃dicamēti q̃litas apud aristotelē: q̃ eā distūcto vocabulo formā vel figurā appellauit. p formā numeralē descriptionē significās: p figurā vero magnitudinis teriationē. vñ rōne pri⁹ dicta formā p̃tulit figurā. Est igitur forma numeri talis dispositio vel nūer⁹ talr disposit⁹: vt figurā geometricā similitudinē gerat. vt qñ aliquis nūer⁹ vocatur triāgularis q̃drāgularis aut circularis &c. vñ cōstat oēs tales ter minos ad quartā spēm q̃litas p̃tinere: & pprias passiōes eē nūerorū: quorū grā & spēs sunt de p̃dicamēto quātūtatē. nā in hac p̃dicatiōe ternari⁹ est triāgulus. nouenari⁹ est qua dratus. vigesim⁹ quītus est circul⁹. & sic de aliis. p̃dicatur ppriū p̃dicabile de suo subiecto. Numeralis formā tria sūt grā subalterna hēc. forma linealis. superficialis. & solida. & qā in his sicut in superiorib⁹ cōcretū & abstractū sinonima sunt: has formas diffiniētes dici mus. Linealis nūerus est qui ab vnitate exordiū sumēs: p cōtinuā vnitatis additionē p̃ce dit crescēdo. & talis est oīs nūerus siue par siue ipar. vt. 2. 3. 4. Dicitur aut linealis nūerus ad similitudinē linēæ geometricæ: q̃ imaginariā licz nō realr dicitur fieri ex cōtinuo flu xu pūcti: sic & nūeri singuli ex cōtinuo fluxu vnitatis resultāt. Et debet scribi nūeri linea les p singulas vnitates suas i vna serie dispositas ad modū linēæ. itaq; tot pūctis scribatur nūerus quilibet linealis quorū vnitates habet: nō aut tot⁹ nūerus simul vno solo carectere vt haften⁹ fiebat: vt binari⁹ sic. . . ternari⁹ sic. . . quaternari⁹ sic. . . . Iste enī ē naturalis modus scribēdi nūeros: nā illos characteres nūerales ars hūana iuenit nō natura. Hui⁹ pri mi generis formā nūeralis ifinitā sūt spēs tot. s. quot possit sūt spēs specialissimæ nūe rorū. & noiantur sic. linealis duarū vnitatū. linealis triū vnitatū. linealis quattuor vnita tū &c. sed de his satis: quia sicut apd geometras linēa quātūcūq; teriata suis extremis nō dicitur figura neq; ei⁹ pprietates demonstrāt: sic apud arithmeticos parua est cura de nūe ris linealib⁹ nullasq; eorū pprietates demonstrāt. Superficialis nūerus est qui p suas vnita tates i plana superficie descript⁹ lōgitudinē & latitudinē hz: vt senari⁹ sic script⁹: . . . Et sicut i geometria ex fluxu linēæ i seipam vel in aliā imaginatur fieri superficies: vt hz Euclī des in secūdo libro: sic i arithmetica ex ductu vel ex additiōe nūeri linealis ad seipm vel ad aliū numerū linealē pducitur nūerus superficialis. vt ducto binario in seipm pducitur quaternari⁹: nā bis duo sūt quattuor qui est nūer⁹ superficialis. similr addito binario ad ter nariū fit quinari⁹ superficialis numer⁹. ducto etiā binario i ternariū pducitur senari⁹ sup ficialis nūerus. & sic de aliis. Vñ pz rō quare talis forma nūeri dicatur superficialis. tū quia pducitur ex lineali ad linealē vt superficies i geometria. tū quia p suas vnitates descript⁹ lō gitudinē & latitudinē exhibz admodū superficiei geometricæ s; altitudinē nō hz de qua in nūeris solidis dicem⁹. Diuiditur aut superficialis aut plan⁹ nūerus p ifinitas spēs a ter nario inītiū sumētes. hēc sunt: triāgularis: quadrangularis: pētagon⁹: exagon⁹ &c. & tā dē circularis nūerus. Binarius em̃ nō pōt eē nūerus superficialis: tū quia ex solo fluxu vnita tis p̃cedit admodū linēæ. tū quia quomocūq; scribātur suæ vnitates p singula pūcta: so lā lōgitudinē hz & nullā latitudinē. Triāgularis nūerus ē qui p suas vnitates certo mō des cript⁹ i plano tria latera eq̃lia mōstrat: vt hic . . . Hui⁹ gñis etiā sūt ifinitæ spēs: q̃ sic noiāf triāgulus hñs vnā unitatē in quolibet latere. triāgul⁹ hñs duas unitates in quolibet latere deide tres & quatuor &c p naturalē seriē numerorū. q̃ oēs spēs facile iueniētur p cōtinuā additionē nūerorū naturalis ordinis nullo dimisso. Vñ prim⁹ triangulorū est unitas nō quidē realr & in actu (cū ipa nō sit nūerus superficialis: imo neq; linealis: sed solū pūctuas lis) sed est triāgulus solū in potētia: & eadē rōne in oīm formarū superficialiū gñib⁹ ipa unitas primū locū obtinebit: vocabiturq; prim⁹ quadrat⁹ prim⁹ pētagon⁹ &c. hñs. s. vnā vnitatē in quolibet latere. dimisso ergo hoc primo triāgulo. Secūdus est ternari⁹ pduct⁹ ex aggregatiōe vnitatis & binarii: vñ & duas vnitates hz i quolibet latere. Tern⁹ est sena rius p̃dictis duob⁹ addēs ternariū. & tres vnitates hñs i quolibet latere. Quartus est dena

Quarta spe
cies quita
tis est sofa
vel figura.

Forma nu
meralis qd
sit.

Forme spe
cies tres
Linealis
forma qd sit
quare di
cta sit linea
lis.

Forme line
alis spēs in
finite

Superficial
forma qd sit

Forme supfi
cialis spēs i
finite

Triāgula
ris sofa qd
Triangula
ris forme
species.

Inuentionu
merorū hu
ius forme:

PARS SECUNDA DEFORMIS NUMERORVM

rius p additionē q̄ternariū ad p̄cedētes: h̄z q̄z q̄tuor unitates i q̄libet latere. & sic de aliis. **Qua**
 drāgularis nūer⁹ ē q̄ p suas vnitates sparsi descript⁹ q̄tuor lata oñdit: vt :: Hui⁹ gñis sūt duæ
 spēs subalternæ p̄cipue: sc̄z nūer⁹ q̄drat⁹ & nūer⁹ altera pte lōgior: q̄drat⁹ nūer⁹ est qui oīa q̄-
 tuor latera eq̄lia h̄z. & diuidit p̄ īfinitas spēs sicut & triāgul⁹ variatas ex nūero unitatū q̄ sūt
 in quolibet latere. s. vna. duæ. tres. q̄tuor &c. Altera pte lōgior nūer⁹ est qui nō h̄z oīa latera
 eq̄lia s̄z lōgitudinē h̄z latitudinē maiore. & si sit excessus i sola vnitate dī nūer⁹ alia pte lōgi
 or: vt :: eoq̄ alterū dī de duob⁹ quorū vnū īmediate sequitur ad aliq̄: si autē i duab⁹ aut plu
 rib⁹ unitatib⁹ sit laterū dīa: dī atē lōgior. i. valde lōgior: estq̄z forā īregularis de q̄ arithme
 tici nō curāt. Generātur autē nūerī quadrati oēs ex naturali serie nūerorū p additionē vno i
 ter scalariter dimissio cōtinue. vt vnitas ē prim⁹ q̄drat⁹. i. i potētia. cui si addatur ternari⁹ fiūt
 4. secūd⁹ q̄drat⁹: h̄ns duas vnitates i q̄libz latere. deinde addito q̄nari⁹ fiūt. 9. terti⁹ q̄drat⁹ tri
 umq̄ vnitatū i q̄libet latere. & sic cōsequēter p alios q̄dratos de quib⁹ sup̄ data ē alia reglā
 gñatiōis corū p multiplicatiōē cuiuslibz nūeri i seipm. vbi etiā nūeros altera pte lōgiores:
 q̄s vocabam⁹ lōgilateros: p mltiplicatiōē nūerorū p̄ximorū i naturali ordine īuenire do
 cuim⁹. Pentagon⁹ vlt̄ quiquāgulus nūer⁹ est q̄ sup̄ficiali descriptiōe p singulss vnitates i pla
 no descript⁹ quicq̄ latera eq̄lia cōtinet. eiusq̄ spēs īfinitæ gñantur p additionē ex naturali se
 rie nūerorū cōtinue duob⁹ dimissis. vt addita vnitate ad quaternariū fiūt. 5. nūer⁹ pētagon⁹
 quib⁹ si addatur septē fiūt. 12. terti⁹ pētagon⁹: & sic de aliis. Exagon⁹ vlt̄ sexāgul⁹ nūer⁹ est
 qui eodē mō vt sup̄iores descript⁹ sex eq̄lia latera exhibet. Gñanturq̄ ei⁹ spēs ex naturali se
 rie nūerorū trib⁹ dimissis. eptagoni q̄tuor dimissis. octogoni quicq̄ dimissis &c. Circularis
 nūer⁹ est q̄ ex aliquo nūero i seipm ducto pduct⁹: in eūdē nūerū desint a q̄ pducebatur. & se
 h̄z admodū circuli i geometria cui⁹ finis reddit ad p̄cipiū. tales nūeri ex q̄nari⁹ & senari⁹
 Triāgulī. 1. 3. 6. 10. 15. 21. 28. solū oriūtur vt. 25. & 36. Sc̄q̄tur descriptiō oīz istarū spērū sil.
 Quadrati. 1. 4. 9. 16. 25. 36. 49. Sūt autē p̄dictarū p̄rū forā sup̄ficiali nūerorū p̄prietates
 Alia pte lōgiores. 2. 6. 12. 20. 30. multæ: s̄z earū notabiliore h̄e sūt. P̄ia ē q̄ merito oīz
 Pētagonī. 1. 5. 12. 22. 35. 51. spērū istarū triāgularis nūer⁹ ē p̄ia quia gñatiōib⁹ & resolu
 Exagonī. 1. 6. 15. 28. 45. 66 tōib⁹ aliarū sem̄ p̄ est necessari⁹. nā oēs forā nūerorū sibi p̄xie
 Eptagonī. 1. 7. 18. 34. 55. &c. si primū p̄rio & secūdū sc̄dō: & sic deinceps nūeros cōparaue
 Circularis nūerī. 1. 25. 36. ris: triāgularib⁹ nūeris sese superant. ergo ex triāgulis gñantur
 i triāgulosq̄ resoluūtur. vt prim⁹ triāgul⁹ ternari⁹ differt a p̄rio quadrato p vnitate q̄ ē triā
 gulus. & secūd⁹ triāgulus senari⁹ differt a sc̄dō quadrato nouenari⁹ p ternariū q̄ ē triāgul⁹
 & terti⁹ triāgulus. s. 10. supatur a tetti⁹ q̄drato. 16. p senariū q̄ est triāgulus: & sic de aliis seq̄n
 tib⁹. Eadē cōpatio erit iter primū quadratū & primū pētagonū. iter p̄z & p̄m. iter tertiū & ter
 tiū: & sic de aliis: q̄a eisdē triāgulis differūt. s. vnitate. ternari⁹. senari⁹ &c. Similr p̄nt cōpari
 pētagonī ad exagonos. & illi ad eptagonos. & sic de aliis. Sicut etiā i geometria triāgulus est
 p̄ia figurarū sup̄ficialiū excepto circulo: q̄a duæ rectæ lineæ q̄tūcūq̄ applicatæ ad āgulū nō
 p̄ficiūt figurā. vñ oēs aliæ figuræ geometricæ ex triāgulis fiūt i triāgulosq̄ resoluūtur: vt a
 lias videri h̄z. Sc̄pa p̄prietas q̄ q̄libz forā nūerī sup̄ficialis p additionē nūerorū naturalis or
 dinis eomō q̄ p̄dixim⁹ gñata: tot vnitates h̄z i q̄libet latere suæ descriptiōis ex quot nūeris
 aggregatis gñata est. vt ternari⁹ aggregatur ex vnitate & binari⁹. iō duas vnitates h̄z i quo
 libet latere triāgulari. senari⁹ seq̄ns tres vnitates q̄a ex tribus aggregatur. s. vnitate binari⁹
 & ternari⁹. & sic de aliis. Eadē rō est de quadratis: nā q̄ternari⁹ h̄z duas vnitates i quolibz la
 tere: q̄a ex duobus nūeris aggregatur. vnitate. s. & ternari⁹. nouenari⁹ h̄z tres: q̄a tres nūe
 ros aggregat i sua gñatōe supaddēs duobus primis q̄nariū. Pariformit se h̄nt nūerī pētago
 ni i suis lateribus. nā q̄nari⁹ aggregatus ex vno & q̄tuor duas vnitates h̄z i quolibet latere.
 duodecim⁹ tres vnitates: & sic de aliis. Tertiā p̄prietas: si quadratus quadratū multiplicet
 nūerū: pductus nūerus sēp est q̄dratus. maior tñ & alius ab eis: vt nouē quater sūt. 36. & sic de
 aliis. Quarta p̄prietas. si nūerus altera pte lōgior aliū altera pte lōgiorē multiplicet. terti⁹
 altera pte lōgior ide p̄creatur. vt bis sex. sunt. 12. & sic de aliis. Quinta p̄prietas q̄ si q̄dratus
 multiplicet altera pte lōgiorē vellecōtra: pduct⁹ numerus: neq̄ ē quadratus neq̄ altera pte
 lōgior: vt bis quatuor. 8. & sic de aliis. Sexta p̄prietas q̄ oīs quadratus ex duobus sibi p̄xie

Quadrā
gularis for
ma qd sit.
Quadrata
forma.
Altera pte
longior.

Inuētiō q̄
dratorū sūc
rorū p addi
tionem
Inuētiō al
tera pte lō

Pētagona
forā dīfīle

Exagona
forā qd sit.
Circularis
forā qd.

Sup̄ficiali
uniformarū
p̄prietates
1. p̄prietas

2. p̄prietas

3. p̄prietas

4. p̄priet.
5. p̄prietas

6. p̄prietat

SECUNDI LIBRI ARITHMETICAE

suprapositis triangulis siml' additis gñatur. vt qternari⁹ ex vnitate & ternario: nouenari⁹ ex 3. & 6. pariter. 16. ex. 6. & 10. Eadē rōne oīs pētagon⁹ ex duob⁹ eū pximo pcedētib⁹ nūeris gñatur altero triagulo & altero qdrato: vt. 5. ex. 1. & 4. Similr. 12. ex. 3. & 9. Eadē lege exagon⁹ oīs ex triagulo & pētagono. oīs q eptagon⁹ ex altero trigono alteroq exagono pcedit: & sic de aliis. quo fit vt oēs foræ supficiales extrigonis cōfurgere: & in eisdē resolui facillime dephēdatur qd nō solū ad pītagoricā: sed etiā ad platonīcā doctrinā itelligēdā magni esse momenti reputatur ab oib⁹ doctis. haften⁹ igitur de nūeris superficialib⁹.

Caput secundū de numeris solidis vel corporeis.

Solidus nūer⁹ siue corpore⁹ est q sparsim p suas vnitates descript⁹ lōgitudinē: latitudinē: & altitudinē (q crassitudo vel pfūditas appellatur) hñe vī: trīnaq distēditur dimēsiōe. Qd vt facili⁹ itelligatur: reppetam⁹ imaginationē geometricā de imagiaria descriptōe vī pductōe cōtinui ex idiuisibilib⁹. q licet ī re nulla sit: vtilis ē tñ imaginatio illa ad multa rectius itelligēda. nec ppter ea sciētīæ mathematicæ sūt deceptorie imaginātes qd nō est. q vt aristoteles h3. 2. phīsicorū abstrahētū nō ē mēdaciū. sicut ergo ex fluxu pūcti lineā: & ex fluxu lineæ supficiē descriptim⁹ tā in discretis q ī cōtinuis: sili imaginatiōe ex fluxu supficieī crassitudinē & corpulētīā describere poterim⁹: vt Euclides facūdiffime docet ī. 11. libro suæ geometriæ. si ergo supficialē nūerū aliquē ad scīpm vī ad aliū aut addiderim⁹ aut multiplicauerim⁹: solidū nūerū idē cōstituem⁹. vt bis qtuor sūt. 8. q est nūer⁹ solid⁹: & sic de aliis. recti⁹ tñ imaginatio solidorū nūerorū multiplicatiōe q additiōe cōcipitur: multiplicatiōe in q duplicata: ī q tres nūerī pferātur: quorū prior lōgitudinē. sequēs latitudinē: tertī⁹ vero pfūditatē exhibet. vt bis duo bis sūt. 8. nūer⁹ solid⁹ hñs duas vnitates ī lōgū & totidē ī latū vt hic: : q figura qdrata si iterū p imaginationē describatur ī altū: habebit nūer⁹ ille etiā duas vnitates ī pfundū: eritq totus nūer⁹. 8. vnitates q s dicim⁹ bis duo bis: q a duas vnitates bis ī plano describētes p duas lineas fecim⁹ qternariū: q bis descripto ī pfundū: cōstitut⁹ est octonari⁹: eadē rō est de istis bis duo ter. bis tria ter. ter tria qter. & sic de aliis. Nūerī solidi ī nūeræ sunt spēs: neq a nobis oēs explicabiles. sunt em qdā nūerī piramidales. alii cubi. alii afferes: alii cunei. alii laterculi. alii paralellipidi: vī vt alii dicūt parallelepīpedi &c. & tadē nūmerī spherici. Harū oīm spērū sola pria additiōe nūerorū & diffiniē & pcreatur: aliæ vero oēs replicata vt dixim⁹ multiplicatiōe. Piramidalis nūer⁹ est solid⁹ q ex aggregatiōe pluriū supficialiū nūerorū eiusdē spēs resultat. vt ex plurib⁹ triagularib⁹ nūeris fit vna piramis. similr ex plurib⁹ qdratis: aut ex plurib⁹ pētagonis naturalī serie dispositis. vñ eliciūtur duo certissīma. Primū q nūerorū piramidaliū sunt īfinitæ spēs variatē iuxta spēs nūerorū supficiales. s. piramīstrilatera q fit ex triagulis. quadrilatera ex quadragulis. pētilatera ex qnquagulis &c. Scdm est facilis mod⁹ gñatiōis aut inētiōis nūerorū istarū spērū q fiūt p additiōe supficialiū q s oēs iā nouim⁹. Sed piramis ita se h3 iter nūeros solidos sicut se habebat triagulus iter nūeros supficiales: q ipa est pīcipiū oīs solidarū formarū. debetq ī ei⁹ descriptiōe fieri talis imaginatio q vnitas ponatur suspēsa ī aere. deīde sub ea etiā ī aere ponatur ternarius. sub qtertiō ponatur senari⁹. & sic cōsequēter p oēs numeros triagulares descēdedo. ex eis oibus resultabit vna piramis trilatera magna vī parua sm q plures vel pauciores triagulos aggregat ī sua cōpositiōe: cuius piramidis āgulus est vnitas: basis vero ē vltimus triagulorū sub ea positorū. Eodē mō ē describēda piramis qdrilatera si subvnitate cōsequēter ponat qdrati nūerī. & piramis pētilata subvnitate aggregat nūeros pētagonos. & sic de aliis. vt hic.

Piramidū pīctas. Trianguli. 1. 3. 6. 10. 15. Piramides trilateræ. 1. 4. 10. 20. 35. Est autē oīm piramidaliū hæc Quadrāgli. 1. 4. 9. 16. 25. Piramides qdrila. 1. 5. 14. 30. 55. pīctas q vna q q pramis tot Pentagoni. 1. 5. 12. 22. 35. Piramides pēti. 1. 6. 18. 40. 75. vnitates h3 ī quolibz latere suæ altitudinis ex quot supficialibus numeris aggregatur. vt trilatera piramis q est. 4. h3 duas vnitates ī altitudine. decē h3 tres vnitates &c. Similr quadrilatera piramis. 5. h3 duas vnitates ī altitudine. 14. habet tres vnitates &c. Eodē mō pētilatera piramis. 6. habet duas vnitates. 18. tres vnitates ī quolibet latere suæ altitudinis: & sic de aliis. Scire etiā oportet q sunt qdā piramides itegræ: aliæ vero curtæ vī truncatæ quas græci coluros appellāt. Integræ piramides sunt quas prius descripsimus. sed curtæ dicerētur si ex pte āguli piramidis auferretur

PARS PRIMA DE FORMIS NUMERORVM.

aliqui numeri superficiales pertinentes ad eius integritatem. & tunc si sola vnitas suprema auferatur: dicitur curta piramis: si autem etiam auferatur primus numerus superficialis sub vnitate possit: vocatur biscurta piramis. & si adhuc auferatur alius sequens superficialis: vocabitur tricurta piramis & sic consequenter. & hoc verum est in omnibus speciebus pyramidalium numerorum de quibus iam satis. Cubicus numerus est qui ex duplicata multiplicatione alicuius numeri per seipsum confurgit. vel clarius si in replicata multiplicatione tres numeri equales proferantur ut bis duo bis sunt. 8. ter tria ter sunt. 27. & sic de aliis. Huius formae prima proprietas est quod quilibet cubus habet sex superficies equales. octo angulos solidos. & duodecim lineas siue latera equalia. quomodo autem debeat imaginari huius formae & aliarum sequentium corpulentia vel altitudo quae tertia dimensio: superius in principio huius capituli declarauimus. Secunda proprietas quod si cubicus numerus se vel alium cubicum multiplicet. semper inde producit cubicus maior eis. nam octies. 27. sunt. 216 qui etiam est numerus cubus ex tribus senariis replicata multiplicatione procedens. ut dicendo sexies sex sexies. Cuneus numerus oppositas conditiones habet ad cubicum. quia omnes tres dimensiones habet inequales: fitque ex replicata multiplicatione trium numerorum inequalium. ut si dicere sexies quatuor bis sunt. 48. vel sic. quinque quatuor ter sunt. 60. Iste numerus a Graecis vocatur scalenos quod latine est gradatus. dicitur etiam sperniscon. id est cuneus ad modum illius corporis cuius longitudo est maior latitudine. latitudoque maior altitudine. Aster numerus est ad modum corporis ferratilis quod vocatur tabula erecta in altum: producitque ex replicata multiplicatione trium inequalium: sed aliter quam cuneus. nam in astere longitudo est minor latitudine: & latitudo minor altitudine. ut dicendo bis tria quater sunt. 24. aut bis quatuor quinque sunt. 40. &c. Laterculus numerus describitur ad modum lateris quadrati cuius longitudo & latitudo equales sunt sed altitudo minor eis. ut dicendo ter tria bis sunt. 18. vel quater quatuor bis sunt. 32. &c. Paralellipidus numerus est ad modum columnae quadratae cuius longitudo & latitudo equalibus altitudo maior est: ut si dicam bis duo sexies. sunt 24. vel ter tria octies sunt. 72. &c. Praeter has formas solidas sunt aliae plurimae species figurarum lateratarum tum regulares tum irregulares: de quibus non est modo dicendum per singula: sed ex geometria sunt requirendae. Sphaericus numerus est cubicus talis. qui ad modum sphaerae terminatur in numerum illum ex cuius multiplicatione processit: sicut & de circularibus dicebamus. ut quinque quinque quinque. sunt. 125. vel sexies sex sexies. sunt. 216. & praeter hos vix alii reperiuntur: nisi vellet quis vnitatem & circularem & sphaericum numerum appellare: quia per omnem multiplicationem reddit ad seipsum. ut dicendo semel vnum. vel semel vnum semel: quidam etiam dicunt quod 64. est numerus sphaericus quia a quaternario cubica multiplicatione procedens ad quaternarium terminatur. sed apud arithmeticos non consuevit numerus sphaericus appellari: nisi ille cuius quadratus etiam fuit circularis. hoc autem non habet praedicti numeri quadratus qui est. 16. incipiens a quaternario & ternarius in senarium.

Cubica forma quod sit.
Cubice formae proprietates duae.
Prima
2. Proprietas

Cuneus numerus quod sit

Aster numerus quod sit

Laterculus quid est.

Paralellipidus quid sit.

Sphaerica forma numerorum quod est

Caput tertium de comparatione quadratorum

& altera parte longiorum numerorum.



FORMIS ergo numerorum tam multiplicibus satis dictum fuisse putarem: & finem huic tractatui facerem: nisi quia boetius ex numeris quadratis & altera parte longioribus magnum facit in philosophicis theorematibus sacramentum. Ideo ne diuina eius imaginatio inutilis videatur a nobis reputata: breuibus ea hic colligemus verbis. In primis annotantes numerorum quadratorum & altera parte longiorum hanc notabilem differentiam: si non ex multiplicatione vel omni: sed ex additione numerorum eos volumus generare: quod quadrati numeri ex naturali serie ipsarum: sed alia parte longiores ex numeris paribus seriatim ordinatis continua additione procreantur: ut patet hic.

Prout istarum formarum ratione prima

SECUNDI LIBRI ARITHMETICAE

Impares. 1.3.5.7.9.11.13. Pares. 2.4.6.8.10.12. Ideo numeri quadrati ex ipsa
Secunda definitio Quadrati. 1.4.9.16.25.36. Alia parte longior. 2.6.12.20.30.42. tribus precreati: quorum vnitas
 prima radix est & inmutabilis natura: oia latera equalia habent. sed altera parte longiores ex
 paribus ortu habentes: quorum binarij primus est & mutabilis natura: latera inequalia hnt.
**Vnitas est naturejmu-
tabilis.** Immutabilitas aut vnitatis ex hoc ostenditur q quicquid ipsa multiplicet prior quantitas
**Binarij est
alteritatis
principij** non mutatur. vt semel vnus est vnus. semel duo sunt duo. semel tria sunt tria &c. Mutabilitas
 aut binarij eode modo probatur quia in quocumq; numeru ipse ducatur prior quantitas mutatur
 & alia producit. vt bis duo sunt quatuor. bis tria sunt sex &c. eade ratio est de oibus alijs nu-
 meris post binariu. Nimiru ergo si binarij alteritatis principiu dicatur a philosophis: tu
 quia est primus numerus qui ab vnitate recedit. tu etia quia est primus eorum qui sua multi-
 plicatione numerorum alteritate causant. Ergo ex inuariabilitate vnitatis prouenit q quadra-
 ti numeri imparitatis natura habentes: oia latera habeant equalia & vniformia. sed ex varia-
 bilitate binarij pcedit q altera parte longiores numeri paritatis natura habentes latera ha-
 beant inequalia & difformia vt dictu est. Patet etia tetragonos numeros participare natu-
**Quadrato-
ru & cubicu
loru pprie-
tate notabil** ram imparium: quia facta continuatione duploru in vna serie vt. 1.2.4.8.16.32. &c. vel triplo-
 ru numeroru. vt. 1.3.9.27.81. &c. numeri quadratus inter eos semper in loco impari iue-
 nitur. Cubi etia numeri inmutabili natura participant: eo q per additione ordinata non ab
 alijs q ab imparibus numeris producuntur vt posita serie impariu. 1.3.5.7.9.11.13. &c. pri-
 mus eoru est cubus. s. vnitas. deinde duo sequentes simul aggregati faciunt octo qui est cu-
 bus. & tres sequentes simul sumpti producunt. 27. qui etia est cubus. & quatuor sequentes
 sunt. 64. numerus cubus & sic de alijs per ordinem. Hac supposita differentia: dicam vlti-
 rius q istae duae formae numeroru sunt ta principales in negotio arithmetico: sicut corrup-
**Principales
fore numero-
ru quoniam.** tibile & incorruptibile in toto vniuerso: vbi omne qd est his duabz differentijs comprehendi-
 tur. quicquid. n. in mundo est: aut est naturae inmutabilis eiusdemq; substantiae vt de agel coelum
 aut est mutabilis variabilisq; naturae vt elementa & alia corpora naturalia: aut ex his duabz
 naturis compositu vt homo. Ita etia in numeris arithmeticis quicquid est vel impar est ex quo
 pcedit quadrata forma: vel par vnde pcessit altera parte longior: vel ex his duabus formis
**Regula ge-
neralis** procedens. na permixtis eis & certo modo comparatis: ex ipsis nascuntur omnes numeri &
 numerorum species. omnesq; proportionibus. & etiam numerorum formae supradictae. atq;
 q proportionales inferius dicendae. Disponantur enim quadrati numeri omnes in vna
 serie: & sub eis altera parte longiores ordinati. vt hic.
**Prima co-
paratio de nu-
meris** Quadrati 1.4.9.16.25.36.49. Si primu altera parte longiore binariu primo tetrago-
 longilateri. 2.6.12.20.30.42.56. no. i. vnitati comparaueris: differentia erit vnitas. si secu-
 dum secundo: differentia est binarij. si tertiu tertio. ternarij &c. oes numeroru spes inde p-
 duces. & in eisdem comparationibz iuenies primo pportionem dupla. deinde sesquialtera. postea
**De pporti-
onibus.** sesquitercia. & consequenter oes pportiones superparticulares. Itē si secundu quadratu pri-
 mo altera parte longiori. & tertiu secundo. & quartum tertio. & sic deinceps transuersaliter
 comparaueris: easdem pportiones inuenies. oesq; numerorum species ex eoru differentijs
**De tribz
simul
De numeris
iterum.** pter vnitate elicies. Adhuc aut in serie quadratorum differentiae sunt numeri impares na-
 turali ordine: sed in serie altera parte longiorum differentiae eorum sunt numeri pares per
 ordine naturalem. Itē permixtis tetragonis & longilateris alternati itaq; ex duabus serie-
**De pporti-
onibz iteru** bus fiat una series. ut hic. 1.2.4.6.9.12.16.20.25.30.36.42. Primus longilaterus ad suos
 collaterales quadratos continuat duplam proportionem. secundus longilaterus sesquial-
 teram copulat ad suos quadratos. tertius sesquiterciam. quartus sesquiquartam: & sic de alijs
 proportionibus superparticularibus. Ex quorum iterum differentijs naturalis numero-
 rum series procreatur. In premissa etiam serie permixta continue comparando quelibet
 numeru mediu ad suos pximo collaterales: apparebunt quq; dīae similes & pportiones di-
 uersae: quq; ecōtra pportiones similes & dīae diuersae. s. crescunt differentiae scd naturalem
 serie numeroru. similiter & pportiones a dupla incipientes per omnes spes superparticu-

PARS PRIMA DE FORMIS NUMERORVM.

larium pcedunt. Eadem imaginatio occurreret copando differētiās nūmerorū in tali serie posito-
rū: ad eisdē nūeros quorū sunt differētiæ. Nō solū aut ex quadratis & altera pte longiori
bus adinuicē cōparatis nascūtur nūmerorū & pportionū spēs ut pdictū est: sed etiā aliæ nūe-
rorū formæ additis. n. simul priō tetragono qui est unitas: & priō altera pte lōgiore bina-
rio resulat ternariusq̄ est triāgulus. deinde addito scđo quadrato ad primū altera pte lōgio-
rē fit secūdus triāgulus ienari⁹. & sic cōsequēter ex additiōe duorū pximorū i serie pmixta
resulat nūeri triāgulares suo ordine naturali. Itē p gnatiōe qdratorū ex pdicta serie pmix-
ta: repetēdæ sūt duæ pprietates figuræ magnæ pportionū sup⁹ posite in cap. 5. pcedētis
tractat⁹. s. pprietates tertia & q̄rta: hac facta dria: q̄ vbi ex duob⁹ qdratis & vno altera pte
lōgiore tetragon⁹ pcreatur: ille temp est numer⁹ ipar & ex ipari radice pcedēs: s; qñ ex du-
obus alta pte lōgiorib⁹ & vno qdrato cōficitur tetragon⁹: ille sp est par & a pari radice p-
cedit. Ex linea insup qdratorū seorsū oēs lōgilateri pcreatur: si cuiuslib⁹ qdrati lat⁹ ad ip⁹
addideris vel ab eo subtraxeris. oīs em nūer⁹ ide resulat erit lōgilater⁹. Deniq; pportioa-
litates: ad q̄s trāsitiū faciū⁹: ex pmixta serie qdratorū & altera pte lōgiorū hñ pñt: qñquidē
i eis datur mō dñæ siles vt dixim⁹ & pportioēs dñeræ: qđ ptinet ad pportioalitatē arith-
meticā: mō apparēt dñæ ieq̄les & pportioēs siles: q̄ ē pportionalitas geometrica vt dice-
tur ifra. Sed de his iā satis: & p cōclusiōe hui⁹ tractat⁹ addam⁹: q̄ supradictæ oēs formæ nūe-
rorū debite applicatæ magnū phls & theologis afferre pñt veritatis monimentū. qđ em
ppri⁹ & veri⁹ dici pōt: q̄ triangularē primā formarū numeraliū: aqua oēs aliæ pcreatur vt
dixim⁹: eē dñinā centiā in plonīs trinā aq̄ oēs creaturæ pcefferūt. q̄ nihilomin⁹ trinitatis
icreatæ vestigiū hñt. qā vt aristoteles ex pīctagoricis allegat i. i. lib. de celo: cuiuslib⁹ rei cre-
atæ pfectiō cōsistit i trib⁹. q̄ postea btūs augustin⁹ declarās dicit q̄ oīs res cōsistit i mō spē
& ordine. & allegat illud sapiētis q̄ de⁹ oīa cōstituit i nūero & pōdere & mēsurā. aliæ vero
numerosū formæ tā superficiales q̄ solide quā singulis creaturis distribuēdæ sūt: qā ni-
mi slongū foret enarrare: cōsulto reliquim⁹ ad exercitiū ingeniosorū iuuenū.

Scđa cōgs
lio de fofis
nūmerorum.

De triāgulus

De qdratis

De alterap
telōgiōib⁹
Tertia cō
perio de p
portionalit
atibus.

applicatio
formarū nu
meraliū ad
res huius
mundi

Tractatus secūdus secūdi libri de pportionalitatibus numerosū & earū
pprietatibus. habet capitula quatuor.

Caput primū de pportionalitate arithmetica & de pprietatib⁹ eius.



CONSEQ VENS est ad pdicta oīa q̄ erāt de pportionib⁹ & formis numerosū
diuerlis: ut etiā de pportionalitatib⁹ breuiter trāsfigam⁹. ex cōtinuatiōe. n. p-
portionū & formarū numeraliū q̄s sepi⁹ dixim⁹ i pcedētib⁹: pportionalitates fi-
eri q̄ manifestissimū erit: si vocabuli diffinitionē pmittam⁹ talē. Proportiona-
litas est triū aut pluriū numerosū simul sūptorū habitudo vt. 1. 2. 4. est vna pportioalitas
silt in istis. 1. 2. 3. 4. & sic de aliis multis. vñ p3 differētia pportionalitatis a pportioe: quia
hæc dñorū tm nūmerorū erat cōpatio: illa vero triū aut pluriū. l3 apud phlōs pariter & theo-
logos ista duo noīa sepi⁹ cōfundātur: & alterū p altero accipiat. Illa aut diffinitio cōis p-
portionalitatis: q̄ est pluriū pportionū habitudo vel collectiō aut similitudo: nō oī ppor-
tionalitati cōuenit vt patebit de arithmetica pportionalitate. Proportionalitatis cōis hanc
diffunctā passiōē aut pprietatē assignam⁹. qā oīs pportionalitas aut cōtinua aut discōti-
nua esse pōt. cōtinua dī pportionalitas qñ iñ trib⁹ nūeris accipitur. in quibus necesse ē vt
medi⁹terius reppetatur bis: simīli cōparatiōe se hñs ad extremos. diffūcta vero est pportio-
nalitas accepta i q̄tuor nūeris ad min⁹: ubi nullus medi⁹orū bis cōparatur s; tm semel. s. vn⁹
medi⁹ ad unum extremū & alter ad alterū. nā si cōtingeret pportionalitatē facere ex qua
tuor aut plurib⁹ nūeris i qua q̄libet medi⁹orū bis cōparetur. s. semel ad extremū & semel ad
alterū mediū: illa pot⁹ esset cōtinua pportionalitas q̄ discōtinua l3 in pluribus q̄ trib⁹ nu-
meris accepta. Proportionalitatis spēs plurimæ sunt & nō facile deteriabiles. s; apud anti-
quos phlōs. s. pīctagoricos solæ tres hui⁹ gnīs spēs ponebātur. s. arithmetica. geometrica.
& armonica. q̄ etvq; ad platonē aristotelēq; māferit solæ. & vocabāt eas medietates aut me-
diocritates: qā gerūt similitudinē moraliū virtutū q̄rū q̄libet ē mediocritas iter duo extrēa al-
terū p excessum alterū p defectū: sicut in pportionalitate datur admin⁹ tres uūeri: un⁹ me-

Proportio
nalitas qđ
sit.
In quo dif-
fert a ppor-
tione

Proportio
nalitatis
vnica ppri-
etas.

Proportio
nalitatis
spēs pures
Proportio
nalitatis q̄
re dicit me-
diates nu-
merorum.

SECUNDI LIBRI ARITHMETICAE

Arithmetica
ca. p. p. p. p.
litas qd sit

Quare dicitur
arithmetica
ca.

Quatuor
ei p. p. p. p.
tes. p. p. p. p.

2. pprietas

3. pprietas

4. pprietas

diſ & duo extremi quorū alter excedit mediū alter vero deficit ab eo. poſt iſtos aut phloſ alii ſapiētes q̄ ſecuti ſunt: ſeptē alias ſpēs hui⁹ gñis addiderūt p̄ducētes eas ad nūerū denariū: q̄ videbatur eis oīz aliorū p̄fectiſſim⁹ eo q̄ ſit vltim⁹ terius nūerorū. nā poſt denariū oēs nūeri ſūt reppetitōes denariū aut ſuarū partiū. Verūn̄ ſi modū multiplicatiōis iſtarū p̄portionalitatū ſubtiliter aduertam⁹: plures p̄portionalitatū ſpēs q̄ decē imaginariū poterim⁹ quē modū in ſine iſti⁹ tractat⁹ explicabim⁹. interī aut circa primas illas tres ſpēs intenda mus diſſinitiones & pprietas earū p̄quirentes. Arithmetica p̄portionalitas eſt triū aut pluriū nūerorū talis aggregatio in qua neglecta p̄portionū equalitate: eadē & ſimilis diſferentia iter nūeros obſeruatur vel attēditur: & hāc manifeſta eſt in naturali nūerorū ſerie: vbi ſemp̄ duorū pximorū diſſerētia eſt vnitas. vt. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. Similr in naturali ſerie nūerorū pariū ſeorſum: vel ipriū ſeorſus: vbi ſemp̄ diſſerētia eſt binari⁹. vt p̄ hic Pares. 2. 4. 6. 8. 10. Impares. 1. 3. 5. 7. 9. Eadē p̄portionalitas hī in naturali ſerie nūerorū pariter ipariū de quib⁹ ſuperi⁹ dixim⁹ q̄ quilibet eorū diſtat a ſuo pximo p̄ quatuor vnitates. vt. 2. 6. 10. 14. 18. &c. Hāc etiā nūerorū ſeriē in arithmetica practica q̄ dīr algo rism⁹ vel abacus p̄greſſionē nūerorū vocāt. Dicitur aut talis nūerorū aggregatio p̄portionalitas arithmetica: nō q̄ ipa ſola in nūeris cōſiſtat & aliæ oēs in magnitudinibus: qñq̄ dē oēs p̄portionalitatū ſpēs i nūeris oēs q̄ i magnitudinib⁹ iueniātur: ſed dīr arithme tica quia ſolū attēdit nūerū vnitatū exceſſus iter p̄cipales nūeros qui cōparātur. In geo metrica vero p̄portionalitate ſequēte nō curātes de numero illarū vnitatū p̄ quas p̄cipas les numeri ſeſe excedūt atq; excedūtur: p̄cipalr attēdim⁹ quota pars ſit ille exceſſus reſ p̄ctu nūeri excedētis vel exceſſi: & hoc ſiue exceſſus ille ſit vnitas ſiue binari⁹ ſiue ternari⁹ &c. vñ nō īmerito hāc p̄portionalitas arithmetica. i. nūeratiua exceſſus dīr: ſequēs vero geometrica. i. mēſuratiua ei⁹dē exceſſus. Arithmetice p̄portionalitatis q̄tuor p̄cipue ſūt pprietas. Prima eadē eſt cū quarta pprietas nūeri pariter iparis. ſ. q̄ ſi medi⁹ terminus fuerit vn⁹: ille cōiunctorū eſt medietas extremorū. ſi aut fuerit duo media illa ſimul ſum pta adequātur duob⁹ extremis ſibi adiūctis tā i p̄portionalitate cōtinua q̄ diſcōtinua.

2. pprietas. 10. Scda pprietas. q̄ ſicut q̄libet numeri in hac p̄portionalitate ſe h⁹ vt. 2. 4. 6. & 2. 4. 6. 8. ad ſeipm̄: ita ſe hñt dīræ ad diſſerētias. nā vtrōq; equalitas rep peritur. qd̄ nō eſt poſſibile in aliis p̄portionalitatib⁹. hoc p̄ in p̄dictis exēplis vbi oēs diſ ferentia ſūt dualitates. Tertia pprietas: quā primo nichomac⁹ iuenit: eſt. q̄ illud qd̄ ſit ex medio nūero in ſeipſum ducto mai⁹ eſt eo qd̄ pducitur ex multiplicatiōe extremorū ad i unicē. & exceſſus p̄ciſſe eſt tātus quāta eſt multiplicatio vni⁹ dīræ p̄ a iā. de diſſerētis loquor mediū ad duo extrema. vt hic. 3. 5. 7. ex multiplicatiōe mediū p̄cedit. 25. ex multiplicatiōe aut extremorū ſiūt. 21. exceſſus aut illi⁹ ad iſtū eſt quaternari⁹: quē pducit diſſerentiarum multiplicatio q̄ ſunt duo binarii. Et hāc pprietas etiā vera eſt in q̄tuor numeris ſiue ſit p̄ portionalitas cōtinua ſiue diſcōtinua: dū mō extrema ad vnū tm̄ mediū cōpatētur quodcū q; illorū pōnatur. vt hic. 3. 5. 7. 9. ex multiplicatiōe duorū mediorū puenit. 35. ex multipli catōe uero extremorū ſit. 27. q̄ exceditur a p̄cedēte in. 8. quāta eſt multiplicatio binarii in q̄ternariū q̄ ſūt dīræ extremorū ad vtrūlib⁹ mediorū. ſilr hic. 5. 7. 8. 10. multiplicatio me diorū eſt. 56. extremorū. 50. exceſſus ē ſenari⁹ pducit⁹ ex multiplicatiōe binarii in ternariū q̄ ſūt dīræ extremorū ad quodlibet mediorū. Quarta pprietas q̄ ſi i numeris hui⁹ p̄portio nalis nō dīræ ſed p̄portioes eorū attēdam⁹: in minorib⁹ nūeris maiorē p̄portionē: & in maiorib⁹ minorē iueniemus. vt hic. 1. 2. 3. maior eſt p̄portio duorū ad vnū quia dupla: q̄ triū ad duo quæ eſt ſeſquialtera. & ſic de aliis exēplis.

Caput ſcđm de p̄portionalitate geometrica & ſuis pprietatibus.

Sicut in arithmetica p̄portionalitate diſſerētias equales nūerorū attēdebam⁹: ſic in geometrica p̄portionalitate eorū dē nūerorū p̄portioes ſiles & equales obſeruamus. vñ diſſinitio p̄portionalitatis quā ſup⁹ reprobauim⁹. ſ. p̄portionū ſimilitudo geometri ca p̄portionalitati erit aptiſſima. Eſt ergo p̄portionalitas geometrica triū aut pluriū nūe rorū ſiml̄ ſūptorū talis cōpatio ut i eis l⁹ dīræ nō ſint eq̄les: p̄portioes rñ eorū ſūt ſiles & eq̄ lis. ut hic. 4. 6. 9. ſunt duæ ſeſquialteræ. & hic. 3. 6. 12. ſunt duæ duplæ: & ſic de aliis. Ex qua

PARS SECVNDA DE PROPORTIONALITATIBVS

diffinitione elicitur p^{ri}o p geometrica pportionalitas ex oib⁹ sp^{ec}ib⁹ pportiorū constitut⁹ potest vt ex duplis triplis quadruplis & aliis multiplicibus. similiter ex sesquialteris. sesquiterciis. sesquiquartis & aliis superparticularibus. eodē modo ex sup^{er}partientib⁹ tertias quitas. septimas. &c. ex sup^{er}tripartientib⁹ quartas quitas. septimas &c. & sic de aliis oib⁹ speciebus Secūdo seq^uitur q^{uod} nūeri pariter pares seriatim sūpti sūt pportionalitas geometrica. q^{uod} re & pprietates pariter pariū: geometrica pportionalitati cōueniēt. facit etiā ad hoc ppositū regula de cōtinuatiōe pportionū sup^{er}particulariū i vltimo capite primī libri hui⁹ sup^{er}ius posita. Quare at ista pportionalitas dicatur geometrica v^{el} mēsuratiua dixim⁹ i pcedētī capitulo. q^{uia} ita bñ ista pportionalitas sicut & oēs aliā est ptractāda i sciētia arithmetica quē admodū & i geometria. vnde hāc adiectiua arithmetica & geometrica i pportionalitatib⁹ nō appellāt sciētias i quib⁹ cōsiderātur: sed cōsideratiōes iter excessus nūerorū quos aliter in vna & aliter i alia pportionalitate cōsideram⁹. Hui⁹ pportionalitatis q^{uattuor} sūt pprietates P^{ri}a si accipiātur nūerorū differētiā scōrū i vna seriā: eadē hñt pportiōes quas & nūeri quorū sūt differētiā. vt hic. 1. 2. 4. 8. 16. quorū differētiā sūt: 1. 2. 4. 8. &c. Secūda pprietas q^{uod} pportionalitas geometrica fit ex multiplicib⁹ similib⁹: differētiā mīoris ad suū pxi mū maiore est æq^ualis mīori: aut multiplex mltiplicitate pxiō mīori q^{uod} sit mltiplicitas eorū dē nūerorū. vt si pportionalitatis fiat ex duplis mīor nūer⁹ differētiā sibi æquali exceditur a maiori. si ex triplis differētiā sibi dupla. si ex q^udruplis differētiā tripla & sic de aliis. Tertia pprietas quicqd^{am} pducitur ex multiplicatiōe extremorū nūerorū i hac pportionalitate idē pueniet ex ductu mediū v^{el} mediorū nūerorū p se ipos: & hāc fuit q^{uarta} pprietas i nūeris pariter parib⁹. Quarta pprietas hui⁹ sp^{ec}i est q^{uod} tā i nūeris maiorib⁹ q^{uod} i mīorib⁹ est eadē & similis pportio: hoc exp^{re}sse h^{ab}et diffinitio pportionalitatis geometrica superi⁹ posita: posent hic addi q^{uod} dā aliā pprietates hui⁹ mediocritatis geometrica. s. q^{uod} i nūeris ei⁹ licet arguere cōuersiue pmutati & aliis modis de quib⁹ i nūeris dicem⁹. Notandū est etiā q^{uod} inter oēs duos nūeros q^{uod}dratos pxiōs sēp^{er} est dabilis vn⁹ terti nūer⁹ medi⁹ pportionalitātē geometricā in eis faciēs: q^{uia} duas similes pportiōes h^{ab}et ad nūeros extremos: & tale mediū facile iuenitur si latera illorū q^{uod}dratorū adinuicē multiplicētur de quib⁹ laterib⁹ i sup^{er}iore tractatu dixim⁹ attendētēs quot vnitates h^{ab}et quilib^{et} q^{uod}drat⁹ latere suo. vt iter. 4. & 9. est senari⁹ pductus ex multiplicatiōe binariū cū ternario q^{uod} sūt eorū latera. s. iⁿter. 9. & 16. sūt. 12. ex multiplicatiōe ternariū cū q^uternario q^{uod} sūt latera eorū. & sic de aliis. Sed iter q^{uod}lib^{et} duos cubicos pxiōs sūt duo media pportionalia. i. s. iⁿter pportiōes hñtia cū extremis & ad se ipsa. quorū mediū nūerorū mīor pducitur multiplicato latere cubi maioris p q^{uod}dratū mīoris: maior vero mediū cōsurgit ex multiplicatiōe lateris cubi mīoris p quadratū maioris: quadrata cubicorū vocam⁹ nūeros quadratos eadē radicē hñtes cū talib⁹ cubicis. latera at cubicorū sūt vnitates sue altitudis. vt octonariū q^{uod}dratū est. 4. lat⁹ vero est duo. s. iⁿter vigelesimi septimi quadratū est. 9. lat⁹ vero. 3. ergo iter. 8. & 27. sūt duo media pportionalia. i. 12. & 18 quorū primū nascitur ex multiplicatiōe ternariū cū q^uternario. alterū vero pducitur ex multiplicatione binariū cum nouenario & sic de aliis.

Caput tertiū de pportionalitate armonica & de eius pprietatibus.

QVM ois pportionalitas cōsistat ad mīn⁹ i trib⁹ nūeris: p^{er}ter duas eorū cōparationes supradictas potest adhuc tertia assignari: qua nec siles nūerorū differētiā nec æq^uales eorū pportiōes obseruabim⁹: hāc armonica medietatē censuēt appellādā cū diffinitio talis est. Armonica pportionalitas est triū nūerorū talis colligātia vbi qualis est pportio extremi ad extremū talis est & duarū differētiarū iter se: quarū maior ē differētiā maioris ad mediū: mīor vero earū est differētiā v^{el} excessus mediū ad mīorē vt. 3. 4. 6. vbi extremi maioris ad mīorē ē pportio dupla. q^{uod} etiā ē pportio binariū ad vnitatē differētiā sc^{ilicet} maioris & mediū ad differētiā mediū & mīoris. s. iⁿter h^{ic}. 2. 6. extremorū pportio est tripla & eadē est duarū adinuicē differētiarū. eisdē at nūeris duplatis aut triplatis aut aliter mltiplicatis sēp^{er} eadē pportionalitas apparebit. Huius pportionalitatis armonica sūt quattuor rēp^{er}im⁹ pprietates. p^{ri}a q^{uod} i maioribus nūeris ei⁹ est maior pportio & i mīorib⁹ minor. p^{er} cōtrariū ad pportionalitatē arithmetica. vt p^{er} i nūeris superiorib⁹. Secūda pprietas

Quare de geometrica

Quattuor ei⁹ pprietates prima.

1. pprietas

3. pprietas

4. pprietas

Nūeros q^{uod}dratos cog^{no}scere esse geometrica pportionalitatem

Idē pbat de nūeris cubicis

Armonica pportionalitas quid sit.

Armonica pprietates quattuor.

1. pprietas

SECUNDI LIBRI ARITHMETICAE

2. pprietas tas q̄ medi⁹ terminus tota mioris pte miorē supat quota maioris a maiore supatur vt hic 2.3.6. medius supat miorē medietate mioris .f. vnitatē: & supatur a maiore medietate maioris .f. ternario. hui⁹ cōtrariū habebat pportionalitas arithmetica vbi medi⁹ termin⁹ tota sui pte miorē supabat quota etiā sui a maiore supabatur. nulla facta relatiōe differentiarū ad nūeros extremos. sed i armonica medietate differentia cōparatur ad extrēos & non ad nūerū mediū. i geometrica at pportionalitate mediocris fit cōparatiō. q̄ vna differentiarū refertur ad miorē numerū alia vero ad mediū. nā ibi medi⁹ numer⁹ quota pte mioris miorē supat: tota sui pte exceditur a maiore. Tertia pprietas q̄ in numeris pportionalitatis armonica sūma q̄ pducitur ex multiplicatiōe duorū extremorū adiūcē medietas est nūeri pducti ex multiplicatiōe mediū cū cōposito ex extremis vt hic. 3. 4. 6. ex multiplicatiōe extremorū pducitur. 18. sed ductis q̄ttuorū i. 9. q̄ est aggregat⁹ ex extrēis sūt. 36. nūer⁹ dupl⁹ ad. 18. & sic de aliis exēplis. Quarta pprietas q̄ armonica mediocritas i nūeris suis musicā piter & geometricā exhibet armonica: vñ nō imerito armōica vocata ē. Dicitur at musica armonia cōsonatiā vocū acute & grauis i certa rōne nūerali. hāc at nō ē nisi quicuplex (de pfectis cōsonatiis loquor) videlz dupla. tripla. q̄drupla i multiplicib⁹. & sesqaltera. sesqtertia. i supparticularib⁹. nā i aliis spēbus pportionū tā horū generū q̄ sequentiū: voces cōparate nō hñt pfectā cōsonatiā sed mancā & ipsectā. has at vocū proportiōes supradictas musici (vt alias videri hz) suis vocabulis mixte cognōtib⁹ vocāt. duplā: diapason vel octauā. triplā: diapason cū diapēte vñ duodecimā. q̄druplā bis diapason vel quidecimā. 3. sesqalterā vocāt diapēte aut quartā: sesqtertiā: diatēferon vel tertiā vocē supra vel infra aliā q̄ oēs proportiōes cōsonatiarū musicaliū reperiūtur in nūeris hui⁹ pportionalitatis armonica si etiā differentia eorū cōntinerentur vt hic. 3. 4. 6. nā. 6. ad. 4. ē proportio sesqaltera. 4. ad. 3. sesqtertia. 6. ad. 3. ē dupla. ternari⁹ at differentia extrēorū ad vnitatē q̄ ē differentia mediū & mioris triplā hz pportioē. sed. 12. resultās ex aggregatiōe maioris & mediū cum eorū diherētia: quadrupl⁹ est ad miorē q̄ ē ternari⁹. sñr hic. 2. 3. 6. medi⁹ ad miorē ē sesquil alter. maior ad mediū dupl⁹. & differentia iter maiorē & mediū est tripla ad differentia iter mediū & miorē: ad quā etiā differentia duorū extrēorū ē q̄drupla: & eadē extrēorū differentia ē sesqtertia ad mediū. Armonia vero geometrica .i. pfectissī corpis laterati dispositio est figura cubica q̄ vt super⁹ dixim⁹ hz. 6. supficies. 8. āgulos & .12. lineas laterales. hī aut tres nūeri. 6. 8. 12. cū sint dupli ad nūeros primi exēpli suprapositi eadē cū eis hñt pportionalitatē. .f. armonica. ergo nō imerito talis nūerorū aggregatiō armonica vocatur ppter duas ratiōes supradictas. Hacten⁹ igitur de tribus primis pportionalitatib⁹ q̄ sunt valde aucterica & magni p̄ci apud grauissimos philosophorū. vñ ad earū faciliē inuētiōē op⁹ ē r̄lāz hui⁹ artis adaptare. Nā ppositis duob⁹ nūeris icq̄lib⁹ siue sit pes siue ipares notabiliē tñ a se ipsis distātes: p diuersā mediū nūeri inuētiōē: harū triū spērū pportionalitates variā bim⁹: ita q̄ lidē nūeri extremi cū vno mediū sit pportionalitas arithmetica: cū alio geometrica: & cū alio armonica medietas. p quib⁹ mediis inuēndis ponūtur tres regulæ. Prima q̄ mediū arithmetiū ē dimidiū numeri cōpositi ex extremis. vñ est numer⁹ addēs sup miorē medietatē differentia extremorū. Secunda r̄lā q̄ mediū geometricū semp est radix quadrata numeri pducti ex multiplicatiōe exttemorū. vel ē nūer⁹ proportiōē extremorū p mediū diuidēs. Tertia r̄lā q̄ mediū arithmetiū inuenitur si mior numerus p differentia extremorū multiplicetur: & pducto diuiso p cōpositū ex extremis: nūer⁹ quotiēs eidē miori numero addatur. vt datis his duob⁹ nūeris pibus p extremis. 10. & 40. mediū arithmetiū iter eos ē. 25. geometricū est. 20. arithmetiū vero. 16. vt p3 ex reglīs. sñr positis his duob⁹ nūeris iparibus. 5. & 45. mediū arithmetiū inter eos est. 25: geometricū est. 15. arithmetiū autem. 9. & sic de aliis exemplis suo modo.

Nō oēs pportionalitates imaginabiles sūt possibiles.

Caput quartum de aliis septem proportionalitatum speciebus breuissime
Pertractatis diffusius tribus primis pportionalitatū spēb⁹ aliarū potissimis: opus est vt septē alias imo & oēs alias huius generis spēs discramus: supposito prius ordine multiplicandi hmoi spēs quotquot fuerit imaginabiles. vt postea reiectis impossibilibus certū numerū spērū possibiliū colligamus. Quēadmodū fecisse legitur aristoteles i scđo libro

PARS SECVNDA DE PROPORTIONALITATIBVS

de gñatiōe ad iquirēdū certū nūerū elemētōrū dicēs: q̄ q̄ttuor priarū qualitātū cōbinatio
nes sex sunt imaginabiles: sed ex eis duæ sūt ipossibiles: restāt ergo q̄ttuor tātū possibiles
& totidē sūt elemēta. i. simplicia corpora priā. Similia fere dicūt comētatores iquirēdo cer
tū nūerū p̄dica mētōrū i priis itētiōibus tū simplicibus tū etiā mixtis siue cognotationis mix
te. nā recte calculādo quigēta p̄dicamēta & eo plura sunt imaginabilia: sed nō tot sūt possi
bilia: aut saltē nō tot repperibilia i vocabulis sciētiarū & artū cōis vīsitatis vt alias videri
h̄z. Nūc at ad p̄positū n̄z dimissa arithmetica p̄portionalitate (i qua differētiarū tātū sūm
tudo & nō p̄portionū æqualitas attēdebatur) aliarū sp̄erū oīum trib⁹ quaternariis imagi
nabimur modos: vt oēs p̄portionalitatū sp̄es sint tredecī: quot etiā moralīū virtutū sp̄es
notabiles iuenerūt peritissimī philosophorū. s. prudētia i intellectu & duodecī alias virtu
tes i affectu. ad similitudinē sacratissimī collegiī xpī & suorū ap̄lorū. Quaternarii at supradī
cti tria h̄nt h̄ec p̄cipia cōparationū iter tres nūeros alicui⁹ p̄portionalitatis. priā cōpara
tio est sicut medi⁹ nūerus ad miōrē. sc̄da sicut maior ad mediū. tertia sicut maior ad miōrē
Quelz iterū istarū cōparationū i q̄ttuor alias subdiuiditur variādo p̄ differētias illorū triū
nūerorū. vt sic dicēdo. sicut se h̄z medi⁹ nūerus ad miōrē: sic se h̄z differētia maioris & me
diū ad differētia mediū & miōris. vel sicut medi⁹ ad imorē: sic eorū differētia ad differētia
maioris & mediū. vel sicut medi⁹ ad miōrē: sic differētia extremorū ad differētia duorum
maiorū. v. sicut medi⁹ ad miōrē: sic differētia extremorū ad differētia duorū miōrū. Et i
telligitur p̄ hoc q̄ dicim⁹ se habere hoc ad illud: p̄portio maioris ineqlitatis vni⁹ nūeri ad
alterū. vt sit sensus qualis est p̄portio mediū nūeri ad miōrē: talis est p̄portio differētiæ hu
ius ad illā. &c. Si s̄r dicēdo sicut maior nūer⁹ se h̄z ad mediū: q̄ttuor iuenim⁹ cōparationes
addēdo: sic se h̄z differētia maioris & mediū ad differētia mediū & miōris. vel sic se h̄z diffe
rentia miōrū ad differētia maiorū. vel sic se habet differētia extrēorū ad differētia duorū
maiorū. vel sic se h̄z differētia extremorū ad differētia duorū miōrū. Eodē mō dicēdo sicut
maior nūer⁹ se h̄z ad miōrē q̄drifaria est cōpatio: si addatur: sic se habet differētia duorū
maiorū ad differētia duorū miōrū. vel sic se habet differētia miōrū ad differētia maiorū. v.
sic se habet differētia extremorū ad differētia duorū maiorū. vel sic se habet differētia ex
tremorū ad differētia duorū miōrū. He oēs sunt iā duodecī cōpatioēs. p̄ter q̄s sunt adhuc
imaginabiles aliæ sex. s. dādo oppositas cōpatioēs duab⁹ vltimis in quolibet quaternario.
vt sic se habet differētia miōrū ad differētia extremorū. vel sic se h̄z differētia maiorū ad
differētia extrēorū. & hoc p̄plicit variādo sc̄dm tria p̄cipia sup̄dicta. q̄ tñ oēs sūt ipossibiles
in nūeris. & etiā vna duodecī p̄cedētū ē ipossibilē vt oñdem⁹. restāt ergo vñdecī possibiles:
q̄rū tñ q̄ttuor reducūtur ad duas q̄a coīcidūt & p̄ eisdē nūeris supponūt. & sic restāt decem
sp̄es p̄portionalitatū possibiles & p̄ distinctis nūeris supponētes etiā cōtuerata arithmetica
p̄portionalitate: q̄ ab h̄mōi cōparationibus erat aliena: sed aliarū oīum fundamentalis &
priā. cui⁹ diffinītiōe supposita: aliæ oēs ex p̄dictis sic sunt diffinīde. Secūda ergo p̄portio
nalitas est tres nūeri taliter cōparati q̄ sicut se habet medi⁹ ad miōrē: sic se habet differen
tia duorū maiorū ad differētia duorū miōrū. vt. i. 2. 4. & h̄ec est geometrica. Tertia pro
portionalitas est in qua sicut medi⁹ ad miōrē: sic differētia miōrū se habet ad differētia
maiorū vt. 2. 4. 5. & est cōtraria geometrica. Quarta p̄portionalitas est sicut medi⁹ ad mi
norē sic differētia extrēorū ad differētia maiorū. vt. 3. 5. 8. Quinta p̄portionalitas sicut medi
us ad miōrē sic differētia extrēorū ad differētia miōrū vt. 4. 6. 7. Sexta p̄portionalitas ē tres
nūeri i qb⁹ sicut maior ad mediū: sic differētia maiorū ad differētia miōrum. vt. 2. 4. 8. &
h̄ec iterū est geometrica. Septia est sicut maior ad mediū: sic differētia miōrū ad differē
tia maiorū vt. 1. 4. 6. & h̄ec iterū est cōtraria geometrica. Octaua ē sicut maior ad mediū
sic differētia extremorū ad differētia maiorū vt. 3. 4. 6. q̄ coīcidit cū armonica. Nona p̄
portionalitas sicut maior ad mediū: sic differētia extremorū ad differētia miōrū. et h̄ec
est ipossibilis in nūeris. Decima p̄portionalitas est tres terminī i quib⁹ sicut maior ad mi
norē sic differētia maiorū ad differētia minorū. vt. 3. 4. 6. & h̄ec est armonica. Vñdecia
sicut maior ad miōrē: sic differētia miōrū ad differētia maiorū. vt. 3. 5. 6. & h̄ec est cōtraria

Exēplū in
philica de
elementis
Exēplū i lo
gica de p̄e
dicamentis

Tres iterū
narū cōm
parationū.

Tria p̄cipia
q̄tēna
riorum.

Primus q̄
ternarius.

Secūda q̄
ternarius.

Tertius q̄
ternarius

Alie sex cō
parationes

1. p̄portio
nalitas arith
metica.
2. geometrica

3. cōtraria
geometrica

Quarta.
Quinta.

6. iterum
geometrica

7. predicta
contraria.

8. est armo
nica.

9. ipossibilis

10. est iterū
armonica.

11. cōtraria
armonice.

SECUNDI LIBRI ARITHMETICAE

Duodecima armonica. Duodecima sicut maior ad miore sic differentia eorum ad differentiam duorum maiorum ut. 6. 7. 9. **Tertia decima** sicut maior ad miore sic differentia eorum ad differentiam duorum minorum ut. 6. 8. 9. Post has sequuntur aliae sex impossibiles de quibus prius diximus. & ex supra dictis nona impossibili existente: atque secunda & sexta ad unam reductis. sicut octava & decima per eadem computatis: restat ut diximus decem notabiles proportionalitatum species differetes ut patet hic

Arithmetica prima .1.2.3.	Quinta .4.6.7.	Nona impossibilis.
Geometrica secunda .1.2.4.	Sexta geometrica	Decima Armonica. .3.4.6.
Contraria tertia .2.4.5.	Septima .1.4.6.	Undecima contraria .3.5.6.
Quarta .3.5.8.	Octava armonica	Duodecima .6.7.9.
Vbi sole decem habent numeros expressos quia ille sole		Tridecima .6.8.9.

sunt possibiles & alii non coincidentes ut patet ex dictis. Restat nunc per conclusionem huius nostrae arithmeticae introductionis ut de maxima perfectaque armonia differamus: quod tribus numerorum intervallis

Maria ac perfecta armonia.

teste boetio constituta magna vi optinet in musici modulaminis temperamentis: & in speculatione naturalium questionum praesertim apud platonem & pythagoricos. haec autem armonia quatuor numeris solidis conficitur qui sunt. 6. 8. 9. 12. in quibus tres laudatissime proportionalitates prime. atque omnes consonantiae musicales disertissime annotantur. Quod autem hi omnes sint numeri solidi: hic probatur. quod multiplicatione replicata trium numerorum quilibet eorum explicari potest. ut semel duo ter sunt. 6. bis duo bis. sunt. 8. semel tria ter sunt. 9. & bis duo ter sunt. 12. quod autem in eis sit proportionalitas arithmetica clarum est comparatis duobus extremis ad unum medium. scilicet 9. geometrica vero: si ea de extrema ad duo media sic referantur: quod sicut primus numerus se habet ad tertium: sic secundus

Quatuor numeri solidi quibus sunt tres proportionalitates.

ad quartum utrobique. non est sicut altera proportio. armonica autem: si extrema ad unum medium. scilicet 8. adaptentur. unum & proprietates harum proportionalitatum supradictae his numeris sic comparatis manifestissime conveniunt praesertim ille qui de multiplicatione vel additione numerorum mediorum & extremo rursus loquuntur. De consonantiis musicalibus facilis est probatio nostra. 12. ad 9. vel. 8. ad 6 est diatessaron. sed. 12. ad 8. vel. 9. ad 6. est diapente. harum duarum consonantiarum differentia est sesquioctava

In eisdem numeris omnes consonantiae musicales

proportio quae & dicitur epodus inter. 9. & 8. deinde. 12. ad 6. est diapason consonantia. sed differentia maximam ad primum medium comparata ad differentiam duorum mediorum ad invicem est diapason cum diapente. tandem differentia maximam ad secundum medium se habet ad eandem differentiam duorum mediorum in quadrupla proportione quae est bis diapason consonantia. Novissime vero sicut

Res publica est proportionalitas.

proportionalitates supradictas virtutibus moralibus comparavimus: (quod in regimine rei publicae maxime sunt necessariae) sic earum tres prime species: tribus valde differentibus rei publicae speciebus coaptari possunt. ponit etiam aristoteles in tertio suorum politicorum libro: sex rerum publicarum species tres primas rectas & studiosas quae sunt regnum. optimatus. & res publica: & totidem transgressas & viciosas. scilicet tyrannidem. paucorum potentiam. & popularitatem. bonarum autem & malarum potissima haec est differentia: quod in bona re publica quae maiores sunt virtute merito & prudentia: plures accipiunt de honoribus & bonis rei publicae: quam minores in talibus perfectionibus. sed in mala & tyrannica re publica accidit contrarium. quia minores virtute & merito: fiunt maiores in honore & participatione bonorum rei publicae. Quia igitur in arithmetica proportionalitate in minoribus

Arithmetica pro paucorum potest. Armonica pro populi timore. Geometrica pro popularitate.

terminis est maior proportio & e contra: paucorum potentiae tunc gerit. Armonica vero proportionalitas contraria huius conditione optimorum gubernationi assimilatur. Sed geometrica proportionalitas quae in utrisque numeris proportionum servat aequalitatem: recte popularitas dici potest. haec et alia multa nobis perfecta in accessibilia arithmeticae introductiones comoda adducere possunt. In his tamen quae rudius nostra minerua compegimus arithmetica per gustamur: laus omnis & honor sit summo deo scientiarum largitori: & maioribus nostris quorum opinio aibus communicavimus.

Arithmeticae introductionis finis

Petri Cirueli Darocensis. preuia in

geometriad quaestiuncula de realitate punctorum. linearum. super
ficierum: & figurarum.



AD VERAM intelligentiam geometriae brevis Thomae Bra-
uardini (cui etiam nonnulla quae deerant necessaria addidimus)
videtur praelibanda haec brevis quaestiuncula. Nunquid geome-
trica principia & conclusiones possint aequae bene intelligi & sal-
uari ab his qui negant indiuisibilia: puncta. s. lineas & superficies
in corporibus naturalibus accidentia terminantia & continuantia
magnitudines rerum: sicut intelliguntur & saluantur ab aliis qui
taliam indiuisibilia defendunt atque concedunt. Ad hanc dubitationem
sine argumentis breuiter respondendo dicimus quod olim Aristoteles
contra platonem agens in. 2. phisicorum. in. 1. de anima. & in. 3. metha-
phisicorum. improperebat ei quod non valeret theorematum geometrica intelligere nec saluare:
nisi fingeret quaedam entia mathematica. i. lineas superficies & corpora quaedam separata rea-
liter ab his entibus naturalibus quae sunt apud nos: non tamen adeo separata sicut ideas me-
thaphisicas. Dicebat enim Plato (referente Aristotele) quod entia mathematica erant media
inter ideas & has res sensibiles naturales: de quibus intermediis solummodo erant vera theo-
remata geometrica. non enim inquit Plato in rebus naturalibus verificatur illa definitio
puncti cuius pars non est. vel illa conclusio quod circulus lineam rectam vel sphaera superficiem
planam tangat in puncto praecise. & sic de aliis multis. cum ergo illa omnia sint vere supposita
& demonstrata in geometria: oportet dare aliquas veras res praeter istas sensibiles & natu-
rales in quibus verificentur ea quae supra dicta sunt. Quo contra aristotelem. ubique probat talia en-
tia intermedia esse ficticia & nulla & absque necessitate posita: cum alioquin omnia geometrica
possint saluari & recte intelligi de istis rebus naturalibus sensibilibus. aut enim in. 2. phisicorum:
quod mathematicus de phisica linea intendit: sed non in quantum est phisica. i. non ratione phis-
ica (quae est mentis conceptus motum materiam & qualitates sensibiles cognoscens) sed
ratione abstracta a talibus cognotionibus. unde subdit quod abstrahentium non est men-
datum. quia intellectus noster rem vnam alteri naturaliter coniunctam potest seorsum & se-
parate cognoscere vel contemplari: & in hoc non fallitur aliquo errore vel mendatio. qua-
re arguens platonem de ignorantia dicit. latent autem haec facientes & ponentes ideas & ma-
thematica separata. Supposita ergo veritate doctrinae Aristotelis in hac materia: sequaces
sui peripatetici diuisi sunt in duas sectas. quibusdam eorum dicentibus: aliis vero negantibus
quod in rebus naturalibus sunt quaedam vera accidentia quae dicuntur entia mathematica sim-
pliciter coniuncta qualitatibus naturalibus quae sunt res phisicae. quae quidem mathematica accide-
ntia: licet a phisicalibus realiter sint inseparabilia: imaginabiliter tamen haec ab illis cogi-
tatione nostra separari possunt. Dicunt igitur taliter opinantes quod geometria nostra est ve-
ra praecise in suis principis & conclusionibus de illis accidentibus mathematicis sic abstra-
ctae consideratis: & non de substantiis aut qualitatibus rerum naturalium. principale mo-
tiuum istius opinionis fuit ut saluarent distinctionem mathematicae scientiae a phisica per
diuersas res: de quibus utraque considerat. Alii vero peripatetici opinantur hoc motiuum non

Aristoteles

Reales.

Ideales.

20

3. meth. T. 6.
7. ex prin. T. 6.
Plato.
et 31.
1. de anima. T. 6. 70

PROHEMIUM.

cogere ad ponendum tales entitates. quia distinctio scientiarum sufficienter defendi potest si de eisdem rebus diuersis rationibus considerent. unde & notater dixit Aristoteles quod mathematicus de physica linea intendit: sed non in quantum est physica. id est non eadem ratione cum physica scientia. ideo concludunt quod in rebus naturalibus non oportet ponere alia accidentia praeter qualitates physicas. Unde concedunt easdem res esse naturales & mathematicas: aliter tamen & aliter consideratas. omnis enim res longa (ut inquitur) est linea: siue sit substantia siue accidens siue materia siue forma. & omnis res longa & lata est superficies. denique omne longum latum & profundum est corpus quaecumque res illa fuerit. Nec admittunt distinctionem de rebus extensis vel partibilibus per se aut per accidens. sed dicunt quod omnis res extensa & partibilis habet hoc ex natura sua & non per aliud. nam si aliqua res ut anima rationalis suapte natura est impartibilis & inextensa: quatenus uniat corpus extenso & diuisibili nunquam per ipsum fiet diuisibilis & extensa. ideo nihil est continuum aut diuisibile per aliud. nec Aristoteles in praedicamento quantitatis sensit contrarium distinguens quantitates per se a quantitatibus per accidens: quia ibi de vocabulis loquebatur non de rebus externis: de quibus modo agimus. Igitur secundum istam viam geometria verificat sua principia & conclusiones: suas definitiones & diuisiones de omnibus istis rebus naturalibus siue quantum ad substantias siue quantum ad accidentia corporalia: quia in omnibus est eadem & similis ratio. Nec argumentum praecedentis opinionis cogit: quia ex quo accidentia illa mathematica & physica sunt simul & realiter coniuncta: quicquid ad diuisibilitatem & extensionem pertinet affirmatur de mathematicis: erit etiam verum de physicis accidentibus. imo & de substantiis corporum naturalium: cum omnia illa similia sint: simul tangant & tangantur: simulque diuidantur. Haecenus de punctis lineis superficiebus & corporibus mathematicis. Sed de figuris geometricis iterum est diuersitas inter peripateticos. dicunt enim quidam quod sunt qualitates fundatae in quantitate continua. per suam ex eo quod Aristoteles posuit quartam speciem qualitatis esse figuram. Alii putant figuram esse relationem quandam vel respectum extrinsecum de predicamento situs: dicentes quod Aristoteles non idstinxit veras species qualitatis: sed quosdam modos accidentales eius unde figura licet sit modus qualitatis: essentialiter tamen est situs vel positio partium quantitatis. Alii demum opinati sunt figuram esse penitus idem realiter cum quantitate continua. unde iuxta duas opiniones supradictas de magnitudine mathematica differunt isti circa figuram. quibusdam dicentibus figuram esse accidens realiter distinctum a substantia naturali: & ab accidentibus physicis. Aliis contradicentibus ut figuram sustineant esse quamcunque rem prius dixerant esse magnitudinem: siue illa sit substantia siue accidens. sed de his non est modo dicendum per singula. Nos itaque quibuscumque doctrinis philosophorum geometriam communem facientes: dicimus eam esse aequam peruiam & facilem ad intelligendum a quibuscumque & qualitercumque opinari volentibus de rebus mathematicis magnitudinibus & figuris. quia definitiones. diuisiones. principia. & conclusiones geometriae: per rationes abstractas considerandi res illas saluare intendimus: non multum curantes de conditione rerum ipsarum: quae inter tot opiniones dubia est: geometria vero est certissima in suis principiis & conclusionibus.

De figura quae res sit.

Thomas.

Scotus.

Jacobus faber.

Morales.

PRIMI LIBRI GEOMETRIAE.



VPPONAMVS igitur in primis principia demonstrationū. q̄ triplicia distinxit Aristoteles in posteriorib⁹. quædā enī sunt incōplexa. i. q̄ nō sunt ppōnes affirmātes aut negātes aliquid: sed potius sunt extrema ppōnū predicata: vt diffinitiones vel etiā diuisiones terminorū. nō quidē oēs: sed authenticæ & ab oibus approbatæ atq; ab antiquis acceptæ. Alia sunt principia cōplexa siue ppōnes affirmatiuæ aut negatiuæ: & hui⁹ principiorum duo sunt genera. Quædā enī sunt ppōnes per se notæ q̄ alias dicuntur dignitates vel maximæ ppōnes: ab aliis aut vocantur cōmunes scientiæ vñ animi cōceptiones: vt q̄ oē totū est maius sua parte & aliæ hui⁹modi. de quibus etiā Aristoteles dicit q̄

sunt principia cōmunia oibus sciētis scdm analogiā. i. pportione: vel similem formā ppōnū: nō aut scdm eandē materiā terminorū. Alia deniq; sunt principia scientiarū ppria: & sunt quædā ppōnes imediatæ. i. quæ licet nō sint per se notæ: nō tñ habent mediū siue antecedēs per quod pbentur demonstratiue. ideo supponuntur & non probantur in scientiis. vnde & suppositiones dicuntur. vel etiā petitiones: quia demonstrare volentes petunt sibi concedi talia principia. vt q̄ a puncto ad punctū sit protrahibilis linea recta in qualibet superficie plana. & sic de aliis multis in geometria. A diffinitionib⁹ igit et diuisionib⁹ exordium sumemus quæ significationes terminorū exprimunt: & præcognitiones quid nominis dici solent in scientiis quæ supponuntur & non probantur. Primū omnium terminorum geometriæ est magnitudo subiectum attributionis eius cui priuatiue opponitur punctus vel pñctū. Est igitur magnitudo rei naturalis extensio. vel est res habens partem extra partem localiter situatam. Punctus vero sic diffinitur ab euclide. Punctus est cuius pars non est. i. res naturalis nō habens partem extra partem situatam: sed hæc quidem negatio priuans est non infinitans. neq; etiā negat talem dispositionem a re significata: sed potius negat talem cognotationem a termino significante. quod dicimus propter eos qui negant indiuisibilia in continuo. nā alii simpliciter vt sonant verba accipiūt diffinitionē Euclidis pro rebus. posset tñ clarius dici q̄ punctus est res inextensa vel inextensæ cōsiderata: sicut etiā vnitas dicta est rei discretio in arithmetica. Magnitudinis tres solæ sunt spēs in p̄dicamēto quātitatē linea. superficies. corpus. Linea est magnitudo vnā habens extensionē siue dimensionē: q̄ etiā longitudo appellatur. Superficies est magnitudo duas habens extensiones situales. i. longitudinem & latitudinē. Corpus vero est magnitudo tripliciter extensa: triplexq; habens interuallum: longitudinem videlicet latitudinē & profunditatem. & hæc est magnitudinum perfectissima: quia post trinam non est quarta dimensio: vt Boetius probat ægregie in sc̄do libro suæ arithmetice ex differentiis positionum loci naturalis. quæ non possunt esse nisi sex: & earum quælibet duæ oppositæ vna dimensionē implentur. siquidem dimensio omnis ad replendum locum facta est. & posuimus harum specierum diffinitiones affirmatiuas. id est sine negatione: ad euitandas cauillationes arguentiū circa difficilem quæstionem de indiuisibilibus in continuo. Tres etiā possent

2. p. p. T. c. 2. Triplcia prin
cipia.
Diffinitiones.
2. p. p. T. c. 2. 4.
Dignitates.

exemplum est de hac ppone si ab
habib⁹ equalia q̄ quē est romm
arithmetice res metice
mnsire et p̄spedire gram sub
eadem forma acipit que libet hui⁹
Sciētiarum cum eiusdem
sint hui⁹ Si ab equalib⁹ mme
vis equalis non meris et si ab
equalib⁹ lineis & non tamen
secundum eandē materiā
nam termini illarum quid
cunt materia pp̄is subiectis
s. et p̄ dicitur non p̄p̄it front
in em imo dicitur quanti tatem
tamen alii autem quantitatē
et is cietam

Magnitudo
dicit doctor q̄ illa negatio quid sit.
non non dicit q̄ punctus qd.
non habet partem extra partem
Set etiam q̄ ab is hui⁹ non hui⁹ par
tem et negantes indiuisibilia in
oppositum. s. q̄ non dicit q̄ non hui⁹
partem. Set q̄ non sunt extra se po
sue
non tamen in p̄dicamēto quātita
tis nam in p̄dicamēto
to qualitatis phres
Sunt tot. s. q̄ sunt Linea.
Spes figurarum que sunt qualita
tes s. p̄. emali hui⁹ Superficies.
ma hui⁹ ali quantitatē Corpus.
tes non p̄ma hui⁹ hui⁹ ad hui⁹ sen
Sum q̄ quantitas dicit mate
riam. s. substantiam aliquam
cui⁹ secundum p̄m quantitas
sit actus s. p̄ materialis ad hui⁹
ne sensum q̄ sit quantitas sit
bim ac dicit et subiectum al
terius accidentis. s. qualitatis qu
est p̄p̄ma

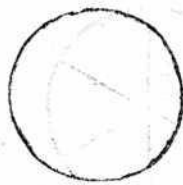
Puncti species
tres.

dari species puncti proutiue oppositae supradictis speciebus magnitudinis: scilicet quia non sunt in usu reliqua tur. Et quia linea superficies & corpus coiter ponatur. species specialissima in predicamento quantitatit: solent tamen diuidi in species accidentales quae dicuntur partes in modo. nam linearum alia est recta alia curua: & superficierum quaedam est plana: alia concava: & alia conuexa. corporum etiam quaedam terminatur ad superficies planas & quaedam ad superficies rotundas vel curuas unam vel plures &c. Sed quia rectum & curuum concavum & conuexum planum & rotundum sunt nomina figurarum de predicamento qualitatis: ideo ad declarationem istarum diuisionum dicendum erit de figura & de suis speciebus. nam figura & species eius sunt propriae passionis magnitudinis & suarum specierum. Figura ergo uoco magnitudinem terminatam lineis aut superficiebus. ex qua diffinitione duo sequuntur clarissime. Primum est quod licet omnis magnitudo sit figura: haec tamen praedicatio non est per se: linea est figura: ideo communiter negatur non quia falsa sed quia non est scientifica. hoc patet quia linea solum terminatur ad puncta. unde patet quod figura & magnitudo terminata vel non infinita non conuertibiliter se habent neque unum est diffinitio alterius ut aliqui voluerunt. nam magnitudo finita lineam comprehendit. Secundo sequitur ex diffinitione figurae quod duae sunt immediate species figurae. altera quae conuertitur cum superficie lineis terminata: & dicitur figura plana aut superficialis. altera est conuertibilis cum corpore terminato ad superficies: & vocatur figura solida aut corporalis. Plana figura est superficies lineis aut lineis terminata. quare sequitur quod duae sint species eius. scilicet plana rotunda quae ad unam lineam terminatur. & plana angularis quae alias dicitur laterata aut polygonia: & haec ad plures lineas terminatur quae cum sint rectae: figura rectilinea appellatur. posset dari tertia species ut figura plana mixta. id est partim rectilinea & partim curuilinea: de qua nusquam est sermo apud geometras. Rotundarum planarum quaedam est regularis & proprie dicitur circulus. alia irregularis quae multipliciter variari solet multisque nominibus appellari. Circulus itaque est figura plana una linea terminata quae circumferentia nominatur in cuius medio est punctus a quo omnes lineae rectae usque ad circumferentiam ductae sunt aequales. & punctus ille centrum circuli dicitur. superficies vero intra circumferentiam contenta area circuli nuncupatur. & hoc etiam est observandum in omnibus aliis figuris planis: quia nomen figurae cuiuslibet includit circumferentiam & area. Circumferentia autem est sola linea vel lineae terminales. Area vero est superficies intra lineas posita. Rotunda irregularis est figura plana una linea curua terminata in qua non est possibile centrum a quo omnes lineae rectae usque ad circumferentiam sint aequales. & huius generis (ut diximus) indeterminatae sunt species. Planarum angularium figurarum infinitae sunt species iuxta numerum laterum & angulorum incipiendo tamen a ternario. scilicet triangulus. quadrangulus. pentagonus. hexagonus &c. Triangulus est figura polygonia trium tantum linearum rectarum & totidem angulorum. quadrangulus quattuor. pentagonus quinque. & sic de aliis. Et in quolibet istorum generum est adhuc diuisio regularium & irregularium figurarum. nam triangulorum ille est regularis cuius omnes lineae ad invicem sunt aequales: similiter & anguli ad seipsos. Irregularis per oppositum diffinitur: quia neque omnes lineas neque omnes angulos habet aequales.

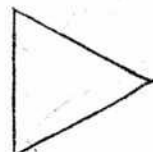
Supra est definitio ad hoc diffinitio ne trianguli copularis dicitur quod lineae sunt aequales; quod anguli inter se sunt aequales nam licet in aliis figuris non valeat ista ratio lineae istius figure sunt aequales & anguli neque ista anguli istius figure sunt aequales & lineae ut patet de parallelogramo. altera parte longior et de quadrato habet aliam quodammodo primis habet lineas 4. latera in aequalia et angulos aequales et secundus habet latera aequalia et angulos inter se in aequales tamen inter angulos optime sequitur iste & triangulus est laterum aequalium & angulorum ete g ut patet per corollarium 2 conclusionis capituli de triangulis



Circulus.



Triangulus.



Quadratum.

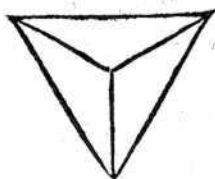


Figura egredientium angulorum.

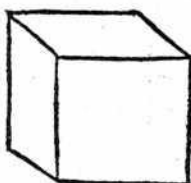


PRIMI LIBRI GEOMETRIAE.

Tetradron.



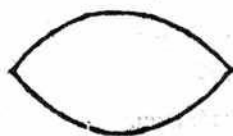
Exacedron.



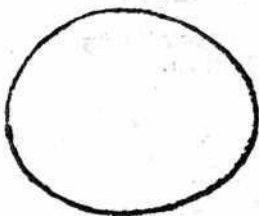
Sphæra.



Corpus ouale.



Corpus lentilare.



eodē modo diceretur de quadrāgulo regulari & irregulari. & de pētagono: & de aliis. Est preterea hui⁹ generis alia diuissio: nā figurarū polygonarū qdā sunt simplices: alię egredientiū angulorū q̄ cōposite dici possunt. Figura simplex ex primo cōcursu linearū solos angulos intrinsecos habet. Cōposita vero ex duplici aut multiplici earū dē linearū cōcurrentia duos aut plures ordines angulorū habet: de quib⁹ figuris postea peculiaris fiet sermo. Solida aut corporea figura est illa q̄ superficie vel superficiebus terminatur. vnde patet duas esse ei⁹ species: sicut in figura plana dicebatur. s. solidā rotundā & solidā lateratā vel angularē. Rotundū corpus est quod vnica superficie curua continetur & terminatur: cuius prima species est figura rotunda regularis q̄ p̄prio nomine sphaera dicitur: & diffinitur ad similitudinē circuli. Sphaera est corp⁹ vnica superficie contentū: in cuius medio est p̄ctus a quo oēs lineę rectę vsq; ad superficiē terminālē sunt æquales: & ille p̄ctus centrū sphaerę dicitur. Rotunda irregularis figura solida est: in qua nō pōt dari talis p̄ct⁹ vel centrum: cuius etiā indeterminatę sunt species. duas tñ earū specialr noiat Euclidēs: figurā oualē & lenticulārē. In ouali axis est linea lōgissima: in lenticulari vero breuissima omniū aliarū. & dicitur axis in corporibus linea super quā fit motus corporis ad similitudinē illius ligni quod dicitur axis in curru. s. hoc nomen axis iā nō est geometricū: sed potius astrologicū. Sphaera licet sit species specialissima sicut & quodlibet aliud nomē figurę regularis: tamen diuidi solet accidentalr in sphaerā solidā & concauā. Solida sphaera vnica tantū superficiem habet cōuexā. s. ad quā terminatur. Concava sphaera duabus terminatur superficiebus: altera cōuexa exteriorē: & altera cōcaua interiorē. Lateratum aut angulare corpus: est quod ad plures terminatur superficies planas: cuius generis similiter pcedit diuissio per figuras regulares & irregulares. Regulares sunt figurę solidę quarū oēs superficies pariter & angulī sunt æquales: & ponuntur ab euclide solū quinque gręcis nominib⁹ sic dictę: tetradedrō: exacedron: octocedrō: duodecedrō & icocedrō. Irregulares figurę solidę p̄iequalitatē superficie rū & angulorū diffiniuntur & p̄ infinitas species diuidūt: q̄ oēs significāt corpora ferratilia & pyramides: colūnas: alseres: lateres: cuneos &c. Pōt dari tertiā spēs figurę solidę sicut & figurę planę. s. figura solida mixta q̄ partim est plana & partim rotunda: vt colūna vñ pyramis rotunda. de qua specie geometrici parū curant. Sed quia in diffinitionib⁹ figurarū sepius ponatur angulus. de huius nois diffinitioe & diuisione dicam⁹ oportet. Angulus est duarū magnitudinū contactus nō directus vt duarū linearū aut duarū superficie rū. vel clarius sic. Angulus est magnitudo ex altera parte terminata & cōtenta a duab⁹ lineis vel duab⁹ superficiebus nō directe sese cōtingētib⁹. Cōtactus directus lineę ad lineā: est quando ex eis duabus fit vna linea recta. alias vero semper est indirectus cōtactus. similis ratio est de cōtactu directo aut indirecto duarū superficie rū. Angulorū alius est plan⁹: ali⁹ vero dicitur angulus solidus. Angulus planus est superficies terminata ad contactū duarū linearū nō directū. Solidus vero angulus est corpus terminatū ad contactum nō directū duarū superficie rū. Angulī plani tres sunt species subalternę: scz

*plurim⁹ quāq;
contra primam diffinitio nā simpliciter intellectam posset fieri ang⁹
& secundum ipsam sequeretur quod null⁹ angulus esset maior cōtra
rūis oppositum statim post aborat⁹ de angulo obitso quicquid
maior recto. Sed q̄ sequatur constat nā contactus duarū
linearū fit in p̄cto s. p̄ctus est indivisibilis & illorū
ractus est indivisibilis et angulus est ille contactus p̄cti
nō nō est indivisibilis. ideo addit⁹ 2 diffinitio
que non est alia a priori nisi in p̄ctis cum sensum en
dem de huius daret primę conclusionē*

CAPVT SECVNDVM.

angulus rectilíneus. curuílíneus. & mixtus. Rectilíneus angulus planus est ille quē continent duæ rectæ lineæ nō directæ cōcurrentes. Curuílíneus ex cōcursu duarū linearū circulariū. Mixtus vero ex lineā rectā & curuā sese cōtangentibus pcedit. Rectilínei anguli plani tres sunt species. angulus rectus. obtrusus. & acutus. Angulus rectus est quē cōstituit lineā rectā cadens sup lineam rectā perpendiculariter. i. directe ad modū perpendiculari: itaq faciat cū ea perfectā crucē. vnde & a græcis lineā orthogonaliter cadēs dicitur. Angul⁹ obtusus est rectilíneus maior recto. Acutus vero minor recto. & cōstituuntur ex lineis rectis nō perpēdiculariter se secantibus: sed oblique ad modū crucis sancti andree. Curuílíneus angulus tres habet species. i. angulū cōcauū: conuexum: & medium. Angulus concau⁹ est quē cōtinent duæ lineæ arcuales ex parte interiore se tangentes. Cōuexus angulus ab eisdē lineis ex parte exteriore cōcurrentib⁹ cōtinetur. Medium angulus duæ lineæ circulares faciunt quarum altera ex parte interiore: altera ex parte exteriore ad idē punctum cōcurrunt. Mixtus deniq; angulus similr in tres species diuiditur. Prima est angulus cōtangentis: qui causatur ex cōtactu lineæ rectæ ad curuā exterius. Secunda est angul⁹ semicirculi: quem facit diāmeter circuli cum circūferētia eius ex parte interiore. Tertia species est angulus portionis circuli: hunc cōstituit corda cōcurrēs circūferētiæ intra circulum. Dicitur autē diāmeter circuli lineā rectā transiens per centrum circuli: quia ipsū diuidit in duas partes oīno æquales: q̄ sunt semicirculi. i. medietates circuli. Corda vero dicitur lineā rectā intra circulum: q̄ tamen nō tangit centrum circuli: eoq ibi fit q̄dam figura ad modū arcus sagittarii: cui⁹ arcus lineā illa rectā apparet eē corda. Et quia talis lineā diuidit circulū in duas partes inæquales: hic est q̄ angulus portionis circuli iterū diuiditur in duas species. q̄ sunt: angulus portionis maioris. & angulus portionis minoris: quarū diffinitiones clare sunt. hæc de angulis planis. Angulus aut solidus qualiter sit diuidēdus in species dicem⁹ infra in principio quarti libri hui⁹: ne amplius extendamus hoc primum caput: in quo prelibatæ sunt diffinitiones quid nominis omnium principalium vocabulorum totius geometriæ.

Caput scđm de cōplexis principiis cōmunib⁹ geometriæ: q̄ dicuntur dignitates vel ppōnes p se notæ: vel cōmunes animi cōcepti

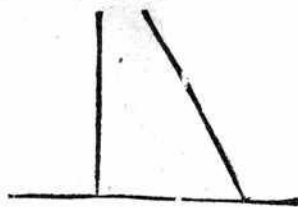


ones: aut cōmunes scientiæ.

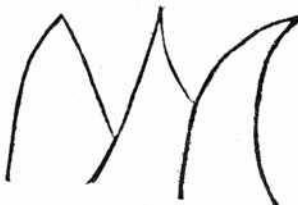
DETER incōplexa geometriæ pricipia pmissa: sunt alia q̄dā cōplexa tū coia tū ppria demōstrationū geometricarū elemēta: q̄ dicuntur ppōnes imēdiate. i. indēmōstrabiles: sed ad eas fit vltima resolutio cuiuslibet demōstratiōis geometricæ. Inter quæ principia duce Aristotele in phæmio phisicorū magis coia preordinare cōueniet. deinde in sequēte cap. veniemus ad principia ppria. Hæc tū diffinītio principiorū cōmuniū & ppriorū geometriæ nō est sic accipiēda. vt credam⁹ aliquā ppōnē esse in geometriā: principiū q̄ eadē sit etiā principium in alia scientia. & ppter ea dicatur principiu cōmune. alia vero ppō q̄ in sola geometria pōt esse principiū & nō in alia scientia sit principiū ppriū

A iiii

Anguli rectilínei.



Anguli curuílínei.



Anguli mixti.



PRIMI LIBRI GEOMETRIAE.

geometriae: hoc enim falsum esse non solum opinamur: sed per certitudinem doctrinae posteriori scire tenemus. quandoquidem nulla propter terminis geometriae constituta esset apta ad aliquid perbandum in arithmetica vel aliqua alia scientia. sed ut recte docet Aristoteles quilibet scientia sicut habet proprios terminos: ita habet proprias propositiones siue principia siue conclusiones. Dicuntur ergo aliqua principia esse communia vel propria in geometria ratione formae non ratione materiae: nam si de materia propositionis loquimur quod sunt termini. omne principium geometriae est proprium geometriae: Si vero ad formam propositionis attendamus: est aliquod principium geometriae cuiuslibet propositio similis fore est principium arithmeticae vel alterius scientiae: & tale dicitur principium commune ad plures scientias non quidem simpliciter sed secundum analogiam vel proportionem ut prius dicebamus. id est secundum similitudinem formae propositionis. est & aliud principium geometriae cui nullus aliud simile neque in materia neque in forma potest esse principium arithmeticae vel alterius scientiae: & propterea dicitur principium proprium geometriae. In hoc ergo capitulo trademus principia communia geometriae: insequente principia propria ad sensum datum. Communes itaque scientiae: id est communia principia scientiarum innumera sunt: sed ea quae magis in geometria requiruntur haec pauca erunt. Prima communis scientia. Omne totum est equum omnibus suis partibus simul sumptis. & e converso. imo quidam dicunt quod totum nihil aliud est quam omnes suae partes simul collectae. Secunda. Omne totum est maius sua parte. & accipitur hic totum cathegoreumatice non sicut cathegoreumatice sicut in arte sophistica. Tertia. Omnes partes eiusdem denominationis in eodem toto vel in totis equalibus sunt sibi inuicem aequales. Quarta. Partes alterius diuersaeque denominationis in eodem toto. aut partes eiusdem denominationis in totis inaequalibus. necessario sunt sibi ipsis inaequales. quia maioris totius pars eadem maior est & minoris minor. Quinta. Quaecumque unius & eisdem sunt aequalia. ipsa inter se sunt aequalia. secus autem de inaequalitate. Sexta. Quae unius & eisdem sunt inaequalia sed aequaliter. illa sibi ipsis sunt aequalia. sed haec in re non differt a tertia praecedente. Septima. Quae unius tertio sunt inaequalia & inaequaliter. inter se sunt inaequalia. Octava. Si aequalibus aequalia addantur vel idem commune. resultabit aequalia. Nona. Si inaequalibus aequalia addantur vel idem commune. aut si aequalibus inaequalia fuerint addita. constituent inaequalia. Decima. Si ab aequalibus aequalia demas vel idem commune. relinquetur aequalia. Undecima. Si ab inaequalibus aequalia demas vel idem commune. aut si ab aequalibus inaequalia deperis. quae remanserint inaequalia erunt. Duodecima. Si una magnitudo supponatur alteri appliceturque ei uniformiter sic quod nec excedat neque excedatur ab ea. ille sibi inuicem aequales erunt necessario. Et in hac ultima explicatur vocabulum magnitudo: quia est necessario subintelligendum in aliis omnibus praecedentibus: alias non essent haec principia geometrica: si non ex propriis terminis geometriae essent constituta. Praedictae vero propositiones & aliae similes vocantur per se notae: quia statim cognoscuntur esse verae ab intellectu ex solo confuso terminorum conceptu & sine ulteriori discursu. & si (ut aliqui contendunt) ad assensum earum sit necessarius discursus: ille tamen non est perceptibilis. quare nec iudicatur esse discursus: sed tanquam primae & immediae propositiones admittuntur. ait enim Alhaceni in 2. libro suae

a

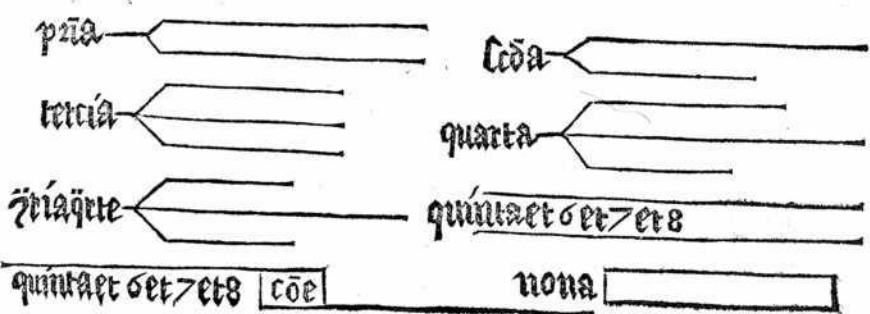
2

3
4

5
6
7
8

9

his principis solum ad iudicandum ut ista quorum meditationes sunt aequales ipsa tota inter se sunt aequalia / et aliter si videri equi duos quorum meditationes sunt aequales tota sunt aequalia / et istud omnes dicitur magis notandum quod aequales cuiusque quae tunc comparantur sunt aequaliter magis res id est aequales minus res illa id est aequales



CAPVT TERTIVM.

perspectiue. q̄ hæc ppō omne totū est maius sua parte: nō cōprehendit̄ solo intellectu q̄ est habitus principiorū: sed apprehensio eius est p̄ sillogismū cōpositū ex intentionib⁹ terminorū: quia tñ intellectus hoīs in tali discursu uel locitatē argumentationis facit in tēpore breuissimō & insensibili: ideo putat̄ q̄ hæc ppō cōprehēdatur solo intellectu. hæc ille. Et nō solū hoc verū esse putant p̄spectiui in ppōnib⁹ valde cōfusi & generalib⁹: sed etiā in multis distictis & particularib⁹. Dicūt enī q̄ multæ sunt intētiōes visibiles q̄ non cōprehendunt̄ solo intellectu vel sensu: vt distantia. magnitudo. figura. sit⁹. mot⁹. &c. s; ad earū distictā noticiā necesse est cōcurrere fantasiā & rōnē discursiua de quib⁹ infra lati⁹ dicem⁹ iuxta finē primi libri nostræ breuis p̄spectiue.

Caput tertium de principiis propriis geometriæ quæ dicuntur suppositiones
aut petitiones. vel assumptæ propositiones immediate.

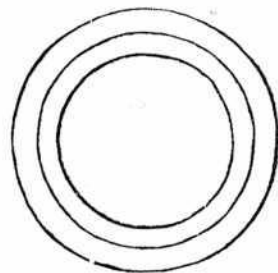
ULTIMO prælibanda sunt propria geometriæ principia: quæ magnus
Euclides posuit quæ paucissima. talia enim in qualibet scientia non sen-
sualia rara sunt & notatu dignissima. Petitiones itaque geometricæ
quinque sunt numero. primæ duæ de lineis. tertia de angulis. reli-
quæ duæ de superficiebus. Prima petitio de recta linea est hæc. a quolibet puncto
ad quolibet punctum in superficie qualibet recta linea ducere. Ponit enim eu-

quæ duæ de superficie b⁹. Prima petitio de recta linea est hæc. a quolibet puncto ad quolibet punctum in superficie qualibet recta linea ducere. Ponit enim euclidēs oēs has petitiones sub modo infinitiuo cōfusas nō sub indicatiuo determinatas: quia nō sunt ppōnes ab eo pbatæ: sed supposita quædā dicta modalium ppōnū de possibili. Possit tñ addi huic primæ petitioni ei⁹ alia collateralis. q̄ inter quilibet duo pūcta data linea recta est oīm cōterminabiliū breuissima. Secūda petitio de linea curua est. super centrū quodlibet quālibet occurrando spaciū in qualibet superficie circulū describere. & accipit hic circulus improprie p̄ linea curua q̄ est circūferentia & termin⁹ circuli: sepe enī auctores abutūtur vocabulis & noīa figurarū adaptāt terminis earū & vice versa. Tertia petitio est de angulis. Oēs angulos rectos sibi inuicē esse æquales. Forma enī recti consistit in indiuisibili & ideo variari nō pōt. Mensurant aut anguli quantū sint ad seipsos scđm æquales longitudines suarū linearū: & per lineam tertiā q̄ triangulū perficit. nā scđm pportionē tertiæ lineæ in vno angulo ad tertiā in alio erit pportio anguli ad angulū. Quarta petitio est iā de superficie sed affirmatiua talis. Si recta linea sup̄ duas rectas venerit: fueritq; duo anguli interiores ex eadē parte lineæ cadentis minores duob⁹ rectis angulis: illas duas lineas priores ex eadē parte longius ptractas cōcursū petere & tandē cōcurrere. quare sequitur tales tres lineas superficiē claudere & figurā perfectā cōtinere. Quinta petitio etiā de superficie sed negatiua est hæc. Solas duas rectas lineas superficiē claudere nullā. quia duæ lineæ recte ex vna parte cōcurrentes: ex alia quanto plus plongātur tanto plus distāt a seipsis vsq; in infinitū. Sequitur ex his manifeste triangulū esse primā figurarū planarū & rectilinearū. nā simplr circulus est prius oīz figurarū. Predictæ aut ppōnes lz nō sint p se notæ. q̄a egēt aliquālī declaratiōe pter cōcept⁹teriorū: tñ dicūtur imediate quia nō habēt mediū vel antecedēs quo demonstrari possint. ideo supponēs & petitiones vocātur: quia in geometriā supponūtur & nō pbantur.

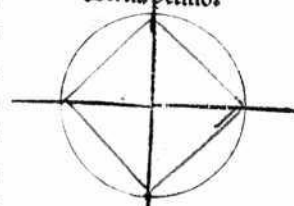
[illegible]

multo rursus dicunt et sic est verum
 qd. Soleudo intentiones apprehendunt
 tunc a solo sensu in quantum multa
 les. S. lux et calor at que apre
 hendunt a sensu sine aliquo dicit
 mens intellectus apprehendit videt
 et nulla alia ut tulla qd. est ore
 re qd. tunc sine dei mens sensus
 apprehendit statim alio in mem
 tamen ut alio qd. est apprehendit
 illam. Sed ut robor est et etiam
 quam vis at apertio nemo oculo
 statim visus apprehendit immo
 solis notitiam ut in mens solus
 et ut in mem est qd. ad. Sic apre
 hendunt specificos mens in mem
 sitamen apprehendere sit forma
 re propositionem. b. ore per apertio
 cum prima petitio. ph. i. postea
 in mem sensum ut sensus est a
 prehendere qd. ut talis non for
 mat pp. Situs nes dico nesci
est qd. ut idem sit
at. Grm. ut illi
ne format pr
 so fitio nes

Secunda petitio.

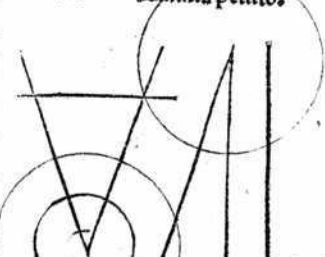


Tertía petición.



Quarta

Quinta petição.



CAPVT QVARTVM.

esse veræ: sed potius volentes demonstrare petunt eas sibi cōcedi eē veras.

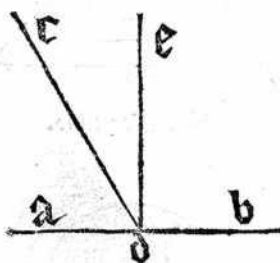
Caput quartū de primis cōclusionibus geometriæ q̄ pertinet ad lineas & angulos figurarū simplicium rectilinearū.



AGNITVDINIS passiones quas geometrici cōsiderant in genere quidē paucissimæ sunt: vt distensio. diuisibilitas. repletio occupatio &c. sed in speciebus plurimas inuestigant. hoc est de lineis. superficiebus. & corporib⁹ q̄ solū tres sunt magnitudinis species in genere quātitat̄is. Immo nec de lineis aliquas demonstrant passiones nisi in ordine ad superficies & corpora q̄ solæ figuræ sunt: de quibus ipsi maxime curant. Incipiemus igitur dicere de lineis ad angulū cōcurrentibus in hoc caplo. deinde veniem⁹ ad superficies lineis terminatas: & tandē ad corpora q̄ superficiebus clauduntur. sic enī seruabim⁹ ordinē rectū ex minis p̄ mediā ad maximā deueniendo. Sit igitur oīm cōclusionū geometricarum hæc prima: licet euclides ab ea non inceperit.

Prima conclusio.

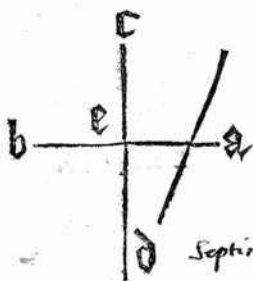
Si recta linea super aliā rectā lineam steterit: duo anguli in quolibet latere aut sunt recti aut duobus rectis æquales. Ex quo patet. Totum spaciū q̄ circumstat aliquem punctum in plano quattuor angulis rectis esse æquale.



¶ Nam si super lineā a b incidat linea c d vel est super eā ppendiculariter cadēs vel non: si sic habent duo anguli recti in forma p̄ diffinitionē anguli recti: si nō sit perpendiculariter cadens. dico q̄ erunt anguli equales duobus rectis: licet nō sint in forma recti. quod ostendo sic: sit aliā linea e d ppendiculariter super a b lineā: eritq̄ duo anguli a d e & e d b recti per diffinitionē anguli recti vt pri⁹: sed duo anguli a d c & c d e adequantur angulo a d e per primā animi cōceptionē: ergo idē duo anguli cū angulo e d b erit equales duobus rectis per tertiā animi conceptionē. quare oēs illi tres anguli sunt equales duob⁹ rectis. Sed angulus c d b obtusus est equalis duobus ex illis: q̄ sunt oēs eius partes: ergo per quintā animi conceptionē angulus c d b obtusus cū angulo a d c qui est acutus est equalis duobus rectis. & hoc est quod volumus. Correlariū ptz q̄ ex quo medietas spaciū q̄ est sup punctū d valet duos rectos: aliā medietas similiter inferior valet duos rectos: ergo totū spaciū valet quattuor rectos. et q̄ tūc illud spaciū diuidatur in multos angulos cū oēs illi anguli sint partes illius spaciū totius: oēs præcise valent quattuor rectos: vt ptz per primā cōmunē scientiam.

Secunda conclusio.

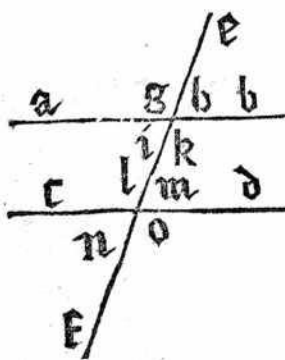
Oīmduarū linearū se inuicē sequentiū oēs anguli cōtra se positi sunt æq̄les.



Ista patet per premisam: nā duo anguli a e c & c e b cōiunctim sunt equales duobus rectis. similiter duo anguli c e b & b e d simul iuncti sunt equales duobus rectis. ergo duo anguli primi simul sunt equales duobus postremis. de pto ergo angulo cōmuni puta c e b residua erunt equalia. s. a e c & b e d per sextam cōmunem scientiam: & isti sunt anguli cōtra se positi: ergo anguli cōtra se positi sunt equales quod erat demonstrandū. & simili modo probat̄ de reliquis duob⁹ angulis cōtra se positis.

Tertia conclusio.

Si duabus lineis equedistantibus tertiā linea superuenerit: quales quantosq̄ sup vnā illarū fecerit angulos: tales tantosq̄ faciet super reliquā. Ex quo manifestū est q̄ omnis angulus extrinsecus angulo intrinseco sibi opposito est equalis. & q̄ quilibet anguli coalterni sibi inuicē sunt æquales. & q̄ quilibet duo anguli intrinseci & ex eadē parte cōstituti duob⁹ rectis sunt æquales.



Supponamus hic diffinitionē linearū equedistantiū quas greci parallellas vocant. sunt enī lineæ tātum a seipsis distantes in principio sicut in medio & fine earum. Sint ḡ due lineæ equedistantes a b & c d quib⁹ linea e f superueniat dico q̄ quales & quātos angulos cōstituit linea e f super lineā a b tales & tātos cōstituit super lineā c d & eodē ordine: ita q̄ anguli superiores lineæ a b equantur angulis superioribus lineæ c d & inferiores inferioribus ex eadē parte lineæ e f sumptis. Verbigratia angulus g adequatur angulo l & angulus h similiter angulo m & ita de alijs. ¶ Probatur. nā si angulus l non sit equalis angulo g. ergo alter illoz erit maior: sit angulus l maior: sed angulus g & angulus h

PRIMI LIBRI GEOMETRIAE.

sunt equales quia sunt contra se positi per premissas: ergo angulus l est maior angulo k : sed duo anguli l et m sunt equales duobus rectis per primam conclusionem: ergo duo anguli k et n sunt minores duobus rectis per septimam communem scientiam. ergo per quartam petitionem due linee a et b et c et d si pertrahantur in partes b et d concurrunt: et per consequens non sunt eque distantes quod contra ipotesin: erunt igitur duo anguli g et l equales quod erat probandum: eodem modo arguitur de h et m . similiter de i et n et k et o qui sunt inferiores sub lineis equedistantibus predictis. Patet igitur prima pars correlarij soli exponendo terminos: nam quorundam duorum angulorum quos equiva lere ostendimus. alter vocatur intrinsecus quod est in ter equedistantes lineas: et alter extrinsecus qui est exterior vel sub vel supra. Secunda pars patet modici transeundo et terminos exponendo: dicitur igitur anguli coalterni qui habent alternati situm quod ad superius et inferius: dextrum et sinistram lineae cadentis: cuiusmodi sunt k et l : qui sunt equales per bo. quod anguli g et l sunt equales per primam partem correlarij. sed angulus k est equalis angulo g qui contra se ponitur per premissam: ergo angulus k est equalis angulo l per tertiam communem scientiam: et eodem modo arguitur de i et m qui sibi anguli coalterni. Tertia pars statim patet. scilicet quod duo anguli intrinseci ex eadem parte sunt equales duobus rectis puta k et m nam l et n : per primam sunt equales duobus rectis: sed k est equalis l per secundam partem correlarij: ergo etiam k et m valent duos rectos.

Quarta conclusio.

Cuiuslibet trianguli omnis angulus extrinsecus duobus intrinsecis sibi oppositis est equalis.

Vocatur autem angulus extrinsecus qui constituitur ex protractione alicuius lateris incontinui et directi. ut si in triangulo a b c protrahatur latus a et versus ad b . sic angulus d c b dicitur extrinsecus: et duo bus sibi oppositis intrinsecis equalis. scilicet a et b . Quod probatur sic: a puncto c protrahatur linea in f equedistanter lateri a b : eritque angulus f c b equalis b angulo intrinsecus: quod sunt coalterni propter lineam b c incidentem super eisdem duabus lineis equedistantibus. Et angulus f c d est equalis a angulo intrinsecus. quod est angulus f c d est extrinsecus ad c et oppositus ei propter lineam a d incidentem super eisdem duabus lineis equedistantibus ut patet per premissas: quare totus angulus b c d est equalis duobus angulis intrinsecis. scilicet a et b per primam communem scientiam. Eodem modo probaretur de aliis angulis extrinsecis in quolibet triangulo.

Quinta conclusio.

Omnis triangulus habet tres angulos equales duobus rectis.

Nam totus angulus b c d extrinsecus est equalis duobus intrinsecis scilicet a et b sibi oppositis per premissas. sed si addas toti angulo illi extrinsecus angulum c intrinsecum constitutum sibi totum erit equalis duobus rectis per primam: ergo duo anguli a et b cum angulo c intrinsecus sunt equales duobus rectis per quintam communem scientiam.

Sexta conclusio.

Omnis figurae polygonae omnes anguli pariter accepti tot rectis sunt aequales quot sunt ipsi duplicati de partibus quattuor. Ex quo patet quod quilibet sequens in ordine figurarum polygonarum addit supra praecedentem duos rectos in valore.

Hec propositio patet per praecedentem cum resolveris quilibet tale figuram in tot triangulos quot sunt anguli eius. hoc autem fit ducendo a quolibet angulo eius ad punctum in medio signatae lineae rectae. quoniam omnes illi anguli illorum triangulorum sunt partes angulorum talis figure polygonae: exceptis hijs qui sunt circa punctum medium. et illi per correlarij prime sunt precise quattuor rectis equales. patet igitur propositum. Verbi gratia. sit pentagonus a b c d e : dico quod eius anguli quinque sunt equales decem rectis exceptis quattuor: hoc est sex rectis sunt equales. signando igitur signum aliquod in medio et sit f . ducatur a singulis angulis lineae rectae: eruntque quinque trianguli iuxta numerum angulorum pentagoni: quorum anguli valent decem rectos per premissam: demptis igitur hijs qui ad f sunt qui valent quattuor rectos resti duo valent sex rectos. Patet correlarium inductive.

Huic conclusioni addit alia de valore angulorum extrinsecorum talium figurarum

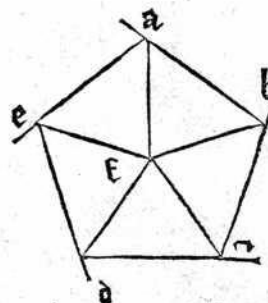
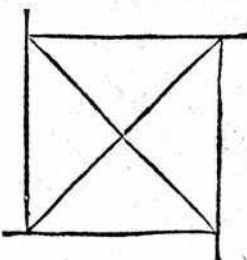
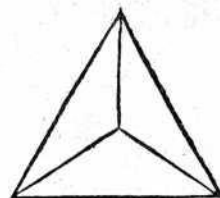
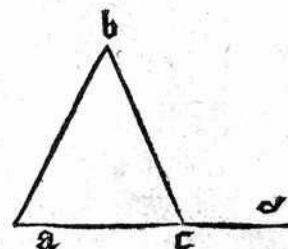
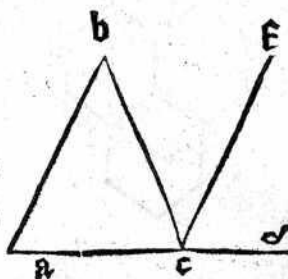
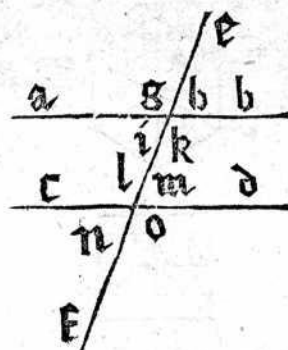
Quoniam omnis figurae polygonae omnes anguli extrinseci quattuor rectis sunt equales.

Sunt enim extrinseci et intrinseci simul bis tot rectis equales qui fuerint anguli figure principalis per primam conclusionem. intrinseci autem tot rectis sunt equales quot sunt anguli duplicati exceptis. 4. ut nunc ostendimus: ergo extrinseci tantum. 4. superadditis. Huius exemplum habes: si ducas lineam b a in continuu et directu ex parte a : et lineam c b in partem b . et sic de alijs. ut patet in figura. Et intelligitur conclusio de angulis extrinsecis simpliciter et non dupliciter acceptis: itaque super quolibet angulo intrinsecus accipitur unus tantum extrinsecus et non duo.

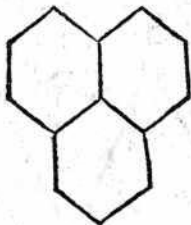
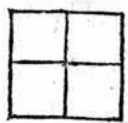
Septima conclusio.

Tres figurae regulares scilicet triangulus quadrangulus & exagonus replent locum et nullae aliae.

Dicitur autem figura regularis qui est equiangula et equilatera: replere autem locum dicitur hic occupare totum spatium quod circumstat aliquem punctum in plano. Pars affirmativa probanda est de triangulo et exagono: de



q' tres exagoni replent locum patet sic nam quilibet angulus exagoni valet rectum et 3^{am} recti. Cum sex
 leant octo et cum casus huius exagoni Regularis angulus unus sit equalis quilibet angulo alteri 9 sequi
 tur q' ubi anguli sit concurrens trium angulorum trium exagonorum. Invenit equi valentia triagone
 et octo et triagone triagone anguli que faciunt angulum exagoni concurrens trium angulorum trium exagonorum
 locum nris ita ut sit replet
 in uno primo
 etiam patet



CAPVT QVINTVM.

quadrato eni planis est: q' si habeat omnes angulos suos in forma rectos. igitur si. 4. simul ponat
 in totis spaciis occupabunt: et per omnes totum locum replebunt. De exagono autem pbatur: q' cu. 6. angu
 li eiusdem sint equales. 8. rectis per premissas tres eius anguli valebunt. 4. rectos. igitur si tres exa
 goni ponantur simul circa punctum in plano replebunt locum. De triangulo similiter ptz. qm angul' exa
 goni est duplus ad angulum trigoni si fuerit regularis: qd ptz. q' tres anguli exagoni valent duplum
 ei' q' sunt. 3. anguli trigoni: q' vel. 4. rectos. 8. in duplo plures trigoni requiruntur ad repletionem loci
 q' exagoni: sed tres exagoni replent: ergo sex trigoni replebunt. Confirmatur. q' tres anguli trigoni
 valent duos rectos. 8. 6. valebunt. 4. et sic replebunt locum. loci ergo replere dicitur. 3. exagoni. 4.
 tetragoni et 6. trigoni equilateri. Negativa pars pbatur. si q' nulla alia figura regularis sit apta re
 plere loci: supposito q' quilibet sequens figura habet maiores angulos q' prior precedens: qd ptz ex cor
 relario premisse: na quilibet posterior addit (per correlariu' precedentis) supra precedentem in valore duos
 rectos et vniu' tantu' in numero. sed nullus angulus vn' pot' valere duos rectos p' diffinitionem anguli
 plani: q' ad valore duoru' rectoru' requiritur cotacius linearu' directus: cu' sit medietas spaci' plani. 8.
 transmittitur aliqd ad reliquos. sed no' nisi ad oes: q' oes anguli sunt equales in figuris regularib' et
 de quib' hic loquimur: quare ois angulus figure posterioris maior est quolibet angulo prioris figure.
 Ex quo ptz q' nulla figura post exagonu' nata est replere loci: q' si accipiantur tres anguli regularis
 figure post exagonu' illi superabundant. nulli etia' duo anguli replent loci: sicut nec due linee claudunt
 superficiem: q' eni nullus angulus quicunq' magnus valet duos rectos: ergo ne duo anguli valent
 quattuor rectos per diffinitionem anguli plani. Pentagonus etia' no' replet. q' 3. anguli eius no' valent
 quattuor rectos: alioqui haberet angulos ita magnos sicut exagonus: et quattuor eius anguli plus
 quattuor rectis valent. q' sequitur tetragonu' in ordine figuraru'. C. 12. 7. conclusiones sunt de isto
 caplo: quaru' nulla est q' no' dependeat a pcedenti et ad sequenti no' assumatur: excepta prima q' ex ines
 diatis pponib' inferitur. et vltima q' no' assumit ad alia qm postrema est. Et scdm huc modu' augetur
 demonstrationes in post assumendo scdm phlm in posteriorib'. Des quoq' in phla nobis deseruist.

Caput quintu' de angulis figurarum regredientium anguloru'
 quæ sunt compositæ.



N FIGVRIS planis duo posuimus genera. scilicet figuras simpli
 ces quæ solos intrinsecos habent angulos: & figuras cõpo
 sitas q' multiplices angulos ostendunt tã intra q' extra figuras
 Has peculiari vocabulo figuras egredientiu' anguloru' vo
 cant. de quib' rarus est sermo apud priscos geometricos: na
 primus eoru' qui de hac materia locuti sunt: fuit Campanus
 cõmentator Euclidis qui sup. 15. cõclusionem primi libri de solo pentagono
 egredientiu' anguloru' parũ tetegit & hoc no' nisi satis casualiter: hac de causa
 de talib' figuris pauca trademus & valde generaliter: q' vestigia antiquorum
 insequi statumus in his nostris introductionib'. Dicis ergo figura egrediẽ
 tiu' anguloru' illa plana & polygonia aut rectilinea cui' prima latera in vtrãq'
 partẽ sunt protracta extra figurã donec iterũ cõcurrat bina & bina. Et cum
 dictaru' figuraru' possint qdã esse regulares alia' irregulares: in præsentiarũ de
 solis regularib' agere intendim'. præmittentes modũ generalẽ descriptiõis
 figuraru' regulariu'. Cũ eni circulus sit oim figuraru' prima ac pinde regularissi
 ma: si descripto circulo occulto. i. no' colorato in papiro: circumferentiã ei' in
 tot partes æquales diuiserim' quot angulorum figuram facere voluerimus:
 & a quolibet illius sectionis pũcto ad alterũ lineã coloratã duxerimus: habebi
 mus figurã rectilineã regulare. hac tñ observata differentia: q' in descriptiõe
 figuræ simplicis lineã qlibet pcedat a puncto pximo pcedente ad pximu' se
 quentem. & sic deinceps nullo pũcto sectionis medio dimisso. Sed in figuris
 egredientiu' anguloru' lineã qlibet no' ad proximu' punctũ sed ad tertium vel
 quartũ aut ad aliquẽ aliũ pũctũ teriari debet mediis intercalariter dimissis.

Aduertendũ etia' q' figuræ regulares egredientium angulorum multiplices
 sunt & per varios ordines distribuuntur. In primo eni ordine sunt illæ q' post
 semper figuræ ordinis precedentis est prima ordinis sequentis
 ut patet de pentagono primo qui est tertia figura atq' angu
 lo qui est prima figura simplici anguli recti lineæ de pentagono est p
 rompo. Sit autem. l. egrediẽtiũ anguloru'
 tot rectis equivalentes quilibet egredientes aliquis figuræ rompo
 site quotus est in modis duplitate huius agno in tali ordine accipit be
 nominatio eum. Sicut patet de octagono qui est prima fi
 gura 2 ordinis et 2 primi dico q' octagonus habet dupli
 tes angulos egredientes primi anguli. Secundum quod est 3. figura
 primi ordinis equivalentes sex rectis q' a tertio denominatur
 a ternario et ternariũ duplitate valet. 6. Sed secundũ angu
 li 3 egredientes quos est 2 prima figura 2 ordinis equivalentes duo
 b' rectis q' a primo denominatur ab unitate quilibet ita va
 let duplitate. ideo vltimi anguli equivalentes duo b' rectis par est in
 dicibus de aliis figuris

CAPVT QVINTVM.

angulos intrinsecos figuræ simplicis habet singulos ægredientes angulos: idest super vnum angulū intrinsecum vnicū angulū ægredientē: in secundo ordine figure habent duplices angulos ægredientes: itaq̃ super vnū angulū intrinsecū figure simplicis habent duos angulos ægredientes: in tertio ordine tres: in quarto quattuor: & sic per infinitos ordines procedēdo. Ergo qui super circulo occulto & in plures partes equales diuiso voluerit describere figuram ægrediētium angulorū primī ordinis: lineas laterales protrahere debet a puncto ad punctū vno tantum pūcto sectionis mediō inter scalariter dimisso: in figuris secundi ordinis duobus punctis mediis relictis: in tertiis tribus: in quarto quattuor: & sic deinceps. His prælibatis ponamus paucas conclusiones.

Prima conclusi6.

Figurarum egredientium angulorum pentagonus est prima simpliciter.

3^{ta} probat ex principijs immediatis: qm̃ ante pentagonũ simplicẽ nõ sunt nisi due figurarũ species triangulus & quadrangulus ex correlario qñte petitioni adiuñcto: s; neq; triangulus neq; quadrangulus pōt fieri egredientium angulorũ figura de qua hic loquimur: s; pentagonus est p̃ma huiusmodi figurarũ. Iuxta trigonũ em̃ nõ fit aliqua figura egredientiũ angulorũ: qm̃ in eo vnusquodq; latus a duob; relijs lateribus intersecat: quapropter impossibile est vnũ illorũ iterato cõ reliquo cõcurrere p̃ qñtã petitionẽ: alias due recte linee sup̃ficiẽ clauderent. De tetragono idẽ probat: nam si sit regularis figura simplicẽ: latera ei⁹ opposita sunt linee parallele quas impossibile est cõcurrere p̃ tertiã precedentis capituli: alia vero ita se mel cõcurrerũt nec possunt iterũ cõcurrere. Si vero sit figura irregularis maxime ex indebita laterũ positione: latera opposita cõcurrunt qdẽ exterius in altera partẽ p̃ quartã petitionẽ: nam duo anguli interiores ex sola vna parte erũt minores duobus rectis: ex altera vero maiores eis: quare nõ fiet sic figura integra egredientiũ angulorũ. De pentagono autem p̃ eandẽ qñtã petitionẽ deducit qd̃ possit esse figura vndiquaq; p̃fecta egredientiũ angulorũ: qz ex sexta precedentis capituli: eius anguli intrinseci oēs sunt obtusi: s; latera exterius iterum cõcurrunt bina & bina ad omnẽ partẽ figure. est ergo pentagonus p̃ima oim figurarum egredientium angulorum.

Secunda conclusio.

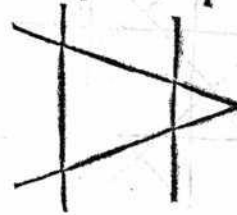
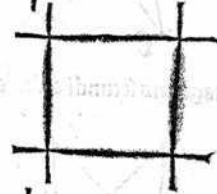
In quolibet ordine figurarum egredientium angulorum: prima ordinis sequentis sumitur ex tertia ordinis præcedentis.

Declaratur hoc pmo inductive: nā sicut triangul⁹ p^{ia} figurarū simplicīū polygonarū ex tertia linea recta cōfurgit p vltimā petitionē: et pētagō⁹ p^{ia} figurarū egrediētis angulorū orīz ex pētagōno simplici tertia figura i ordine simplicīū: ita p^{ia} figura scōi ordinis egrediētis angulorū sumit ab eptago nō qerat terti⁹ i p^{io} ordine: et p^{ma} terti⁹ ordinis fūdat in nonagōno q erat tertia figura scōi: et sic pūr in alijs ordinibus sine fine. Secō eadē cōclusio demonstrat^r resumpta demōstratione pcedētis: nā probatio de triangulo aptissima erit p^{me} figure ordinis pcedētis: q illa nō possit fieri figura ordinis sequētis: eo q vniūquodq lat⁹ eius iam tētegit quolibet aliud aut cōcurrēdo aut secādo: ideo im- possibile est aliqū illorū iterū cū alio cōcurrere p quintā petitionē. Ratiō vero de quadrangulo con- cludet etiā de secunda figura ordinis pcedētis q nō possit esse pfecta figura ordinis sequētis: q si sit regularis habet latera equidistantia que nō possunt cōcurrere: si irregularis ex vna tantū parte con- current et nō ex alia. Sed demōstratio de pentagōno ex angulis pcedētib⁹ obtulit cōcludet de ter- tia figura angulos sequētis ordinis cē in ea possibiles: nihil q obstat veritati nfe huius cōclusionis.

Tertia conclusio.

Pentagoni quinque anguli ægredientes sunt præcisæ equales duobus rectis.

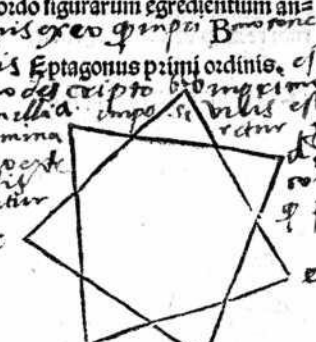
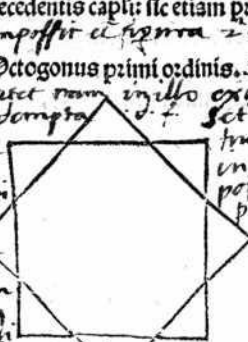
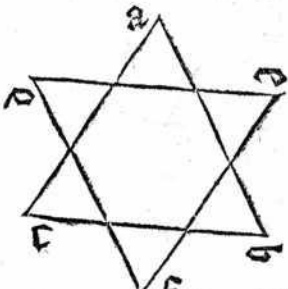
Sit pentagonus. a. b. c. d. e. in quo latus. a. c. secetur a linea. b. e. in puncto. f. & a linea. b. d. in puncto. g. erit ergo angulus. f. equalis duobus angulis. e. & c. cum sit extrinsecus ad eos in triangulo. f. e. c. per quartam precedentis capli. Eandem ratione angulus. g. erit equalis duobus angulis. d. & a. et si sit extrinsecus ad eos in triangulo. g. d. a. sed duo predicti anguli. f. & g. cum angulo. b. sunt recti. et si equals duobus rectis ex quinta precedentis capli: ergo similiter illi quattuor anguli. a. c. d. e. equals duobus. f. & g. iuncti simul cum angulo. b. valebunt duos rectos per octauam eodem scientiam: quia equalibus quantitatibus additur idem commune: scilicet angulus. b. ergo theorema propositum est verum. Ex quo sequitur qd sicut ordo simplicium figurarum incipit a duobus rectis in valore: ut probauit quinta conclusio precedentis capli: sic etiam primus ordo figurarum egredientium an-

[illegible]

Pentagonus primi ordinis.



Exagonus primi ordinis.



precise si patet qd illi septem trianguli equivalent decem rectis p inferendo ab illis octogonum octagoni b qui valent omnes anguli duplunt ex se invicem per unumquemque p conclusionis p precedentis capituli qd sim p lineas exteriores equi valent qd duplunt caput valent qd remanent sex p etiam patetur a simice facit angulos minores duobus rectis qd deorsum illam partem nescitur qd totum est p p totum / eadem mo do p dabitur q lineas c. f. conueniet cum lineas b. e. et quod adhuc probandum est.

PRIMI LIBRI GEOMETRIAE

Quarta conclusio.

In eodē ordine figurarū egredientiū angulorū quaelibet sequēs addit supra suam proximo precedentem duos rectos in valore.

Istud licet sit verū et demonstrabile: nūc sic persuadem⁹. supposito enī qd prima figura primi ordinis scilicet pentagon⁹ valeat duos rectos: qd illa habeat numerū imparē angulorū: sequens habebit angulos suos oēs in numero pari. scilicet hexagonus. sed ille describitur ex duob⁹ triangulis sibi mutuo inuicem qui valent quattuor rectos: eadem ratio est de octogono qui describitur ex duobus quadratis valētibus octo rectos: p sextā precedentis capiti: ergo eptagonus in medio relic⁹ valebit sex rectos: cū maiores sint ei⁹ anguli qd exagoni et minores qd octogoni. similiter pcedetur ad decagonū qd valēt duodecim rectos cōstans ex duobus pentagonis simplicib⁹: ergo nonagon⁹ valebit decē rectos rōne p dīcta. et sic de alijs oibus figuris primi ordinis egredientiū angulorū. Idē credēdū est esse verū in alijs ordinibus sequentibus. scilicet qd prima cuiuslibet ordinis figura valeat duos rectos p se. et qd quaelibet sequens addit supra suam proximo precedentē duos rectos in valore. quēadmodū supra dicebam⁹ de figuris simplicibus. Sed quia aristoteles in ethicis par vicis esse putat ab oratore demonstrationē exigere: et a mathematico persuasionē recipere: nō cōtēti predicta p̄uassione addemus aliam cōclusionē in qua omnia que in hoc caplo diximus valeant demonstratione probari.

Quinta conclusio.

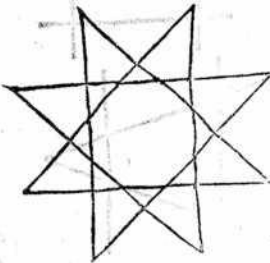
Cuiuslibet figuræ egredientium angulorum omnes anguli sequentes pariter accepti valent tot rectos: quot valebant omnes anguli p̄cedentes pariter accepti: demptis quattuor.

Vocantur hic anguli sequentes anguli egredientes ordinis sequētis: anguli p̄cedentes sunt anguli figure simplicis vel anguli egredientes ordinis p̄cedentis. Verbi causa. eptagonus simplex per sex tam p̄cedentis capiti valeat decē rectos: sed eptagonus egredientiū angulorum primi ordinis valebit sex rectos. eptagonus vero egredientiū angulorū secūdi ordinis valebit duos rectos: vbi descēdit per quaternarios decrescendo. et sic de alijs figuris et ordinibus suo modo. hoc est ergo ppositū hui⁹ cōclusionis valde generalis que cōprehendit totā scientiā huius capiti: et cui⁹ demonstratio pendet ex quarta et sexta cōclusionibus p̄cedētis. scilicet qd cuiuslibet trianguli angulus extrinsecus equalis est duobus intrinsecis sibi oppositis. et qd oēs anguli extrinseci cuiuslibet figure simplicis valent p̄ se quattuor rectos. Sic sic arguitur. quilibet angul⁹ p̄cedēs in hui⁹ figuris est extrinsecus in quodā triangulo ad angulū sequentem et ad vni⁹ angulū extrinsecū figure simplicis: ergo equialet eī⁹ equalis illis duobus. quare omnes anguli p̄cedentes simul accepti sunt p̄ se equalis angulis sequētib⁹ pariter acceptis: et omnibus extrinsecis figure simplicis. ergo anguli sequentes valent minus qd p̄cedentes p̄ se quattuor rectos. quod p̄cedit nostra conclusio. Itā in pentagono egredientiū angulorum de quo egit superior: tertia cōclusio huius capiti: angulus intrinsec⁹ figure simplicis qui est super punctū f equalis est angulis b et g. quorū vnus est egrediens primi ordinis: et alter extrinsec⁹ figure simplicis: equalis inquā: qd est extrinsecus ad eos in triangulo f g b. Eadē ratione quilibet aliorum angulorum eiusdē pentagoni simplicis equialet vni egredienti primi ordinis et vni extrinsecō figure simplicis: ergo omnes quinqs anguli figure simplicis simul accepti sunt equales omnibus quinqs egredientibus primi ordinis et quinqs extrinsecis pentagoni simplicis. dempto ergo valore illorum quinqs extrinsecorum: qui sunt quattuor per sextam capituli p̄cedētis: remanet valor quinqs egredientium primi ordinis scilicet duo recti. nam quinqs anguli pentagoni simplicis valebant sex rectos. a quibus demptis quattuor rectis relinquuntur duo recti. Eadem probatio currit de exagono egredientium angulorum primi ordinis. scilicet qd valeat quattuor rectos. nam exagonus simplex valebat octo rectos: similiter eptagonus simplex valebat decem rectos: a quibus demptis quattuor remanent sex recti valor septem angulorum egredientium primi ordinis: et sic b alijs. Ergo vere sunt omnes p̄dictæ p̄positiones in figuris egredientium angulorum primi ordinis scilicet qd prima earum valeat duos rectos: et qd quaelibet sequens addit supra suam proximo precedentem in eodē ordine duos rectos in valore. De alijs ordinibus eadem est probatio. nā quilibet angulus egrediens primi ordinis equalis est angulo egredienti secūdi ordinis sibi superposito et vni angulo extrinsecō figure simplicis: quia est extrinsecus ad eos in quodā triangulo facile signabili: ergo omnes anguli eptagoni primi ordinis simul sunt equalis oib⁹ angulis eptagoni secūdi ordinis et septē angulis extrinsecis eptagoni simplicis qd valēt quattuor rectos. qd b demptis a valore eptagoni primi ordinis. scilicet a sex rectis: remanēt duo recti qd est valor eptagoni secūdi ordinis. secūdo ergo ordo egredientium angulorum incipit a duobus rectis: ut superius p̄ponebatur. Itē octogonus egredientium angulorum primi ordinis valebat octo rectos: a quibus demptis quattuor ratione iā dicta: remanent quattuor recti p valore octogoni secūdi ordinis. Similiter nonagon⁹ primi ordinis valebat decē rectos p

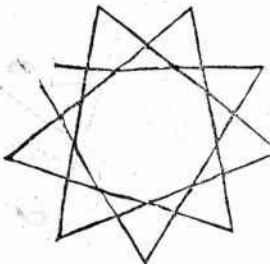
Eptagonus secūdi ordinis.



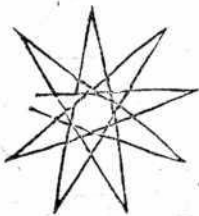
Octagonus secūdi ordinis.



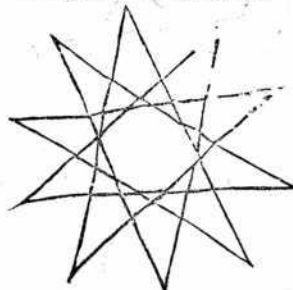
Nonagonus secūdi ordinis.



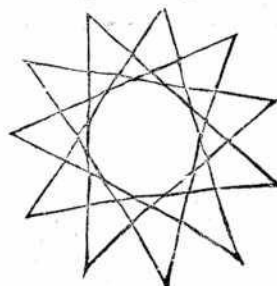
Nonagonus tertij ordinis.



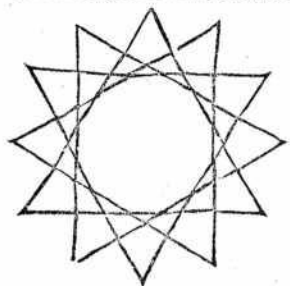
Decagonus tertij ordinis.



Undecagonus tertij ordinis.



Duodecagonus tertij ordinis.



subtractionē quattuor rectorū a quattuordecī nonagoni simplicis: ergo nonagon⁹ scđi ordinis valebit sex rectos. & sic de alijs in eodē ordine: vbi clarissime cōstat qđ qđlibet figura sequens addit supra suā primo precedentē duos rectos in valore: qđ superius nōdū erat demonstratū sed solum persuasum. Pro tertio ordine figurarū egredientiū angulorū haud aliter pbamus ppōnes prius dictas. nā dē pīs quattuor rectis a valore nonagoni secūdi ordinis qui erant sex recti: remanēt duo recti valor nonagoni tertij ordinis a quo ille ordo incipit. quilibz enī angulus egrediēs scđi ordinis est equalis angulo egredienti tertij ordinis sibi superposito & vni angulo extrinsecō nonagoni simplicis: qđ est extrinsecus ad eos in quodā triangulo facile reperibili. Deī de eadē via probari posset qđ decagonus tertij ordinis valet quattuor rectos. vnde decagon⁹ sex rectos & sic de alijs per continuā additionē duorū rectorū. Hactenus ergo de hoc primo libro qui erat de cōsiderationib⁹ geometrie cōmuni⁹. ¶ Si tñ hec ad mores aptare liceat: dicem⁹ qđ geometrie principia incōplexa correspondēt primis puerorū noticijs de bono & malo quas habent īperfectas vsq; ad septēniū. Cōmunes sciētie: prima denotāt iuris naturalis principia per se nota: vt declina a malo & fac bonū &c. Cōclusiones septē cōnere de āgulis figurarū simpliciu: virtutes ostendūt lumine rōnis naturalis acq̄isitas: qđ in sua cōnexionē pfecti oris euadūt: dicente beato ambrosio super lucā cōnere sibi sunt cōcatenatēq; virtutes vt qui vnā habet plures habere videatur. consonat ei gregorius in moralibus. Virtutes inquit si sint disjuncte nō possunt esse perfecte. nec prudētia vera est que iusta. tēperans. & fortis nō est. & idē subdit de alijs. Unde notātē dicitur qđ quilibet talis figurarū addit super precedentē duos rectos. i. duplicē iusticie rectitudine qđ est ad se & ad aliū. Pro figure egredientiū angulorū: ad virtutes infusas: ad dona sp̄iritus sancti. ad beatitudines euangelicas: & ad fruct⁹ charitatis p̄tinere vidēt scđm diuersos earum ordines. nā in eis ordo sequens nō auget sed diminit a precedente: qđ humilitatē affert. Unde dñs aplis in sup̄mo pfectionis statu collocatis dicebat. qđ maior est vestrū sit aliorū minister: & sūm⁹ pōtifer seruū ser uorū dei se notat. & p hūc modū hīs alia supaddere cūlibz ingenioso erit valde facile.

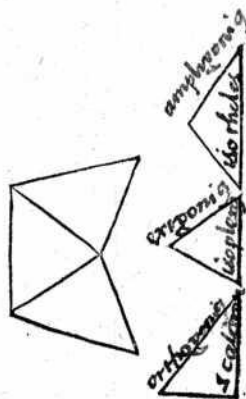
Liber secūdus nostri cōpendij geome

trix de figuris planis correspōdēs quattuor primis libris euclidis. Habet similr capita quinq; sicut p̄cedens.

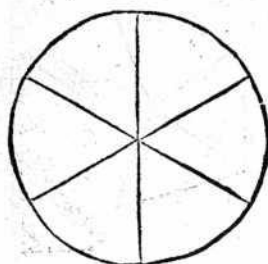
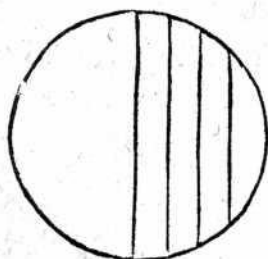
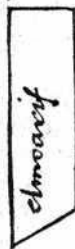
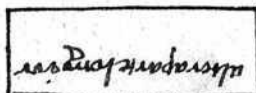
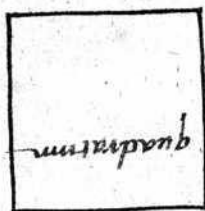
Caput primum est de diffinitionibus terminorū ad hāc geometriā partem pertinentium.



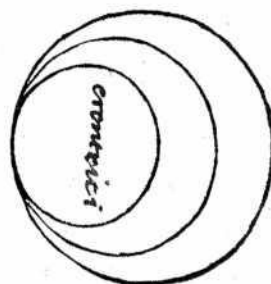
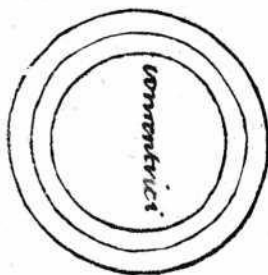
ONSEQVENS ERIT post līneas & angulos ad figuras planas transigere. vt dicamus de eis secundum considerationem specialem: faciendo propria capitula de triangulis: quadrangulis: & circulis secundū ordinem quem obseruauit euclides: addemusq; aliquid de figuris īoperimetris quas ille p̄termisit. sed habebimus compendiosum sermonem dimissa antiquorum vastitate: quia introductiones tantum mathematicas in hoc opere nos tradituros esse promissimus: non ipsas scientias integras. Et more solito ante demonstrationes p̄mittemus diffinitiones & diuisiones vocabulorū: speciales tamen illis quas in principio libri prioris prelibauimus. Repetitis igitur diffinitionibus trianguli. quadranguli. & circuli. diuidemus hāc genera in suas vel species vel partes: & singularum partium diffinitiones subnectemus quæ erunt media in demonstrationibus passionum quas inquiramus. Triangulus est figura plana tribus rectis līneis contenta. Triangulorum. alius omnium triū laterum æqualium: & vocatur ysopter⁹ græce: æquilaterus latine. Alius autem duorum æqualium laterum: & vocatur ysocheles græce: equitibiarum latine. Alius triū laterum inequalium & vocatur ansocheles vel scalenon græce: latine vero gradatus: & ista diuissio sumitur ex pte laterū. Ex parte aut angulorū diuiditur in orthogoniū qui habet vnū angulum rectum: & in ampligonium qui habet vnū angulum obtusū & duos acutos. & in exigoniū qui habet omnes angulos acutos. Dicitur etiā



SECYNDI LIBRI GEOMETRIAE.



quadrangulus ortogonius cū oēs eius anguli sunt recti. & quadrangulus dicitur isoperus cum omnia eius latera sint æqualia: & omnis figura equilatera inuenitur ab auctoribus isoperus dicta. Quadrangulus est figura plana quatuor rectis lineis contenta. Quadrangulorum alius parallelogramus. i. æquedistantium laterum. alius disparallelogramus. i. inequedistantium laterum. Parallelogramorum alius est habens omnia latera æqualia: & vocatur quadratus vel quadratum. alius tantum oppositorum laterum æqualium: & vocatur altera parte longior. Quadratorum alius ortogonius: & vocatur proprie quadratus. Alius inequalium angulorum: & vocatur helimalim quia habet semper oppositos angulos æquales sicut demonstrabitur. Altera parte longiorum alius orthogonius qui ab aliquibus tetragonismus appellatur. alius inequalium angulorum & vocatur similis helimalim: & dicitur similis helimalim: quia habet opposita latera & oppositos angulos æquales. Omnes vero quadranguli non æquedistantium laterum sunt helimalim. i. irregulares figure: & istæ irregulares nominantur non quia aliæ omnes sint regulares: quoniam solus quadratus est regularis in genere quadrangulorum. sed quia istæ figure plus irregularitatis habent quam alii quadranguli equedistantium laterum. Circuli vero definitio data est prius: resumendo tamen breuiter definitionem circuli. dico quod circulus est figura plana ex medio æqualis: sicut sphaera est figura solida ex medio æqualis. ut dicit Aristoteles. 7. metaphisice. quia habet omnes lineas a medio ductas æquales: & 5. metaphisice dicit quod circulus est figura agona. i. sine angulo: qui circulus quia figurarum vniformissima & specialissima diuisionem non recipit in species: sicut neque aliqua regularis figura: sed diuiditur solum quantitativa diuisione in portiones. Omnis autem portio circuli aut est semicirculus aut portio maior semicirculo aut eo minor. Semicirculus est figura plana diametro & medietate circumferentiæ contenta. Portio vero circuli ut distinguitur contra semicirculum est figura plana vna linea recta extra centrum cadente & parte circumferentiæ contenta: & hæc quidem linea recta corda dicitur. pars vero circumferentiæ arcus nominatur. cum igitur circulus sic diuisus fuerit per corda in portiones duas: portio in qua cadit centrum dicitur maior semicirculo. portio autem in qua non est centrum minor semicirculo appellatur. Est etiam alia diuisio circuli in sectiones. sectio circuli est figura quæ sub duabus a centro ductis lineis rectis & sub arcu qui ab eis comprehenditur continetur. angulus enim qui ab eis lineis ambitur supra centrum consistere dicitur. Angulus semicirculi dicitur quem diameter cum circumferentiâ constituit. Angulus portionis dicitur quem corda cum arcu constituit. Angulus contingentie dicitur quem linea circumferentiæ contingens constituit. Circulum autem linea contingere dicitur quæ circumferentiâ tangit: & in vtraque parte protracta non secatur circulum. hæc sunt quid nomen de partibus circuli: modo de ipsis circulis dicendum est. Circuli se contingere dicuntur qui se contingentes se inuicem non secant. Cōcentrici circuli dicuntur qui super idem centrum describuntur. Eccentrici vero dicuntur quorum centra distant cum sit sit circulus intra circulum. & hæc definitiones nobis sufficiant.



q illa 2 conclusio petit dnam lineam alteram orthogonaliter secare. Sicut modum quod illud fiat factu ali
 qualine a recta ponas pedem circini in bno puncto eam ipsam terminantem et facies verus partem bno
 lineae superioris et inferioris / fragmentis circuli et ponas pedem circini non variati in altior
 termino lineae et facies CAPVT SECVNDVM. deorsus eandem partem quam prius aliud circuli
 fragmentis postea veritas circunqz at aliam lineam partem super eodem puncto et facies alia
 Caput secundū de passionibus triangulorum excerpens pauca
 ex primo libro geometriæ Euclidis.

EQVENDO ordinē naturalē figurarū prius fuisset agendū de circulo et apmde contactus duoz fragm
 s cults q de aliis speciebus: tū quia circulus vnica linea cōtinetur: aliæ entoz at punctum contactus
 vero figuræ sicut sunt polygonæ ita & polilineæ. i. pluriū linearū: alioz facies lineam rectam
 vnū aut prius est multitudinē. tū quia circulus est figurarū perfectissima. sim
 plicissima. regularissima. pulcherrima. capacissima. & si vis addere: quod pro
 prie ad physicū pertinet: ipsa est ad motū aptissima: aliæ vero figuræ in pdis
 tis oibus valde a circulo deficiunt. sed quia multa sunt q de circulo demonstra
 ri nō possunt nisi ex demonstratis circa figuras rectilineas: quarū prima est tri
 angulus: ideo necessariū fuit q permutarem ordinē: quēadmodū fecisse iue
 nitur euclides. De triangulis igitur sit hæc prima Conclusio.

Si vnus angul⁹ vni⁹ triāguli æqualis fuerit vni angulo alteri⁹ triāguli: fuerit
 q duo latera distū angulū cōtinentia æqualia duob⁹ laterib⁹ alteri⁹ similē an
 gulū cōtinētibus: residui anguli vni⁹ residuis āgulis alteri⁹ equales erūt: basis
 vni⁹ basi alteri⁹ æqualis erit: totusq triāgulus totū triangulo æqualis.

Istam conclusionē primā pono: q nō dependet nisi ex vltima cōmuni sciētia. ponā enī vni⁹ triāgu
 super alteri⁹: quorū vnus sit a b c alius d e f. et applicabo angulū d angulo a q per ipotesin sunt equa
 les in dineris triangulis: ergo latus d ferit super latus a c et latus e sup latus a b. si aut nō: erit an
 gulus d maior aut minor angulo a vel e cōuerſo qd est cōtra ipotesin. est ergo latera laterib⁹ sint eq
 lia: erit necessario basis e f super basim b c. et per pns totus vnus triāgulus erit super totū aliū trian
 gulum nec excedens nec excessus: alioquin due recte linee superficiem clauderēt ille. i. quas nō tange
 ret basis trianguli. vel forte loquitur de illa superficie q remaneret inter duas bases triangulorū: qz
 vel vnus illorū triangulorū cōtaret ex duabus tāti lineis separata ab eo sua basi: vel inter duas ba
 ses illorū triangulorū: q sunt linee recte cōterminē inter eadē duo puncta. remaneret superficies vndi
 qz clausa. qd est incōueniens cōtra quintā petitionē. et ita illi duo triāguli erūt equales sibi inuicē scd⁹
 totū et secūdu partes per vltimā cōmunē sciētiā. Ex ista. pcedam vltius ad ostendendū equalitatē
 inter angulos eiūsdē trianguli per equalitatē laterū. et sit hæc secūda cōclusio.

Secunda conclusio.

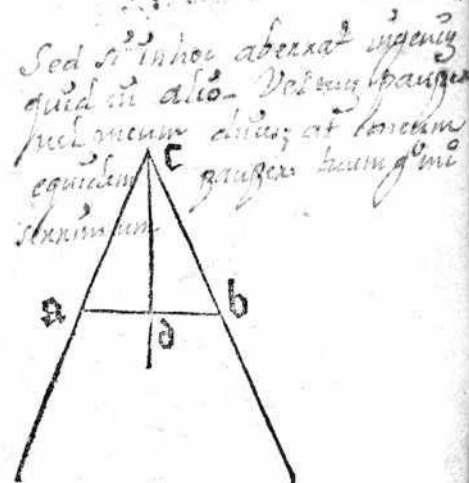
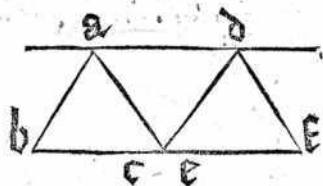
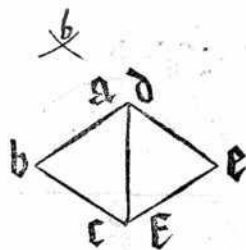
Omnis triāguli duum æqualium laterū angulosqui super basim sunt equa
 les esse necesse est: & similiter angulos qui sub basi constituuntur: si ei⁹ prima
 latera directe protrahantur.

Hec est quita cōclusio pmi euclidis. et vocatur admirabilis eleusuga. i. fuga miserorū: qm miseri inge
 nio cum ad eandem perueniunt: fugam capiunt. sed ne detur fuge occasio ostendam eam breuiter et
 ostensione leui que sufficit adscitenti: et erit mediū demonstrationis q talis triāgulus diuiditur:
 vel diuidi potest in duos triāgulos equales. Sit ergo linea a b basis cui insit lineā c d secans eaz
 orthogonaliter. id est ad angulos rectos: et per equalia in puncto d. et ducantur latera c b et c a que
 sunt equalia: eritq triāgulus duum equalium laterum a b c. et anguli super basim sunt angulus b.
 et angulus a quos dico esse equales. Triangulum enim totalem diuidam per equalia per lineam c d
 perpendicularē in duos triāgulos partiales qui sunt triāgulus d c b et c d a. eritq angulus c
 d b in primo triāgulo equalis angulo c d a in secundo triāgulo: quia vterq eorū est rectus et la
 tera istos angulos cōtinentia sunt equalia ex ipotesi: et latus b d est equale d a. et latus c d est cō
 mune: quare per pmiā conclusionē residui anguli vni⁹ residuis angulis alterius erunt eq
 les: puta angulus a c d et b c d. et iterum anguli a et b quod fuit propositum. Patet etiam q anguli
 sub basi. similiter sint equales: quoniam duo anguli qui sunt apud a. sunt equales duobus rectis per
 primā de lineis rectis: similiter duo anguli qui sunt apud b sunt equales duobus rectis: ergo dē
 pris superioribus qui sunt equales. vt probatum est. relinquitur equales esse qui sunt inferius per
 sextam communem sciētiā. Ex ista demonstratione patet q triāgulus equilaterus est equian
 gulus et cōuerſo: quia equalitas quorūlibet duorum laterum concludit equalitatem angulorū
 sibi cōrespondentium: et ex ista sequitur conclusio tertia. scilicet quod ex habitudine angulorum ac
 citur habitudine laterum inter se.

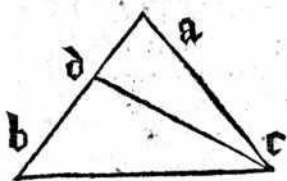
Tertia conclusio.

Biii

pute corollarium nam supponamus a. b. c. triāgulum duum de prisib⁹ esse equilaterum bonese
 quoniam est equi laterus et quibet duo latera inter se sunt equalia et latus a. b. est equalē lateri a. c.
 et lateri b. c. et ita sequitur. ab. et b. c. sunt equalia latera et angulus a est equalis ang
 ulo c. q sunt anguli super basim et iterum sequitur per eandem mediū latus c. a. est equalē
 lateri c. b. et anguli a. et b. sunt equalia et vltra est equalis angulo a. p primā et an
 gulo b. est equalis angulo a per secundam ergo post q sunt equalia vni⁹ textis sine
 equalia inter se concluditur q si latera tri anguli sint equalia etiam anguli sunt equalis



SECYNDI LIBRI GEOMETRAEI.



Omnis trianguli lōgius latus maiori angulo oppositum est: & conuerso.

¶ Erbi gratia: si in triangulo a b c angulus a sit maior angulo c ⁊ angulo b: erit latus c b maior, la-
tere a b. Quod si nō: aut igitur erit minus aut equale. si equale ergo per precedentem angulus a erit
equalis angulo c. qđ est contra ipotēsīm. Si aut lat^{us} b c est min^{or} ⁊ a b mai^{or}: refectet ad equalitatē ei^{us}
scđ b in puncto d. sitq; latus d b equalē c b: ergo p^{er} premissam erit angulus b c d equalis angulo b
c. sed angulus b d c est maior angulo d a c. qđ est extrinsecus ad eū in triangulo d a c. ergo angul^{us} d b c
b qui est equalis ei erit maior eodē d a c. sed a ponebatur maior toto c. ergo angulus b c d. est maior
toto c. quare maior est pars suo toto scilicet qđ est impossibile. Et sequitur cōuerso hoc latus est ma-
ius: ergo angul^{us} ei opposit^{us} est maior: qđ facile ostendit ex pōi cōuersa. Sūt tres cōclusiones sunt de
triangulo scđ3 se cōsiderato: nōc ponā aliquas cōclusiones de triangulo. put est pars aliarū figurarū:
⁊ primo. put describitur in circulo ⁊ est pars circuli. ⁊ sit hęc pīma conclusio.

Quarta conclusio.

Omnis trianguli in femicirculo super diametrum collocati angulus apud circumferentiam existens rectus est.

Ad pbo sic: sit triangulus ab c super diametru a c constitutus: dico q angulus b est rectus in quacqz parte circulerentie ponatur: prahā enī ab ipo angulo in centrū lineā b d: τ erunt duo trianguli qui libet duū equalis laterū per diffinitionē circuli: eruntqz in vno illorū duo anguli equales inter se. scz a τ b per secundā hūs capituli. similz τ in altero triangulo b d c erunt equales per eandē. sed angulū b d c est equalis duobus primis scz a τ b: qz est extrinsecus ad eos in triangulo a d b. τ angulus a d b est equalis duobus secundis scz b τ c. qz extrinsecus est ad eos in triangulo c d b. quare duo anguli qui sunt apud d sunt d upli ad duos angulos qui sunt apud b. qz valent eos τ angulos a τ c q̄ sunt eis equales: sed duo anguli apud d sunt equales duobus rectis per primā capituli de lineis. ergo angulus b totalis est rectus: qm̄ est medietas illorū quattuor: qui valent duos rectos. Aliter ostendit idē τ b: eucl? habita eadē dispositione figure: prahatur c b vsqz ad e exterius. eritqz angulus a b c. equalis duobus angulis a τ c. sed duo anguli intrinseci apud b sunt equales duobus angulis a τ c. vt deducit̄ est. ergo angulus a b c est extrinsecus est equalis duobus angulis intrinsecis apud b. hoc est totali angulo b. ergo vterqz eorū est rectus per diffinitionem anguli recti. scz. tam e q̄ b.

Quinta conclusio.

Omnis triangul⁹ in portione circuli super cordam locat⁹: si sit portio circuli semicirculo maior: erit angulus apud circūferentiā existens recto minor: & si sit portio semicirculo minor: erit angul⁹ apud circūferentiā recto maior: & vniuersaliter q̄to portio maior tanto angul⁹ minor. & e conuerso.

¶ 2^a p^o sic. sit portio semicirculo maior a b c corda a c. dico q^d angulus b trianguli a b c collocati sup^{er} corda qui est apud circiferentiam: est recto minor. Ducatur eni diameter a d e super centrū d t. lineae b d e ducatur: t q^d per premissam angulus b totalis est rectus: quare angul^{us} a b c est minor per secundā cōmūnē scientiā cū sit eius pars. sicut ptz sensu. Secundā partē ostendo sic: sit portio semicirculo minor a b c corda a c. dico q^d angulus b trianguli locati super hanc cordā: est recto maior. ducatur eni per centrū d diameter a d e. ducaturq^{ue} linea b e. critq^{ue} per premissam angulus a b e rectus quare angulus a b c erit maior recto. cū angulus a b e rectus sit eius pars per secundā cōmūnē scientiā. Tertiā pars ptz accipiēdo portiones maiores t minores semicirculo: t sit portio a c d maior portioē a c b dico q^d angulus a c d minor est angulo a c b. q^d est pars eius. similis se habet de alijs portioib^{us} minorib^{us}. Si velis aduertere in hys duab^{us} p^optōib^{us} habes differētiās triāguloz. scilicet orthogonij. apligonij. t erigonij. s^{ed} de alijs differētijs triāguloz nūc dicem^{us}. s. ysopteri. ysochelis t ansochelis.

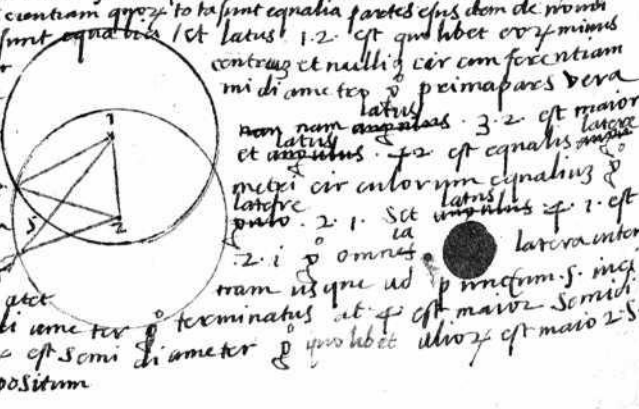
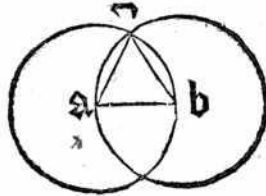
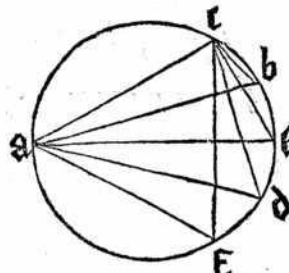
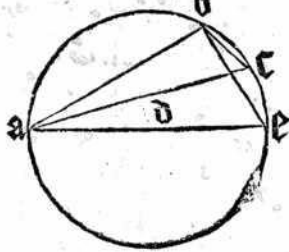
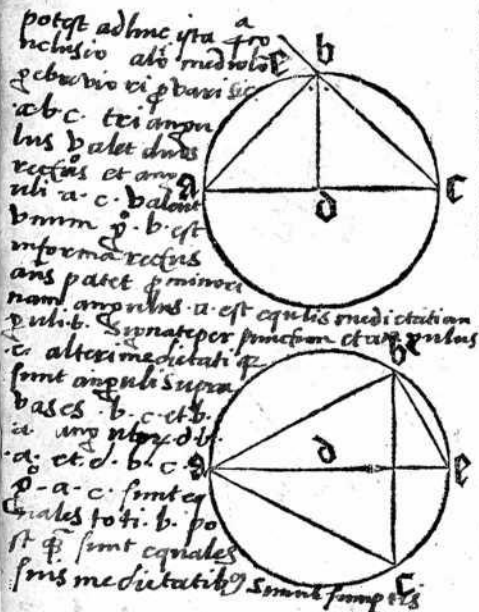
Sexta conclusio.

Omnis triangulus cuius vnū latus est semidiameter duorū circularū: & angulus oppositus est apud sectionē eorū ē est equilateralis.

Accipiamus a b lineā & super a punctū describam⁹ circuli occupando totā lineā a b. Itē super punctū b describatur alter circulus equalis: ita q̄ lineā a b sit semidiameter duorū circuloz: & a communī sectione illorū circulozū que sit c ducantur due lineē scilz c b. & c a. dico tunc q̄ triangulus iste a b c est triangulus equilateralis. Nam per definitionem circuli lineē a b & c a sunt equales: quia videntur a communi centro ad circumferentiam. item c b et b a sunt equales pari ratione. ergo omnes erunt inter se equales per tertiam communem scientiam.

Septima conclusio.

Omnis triangulus cuius vnū latus est minus semidiametro duorum circulo
rū terminatū ad eorū centra: & cui⁹ oppositus angul⁹ est in sectione eorū de:

[illegible]

CAPVT TERTIVM.

est triangul⁹ duorū tantū equaliū laterū: & cuius oppositus angulus est extra sectionē eorundem est oīm inæqualium laterum.

Et sit linea d a b e. & describatur sup a punctū circulus secundū quantitātē lineæ a b e. item super b punctū describatur alter circulus equalis scdm quantitātē lineæ b a d. & inter seccent se in pñcto c. dīco qd lineæ a c & b c sunt equales: qm sunt semidiametri circuloꝝ equaliū: & qd a b lineæ sit minor eis: pñ qd cū veniat a centro non attingit circūferentiā: sicut a c & b c. ergo est minor eis. pñ ergo qd triāgulus a b c est duorū tantū equaliū laterū. & sic erit ysocheles. ¶ Rursus sit alius triangul⁹ a b f. e t sit pñct⁹ f extra sectionē: dīco qd oīa latera sunt inæqualia: nā latus b f cū sit equalis b d. qd semidia- meter eiusdē circuli: erit maius latere a b. & latus a f. cū sit pl⁹ qd semidiameter equalis circuli est mai⁹ latere b f. nā a g est b f equalē. qd semidiametri duorū circuloꝝ equaliū: quare oīa latera sunt inæ- qualia. ¶ Hunc ponam conclusionē de triangulo. prout est pars quadranguli.

Octava conclusio.

Quilibet duo triangulī in superficie equedistantiū laterum iuxta lineam diagonalem accepti sunt æquales.

Est enī linea diagonalis que ducitur ab angulo ad angulū: & si est in quadrato: vocatur diameter. istō ostēdā in quadrangulīs qd sunt altera pte lōgiores equaliū laterū i quib⁹ min⁹ vñ sit g h m oī figu- ra a b c d. ducā f ab āgulo ad āgulū lineā. c. b. dīco qd triāguli a b c & c d b sunt eqles. nā āgul⁹ b supior & angul⁹ c inferio sunt equales. qd coalterni inter equedistātes lineas a b & c d. & latera cōtinentia istos duos angulos sunt equalia: qd lineā c d equalis est b a. & lineā b c est cōmunis: quare residui an- guli sunt equales: & tot⁹ triāgulus toti triāgulo equalis est p primā cōclusionē hui⁹ capli.

Nona conclusio.

Si duo triangulī super bases æquales atq; inter duas lineas æquedistantes ce- ciderint: æquales erunt necessario.

Sint duo triangulī a b c & d e f inter lineas æquedistantes. dīco eos esse equales. Et si qdē similiter ca- dat lineā d e inter equedistantes sicut cadit lineā a b nō est difficile arguere ex prima huius capituli: qm anguli equales erūt a b c & d e f & latera tales angulos cōtinentiā sunt equales: qm bases sunt æ- quales ex ipotēsi: & similiter lineæ que inter lineas æquedistantes veniūt sunt equales. & tūc sequit⁹ ppositū ex prima huius capituli. Sed si in triangulo a b c. angulus b sit rectus: & in triangulo alio d e f angulus e nō sit rectus: dīco qd tunc similiter sequitur qd triāguli sunt eqles si sint inter equedistā- tes lineas & supra bases equales: diuidā enī superficiē d e f i duo media p lineā d m. & ducā equedistā- tes lineas equaliter e k & f l. & ducā c n equedistantē a b. habēbo itaq; duas superficies paralelogra- mas a b c n & k e l f quas suppono esse equales. qd oīa latera sunt equalia: erit igitur superficies k e l f diuisa in quorū triāgulos eqles p pñctū l: & a b c n tñ i duos eqles. qd duo de illis valēvñt de istis sed triangulus d e f cōtinet duos de illis: igitur est eqlis triāgulo a b c qd est medietas alteri⁹ superfi- cieī paralellogramē: & hoc est qd volui ostendere. ¶ Iste novē cōclusiones ad pñens de triāgulo suffi- ciant: quarū noticiā necessaria est in methaphisica & logica & naturali sciētia apud Aristotēlē.

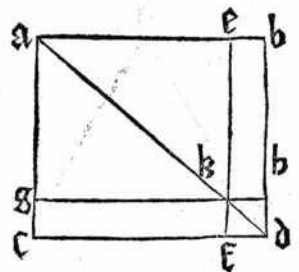
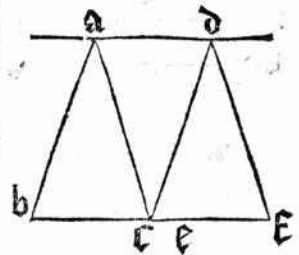
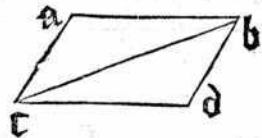
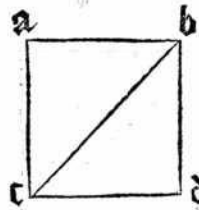
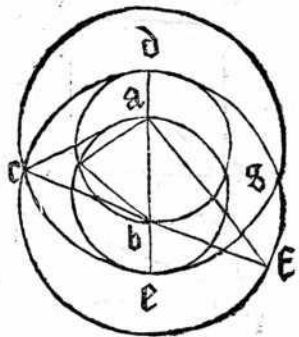
Caput tertium de quadrangulīs: correspōdens. 2. libro Euclī

dīs: in quo primo ponitur vna propositio.



VNC dicendū est de quadrangulīs de quibus paucas ponā cōclus- siones: quib⁹ premitto vnā descriptionē qd & premittit euclides li- bro. 2. de gnomone & de supplementis: vt præsciatur qd significat⁹ per terminos: & est talis. Omnis paralellogrami spaciū ea quidem que diameter secat per mediū paralellograma circa eandē diametrū cōsistere dicūtur. Eorum vero paralellogramorū quæ circa eandē diametrū consistūt: quodlibet vnū cū duobus supplementis gnomō noīatur. Diuidatur ergo. a. b. c. d. paralellogramū per diametrū a d & in puncto. K. in diametro: seccent se orthogonaliter duæ lineæ. e. f. & g. h. æquedistantes a duob⁹ laterib⁹ paralel- logrami scz. b. d. c. d. erit qd totū paralellogramū diuisū in quattuor paralelo- grama: quorū duo dicūtur cōsistere circa eandē diametrū. a. d. qd diameter diui- dit i triāgulos. reliqua dicūtur supplementa scz. g. K. c. f. & c. K. b. h. tria autē pa- ralelograma. f. duo iā dicta supplementa cū alterutro eorū qd secant p diametrū gnomonē pficiūt. igit⁹ hoc supposito cū diffōnib⁹ & diuisiōib⁹ p mī capli. hui⁹

B lūi



et nota qd gnomonē
sermo de equali-
tate in dāto re an-
pulo vñm qd sit
nullus triāgulu-
lus est maior alio
cū maximus tri-
angulus non heat
angulos maius
eqūp alētes pñ-
q dno h⁹ rectus est
mī mī tri anguli totidē rectis equi dīcant
set lo quim de equalitate. l. in equalitate totius spaciū
interlecti lateri pñas dñi g et aliorū et hoc idē scias mō
mōn dēre quando lo quim de equalitate. l. in equalitate quadra-
nguloꝝ & aliorū figurarū

SECYNDI LIBRI GEOMETRIAE.

libri accedo ad cōclusiones in hoc caplo demonstrādas. & sit hęc priā cōclusio.

Prima conclusio.

Omne parallelogramū vnaquęq; diameter diuidit p mediū & per æqualia. Ita p; statim ex penultima pcedētis capli. nec op; p; insistere. sūm nō plac; reducere eādē ad reliqu; tūc poss; reduci i vltimā cōz sciētā sic reducta ē pma capli de triāglis. & sūr pma de circulis reducta.

Secunda conclusio.

Omne parallelogramū angulos ex aduerso collocatos habet æquales.

Si sit ortogonū p; q; tūc oēs āguli sūnt eqles p tertiā petitionē. Si autē sit eqūlū āgulozū: & sūnt a b. & c d. latera equedistantia: ducat linea diagonaliter a d. tūc anguli d superior & a inferior æquales: q; coalterni. item d inferior & a superior æquales erunt similiter: q; coalterni p cōparationē tū ad lineas equedistantes. ergo a totalis est equalis d totali: & sūnt ex aduerso collocati. igitur zc. Ex quo vlt; terius sequitur q; b & c sūnt æquales. nā q; duo anguli supioris triāguli sūnt æquales duob; angulis triāguli inferioris: sequitur q; residuus sit equalis residuo p sextā cōm sciētiam, Si ab equalib; p;

Tertia conclusio.

Omnis parallelogrami spaciū eorum: q; circa diametrum sūnt: parallelogramorū supplementa æqualia sibi inuicem necesse est esse.

Disponatur parallelogramū a b c d diuisum in. 4. parallelograma. & p oia resumatur sicut prius. dī co q; duo parallelograma q; dīcuntur supplementa per oia sūnt æqualia inter se. sūnt enī duo triāguli a d b & a d c æquales p primā capituli hui; ex istis auferā æqualia. s. triāgulos k d h & k d f qui sūnt æquales per primam huius capituli. similiter auferā ab eisdem: puta a k & a k g. qui similiter sūnt æquales per eandē. ergo per sextā cōceptionē que remanent sūnt æqualia. s. duo supplementa. C; h; tres cōclusiones concludunt de omnibus superficiebus equedistantiū laterū: siue sūnt recti anguli siue non zc. sed sequentes specialiter. erunt de quadratis & de rectis angulis.

Quarta conclusio.

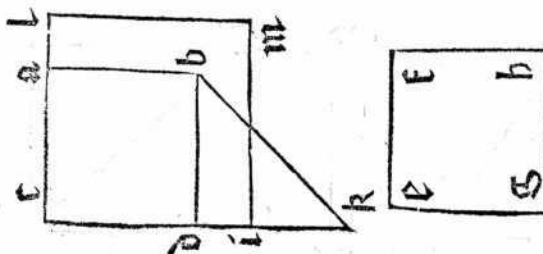
Quadratum quod a latere triāguli recti anguli eius recto angulo opposito describitur in se ducto: equum est duobus reliquis quadratis. qui ex duobus reliquis lateribus conscribuntur. Ex quo sequitur q; quadratum diametri ad quadratum costę est duplum.

Istam cōclusionē ostendo de lateribus quadrati & diametri q; faciunt ylochelem: q; ad hoc tēdit speci aliter ppositio vt p; per applicationē correlarij factā. sit igitur hui; ylocheles a b c. & sūnt a c & b c latera equalia & a b sit latu s maximū: q; maiori angulo oppositi: dico ergo q; quadratū hui; maximū lateris s; a b est equalē duobus quadratis reliquorū laterū: s; quadrato a c d f q; est quadratū lateris a c & quadrato b c g e quod est quadratū lateris b c. Est enī quadratū a b d e diuisū in quattu or triāgulos æquales per duas diagonales a e & b d quorū duo sūnt medietates aliorū duorū quadratorū in scilz triāgulus a c d & triāgulus b c e sicut vides: sed triāgulus principalis a c b & triāgulus ei oppositus puta c d e sūnt æquales alijs duabus medietatibus quadratorū minorū que sūnt extra quadratum maius. q; oēs isti in sex triāgulos diuisi sūnt æquales vt p; ergo quadratū magni lateris a b equalē est duobus quadratis residuorū laterum. vt dicit prima pars theorematīs. & p p; idē quadratū est duplum ad quadratū alterius lateris: ad qd se habz sicut diameter ad costā: & ita quadratū diametri est duplū ad quadratum costę vt dicit correlarium.

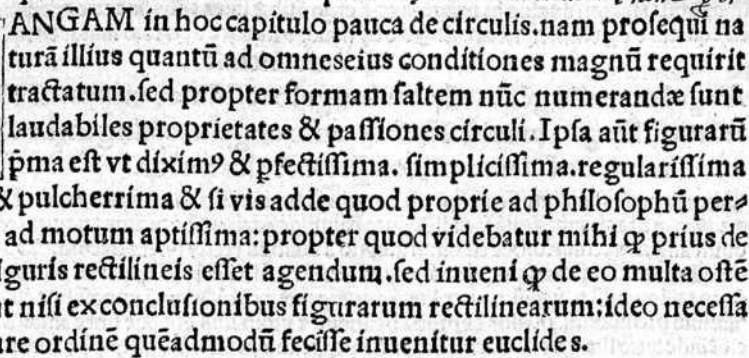
Quinta conclusio.

Propositis duobus quadratis siue æqualibus siue inæqualibus alterum illorū reliquo gnomonice circūscribere contingit.

Accipiam duo quadrata equalia & in illis ostendā intentū. sit primū quadratū a b c d. secundū sit e f g h: & sūnt equalia: volo circūscribere secundū primo gnomonice: p; a; a; tūc ergo c d vltra d vsq; ad k scdm quantitātē g h sitq; linea protacta d k equalis g h. cū igitur angulus d exterior sit rectus sicut & interior d. ergo p p; p; quadratū ex b k erit equalē duob; quadratis s; lineaz b d & d k. ergo factū hoc rescindā de lineā c d ad quantitātē b k: sitq; c i ad equalitātē b k. deinde a p; c i erigā perpē diculariter equalē lineā c i. vsq; ad m. & erit secundū latus quadrati qd querimus: & tūc ducā tertiū latus m l. & post coniūgā l cum a c. & habebō quadratū c i l m. & hoc est quadratū lineę b k. & est equalē quadrato lineę b d: & quadrato lineę d k per pmissam. Tūc arguā sic. hoc productū quadratū est duplum ad duo predicta: sed primū remanet in sua propria forma: ergo illud quod est additū est equālis quantitatis quadrati secundū. sed non est additū nisi gnomonice: ergo quadratum secundū quadrato primo est gnomonice circūscriptū. Et si circuli quadratura scita esset: possent duo circuli ad seipsos addi: & alter alteri circūscribi. de modo autē in fine hui; geometrie dicemus.



Caput quartum de circulis: correspondēs. 3. libro euclidis.



Circuli quorum diametri sunt æquales: ipsi quoq; æquales erunt.

Secunda conclusio.

Tertía conclusio.

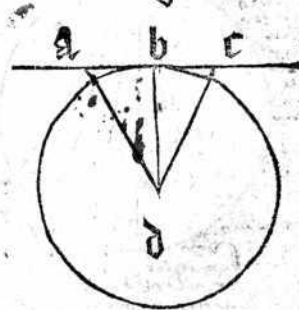
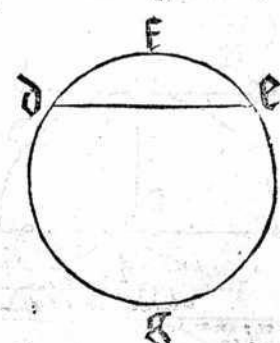
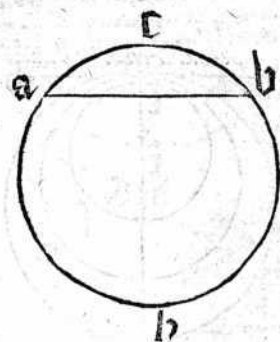
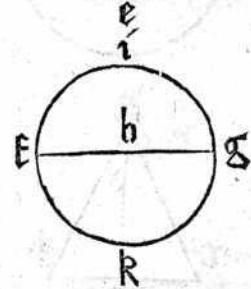
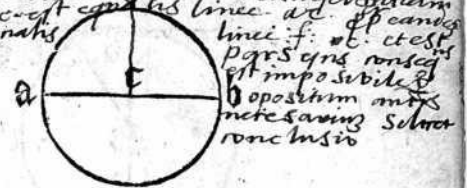
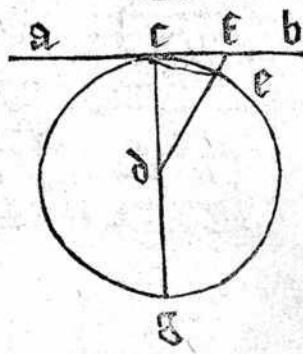
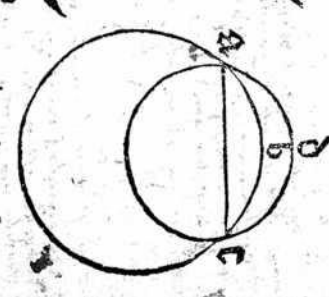
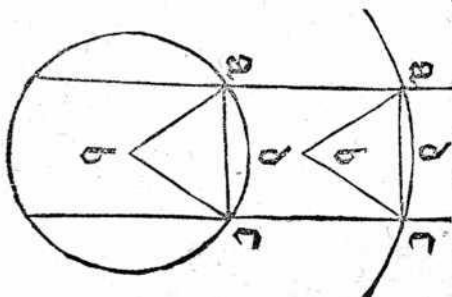
Sit maior circulus a b c circulo a d c. sitq; a c corda. dico q; corda a c abscondit maiorem portionem de cir-
culo a d c q̃ a circulo a b c. pbatur. applicetur enim circulus minor ad maiorem ⁊ secet eū in duob⁹ pū-
ctis a ⁊ c: corda ergo a c abscondit a maiori circulo arcū a b c. a minori vero tantū ⁊ amplius: q; super-
ficiem a d c que est maior q̃ est superficies a b c. igitur ⁊ portio minoris maior est portione maioris:
per eandē communē scientiā. Ista ppositio sumitur in naturalibus ad pbandū rotunditates celicenti-
aque: nā dicunt phil⁹ q; idē vas in numero plus capit in celario q̃ in folario: ⁊ generaliter plus infe-
rius q̃ superius: qd nō est verū nisi de aqua que rotunda supereminet vasi. Sunt autē iste cōclusiones
de portionibus circulorum: nunc accedam ad angulos eorum: ⁊ p̃mum ad angulum contingentie:
premittendo duas cōclusiones de linea contingentie. ⁊ sit prima ista.

Quarta conclusio.

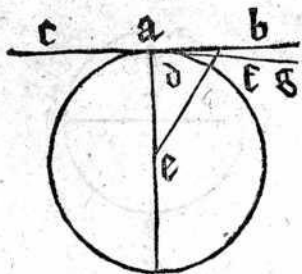
Quia si eum in linea contingat ducā ad terminos lineę quā contingit scz a c et a centro circuli qđ sit d lineas a b et c d. et ducā b d in mediū: et erunt duo trianguli a d b et d b c. tunc arguitur. aut lineę b d incidit super a c lineam orthogonaliter. aut nō. si sic: ergo in vtroq; triangulo angul⁹ apud b rectus est: et per pñs in illis triangulis latera a d et c sunt maiora b d. qz maiori angulo opponitur. per tertias capituli de triangulis. Si non incidat orthogonaliter vnus angulus quē facit b d. obtusus est: et ei ob tuso in suo triangulo maius latus opponitur p eandē tertią de triangulis: ex quo sequitur q tres li: nec venientes a centro d vsq; ad puncta b e a. nō sunt equales: sed tamen illa puncta sunt pñcta circum ferentie. igitur lineę venientes a centro ad circumferentiam non sunt equales: quod est incōueniens: et cōtra diffinitionē circuli: ergo concluditur qđ contingit in puncto c non in lineā.

Quinta conclusio.

Sit linea a b contingens circuli e g. cuius centri sit. d ⁊ contingat in puncto c qui est terminus dia-
metri c d g dico hanc diametrum esse perpendiculariter super lineā contingentē a. b. nā si non est ppēdi-
culariter ad ipāz sit d f ppēdiculariter sup eā q̄ secet circūsentia in pūcto e. erit vtq; angulorū q̄ sunt



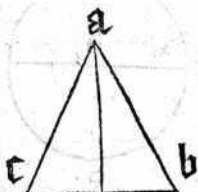
SECYNDI LIBRI GEOMETRIAE.



apud fretus per diffinitionē anguli recti: quare per tertiā de triangulis linea $c b$ est maior linea $d f$ scilicet opposita maiori angulo in triangulo $c d f$. ergo quilibet linea equalis lineæ $d c$ erit maior $d f$. sed $d c$ linea est equalis $d c p$ diffinitionē circuli. $g d$ e est maior $d f$. quare τ ps toto maior est: qd est impossibile.

Sexta conclusio.

Angulus contingētiæ est omni angulo rectilineo minor: tñ est diuisibilis in infinitū. Ex quo manifestū est q̃ tanto angulus cōtingentiæ est maior: q̃to circulus minor & tanto minor q̃to circulus maior.



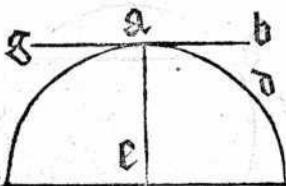
nam tunc vnus amonitus re^{du}ctus est pars a
terre et ita minor^{na} est impossibile h^{ic} parte
nam est a radens super^{na} c. b. facit
vnos rectos q^{ui} p^{er}pendit illa et ita rectus
cum sit diuine^{re} p^{er} se
p^{er} eadem est a^{ra}
dit personam u^{er}
n^{on} super^{na}
facit et ita
omn^{is} illa amon
bus rectos quos
vnus s^{ed} est a^{ra}
et pars est a^{ra}
q^{ui} est rectus p^{er}
angulus rectus
et pars alterius
rectet ita minor^{ex}



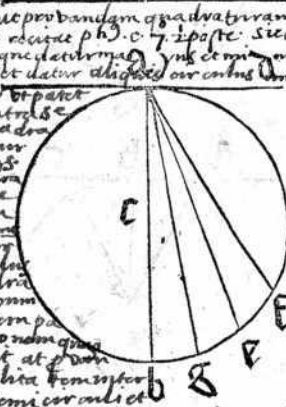
¶ Prima pars ostenditur sic: sit linea b c contingens circuli a d in puncto a qui est terminus diametri a c. dico qd ille angulus que facit illa linea contingens circuli q dicitur angulus contingens est minor omni angulo rectilineo: hoc est omni angulo a duobus rectis lineis contento. Probatur hec p hunc modum: quia inter lineas continentes anguli acuti rectilinei quilibet parvis pot capi linea recta diuina dens tale anguli p mediis: et inter lineam contingentem et circulerentiam impossibile est capi rectam lineam. ¶ Primum presuppositum probatur ex prima petitione et vltima: nam sunt due linee anguli continentes a b et a c. deinde duco lineam a d diuidentem angulum a per primam petitionem. dico qd a d diuidens a. aut est tertia linea distincta a lineis a b et a c. aut est alteri earum eadem. si sit linea tertia distincta ab illis: et cū sit applicata circa vtriusq earum super superficiem non directe constituit cum eis duos angulos per diffinitionem anguli plani quod est oppositum. Si alteri illarum ponatur eadem scz a c. ergo tunc due linee recte scz d a et d c superficiem clauderent quod est oppositum petitionis vltime. Secūda pars qm sit inter lineam contingentem et circulerentiam possit capi linea recta: sit a g ad quam ducatur perpendiculariter e f facies cum a g duos rectos: non enim pot e a ppendiculariter esse sup a. g. q. sup a b cadit e a ppendiculariter: et p pns angulus g a c est acutus: sit igit e f perpendiculariter super a g eritq angulus. e f a rectus per diffinitionem anguli recti: quare per conclusionem tertia capituli de triangulis in triangulo a e f. erit a e latus maximum. ergo e f erit minor a c. et per pns erit minor e d que est equalis a e. scy argutus est in premissa: quod est impossibile: constat igitur q linea a c secat circuli et perpendiculariter linea e f cadit super partē lineę a g directe. ¶ Pars secūda patz scz qd angulus contingens est diuisibilis in infinitum. licet eni non possit diuidi per lineam rectam. pot tñ diuidi per lineam curuam qualis est linea circulerentia. et hoc patz: notrahendo a e diametrum in continuum et directum et super diuersa centra in eo sita describendo diuersos circulos oēs se contingentes in puncto a. ita angulum contingens g b diuidit circulerentia a h super centrū s descripta: et anguli contingentes h a a b diuidit circulerentia a i super centrū d et sic in infinitum dampnando in diametro a d et describendo circulos se contingentes in puncto a. Et ppter hoc dicit campanus. li. 3. co. 15. qd quilibz angulus rectilineus in infinitum quolibz angulo contingens est maior. Corollarium patz qd linea contingens a b cum minori circulerentia constituit angulum a g b maximum: et cum maiori a i b minimum.

Septima conclusio.

Angulus semicirculi est omni angulo rectilineo acuto maior & omni angulo recto vel obtuso minor: & tamen est augmentabilis in infinitum. Ex quo manifestum est qd angulus semicirculi est angulo recto rectilineo minor & acuto rectilineo maior: sed æqualis nūq̃ poterit esse.



habet arpone
nihil quod fecit
ebat bison ut probandum quod aduivram
cir onli sicut requat ph. c. 7. ipse sic
cendo ubi em quod aduivram onli em m
datur equales et datur diliget cor onli
ior graduato et patet
de cir cubo interdu
romenent quod d
tum et datur
otum circuli
minor quod d
to ut patet de
cir cubo inter
quod datur m
tibus p datur
ali quod cor onli
equales quod d
to quod arpone
catum candem p
tetur so budo nam qu
hic quo s fit ad p
dam equa hia femper
arponem. Sicut cor onli et
arponem recte lineam nam maior ut
recte falsi est et solum est vera ut
pior comparatio et p pitor maioris de
mi no ritas quod est falsum nam de qua
drato et cir onli et de arpono semia
onli et recte linea cum non sint eius
speciei. Sed dicitur datur nam cor b
et recte lineam genera sunt sub di
s alium cum sub e habeant spes
talia non est p pira rom paratio y
fit in spe aroma sicut dicit ph



Prima pars patet per primam partem premisse. figura enim hic disposita sit sicut prius eodem modo: dico quod angulus a et d qui est angulus intrinsecus ex diametro et circumferentia contentus: vocatur angulus semicirculi: et est omnium acutorum maximus. quoniam angulus b et e est rectus per quintam huius: et per primum angulus semicirculi non differt a recto nisi in angulo contingente qui est minor: omni angulo acuto rectilineo: per primam partem premisse: sed omnis rectilineus acutus differt a recto in plusquam angulo contingente. igitur angulus semicirculi est maior omni angulo rectilineo acuto: et est minor recto. ut constat. et per primum minor est obtusus: et sic patet prima pars. Secunda pars patet per secundam partem premisse eodem modo disposita figura sicut prius. patet quod extendendo centrum semper est angulus contingente minor: et ita per primum erit angulus semicirculi semper maior. nam maior est d et i quam d et h . et hic maior d et g . tunc si crescit in infinitum nunquam perveniet ad equalitatem anguli recti. Corollarium patet. si circulus a b super centrum c cuius diameter a b sit super a d orthogonaliter contingens circuli: dico tunc quod quicquid angulus maior angulo semicirculi debetur qui est rectilineus: puta angulus d et b et angulus minor: puta g et b . non tamen est dare equalitatem. si enim sit ei equalis sit angulus a et b . et tunc angulus semicirculi sit amplissimus omnium acutorum per primam huius: erit angulus a et b amplissimus omnium acutorum: sed angulus f et a est amplior: et a et b sit sicut totum suam partem. ergo aliquid est amplius amplissimo quod est impossibile: similiter sequeretur quod angulus contingente esset equalis et maior rectilineo. quod si angulus a et b est equalis angulo semicirculi: et angulus semicirculi cum angulo contingente est equalis vni recto angulo. tunc sequeretur quod a et d sit equalis angulo contingente. et per primum angulus contingente est maior angulo rectilineo: quod angulus a et d est maior angulo f et a . Ex isto inducit campanus tales argumentationes non valere. contingit reperire maius et minus hoc eodem demonstrato: ergo contingit reperire equalitatem. Itaque hoc transit de minori ad maius et secundum omnia

ma nō te pater q̄ sequatur a angulūm
restituētiē c̄. Equidēct minorē
hinc parat nom. s. angulūm d. a. b. q̄
equidē angulo semē cū ali. p̄ adēctō
angulūm reitipēctō cū dēctō dēctō
nō p̄tēctōm. Et alibet cū angulūm c̄.
d. quēct nōt hinc et am caput dēctō
recol. q̄ p̄tēctōm omēs partē d. a. b. q̄
est rectus p̄tēctōm dēctō d. a. b. q̄
quēct recti hinc est equidē angulū
dēctōm et ultra angulū c̄. d.
hinc Equale Set angulūm f. a. d.
est minor angulū c̄. a. d. comit
est pars p̄tēctōm cū ali. comit
entē et itē angulūm reitipēctō
p̄tēctōm nōt hinc est minor Et aliq̄
angulū recti hinc est minor et am

CAPVT QVARTVM.

media ergo per equale. tales eni consequentia non valent. prima non valet per huiusmodi correlatiu. secunda etiam non valet quod sic patet imaginemur lineam a g moueri super puncto a per circumferentia arcus b e a. ita quod punctus g mouet omnia puncta arcus b e a. quousque veniat ad lineam a d t cooperiat ipsam: et quod angulus b a d est rectus: sequitur quod transcurrente per minores angulos veniat ad maiorem in puncto d nullo angulo equali accepto angulo semicirculi. Ille qui regit solus sunt vere in quantitativus eiusdem rationis non solum de genere quantitativus: sed etiam de genere qualitativus. nam in alijs non est comparatio. propter dicta: et debet comparari linea ad lineam: superficies ad superficiem: corpus ad corpus. non linea ad superficiem: vel superficies ad corpus. Trium debet comparari linea recta ad lineam rectam: et curva ad curvam: non recta ad curvam: et superficies plana ad planam. concava ad concavam: non plana ad concavam. Ergo similiter debet comparari angulus rectilineus ad rectilineum: curvilineus ad curvilineum: mixtus ad mixtum. non autem rectilineus ad curvilineum vel mixtum qualis est angulus contingens: angulus semicirculi: et angulus portionis circuli: nisi mixtus sit nullus istorum possit adequari alicui rectilineo imo propter loquendo neque maior neque minor eo dici deberet.

Octaua conclusio.

Omnis portionis angulus semicirculo maioris recto est maior; minoris vero minor recto.

Ita p[ro]p[ter] quartā capituli de triangulis, diuidendo enī circūlū a b c per cordā b a in duas portiones circuli quārū minor sit a e b superius; maior sit a b c inferius: cū igitur eadē corda cōstituat angulos portiones maioris ⁊ minoris, dico q[uod] angulus a b e superior est minor recto: ⁊ angulus a b c inferior maior recto, bucā enī diametru[m] a d c ⁊ lineā c b ad f, erit p[er] quartā de triangulis angulus a b c rectus: quare per primā de lincis angulus a b f est rectus: sed angulus portiones minoris scz angulus e b a est pars huius recti: ergo est minor recto. Itē angulus a b c rectus est pars anguli portiones semicirculo maioris que est a b c, ḡ angul[us] portiones scz a b c est recto maior. Ex hoc p[ro]p[ter] istantia clarior cōtra argumentationes p[re]s factas q[uod] non valēt trāsi: enī de minori ad maius scz de angulo portiones minoris q[uod] est minor recto ad angulū portis semicirculo maioris q[uod] ē maior recto nō transcurrēdo t[ame]n per equale. hoc p[ro]p[ter] si in circulo a b c, cuius sit diāmeter a c ⁊ moueatur a b abscondens portione[m] semicirculo maiorē per oīa puncta arcus b c in oī puncto citra c faciet cū arcu inferiori angulū maiorē recto: ⁊ cū arcu superiore minorē recto. ⁊ in omni p[re]dicto ultra c faciet cū arcu inferiori angulū minorē recto: ⁊ cū superiore maiorē recto. vt p[ro]p[ter] hanc, sed in ipso c in parte superiori ⁊ inferiori faciet angulos minores recto: transiit enī a minori ad maius per oīa mediā: sed nō per equale. ⁊ sic in rectilineis est reperiri maiorē angulū angulo semicirculi ⁊ minorē: nō t[ame]n equalē vt ex ista p[ro]p[ter]. Itē ergo post passionē angulorū descendā super considerationē centrozū tangendo de breuiter de figuris circularib[us] cōcentricis: ⁊ sit hec prima conclusio de ista sed nona de materia circulo: um.

Non a conclusio.

Circulorum se invicem seccantium centra diversa erunt necessario.

Sint enī duo circuli a b c τ a b d. secantes se super duo pñcta a τ b. dico q̄ eorum centra sūt diuersa: si enim habuerint idē centrū necessariū erit diuidi in portione cōmunē vtriusq̄ circulo. sitq̄ illud b e τ ducātur lineæ a e τ d e: eruntq̄ per diffinitionem circuli due lineæ a e τ c b equalēs: τ per eandē diffinitionem lineæ a e τ c e erunt equalēs: quare b e d equalis erit c e. τ sic pars vno totū: cum vtriusq̄ earū sit equalis lineæ a e per tertiam cōmunem scientiam: quod est impossibile.

Decima conclusio.

Círculos se contingentes eccentricos esse necesse est.

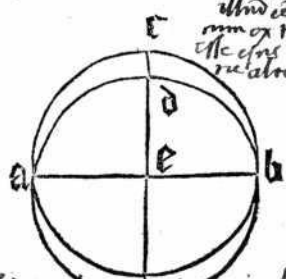
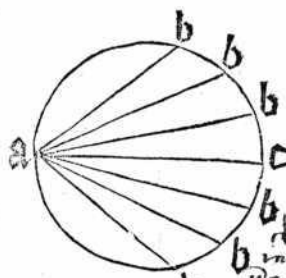
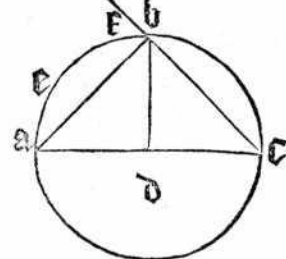
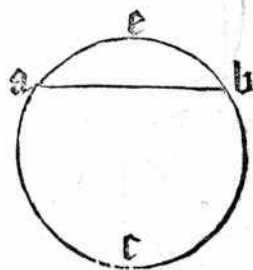
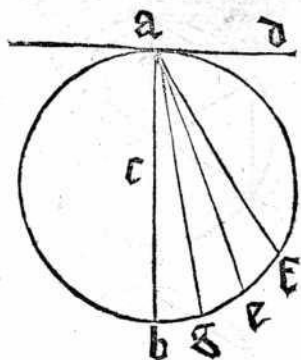
De circulis contingētib⁹ quorū vnus est extra aliū nō est dubiū cū nihil cōmune habeant nisi pfectū cōtactus. De circulis contingētib⁹: quorū vnus est intra aliū. pbatur: sint duo circuli a b c et a d continētes se in puncto a qui si habuerint idē centrū: nō poterit esse nisi intra minores eorū p dīfinitionē 3 circuli. sitq; ip̄ centrū minoris c et ducātur lineæ c a c t c d t c b. eritq; p dīfinitionē circuli vtraq; lineaz ducatz b c et c d equalis lineæ a c. t p pñs c b c d erūt cīles: t pars toti qđ est impossibile. p̄ostremo addātur tres cōclusiones attestatz pfectionē circuli: t prima quidē est de cētro inueniēdo.

Vndecima conclusio.

Centrū circuli p duas sectiones differētes iuenitur: sed est apud euclidē pma
Exempli gratia sit circulus ppositus a b c. cui⁹ volumus centrū iuenire. in ipō circulo duco lineā a c qualitercūq; diuidat circuli. q̄ diuido p eq̄lia in pūcto d: z a pūcto b extrahā ppendiculariter lineā sup a c quā applico circiferētie ex alia pte: sitq; lineā b d c oēs lineā diuido p equalia in pūcto f p lineā g h: hunc igitur pūctū: puta f. dicā centrū circuli: ab eo enī oēs lineæ ductæ ad circiferentiā sunt equales. Sedā cōclusio erit de semidiametro z circiferentiā q̄ est mēsurā distātie ad circiferentiā.

Duodécima conclusió.

Sex semidiametri abscindentes totam circumferentiam: exagonum regularem intra circulum constituunt.

[illegible]

SECUNDI LIBRI GEOMETRIAE

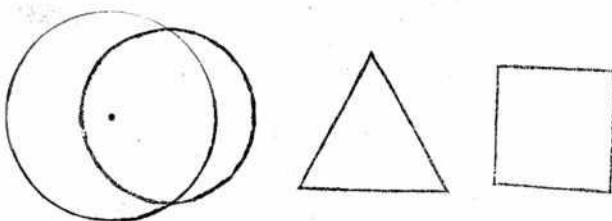
Decimatertia conclusio.

318a p3 qm si a centro scdm q̄titatē dati circuli extēdant sex linee scdm q̄titatē totius diametri: q̄ sunt latera triangulorū replentiū locū circa idē centū facientiū extra circuli exagonū continentē ipsū sex circuli: tunc circino posito sup̄ extremitatē cuiuslibet illarū sex linearū descriptis circulis equalibz primo circulo: cōstat qd omēs tangit ipsū p̄mū qd p̄cise obtinet medietatē illarū linearū ascendētiū: ⁊ illiter vnuq̄qz tāgit duos proximos circūpositos: nullus etiā aliū secat nec ab alio secat. p̄p̄t etiā qd sex circuli tangit vnu circuli p̄cissione vltima. Ex istis tribz cōclusionibz senarius attestat p̄fectionē circuli: nā in p̄ma habem⁹ senariū p̄ctorū q̄ sūt extremitates linearū in scda senariū linearū: in tertia senariū circuloz. 318e aut vltimē cōclusiones posite sunt iuxta quartū libz euclidis qui ē de circūscriptioe figurarū regulariū: ne videamur ip̄m v̄l ignorasse vel descepsisse. Itāc yfoperimetroz q̄ euclides p̄termisit cōsideratio post triangulos ⁊ quadrāgulos recte locū habet: nā yfoperimetroz passiōes in ipsis sunt ⁊ alijs figurarū speciebz inter se mutuo cōparatis: vñ ⁊ hec cōsideratio cōparatiua dicitur figurarū inter se: nā nulla vna figura yfoperimetra dicitur non existente alia cui⁹ yfoperimetra dicti possit: est enī ad aliud ⁊ non ad se.

Prima conclusio.

Secunda conclusio.

Est autem polygoni pluris angulorum figura sicut octogoni figura rectorum vel recti anguli. Hanc conclusionem ostendam in primis polygonis. scilicet trigono et tetragono: accipiendo ergo trigonum yfoplex vel yfocpete. a. b. c. ita quod si sit yfocpetes latera quae sunt. a. b. et a. c. sunt equia: ergo tunc a puncto d quod est in medio basis ducam octogonalem lineam. d. e. quae diuidit trigonum. a. b. c. in duos trigonos equales: deinde ducam lineam. e. a. equalitatem et equidistantem. d. c. lineae: et ducam lineam. e. c. equidistantem. a. d. erigam alteram partem logiorum figura. a. d. c. e. Huius dispositionis dico primum quod tetragonus. a. b. d. c. e. habet arcum equalem aerei trigoni. a. b. c. secundo dico quod tetragonus habet punctum minus trigono: tertio ex hoc concludam quod si addamus aliquid perimetro tetragoni et fiat equalis perimetro trigoni: maior erit area tetragoni quam sit trigoni sibi yfoperimetri. Quod arce sunt equales quod est primum patet quia a. d. c. linea diuidit tetragonum in duos trigonos quales per primam capitulum de quadrangulis. et a. d. linea diuidit. a. b. c. trigonum in duos trigonos equales per secundam capitulum de triangulis: igitur sunt ibi tres trianguli priores equales inter se quorum primus et ultimus sunt equales: ergo si ipsi equalibus idem eodem addideris puta trigonum medii erit equale quod utrobique resultat per quatuordecim conclusionem: ex hoc ergo constat quod arce sunt equales quod erat primum propositum. Secundo patet quoniam duo tetragoni latera scilicet d. c. et a. e. sunt equalia toti lineae. b. c. huius lineae. b. a. est maior linea. a. d. quam in trigono maiori opponit angulus: et eadem ratione linea. a. c. maior est. e. c. quare tria latera trigoni sunt maiora quatuor lateribus tetragoni: igitur tetragonus habet perimetrum minus quam trigonum. Ex istis duobus sequitur tertium quod si addamus aliquid perimetro tetragoni vel fiat equale perimetro trigoni: maior erit area tetragoni quam area trigoni: per illud principium verum: si minus continet equale maius continet amplius: addantur ergo portiones quibus superabundant lineae. a. b. et a. c. super. a. d. lineam. et e. c. et sunt. e. f. et z. c. g. et ducam g. f. equalis. c. c. erigam tetragonum. a. f. d. g. yfoperimeter trigono. a. b. c. erigam eius area maiorem area trigoni secundum quatuordecim conclusionem. e. f. c. g. patet quod propter quatuor ad trigonum et quadrangulum. Et veritatem habet in omnibus vltimum. quia pluralitas angulorum fert dilationem in figura que in partibus angulorum magis recedit a centro: et ideo maior pluralitas angulorum maiorem extensionem fert in figura ceteris paribus scilicet perimetris.



TERTII LIBRI GEOMETRIAE.



DOST CONSIDERATIONE linearū & supficerū: tertiū lo-
cū sibi iure vendicasset i geometria nra speculatio corpore:
cū illa sit tertia spēs magnitudinis: nisi et pportionū materia
ad pmissorū & sequentiū rectā intelligētā fuisset necessario in-
termiscēda: q̄ de causa et princeps nri Euclides: quē sequimur:
hāc doctrinā & totā arithmetica supficies & corporib⁹ in-
terposuit. Tertia ergo cōsideratio nra erit de pportioib⁹ magnitudinū: vbi
imp̄mis ē aduertēdū q̄ interest geometræ totaliter tractare de pportionib⁹:
nā arithmetica nō inuenit i numeris oīm pportionū modos: qm̄ infinite sūt
proportiones quas numerorū natura nō patit sicut alias in primo libro nre
arithmetice testati sumus. Qm̄ aut̄ vocabulū pportionis est diffusū & latū &
applicat̄ oībus fere adinuicē cōparabilibus secūdū magis & minus: ideo secū-
dū hunc cōceptū cōem sic pōt diffiniri. Proportio est aliquorū ad inuicē cō-
parabilū vnus ad alterū certa habitudo: verbigrā: vt numeri ad numerum:
magnitudinis ad magnitudinē: soni ad sonū: tēporis ad tēpus: motus ad mo-
tū: humoris ad humorē: saporis ad saporē: coloris ad colorē &c. Geometer
aut̄ cōtrahit intentionē pportionis ad magnitudinē & habet eā sic diffinire.
Proportio est duarū magnitudinū eiusdē gnis vnus ad alterā certa habitudo:
do: dico aut̄ eiusdē gnis: qā sola talia cōparabilia sūt adinuicē vt in caplo. 4.
præcedētis libri diximus. Diuidit̄ aut̄ pportio in duas spēs. s. rationalē & ir-
rationalē: q̄ accipiunt̄ in cōparatione ad q̄titates proportionaliter diuersas.
Nā q̄titatū q̄dā sunt cōicantes siue cōmēsurabiles: q̄dā dicunt̄ incōicantes siue
incōmēsurabiles. Quātitates cōicantes dicunt̄ ille qbus est vna q̄titas cōis nu-
merās eas: dicit̄ aut̄ vna q̄titas aliā numerare q̄ secūdū aliquē numerū acce-
pta pducit̄ ipsam: vt linea pedalis mēsurat bipedalē vel tripedalē lineā: sunt
ergo cōicantes linea bipedalis vel tripedalis quas pedalis linea secūdū bina-
riū vel ternariū numerat: q̄titates vero qbus nō est vna cōis q̄titas eas nume-
rās dicunt̄ incōicantes siue incōmēsurabiles: cuiusmodi sūt dīameter & latera
quadrati vt infra demonstrabim⁹: sunt igit̄ secūdū hāc duo pportionis species
scilicet rationalis & irrationalis. Proportio rationalis debet̄ q̄titatib⁹ cōicā-
tibus ipsa quoq̄ sola est q̄ debet̄ numeris: irrationalis vero nequaquē cōpetit
numeris sed q̄titatib⁹ incōmēsurabilib⁹. Vnde manifestū est q̄ ad geometrā
ptinet totalis pportionis cōsideratio: qā oīs pportio est magnitudinis: sed
nō oīs pportio ē numeralis. Differūt aut̄ iste duæ spēs principaliter in hoc qā
pportio rationalis denotat̄ immediatē ab aliquo numero: cū em̄ sit q̄titatū
cōicantiū op⁹ vt scdm̄ aliquē nūerū minor v̄l aliq̄ ps minoris maiorē nūeret:
ppter qd̄ dicit̄ Euclides i. 6. lib. q̄ oīm duarū q̄titatū cōicantiū ē pportio vnus
ad alterā tanq̄ pportio nūeri ad numerū: & hoc magis patebit inferi⁹. Diui-
dit̄ aut̄ hāc spēs pportionis scdm̄ oēm modū scdm̄ quē diuisa est pportio in
arithmetica: nā pportionū nūeraliū alia ē eq̄litas: alia ineq̄litas. Et ppor-
tio ineq̄litas subdiuidit̄: alia em̄ ē maioris ineq̄litas: alia minoris: & vtraq̄
accipit̄ iter eisdē terios variato ordinē: priā em̄ ē habitudo maioris teri ad mi-
norē: secūda minoris ad maiorē: & vtraq̄ secūdū. 5. spēs subdiuidit̄: qm̄ spēs

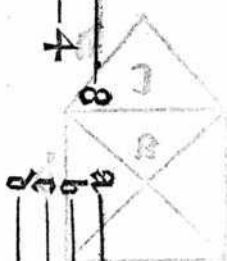
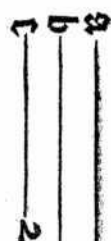
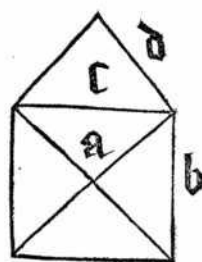


maioris in æqualitatis sunt. s. vlt pportio multiplex: pportio supparticularis: & pportio suppartiēns: itē pportio multiplexsupparticularis: & pportio multiplexsuppartiēns: & totidē habet species pportio minoris inæqualitatis q̄ eisdē designātur noībus addita ista præpositione sub. Et hæc oīa sūt dicta i arithmetica: & de multiplicib⁹ diuisionib⁹ istarū species dictū ē ibi: q̄ ne nō oportet hic ampli⁹ insistere. Proportio autē irrationalis nō denotat sic imediate ab aliquo numero vel ab aliqua pportione numerali: q̄a nō ē possibile vt secūdū aliquē numerū aliqua pars minoris numeret maiore: cōtingit tñ mediate denotari pportione irrationalē a pportioe numerali: vt pportio diametri ad costā ē medietas pportionis duplæ: & ita capiunt alæ species huius pportionis denotationē a numeris. Diuidit autē hæc pportio in duas species q̄ sunt pportio irrationalis in longitudine & in potētia: & he accipiunt penes cōparationē ad q̄titates incōmēsurabiles & ad modos diuersitatis in eisdē: vt exempligrā descēdā ad lineas: lineæ em̄ q̄dā sūt incōmēsurabiles in lōgitudine tñ: q̄dā sūt incōmēsurabiles i lōgitudine simul & in potētia. Incōmēsurabiles in lōgitudine tñ sūt quarū lōgitudines nō cōicāt actu: si autē superficies q̄drate in q̄s possunt cōicēt: tñc sūt incōmēsurabiles i lōgitudine tñ sed cōicātes in potētia: & hæc est priā species: exēplū vt diameter & lat⁹ quadrati eiusdē q̄a nō cōicāt actu: q̄drata autē eorū cōicāt scđm pportionē duplā. Si vero superficies q̄dratæ i q̄s possūt duæ lineæ q̄ sunt incōicātes & incōmēsurabiles in lōgitudine: sūt etiā incōicātes: tñc ille lineæ dicunt incōmēsurabiles in lōgitudine & in potētia: & hæc species est scđa: exēplū accipiat lineam medio loco pportionalis inter diametrū & costā scđm artē infra ponēdā: ibi em̄ lat⁹ pmi q̄drati & illa linea media inuēta sūt incōmēsurabiles in lōgitudine: cōstat q̄a cū extrema fuerit incōmēsurabilia inter se erūt & incōmēsurabilia cū medio q̄d scđm pportionem cōtinuā geometricā mediat inter ipsa: vt ostēdā in sequētib⁹: & eedē lineæ incōmēsurabiles erūt in potētia qm̄ q̄drata earū nō cōicāt. Nā ex decima septima sexti libri euclidis: oīm triū linearū cōtinue pportioabiliū q̄ta ē priā ad tertiā tñ erit q̄dratū priæ ad q̄dratū secundæ: sed priā q̄ est costā ē incōmēsurabilis tertiæ q̄ est diameter: igit q̄drata priæ & secundæ q̄ est medio loco pportionalis erūt incōmēsurabilia: q̄ q̄drata dicunt potētia earū & p cōsequēs non solū nō cōicāt q̄ ad lineas sed etiā neq̄ q̄ ad potētias. Pōt autē vtraq̄ spēs diuidi iterū i tot spēs q̄t modis accidit lineas sic vel sic ēē incōmēsurabiles. Nā nō solū lineæ possūt ēē incōmēsurabiles in lōgitudine tñ dū se hñt sicut diameter & costā: sed etiā aliis modis forte infinitis: sicut dico de lineis incōmēsurabilib⁹ in lōgitudine & potētia: q̄a nō sūt solū ille lineæ q̄ accipiunt mediā inter diametrū & costā: sed etiam mediæ inter illam mediā & istas: & iterū mediæ inter illas medias: & sic in infinitū.

Capitulū secundū de pportionalitate & de modis arguendī p eam.



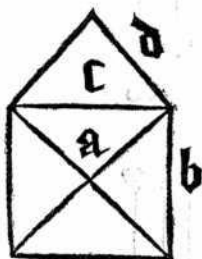
PROPORTIONALITAS autē geometrica: sicut dictū ē in arithmetica: ē similitudo pportionū: vnde ad minus requirit duas similes pportiones. Dicuntur autē pportiones similes quarū est eadē denominatio: vt dupla & dupla: tripla & tripla: sesquialtera & sesquial



TERTII LIBRI GEOMETRIAE.

tera & sic de aliis: & medietas duplæ & medietas duplæ de genere proportionū irrationaliū. Tales autem pportiones aut cōmunicāt in vno termino aut nō. Et primo quidē modo fit pportionalitas continua quæ ad minus in tribus terminis est cōstituta: vbi cōsequēs primæ pportionis est antecedēs secūda vt sicut. a. ad. b. ita. b. ad. c. & hæc est cōmunicatio in termino. b. Secūdo modo fit pportionalitas discōtinua vel dissūcta ad minus in. 4. terminis cōstituta vbi media sunt diuersa vt sicut. a. ad. b. ita. c. ad. d. Cōtingit tñ in eisdē terminis vnā pportionalitatē inferri ex aliā multis modis cum fuerit pportionalitas discōtinua: & euclides ponit. 6. modos in quinto libro suæ geometriæ: & sunt quasi quidā modi arguendi & secūdū hoc sunt. 6. species pportionalitatis discōtinuæ. s. cōuersa: permutata: coniuncta: disiuncta: euerfa: & æqua. Et istæ modus arguēdi requirit ad minus duas pportionalitates: sicut & pportionalitas ad minus requirit duas pportiones: & est vna antecedens alia vero cōsequēs quæ infertur: vocatur tamē quandoq; & ipsi termini antecēdētia & cōsequentia: & qprior ē in pportione qualibet vocat antecedēs: posterior vero cōsequēs: & sic accipies hæc noia in descriptionib; sequētib;.

Conuersa igitur pportionalitas est cum ex antecēdētibus fiunt cōsequētia & ex consequentibus antecēdētia ordine contrario: si arguendo: sicut. a. ad. b. ita. c. ad. d. ergo sicut. d. ad. c. ita. b. ad. a. hic enim. a. & c. sunt primo antecēdētia & postea cōsequētia: & ecōuerso de. d. & b. istud idē patet in numeris accipiēdo. 6. 4. 3. 2. & idē in magnitudinib; siue cōmēsurabiles fuerit siue nō cōmēsurabiles: cōmēsurabiles em̄ hñt se modo numerorū: patet etiā de incōmēsurabilibus si enim intelligas per. d. latus quadrati parui p. c. eius diāmetrū per. b. latus magni quadrati p. a. diāmetrū eiusdem: verum est quod si cut. a. ad. b. ita. c. ad. d. & ex hoc sequitur quod sicut. d. ad. c. ita. b. ad. a. Cōuersa pportionalitas pbatur sic in prima cōclussione secūdi libri iordani: quia denominatio pportionis minoris numeri ad maiore est pars vel partes quotæ illius fuerint: ergo præmittendo minores numeros si. a. ad. b. eiusdē denominationis pportionē habet sicut. c. ad. d. seqtur q tota pars ē. a. minor ad. b. maiore: quota pars. c. minor ad. d. maiorem: ergo. d. erit æque multiplex ad. c. sicut. b. ad. a. vel seqtur q totæ ptes ē. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ergo. d. erit æque superparticulare vel superpartiēns ad. c. sicut. b. ad. a. Permutata pportionalitas dicitur cum ex antecedente secūda pportionis sit cōsequens primæ & ex cōsequente primæ sit antecēdēs secūda: vt sic arguendo sicut. a. ad. b. ita. c. ad. d. igitur permutatim sicut. a. antecēdēs ad. c. antecēdēs ita. b. cōsequens ad. d. consequens: & tenet cōsequētia si r siue p has lras intelligas numeros siue magnitudines siue cōmēsurabiles siue incōmēsurabiles: in oib; em̄ istis q̄titatibus tenet ista cōsequētia. Assumit iste modus arguēdi in aliis scientiis & ad diuersas materias trahit: sed qñ in aliis tenet & qñ nō: difficultatē habet & alibi videri debet. In hoc scđo modo arguēdi pportionalitas cōposita ex pportionib; irrationalib; pōt inferri ex pportionalitate cōposita ex rationalibus & ecōuerso: quia sequit sicut costa maior ad suā diāmetrū: ita costa minor ad suā diāmetrū: igitur sicut costa ad costam ita diāmeter ad diāme-



trū sed possibile est quod costa sit dupla ad costā & tunc sequitur q̄ diameter sit dupla diametro: hoc autē nō accidit in primo modo & causa est quia i primo si antecēdes est ex p̄portione maioris inequalitatis: cōsequēs erit ex p̄portione minoris inequalitatis & ecōtra: sēp autē in eisdē terminis cū p̄portio maioris inequalitatis est rationalis erit & rationalis minoris inequalitatis p̄portio & ecōuerso: noīa enim nō differūt nisi p̄ hāc prapōnē sub: & per cōsequēs rationalis nō infert irrationalē nec econuerso. Permutata p̄portionalitas demonstratur in tertiā secūdi iordanī p̄missis in p̄portione minoribus terminis: quia si .a. ad .b. sicut .c. ad .d. ergo quota pars vel partes est .a. ipsius .b. tota pars vel partes erit .c. ipsius .d. quare sequitur q̄ .a. tota pars vel partes sit ipsius .c. quota pars v̄l partes .b. est ipsius .d. ergo habēt p̄portiones eiusdē denoiationis p̄mū ad tertiū sicut secūdū ad q̄rtū: exempla patēt clara.

Cōiuncta p̄portionalitas est quotiens a disiunctis terminis arguitur ad cōiunctos vt dicēdo sic sicut .a. ad .b. ita .c. ad .d. igitur cōiungēdo terminos tenet sic sicut .a. b. ad .b. ita .c. d. ad .d. eodē ordine seruato. Disiuncta p̄portionalitas dicitur cū ecōuerso a cōiunctis terminis ad eosdē diuisos arguitur: vt sicut .a. b. ad .b. ita .c. d. ad .d. igitur sicut .a. ad .b. ita .c. ad .d. & in istis seruāt idē ordo in terminis in qbus fit illatio. Cōiuncta p̄portionalitas demonstratur in sexta cōclusionē secūdi iordanī etiā p̄missis minorib⁹ terminis: quia si vt a ad b sic c ad .d. ergo quota pars v̄l partes .a. est ipsius .b. tota pars v̄l partes .c. est ipsius .d. vnde sequit̄ q̄ sicut .b. semel totū ē .a. b. & adhuc superat .a. pars v̄l partes ipsius b ita d semel totū est in c d & adhuc superat c tota pars vel partes ipsius d quare talis erit p̄portio .d. ad .c. d. q̄lis .b. ad .a. b. & ecōtra qualis ab ad .b. talis c. d. ad .d. quia p̄portionū denoiationes sūt similes ex partib⁹ aliquotis. Ex qua pbatōne sequitur demonstratio p̄portionalitatis disiuncte satis clare. Et ex illis probaretur facillime p̄portionalitas euerſa siue cōiuncta siue disiuncta per eandem partium denominationes. Euerſa p̄portionalitas est a diuisis & simplicib⁹ terminis ad cōiunctos vel cōpositos nō eodē ordine sed ecōuerso p̄portionalis illatio: vt sicut .a. ad .b. ita .c. ad .d. igit̄ sicut .d. c. ad .c. ita .b. a ad a. Et differt acōiuncta quia in illa arguebatur ad cōsequētia hic autē ad antecēdētia & ideo vocatur euerſa. Et potest esse duplex vel euerſa cōiuncta vel euerſa disiuncta p̄ miscendo eam cū duab⁹ speciebus p̄dictis. Etiā possunt alii modi arguendi fieri ex permixtione horū modorū. Equa p̄portionalitas est duabus multitudinibus q̄titatum propositis & sibi in similitudine p̄portionū correspondētib⁹ subtractis mediis primarum & vltimarū in habitudine p̄portionalis illatio: sic arguendo sicut a & b & c inter se: ita d e f inter se igit̄ sicut .a. ad .c. ita .d. ad .f. Et isti sunt modi arguēdi vtilēs in omni q̄titate tam cōtinua q̄ discreta. Et in omnibus quattuor q̄titatibus p̄portionalibus potest facere q̄s omnes has cōsequētias prāter vltimā quæ ad minus sex terminos requirit. Vnde si fuerint quattuor termini vel quātitates p̄portionales conuersim: erunt p̄portionales & permutatim & cōiunctim & euerſim & rursus diuisim: quod dico quia diuisam oportet cōiunctam p̄cedere sicut in descriptione p̄portionalitatis disiunctæ dictum est.

TERTII LIBRI GEOMETRIAE.

Equa proportionalitas est duplex: quædā directa de qua in. 21. secūdi: alia in directa vel cōuersa de qua in. 22. eiusdē secūdi iordant: prima format sic: dentur duæ series nūerorū cōtinuate in minimis pportionib⁹ a. b. c. & d. e. f. itaq sicut a. ad. b. sic. d. ad. e. & sicut. b. ad. c. sic. e. ad. f. & tandē cōcludat ergo sicut. a. ad. c. sic. d. ad. f. Indirecta vero arguit in eisdē sic: q̄ proportio ē. a. ad. b. ea. est. e. ad. f. & quæ. b. ad. c. ea est. d. ad. e. ergo sicut. a. ad. c. sic. d. ad. f. Directa pbatur ex permutata p tres cōsequētias sic: si. a. ad. b. sicut. d. ad. e. ergo sicut. a. ad. d. sic b. ad. e. vltra si sicut. b. ad. c. sic. e. ad. f. ergo sicut. b. ad. e. sic. c. ad. f. tandem si q̄ proportio est. b. ad. e. eadē est. c. ad. f. ergo & a. ad. d. cū oēs illi numeri sūt cōtinuati in siliibus pportionib⁹: & si. a. ad. d. sicut. c. ad. f. ergo pmutatim sicut a. ad. c. sic. d. ad. f. quod erat demonstrandū. Indirecta pportionalitas æqua similiter pbaretur accipiēdo ex ternariis binarios & permutando primū ad tertiu & secundū ad quartū: sic q̄ proportio. a. ad. b. ea est. e. ad. f. ergo sicut. a. ad. c. ita. b. ad. f. vltra q̄ proportio. b. ad. c. ea. d. ad. e. ergo sicut. b. ad. d. ita. c. ad. e. quia vtrobiq̄ est pportionalitas cōposita ex duab⁹ siliibus: sed. a. ad. c. est pportio cōposita ex duab⁹ similib⁹ & etiā. d. ad. f. ergo sicut. a. ad. c. ita. d. ad. f.

Generalis autē forma arguēdi in oib⁹ istis potest esse talis sicut primū ad secundū: ita tertiu ad quartū igitur sicut quartū ad tertiu: ita secundū ad primū vt in cōuersa: vel sic ergo sicut primū ad tertiu sic secundū ad quartū vt in permutata: & sic de aliis: & tūc subinfertur sed primi ad tertiu est pportio talis vel talis ergo secūdi ad quartū est pportio cōsimilis: & sic suo modo est in aliis arguēdū Aristoteles autē in tertio thopicorū vtitur tali modo arguēdi i pportionalitate pmutata: sicut primū ad secundū ita tertiu ad quartū igit permutatim sicut primū ad tertiu ita secundū ad quartū: sed primū superat tertiu plusq̄ tertiu superat quartū: ergo secundū plus superat quartū q̄ idē tertiu superat quartū: exemplū sumatur isti numeri. 6. 4. 3. 2. & arguat sic: sicut se habet. 6. ad. 4. ita. 3. ad. 2. quia vtrobiq̄ est pportio sesquialtera igitur sicut. 6. ad. 3. ita. 4. ad. 2. quia vtrobiq̄ est dupla proportio: sed sic se habent. 6. ad. 3. quia. 6. superat. 3. plusq̄. 3. superant. 2. quia superatio. 6. ad. 3. est secundū pportionē duplā sed. 3. ad. 2. secundū pportionem sesquialterā: proportio autē dupla maior est pportione sesquialtera: igit sic se habet. 4. ad. 2. quia superat. 4. 2. plusq̄. 3. 2. quia superatio. 4. ad. 2. est secundū pportionē duplā sed. 3. ad. 2. secundū pportionē sesquialterā vt prius: tenet autē ista forma p hoc quod pportio primi ad tertiu & secūdi ad quartū sunt æquales sicut concludit p generalē formā arguēdi ergo q̄tū vna pportio ē maior & altera.

Capitulum tertium de regulis proportionum in cōmuni.

Prima regula.



Vbiungam nūc quasdā regulas & cōclusiones pportionū in cōmuni: prima est hec. Quanta est aliqua q̄titas ad aliā tanta est denominatio eius proportionis ad ipsam. Ita ptz inductiue qm si fuerit vna linea equalis alteri: equalis proportio erit inter illas: & si dupla fuerit linea etiā & pportio dupla erit: & si fuerit icōmensurabilis & exerceat in lōgitudine & potentia: & pportio irrationalis sicut erit: eriqz pportiois denotatio cōformis habitudinē teriorū. Et hūc manifestū est q̄ nulla q̄titas excedit alte-

ram in pportionabiliter: quia una excedat aliam incommensurabiliter.

Secunda regula.

Proportio extremorum ex pportione mediorum pportionabilium constat.

Ista pars ex prima: accipio enim duas lineas. a. z. c. duplā z sub duplā: dico ite q. pportio. a. ad. c. componit ex pportione medij vel mediorū supiorū inter. a. z. c. sit enim inter. a. z. c. siue secūdis pportionalitatem continuā z pportiones similes siue scdm pportiones dissimiles z inequales seu discontinuas constet q. q. est b. ad. c. tū est. a. ad. c. z adhuc amplius q. q. tū. a. excedit. b. g. a. excedit. c. scdm pportiones duosū excessū sumptorū: igit excessus ille cōtinet excessus illos quare habitudo continet habitudines z pportio pportiones: z hoc voco pportione cōponi ex pportionibus: cōstitit quoq. si fuerint plura media ex oib. pportionib. oim mediorū illorū inter se z ad extrema cōponitur pportio extremorū: quapropter videt q. ois pportio pōt resolui multipliciter in pportiones. Exemplū pportione dupla pōt enim resolui in duas pportiones siles z ille sunt irrationales pōt etiā resolui in pportiones rationales s. nō siles: verbigratia in sesquialtera z sesquitercia: sicut quaternari. excedit binariū puta scdm pportione sesquialtera q. est ternariū ad binariū z scdm sesquitercia que est q. ternariū ad ternariū: si aut accipias duplā pportione scdm senariū z ternariū inuenies plura media z plures pportiones z sic semper ascendendo ad maiores numeros.

Tertia regula.

Proportiones sunt æquales quarū denominationes sunt æquales.

Hec sequit ex pma accipio enim duas lineas. a. z. b. siue sint æquales siue nō z arguo sic q. ta est linea a. ad suā medietatē tāta est pportio. eius ad suā medietatē p primā regulā: sed q. ta est. a. ad suā medietatē tāta est. b. ad suā: g. q. ta est pportio. a. ad suā medietatē: tanta est pportio. b. ad suā medietatē. Iste pportiones habet equalē denominationē q. sunt duple: igit pportiones habētes easdē denominationes sunt æquales z eodē modo arguit in oibus. Ex hoc accipiunt aliqui argumētū ad pbādū relationē esse distinctā rē a reb. absolutis: qm si linea. a. sit maior linea. b. q. titates erunt inequales z tamē sunt æquales pportiones earū ad suas medietates sicut nūc ostensum est: h. alij dicāt q. nō sequitur est eqles pportio ergo res equalis: z sic stat res inequales inter se esse pportiones æquales ad alias res comparatas.

Quarta regula.

Proportiones sunt inequales quarū denoiationes sunt inequales: & in multiplicibus quidem secundum eundem ordinē se habent denominatio & pportio: insuperparticularibus vero ordine econuerso.

Prima pars hui. pars p. premisā q. si equalitas pportionis z denoiationis cōiunguntur necessario ut pportio dicat premisā: g. cōiungent p oppositū inequalitas pportiois z inequalitas denoiationis quēadmodū pponit hoc p. theorema. Secūda pars pars z pmo in multiplicib. qm tripla pportio maiorē denoiationē h. q. dupla z ipa etiā est maior pportio: est enim dupla pars pportionis triple ut pars p. scdm huius: pars hoc etiā in superparticularib. vbi est ordo cōuersus nam ibi pportio maior minorē habet denoiationē z minor maiorē: q. sesquialtera maior est q. sesquitercia q. sesquialtera pars sesquialtere est: sed a minori numero denominationem habet sesquialtera.

Quinta regula.

Quantitates sunt æquales quæ ad vnā q. titatē cōpate pportiones hnt æqles.

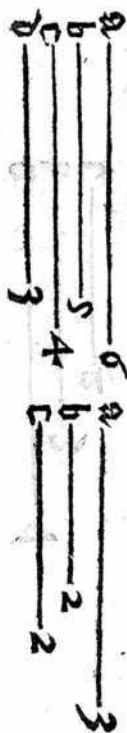
Quoniam si habet equalē pportione ad tertiā equalis est excessus earū sup illā tertiā ex premisā: z si est equalis excessus earum sup idē cōe ipse q. titates erit equalis inter se p q. ntam cōem sciam. Ex ista potest sumi argumētū ad pbādū qd vñ infinitū nō sit maius alio infinito: qm oim infinitorū ad vnā magnitudinē finitū est equalis excessus qm infinitus z p. ois equalis pportio: igit oia infinita erit inter se eqila igit vñ nō erit maius alio: qre supposita eternitate mudi a pte ante nō fuissent plures reuolutiones lune q. solis preterite. S. pōt negari a. n. vel ad minus est tam dubiū sicut cōclusio illata ex eo: q. pportionis infinite darent plures spēs: alij cōcedūt ois esse verū de virtute sermonis s. nō ppter hanc rationē: sed ppter illā q. fiet in cōclusionē sequēte: ex qua etiā sequet vñ infinitū nō esse alteri eqle: predictē enim due affirmatiue de virtute sermonis sunt falsæ: q. ois pportio est finita: vñ in infinitis nulla ē pportio ac pinde neq. vñ infinitū ē alteri eqle neq. maius neq. minus cō.

Sexta regula.

Quantitates quarū æque multiplicēs sunt æquales: ipse inter se sunt æquales.

Paret qm submultiplicū z eque multiplicū eadē est pportio z hoc pars ex arithmetica: sequit igit secūdis pportionalitātē pmutatā q. sicut multiplex ad multiplex ita sub multiplex ad sub multiplex: sed multiplicia sunt eqila ex ipotēsi g. sub multiplicia erit equalia. Ex ista pōt sumi argumētū ad cōclusionē oppositā cōclusioni inducē in premisā. f. qd vñ infinitū possit esse maius alio: nā si detur

TERTII LIBRI GEOMETRIAE.



oppositi: accipio tunc unitatē & dualitatē & infinitas unitates & infinitas dualitates & arguo sic infinite unitates sunt eque multiplices ad unitatē sicut infinite dualitates ad dualitatē: sed infinite dualitates sunt equales infinitis unitatib⁹ p te igit unitas equalis est dualitati quod est impossibile.

Capitulum quartū de proportionibus irrationalibus in speciali.

Prima regula.



ACCEDAM nūc in speciali magis ad pportiones irracionales ponēdo regulas & cōclusiones sitq; hæc cōclusio prima. Ois q̄titas oī q̄titati est proportionabilis: sed non omnis omni cōmensurabilis. Prima pars p̄t ex diffinitione pportionis & ex prima pcedētis capli qm̄ oīs q̄titas ad oīm q̄tatem aliā eiusdē generis est aliquāta q̄ vel minor vel maior vel equalis: & q̄ta est una q̄titas ad aliā tanta est pportio eius ad illā p primā pcedētis capli: q̄ oīs q̄titatis ad aliā q̄titatē eiusdē ḡnis est aliquāta pportio. Scda pars p̄t ex diffinitione q̄titatis cōmensurabilis & incōmensurabilis: possunt enī esse due q̄titates quarū una est maior aliā & finite quib⁹ nulla est q̄titas cōmunis eas numerans sicut sunt diamet̄ & costā quadrati igit non oīs omni est cōmensurabilis.

Secunda conclusio.

Omniū duarū q̄titatū cōcantiū est pportio alterius ad alterā tanq̄ numeri ad numerū: si autē earū nō sit pportio tanq̄ nūeri ad nūerū in cōcātes erūt.

Supposita pmissa statim p̄t ista ex diffinitione cōcantiū q̄titatū & incōcantiū: si enim sunt cōcantes: q̄ habent q̄titatē aliquā se cōiter numeratē vt in supparticularib⁹: vel minor ipsa maiore numerat vt i multiplicib⁹: illa autē q̄titas cōiter numerat scdm̄ aliquē numerū & aliquoties in maiori & et aliquoties & scdm̄ aliquē numerū in minori: aliter illa q̄titas nō numerabit maiore & minore cōiter: accipio q̄ istos duos numeros scdm̄ quorū alterū est in maiore & scdm̄ alterū in minori manifestū est q̄ pportio que est illorū numerorū adinuicē est ipsarū duarū q̄titatū. Ex quo sequit̄ p̄ma pars huius p̄pōnis ex qua etiā p̄t scda nā si nulla talis mēsurā cōis eas mēsuraret q̄titatē resoluēnt in partes: iam non cōmunicātes sed incōmunicantes dicerentur.

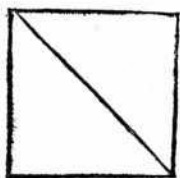
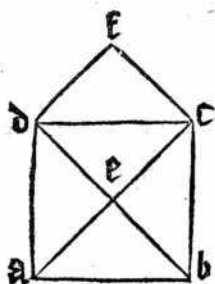
Tertia conclusio.

Diametri quadrati ad latus eiusdē est pportio irrationalis: est q̄ oīs diameter coste sui quadrati assimeter: id est incōmensurabilis.

Ista p̄t ex pmissa qm̄ pportio lateris quadrati ad diametrū nō est tanq̄ numeri ad numerū: hoc probo qm̄ diameter est mediū pportionale inter extrema duple pportionis vt ostendā: sed in numeris impossibile est inuenire numerū pportionalem mediū inter numerū duplū & sub duplū seu inter extrema duple pportionis q̄ diametri ad costā nō est pportio scdm̄ habitudinē numeri ad numerū: assumptū p̄bo sic: sit. e. c. latus quadrati parū & diameter eiusdē. d. c. sup lineā. d. c. cōstitutio quadrati aliud sit q̄. a. b. c. d. & duca. a. c. diameter eius costā q̄. a. c. est dupla ad. e. c. sed sicut se h̄. y. c. ad. d. c. ita se h̄. y. d. c. ad. a. c. q̄ vtrobiq; est cōparatio lateris quadrati ad suā diametrū: q̄ ille. y. lineā sc̄. a. c. & d. c. & e. c. habēt se scdm̄ pportionalitatē cōtinuā igit. d. c. est medio loco pportionalis inter. a. c. & e. c. q̄ sunt extrema pportionis duple p̄t q̄ ppositio inducta. Ad autē adiungit̄ in theoremate q̄ oīs diameter est assimeter coste: est iteratio sentētie pmissē in v̄bis apud Aristotelē v̄tatis: est enī finitū illud q̄ est cōmēsurabile: assimeter autē illud q̄ est incōmensurabile. Alius modus p̄bdi dē cūm prius assumptū est ex pportione quadratorū diametri & coste: & iste tanget̄ in sequenti capitulo. Ex predictis p̄t qualis debeat dici pportio diametri ad costā qm̄ est medietas duple pportionis: nā pportio dupla. a. c. ad. e. c. cōponit̄ ex pportione maioris ad mediū sc̄. a. c. ad. d. c. & mediū ad minore sc̄. d. c. ad. e. c. que sunt pportiones equales & siles & q̄libet earū est medietas illorū extremorū sc̄. a. c. & e. c. in quib⁹ est dupla pportio q̄ est medietas duple pportionis: quia: propter altera earū & quelibet simul dici debet medietas pportionis duple sicut alicuius toti⁹ pars aliqua d̄: medietas. p̄t etiā qualiter cōtinuari pō: ista pportionalitas siue accipiēdo maiores q̄titates siue minores qm̄ hoc fit mutando costā quadrati maioris in diametrū minoris quadrati vel eōuerso diametrum minoris in costam maioris. Istud exemplū est famosum in pb̄ia: ideo declarationi ei⁹ magis insisto. Quarta cōclusio erit de medio pportionali inueniendo geometrice inter duas lineas datas q̄cūq; siue earum fuerit nota pportio siue non & est talis.

Quarta conclusio.

Datis duabus lineis illisq; directæ cōiunctis & ligatis: si sup totā lineam sic ex duabus aggregatā describatur semicirculus: & a cōmuni medio duarum linearum sic cōiunctarū linea orthogonaliter ad circūferentiā venerit: inter datas lineas secundum proportionalitatem continuam mediabit.



Hanc declaro in teris: accipiat diameter τ costa quadrati volo inuenire lineam scdm pportionalitatem continuam mediā inter ipsas: sitq; diameter. a. b. costa. b. c. totaq; linea ex his cōposita sit. a. c. sup hanc igitur lineā describam semicirculū. a. d. c. τ a puncto. b. erigam ppendicularē lineam vsq; ad. d. τ hanc dico esse mediā lineā inuētā τ dico. 3. lineas istas cōtinue esse pportionales: ita q; sicut se h3. a. b. ad. b. d. ita se h3. b. d. ad. b. c. Ista cōclusio nimis diffusam postulat demonstratiōē τ ideo hic sufficiat nobis euclidis auctoritas cuiusmodi est ista ppositio nona sexti libri geometrie: τ ē sensus in breui q; omnis linea in circulo a circumferentia super diametrum veniens orthogonalitēq; diametro insistens: secat ipsam diametrum in duas partes inter quas est ipsa medio loco pportionalis. Et fundatur in maxima regularitate circuli cui; periferia equaliter recedit a centro in omnib; suis partibus: atq; vniformiter difformiter ad extrema diametri accedit vel inclinatur.

Quinta conclusio.

Si fuerint duæ q̄titates vni q̄titati cōmunicātes: ipse quoq; inuicē cōmunicant q; si nulli non cōmunicant inter se vni cōmunicantes erunt.

Prima pars p̄t per diffinitionē quantitatum cōicātū τ per scdm capli p̄cedētis. Verbi grā sint due quantitates. a. τ b. vni quantitati. c. cōmunicātes τ . a. sit ad. c. tripla. b. vero ad. c. sit dupla: dico ergo quod. a. τ b. cōmunicant: nā per scdm huius capli. a. τ c. sunt sicut duo numeri τ b. τ c. sunt sicut duo numeri ergo. a. τ b. τ c. sunt sicut. 3. numeri igitur. a. se habet ad. b. sicut numerus ad numerum τ p̄ oīs. a. τ b. sūt cōicātes. Scda ps sequit exp̄ia ex opposito. s. oīs iserēdo oppm̄ aītis. p̄ vt clare etiā p̄tēdit ipsa forma theoremati sub q̄ ponitur. Ex quo p̄t illud qd in primo p̄tis hui; caplo dictū est de media lineā pportionabili inter costam τ diametrum: ipsa em̄ erit necessariō in cōicans tam costē q; diametro ex quo ipsa inter se nō cōicant: p̄t etiā q; in quadrato nō solū diameter est assimeter costē: imo toti perimetro quadrati est diameter assimeter: nā costa cōicat cū perimetro in pportione sub quadrupla: τ si diameter cōicaret cum perimetro tam diameter τ costa cōicaret inter se per presentē.

Sexta conclusio.

Si fuerint duæ cōmunicantes q̄titates inter se: totū quod ex eis est cōfectum vtriq; earum erit cōmunicans.

Ista patet similiter ex secunda huius capituli: qm̄ iste due quantitates erunt sicut duo numeri: τ per cōsequens totū ex eis cōpositum erit sicut aliquis numerus: τ per cōsequens cōicabit vtriq; partium.

Septima conclusio.

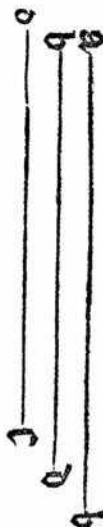
Omnium quattuor q̄titarum geometricæ proportionabilium: si fuerit prima cōmunicans secunde tertia quoq; cōmunicās erit quartæ: si vero prima fuerit incōmunicans secunde τ tertia erit incōmunicans quartæ.

Ista statim patet in modo arguēdi in pportionalitatibus: nam si. a. b. c. τ d. quantitates sint pportionalibiles ergo sicut. a. ad. b. ita. c. ad. d. sed hoc qd sequit est impossibile si. a. τ b. sint cōmunicantes: τ c. τ d. incōicantes vel ecōuerso: alioquin pportionalitas posset esse ex cōicantibus τ incōmunicantibus: τ per cōsequens oēs q̄titates essent pportionalibiles q; minus differunt ali; modi pportionum tum q; cōmunicātes τ incōicantes: qd cū sit impossibile p̄t q; nō sit ypoc̄sis ex qua sequit possibilis.

Caput quintum de pportionalibus rationibus in speciali.



VSICA scientia subalternata arithmetice quasdam suas conclusiones pbare solet ex principiis vel etiā ex cōclusionib; arithmetice. Et qā i nra arithmetica introductiōe: nullas demonstrāmus cōclusiones de passionib; numerorū: τ si eas pponendo insinuauerimus: sed Boetium insequentes solas diffinitiones τ diuisiones vocabulorū posuerimus q̄ essent p̄cognitiōes ad demonstratiōes: par esse duximus in hoc loco ingeniis mathematicorū iam aliquātulū exercitatis in faciendīs demonstratiōibus: nō nullas adducere demonstratiōes de pportionibus numerorū: quæ oēs sunt rationales: eas videlicet q̄ magis necessarias scimus ad musicā introductionē incalce huius nostre æditionis subiūctā. Et q̄uis in hac geometrica introductione Euclidē semegarēsem ppe semp fuerimus insequuti: tamē i hac parte Iordanī nemorariū elementa arithmetica imitābimur: q; clarior ac faci-



TERTII LIBRI GEOMETRIAE.

Hor sit eius additio: quod ea numerorum scientia quae traditur in tribus libris post sextum apud euclidem. Sed ante quam ad proportionem veniamus: numerorum passionibus: quas in arithmetica nostra primo libro solum exemplariter declaratas posuimus: seorsum demonstrabimus: sequendo earum ordinem quo ibi posite sunt: a primis numeri communis passionibus ordientes: suppositis tamen numerorum definitionibus & diuisionibus ex arithmetica. Prima conclusio.

Omnis numerus circūsepositorum aequaliterque ab eo distantium est medietas numerorum: & e converso: si quisquam numerus duorum coniunctorum medietas fuerit: illos ab eo aequidistare necesse erit.

Item quando numerus alium superat: si differentia eorum a maiore fuerit subtracta aut minori addita: remanebunt numeri aequales ut cuilibet non mente capto est quae notissimum: si positis tribus numeris aequaliter a seipsis distantibus si excessum maioris super medietatem ab eo detraxeris: & minori addideris: fient tres numeri aequales: quorum duo simul iuncti dupli sunt ad tertium sicut duo ad unum: quare veritas elucet primae partis quod duorum alitersecus positorum per aequales distantias medietas numerus erit medietas. Secunda pars ex prima sequitur manifeste cum sit eius conuertens: & confirmatur ad impossibile: quod si dati numeri non equidistant a medio: neque differentias ad ipsum aequales haberent: cum si ille medius numerus probatus sit medietas duorum ab eo equidistantium: & nunc ponit aduersarius eundem etiam esse medietatem duorum non equidistantium: sequitur unum impossibile quod idem numerus esset simul medietas duorum maiorum inaequalium contra quartam communem scientiam: consequentia est clara quod numerus compositus ex duobus equidistantibus & compositus ex duobus non equidistantibus sunt inaequales per nonam communem scientiam in geometria si equalibus inaequalia addantur &c. Ex hac conclusione relinquuntur probate quaedam proprietates numerorum pariter imparium & proportionalitatis arithmetice quas posuimus in suis locis huius arithmetice.

Secunda conclusio.

Si numerus in duas tamen partes diuidatur siue aequales siue inaequales: utraque illa in numero pari erit necessario par vel utraque impar: in numero autem impari erit imparitatis paritas associata: sic quod altera partium erit par altera impar.

Idulus probatio erit clara supposito illo principio: unumquodque resoluitur in ea ex quibus componitur: ergo per oppositum quilibet numerus ex illis partibus fuit primo compositus in quas postea est diuisus: quare si probauerimus omnem numerum prius fuisse compositum ex talibus partibus quales notat haec conclusio: sequitur manifeste veritas eius quod de diuisione & resolutione numeri proponitur. Assumptum ergo probatur sic: omne aggregatum ex duobus partibus: vel ex duobus imparibus est numerus par: quod autem mixte componitur ex pari & impari est numerus impar: si per oppositum omnis numerus par est diuisibilis in duos pares vel in duos impares: & omnis impar mixte diuiditur per par & impar. Prima pars astitit probatur ex definitione numeri paris scilicet quod est diuisibilis in duo media: si ergo duorum parium singula medietates simul componantur: totius numeri aggregati medietatem efficiunt: si tale aggregatum erit numerus par ex quo habet medietatem. Secunda pars astitit similiter probatur quod in naturali numerorum serie: quod per continuam additionem unitatis praecedit semper alter numerus est par & alter impar alternatim: unde fit ut quilibet impar sola unitate distet a suo primo pari: quae detracta erit numerus par: si componere duos impares simul est aggregare duos pares & duas unitates: quae sunt unus par scilicet binarius: quare totum aggregatum erit ut tres numeri pares simul positi: quod ex praecedente parte non constituit nisi par. Tertia pars sequitur ex dictis quod compositum ex pari & impari est ut compositum ex duobus paribus & unitate: sed duo pares faciunt parem cui addita unitate fiet impar: restat ergo totum antecedens totumque assumptum verum & per consequens tota conclusio euidenter probata. Ex qua sequitur primo quod si a numero pari dematur par eo minor: residuum etiam erit par: & si per detracta fuit impar: residua quoque erit impar. Secundo quod si a numero impari detrahatur par eo minor: relinquetur impar: & contra si dematur impar remanebit par.

Tertia conclusio.

Multiplicatio numeri paris in alium parem producit parem: sicut etiam impar ductus in alium imparem efficit imparem: at vero permixte par multiplicans imparem aut e converso procreat semper parem.

Supposito quod multiplicare non sit aliud quam multos similes numeros simul aggregare & in unum colligere: quod omnibus improbatum est ex teris: prima pars huius conclusionis est manifesta ex praecedente ubi dictum est quod omne aggregatum ex paribus est numerus par: si multiplicare numerum par per alium par erit plures pares in unum colligere: quare & numerum parem producere. Secunda pars similiter claret ex dictis quod multiplicare impar per impar est plures impares aggregare in numero impari: sed tales

CAPVT QVINTVM.

sunt velut plures pares simul & plures unitates in numero impari: q̄ simul sunt vn⁹ impar: & totū aggregatū erit impar q̄ ex crescit vnitas i eo. Tertia pars ex p̄ma seq̄tur q̄ aggregare plures impares in numero pari est velut plures pares & unitates in numero pari cōponere: & totus numerus inde resultans erit par: & sic p̄t̄z tota cōclusio. Ex qua seq̄tur p̄mo q̄ numerus par nullius nisi paris pōt esse pars aliquota: q̄ ex multiplicatione p̄tis aliquote p̄ducitur totū: at numerus par multiplicatus quocūq; non p̄ducit nisi parem vt h̄z hec cōclusio. Sc̄do seq̄tur q̄ numeri imparis nulla erit pars aliqua nisi impar & sc̄dm nūm̄rū imparē suū totū denotans. Tercio sequit̄ q̄ si ipar fuerit pars aliquota numeri paris: ipsa nō nisi sc̄dm parē numerū suū totū mēsurabit: ac perinde etiā medietatis eiusdē totius eadē esse poterit pars aliquota sc̄dm medietatē mēsuratiōis totū: hec & plura alia p̄lixē demōstrat iordan⁹ in p̄ncipio sui septimi per. 16. cōclusiōes p̄mas: h̄z satis bñ p̄bant ex dictis vt ostēdimus.

Quarta conclusio.

Sicut omnis numerus pariter par est diminutus: ita & quilibet eius pars aliquota est numerus pariter par: atq; p̄cise secundū pariter parem numerū suū totum mensurans: excepta vnitate.

Ex diffinitione simul & ḡnatione pariter parisi: quas hic supponim⁹ ex primo libro n̄re arithmetice: statim p̄bat prima pars hui⁹ cōclusiōis: quilibet enī sequēs pariter par in naturali eorū serie est duplus ad suū p̄mo p̄cedentē: sed p̄mus eorū sup̄ vnitatem q̄ duplat nō addit nisi vnitatē: & ille & vnitas simul iuncti minus sunt q̄ ip̄met duplat⁹: min⁹ itaq; q̄ sequēs pariter par: cui⁹ ille sunt oēs p̄tes aliquote: eadē rō est de alijs oibus: & quilibet numerus pariter par est diminutus: q̄ ex suis p̄tib⁹ oibus nō integratur. Sc̄da pars cōclusiōis etiā facile p̄batur rōne ducēte ad impossibile: si enī nō sit vera: & p̄tem aliquotā numeri pariter paris mēsurabit numer⁹ impar ex diffinitiōib⁹ aliarū speciesum paritatis & imparis numeri: p̄ns est impossibile q̄ sequeret̄ q̄ ille numerus impar etiā mēsuraret pariter parē: ois enī pars aliquota p̄tis aliquote est etiā pars aliquota totius licet sub alia denotatiōe: sed impossibile est numerū imparē esse p̄tē aliquotā numeri pariter paris q̄ solū ex duplicatione cōtinua numerorū ab vnitate p̄creatur & nō aliter: hoc nō esset verū facta illa ip̄pothesi: q̄ ex cuiuslibet p̄tis aliquote multiplicatione p̄ducitur totū: & ex multiplicatione imparis p̄cederet pariter par quod est oīo impossibile. Tertia pars cōclusiōis eodē modo p̄bat⁹: q̄ omnis pars aliquota mēsurat suū totū per multiplicationē: sed pariter par nō nisi per pariter parē multiplicatus p̄ducit pariter parem: alias sequeretur dictū inconueniens scilicet q̄ numerus impar esset pars aliquota pariter paris p̄ducti & ipsum mēsuraret: tota ergo cōclusio vera. Dicitur notanter excepta vnitate: quia illa est pars aliquota omnis numeri licet non sit pariter par: denominat tamen pariter parē secundū ipsum.

Quinta conclusio.

Ex ductu mediū vel mediōrū in numeris pariter paribus ac p̄inde in oī geometrica p̄portionalitate cōtinua: idē p̄ducit̄ quod ex multiplicatione extremorū & quorūcūq; lateralīū æqualiter a medijs distātīū: eadē ratio est in denominatione partium aliquotarū adinuicem respectu totius pariter paris.

Comprehendimus hic duas vltimas p̄prietates pariter parisi numerorū: pro quarū demonstratione p̄mittimus hic regulā in arithmetica n̄ra sepius repetitam: q̄ numerorū simpliciū & suorū eorū multiplicationem eadē & similis est p̄portio: q̄ iordanus in sc̄do alijs verbis sic ponit in septima cōclusiōe: si vnus numerus duos multiplicet: erit p̄ductor & multiplicator eadē p̄portio: & in octaua cōclusiōe: si duo numeri eundē multiplicet: erit multiplicantiū & p̄ductorū eadē p̄portio: & fundat eas in p̄portionalitate p̄mutata: q̄ facilius adaptat̄ cū sint ibi quattuor numeri & due siles p̄portiones: hac regula supposita: arguo ex q̄nta cōclusiōe tertij cap̄i hui⁹: q̄ntitates ille sunt æquales q̄ ad vnā tertiam cōparate p̄portiones habēt æquales: sed numerus p̄ductus ex ductu aut multiplicatione mediū numeri p̄seipsum si fuerit tantū vnus medius: vel ex multiplicatione vnus mediū p̄ alterū si fuerint duo mediales: & alter numerus p̄ductus ex multiplicatione extremorū aut lateralīū equaliter a medijs distātīū: tales in quā duo numeri sic p̄ducti æquales habēt p̄portiones ad eundē tertij numerū dabilē: & sunt æquales vt p̄ponit cōclusio: minorē sic p̄bo: sint quattuor numeri pariter pares in cōtinua p̄portione dupla positi. a. b. c. d. sc̄q; numerus p̄ductus ex multiplicatione duorū mediōrū. e. sit etiā p̄ductus ex multiplicatione duorū collateralīū vel extremorū. f. hos duos. e. f. volo p̄bare eē æquales: duco. a. in. b. & p̄ducat̄ inde. g. ergo p̄ regulā allegatā ex arithmetica q̄ p̄portio. b. ad. d. ea est. f. ad. g. ex quo idē numerus. a. multiplicauit duos. b. & d. & p̄duxit duos. g. & f. & q̄ numerus. c. p̄ducebat̄ ex ductu. b. in. c. q̄ p̄portio. a. ad. c. ea erit. e. ad. g. per eandē regulā q̄ ex multiplicatione eiusdē numeri: sc̄z. b. p̄ducti sunt in duos. a. & c. sed ex cōclusiōis ip̄pothesi qualis est p̄portio. a. ad. b. talis est. c. ad. d. ergo. e. & f. ad. g. æquales habēt p̄portiones vt p̄misit nostra minor: ac p̄inde. e. & f. sūt numeri æquales vt dicit p̄ma pars cōclusiōis: eadē p̄batio multo efficacior fuit: set postea vno tantū mediāli numero bis tñ ad extrema cōparato. Sc̄da pars correlarie sequit̄ ex p̄ma si partes aliquote eiusdē totius sese denotantes sint etiā sese multiplicātes ad cōstituendū totum.

TERTII LIBRI GEOMETRIAE.

Sexta conclusio.

Quilibet numeri pariter imparis quilibet pars aliquota discordat a sua denotatione quatuor ad paritatem & imparitatem: unde plures huius speciei numeri seriatim sumpti aequalibus distabunt differentibus: proportionalitateque efficiet arithmetica.

Tres sunt modi generationis numerorum: primum pariter imparis: primus per continuam duplicationem singulorum imparis: que est multiplicatio eorum binarius: secundus per continuam dimissionem unius numeri ex naturali serie numerorum pariter: itaque primus par tertius quintus septimus &c. sunt numeri pariter impares: tertius modus multiplicando quilibet impari per numerum pariter impari, producit etiam pariter impari. Sic sic arguo ad primam partem conclusionis ex definitione: cuiuslibet pariter imparis binarius est pars aliquota: & ut probauimus in quolibet pariter impari binarius impariter continet ab imparibus denotatur: & impari sibi correspondens siue binarius denotans in eodem numero pariter continetur & respectu eius pariter habebit denotationem. Secunda pars conclusionis ex secundo modo clara est: quia in naturali numerorum serie ubi inter aliquos equales tondem medij sunt omnes equales etiam sunt eorum differentie: hic autem continue unus medius par dimittit & duo impares: ergo inter quoslibet duos proximos pariter impares mediant tres numeri scilicet quilibet eorum quanto loco ab altero situs: quare eorum differentie erunt equeles. scilicet quatuor unitates. Tertia pars ex secunda sequitur per definitionem proportionalitatis arithmetice.

Septima conclusio.

In numeris pariter imparibus seriatim positis: & vniuersaliter in omni arithmetica proportionalitate: additio duorum mediorum aequale additioni duorum extremorum: & quoruncumque duorum lateraliu aequaliter a mediis distantiu: at vero ubi unus tantum medians est numerus: ille dimidiu erit aliorum duorum additorum.

Secunda pars huius ex prima conclusione istius capituli probata est ad eamque sequitur correlarie: quia naturalis series numerorum cum procedat per continuam additionem unitatis: equales semper habet differentias: sicut fit in numeris pariter imparibus & in proportionalitate arithmetica: & numerus medius hic eodem modo se habebit ad suos collaterales equaliter ab eo distantes sicut illic: quia si erit eorum additorum dimidiu. Probatur autem partis probatio hec erit: quia si omnium talium numerorum differentie sunt equales continue: & quilibet due simul sumpte adequantur alijs duabus simul sumptis: sed remotis differentijs duo medij adequantur duobus collateralibus equaliter ab eis distantibus vel etiam duobus extremis: & appositis equalibus differentijs eisdem numeris erunt equales per octauam eodem scientia: si equalibus equalia addita fuerint quae inde resultabunt erunt equalia.

Octaua conclusio.

Impariter par omnis cum ex duabus praedictis speciebus paritatis procedat: consequens erit suas partes aliquotas varias esse: & eorum quascumque suis denominationibus conformes: alias vero diffformes fieri.

Propter duobus modis haec species numerorum percreari: primum dedimus in arithmetica ex Boetio: alterum ponimus hic ex Jordano. scilicet multiplicando pariter par per pariter impari: ut numerus inde productus sit impariter par ut proponit prima pars huius conclusionis: & sic probatur: cuiuslibet numeri ex duorum multiplicatione producti quilibet productus est pars aliquota ab altero denotata: ut patet ex definitione partis aliquote: & quia ex multiplicatione predictarum specierum numerus productus est par ex tertia huius capituli sequitur quod quilibet illorum sit pars aliquota huius producti: qui per quartam huius capituli non potest esse pariter par: neque erit pariter impar ex definitione: quia eius medietas non est impar: cum producat ex multiplicatione partis per par quae sunt medietates producti: restat igitur assufficiente dimissione quod ille productus sit impariter par quia non est habilis quarta species paritatis. Secunda pars ex prima sequitur per illam regulam in quarta conclusione positam: quilibet pars partis est pars totius &c. quia tunc numeri impariter paris quedam partes erunt pares & alie impares. scilicet ille omnes quae erant partes suorum producti & ille seipsas mutuo denotabunt: quare etiam sequitur quod aliquae partes erunt conformes suis denotationibus. scilicet ille quae erant partes numeri pariter paris istius producti ex quarta huius: & alie diffformes ab eis ille videlicet quae erant partes pariter imparis: nam & illarum sunt numeri impares oportet quod pariter continent in suo toto: quia nullius numeri paris pars aliquota potest esse & re & denotatione impar ex tertia huius: quod vero sunt numeri pares modo concordant modo discordant a suis denotationibus secundum varias partes aliquotas quae illas denotant ut patet ex dictis.

Nona conclusio.

Plures series impariter parium ordinate & simul positae formam habent quadrilatae.

ram: cuius lōgītudo geometrīcā: latitudo arithmetīcā pportionalitatē exhibet. Non alia sed eadē figura resultat p istū modū q̄ p illū quē posuimus in arithmetica ad generādū numeros impariter pares: sūt q̄ due lineę rectę ad angulū rectū cōcurrētes: ponaturq; in altera earū series pariter parū a binario incipiens: in altera series pariter imparū incipiens a senario: ducaturq; primus vnus lineę in oēs alterius lineę vt fiat inde vna series impariter parū: idē fiat de scōdo et tertio et oib; alijs et resultabit forma quadrilatera vt insinuat pma pars nre cōclusionis. Scōda vero p batur q; lōgītudo figure erit iuxta lineā pariter parū: latitudo autē scōm lineā pariter imparū: s; pariter pares in sua serie habēt pportionalitatē geometrīcā ex q̄nta huius: pariter vero impares positi sūt in proportionalitate arithmetica ex septima huius: q̄ similiter omnes series illorū numerorū in longitudine habent geometrīcam: in latitudine arithmetīcam pportionalitatem: cōsequētia est clara ex regula in quinta cōclusionē adducta: q; omnes series numerorū in lōgītudine figure sūt multiplices ad seriem ppter parū: et in latitudine ad seriem pariter imparū.

Decima cōclusio.

Ex cōtinua additione numerorū pariter parū naturali ordine dispositōrum: ac ex multiplicatione imparis primī inde resultātis per maximū additōrū numeri perfecti sic pcreantur: vt in quolibet numerādī līmitē vnus tantum perfectus sit repperibilis: atq; perfecti omēs in naturali seriē alternatim senario octonarioq; terminentur.

Due vltimę huius partes ex pma clarissime deducuntur et inductione notificant: pme q̄ partis probationi insistantur: si enī pfectus numerus est ille cuius sumā precise cōplēt oēs eius partes aliquote simul sup̄: et pbauerimus ex predicta multiplicatione pcreari numerū ex oib; partib; alijs suis precise cōstantē: effectū erit talē esse pfectū qualē pponit cōclusio: minor q̄ assumpta sic deducit: nam ille pariter par et ille primus impar: ex quorū multiplicatione aliq; numerus pducit: manifeste sūt eius partes aliquote sese mutuo denoiātes: ac p̄inde oēs pariter pares illū multiplicante pcedētes q; sūt: ei; partes aliquote erūt ptes aliquote totius pducti: h; sub alijs denoiationib; hoc pacto: q; enī ille maximus pariter par denoiatur ab illo impari: q̄ primo pcedēs illū pariter par q; est medietas eius denoiat a duplo predicti imparis: et alius inferior pariter par q; est quarta pars maximī et medietas predicti denoiat a q̄druplo illius imparis q; est duplus ad duplū ei; et sic p̄r descendendo p pariter pares et ascendo p multiplices imparis scōm eundē ordinē. i. dimidiando illos et duplicando istos donec pueniat ad vltimos hinc et inde: sic sicut ex q̄libet huius multiplicatione duarū partū sese denoiāntiū pducitur ille totus numerus: sic ex additione oīm illarū simul resultat idem precise: quare erit pfectus numerus: vt p̄t in hac serie. 1. 2. 4. 8. 16. nā hi omēs simul sūt. 31. q; est impar primus: ductis igitur. 16. in. 31. pducitur. 496. quē dico esse numerū pfectū: nā eius partes aliquote oēs sūt predicti pariter pares vltq; ad vnitatē inclusīue q; sub. 16. cōtinue pcedunt dimidiando: et totidē sup. 31. qui pcedāt cōtinue duplādo vt. 31. 62. 124. 248. 496. itaq; alternatim vnus istorū denoiat vñ illorū et eōtra: et adinuatē multiplicati pducit totū numerū: q; etiā vnitati cōrespondet eamq; denoiat aqua et ipse denoiat: sicut enī. 31. est pars decimasexta: sic. 62. est octaua et. 124. est quarta et. 248. est medietas predictę sumę. 496. quę semel est idē numerus: et sicut ductis. 16. in. 31. pducit illa sumā: sic ductis. 8. i. 62. et. 4. in. 124. et. 2. in. 248. et. 1. i. 496. Tādem additis oib; predictis p̄b; aliquotis resultabit eadē sumā precise: q; nullas alias ptes aliquotas ab istis habere pōt q; est pfectus: omēs p̄te huius argumētationis patēt ex predictis cōclusionibus huius capli. Sequūtur et antecedūt ad hāc cōclusionē multa q; Jordanus enumerat in fine sui septimi libri. Primū est: q; ois pars aliquota numeri pfecti preter vnitatē est numerus diminutus. i. pariter par vel primus impar vel aliq; multiplex eius: p̄t ex dictis. Scōm q; infra decē vnus tāti sit numerus pfectus. i. sex: et infra centū sed supra decē itē vnus pfectus: scz. 28. et infra mille sed supra centū iterū solus vnus pfectus vt. 496. et sic p̄r p omēs līmites numerādī q; decuplando sese pcedūt: p̄t hoc inductiue q; multiplicatio predicta pariter parū p impares primos: hos et nullos alios numeros potest pcreare vt dicit secunda pars cōclusionis. Tertium est q; dispositis in suo naturali ordine oibus pfectis numeris alternatim senario et octonario numeris parib; terminantur vt dicit tertia pars cōclusionis: q; sic semp occurrīt multiplicatio pfectorum productiua et nō aliter: quare sequitur vltērius q; ois numerus pfectus ē par et nullus ipar. Quartū est q; numerus pfectus nunq; pōt esse pars aliquota numeri pfecti: imo neq; diminuti sed semp abundantis de quib; statim dicemus.

Vndecima cōclusio.

Sicut ois numerus diminutus a sola vnitāte aut ab alio numero diminuto mēsurari potest: sic cuiuslibet numeri abundantis multiplex erit necessārio abundans: adeo q; nullius alterius q̄ abundantis abundans potest esse pars aliquota. Aduertendū hic q; h; numerus pfectus semp sit par: tñ abundans et diminutus in differēter esse possunt

TERTII LIBRI GEOMETRIAE.

pares et impares: nam sicut omnis pariter par in conclusione quatuordecim probatus est diminui: sic omnis impar par primus est diminui: quia sola unitas est pars eius aliquota quae est minor eo: idem probatur de numeris abundantibus quia eorum quidam sunt pares alii impares. Ergo prima pars conclusionis verificatur: quia impar primus a sola unitate mensuratur: pariter vero paris numeri pars aliquota ex quarta huius non est nisi si unitas vel pariter par quae est diminui: impar etiam compositus si fuerit diminutus ut. 9. vel. 15. ab un pari primo mensuratur quod similiter probatur est diminui. Secunda pars etiam vera est: quia duplicare vel triplicare numeros abundantes est duplicare vel triplicare omnes eius partes aliquotas quae ita bene producit abundantes numeros sicut simpliciter accipere producant ipsum ex definitione eius. Tertia pars ex prima sequitur et secunda: ex prima quidem quia abundans non potest esse pars aliquota diminuti ut probatum est: neque perfecti quod solus ex pariter pari et impari primo precedebat ex precedente conclusione: quod restat quod non sit pars aliquota nisi abundantis numeri. Ex secunda vero parte etiam idem sequitur: quia omnis pars aliquota est submultiplex ad suum totum: et cuiuslibet abundantis multiplex etiam est abundans. Numeros abundantes pares facile inuenimus si. 12. eorum primum multiplicauerimus: numerus etiam perfectus sua multiplicatione abundans producit ex quarto correlario precedentis. Sed imparem abundans inuenire haud facile est et credo: primum eorum esse. 45045. cuius partes aliquotae sunt. 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. et totidem aliae quae ex diuisione totius per istas inueniuntur: et producant omnes simul addite. 46091. deinde omnis multiplex predicti numeri. 45045. erit abundans siue par siue impar.

Duodecima conclusio.

Quia omnis numerus aut primus est aut compositus: ille qui in se primus est ad omnem alium primus erit: compositus vero omnis ab aliquo primo necessario mensuratur.

Hec vocabula numerus primus in se: primus ad alium: compositus in se: compositus vel commensurabilis ad alium: compositus sunt numeris paribus et impibus quodammodo de abundantibus et diminutis dictum est: 13 in arithmetica nostra primum et compositum ad solos impares: abundantes et diminuti ad solos pares retulerimus: hic tamen ad omnes numeros ea adaptanda suscipimus. Prima ergo pars conclusionis a sufficienti diuisione probatur quia omnis numerus habet partem aliquotam unitatem: vel et eam solam: si scilicet primus: ut binarius ternarius etc. vel praeter unitatem habet alium numerum primum aliquotam sui: si scilicet compositus: ut quaternarius etc. Item numerus quilibet conuenit cum alio numero in unitate parte aliquota utriusque: vel et in ea sola: et sic dicitur primus ad alterum: vel etiam in alio numero praeter unitatem: et sic dicitur compositus ad alterum: neque potest dari medius inter haec membra quod per contradictionem separantur. Secunda etiam pars ex definitione numeri ad alterum primum est manifesta: quia si aliquis numerus in se nullam partem habet aliquotam praeter unitatem: ergo ad alterum comparatur in nulla alia parte aliquota conuenire poterit cum eo: quod est ad illi primum esse: qui etiam duo numeri dici solent contra se primum et ad inuicem primum. Tertia pars similiter notificatur ex teris: quia si aliquis numerus est compositus ergo ab alio numero parte sui aliquota mensuratur ex definitione: vel ergo ille alius numerus est primus vel compositus: si primus habemus propositum: si compositus: quero iterum vel sua pars aliquota est numerus primus vel compositus: si primus: ille etiam erit pars aliquota totius et sic propositum est verum: si compositus: praedicta ulterius donec inueniam numerum primum: quia in numeris decrescendo non praedicit in infinitum. Ex hac conclusione sequitur primo quod si aliquis numerus mensuret compositum ex duobus: necessario et alterum componentium mensurabit: ac perinde alteri illorum est commensurabilis. Secundo sequitur quod quicunque numerus mensurat compositum et unam partem eius: mensurabit et alteram: si in duas tantum partes diuidatur: et multa alia ex his sequentur facilia quae omnia fundantur in regula superius allegata: quicquid est pars partis est pars totius et contra: loquendo precise de partibus aliquotis.

Decimatertia conclusio.

Si impares numeri in sua naturali serie disponantur: et totidem impares post quem libet sumantur quot ipse ab unitate fuerit: extremum sumptorum ab illo numerari conueniet: et item totus ab illo extremo quot ipse a primo: etiam a primo mensurabitur: sicque deinceps: omnes vero medii semper relictis erunt impares primi.

Hec est. 25. septimi Jordanii quae etiam sub alijs uerbis in nostra arithmetica posuimus: et aliter sub alijs ponit eam Boetius in sua: ubi gnatio primarii specierum imparitatis declarat: in naturali ergo serie imparium ternarius est primus quod idem est tertius numerus ab unitate: quare post ternarium accipiamus tres impares ipsum immediate sequentes: scilicet. 5. 7. 9. dico quod horum extremum mensurat ternarius quia est pars aliquota eius: quod sic probatur: quia ille nouenarius est maior ternario et excedit ipsum adeo quod differentia eorum est composita ex tribus differentijs intermediorum ad seipsos et ad duos extremos per secundam conclusionem tertij capiti huius: sed differentia duorum imparium primorum est binarius: ergo multiplicato binario per ternarium fiet tota differentia quae est inter nouenarium et ternarium: cui si addatur ipse ternarius constituet nouenarius: ergo iste est mensuratur ab illo: ergo ternarius est pars aliquota nouenarii quia aliquoties sumptus reddit integrum nouenarium: quare nouenarius est numerus compositus. Deinde acceptis iterum tribus imparibus primis post nouenarium: scilicet. 11. 13. 15. extremum eorum mensurat ternarius: probatio: quia inter eos sunt sex differentiae siles prioribus: ergo ternarius duplicatur producit totam differentiam per multiplicationem suam cum binario: cui totali differentiae si addatur ternarius fiet. 15. numerus a ternario compositus et mensuratur: primum

CAPVT QVINTVM.

accipiant post. 15. tres numeri. 17. 19. 21. quoru extremum mēsurat ternarius: nā inter eos sūt no
nē dñe q̄ sunt binarij ex quib⁹ totalis dñia pducit ex multiplicatione ternarij triplati p binarij cui
addit ternarij pficiet. 21. eadē ratio pbat de alijs oib⁹ sequēdo naturalē seriē ipariū. Itē qnarij q̄ se
cludus ipar q̄ qn⁹ numerus ab vnitatē: acceptis q̄ qnq̄ impib⁹ primis post eū: sc. 7. 9. 11. 13. 15.
extremū eorū mēsurat qnarij ppter qnq̄ dñias q̄ ipse qnarij ducit in binarij pficit: q̄b⁹ ipse si addat
cōplebit. 15. numeri cōpositi q̄ mēsurat aqnario: q̄ etiā ad. 25. h3 decē dñias q̄ ipse duplat q̄ ducit
in binarij pducit ad. 35. h3 q̄ndecim dñias rē. Sicut septenarius tertius impar rēptimus nserus
ab vnitatē mēsurabit septimū post se. 21. rēptimū post illū. 35. rēptimū post illū. 35. rēptimū post illū. 35. rēptimū post illū.
differtētijs variantur p. 7. 14. 21. rēptimū septenarius suapfiet multiplicatione p binarij: rēptimū
de alijs oib⁹ iparij p ordinē q̄ pma ps cōclusionis vera. Scda ps de numeris intermedijs ex diffi
nitione iparij pmi pbat: q̄ oēs illi relictī sunt ab impib⁹ pcedētib⁹ oib⁹: q̄ nullā hnt pte aliquotam
preter vnitatē: rēptimū sunt numeri pmi: pma pbat: q̄ nō possunt habere numerū parē p pte aliquota
ex tertia huius: neq̄ imparē sequentē eos q̄ oīs talis est maior numerus: nulla autē pars est ma
ior: suo toto per secundam cōem scientiam: neq̄ tandē aliquem imparem pcedēdē eos ex ipothēsi q̄
sunt relictī ab omnibus pcedentibus: ergo sunt numeri incōpositi rēptimū.

Quartadecima conclusio.

Cum fuerint duo numeri ad seipsos primi: etiā alij duo qui ab eis in seipsos
ductis producentur erunt adinuicem primi: q̄ si iterū idem in pductos suos
ducatur: & qui inde pducetur erūt cōtra se primi: sicq̄ deinceps in infinitū.

Hec est apud Jordanū. 12. tertij q̄ pbat gñationē tertiē spēi numeri iparij: p cuius pbatōne quedā
supponant pponēs ex eodē lib. 3. Jordanū. Prima si fuerit duo numeri ad inuicē pmi: q̄dñs nserat
eorū alterū: erit ad reliquū pmi: q̄ alias seq̄ret q̄ illi duo nō essent cōtra se pmi: sed cōcāret in par
te aliquota illius numeratoris. Scda q̄ q̄libet duo numeri q̄ mēsurāt alios duos ad se primos: etiā r
ipī sunt adinuicē pmi: q̄ si nō: pmi duo nō erāt cōtra se pmi: nā cōis istorū mēsurā nseraret illos q̄
repugnat posito. Tertia oīs numerus cōpositus ex duob⁹ ad se pmi: ad vtrilibet eorū erit primus:
q̄ ex correlario. 12. oēs numerū aliq̄ totū r vñā ex duab⁹ ptiibus ei⁹: numerabit r reliq̄. Quarta
oīs cōpositū ex duob⁹ pmi ad aliq̄ tertiū: erit ad idē tertiū sūt numerus pmi: eadē est ratio q̄ in
pcedēte. Quinta si fuerint duo numeri cōtra se pmi: ille q̄ pducit ex altero eorū in se ducto erit ad
reliquū pmi: p3 ex tertia q̄ de cōposito ex additione r pducto ex multiplicatione idē est iudiciū: si
quidē oīs multiplicatio est additio. Ex his statim pbat pma ps nfe cōclusionis q̄ est pma ppietas
numeri ad alterū pmi: ex q̄nta em̄ istarū numerus pducit ex multiplicatione pmi illorū p seipsum r
primus ad alterū: r cōtra pducit ab altero est pmi ad alterū: q̄ duo illi nseri pducti sūt cōtra se pri
mi: ubi gñā: sint. a. r. b. cōtra se pmi ducat. a. in se r fiat. c. ducat etiā. b. in se r fiat. d. itē arguo ex q̄nta
predictarū q̄. c. est pmi ad. b. r vltra. b. r. c. sunt ad se pmi r. b. mēsurat. d. q̄ p eandē. c. erit pmi ad.
d. q̄d ē ppius: duo pmi sint. 3. et. 5. duo scdī. 9. et. 25. Scda ps de pductis ex multiplicatiōe p3 pdu
ctorū ē: pbat: sint illi pducti. e. f. itē. e. ē pmi ad. b. et. ad. d. ex q̄nta predictarū r. f. est. pduct⁹ vel mē
surat⁹ ab ipso. b. g. e. et. f. sunt adinuicem pmi: eadē erit ratio pcedēdo p alios multiplices sine fine.

Decimaquinta conclusio.

Si fuerint duo numeri cōtra se primi: & minore eorū a maiore subtracto quo
adpoterit: residuū etiā a prius subtracto dematur quoadpossit: continuacq̄
hoc pacto detractiōne facta vnitatē relinqui necesse est. Et vice versa: si in nu
meris hoc modo ab inuicem detractis cōtinuā tādē vnitās residua fuerit: il
los ad se primos incōmensurabilesq̄ esse oportebit.

Ultima ppietas numeroz in pmo libro nfe arithmetice posita demonstratur hic: pma itaq̄ pars sic
si subtrahat minor quoad pōt de maiore: illud q̄ remanet erit necessario minus illo detracto: alias
nō fuisset detract⁹ alter ab altero quoad poterat: residuū q̄ vel erit vnitās vel numerus: si vnitās: ha
betur ppositū: si numerus: cū ille etiā sit pmi ad detractū ex casu patet ex dictis: subtrahat iterū
quoad pōt a p̄dicto minore detracto: r itē iterū quero vel remanet vnitās vel numer⁹ rē. r cū nō sit
pcessus i infinitū decrescēdo in numeris: seq̄tur q̄ tandē remanebit vnitās. Scda ps p3 q̄ est cōuer
tens pmi: r etiā seq̄retur q̄ numerus mēsuraret vnitatē essetq̄ ps ei⁹ q̄d ē impossibile: pma pbat ex cor
relario. 12. q̄d ē em̄ mēsurat totū r detractū mēsurat r residuū: si q̄ nseri ex q̄nta alterna subtractiōe r
cōtinua sola remanet vnitās: nō sint adinuicē pmi q̄ cōcāret: illa cōis eorū mēsurā vnitatē pculdubio
mēsuraret q̄ remanet. Ex hac cōclusionē seq̄tur p analogiā oppositi q̄ si duorū numeroz fiat alter
na subtractio r continuata modo p̄dicto: atq̄ pter vnitatē remāserit alius numerus: illi duo nō
erūt cōtra se pmi q̄ potius cōmensurabiles: eritq̄ ille numerus q̄ remanet maxima pars aliquota
in qua illi duo cōcānt tanq̄ in vtriusq̄ mēsurā. Itactenus igitur de numeroz passionib⁹ hec pauca
demonstrasse sufficiat: post que veniendum erit ad numeroz proportionē r proportionalitates.

TERTII LIBRI GEOMETRIAE.

Caput sextum de proportionibus rationalibus & earum passionibus.



IRCA proportiões numerales quas & rationales diximus duplices cōclusiones demonstrare intendimus: quædā enim erūt pprietates generales pportionū quas in nra arithmetica libro primo statim pposuimus in tractatu secūdo: aliæ erūt ille quæ in musica introductionis libro pmo necessario præsupponunt ad musica ælemēta. Igit̃ comparando prima genera pportionū quæ sunt æqualitas & inequalitas: sit hæc prima cōclusio quæ tamē est. 70. in. 9. lib. Iordani. Prima conclusio.

Propositis quotlibet numeris æqualib⁹: ex illis totidē multiplices ordinatæ pducere: iteq; ex multiplicibus seriatim supparticulares ælicere: atq; ex supparticularibus suppartientes: & alias deniq; inequalitatū species ex aliis ordine debito procreare erit facillimū pariter & certissimū: sicut etiam viceuer sa posteriores in suas priores pportiones resolvere vsq; ad æqualitatem.

Supponamus hic artē datam ex Boetio in vltimis duob⁹ capitibus pmi libri nre arithmetice: scz de origine & resolutione pportionū ab æqualitate iterū ad æqualitatem deueniendo: qd̃ in trib⁹ tantū teris effecimus. Scriptis ḡ tribus numeris eq̃lib⁹ in vna serie: p pma parte hui⁹ cōclusionis scribamus sub eis alios tres sic q; pmo supiorū subscribat numerus sibi eq̃lis: & secūdo subijciat numer⁹ aggregatus ex pmo & secūdo superioribus: tertio vero supponatur numerus cōpositus ex trib⁹ superioribus secūdo tñ eorū duplato: & sub secunda serie p eandem artem fiat tertia series totidē numerorum & sub tertia q̃ta &c. Sit ḡ pma series. a. b. c. scda. d. e. f. tertia. g. h. k. &c. itic arguo sic: sicut. a. ad. b. ita. b. ad. c. qz sunt eq̃les: ḡ p cōiunctā pportionalitatē erit. b. c. ad. a. b. sicut. b. ad. a. & p eandē. c. b. & b. a. si mul ad. a. b. se habebūt sicut. b. a. ad. a. idest ita q̃tuor ad duo sicut duo ad vñ eorū: s. b. c. & a. b. si mul sūt idē qd̃. f. & a. b. si sūt idē qd̃. e. & z. d. est idē qd̃. a. ex ipothesi: ḡ. d. e. f. n̄seri scde seriei sūt cōtinue pportiones inter se: itaq; talis est. pportio. e. ad. d. q̃lis. f. ad. e. s. e. ad. d. est duplus ex casu qz est aggregat⁹ ex duob⁹ eq̃lib⁹ ipsi. d. ḡ. f. ad. e. etiā est duplus: erit itaq; p hunc modū dupla pportio orta ex eq̃litate. Itē p tertia serie sūt arguo: sicut. d. ad. e. sic. e. ad. f. qz dupl: ḡ p cōiunctā pportionalitatē erit. e. f. ad. d. e. sicut. e. ad. d. & sūt. f. e. & z. e. d. si ad. d. e. se habebūt sicut. e. d. ad. d. idest ita q̃tuor ad duo sicut duo ad vñ eorū: sed. e. f. & z. d. e. si sūt idē qd̃. k. & z. d. e. si sūt idē qd̃. h. & z. g. ē idē qd̃. d. p ipothesi: ḡ. g. h. k. numeri tertiæ seriei sūt cōtinue pportiones: qz ita se h. h. ad. g. sicut. k. ad. h. s. ex casu. h. ad. g. est tripl⁹ qz est aggregat⁹ ex duplo & subduplo quorū subdupl⁹ erat eq̃le ipsi ḡ sūt. k. ad. h. est tripl⁹: qre ex dupla imediate ex eq̃litate mediate orta est tripla pportio: eadē ratio efficax erit ad. p̄bādū q; ex tripla orit̃ q̄drupla & sic p̄r p oēs multiplices pportiones seriatim: qz solū variat minor vltimē rōnis sub eadē semp maiore: nā vbi p̄us diximus sed. e. ad. d. est duplus: postea diximus s. h. ad. g. est tripl⁹: & p̄r diceremus s. m. ad. l. est q̄druplus &c. que minor facile p̄bat ex n̄seris q̄s aggregat. m. sup. l. & sic de alijs suo mō. Scda ps de supparticularib⁹ q; p eandē artem subscribēdi oriant̃ ex multiplicib⁹: vt ex dupla sesquialtera: ex tripla sesquitercia &c. eadē rōne p̄bat cōuersis multiplicib⁹ & supparticularib⁹ ordine recto descriptis: qz est penit⁹ idē mod⁹ arguendi accipiēdo lras p n̄seris: vt si series dupliciū sit. a. b. c. series sub ea sit. d. e. f. itic arguat vt p̄us argutum est in eisdē lris q̄usq; veniat ad hāc minore s. e. ad. d. est sesquialter numerus qz est cōposit⁹ ex duplo & subduplo talib⁹ q; duplus eorū est eq̃lis ipsi. d. ḡ. f. ad. e. sūt erit sesquialter: qre & pportio sesquialtera imediate orit̃ ex dupla cōuersa & mediante ea ab eq̃litate: eodē mō argueret̃ q; sesquitercia orit̃ ex tripla: & sic de alijs supparticularib⁹. Tertia ps de suppartientib⁹ q; oriant̃ ex supparticularib⁹ ordinatē: & quarta ps de alijs ḡsit⁹ pportionū q; oriant̃ ex p̄dictis: eadē penit⁹ via p̄bare si prolixius agere q̄s vellet & labore sumere. Vltima ps qz est cōuersa ad oēs q̃tuor precedētes manifestē seq̃tur ex cis: qz idē est mod⁹ resoluēdi q̄ erat mod⁹ p̄creandi pportiones ab eq̃litate mediate vel imediate. s. subtrahere quēlibet numerū ab alio cui prius addebāt: sic est vnaqueq; pportio resoluēt̃ in eam aqua oriebatur donec veniūt sit ad æqualitatem que est oim pportionum origo & mater: sicut vnitatis oim numerorū. Ex hac cōclusionē seq̃tur clarissime pma multiplicis pprietas posita in arithmetica: scz q; pportio multiplex cereris inequalitatū generibus est & antiquior & origine prior: lz in fine primi libri arithmetice dixerimus multiplicem omnē ex superparticulari compositam.

Secunda conclusio.

In naturali numerorū serie sicut q̃libet n̄erus ē ad vnitatē pportio multiplex: q̄ tāto ē maior q̄to ab vnitate remotior: sic q̃libet duo n̄eri p̄ximi sunt

ad inuicē pportio supparticularis: q̄ p recessum ab vnitatē cōtinuā minoraē.
 Prime partis pbatio est faciliſ q̄ vnitatis cuiuslibet numeri est pars aliquota: omne autē totū ad suā
 partē aliquotā est proportio multiplex q̄ multoties eam totā cōtinet: vt totū ad suā medietatē du-
 plum ad suā tertiam triplū &c. q̄ quilibet numerus est multiplex ad vnitatē. Scda etiam pars est faci-
 lis q̄ illa est maior pportio multiplex qua maior terius pluries cōtinet eundē minorē: sed remotior
 ab vnitatē numerus pluries cōtinet vnitatē q̄ sibi ppinquior: q̄ &c. Tertia pars de supparticularib⁹
 pbat̄ ex p̄ma: q̄ si vnitatis est cuiuslibet numeri pars aliquota: & quilibet numerus se quēs addit p̄ci-
 se vnitatē sup suū p̄mo pcedētem: sequit̄ q̄ addit partē aliquotā: q̄ per diffinitionē est pportio
 supparticularis ad ipsū. Quarta pars tādē probat̄: q̄ illa supparticularis pportio est maior alia
 que a minore numero denotatur vt p̄z inductiue q̄ medietas est maior ps aliquota q̄ tertia: & hęc q̄
 pars quarta &c. sed quāto numeri magis recedit ab vnitatē tanto maiores sunt & maiorē denotatio-
 nē tribuunt vnitati parti eorum aliquotē: q̄ ipsa est medietas binarij & tertia pars ternarij: quarta
 quaternarij &c. q̄ minor est pportio supparticularis remotioris numeri ad suū p̄mo minorem quā
 numeri p̄pinquioris ad suū: vt minor q̄q̄ ad quattuor: q̄ quattuor ad tria: & hęc minor q̄ tria ad
 duo: tota q̄ cōclusio est vera. Ex qua correlative sequit̄ q̄ figura illa quadrāgularis de inuentione oīm
 proportionū: quā in caplo. 5. scdī tractatus p̄mi libri arithmetice posuimus: cū suis ibidē p̄prietati-
 bus: cōtinet oīmōdā veritatē: nā eius p̄ma linea siue in longū siue in latum est velut vnitatis q̄ ab ea
 incipit & p cōtinuā ei⁹ additionē pcedit: alie vero linee oēs post p̄mā sunt sicut numeri in naturali or-
 dine: q̄ quilibet earū a suo numero incipit & p cōtinuā ei⁹ additionē pcedit vsq̄ ad q̄ritatē p̄me lineę.

Tertia conclusio.

Omnis proportio multiplex habet post se aliam maiorem: sed nō omnis an-
 te se aliam minorem ea: at superparticulares pportiones ordinem cōtrarium
 seruant: superpartientes vero multipliciū sequuntur modum.

Hęc tripartita cōclusio tota simul pbat̄ ex pcedente: q̄ multiplices pportiones crescunt per re-
 cessum ab vnitatē: supparticulares vero illo modo decrescunt: sed in numeris recedendo ab vnitatē nō
 accedendo ad eam pcedit in infinitū: q̄ omnis pportio multiplex habet aliā se maiorē nō omnis aliam
 se minorē: est enī dabilis minima sed nō maxima pportio multiplex: cōtra vero oīs supparticularis
 habet aliā se minorē nō omnis aliā se maiorē: q̄ ē dabilis maxima nō minima supparticularis. Sup-
 partientes vero pportiones ordinē multipliciū sequunt̄: q̄ earū ille sunt maiores que a maioribus
 numeris denotant̄: & ille minores que a minorib⁹ vt fiebat in multiplicib⁹: quare etiā in istis erit dā-
 da minima nō maxima pportio superpartiens. De alijs vero duob⁹ generib⁹ pportionū q̄ mixta
 sunt nō opus est aliqd specialiter addere: sed mixte cōuenit de eis loqui. Hęc tres conclusiones suffi-
 cienter explicantur generales p̄prietates oīm proportionum: quare veniendum erit ad alias cō-
 clusiones que viam expediunt muscam.

Quarta conclusio.

Quęcūq̄ p̄prietates aut passionēs numeris cōueniunt: eedem & propor-
 tionibus rationalibus adaptari possunt: quare nimirum si in pportionib⁹ nu-
 meralibus equę atq̄ in ipsīs numeris additio: subtractio: duplatio: dimidia-
 tio: multiplicatio: & diuisio fieri possint.

Correlarium manifeste infertur ex cōclusionē: subsumpta hac minore certissima q̄ iste passionēs nu-
 meris cōueniunt: pbat̄ q̄ cōclusio ista: omnis pportio rationalis immediate denotatur ab aliquo nu-
 mero ex p̄mo caplo huius tertij: quare eadem & rationalis & numeralis pportio dicit̄: q̄ omnis talis
 proportio est accipiēda velut aliquis numerus: quare & numeri conditiones seu p̄prietates ha-
 bere dicenda est: quicqd enī cōuenit numero denotatori alicuius proportionis cōuenit & illi propo-
 rioni: que nō potest aliter explicari aut declarari q̄ per illum numerū: vt proportio dupla est vt bi-
 narius & habet eius p̄prietates: tripla vt ternarius: equalitas est vt vnitatis &c. Itē sesquialtera re-
 fertur ad binarium: sesquitercia ad ternarium &c. Deniq̄ superpartiens tertias ad ternarium: super-
 partiens quartas ad quaternarium &c.

Quinta conclusio.

Non aliter in proportionibus quam in partibus aliquotis p̄dīctis nume-
 rorum passionēs sunt requirendę: vnde viceversa tota ratio illarum regula-
 rum arithmetice practicę siue artis numerandi in fractionibus vulgaribus: ex
 naturis proportionum est accipiēda.

Loquimur hic de passionibus in correlario pcedentis enarratis: vt sit sensus cōclusionis: q̄ adde-
 re subtrahere: duplare: dimidiare: multiplicare: & diuidere proportionēs ad inuicē debet fieri per eandē

TERTII LIBRI GEOMETRIAE.

dem artem qua arithmetica practica docet talia infractionibus vulgarib⁹: que sunt medietas: tertia quarta &c. non autem ut infractionibus astrologicis q̄ sunt gradus & minuta &c. probat q̄ conclusio: omne totū ad quālibet vnā suā partē aliquotā est pportio multiplex: ut duplū ad suam medietatem triplū ad tertiā &c. ad plures vero simul partes ex quib⁹ nō fit vna pars aliquota: aliquādo est pportio supparticularis: ut ad duas tertias totū est sesquialterū: ad tres quartas sesquitercū: ad quatuor quintas sesquialterū &c. aliqñ sup partiens ut ad tres q̄ntas totū est superbipartiens tertias: ad quatuor septimas totū est sup tripartiens quartas: ad q̄nq; nonas totū est supquadripartiens q̄ntas &c. Si vero plures partes aliquote simul facerēt vnū totū integrū ut due medietates: tres tertie &c. iam ille nō esset dicēde pars neq; ptes rei sed res integra: & ad tale aggregatū partiū totum esset pportio equalitatis: q̄ eadē via & arte est agendū in proportionib⁹ sicut in partib⁹ aliquotis q̄tum ad predi- ctas passionē q̄ in musicis theorematib⁹ sunt p necessarie. Correlariū ex pncipio noni libri Jordani per octo primas conclusiones fit q̄ euidentissimum: q̄ ibi demonstrantur regule de additione subtractione multiplicatione: & diuisione que dantur in algorismo per proportionē totius ad partes & partium ad partes aliquotas.

Sexta conclusio.

Tunc additur pportio pportioni quādo ex eis tertia q̄dam resultat pportio composita: duplare igitur vel binario multiplicare proportionem aliquam est duas similes proportionē simul in vnā colligere.

Ratio conclusionis est: q̄ omne totū resultat ex oib⁹ suis partib⁹ simul additis: vel potius est omnes sue partes simul sumptę: & ecōtra partes sunt totū: sed omne cōpositū est totū ad sua cōponentia & illa sunt partes ad ipsum: q̄ si tertia pportio cōposita ex duab⁹ simplicibus resultat: opz illas duas simul esse additas & ecōtra: si ille due simul addātur necesse erit tertiā inde resultare cōpositā. Correlarium p̄z ex cōclusionē: addita etiā ppositione assumpta in tertia cōclusionē capli pcedētis. s. q̄ multiplicare aliquē numerū non est aliud q̄ plures siles numeros in vnū colligere: q̄ duplare. i. binario multiplicare aliquā pportionē idē erit ac si duas siles pportiones in vnā cōponere. Tanti de theoria huius cōclusionis: p cuius praxi vel practica noticia est aduertendū tres esse modos addendi simul plures pportiones ad cōponendū vnā aliam ex eis: primus iā insinuat⁹ est in pcedēte cōclusionē ne & demonstrat cum Jordanus in. 8. sui libri noni. s. ducendo denoiatorē vnus indeniatorē alteri⁹: q̄ numerus inde pductus erit denoiator pportionis cōpositę ex eis: ut si vellemus addere duplam proportionē triple: sic cōposita ex eis erit sexcupla q̄ bis tria sunt sex: sic etiā sit additio infractio- nis vel partibus aliquotis q̄ tot medietates addite tot tertijs eiusdē totius sunt tot sextę eiusdē ducendo vlt denoiatorē vnus fractionis indeniatorē alterius ut pcedat inde denoiator fractionis cō- positę. Secundus modus: quē etiā docet Jordanus in. 3. q̄nti libri: est p multiplicationē alternā termi norū cōsimilib⁹ in illis duab⁹ pportionib⁹: itaq; dux vnus multiplicetur per ducē alterius: & comes vnus p comitē alterius: nā ex pma multiplicatione pducetur dux: ex scōa comes proportionis cō- positę ex eis: ut sit. 4. ad. 2. duplę: sit. 9. ad. 3. triplę ex quibus volo componere aliam pportionem ducēdo ingitur. 4. ad. 9. sicut. 36. & ducendo. 2. ad. 3. sicut. 6. q̄ duo numeri. 36. & 6. sūt pportio sexcu- pla: & sic ex duplę & triplę simul additis resultat sexcupla ut prius: pbatio erit clarissima inueniendo mediū pportionale inter illa duo extrema pportiois sexcuplę: & hoc fiet ducēdo comitē pme in ducē scōe pportiois ut. 2. in. 9. pduct. 18. q̄ nūc⁹ ē subduplę ad. 36. & triplę ad. 6. q̄ p scōaz tertij capli hu- ius pportio. 36. ad. 6. q̄ ē sexcupla cōponit ex duplę. 36. ad. 18. & ex triplę. 18. ad. 6. q̄re scq̄r q̄ duplę & triplę simul addite faciūt sexcuplę pportionē. Tertius modus p̄z ex vltimo caplo primi li- bri nre arithmetice: vbi duocimus cōtinuare pportiones plures adinuicē ad cōstituendā pportio- nalitātē: nā in multiplicib⁹ hoc pfacile erat. s. sup ducē vnus pportionis vel infra comitē eius alium inuenire numerū indatā alia pportione: quo inuēto ex illis tribus numeris resultat due simplices pportiones extremorū ad mediū: ex q̄bus sit vna cōposita extremi numeri ad extremū: q̄ cōposita alias v: pportionalitas si due ille simplices cā cōponētes erāt siles eiusdēz speciei pportiones: q̄ si nō sint siles sed varie: neq; cōposita dicitur pportionalitas geometrica: sed insupparticularib⁹ p- portionib⁹ & in alijs q̄ hoc erat difficilior: cautelas ad hoc aliquas posuimus ibidē. Porū aut triū modorū primus erat opere facili⁹ & artificiosior: sed intellectu difficilior & obscurior: tertius ecōtra in intellectu facillimus ope difficillimus alioz: scđus vero & intellectu & ope mediat inter eos.

Septima conclusio.

Subtrahere proportionem a proportionē est residuā inuenire pportionē: q̄ earum differētia dici solet: hinc dimidiare proportionem: si tamen fuerit di- midia bilis: fiet quā facillimum.

Quēadmodū in numeris subtractio supponit duos numeros fere semp inequales quorū minor de- trahitur a maiore & nō ecōtra: ita in proportionib⁹ eadē subtractio inequalitatē duarū pportionum requirit quā minor dematur a maiore & non ecōtra ut inde remaneat alia pportio q̄ sit excessus vel

differentia maioris ad minorem proportionem: sed ex correlario quarte conclusionis huius capiti constat quod in proportionibus numeralibus est possibilis subtractio sicut in numeris: quod conclusio vera. Correlarium manifeste sequitur ad eam: quod dimidiatio est species subtractionis: in qualibet autem specie saluat tota ratio generis. Et tamen notatur si proportio sit dimidiabilis: ad inueniendum quod non omnis proportio est talis: ut dupla proportio in multiplicibus et quelibet alia habens imparem denotationem: item omnis supparticularis proportio est indimidiabilis ut infra dicetur. Hoc de theoria conclusionis: per praxi eius aduertendum etiam tres esse modos subtrahendi et dimidiandi in proportionibus: primus est scilicet tertio precedenti intellectu omnino facillimus. scilicet inueniendo medium numerum inter extrema date proportionis maioris: quod ad alterum eorum habeat proportionem minorem quam proportionem subtrahenda: nam illo medio inuenito proportio maior diuisa erit in duas quartas altera est quod subtrahitur: quod altera est quod relinquitur ut excessus vel differentia maioris ad minorem. Secundus modus est per prima quatuor libri Jordanani docet idem: multiplicando ad alterutrum terminos dissimiles duarum proportionum proportionem hoc est ducendo maiorem per comitem minoris proportionis: et contra comitem maiorem per ducendo minorem: nam ex prima multiplicatione procedit dux ex secunda comes residue proportionis: huius cui differentia fiet si utriuslibet comitem in alterum duxeris: tunc enim producet tertius quidam numerus ad quem dux residue proportionis habebit eandem proportionem maiorem aqua erat minor subtrahenda: que tamen maior per comitem residue diuisa erit in duas quartas altera erat subtrahenda et altera residua quod diximus: quod ille modus est verus. Tertius modus est scilicet primo aliorum in precedente conclusione. scilicet subtrahendo denotato rem minoris a denotatore maioris proportionis: quemadmodum fieri solet in partibus aliquotis: et remanebit denotator proportionis residue: ista tamen subtractio presupponit multiplicationem duplicem: et deinde per ductorem alterum ab altero subtrahitur: nam et in algorismo de fractionibus subtrahendo tertiam a medietate relinquentur sextas: et subtrahendo quartam a tertia residuabimus duodecimam et cetera. eodem modo in proportionibus subtrahere poterimus duplicem a tripla et remanebit sesquialtera: si triplam a quadrupla relinquentur sesquialtera: et si sesquialtera a sesquialtera deperis residua erit sesquioctava: et dempta proportionem sesquialtera a dupla remanebit sesquialtera: vel si hec remoueat remanebit illa: et sic de aliis: he due conclusiones in musicis theorematibus magni habent momenti suntque eis ad modum necessarie.

Octaua conclusio.

Sicut ex additione plurium multiplicium semper fit proportio multiplex non contra: ita etiam si proportio multiplex in plures partes aequales diuidatur: illas omnes multiplices esse necesse erit.

Hanc prolixius demonstrat Jordanus in nono libro non quidem totam simul: sed priorem eius partem. in. 22. conclusionem: alteram in. 60. possumus tamen breuiter ex premissis eam demonstrare: quod ex primo modo sexte huius additio proportionis ad proportionem est multiplicatio suorum denotatorum adinuicem: sed in numeris integris omne multiplex integri est numerus integer: secus in fractionibus numerorum ut patet inductiue: proportio autem multiplex sola denotat a numero integro: alie omnes a fractionibus ut earum diffinitiones indicant: quod prima pars est vera. Secunda etiam probatur quod omne totum in duas aut plures partes equales diuisum habet ad eas multiplices proportionem: quod per quartam huius capiti idem etiam erit verum in diuisione proportionum: nota etiam conclusio ex inductione fide habetur: Ex qua per analogiam oppositum sequitur quod si proportio non multiplex duplex triplex aut alias multiplicet: non fiet inde proportio multiplex: et vice versa: si proportio resultat ex alterius duplicatione aut qualicunque multiplicatione non fuerit multiplex: neque illa altera erat multiplex: nam si due tres aut plures proportionem sesquialtere vel sesquitercie continentur et extrema totius aggregati adinuicem comparentur: non habebitur proportio multiplex ad seipsam sed aliam speciem: nam due sesquialtere ut. 9. 6. 4. sunt una dupla sesquialtera: due sesquitercie ut. 16. 12. 9. sunt una proportio supsepienpartiens nonas: due sesquiquarte ut. 25. 20. 16. est proportio supnonipartiens decimas sextas: et tandem due sesquioctave ut. 81. 72. 64. est una proportio supdeceseptenpartiens sexagesimas quartas et cetera. et ratio huius correlarii dicta est quod in fractionibus numerorum multiplicatio earum alterna non producit numerum integrum a quo denotatur multiplex: sed semper fractionem a qua denotantur alie species proportionum. Dicitur etiam notatur in conclusione et non contra: quod proportio multiplex potest constare ex additione plurium non multiplicium ut dupla ex sesquialtera et sesquialtera: tripla ex dupla et sesquialtera et cetera. potest etiam proportio multiplex per additionem componi ex multiplicibus et ex non multiplicibus.

Nona conclusio.

Cuiuslibet rationalis proportionis diuisio in duas aut plures partes aequales per numeros medios inter eius extrema possibiles: eandem legem obseruat in minimis numeris eius & in aliis omnibus indifferenter.

Hanc Jordanus in. 12. quarti alius verbis sic proponit: si fuerit primus numerus ad secundum sicut tertius ad quartum: quotiesque inter primum et secundum totidem inter tertium et quartum proportionaliter medios consistere necesse est: et sensus est: quod si unus vel duo aut plura media proportionalia sint possibilia inter duos numeros aliquos proportionis: totidem precise sunt possibilia inter quoslibet alios duos in eadem proportionem: quod non refert quantum adhuc sit illi numeri sint minimi vel maiores vel mediocres in tali proportionem.

TERTII LIBRI GEOMETRIAE.

sed in oibus eadem pportio eandem legē sue diuisionis sustinet: itaq; si inter minimos numeros tales pportionis nō sit possibile medium pportionale vt pote q; sola unitate distāt vt. 2. et. 1. vel. 3. et. 2. et. necq; inter quoslibet alios duos in illa pportione erit dabile mediū pportionale: et si inter primos nō sit possibile nisi vnū medium: sicut et in quibuscumq; alijs duobus talen pportione habentib; erit tantū vnū mediū pportionale: et si in primis fuerint duo aut plura talia media: et in oibus alijs erit totidē media eodē modo pportionalia. huius cōclusionis demonstratio tota fundat in equa pportionalitate de qua supra caplo scō hui; tertij: si enī accipiant quattuor minimi teri in data pportione: illi omnes erūt ad seipsos pmi (alias mēsurarent eos alij numeri minores in eadem pportione. s. illi scōm quos pars aliq̃ta cōis multiplicata pduceret eos: qđ manifestā implicat cōtradictiō nem) sed minimi numeri in qualibet pportione mēsurant quoslibet alios in eadē vt maior maiorem et minor minorem scōm eundē numerū: quare si multiplicā et submultiplicā eadem et sūsis est pportio: sequit q; illi minimi p talē numerū multiplicati pducunt eos de quib; loquitur cōclusio cōtinuatos in sili pportionalitate: qđ est totidē habere media pportionalia q̃ sunt in minimis numeris: q; cōclusio vera. Et si ponātur duo et duo numeri in sili bus pportionibus: et cōcedant inter duos primos duo media pportionalia q̃ diuidant illā pportionem in tres partes cōles: dico etiam inter duos scōs esse duo media pportionalia q̃ sūt diuidant illā in tres equales: nā acceptis quattuor minimis in pportionalitate illa forte illi numerabūt pmos quattuor scōm binarij: et alios duos scōs per ternarij: q; sicut ductis q̃tuor minimis in binarij pducūt q̃tuor pmi: ita ductis eisdē minimis in ternarij pducūt duo scōdi cū duob; ibi medijs pportionalibus. Ex hac cōclusionē sequitur manifeste q; nulla pportio dupla nullaq; supparticularis est diuisibilis in duas aut plures pportiones equales: q; minimi numeri in eis nullū recipiūt mediū pportionale: cū sola unitate distent: et hoc idē probat Iordanus in. 61. noni: et in hac veritate fundat musici induisionem thoni (que est pportio sonorū supparticularis) in duo integra semitonia. i. equales pportiones que sunt partes thoni: sed diuidit ipsum in duas partes inēq̃les quas vocāt maior et minor semitonum: sūsis est ratio de in dimidiabilitate diapason q̃ est pportio dupla sonorū. Possent tñ thonus et diapason dimidiari in pportiones irrationales de quib; nihil ad musici: qui rationibus numeralibus omnia considerat.

Decima conclusio.

Quotlibet numeros in data proportionalitate continua minimos inuenire poterimus: si duos primos suæ originalis proportionis supposuerimus.

Hec apud Iordanū est sexta sui quarti libri: p cuius intelligētia aliquas suppositiones demonstrationi premitamus: pma est doctrina data in nra arithmetica de inueniendis pmiis numeris cuiuslibet pportionis. Scda q; etiā in qualibet pportionalitate sunt dabiles pmi et minimi numeri illius: qui pcedunt ex primis numeris illius pportionis simplicis ex q̃ talis cōponit pportionalitas: vt si pportionalitas cōponat ex duplis pmi ei; numeri oriunt ex pmiis numeris duple pportiois q̃ sunt 2. et. 1. si ex sesquialteris pmi duo supponēdi sūt. 3. et. 2. et. 2. et. 1. Tertia suppositio q; geometrica pportionalitas cōtinua (de qua sola est hic sermo) potest cōponi ex duob; pportionib; et trib; teris: vel ex tribus pportionib; et quattuor teris: et sic p̃r maiorādo numeros pportionū et teriorū taliter q; numerus teri nū sola unitate superet numeros pportionū: in qualibet ig; pportionalitate quolibet cōposita possunt dari pmi et scōdi et tertij numeri et p̃r alij maiores: vt in pportionalitate cōposita ex duobus duplis pmi teri et minimi sunt. 4. 2. 1. si ex tribus: pmi teri sunt. 8. 4. 2. 1. In pportionalitate cōposita ex duob; sesquialteris: primi sunt. 4. 6. 9. si ex trib; pmi sunt. 8. 12. 18. et. 27. et. sic q; nulli numeri minores aut p̃ores istis possunt tales pportionalitates cōstituere: istis tñ duplatis: triplicatis: aut aliter multiplicatis fient alij numeri maiores in ei; pportionalitatib;. Mostra itaq; cōclusio intēdit solos pmos et minimos numeros cuiuslibet pportionalitatis inquirere: quotq; numeros illa ponatur habere: hoc est tres q̃tuor aut quinq; et. et dicit q; illi oriuntur ex duob; primis numeris sue originalis pportionis. i. illius pportionis simplicis ex qua talis pportionalitas cōponitur. Modus vero quo isti ex illis elicuntur ponitur in correlario dicte sexte cōclusionis a Iordano sic: vnde manifestū erit ex duor in aliqua pportione minimorū pmo in ambos et scō in se ductor tres: et ex eodē pmo in illos tres eodēq; secundo in tertij: quattuor. primus enasci illius pportionis minimos: q; si pmi hoc pacto in omnes ducere pergis et scōm in vltimū corū: quotquot libuerit in ali qua pportione minimos effices: hec ille: cuius sensus clarus est: q; suppositis duob; pmiis et minimis teris alicuius pportionis: elicies inde tres minimos pportionalitatis cōposite ex duob; talib; pportionib;: multiplicādo pmi. i. maiore duorū pmo in seipsum: scō in minore: tertio minore in se ipsum: et pducen inde tres teri cōtinue pportionales. i. facientes duas siles pportiones tales q̃lis erat illa vna pportio ex duob; pmiis teris a quib; isti tres ori sunt: et si velles elicere quattuor terminos ad cōponendū pportionalitatē ex tribus sili bus pportionibus: debes multiplicare tres predictos p duos priores hoc modo: q; pmo ducat pmius duorū in oēs illos tres: deinde secundus duorū multiplicetur p tertium illozū trium: et sic fient quattuor teri primi in tali pportionalitate: postea si velles adhuc maiore pportionalitatē cōponere: ex q̃tuor numeris cōflabis quinq; et ex quinq; sex et. et. semp multiplicando pmi duorū per omnes precedētes: et scōm duorū per vltimū eorūdem: et semp nu

meri inde pducti sunt pmi z minimi in illa pportionalitate: quibz duplatis triplatis aut aliter multiplicatis pcedent scđi tertijs z alijs in eadē pportionalitate. His suppositis pbatio cōclusionis clara est: si cñ qñ idem numerus multiplicat alios duos vel ecōtra pductozū z multiplicatozū eadem est pportio vt allegauimus in qñta pcedētis capli: qñ illi tres numeri ex duozū multiplicatione pdicta pcreati habēt duas pportiones siles pportioni aliozū duozū: vt si a. z. b. sint duo pmi. c. d. e. tres secūdi: qñ c. z. d. pducti sunt ex multiplicatione vnius p alios duos: scz. a. p. a. z. b. hñt eandē pportione sicut a. z. b. itē qñ d. z. e. pducti sunt ex multiplicatione duozū pvnz: scz. a. z. b. p. b. habēt eandē pportione sicut a. z. b. qñ c. d. e. hñt duas siles pponēs illi qñ est a. z. b. Qd xō illi tres sint pmi z minimi in illa pportionalitate: pbat sic: qñ eñ duo piores erāt in sua pportione pmi z minimi ac pñ de cōtrafe pmi: qñ oñes ex eis in se pducti sunt contra se pmi ex. 14. pcedētis capli. Quare p eandē si itē ex tribz fiant quattuor multiplicatione duozū piorzū: etiā illi erūt cōtra se pmi: z p quintā pcedētis habebūt siles pportiones pcedit: z sic pñr pcedēdo: qñ tota conclusio vera. Ex qua pñ alia via faciliōr cōtinuadi plures pportiones supparticulares eiusdē speciei: qñ erat illa qñ posuimus in celce pmi libri nre arithmetice ex Boetio sumptā: z ad musicas cōteplationes p necessariā: p cōpositione plurium thonorū (que sunt sesquioctauē pportiones) ad cōstituendam ex eis consonantiā. Pro huius tamē conclusionis clariore intelligentia duas alias super addamus.

Vndecima conclusio.

Cum fuerint plures numeri cōtinuē proportionales: eorūqñ primus mēsus fuerit vltimū: metietur & secūdum: qñ si secūdū metiri nō posset primus: neqñ ipse neqñ aliquis aliorum numerabit vltimū.

Quāvis hanc pñe demōstret Jordanus in. 13. qñt: tamē faciliōr hñc eam pbare volumus ex pcedētibus: nā per octauā huius capli pportio multiplex neqñ cōponit neqñ diuidit equaliter nisi pportionibus multiplicibz: hoc autē est mēsurari numerū a numero habere ad ipsum pportione multiplicē: z pportio pmi ad vltimū qñ est multiplex p casum p secūdā tertijs capli huius cōponit ex pportionibus mediozū tam ad se qñ ad extrema: qñ oēs p casum sunt eqles: qñ tam illa cōposita qñ alie ex qñ cōponitur sunt multiplices: qñ vera erit cōclusionis pmi pars qñ vbi cōcurrūt tres: qñtuor: aut plures numeri cōtinuē pportionales. i. pportiones siles z equales habētes: atqñ pportione multiplicē extremozū cōponēs ac diuidēs (qñ vnū extremozū alterū mēsurat) necesse erit pmi ad scđm vel econuerso esse multiplicē pportione qñ est mēsurare illi: eadem ratio cōvincit de scđo z tertio: de tertio z quarto zc. qñ oñes sunt siles pportiones. Secūda pars cōclusionis seqtur ad primā p pñam ecōtra: i. inferēdo ex opposito cōsequētis oppositū antī: qñ erat pma ps cōclusionis iā demonstrata: si eñ pmi nō mēsurat scđm: ibi nō ē pportio multiplex: qñ neqñ inter secūdū z tertiū: neqñ inter tertiū z quartū: qñ neqñ inter pmi z vltimū: vñ seqtur qñ pmi nō mēsurat vltimū: z silt neqñ aliqñ aliozū.

Duodecima conclusio.

Quotlibet numerorum cōtinuē proportionalium si duo extremi fuerint ad seipsos primi: erunt omnes illi in sua pportione minimi: & adiuerso: si quotlibet numeri cōtinuē proportionales fuerint in sua pportionalitate minimi: duo eorū extremi erunt contra seipsos primi.

Cōprehēdimus hñc quartā z qñtā cōclusiones qñti libri Jordani: qñ fundātur in vigesimatertij eiusdē que talis est: qñlibet duo numeri adiuicē pmi sunt in sua pportione minimi: z pbatio eius est facilissima ex teris: qñ si nō essent in tali pportione minimi: nō essent cōtra se pmi vt supponitur: pñ pñ qñ cōdicarent in parte aliquota alia ab vnitāte: scz in illo numero secūdū quē minimi illius pportionis mēsuraret istos nō minimos: qñ p 19. tertij libri: qñlibet numeri i sua pportione minimi mēsurāt oēs alios in eadē pportione. i. maior maiorē z minor minorē equaliter: z pbatut statim a pmutatā pportionalitate zc. Ex his qñ sic arguitur ad primā partē cōclusionis nre: qñ si pmi z vltimus dictozū numerozū sunt ad seipsos pmi z per cōsequēs minimi in sua pportione: isti mēsurant oñes alios z non mēsurātur ab alijs in eadē pportione: qñ nulli sunt piores aut minores eis: z qñ pportio extremozū cōponitur ex pportionibz mediozū: qñ etiam medij numeri eorū sunt in suis pportionibz minimi: sic qñ in talibz pportionibz a nullis pioribz mēsurātur: pñ deducitur tñ qñ pportio minimozū nō cōponeretur ex pportionibz nō minimozū: tñ etiā qñ si singas alios eis minores in talibz pportionibus: arguā p equā pportionalitatē ad inferēdū vñm manifeste impossibile. i. qñ maiores numeri mēsurarent minores essentqñ partes eorū aliquote. Secūda pars ex pma seqtur p cōuersionē: z item quia si detur oppositū ei. i. qñ extremi numeri cōdicarent in aliquo numero parte aliquota eorū: scqñ tur qñ in eadē pportione darētur alijs numeri minores istis. i. illi secūdū quos illa pars aliquota mēsuraret istos duos extremos: iuxta regulā allegatā si idem numerus duos multiplicet multiplicatozū z pductor eadem erit pportio: tunc eñ illa pars aliquota ducta in illos duos mēsuratōis sue produceret istos duos extremos qñ necessario erunt maiores illis vt pote multiplices ad eos: consēquē illatū est impossibile implicās cōtradictionem: qñ z oppositū secūda partē ex quo seqtur erat fal



TERTII LIBRI GEOMETRIAE.

Ann: & sic manet tota conclusio vera. Sed quia diutius in arithmetice demonstrationibus immorati sumus: & ex predictis duobus capitulis satis elucere possunt oia que in pmo subiecte musice libro demonstranda proponuntur: ad geometricas speculationes inde discessimus redeamus.

Capitulum septimum de potentia linearum.

ICTVM est de proportionibus magnitudinum & coicatione & incocatione earum: & potissime descendendo ad longitudines linearum: nunc dicam aliquid breuiter de linearum potentia respectu superficiei in quas possunt: pmo quod nois exponendo. Superficies autem in quibus potest aliqua linea: est quadratum eius: & dicitur linea posse in ipsam superficiem: quia ex ductu sui in seipsam eam producit.

Prima conclusio.

Equales lineae in superficies possunt aequales: dupla autem in quadruplam: tripla vero in nonocuplam: & vniuersaliter quodlibet multiplex linea date potest in multiplicem superficiem date lineae: denominatam a numero de nominante multiplex linea in se ducto.

Ista patet inductiue: linea enim bipedalis potest in quadruplum respectu lineae pedalis: & linea tripedalis potest in nonocuplum: & quadrupedalis in sedecuplum: quoniam quadratum pedalis lineae est tantum unus pedis quadratus: quadratum vero lineae bipedalis. 4. pedis quadratos: & quadratum lineae quadrupedalis. 16. & sic vltiori: ut apparet ex arithmetica quod bis duo sunt. 4. ter tria sunt. 9. quater quatuor sunt. 16. &c. De proportionibus linearum supparticularibus & suppartientibus & alijs quibus earum datur haec regula: quod lineae reducatur ad numeros minimos talis proportionis & illi quadratur: & apparebit proportio quadratorum: & sic proportio sesquialtera potest in duplam sesquiquarta: quod sic se habent quadrata binarii & ternarii: & sic de alijs.

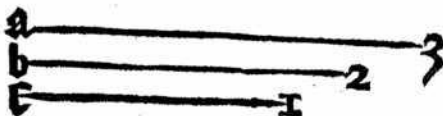
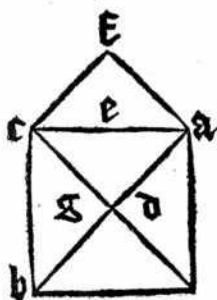
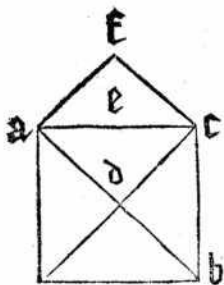
Secunda conclusio.

Lineae quarum una potest in duplum respectu alterius sunt sicut diameter & costa.

Ista patet ex secundo libro capitulo. 3. de quadrangulis propositione quinta: ex qua patet quod diameter est assimetris costis: & est alia ostensio ab illa quae dixi in capitulo. 4. precedente: si enim diameter & costa essent simetris haberent se utique sicut numerus ad numerum ex secunda capitulo quinta huius: & quadrata eorum haberent se sicut quadrata numerorum: sed hoc est impossibile quoniam proportio dupla quae est istos: impossibile est quod sit quorsicunque duorum quadratorum numerorum. Ad confirmationem autem huius sententiae apponam septimam conclusionem decimi libri ipsius Euclidis talem.

Omnium duarum superficierum quadratarum quarum latera in longitudine coicant: e proportionis alterius ad alteram tanquam proportio numeri quadrati ad numerum quadratum. Si vero fuerit proportio superficierum quadratarum ad superficiem quadratam tanquam proportio numeri quadrati ad numerum quadratum: erunt latera earum in longitudine communicata: quod si non: erit oppositum.

Ex ista patet inter se nona proportio superficierum quadratarum ad superficiem quadratam costae non est sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum: igitur latera talium quadratorum scilicet costa & diameter erunt in longitudine incommensurabilia. Ad confirmandum autem hanc sententiam de diametro & costa inducit capitanus decimo geometrie commento septimo primam quae facit Aristoteles primo priorum: scilicet quod si diameter esset simetris id est commensurabilis costis: erit numerus impar equis numero pari quod sic patet: si enim diameter est commensurabilis costis: erit igitur proportio diametri. a. b. ad. a. c. costae sicut proportio alicuius numeri ad aliquem numerum: ut patet ex secunda precedenti capitulo quinta & ex definitione coicatum quatuordecim: & sint dati numeri. d. et. e. et sint isti numeri secundum suam proportionem minimi: & non erit uterque eorum par sed unus par & alter impar: alioquin numeraret eos binarius & per omnes non essent secundum illam proportionem minimi: quod non contra se primis: sit igitur impar. d. maior: & quadratum eius erit impar necessarium: quod quadratum omnis numeri imparis est impar: ut docet arithmetica: quod si impares numeri impiter acceruerint: ut sit in quolibet quadrato numeri imparis: compositum necessarium erit impar: & per primam immediate quae est septima decimi Euclidis quadrati. a. b. ad quadratum. a. c. est tanquam proportio quadrati. d. ad quadratum. e. et e converso: igitur cum quadrati. a. b. sit duplum ad quadratum. a. c. ut prehabuit est: & quadratum. d. erit duplum ad quadratum. e. sed constat quod ad quadratum. e. est aliquis numerus par duplus quod patet duplicatio ipsius: igitur cum quadratum. d. ex hypothese sit numerus impar sequitur quod numerus par & numerus impar erunt eque multiplices respectu eiusdem numeri: & ita erunt equales per quintam tertii capitulo. Si vero. e. est minor & impar diuidatur. a. b. in duas medietates ducta. g.



l. linea: pñciaturq; quadratū ductus lineis. a. f. et. c. f. si igitur pportio. a. b. ad. a. c. est tanq; pportio. d. ad. e. igitur cōuersa pportione. a. c. ad. a. b. est tanq; pportio. e. ad. d. igitur pportio. a. c. ad. medietatē. a. b. puta ad. a. g. est tanq; pportio. e. ad. medietatē. d. igitur pportio quadrati a. c. ad. quadratū. a. g. est si cut pportio quadrati. e. ad. medietatē quadrati. d. igitur ut prius qdratum. e. erit duplū ad quadratum medietatis. d. sed cōstat qd ad quadratū medietatis. d. fit alqs numerus par duplus: qd cū quadratū. e. sit minus et impar: erit numerus par et impar eandē habēs pportionem ad eundē numerū et p cō sequens erit equalis sicut prius: qd numerus ipar erit p te equalis numero pari: qd palā est impossi bile: ergo antecedens ex quo sequitur erat falsum: scz diametrum esse sue costē assimetrum.

Tertia conclusio.

Si fuerint tres lineæ continuæ pportionales: secūda tanto potentior est pri ma: q̄ta est proportio tertie ad primā. Ex quo manifestū est qd lineæ ppor tionaliter mediā inter diametrum & costam est incōmensurabilis vtriq; in lō gitudine simul & in potentia.

Ista conclusio capit vnā partem euidentie a pma huius capli et aliā a scda: a pma em capit euidentia pro q̄titatibus cōcantibus: accipiant enī tres lineæ: scz pedalis: bipedalis: quadripedalis q̄ sint con tinuæ pportionales scdm pportionem duplā cōstat enī qd tertia est qdrupla ad primā: secūda autē que est dupla ad ipsam pōt in qdruplū respectu eius qd pōt illa pma ut dicit pma ppositio capli huius: quare tanto potētor est secūda sup primā q̄ta est pportio tertie ad primā. Ex secūda autē accipit euidentia pro incōmensurabilib; accipiam enī tres lineas quarū secūda se habet ad primā sicut diameter ad costā et similiter tertia ad secūda sicut diameter ad costam: cōstat qd tertia est dupla ad primā ex tertia quarti capli: cōstat enī qd qdruplū secūde est duplū ad quadratū pme: ex secūda presentis capli quare etiā in istis tanto potentior est secūda sup primā q̄ta est pportio tertie ad primā. Correlariū piz ex diffinitione lineæ incōmensurabilis in longitudine et potentia.

Quarta conclusio.

Si fuerint tres lineæ continuæ pportionales: quod fit ex ductu primæ in ter tiam æquum est quadrato mediæ.

Ista ex arithmetica sufficientē habet euidentia in q̄titatibus cōcantibus: nā sic est vniuersaliter verū in numeris cōtinuæ pportionalib; quod illud qd puenit ex ductu minoris numeri in maximū equū est quadrato mediū numeri: ut pbatū est supra caplo. 5. huius cōclusionē. 5. Verbigra. 2. 4. 8. sit pportionalia continuæ scdm pportione duplā cōstat qd bis. 8. et q̄ter. 4. idem faciunt: sed q̄tita tes cōmunicantes habent se sicut numeri igitur similiter erit in illis: quare in q̄titatibus incōmuni cantibus erit idem modus qz eadem est potentia in istis et in illis.

Quinta conclusio.

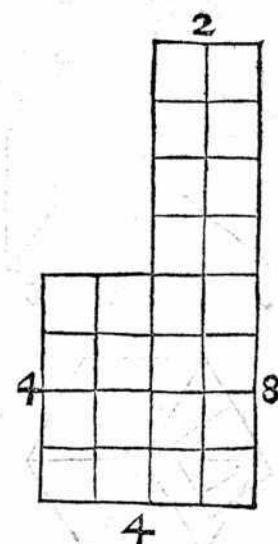
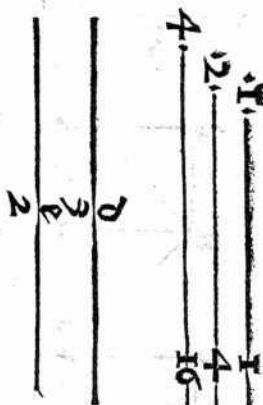
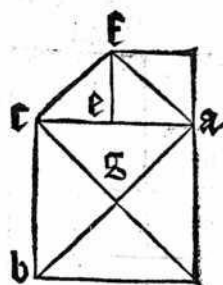
Si fuerint quattuor q̄titates pportionabiles continuæ: qd fit ex ductu primi in quartum æquum est ei rectangulo quod fit ex ductu secūdi in tertium

Et voco rectangulū figurā altera pte longiorē que cōtinet sub duab; lineis medijs in se ductis. Ista patet similiter in numeris ut. 2. 4. 8. 16. nam quater. 8. et bis. 16. idē faciunt: ergo vera est cōclu sio in q̄titatibus cōmunicantibus: qd et in alijs nām in eis eadem ratio est.

Capitulum octauum de quadraturis.

OST prædicta decens est tãgere aliqua de qdraturis. Est em aliq̄ figurā quadrare aream quadratā inuenire sibi æqualē. Causa autē in quadraturis est ista: qd figura quadrata est certioris mensuræ q̄ quecunq; alia figura: cū em habes qd superficies data est duorum pedū quadratorū vel. 4. aut secūdu aliū numerū iam certificatus es de mē sura q̄titaris ei⁹ certitudine vltima: ppter qd geometræ interest tractare de reductione aliarū figurarū ad hanc: quare geometræ antiqui oēs alias propter sui varietatē in eam reducere cōsueuerūt & nō istā i alias. Ponā ergo aliquas cōclusiones paucas de quadraturis: & incipiam a superficiebus simillioribus quadratis: & deducam cōsiderationem vsq; ad circulos: & sit prima cōclusio de figura altera parte longiore quæ est quadrato simillior.

Prima conclusio.



TERTII LIBRI GEOMETRIAE.

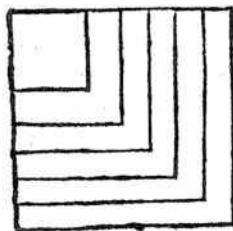
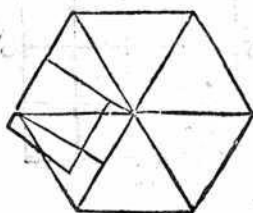
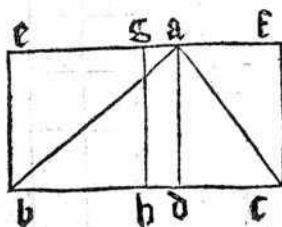
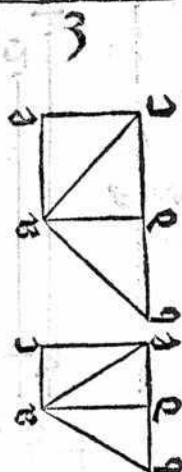
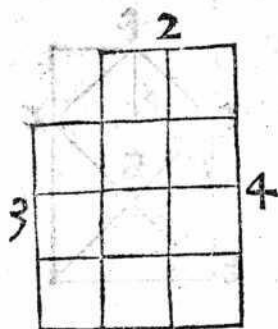


Figura altera parte longior per mediæ rei inuentionem: & eius ductum in se ipsam in quadratum reducitur.

Medie rei inuentionem accipies ex quarto caplo huius libri propositione quarta: sed ex quarta capli præcedentis habes q̃ quadratum in q̃d p̃t aliqua linea media est altera parte longiori date equale. Ibec ostensio est vlt̃s & geometrica cui attestat arithmetica: qm̃ si fuerit vnum latus altera parte longioris duorū pedū & aliud. 8. erit tota area. 16. pedum quadratorū: q̃ si quadrare velis accipias vnum latus quatuor pedū & ipsum in se ducas & habebis superficiem quadratā cuius area est. 16. pedū: & hui⁹ demonstrationis mētionem habes secundo de aia & tertio metaphysice vbi philosophus hanc quadraturam medie rei inuentionem vocat: qm̃ medie linee inuentione habetur questum.

Secunda conclusio.

Area trianguli æquilateri vel ysochelisi æqua est tetragono contēto sub duabus lineis: quarū vna est medietas basis: altera vero linea diuidens basim angulūq; basi oppositum & totum triangulum per medium in se ductis.

Ista manifesta est statim ex sc̃da cōclusionē capli de triangulis: sit em̃ triangulus æquilaterus vel ysocheles. a. b. c. & nō est otia nisi quod in triangulo æquilatō q̃d latus in distincte p̃t esse basis in ysochele vero latus inequalitatis erit basis: & ducā linea. d. a. diuidens p̃ medium basim. b. c. & angulū a. & totū triangulū. a. b. c. oia em̃ hec diuidit: dico tunc q̃d area trianguli æq̃lis est tetragonismo contēto sub lineis. a. d. & d. c. in se ductis: ducā em̃ vna linea in aliam & erit tetragonismus. a. e. d. c. q̃ diuisus est in duos triangulos æq̃les p̃ lineā diagonālē. a. c. & erit in tota figura tres trianguli partiales & inter se æuales sicut deductū est euidenter in caplo ysuperimetroz cōclusionē secūda: quare cū duo istoz sint oēs partes trianguli præfati: & duo illoz sunt om̃es ptes tetragoni memorati: manifestū ē q̃ trigonus iste & tetragonus ille æq̃les habeant areas q̃d erat ostēdēdū: & hoc modo triangulus in formā tetragonismi altera parte longioris reduc̃ est: quē si vlt̃erius q̃drare libuerit artificio præcedētis propositionis de medie rei inuentione vtendum est.

Tertia conclusio.

Area trianguli oim laterum inequalium æqualis est medietati tetragoni contenti sub duabus lineis: quarū vna est latus maximū eiusdem trianguli: altera vero est a maximo angulo eius super maximum latus eiusdem trianguli perpendiculariter veniens in se ductis.

Ærbiga: sit triangulus gradatus. a. b. c. in quo maximus angulus sit. a. & maximū latus p̃ p̃is sit linea. b. c. & opposita angulo maiori: tunc ab angulo. a. ducā linea. a. d. p̃pendiculariter sup̃ latus. b. c. dico tūc q̃ medietas tetragoni sub duabus his lineis contēta est equalis aree trianguli: & eod̃uerso. Ducā em̃. b. c. equalē & eque distāte. a. d. s̃l̃iter ducā. f. c. & pficiam paralelogramū. e. b. c. f. quod cōtineatur sub duabus lineis: sc̃z. e. b. que est æq̃lis. a. d. & b. c. que est maximū lat⁹ trianguli predicti: tunc ergo erit hoc paralelogramū diuisum in duo paralelograma p̃ lineam. a. d. & quodlibet paralelogramū diuisum in duos triangulos æuales p̃ lineas diagonales: quarū vna est. a. b. & alia. a. c. sed ex penultima capli de triangulis est manifestū duos triangulos iuxta lineam diagonālē. a. b. acceptos æuales esse inter se: s̃l̃iter & alios duos iuxta lineā diagonālē. a. c. sed duo illoz trianguloz hoc modo equaliū sunt om̃es partes trianguli principalis. a. b. c. & sunt medietates totius tetragoni. e. b. c. f. quare totus triangulus. a. b. c. erit medietates eiusdē tetragoni: diuidā ḡ hunc tetragonū in duos tetragonos æuales per lineas. g. h. & erit trigonus tetragonizans: & tunc habita medie rei inuentione p̃ primam huius capli erit trigonus predictus quadratus q̃d doceri debuit: & sic apparet propositio.

Quarta cōclusio generalis.

Omne polygonum per resolutiones factas in triangulos: & per quadraturas factas ipsorum triangulorum: & demū per circumscriptiones gnomonicas in formam quadrati reduci possibile est.

De quadratura cuiuslibet polygoni in speciali tractare nimis longū foret & difficile: & ideo eligenda est via ī pauciorib⁹. De modo autē resouēdi polygonia oia in triangulos habes p̃positionē sextā q̃rtā capli p̃mi libri. De modo autē quadrandi triangulū secundū suas species habes in hoc caplo. De modo autē circumscribēdi quadrata sibi met gnomonice habes p̃positionem vltimā capli de quadrangulis: manifestū est ḡ per istā mediā om̃e polygonum posse quadrari: quare p̃t intentum.

Quinta conclusio de quadratura circuli.

Area cuiuslibet circuli æqualis est tetragonismo sub medietate circunferentiæ: & medietate diametri contento.

Suppono vnā ppositionē archimēdis de mēlura circuli: & erit mīlpi pētitio: qm̄ eam demonstrare
requeret maiorē tractatū q̄ sit istud caplm̄: & est ista ppositio. Dis circulus triangulo orthogonio est
equalis: cuius vnū duorū laterum rectū angulū cōmētum est semidiameter circuli: & latus alterum
equatur lineę cōtinenti circuli. Est autē ppositio lineę cōtinentis circuli ad diametrū tripla scēdē pēti-
ma: ita q̄ circūferētia cōtinet ter diametrū & septimā partē eius vltra hoc: vt habetur ab eodem ar-
chimēdis in predicto libello: verbigratia in circulo. a. b. c. sit. a. c. diameter cui⁹ semidiameter sit. a.
d. & a puncto. d. ducatur orthogonāliter linea. d. e. vsq̄ ad equalitatē circūferētie circuli: & ducatur li-
nea. a. e. perficiens triangulū. a. d. e. est q̄ tūc intētio archimēdis q̄ triangulus. a. d. e. est equalis cir-
culo & hoc demonstrat certissime: ex quo p̄t̄z intētiū: & ducāf linea. a. f. equedistāter. d. e. & ducāf linea.
f. e. equē distāter. a. d. tetragonisimū pficiens: habes igit̄ parallelogramū scz. f. a. d. e. diuisum in duos
triangulos p̄ lineam diagonālē. a. e. sed illi duo trianguli sunt equales p̄ vltimā de triangulis: & cir-
culus est vni eorū equalis p̄ ppositionē archimēdis: q̄ circulus est equalis medietati illius tetrago-
ni: diuidatur igit̄ illud tetragonū in duos tetragonos equales p̄ lineam. g. h. & erit circulus alterutri
eorū equalis: sed quilibet eorū tetragonisimū cōtinetur sub medietate circūferētie & medietate
diametri: q̄ circulus est equalis tetragono sub semicircūferētia & semidiametro contento: si q̄ qua-
dretur tetragonus ille erit circulus quadrat⁹. Et hec de quadraturis sufficiant. Aristoteles vero. 2.
priorū caplo de inductione sumit tale argumentū qd̄ circulus quadrari possit sic: omne equale figurę
rectilineę quadrari potest: s; ois circulus est equalis alicui figurę rectilineę: igit̄ & maior p̄t̄z ois si-
gura rectilinea quadrari pōt: vt docet in p̄mis. 4. demonstratiōib⁹ huius capli: minor habetur per
sentētiā archimēdis: & sic videt̄ hoc totum caplm̄ tendere ad hanc cōclusionem q̄ circulus qua-
drari possit. Aliam pbationem minoris tangit. Aristoteles per portiones lunares: q̄ tamē repu-
tat in alijs locis sue philosophię insufficientē: & ideo de ea non curo ad presens. Si tñ bene oia dicta
archimēdis pensetur sua etiā pbatio ē insufficientis: vt infra in libello de q̄dratura circuli dicemus.

Liber quartus de figuris solidis seu de corporibus: ha- bet sex capitula.

Capitulum primū de diffinitionibus & diuisionibus corporum.

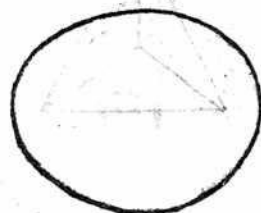
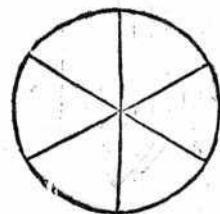
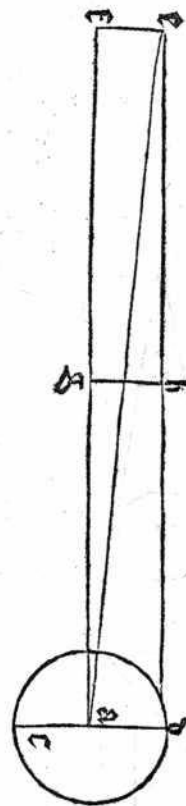


VARTA HVIVS operis particula est circa dīpositiōes so-
lidorū corpore: & hic etiam a diffinitionib⁹ est inchoandū.

Dico ergo corpus illud om̄e quod habet lōgitudinē latitudi-
nem & pfunditatē: mensuraturq; tribus diametrīs intersecā-
tibus sese orthogonaliter in eodē pūcto. Om̄e autē corp⁹ aut
vna superficie au plurib⁹ supficiēbus terminari necesse est.

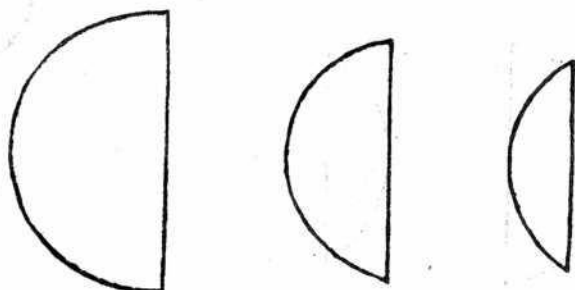
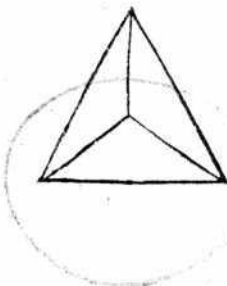
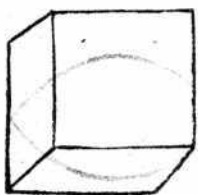
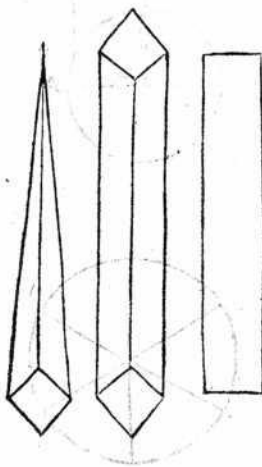
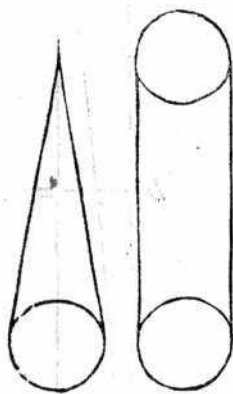
Corpora autē vna supficie terminata sunt q̄ dicunt̄ rotunda. Om̄e autē rotū-
dū aut habet oēs lineas a cōi puncto ductas ad circūferētiā æquales aut nō:
si primo modo est corpus quod vocat̄ sphaerā: vnde sphaera est corpus rotū-
dū cuius oēs diametri sunt æquales. Si autē nō habet oēs lineas a cōi pūcto
ductas æquales: tūc etiā diametri nō sunt æquales: aut ergo axis est lōgior ce-
teris diametrīs aut nō: si primo modo est corpus ouale quod habet figuram
ouī: si secūdo modo sic est corpus lenticulare: s. corpus quod lēticula dicitur:
& exem habet breuiorē. Item corporum multis superficiebus cētentorum:
alia rotundis: alia angularib⁹ superficiebus cōtenta sunt. Rotūdarū autē supfi-
cierū corpora: alia quidē p̄ totā lōgitudinē corpulētiam habēt æqualem: alia
nō: primo modo colūpnæ rotundæ siue chilindri vocant̄: q̄ autē regulariter
minorata treminant ad conū: piramides rotundæ siue coni appellant̄. Ex istis
patet quomodo p̄dictis corporib⁹ applicant̄ diffinitiones quas Euclides po-
nit. n. lib. geometriæ. s. quod sphaera est trāsīt⁹ archus circūferētiæ dimidiū cir-
culi: & piramis ē trāsīt⁹ trianguli rectāguli: & colūpnæ trāsīt⁹ parallelogra-
mi recti anguli: & eodē mō pōt diffiniri lēticulare & ouale: q̄ corp⁹ ouale est
trāsīt⁹ portioni semicirculo minoris corda existēte fixa: lēticulare est trāsīt⁹
portioni semicirculo maioris supercōrdā fixā minorē diametro circuli.

E



QVARTI LIBRI GEOMETRIAE.

Corporum autē habētū multitudinē superficierū & angulorū: quæ dicunt conica ppter angulos & conos quos habet: quedā habet æqualem superficiem secundū totā longitudinē: & dicuntur colūpnæ lateratæ: quedā autē vniformiter minorata ad conum terminant: & dicuntur piramides lateratæ. Præter colūpnas autē & piramides est tertium genus conicorū corporū in quo reponuntur corpora. 5. regularia ænumerata in p̄cipio p̄mi libri hui⁹ & de quibus infra. s. tetracedron: exacedron: octocedron: duodecedron: ycoce-
dron: q̄q̄ tetracedron ad piramides & exacedron ad colūpnas reducuntur. Denominatur autē tam colūpna laterata q̄ piramis a multitudine superficierum siue laterū in sursum ærectarū basi circūscripta: vt dicatur piramides trilateræ quæ habet tres superficies laterales: & quadrilateræ quæ habet. 4. &c. Similiter colūpna dici potest trilatera quadrilatera & multilatera secundū numerū superficierū lateralium: nō cōnumerādo basim in piramidæ nec duas superficies terminales in colūpna. Columna autē potest subdiuidi in corpus ferratile & solidū parallelogramū & alia multilatera corpora: vt dicatur corpus ferratile colūpna trilatera: solidū autē parallelogramum colūpna quadrilatera: alia autē sunt sicut colūpna pentilatera & eptilatera &c. Sunt autē corpus ferratile & solidū parallelogramū in geometria magis v̄itata: quapropter p̄mo de eis insistendū est. Corpus ferratile dicit̄ quod. 5. superficiebus: quarū. 3. sunt parallelogramæ & duæ triangulæ cōtinent: & si quidē fuerit basis eius vna superficierū triangularium colūpnæ habet similitudinē: si autem statuatur super vnā superficierū parallelogramarū tunc cōuenit ei figura domus siue tecti iuxta adapationē cāpani. Solidū parallelogramū dicit̄ quod continetur. 6. superficiebus parallelogramis æque distantibus: & in multas species diuidit̄ vt i colūpnā cubū aserem laterculū & corpus cuneum: quæ nomina in arithmetica ad numeros trāsumuntur. Oia autē corpora conica hñt angulos corporeos siue solidos sicut superficies planæ polygoniæ hñt angulos planos. Angulus corporeus siue solidus ē quē cōtinet angulū plani plures q̄ duo: q̄ nō in vna superficie siti ad p̄ctū vnū angularē cōueniūt: & dico plures q̄ duo quia pauciores esse nō possunt trib⁹ angulū plani q̄ angulū solidū cōtinere debeant: si autē queras multitudinē maiore angulorū planorū: dico q̄ in minus statur ad. 3. in maius nō est status: quia nō tot possunt eē quin plures possint angulum solidum cōtinere: & ideo in talibus est processus in infinitum: quod autem postea dicitur nō in vna superficie siti: per hoc accipiendum est q̄ mutua applicatio talium angulorum planorum sit non directa: conformiter ad illud quod supra dictum est in diffinitione anguli plani. Terminant autē solida ad superficies: superficierum autē illa sup̄ q̄ erigit̄ figura solida basis vocatur: quæ autē in sublimi erigunt̄ latera appellant. In piramidæ autē p̄ctus opposit⁹ basi in quē terminat̄ figuræ grossities vertex vel conus appellat̄. Accidit autē in pluribus & maxime in corporib⁹ regularib⁹ q̄ q̄libet superficies sit æqualiter apta nata esse basis: ppter quod talia corpora figuræ multarū basium vocant̄: & ideo inoleuit modus vt ycoce-dron dicit̄ figura. 20. basium: & cōformiter de aliis corporib⁹ regularib⁹: cū tamē



CAPVT SECYNDVM.

quodlibet tale corpus de facto tantū vnā superficiem super q̄ statuitur habet solum pro basi. Et quēadmodum solida terminantur ad superficies: sic superficies terminantur ad lineas: quæ lineæ similiter terminantur ad p̄cta. Et diuiduntur: linearū enim quædā tota iacet in plano & vocatur basis: alia vero in sublimi ærecta: & subdiuiditur harū enim quædam est quæ ærigit perpēdiculariter: & vocat̄ cathecus: alia vero ad angulos cōsurgit inæquales & vocatur ypotemissa: & hoc imaginari potest in trigono orthogonio habēte in plano basim: & duo latera in aere æleuata: vnde versus. Linea protracta basis est: ærecta cathecus. Extenditur ad metas ypotemissa duas.

Capitulum secundū de lineis in comparatione ad corpora.

Prima conclusio.



IS NOTATIS ponendæ sunt cōclusiones & incipiam a lineis secundū q̄ linearū cōsideratio ad hāc partem pertinet: sit ergo hæc cōclusio prima iuxta diuisionē de lineis. Linea recta partim eē in plano & partim sublimi est impossibile.

Quod si possibile est: ponatur qđ linea sit recta. a. b. cuius pars iaceat in plano & sit. a. c. pars vero ypotemissaliter surgat scz. b. c. qđ autē perpendiculariter surgat nimis esset alienū a ratione: si q̄ ei partiali lineæ que in plano iacet puta. a. c. alia lineā in eodē plano directe addiciatur ex eadem parte ex qua alia partialis cōsurgit puta. c. d. erunt vni & eidē lineæ scz. a. c. due alie lineæ diuerse penitus ex eadē parte adiecte directe quod est impossibile. Item ex hoc sequit̄ oppositi petitionis quinte: qm̄ constat q̄ ex. b. in. a. potest duci recta que nō transeat per punctū. c. si ergo. b. c. a. sit lineæ recta: q̄ due lineæ recte superficiem clauderent. Ex ista sumit̄ aliqui argumentū p̄ indiuisibilibus. i. ad p̄bandū p̄cta indiuisibilia esse realiter in natura: nā sit. a. b. planum cui insitat lineā. c. d. siue perpendiculariter siue ypotemissaliter: tunc arguo sic: impossibile est. c. d. lineam habere partē in plano cū sit in sublimi erecta p̄ presens theorema sed aliqd̄ ipsius. c. d. est in plano q̄ tangit planum & non nisi secundū aliquid fuit: igitur est dare aliqd̄ lineæ. c. d. q̄ non est pars eius: hoc autē nō est nisi indiuisibile: q̄ indiuisibile est dādū. S; alij dicent q̄ lineā erecta tangit planū in infima sui parte: sed non primo q̄ non secundū totam illā partem: & hoc est tangere indiuisibiliter sed non in aliquo indiuisibili.

Secunda conclusio.

Omnium duarū linearum se inuicem seccatium cōmunis sectio est punctus. Ista p̄t̄ ex premissa per cōsequētiā eōtrario: qm̄ ex opposito istius sequitur oppositi illius: sit enī lineā. c. d. interfecans aliam lineam oblique. a. b. que est diameter in quadrato: si tangit eam in plus q̄ in puncto (sicut dicunt quidā ponentes cōtinuum cōponi ex indiuisibilibus: & cū hoc saluare volentes q̄ plura sunt puncta in diametro q̄ in costa cū longior sit diameter costa: qđ aliter saluari nō potest nisi ponendo q̄ lineā que t̄git vnū punctum in costa tangit plura puncta in diametro) si in quā cōmunis sectio istarū linearū sit plus q̄ punctus tunc. c. d. sit planum & a. f. sit lineā erecta in sublimi & f. g. sit sectio cōis: q̄ cū. f. g. sit portio lineæ erecte: sequitur necessario istius recte lineæ q̄ est erecta esse partem in plano puta. g. f. partem in sublimi puta. g. a. quod est oppositum cōclusionis premissæ.

Tertia conclusio.

Omnēs duæ lineæ rectæ se interfecantes in eadem superficie site sunt.

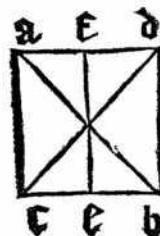
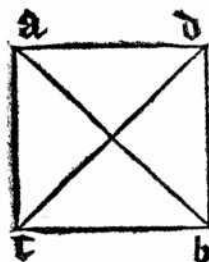
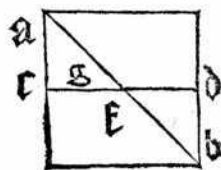
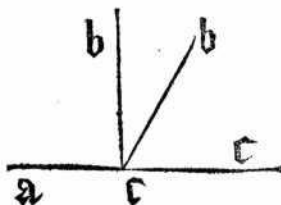
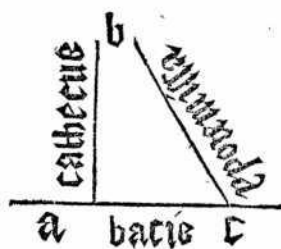
Istam p̄bo sic: aut enī tales due lineæ que se interfecant iacent super planum: & sic habetur propositū qm̄ in eadē extēsa superficie site sunt: aut vna iacet in panlo & reliqua in sublimi erecta est vel vtraq̄ in sublimi erecta est: & siue sic siue sic copulabo terios earundē adinuicē p̄ q̄tuor lineas rectas: vbi sit vna earum. a. b. altera. c. d. copulabo. a. cum. c. per lineam. a. c. & sic de alijs entis superficies quādrangularis. a. b. c. d. in qua site sunt lineæ. a. b. & c. d. quod fuit probandum.

Quarta conclusio.

Vnam & eandē lineam numero in diuersis superficiebus sitam esse possibile est.

Hec p̄t̄ per premissam: iaceant enim due lineæ. a. b. & c. d. site in plano & a. cōmuni earum sectione ducatur cathecus sursum & deorsum secans vtramq̄ lineam in superficie plana & sit. e. f. constat q̄ e. f. lineā est in eadem superficie cum. a. b. & est in eadem superficie cum. c. d. ex eo quod secat vtramq̄ lineam per premissam: quare vna & eadem lineā est in diuersis superficiebus.

E ii



QVARTI LIBI GEOMETRIAE.

Quinta conclusio.

Si superficies superficiem secet: communis sectio erit linea.

Ista p[ro]p[os]itio per premissam: q[uod] e[st] vna & ead[em] linea sit in diuersis superficiebus hoc specialiter n[on] contin-
git nisi in tali casu q[uod] superficies secet superficiem: ex eo e[st] linea est in diuersis superficiebus: q[uod] iste su-
perficies secant se sup[er] illa lineam. Et iste c[on]clusiones sufficiant per quas deuenitum est a punctis ad
lineas: & per lineas ad superficies: & p[er] superficies ad solida: de solidis igitur c[on]sequenter dicamus.

Capitulum tertium de angulis solidis.

Prima conclusio.



PRINCIPIA autem solidorum videtur esse anguli solidi: accepta
aut[em] eorum prius data diffinitione sit prima c[on]clusio. Si tres an-
guli superficiales angulū solidū cōtineāt: illos quilibet duo pari-
ter accepti reliq[ui] sunt maiores. Ex q[uo] manifestū est q[uod] in piramide

laterata anguli laterales q[uod] basim cōtingūt angulis ipsius basis sunt maiores.
Ista p[ro]p[os]itio ex clausula petitioni p[ri]me adiuncta q[uod] rectū est breuissimū: sic ut inter eosdem terminos linea
recta sit breuior q[uam] linea curua vel fracta: sicut inter easdem lineas superficies recte extensa est breuior
curua superficie vel fracta: & voco fractā superficiē vel lineā q[uod] due linee vel superficies sibi inuicem ap-
plicate sunt n[on] directe: hoc supposito accipio angulū solidū trib[us] angulis superficialibus cōtēti q[uod] sit a &
accipio angulū superficialem qui sit maximus illorū trium iste terminat ad duas lineas cōcurrentes in
p[un]cto a reliqui etiā duo anguli superficiales terminant ad easd[em] duas lineas: quare manifestum est
q[uod] iste due superficies simul sumptae sunt quasi vna superficies curua vel fracta: n[on] e[st] recta habet p[ro]p[ri]e-
tate illa: illa vero vna recte p[re]ndit ad eosd[em] terios v[er]o ad easd[em] lineas: quare si rectum est breuius obli-
quo vel curuo vel fracto sibi cōterminali: sequitur quod angulus quē inter eas accepimus est minor
duobus alijs angulis: & ita quicūq[ue] duo pariter accepti reliquo maiores erunt. Correlarium p[ro]p[os]itio sta-
tim q[uod] anguli laterales attingētes basim cū angulis basis cōstituunt angulos solidos duobus an-
gulis laterabilibus semp[er] attingentibus vnu angulum ex angulis basis. Ex quo manifestum est q[uod]
omnes isti superficiales simul sunt maiores omnibus illis qui sunt basis.

Secunda conclusio.

Omnes anguli laterales cuiuscūq[ue] pyramidis laterate valent tantum q[uod] totum
omnes anguli basis & vltra hoc quattuor rectos p[re]cisē.

Ex sexta p[ro]p[os]itione cap[itu]li de lineis in primo libro huius habes quod omnes anguli basis tot rectis
sunt equales quot sunt ipsi duplicati dēptis q[uod] tuor. Cōstat aut[em] q[uod] omnes anguli laterales pyramidis
tot rectis sunt equales quot sūt anguli basis duplicati: p[er] quolibet e[st] angulo basis habes triangulū
vnu laterale: nā quot sunt anguli basis tot sunt trianguli laterales: & quilibet triangulus valet duos
rectos angulos: q[uod] sequitur q[uod] anguli laterales valent plus q[uam] anguli basis & excedit eos in quattuor
rectis quod est p[ro]p[os]itum mei theoremati.

Tertia conclusio.

Omnis angulus solidus quattuor rectis minor est necessario.

Dicitur aut[em] angulus solidus tantus esse q[uod]ti sunt omnes anguli plani ipsum cōtinentes: q[uod] aut[em] omnes
illi anguli plani minus valēt quattuor rectis etiā si essent millesies mille: seq[ui]tur euident[er] ex duabus
p[ro]p[os]itionib[us] p[re]missis: statuatur nāq[ue] pyramis multilatera & sit a supremus angulus eius in quo
ostendā p[ro]p[os]itum: accipiam e[st] ex secunda c[on]clusionē q[uod] omnes anguli laterales. i. omnes anguli p[re]-
ter angulos basis excedunt omnes angulos basis p[re]cisē in quattuor rectis: cum igitur anguli la-
terales diuidātur in angulos q[uod] attingunt basim & angulos q[uod] cōstituunt angulū solidū sup[er]e[st] acci-
pio ex prima q[uod] anguli qui attingūt basim sunt maiores angulis basis: relinquē q[uod] necessario q[uod] an-
guli q[uod] sunt apud a. sūt minores q[uod] tuor rectis q[uod] si possent valere quattuor rectos p[re]cisē: ponat q[uod] acci-
pian[ti] cū angulis q[uod] attingūt basim: sed anguli attingētes basim valent tantū q[uod] tuor valent anguli ba-
sis & aliqd plus p[er] p[ri]mā: igitur oēs anguli laterales addit sup[er] omnes angulos basis quattuor rectos
& aliquid plus q[uod] est impossibile per secundam: cū igit[ur] ex opposito p[ro]p[os]itionis cū altera p[re]missarum
puta p[ri]ma sequatur oppositū alterius p[re]missae. i. c[on]clusionis scde p[ro]p[os]itio q[uod] illa p[ri]ma illatio erat bona.
Non aut[em] solū cōcludit hec demonstratio de angulis pyramidis: s[ed] de quibuscūq[ue] angulis solidis: q[uod] nā
si accipias angulū solidū icocedronis. 20. superficialiū triangulariū vel alterius corporis solidi regula-
ris & subtedas ei superficiem abscedentē ipsum angulū cōstat q[uod] habes pyramidē: & erit demonstratio sta-
cut p[ri]us. Et ita p[ro]p[os]itio quod ista demonstratio vniuersalis est ad oēm angulum solidum. Ex istis ergo
apparet via ad demonstrandum dispositiones & naturas corporum regularum.

Capitulum quartum de constitutione corporū regularium.

CAPVT QVARTVM.

Prima conclusio.



X SUPERFICIEBUS triangularibus tria tantum corpora regularia constituere possibile est.

Tetradecedron enim octocedron et icocedron ex superficiebus triangularibus constunt: nec plura possibile est constitui corpora regularia in basibus triangularibus: dicunt autem corpora regularia quae equiangula sunt et equilatera: et asphera atque a se invicem circumscribilia ut capanus dicit: quapropter oportet quod sint ex superficiebus regularibus quae sunt equiangule et equilaterae: hoc igitur supposito patebit interitum. Impossibile enim est ex sex angulis triangularibus talium componi angulum solidum aut ex pluribus praemissis: quia sex anguli tales quattuor rectos valent: et plures valent amplius: nec ex duobus tamen possibile est componi angulum solidum per definitionem anguli solidi: igitur ex tribus solidi et ex quattuor et ex quinque talibus potest esse angulus solidus: cum tam. 3. 4. 5. deficient a 4. rectis: et ideo figura corporalis ex superficiebus triangularibus regularibus solus tunc fieri potest quoniam aut. 3. aut. 4. aut. 5. anguli superficiales ad componendum angulum corporalem concurrunt. Si igitur ex tribus angulis triangularibus regularibus fiat angulus solidus: tunc oportet quod quattuor sint superficies triangulares in corpore illo propter quod tetradecedron nuncupatur a tetra quod est quattuor: vocatur etiam piramis quattuor basium: et constat quod erunt quattuor anguli solidi in illo corpore: quattuor enim trianguli habent angulos. 12. cum igitur ex illis fiant anguli solidi secundum ternarios et in. 12. sint quattuor ternarii: manifestum est quod quattuor erunt anguli solidi. Si autem ex quattuor angulis triangularibus fiat angulus solidus: tunc oportet quod octo sint octo trianguli in illo corpore: et ob hoc dicitur octocedron in quo constat quod sunt sex anguli solidi in illo corpore: octo enim trianguli habent angulos. 24. cum enim semper quattuor de illis concurrant ad componendum angulum solidum et in. 24. sint sexies quattuor: clarum est quod sex erunt anguli solidi in illo corpore. Si autem ex quinque angulis triangularibus fiat angulus solidus: tunc oportet quod in illo corpore sint 20. superficies triangulares videlicet: ut patet ad sensum in corporibus taliter fabricatis: unde et vocatur icocedron. i. 20. basium: et constat quod erunt 12. anguli solidi in tali corpore. 20. enim trianguli habent. 60. angulos: cum igitur de illis componantur anguli solidi secundum quinariorum et in. 60. sunt. 12. quinarii manifestum est quod 12. erunt anguli solidi in eo: et per hoc habetur via clara ad fabricandum talia corpora.

Secunda conclusio.

Ex superficiebus quadrangularibus unum tantum regulare corpus componitur.

Ista patet statim: oportet enim quod sit ex omnibus quadratis superficiebus: angulus autem quadrati rectus est igitur tamen tres anguli tales coniuncti possunt angulum corporalem facere: nam si addantur quattuor: iam non erit angulus solidus ex eis: ut patet ex conclusione tertia praecedentis capituli. Si ergo tres anguli quadratorum concurrant ad angulum solidum causandum tunc in tali corpore erunt sex superficies quadratae sicut est in taxillo: et haec figura cubus vocatur et exacedron ab egra grece quod est sex latine: et constat quod in tali corpore octo sunt anguli solidi.

Tertia conclusio.

Ex superficiebus pentagonis unum tantum corpus regulare componitur.

Ista statim patet: nam cum angulus pentagoni regularis sit maior angulo quadrati sicut patet ex primo libro huius propositione sexta capituli quarti: cum minus possit angulus solidus constare ex quattuor angulis pentagoni regularis quam ex quattuor angulis quadrati: cum ergo non potest constare ex istis: ergo nec ex illis quattuor cum sint maiores: oportet igitur ut solus tres anguli pentagoni concurrant ad angulum solidum constituendum: et tunc in illo corpore erunt. 12. superficies pentagonae sicut patet in fabricatione talis corporis: et propter hoc vocatur duodecedron: et quia. 12. pentagoni habent. 60. angulos: cum igitur tres anguli concurrant ad constituendum angulum solidum: et cum in. 60. sint. 20. ternarii: ideo necesse est sint. 20. anguli solidi in corpore tali: et sic patet per probationem.

Quarta conclusio.

Praeter quinque corpora regularia praedicta impossibile est ut sit corpus regulare multilaterum.

Dico autem multilaterum propter sphaeram quae regularissima capacissima et uniformissima est qualis natura est in corporibus esse. Conclusio patet quoniam post pentagonum sequitur exagonus in ordine figurarum: ex superficiebus autem exagonis non est possibile quod sit aliqua figura regularis: quia nullus angulus corporalis potest fieri ex angulis talium exagonorum: propter hoc quod tres anguli tales valent quattuor rectos: quia omnes sex anguli exagoni valent octo sicut ex primo libro notum est: cum igitur nullus angulus corporalis valeat quattuor rectos ex tertia capituli praecedentis: et angulus corporalis non potest esse ex paucioribus quam ex tribus angulis superficialibus per definitionem anguli solidi: manifestum est quod ex superficiebus exagonis non sit regulare corpus ullomodo. Alterius cum quolibet figura exagoni sequens habeat maiores angulos quam sunt anguli exagoni: impossibile est quod fiat aliqua figura regularis ex eis: sic ergo in presenti capitulo investigamus breviter numerum et dispositionem corporum regularium per evidentiam demonstrationum per quam etiam patet fabricatio talium corporum.

QVARTI LIBRI GEOMETRIAE.

Capitulum quintum de loci repletionē.



ONSEQVENTER ad ista videre oportet de loci repleti-
one & quæ de corporib⁹ regularib⁹ locū replere nata sunt.

Cometas
tor aueruo
is.

Conclusio
unica.

De cubo.

Obiectio.

Solutio.

Dubium.

Responsio

De pirami
devel terra
cedron.
Opinio.

Reproba-
tio.

Alia opinio.
Ad rōnes
prime opi-
nionis.

Circa hoc autē negociant tam mathematici q̃ naturales quēadmodū notū est
per Aristotelē tertio celi 7 mīdi 7 p̃ comētatorē ei⁹: 7 ppter hoc arguit vtilior
huius rei pericia. Opz autē recipere repletionē loci insolidis p̃portionabiliter
ad repletionē loci in planis de qua dictū est supra libro p̃mo caplo de lineis: si
cut em̃ ibi replere locū est occupare totū spaciū qđ circūstat aliquē punctum in
plano: qđ sit p̃ q̃tuor rectos angulos in formā ṽ in valore sicut ibidē dictū est:
ita 7 hic replere locū ē replere totū spaciū corpale qđ circūstat p̃ficiū sup̃ quē interfecāt se tres linee ad
angulos rectos. Et dicit aueruis qđ paucitas sup̃ficiū replētū sua loca causa est paucitatis corporū
replētū sua loca: scimus autē ex p̃mo libro hui⁹ qđ tantū tres figure sup̃ficiales regulares: scz trian-
gulus q̃drangulus 7 exagonus replēt locū: ppter qđ videtur aueruis ponē q̃ tāti cubus 7 piramis
insolidis replēt locū: cubus em̃ in corporali repletionē correspondet q̃drato in sup̃ficiali repletionē: qz
cub⁹ sit ex q̃dratis sup̃ficieb⁹ regularib⁹: 7 piramis correspondet triangulo regulari qz sit ex triangu-
lis: s; figure exagone nō correspondet figura tertia corpalis replēs locū: q̃nter exagonis nō ē possibile
aliquē corpus regulare cōstitui: vt p̃ter ex p̃cedēt caplo demonstratiōe vltima. S; hec nō ē nisi p̃suasio.

Dico ergo quod secundum veritatem cubus replet locum: sed secundū op̃i-
nionem aueruis piramis etiam replet locum.

Ad habendā autē certitudinē de cubo plus valet experientia quā ratio s̃illogistica: videmus em̃ ad sen-
um 7 ad experientiā q̃ octo cubi cōgregati circa vnū punctū totū spaciū replēt ad oīm
differētiā positionis: si em̃ intelligamus tres lineas in aere interfecantes se orthogonaliter: sicut appa-
ret in tribus paleis sibi mutuo applicatis: q̃ faciunt. 12. angulos rectos sicut p̃ter inter illas lineas su-
perius interceptentur quattuor cubi sine intervallo 7 alij quattuor inferius consistit: ita q̃ supra
sectionē q̃tuor 7 infra etiā q̃tuor 7 ita octo cubi totū spaciū occupabūt. Est tamē etiā ad hoc ratio sa-
tis cogens: nam vt declaratiū est in arithmetica si cubus ducaf in cubū p̃ducetur cubus: accipiat q̃
corpus cubici 7 multiplicabo talia corpora cubica secundū cubiciū numerū: verbigratia secundū 8.
qui est p̃mus numerus cub⁹: ex illa q̃ p̃positione arithmetice si cōponant illa octo facit cubū: sed
nō faceret cubū nisi repleret locū circa vnū p̃ficiū quē oēs attingit: hoc manifestū ē qm̃ aliter magna eēt
eōs separatō adinuicē extrinsecus: opz q̃ vt locū replant. Sed si obiceret quod si ista ratio cōclude-
ret sequeretur quod. 27. cubi replerent locū qz. 27. est numerus cubicus 7 ita de oībus alijs cubicis
quod est manifeste fūm: nā si octo replēt locū impossibile est plura vel pauciora corpora cōcurrere ad
replendū locū: sicut in sup̃ficiebus qz sex trigoni: tres exagoni: q̃tuor tetragonī replēt locū: impossi-
bile est vt ex eis plures vel pauciores replant locū. Et dico ad illud quod in p̃posito locus dicitur
repleri qm̃ corpora repletiva cōcurrūt 7 cōtingūt vnū punctū: ita quod nō sufficit ad repletionē loci in
p̃posito quod nō interceptat vacuū siue separatō inter partes: sed cū hoc requiritur quod ista corpora
cōtingant vnū punctū in medio: nunc autē cubi octo sic excludūt vacuum siue separatōnē partium q̃
quilibet eorū trāsmittit angulū vnū ad eōm p̃ficiū in medio situatū: qđ nō facit quisq̃ alius nume-
rus cubicorū: ex quo p̃ter quod ratio predicta solū habet locū in octonario cubo 7 in nullo alio nume-
ro siue cubico siue nō cubico. Est adhuc alia instātia siue ambiguitas solueda: si em̃ octo cubi replent
locū scz octo angulis solidis cōcurrentibus ad vnū punctū: cū quilibet talis angulus solidus sit ex ta-
libus tribus sup̃ficialib⁹ angulis rectis: videt quod ad repletionē loci requirantur. 24. recti: nam ter
octo sunt. 24. nunc autē i trib⁹ lineis se interfecantibus solū. 12. apparent anguli recti: vt supra dictū
est. Ad hoc dicendū est quod in coprozibus cōgregatis circa vnū punctū semp duo anguli sup̃ficia-
les duorū angulorum corporalium cōiuncti sunt secundū p̃fundum: 7 ideo nō plus faciunt duo q̃ si
esset vn⁹ solus. De piramide magna est altercatō qm̃ aueruis ponit q̃. 12. piramides replent locū:
ppter hoc q̃. 12. anguli piramidis valēt octo angulos cuborū igr ita replēt locū vna fīga sicut 7 alia:
assumptū p̃batur qm̃ quibet angulus solidus piramidis est ex trib⁹ angulis sup̃ficialibus q̃ valent
duos rectos quibet em̃ est tertia pars duorū rectorū q̃. 12. tales valēt. 24. rectos sicut octo anguli cu-
borū. Alij reprehēdunt aueruiū in hoc dicētes quod nō minus q̃. 20. replent locutū: 7 allegāt expe-
rientiā p̃ se: 7 hoc videt satis rationabile qz ex eis resultaret corpus. 20. basium qđ vocat scocedron
7 si intelligamus subtili imaginatione scocedron diuidi in piramides ductis lineis a singulis angul
cuiuslibet basis de. 20. basibus eius in medium ipsius corporis vident resultare viginti piramides.

Et ita videtur esse verisimillior sententia eorum qui dicunt viginti piramides posse replere locum.

Et oīno certū est q̃ ratio aueruis nō p̃cedit: nō em̃ valet dñā anguli sup̃ficiales. 12. piramidū valent
angulos sup̃ficiales octo cuborū. igr tanta corpulentia est sub istis sicut sub illis: possibile em̃ ē q̃ an-
gulus solidus minoris corpulentie cōtineat sub tātis vel maiorib⁹ angulis planis: sicut minor sup̃fi-
cies cōtineri pōt sub eq̃lib⁹ vel maiorib⁹ lineis vt in secūdo libro demonstratū est. p̃pter ea si vas

leret ratio auernis de piramide: cōcluderet necessario de octocedron qz repletet loci: quod tñ nula opio nec ipse Aristoteles dicit: angulus est solidus octocedron cōtinet a qñtuor angulis triangulorū: si regularium: quapropter cū tres de illis valeant duos rectos & vnus vnā tertiā duorū rectorū: sequit̃ qz nonē eius anguli valēt octo angulos cuborū: valebūt enī tales nouē pmo. 18. rectos & remanet de quolibet vnus angulus: & ita nouē sunt anguli plani remanentes qz valēt sex rectos: igit omēs valēt. 24. rectos quātus est valor octo angulorū cubicorū. Itē s. 12. piramides repletet loci sequeret qz ex eis resularet corpus. 12. basium triangulariū cōgregatis ipsiis circa vnū punctū: qz de qualibet piramide esset vnus triangulus in superficie illius corporis: & cum isti trianguli essent eq̃les & regulares oporteret tale corpus esse regulare: & ita p̃ter qñqz corpora regularia esset sextū corpus regulare cuius oppositū demonstratū est. De. 20. piramidibz si repleant locū qñtis videat̃ p̃babile. nō est tñ vsqz quāqz certū: qz qd diceret octo piramides replere locū: diceret s̃lter ex ipsiis resultere corpus octo basium qd vocat̃ octocedron: & itē ipsū octocedron s̃lter resoluere subtiliter imaginans in octo piramidibz. Si autē cōstaret quod piramides in quas p̃dicto modo resoluūt icocedron essent regulares: iam nō videret̃ res esse dubias: sed qz per viam disputationis non possumus p̃ nunc ad plenam certitudinem deuenire: ideo relinquitur ad p̃sens illud indiscussum.

Capitulum sextum determinat de sphaera.



VNC post tractatum de corporibus polygonis regularibus: tangendū est aliqd de sphaera: q̃ est figura regularis simpliciter vniformis: maxima: nobilis: & perfecta: incipiendo a diffinitionibus: & subiungam conclusiones de circulis in sphaera significabilibus sequendo dicta theodosii philosophi.

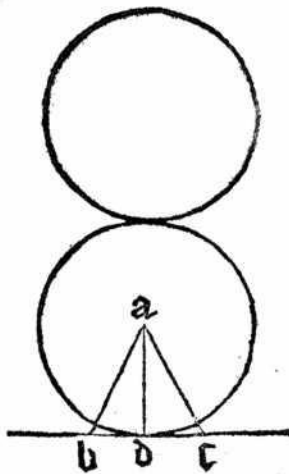
Scdm̃ g̃ theodosii sphaera est figura solida vna tñ superficie cōtēta: in cui⁹ superficie medio ē p̃ct⁹ a quo oēs linee recte ducte ad superficiem eiusdē sphaere sunt eq̃les: & hic qdē p̃ct⁹ dicit̃ sphaere centrū. Itāc quidē diffinitionē cōprehendit Aristō. breuiter quarto & septimo methaphisice vbi dicit: sphaera est figura solida ex medio equalis. Scdm̃ theodosium diameter sphaere est linea trāsiens p̃ centrū sphaere applicans extremitates suas superficie sphaere ex vtracqz parte. Axis sphaere est diameter eiusdē sphaere: que cū sphaera circa ipsam diametru voluit fixa manet. Axis autē extremitates poli sphaere noiant̃. Plus circuli in sphaera signati est p̃ct⁹ existēs in superficie sphaere: a quo omēs linee ducte ad ipsius circuli circūferentiā sunt equales. Circulus in sphaera p̃ centrū trāsire dicit̃ in cuius superficie centrū sphaere cōstitit. Circuli i sphaera a cētro eq̃lter distare dicunt̃: qñ perpendiculares linee a cētro sphaere ad ipsos circulos superficies ducte fuerint adinuicē equales sicut duo tropici. Plus autē circulus a cētro distare dicit̃ sup̃ cuius superficiem cadēs linea ppendicularis est lōgiōr. Et nota qd circulus in his diffinitionibus nō accipit̃ p̃ circūferentiā tantū in superficie cōuexa ipsius sphaere descripta: sed p̃ circuli superficiem planā trāsiente imaginabiliter p̃ sphaere corpulētiam & ad circūferentiā in sphaere superficie descriptā terminata. Angulus sphaeris dicit̃ angulus ex duobz arcibus in superficie sphaere pueniens. Angulus rect⁹ sphaeris dicit̃ angulus inter duos arcus interceptus: cū omēs interceptiones arcuū equales fuerint. Angulus q̃ recto maior est obtusus dicit̃: q̃ vero recto minor acutus appellatur. Circulus i superficie sphaere descript⁹ supercirculū inclinat⁹ dicit̃ cū eorū intersectiones fuerint secundū angulos ineq̃les: inclinatio autē eorū dicit̃ differētia recti anguli. Et circuli in sphaera sup̃ alios circulos equaliter inclinari dicunt̃: quorū inclinationes sunt equales. Magis autē inclinati sunt quorū inclinatio fuerit maior: minus inclinati dicit̃ur quorū inclinatio minor fuerit. Sphaerā superficies contingere dicit̃ que cū sphaerā tangit in q̃cūqz parte fuerit p̃tracta eandē sphaeram non secat: sit g̃ prima conclusio de sphaera tangente planum: que est apud theodosium tertia & est talis.

Prima conclusio.

Si sphaerā planā superficies cōtingat: in vno puncto tantū cōtingere necesse est. Ex quo manifestū est: multo magis sphaeram a sphaera cōtingi in puncto.

Si cū in pluri cōtingat q̃ in p̃cto: aut igitur in linea aut in superficie: & si quidē in superficie: necesse est vt etiā in linea cōtingat: qz superficies nō est sine linea: si autē in linea cōtingat: itā reddit demonstratio quarti cap̃i de circulis i scōo lib. hui⁹ q̃ pbat circuli cōtingere lineā in p̃cto solum. Si autē sphaera cōtingat planū super lineam: a cētro sphaere quod sit. a. ad terios linee secundū q̃ sphaera contingit planum q̃ sunt. b. c. p̃rahā lineam. a. d. in medium linee. b. c. & erit duo trianguli. a. d. b. & a. d. c. Tūc arguo sic: aut a. d. linea incidit. c. b. linee orthogonaliter aut nō: si sic erit in vtroqz triangulo angul⁹ apud. d. rectus: & per cōsequēs in istis triangulis erit latera. a. b. & a. c. lōgiōr a latere. a. d. per tertiā cap̃i de triangulis: cum maioribus angulis in illis triangulis opponant̃ur. Si vero. a. d. linea nō incidat linee. b. c. orthogonaliter tunc angul⁹ obtusum facit cum linea. b. c. & ei in suo triangulo maior latus opponitur per eandē tertiā: ex quo sequitur quod tres linee venientes a cētro. a. vsqz ad puncta b. d. c. non sint equales: sed illa tria p̃cta sunt puncta circūferētie: igitur in sphaera linee venientes a cētro ad circūferentiā nō sunt equales: quod est oppositū sphaere & circuli diffinitionis. Correlat̃

E iiii



QVARTI LIBI GEOMETRIAE.

cum de sphaera sphaeram tangente: p[er] manifeste ex declaratione diffinitionis.

Secunda conclusio.

Vnam sphaeram duodecim sphaere aequales circumpositae contingunt.

Ista p[ro]p[os]itio est manifesta p[er] ultimam cap[itu]li de circulis i scdo lib. hui[us]: q[uod] c[um] sex sphaere orbiculariter applicentur sphaere p[ri]ncipali p[er] illas: q[uod] si signet[ur] circulus maior in sphaera quilibet: tunc erit demonstratio ut prius: sed q[uod] si sp[ati]um est vtrobiq[ue] iuxta latera illar[um] sex sphaera[rum] ordinatar[um] in circuitu sphaere p[ri]ncipalis: facilliter convincitur q[uod] no[n] nisi tres sphaere in vno sp[ati]o et tres in alio capi possunt: et sensus hoc indicat: na[m] c[um] fecerimus. 13. sphaeras decera aequales: videbimus q[uod] 12. sic possunt applicari circa tredecimam ita q[uod] quilibet illar[um] contingat eam inferius: et c[um] hoc quattuor de sphaeris lateralibus: ut sit contactus cuiuslibet sphaerae lateralis scdm q[uod] p[re]dicta q[uod] sunt teri diametror[um] secantibus se lateraliter siue orbicongonaliter in vno quoq[ue]: nisi q[uod] apud terim vnius diametri qui est sextus punctus non est contactus: q[uod] superius alias sphaeras no[n] contingunt. Post hoc ponam conclusiones de circulis in sphaera significabilibus: et p[ri]ma erit ista que est tertia in ordine.

Tertia conclusio.

Si in sphaera plurimi circuli signentur: is qui per centr[um] sphaere transierit: omnibus erit maior. Reliquoru[m] quide[m] hui[us]: quoru[m] longitudo a centr[um] aequalis fuerit: erunt aequales: at cuius longitudo a centr[um] maior fuerit: minor erit: & cuius longitudo minor fuerit: est maior.

Hanc conclusionem et sequentes volo exemplificando deducere: et q[uod] ordinant ad astronomiam: ideo convenienter in sphaera celesti vel materiali celestem sphaera[m] representante exemplificari possunt: sunt enim in sphaera celesti plurimi circuli signati sicut p[er] in sphaera materiali: eoru[m] alii q[uod] quide[m] per centr[um] transiunt: et sunt maiores tropicis et circulis arcticis q[uod] p[er] centr[um] sphaere no[n] transiunt. Et istoru[m] hi quide[m] sunt aequales quoru[m] longitudo a centro equalis est: ut duo tropici: et duo arctici. Inequales autem sunt quoru[m] longitudo a centro est inequalis: et maior cuius longitudo a centr[um] minor est: minor vero cuius longitudo a centr[um] maior: sicut p[er] accipiendo tropicu[m] cancri: et circulu[m] arcticu[m]. Accipit autem hic circulus no[n] p[er] circumferentia[m] t[er]re: sed p[er] superficie[m] circulari sicut in precedenti cap[itu]lo exposuimus. Ex ista p[ro]p[os]itione accipiunt ille diffinitiones maioris et minoris circulo[rum] in tractatu de sphaera. scilicet q[uod] maior circulus in sphaera dicitur qui describitur in superficie sphaere sup[er] eius centr[um] sphaeram dividit in duo equalia: minor vero q[uod] dividit eam in portiones inequales. Ex ista etia[m] accipitur numerus vtrobiq[ue] circulo[rum] in sphaera materiali: q[uod] maiores sunt sex qui scilicet transiunt per centr[um] sphaere: minores aut quattuor qui extra centr[um] transiunt. Theodosius tamen no[n] limitat hos aut illos ad aliquem determinatum numeru[m].

Quarta conclusio.

Circuli aequales & aequedistantes in sphaera no[n] sunt nisi duo tantu[m]: inequales vero & inequedistantes infiniti. Omnium autem aequedistantium eor[um]de[m] esse poles necesse est.

P[ri]ma pars sequitur ex p[re]missa: aequales enim sunt circuli quoru[m] longitudo est equalis a centr[um]: ut dicit p[re]missa: hec autem longitudo m[ed]suratur p[er] p[er]pendiculares lineas a centr[um] sphaere ad ipsoru[m] circulo[rum] superficies ductas p[er] diffinitione[m] equaliter distantium a centr[um]: tales autem p[er]pendiculares respectu aequedistantium circulo[rum] a centr[um] no[n] possunt esse nisi duae: que co[n]iungunt in centr[um] vna[m] rectam lineam faciunt q[uod] est. Istud etia[m] p[er] in circulis sphaere materiali: na[m] tropico cancri nullu[m] equedistantem circulum possibile est esse equali nisi tropicu[m] capricorni: et sicut de duob[us] circulis. scilicet arctico et antarctico: q[uod] circulo arctico nullus in sphaera est equalis nisi circulo antarctico. Quod autem inequales et inequedistantes possunt esse infiniti manifestu[m] est q[uod] p[er] in sphaera materiali sunt solli quos equedistantes. Tertia pars p[er] ex diffinitione posita: est enim polus punctus in superficie sphaere a quo omnes linee recte ad ipsu[m] circuli circumferentiam p[er]tracte sunt aequales: nunc autem quicunq[ue] parallelor[um] accipiat in sphaera constat quod omnes linee ducte a polo mundi ad eius circumferentiam sunt aequales.

Quinta conclusio.

Circulorum se contingentium diversos esse polos necesse est: erunt t[ame]n amborum poli in vno circulo transeunte per locum contactus.

P[ri]ma pars p[er] q[uod] circuli se contingentes in o[mn]ibus locis separant nisi in puncto co[n]tingentie vel contactus: p[er] in zodiaco et tropico q[uod] tantu[m] in puncto solstitiali se contingit: accipio q[uod] polu[m] minoris circuli puta poli mundi q[uod] est polus tropici: q[uod] ab eo p[er]tracte linee ad tropicu[m] sunt aequales linee p[er] poli diffinitione[m]: si igitur punctus iste sit polus zodiaci sequitur q[uod] linee ab eo ducte usq[ue] ad zodiacu[m] sunt aequales: hoc autem apparet esse falsu[m] ad sensu[m] et facile est deducere ad impossibile co[n]tradictens.

CAPVT SEXTVM.

vt patet ex nona & decima conclusionibus in capto de circulis allegato. Secunda pars patet nam polus zodiaci est in eodem circulo cum polo mundi in circulo scilicet qui transit per locum contactus zodiaci & tropici: hic autem circulus est colurus solsticiozum: sicut patet in sphaera materiali.

Sexta conclusio.

Si aliquem circulum maiorem in sphaera circulus alius per equalia diuiderit: ipsum quoque diuidentem de maioribus circulis esse necesse est: quod si orthogonally & per equalia scilicet ad angulos rectos diuiderit: utriusque per polos alterius transire conueniet.

Prima pars patet si enim aliquis circulus aliquem maiorem circulum per equalia diuiderit: oportet quod diuidat eum super eius centrum: centrum autem maioris circuli in sphaera est centrum sphaere: quapropter oportet quod talis circulus diuidens transeat per centrum sphaere: & erit circulus maior in sphaera per tertiam huius capiti. Secunda pars patet quoniam si cum hoc quod diuidit ipsum per equalia diuidat ipsum ad angulos rectos: cum mutuo se diuidant orthogonally & per equalia: mutuo quoque per suos polos transibit: sicut patet de duobus coluris in sphaera: & de alterutro colurozum & de equinoctiali circulo: & sic de alijs similibus. Ex hoc patet quod in sphaera transire per polos & secare orthogonally & diuidere per equalia: continguntur necessario & vnum illorum alteri antecedat & sequat: & hoc multum valde ad noticiam ortus & occasus signorum in astronomia sicut alias declarauimus. Conclusiones sequentes erunt de circulis quorum vnus est inclinatus super alium: illi sunt etiam de intersecantibus sphaeram.

Septima conclusio.

Omnis circulus maior secans circulos quoscunque aequedistantes in sphaera: & inclinatus super ipsos: diuidit eos omnes in duas portiones inequales praeter circulum maiorem qui eis aequedistat. Et vnaqueque portio apparetur: quae sunt inter circulum maiorem ex aequedistantibus & polum manifestum: semicirculo maior est. At vero quilibet earum: quae sunt inter eundem maiorem circulum & polum occultum: est semicirculo minor. Coalterne vero portiones circulorum aequedistantium & equalium adinuicem aequales sunt.

Istam propositionem theodossi breuiter expone in terminis & hoc sufficit: maior circulus inclinatus est zodiacus vel orizon obliquus: aequedistantes circuli sunt circuli imaginati inter duos tropicos quorum maior est equinoctialis: quos omnes secat zodiacus vel orizon obliquus in portiones inequales praeter equinoctialem. Et portiones quae sunt versus polum arcticum apparentes supra sunt maiores semicirculo: non apparentes sunt minores: portiones vero apparentes versus polum antarcticum sunt minores semicirculo: & non apparentes sunt maiores semicirculo: sed coalterne portiones circulorum equalium hinc inde sunt aequales: quia portio patens ex vna parte equinoctialis & portio latens ad aliam partem equinoctialis ad tantam distantiam aequales sunt. Et quia in sphaera mundi arcus isti sunt arcus dierum & noctium artificialium in diuersis temporibus: sequitur igitur quod dies & noctes in sunt aequales. Et ex ista propositione poterunt patere ea quae accidunt circa inequalitatem dierum & noctium in diuersis anni temporibus.

Octaua conclusio.

Cum in sphaera duo circuli maiores se inuicem secant: si ab alterutra earum sectionum ex utroque eorum duo arcus aequales adinuicem separentur: quos punctus sectionis communis continuat: rectas lineas qui eorum extremitates continuant: oportet esse aequales.

Ter bignatia: sint duo circuli maiores secantes se in sphaera scilicet equinoctialis & zodiacus: puncta vero sectionum sint puncta equinoctialia: accipiam tunc alteri puncti duarum sectionum puta puncti arietis & sit a: & accipiam duos arcus aequales in zodiaco: terminatos ad a puta signi piscium & signi arietis: & accipiam in equinoctiali duos arcus aequales copulatos ad a. & sint b. a. & c. a. & b. a. correspondens deat signo piscium. a. c. signo arietis: tunc dico quod si ducatur vna recta linea a principio piscium ad b. & alia a fine arietis ad c. dico quod iste due linee recte sunt inter se aequales. Fundatur ista demonstratio in secunda conclusione capiti de lineis: & in tertia petitione de mensura angulorum in primo libro huius. Ex isto apparet quod tanta est declinatio solis in signis australibus quanta est in septentrionalibus: & cum sol est in fine arietis tanto declinat quanto in principio piscium: & sic de alijs.

Nona conclusio.

Circulus maior in sphaera si super alium circulum maiorem fuerit inclinatus: fuerintque ex una qualibet quarta circuli inclinati (cuius principium sit alterutrum punctorum duarum sectionum) duo arcus separati aequales continui: arcus circulorum maiorum a polo alterius per extremitates horum duorum arcuum in ipsius circuli circumferentiam cadentes: ex ipsa circumferentia arcus inaequales abscinduntur: quorum ille est maior qui erit ab eorum sectione communi remotior.

Verbigra: Zodiacus inclinatur super equinoctialem maior circulus in sphaera super alium maiorem: de zodiaco accipio unam quartam illam scilicet que est a principio arietis usque in finem geminorum: et ex hac quarta volo separare duos arcus aequales continuos: et sint duo signa aries et taurus: volo tunc quod descendant tres arcus circuli maiorum a polo mundi: qui est polus equinoctialis: per tria puncta illorum arcuum: scilicet per primum punctum arietis: et per primum punctum tauri: et per primum punctum geminorum usque ad equinoctialem circulum: isti tres arcus sic descendentes a polo mundi in equinoctialem per tria puncta predicta abscindentes aequales arcus de zodiaco: abscinditur in ab equinoctiali arcus inaequales: quorum ille est maior qui est a communi sectione. I. a puncto arietis remotior. Ex quo patet quod arcus equinoctialis qui abscinditur cum tauro est maior arcu equinoctialis qui abscinditur cum arietis: similiter arcus qui abscinditur cum geminis: maior est eo qui abscinditur cum tauro. Huius rei demonstratio pendet ex illa propositione Euclidis in primo libro: scilicet quod eadem basis vel equalis maiori angulo opposita in lineis brevioribus quam in longioribus: nam signum tauri propinquius est polo quam aries: ad maiorem vero angulum in polo mundi sequitur maior arcus in circulo equinoctiali. Et hec est ratio quare signa cum equalia sint: tamen inaequales habent ascensiones: quod aequales arcus de equinoctiali circulo habent necessario aequales ascensiones: quod motus celi est super eius polos et est equalis et uniformis: hinc autem est quod cum equali arcu de zodiaco oritur quoadque plus quoadque minus de equinoctiali circulo sicut conuenitur per hanc conclusionem euidenter: si tamen vera sit opinio que distinguit ascensiones et duodecim domos celi per circulos a polo mundi venientes: et non potius illa que predictos circulos praeipit a communi intersectione orientis et meridiani.

Quarti libri & totius compendii geometriae finis.

Libellus de quadratura circuli editus

a quodam Religioso ordinis Fratrum minorum: quo intendit circulum quadrare quo ad lineam: & inuenire quadratum isoperimetrum circulo: licet area quadrati sit minor area circuli.



ARISTOTELES in eo qui de categoriis libro inscribitur dicit: quadratura quidem circuli scibilis est: scientia autem eius nondum inuenta est. Et implerisque locis reprehendit multos & magnos qui hoc demonstrare conantes enormiter errauerunt. Hic vero quadratura circuli demonstratur: & primo praemittuntur. 4. conclusiones & probantur: secundo ex his inducitur & concluditur quinta principaliter intentata.

Prima conclusio.

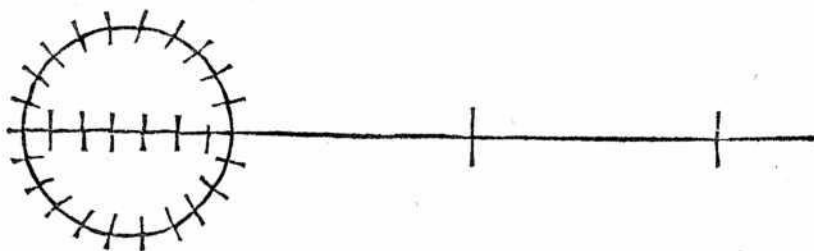
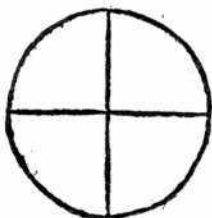
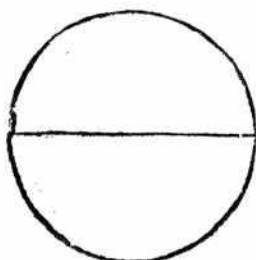
Lineam orbiculariter ductam bina diametro in quattuor aequalia secare.

Diameter est linea recta ab extremo in extremum per centrum ducta diuidens figuram in duas partes aequales: ut patet hic in prima figura. Si vero due sint diametri sese interfecantes in centro ad angulos aequales: diuidunt figuram in quattuor partes: ut patet per secundam figuram. Dicitur autem diameter a dia quod est duo et metros quod est mensura: quasi duorum mensura: scilicet duarum medietatum.

Secunda conclusio.

Lineae orbiculariter ductae lineam rectam aequalem dare.

Juxta mathematicorum sententiam et physica veritatem circulus diuiditur in 22. partes: quarum una remota scilicet vigesima secunda parte: tertia pars summe remanens est diameter circuli: scilicet septenarius siue septem: tripletur igitur diameter et addatur septima diametri pars ordinaturque partes huius in recto et habetur linea recta equalis circulari lineae: ut patet liquidum est videre.



DE QVADRATVRA CIRCYLI.

Tertia conclusio.

Lineam rectam in quattuor æqualia secare.

Quod sic patet: fiat circulus vnus deinde circulo nō restricto nec ampliato sed stāte vniformiter vt prius: ponatur pes circini in circūferētia et ducat vt secundus circulus cōstituatur: qui in duob⁹ locis inter se cet pmi et interfecet ab eo trāsiens p centrū pmi: de hinc ducat linea recta p ambo cētra ab extremo in extremis vtriusq⁹ circuli: et vbi terminabit hęc linea in circūferētia secundi circuli ponat iterū pes circini sub dispositione prioris: et ducat vt tertius circulus cōstituatur q⁹ in duob⁹ locis interfecet secundū et interfecetur ab eo cōtingēs pmi et centrū secundi: trahaturq⁹ predicta linea recta vsq⁹ ad circūferētia tertij circuli: vt patet in figura presenti. Predicta igit⁹ linea recta trāsiens p tria cētra ab extremo pmi circuli ad extremū tertij diuiditur in quattuor partes eq̄les: nā qualibet due partes predictę lineę sunt in eodē circulo a cētro ad circūferētia ductę: q̄ sunt equales: et qm̄ quęlibet vni et eidē sunt equalia ipsa inter se sunt eq̄lia: q̄ quibet pars lineę in vno predictozū circulozū cōtenta est eq̄lis cuilibet alij parti lineę in alio circulo cōtente. Idē pōt fieri alio modo: fiat circulus vnus deinde pede circini nō dī: uersificati posito in circūferētia eiusdē circuli reliquos autē pes ipsius circini nō variati p̄tendat ex tra circuli supradicti: ibiq⁹ fixo cētro ducatur vt secundus circulus cōstituatur cōtingēs p̄mum in puncto: positoq⁹ in puncto cōtingētie pede circini nō mutati ducatur alius pes circini vt tertius circulus cōstituatur inuicē secans duos predictos circulos trāsiens p eozū cētra: tunc trahatur linea recta p tria cētra q̄ secatur in .4. ptes eq̄les vt manifestū ē: nā q̄ly due ptes rē. vltima.

Quarta conclusio.

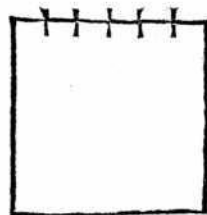
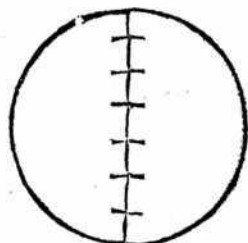
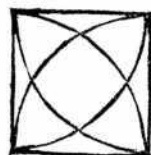
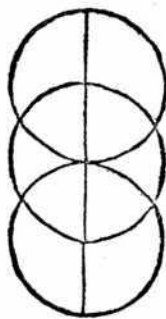
Ex quattuor rectis lineis æqualibus quadratum constituere.

Hoc quidē manifestū est: et nihilominus pōt demonstrari sic: sint due lineę recte sese in capite cōtingentes ex quarū cōtactu cōstituatur vnicus angulus rectus: deinde ponatur pes circini in cōtactu ipsarū linearū: reliquos vero pes in capite alterius linearū predictarū: ducaturq⁹ vsq⁹ ad caput alterius: nec nec circulus cōpleatur sed cōplet⁹ intelligatur: sicut patet in hac figura. Deinde ponatur pes circini nō variati in capite alterius linearū predictarū: vnus circūferētia: que scz due lineę supradictę sunt due semidiametri circuli prelibati: alter vero pes ponatur in cētro predicti circuli et ducatur cōstituēs circuli interfecantē predictū et se p̄ illum in vno loco vsq⁹ ad locū ad quē ducta de cētro linea recta cōstituit angulū rectum cū semidiametro circuli pmi: q̄ terminatur in cētro huius secūdi: vt patet in hac figura. Post hęc ponatur pes circini nō diuersificati in capite alterius semidiametri pmi circuli versus circūferētia: reliquos vero pes ponatur in cētro eiusdē circuli pmi et ducatur vsq⁹ ad locū vbi terminatur linea ducta a cētro secūdi cōstituēs circuli interfecantē p̄mum et se p̄ illum in vno loco: et tunc linea recta trahatur de cētro huius tertij vsq⁹ ad caput lineę p̄cedentis de cētro scđi: vt patet in hac figura. Deinde ponatur pes circini nō mutati in capite lineę p̄cedentis de cētro secūdi circuli ad circūferētia: alter autē pes ponatur in cētro tertij et ducatur vsq⁹ ad cētrū scđi cōstituēs circuli interfecantē ipsos: scz p̄mum et scđm quęlibet in loco vno et se per illos: vt in hac figura plenius declaratur. Quattuor igit⁹ lineę recte in predictis quattuor circulis cōtente cōstituunt quadratum eq̄laterū: sunt enī equales sibi inuicem omnes: nā quęlibet due sunt in eodē circulo rē. vt prius: et nota quod idē nō cōpleantur actu dicti circuli: qz cōpleti actu tollerēt euidentem sensibilitatē quadrati sub eis constituti.

Quinta conclusio.

Rem nouā mirabilē quadraturā circuli: velut in scrutabilē adpud doctores populi: olim sicibilē puri cernūt oculi: vere demonstrabilem nūc in fine seculi.

Dis figura plana vnica linea orbiculariter ducta cōtēta: cuius diameter transcendit p̄cise quartam eiusdē figure semipartib⁹ tribus: est equalis quadrato cuius latus eiusdē circuli diameter transcendit p̄cise semipartib⁹ tribus: ois circulus est figura plana rē. q̄ ois circulus est equalis quadrato cui⁹ latus eiusdē circuli diameter transcendit p̄cise semipartib⁹ tribus. Maior sic patet quęlibet ab eodē superatur equaliter inter se sunt equalia: si enī tetracubitū aureum et tetracubitū argenteum a pen- tacubito ligneo equaliter superatur qz in vno cubito: q̄ tetracubitū aureum et argenteum necessario equabuntur: qz igit⁹ quęlibet quarta circuli et quodlibet lat⁹ huius quadrati a diametro circuli eq̄liter superatur. I. in semipartibus trib⁹: igit⁹ quęlibet q̄rta circuli et quodlibet latus q̄drati huius necessario sunt equales: et sic circulus et q̄drat⁹ huius sunt eq̄les: nā quozuncq⁹ oēs ptes sibi inter se sunt eq̄les et ipsa iter se sūt equalia: minor p̄positio enī vera est: vt apparet ex his q̄ dicta sunt in scđa cōclussione: si enī scđm q̄ pleriq⁹ mathematici scripserūt iuxta phisicā veritatē circulus diuidatur in .22. ptes re mota vna parte: scz vigesima scđa: tertia remanentis scz septē est diameter circuli et q̄rta circuli cōtinet q̄ncq⁹ ptes et dimidiū vnus: nā q̄rta .22. partū est q̄ncq⁹ cū dimidio sue. q̄ncq⁹ partes et dimidiū vnus partes: diameter q̄ circuli scz septē transcendit p̄cise quartā circuli scz q̄ncq⁹ partes eius et dimidiū in semipartibus trib⁹. i. in trib⁹ dimidijs partib⁹ circuli. P̄remissa q̄ p̄positionib⁹ vniuersalib⁹ veris recte dispositis in p̄mo modo p̄me figure sequitur necessario vltis cōclussio vera: scz q̄ ois circulus est equalis quadrato cuius lat⁹ eiusdē circuli diameter transcendit p̄cise in trib⁹ semipartibus. Sensibilis aut⁹ huius rei euidentia et facilis intelligētia fiet hoc modo: cōstituatur circulus cuius vis magna



SECVNDI LIBELLI

audinis: eiusdemq; diameter diuidatur in septē partes equales p doctrinā datam i tertiā cōclufione: de
hinc cōstituat quadratum equilatē p artē quartē cōclufionis: cuius quadrati latus p̄cise cōtineat
quinq; partes ⁊ dimidiū diametri supradicte: sicq; p̄missis oībus p̄spectisq; diligenter: ⁊ intellē
ctis p̄denter: cognoscat indubitatē qm̄ hic circulus est equalis huic quadrato: ⁊ talis ⁊ tantus cir
culus est qualis ⁊ q̄tus est quadratus: sicut ex p̄missis est manifestū: p̄z etiā p̄ sensum in hac figā.
Additio. Iste bonus religiosus erat auditor: tāti ⁊ nō doctor in geometriā: vt discursus ei⁹ nimis fal
sigrasus ostendit: q̄ totus fundat in sc̄da cōclufione que falsā est: vt pote includēs oppositū p̄me pe
titionis q̄tum ad secundā partē eius: q̄ h̄y q̄ inter quelibet duo puncta linea recta est breuissima oīm
aliā: sc̄da vō hec conclusio supponit q̄ inter eadē duo puncta linea curua ⁊ linea recta sint equales:
nā diuidit p̄ circuli circumferētiā circuli in .22. partes equales: deinde eodē circino nō variato nu
merat in rectū totidē partes: inferens q̄ illa linea recta ⁊ illa curua sint equales: q̄ equali numero
mēsurant ab eodem circino nō variato: qd̄ tamē f̄m̄ est q̄ quelibet talis mēsurā circini plus accipit
de linea curua q̄ de recta: q̄ in eodē numero mēsuratū circini linea curua erit maior linea recta: quare
sius discursus potius ē illogisimus ignorātie q̄ scientie: q̄ p̄cedit ex oppositis p̄ncipioz geometrie:
eundē etiā defectū habuit demonstratio archimedis sup̄ius in fine tertiū libri posita: s̄ differit q̄ al
ter eoz vult q̄drare circuli q̄ ad sup̄ficiē: alī q̄ ad lineā: nā vtrūq; n̄ possibile ē ex c̄p̄o s̄ isoperimetris.

Alius libellus de quadratura circuli quē

ædificat nostra hac ætate Carolus Bouillus natione gallus: quo inten
dit circuli aream quadrare cū archimede: sed putat nihilominus se li
neam curuam circuli in rectam conuertere: & linephemio sic habet.

Prima conclusio.

I RECTA linea nullo suoz p̄ctorū fixo: tota in plano æq̄li
ter moueat: necessariā suo motu parallelogramū describit.
Dicitur autem tunc linea equaliter moueri quando neq; ad dextrā neq; ad si
nistram in suo motu declinat.

Secunda conclusio.

Quod si vt prius recta linea mota secundū sui ipsius q̄titatē
feratur: ducitur in se ipsam: eritq; descript⁹ eius quadratus.

Itam linea recta si non in seipsam: sed in aliam equaliter ducatur: p̄ducat tetragonisimum id est qua
drangulum altera parte longiorem.

Tertia conclusio.

Si recta linea altero suorum extremorū fixo moueatur: circulum aut circu
li portionem eodem motu describit.

Cuius circumferētiā sua latitōe reliquum extremum producit.

Quarta conclusio.

Quod si recta linea hoc pacto circa alterum suorum extremorū mota: vnū
recti anguli spacio circūducatur: quartā circuli partē quadratēque describet: si
vero duorū rectorū spaciū cōficiat: semicirculum. si triū: tres circuli qua
drantes: si deniq; totum circa punctum spaciū (quod quattuor rectis est
æquale) perfectum circulum suo motu absoluet.

Hæc quattuor p̄positiones de quadrati ⁊ circuli descriptionibus p̄docte supponēdas putauit in hac
questione: neq; earum p̄bationes apposuit: q̄ notissime sunt ⁊ p̄uulgatæ apud doctos geometras.

Quinta conclusio.

Recta linea alteri suorum extremorum fixo qualitercūq; circumducta: quod
ex ea in rectam lineam: arcui reuolutionis æqualem: ducta producit: du
plum est ei quod ex eius reuolutione fit.

Hec supponit qd̄ infra cōclufione. 2 I. p̄bandum asseritur. s. cuiuslibet lineæ curue: que est circumferē
tia circuli vel pars eius: rectā lineam equalē dare: illo q̄ supposito: loq̄tur hic de parallelogramo ⁊
circulo a talibus lineis descriptis q̄ se habent in dupla ⁊ sub dupla p̄portionē: q̄tum ad superficies
suas siue accipiat totus circulus siue pars eius: itaq; eadē linea ducta in rectā p̄ aliā duplā sup̄ficiem

DE QVADRATVRA CIRCVLII.

includit ad eam quā ducta ingirum includeret: sed hoc etiā eget probatione que tamen nō ponit hic.
Sexta conclusio.

Vnde manifestum est quicquid fit ex circuli semidiametro in medietatē circūferentiæ: siue in lineam rectam medietatē circūferentiæ æqualem: esse parallelogramum qui dato circulo necessario est æqualis.

Hec correlarie sequitur ex precedente: sed cōsequentia est inuidentia nec pbat. s. q. eadem linea ducta in duas alias habēs se in dupla pportione pducatur superficies habēs se etiā in dupla pportione: vnde hec includēs inuidentiam precedentis est inuidentior: ea: cum tamen sit principium primum ad conclusionem de quadratura circuli intentā.

Septima conclusio.

Rursus parallelogramus ex ductu quarte partis diametri dati circuli in totam circūferentiā: aut quarte partis circūferentiæ in totam diametrum factus: eidem circulo est æqualis: qui vero fit ex ductu totius diametri in medietatē circūferentiæ: aut totius circūferentiæ in semidiametrum: circulo eidem est duplex: qui autem ex tota diametro in totam circūferentiā aut ecōtra: necessario eidem circulo quadruplus esse comprobatur.

Hec eodem modo sicut pcedēs se habet ad quintā: & cōsistit oēs iste tres se habent ad cōclusionē hic principaliter intentā de quadratura circuli: qz pprime ad ipsam antecedit: & sumpte sunt ab archimede qui eas nunq. demonstratiue pbare potuit: quia in geometria practica sint viles ad opera artificum qui errorem aliquem insensibilem admittunt.

Octaua conclusio.

Si dati parallelogrami nō quadrati inequaliū laterū mediū pportionale sumat: erit quod ex eo in se ducto fit quadratū dicto parallelogramo æquale. Hanc in tertio libro nre arithmetice demonstratione probauimus: & in numeris habet euidentiā.

Nona conclusio.

Datis duabus lineis rectis inequalibus si simul addantur: atq. super totam ex vtriusq. coniunctam semicirculo descripto: & rursus a puncto cōmunis additiōnis vtriusq. recta perpendiculari ad circūferentiā extensa: erit huiusmodi perpendicularis inter propositas lineas media proportionalis.

Hanc euclides in sexto sue geometrie optime demonstrat & ponitur hic in fulcimentum precedentis.

Decima conclusio.

Circulus sup lineā rectā aut planā superficie cōsistēs: eandē i solo pūcto cōtingit. Demonstrationem huius in secōdo libro nostre geometrie caplo de circulis: & in quarto libro caplo de sphaera posuimus: ponitur tamē hic vt fundamentū sequentiū: & potest habere duos sensus: vtz de re indiuisibili: & de parte inadequata que tangit non pūcto.

Vndecima conclusio.

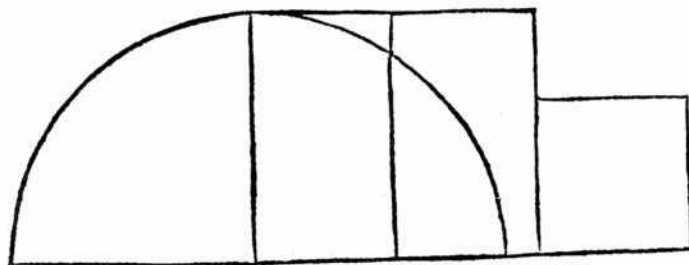
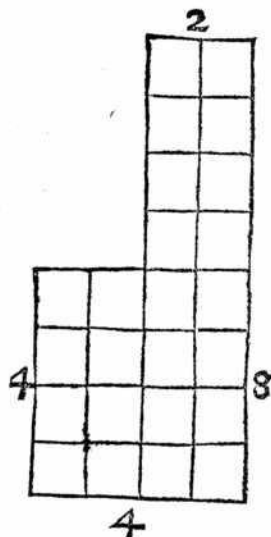
Si circulus super planam superficiem æqualiter in rectum moueatur: secundum rectam lineam procedet: q. suo motu eius circūferentiā describet eidē circūferentiæ æqualem.

Prima pars ex teris nota est qz si mouetur in rectū: q. secundum lineam rectam quā suo motu describit imaginarie. Sed pars secunda que est principalis neruus qdrature circuli non demonstrat: neq. ex precedentibus sequitur manifeste: neq. ex sequentibus cōclusionibus elucidat: neq. ex teris est p se nota: nō est enim necessariū si hec linea suo motu describit illā q. sit ei equalis: sed hoc in multis falsū: & si limitetur hec regula de vna reuolutione precisa vt infra conclusionē. 19. ad huc cōsequentia est satis dubia & eget probatione scientifica.

Duodecima conclusio.

Circulus sup rectā lineam æqualiter latus inter duas æquidistātes mouet: cuius centrū etiā rectā lineam mediam describit vtriusq. lateralium paralellā. Licet hec non probetur ab auctore: tamen ex prima parte precedentis clarissime sequitur: & facile ab

50



SECYNDVS LIBELLVS.

omnibus concederetur vt rationi consentanea.

Tertiadecima conclusio.

Circulo æqualiter super rectam lineam delato: quodlibet eius punctū (præter centrum) ad lineam motui subiectam secundū circuli archum (quadrante minore) deprimitur: aut ab ea sursum æleuatur: solum vero centrū (quod nusq̃ a medio discedit: nec æleuatur aut deprimitur) nullum suo motu describit archum sed lineam rectam.

¶ Potest hæc etiam silitur cōcedi vt p̃cedēs: cū tñ pars p̃ma infra cōclusionibus. 19. et. 20. declarabit.

Quartadecima conclusio.

Circuli æqualiter super lineam rectam delati: nullum punctum præter centrum rectam suo motu describit lineam.

¶ Correlatiū est p̃cedētis appertissimū: et fere nulla erat necessitas ipsum extra cōclusionem explicadū.

Quintadecima conclusio.

Si circulus sup̃ rectā lineā cōsistēs: a p̃uncto cōtactus æqualiter super eam moueā: quousq̃ eundē iterū in eodē sui puncto cōtingat: erit recta lineā vtriusq̃ mutuorum contactuum punctis intercepta totī eius circumferentiæ æqualis: in quā eodem motu ducit datī circuli dīameter & parallelogramum describit.

Secūda pars facilis est: et ab Euclide in suo secūdo cōcessa: p̃ma tamē huius pars est dubia et inuidens sicut vndecima cōclusio: neq̃ p̃batur illarū duarū linearū recte. s. et curue equalitas sufficiēter ex illa rotatione circuli sup̃ planū: tum q̃ illa p̃batio est sensualis et grossa cōpossibilis errori imperceptibili: tum q̃ si decima huius cōclusio ad p̃mū sensum accipiat de cōtactu in re indiuisibili: nō possunt esse duo cōtactus circuli ad lineam rectā inediat ne detur lineā ex punctis indiuisibilib⁹ cōposita: q̃ per illam rotationē circuli super planum circulus nō cōtinue tanget lineam rectā sed discrete: relinquit igitur multas partes interceptas cōtactibus quas non tangēdo nō adequabit eis: tum deniq̃ q̃ si ad secūdū sensum accipiat cōtactus: nulla erit pars circuli q̃tuncq̃ detur parua: q̃ possit cōmēsurari vel adequari alicui parti lineæ recte: q̃ nunq̃ hæc tota p̃mo tāget illā totam q̃ curue partis extrema nō tangit rectū: alias esset tota illa pars recta et nō curua q̃d est contra suppositum: h̃c sensuales artifices putēt q̃ iste due partes scōm se totas se tangāt: q̃ ita apparet ad sensum: sapientis tamen geometri ratio verius discernit theozice de his rebus agens et errorem cognoscens.

Sextadecima conclusio.

Quo fit vt si lineā recta (quā perfecta reuolutione tota circumferentiā absoluit) in eius dīametrū ducat: nascet inde parallelogramus dato circulo quadruplus: quem tamen totum vt dicimus idem circulus suo motu pertransit.

¶ Prima pars huius inuidens ex. 7. et. 15. cōclusionibus inuidentibus euidenter sequit. Secūda vero parum differt a secūda parte p̃cedētis: hoc solo addito q̃ in toto illo motu due medietates circuli hinc et inde extra parallelogramum remanent.

Decima septima conclusio.

Dimidia circuli super rectā lineam reuolutio spacium absoluit eidem circulo duplum: qui est parallelogramus ex ductu rectæ lineæ: dimidiæ eius circumferentiæ æqualis: in ipsius dīametrū productus.

Decima octaua conclusio.

Circuli secundum quartā partem suæ circumferentiæ super rectam lineam reuolutio spacium pertransit dato circulo æquale: qui est parallelogramus ex ductu dīametri in lineam rectā q̃rte parti suæ circumferentiæ æquale p̃ductus.

¶ De tres conclusiones tum ex. 15. tum ex. 5. 6. 7. superiorib⁹ sequuntur: ex quarum inuidentia ipse quoq̃ sunt inuidentes: propter defectum probationis notatum in quintadecima huius.

Decimanona conclusio.

Punctum reuolutionis quartæ partis circumferentiæ circuli super rectam lineam in eadem lineā inuenire.

DE QVADRATVRA CIRCVLV.

Hanc pmo demonstrat auctor in toto hoc libello: sed ea cū sua pbatōne cōcessa: nō cōficitur eas līneas esse equales. f. z. cūnā que reuoluit z rectā sup quā reuoluitur vsq; ad illud punctum. Demōstratio sua hęc est: facto circulo. a. b. c. cōtingēte lineam rectā. f. g. in puncto. d. diuidatur inquadrātes p duas diametros scē orthogonāliter secātes incētro circuli qđ sit. c. itaq; diameter. a. c. c. procedat a dextera in leuā: z diameter. b. e. d. a sūmo vsq; deorsum: z hęc augmētetur vltra punctū. d. extra circulum crescatq; secundū quartā eius partem precise vsq; ad punctū. h. sit g punctus iste. h. centrū alterius circuli maioris cuius periferia transeat per. a. c. extrema alterius diametri: pueniatq; ex vtraq; parte ad lineam rectā contingētem circulum: z tangat eam in punctis. f. g. nec vltra pcedat hęc periferia qz hoc sufficit. Dicit g puncta. f. g. esse terios reuolutionis quartę partis circuli sup lineam rectā: itaq; punctus. a. secundū archum. f. a. eleuat a recta: z pūctus. c. secundū archū. c. g. depřimitur ad eam nūsq; ab eis declinādo: hoc inquā concessio nō sequitur euidenter supradictas portiones linearū esse equales scz. a. d. z. f. d. vel. c. d. z. d. g. quod tamen demonstrare erat hic sume necessarium.

Vigesima conclusio.

Eodē modo punctum reuolutionis medię circūferentię super rectam lineam in eadem assignare: quare etiā prōptum erit & trīum quartarū circuli: & totius circūferentię reuolutionis puncta in recta lineā notare.

Ex eadē demonstratiōe procedit hęc conclusio cū precedentē: qz prolongando semper diametrū per additionem continuam suarū quartarum: z describendo super centra illa cōtinue maiores circulos: z tandem applicando eos vsq; ad lineam rectam: notabunt in ea puncta dictarum reuolutionum: sed his vt diximus concessis nondum exploratum erit supradictas portiones linearum rectę z curuę esse equales: sed hoc semper manet dubium in hoc discursu.

Vigesimaprīma conclusio.

Datę circūferentię toti: aut medię ei⁹ parti: aut qrtę: rectā equalē assignare.

Hanc ex predictis dicit esse conclusam: sed certe quicqd sit de pñā antecēdēs est dubium: quare sua argumētatio nō est demonstratiō: z re vera tota vis sciētię qđraturę circuli stat in hac ppositione siue debeat quadrari circulus q̄tum ad lineam siue q̄tum ad superficiem: qz si quis demonstratiue sciret quāta linea recta correspondet lineę circulari datę: facile esset illā per tres circulos in quatuor partes equales diuidere: z inde quadratum circulo isoperimetrū facere: itē facile esset figuram rectilineam equalis capacitatis cū circulo inuenire z illam deniq; quadrare: qđ esset quadratum equalem circulo dare. Sed neq; archimedes neq; aliorum quispiam post eum hac ppositionem hactenus nobis demonstrauit: sed solum grossis z sensibilibus perfrātionibus probabilem fecit.

Vigesimasecunda conclusio.

Datę circuli diameter medietate circūferentię minor est: & qrtā ei⁹ pte maior.

Hęc euidenter sequitur ex tribus precedentibus: nā supposita earum inuidentia pro vera sciētiā scz qz ille lineę sibi illis modis correspondētes sint equales: cōstat diametrum circuli maiorem eē qrtā eius parte: que nō habet nisi quinq; octauas eiusdem diametri: z minorem esse semicirculo qui habet decem tales octauas: diameter vero precise octo: erit ergo diameter circuli hac imaginatione supposita paulo minor tertiā circuli z paulo maior quartā eius parte. Negat g iste regulā cōm geometrię practice qz alter libellus cōcedebat. f. qz circūferentia se habet ad diametrum sicut. 22. ad. 7. sed dicit iste qz se habet sicut. 20. ad. 8.

Vigesimatertia conclusio.

Vnde quod sit extota circuli diametro in quartam circūferentię partē: aut mediā: aut totā circūferentiā: est paralelogramus nō quadratus: quorū primus est circulo equalis: secundus eidem duplus: tertius vero quadruplus.

Prima huius pars ex predicta cōclusionē inuidenter euidenter sequitur: qz illa duo latera tetragonisimī semper sunt inequalia. Scđa pars cū oībus pmissis ad hoc antecēdentibus est penit⁹ inuident⁹: qre z conclusio sequens que erat pncipaliter intēta in hoc libello non demonstratiue probatur: cum ait.

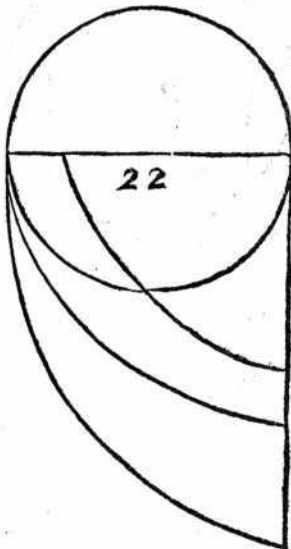
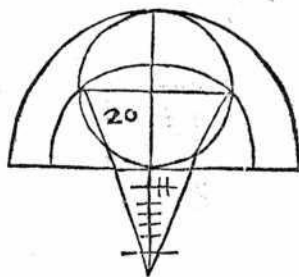
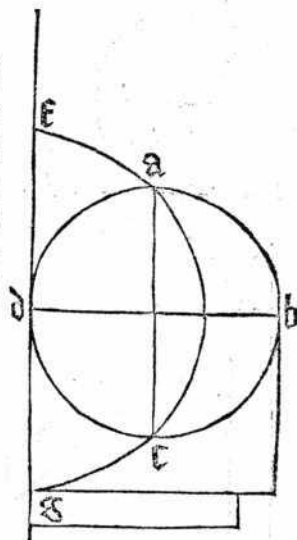
Vigesimaquarta conclusio.

Ex his dato quocūq; circulo: facile est eidem equalē assignare quadratū.

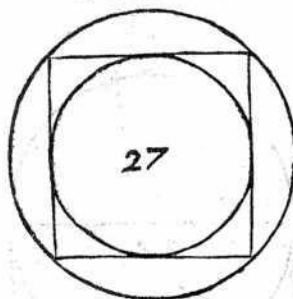
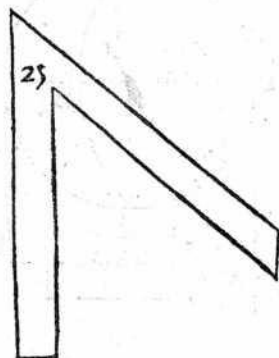
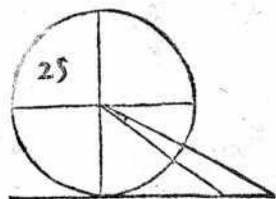
Tota g hęc pbatō nō geometrica sed phisica est ex sensuali opatione materialū artificū depēdens: qz in suis regulis fere semp errāt a verā rōne geometrica: qz tñ nō ē error sensibilis non currāt de eo sed pro vero accipiūt: qz hoc sufficit ad rectas artis sue opationes: qz aut tales sint pbatōes hic adductę a carolo z sumptę ab archimede: sequētes cōclusiones ostēdūt ad solā geometriā practicā pñētes.

Vigesimaquinta conclusio.

Angulum omnibus quadrandis circulis vtilem inuestigare.



QVADRATVRA CIRCVLII.



Iste angulus est quoddam instrumenti artificum lignei aut ferrei habens duos pedes inaequales ad ad anguli cōcurrentes instar duorum laterum trianguli gradati. Inuentio et formatio dicti anguli ex. 19. huius pedes ducatur inquit Carolus linea recta a cetro circuli. e. ad punctum. g. in linea cōtingente circuli: qui punctus erat tertius reuolutionis quarte partis circuli: hec itaq; linea. e. g. facit anguli acutū cū semidiametro. e. d. sup cetro circuli: ecce duos pedes anguli quorum maior ex. 2. 2. est. e. g. minor e. d. Iste igitur angulus intercipit ex linea. f. g. cōtingente circuli partē equalē quarte circūferētie: equalē dico sine errore sensibili qd sufficit artificibus: deinde qz ex. 23. huius diameter circuli ductus in predictā partē lineae recte cōficit qdragulum altera parte longiorē equalē circulo q̄tum ad aream: et ex. 8. ac. 9. huius inter diameter circuli ac dictā lineam alia media. pportionalis quadrat tetragonisimū predictum: ideo ab eodē centro circuli. e. vsq; ad punctū lineae mediae qd sit. k. ducenda est alia recta faciens cū eodē semidiametro alium angulū acutum minorē priore: qui sūter ex linea cōtingente circuli intercipit partē equalē lateri quadrati equalis circulo. Si igitur ex ligno aut ere aut calibe fiat instrumentū bipes angulare: habēs in pre exteriorē angulū maiorē predictori et in parte interiore angulū minorē eorū: tale in quā instrumentū erit vtile ad eliciendū ex circulo quadratum sibi equalē: vt patz ex dictis.

Vigesimafexta conclusio.

Dato cuiuscumq; quadrato circulum aequalem assignare.

Hec est cōuersa precedentis que eiusdē instrumenti officio qd pmittit artificialiter implet: applicato enī instrumento ad latera quadrati: circuli sibi equalis semidiameter facile inuenietur: hoc modo: angul⁹ exterior cū pede breuiore instrumenti adapte dictē vni costae quadrati. a. b. c. d. sic qz in costa. a. b. hinc inde moueat donec alter pes longior instrumenti precise tāgat angulū oppositū qdrati. f. angulū. c. tunc fixo instrumento sup costā ab: in loco anguli signet pūct⁹. h. dico qz pars illius costae. h. a. erit semidiameter circuli quesiti qd erit qdrato eq̄lis: nā ex. 22. semidiameter circuli ē minor latere qdrati eq̄lis: et ex precedente inter pedes instrumenti sub angulo interiore cōtinet costā quadrati eq̄lis circulo igitur et.

Vigesimaseptima conclusio.

Datum circulum in duos aequales circulos diuidere.

Hoc duobus modis fieri docet carolus. Primo inuentū quadratū circulo equalē in duos altera parte longiores p medium diuidendo: et quilibet eorū primo in quadratū deinde in circuli conuertendo ex predictis: nā quilibet illorū circuloz minorū erit maioris circuli medietas: sicut quilibet illorū quadratoz minorū erat maioris quadrati medietas. Et si vnus minorū circuloz super cetro maioris intra ipsum describat: erit circulus maior in duas medietates diuisus: quarum altera erit alteri circuli scripta: hac eadem via possent duo circuli ad seiplos addi quēadmodū in scdo libro nostre geometrie duos quadratos in vñ conuere docuimus. Idem aliter et sine quadratura circuli docet: inscribat inquit dato circulo quadratus: eidemq; quadrato rursus circulus alter inscribatur: hic prioris circuli medietas erit: nā perinde atq; quadratus circulo inscriptus alterius quadrati circulum includētis medietas est: ita eōtrario circulus ois quadrato inscriptus alterius circuli quadratū includētis medietas erit. Hactenus libellus caroli de quadratura circuli et vice versa de circulatera quadrati. Cui etiam alium p simile libellū addit de cubicatione sphaere: et cōtra de sphericitate cubi. f. pportionaliter cōparando superficiem rotundā plane: sicut lineam circularē recte. Sed hec missa faciamus vbi geometriam speculatiuā dītaxat tradere intēdimus: nā talia ad geometriam practicā pertinent: que vt diximus cū sit grossa et sensualis multos errores insensibiles nō aduertit nec currat de eis: sic enī artifices fabriles costam quadrati diametro eius adaptāt sicut qnq; ad septē facientes in eis proportionē rationālē: quod theozici geometre impossibile reputant vt in nostre geometrie libro tertio demonstrauimus: nimirū igitur si iūdem practici predictis modis lineam curuā in rectā: et superficiem rotundā in planam cōuertant cū aliquali errore: igitur insensibili. Est autē mea opinio qz linea recta et curua cū sint diuersarū rationū in genere q̄tutatis vel qualitatis: nō plus sint adinuitē cōparabiles q̄ angulus recti lineus et curuilineus aut mixtus: de quibus in scdo libro nostre geometrie in caplo de circulis diximus qz nullo modo sint adequabiles: imo forte neq; in sua inaequalitate cōparabiles: quare sicut tpe Aristotelis ita et nostra etate qdratura circuli scibilis est nondū tñ scia ei⁹ inuenta est: neq; repperibilis erit donec certa proportio lineae curuae ad rectam demonstratiue probetur: qz vt diximus in. 2. I. conclusione huius: ex illa demonstratione pender tota circuli quadratura et quadrati circulatora sine ex parte linearum siue ex parte superficierum.

Totius geometriae quadrupartitae & quadraturae finis.

Petri Cirueli Barocen. in perspectiuā cōdem questiuncula prauia de sana intelligentia radiorum visualium.



VIA SCIENTIAE mathematicae nō purae sed mixtae (q̄
partim physicae sunt) res naturales sub mathematicis ima-
ginationib⁹ tractat: vocātes eas numeros lineas superficies
angulos &c. ideo circa perspectiuā (quae earum prima sese
offert) querendū videtur p̄ eius elucidatione: quae nam res
sint radii visuales de quib⁹ tam frequēter & cōtinue ipsa mē-
tionē facit. Ad hāc questionē sine argumētis dicim⁹ pri⁹ q̄
sicut i scientiis pure mathematicis vocabula & termini earū
sunt simplicis cognotationis ad vnū tantū prae dicamētum
Aristotelicū ptinentes: ita etiam in mathematicis mixtis p̄-
prii termini earū sunt mixte cognotationis ex duob⁹ aut plurib⁹ prae dicamētis simpli-
cibus cōpositae: vnde nullus talis terius potest praecise ptinere ad aliquod vnū prae dica-
mentū ab Aristotele traditum: sed ptinet ad plura simul prae dicamēta: vel potius ad ali-
quod vnū prae dicamētū mixtae cognotationis: quod tamē ab Aristotele nō est traditū:
sed est ab oībus doctis logicis necessario cōcedendū. Ergo iste terius radius visualis & oēs
alii ad perspectiuā pprie ptinentes vt incidētia radiosa: pyramis visibilis: linea inciden-
tia: linea reflexionis: & sic de aliis multis: oēs sunt mixtae cognotationis & sup̄ geome-
tricā significationē addunt physicā cōsignificationē: nā quilibet eorū supponit p̄ rena-
turali: & cognosat primo geometricae ipsam esse extēsam habereq; partē extra partem
localiter situatā: secundo cognosat physicae q̄ res illa sit luminosa vel colorata visui
perceptibilis: hoc igit̄ modo se habēt isti duo termini linea & radius: si ſiter isti duo linea
perpendicularis & cathetus: nā priores eorū sunt geometrici: posteriores vero p̄spectiui
termini. Secūdo est aduertendū q̄ circa modū visionis nrae fuit antiqua illa discordia phi-
losophorū: nā stoici & oēs fere alii ante Aristotele opinati sunt visionē nostrā fieri p̄ mi-
nisterium radiorū cuiusdā lucis quae in nobis est: quos ab oculis emittimus vsq; ad res vi-
sibiles cōtingendas: dicebāt enī oculum nostrū esse velut laternā quādam quae lumē ab-
scōditū intra se cōseruat atq; exterius irradiat. Aristoteles vero & omēs peripatetici post-
eum tenēt q̄ sicut alii sensus exteriores cognoscūt sua obiecta ab eis aliquid intus susci-
piendo & nihil extra se emittendo: sic etiam visus noster se habeat incognoscēdo visibi-
lia: nō ergo emittit radios visuales ad res videndas: sed potius suscipit ab eis aliquid cō-
ferens ad causandā visionem. Quid autē illud sit quod visus noster recipit ab obiecto:
non cōformitet dicūt omēs peripatetici. Nā philosophi parisienses cōiter dicūt q̄ sicut
a corpore luminoso cōtinue diffundit̄ lux p̄ aerē vel quodlibet aliud medium trāsparēs:
sic etiā a corpore colorato illuminato effundit̄ & multiplicat̄ similitudo sui coloris: quā
etiam intentionē coloris vocāt: dicētes q̄ colores sunt solū intēcionaliter in medio dia-
phano: hāc igit̄ lucis vel coloris effusione vocāt isti radios visuales: nā cū radi⁹ p̄ aerē ad
oculum peruenit tangitq; organū visuū (quod etiam est corpus diaphanū) facit nos
videre rem illā cuius est talis effusio lucis aut coloris. Anglici vero oxonienses sicut ne-
gant radios visuales ab oculis emicātes contra antiquos philosophos: sic etiam negant
illas similitudines aut intēiones colorū cōtra parisienses: sed dicunt ad visionē sufficere

Platonici.

Peripatetici

Parisienses.

Anglici.

præsentiam obiecti erga potetiam: quibus etiam videtur fauere illud Augustini dictum
cōmune: q̄ ex obiecto & potetia paritur noticia. Sed quicquid sit de veritate istarū opi-
nionū phisicæ loquēdo: perspectiua nostra indifferēs est ad illas omēs: quia vt diximus
de rebus naturalibus p̄ imaginationes geometricas disputat: quæ vniformiter ad quālibet
opinione applicari possunt: vt radii visuales dicantur siue luminis diffusio ab oculo
exiens: siue a rebus ad oculū veniens: siue etiam sola præsentia obiecti visibilis. Vnde nō
est necessaria cōsecutio vt si aliqs species visibiles negauerit: q̄ negare teneatur p̄specti-
uam scientiam: sicut etiam alias diximus q̄ negātes pūcta lineas & superficies in rebus na-
turalibus recte admittunt geometriam. Sufficit ergo p̄spectiuo si supponat a phisico res
visibiles & p̄ oculos cognoscibiles esse lucēs & colores aut corpora lucida & colorata: nō
enī curat de distinctione visibilium p̄ se aut per accidēs: sed indifferēter de vtriusq̄ vbiq̄
loquit̄. Tertio est hic summe notandū q̄ diffusio lucis aut coloris p̄ mediū diaphanū si
ponat realiter & phisicæ loquēdo: nō sit p̄ illas lineas indiuisibiles quas imaginat̄ p̄spe-
ctiuus ad angulū cōcurrentes: & pyramidē visibilē facientes: sed re verā omnis illa diffu-
sio lucis & coloris est cōtinua & extensa in longum latum & pfundū: quia cū recipiat̄ in
aere sicut accidēs in subiecto: necessario coextendit̄ secundū extensionē subiecti: eo mo-
do quo albedo est in lacte: aut rubedo in sanguine: vel eo modo quo croceus color extē-
dere per aquā si crocus dissolueretur in ipsa. Et sicut prædicti colores in lacte sanguine
& aqua extensi secundū tres dimensiones sunt quedā corpora omogenea: itaq̄ quilibet
pars totius coloris est eiūsdē & similis naturæ cum toto colore eandēq̄ habēs virtutē in
agendo: sic dicendū est de specie aut diffusionē lucis & coloris in medio diaphano con-
tinue & vniformiter extēsa. s. q̄ sit quoddā totū omogeneum cuius quilibet pars est si-
milis naturæ & virtutis actiue cū suo toto: vnde cum natura illius speciei sit representare
corpus lucidum aut coloratū a quo processit: adeo q̄ si esset vnus oculus ita magnus qui
posset totā illā speciem in se recipere p̄ illā videret corpus illud cuius est similitudo natu-
ralis: sic modo ī oculo paruo recepta vna particula illius speciei: quæ est omogenea suo
toti: representat corpus illud & quālibet partem eius: quia est similitudo illius obiecti &
omnium suarū partium. Iste est ergo realis & verus modus videndī phisicæ loquēdo &
seculis imaginationibus p̄spectiuis: suppositis tñ speciebus visibilib⁹ in medio & in or-
gano receptis: quæ tamē si negarent̄ secundū alias duas opiniones: patuit quis & qua-
lis esset modus vidēdi realis & phisicus. Perspectiua tñ scientia supposita veritate phisi-
ca supradicta: nō inutiliter adhibet imaginationes geometricas ad melius & certius do-
cendū modorū viuēdi varias differētias particulares: quas phisicus q̄a vniuersalis artifex
est prætermittit. Sicut etiam astrologia ad melius intelligendas particularitates motuū
celestiū introducit puncta quedā & lineas & superficies imaginarias: quæ licet in re nihil
sint: tamē imaginationes ille multū iuuat̄ intellectū ad facilius capiendū ea quæ dicunt̄:
eodē ergo modo sunt accipiendæ omēs imaginationes p̄spectiue quæ hac nra præmo-
nitione præmissa erunt intellectui sine errore q̄ facillime. Tamē ad cōfusionē tollendam
totam hac cōm̄ p̄spectiuā in tres libros partiales distinximus: & quēlibet iterū librū
per capitula plura iuxta materiæ diuersitatē secimus: neq̄ tamen p̄pterea theorema-
tum numeros ab auctore positos abstulimus: qui etiam glosas eius nō quidem cōtinue
sed sparsim: vbi opus erat: additionibus nostris lucidiores effecimus.

Breue compedium Perspectiue cōis dñi

Ioannis archiep̃i Cātuarieñ. de radiis visualib⁹ ac variis modis vidēdi: ex libris Halacē: Alchindī & aliorū cōpilatū. Cui etiā additæ sūt nō nullæ glosæ. P.C.D. Habet tres libros partiales: q̃b⁹ p̃mittit auctoris phemiū.

*Omnia perspectiue, dicit, at
hæc cōsistentiam perspicue
affigunt*



NTER phisicæ cōsiderationis studia lux iocun-
dius afficit meditates: inter magnalia mathe-
maticæ theoremata certitudo demonstrationis
præclarius extollit inuestigātes. Perspectiua igit̃
humanis traditionibus recte præfertur: in cuius
area lineæ radiosa demōstrationum nexibus cō-
plicat. Quare in ea tam phisicæ quā mathema-
ticæ gloria repperit: vtriusq; florib⁹ adornata.
Cuius sentētias magnis dispersas ambagibus: in
cōclusiua compendia coartauimus: mixtis iuxta
qualitatem materiæ naturalibus & geometricis p̃bationibus: nunc quidem
causas ex effectibus: nūc vero effectus ex causis conclusuri. Addemus etiam
nō nullas cōclusiones quæ in nostris maioribus non habentur: sed ex dictis
eorum planæ eliciuntur: prout de luce tractantes lux oīm deus dignabit nos
illustrare: præsens opusculum in tres libellos partituros.

Liber primus nre perspectiue de modis vidēdi

per radios rectos: habet capitula septem in quibus sunt. 84. propositiones.

Caput primū de principiis p̃priis huius scientiæ: quæ ab Aristotele vo-
cantur suppositiones: a mathematicis petitiones: ab aliis deniq; theo-
remata: & sunt numero duodecim.

Prima petitio.

VCEM operari in visum ad se cōuersum aliqd impressiue.



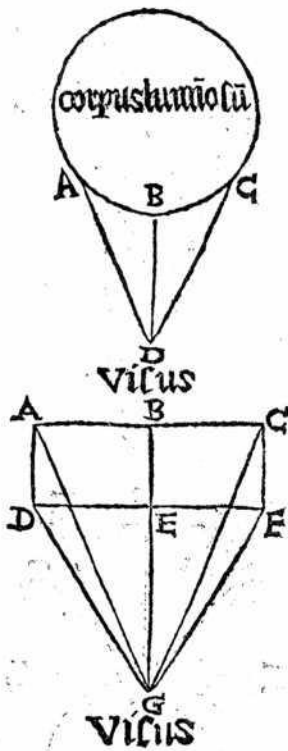
Principia cōia hui⁹ scientiæ filis forme sunt cū eisdem in alijs scientijs: vnde
cum in præcedēte geometria nra posita sint: nō fuit opus ea iterū hic reppete-
re. Nec vero perspectiue p̃ncipia p̃pria ponimus sub modo infinitiui: ea ra-
tione quā petitiones geometricas ad modū Euclidis posuimus: sed q̃ non
sunt hæc p̃ncipia p se nota: inductione p̃bata sunt ad sensum & experientiam.
Nec itaq; s̃ma petitio p effectus sic p̃batur: tum q̃ oculus noster in videndo
continue lucēs fortes solis aut ignis tandē languescens dolet & patit. Tum q̃
lucis intense simulacra in oculo aliquādiu remanent post aspectum. Unde etiam sequit̃ vt locum mi-
noris lucis faciant apparere tenebrosū: donec ab oculo euanescat maioris lucis vestigium: que nō
ferent nisi impressione lucis in visum preiua.

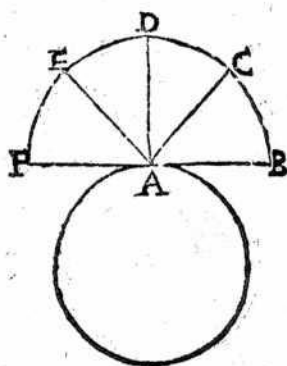
Secunda petitio.

2. Colorem illuminatum etiam impressiue operari in visum ad se directum.

Nec etiam p̃bat experimentis cōsiliis sicut de luce: qm̃ lux & color illuminat⁹ sunt p se & p̃pria sen-
sibilia visus. Amplius oculus sup visū colorē intēc illuminatū fixa intuitionē semel cōuersus: si po-
stea ad debiliore aut debilius illuminatū sese cōuerterit aspiciendū: inueniet p̃mū colorē sc̃do apparē-
ter cōmisceri: vt p̃t̃ i dieb⁹ nivosis & alijs h̃mōi locis: qd nō fieret nisi vestigijs p̃oris coloris in oculo
derelictis. Ceterū de irradiatione coloris p mediū: quā hic videmur ex phisica scia supponere: apud
phos est anceps & varia doctrina: q etiā de natura ipsius coloris diuersa & aduersa senserūt. Dicunt
est quidā eorū q color essentialiter est lux: q tñ varijs modis se habēs varia fortis noia: nā lux in suo
fonte. i. in corpore luminoso vere & p̃prie d̃: lux: in medio diaphano d̃: lumē vel splēdor: in corpore vero
opaco recepta vocat̃ color: vñ & isti colorem diffinientes dicunt q color est lux oppacata: argumen-
tum ad hoc assumētes ex colorib⁹ nubium celi & flāmarum ignis: qui vere & realiter nihil aliud sunt
quā lucēs: vt patet in iride halone: galaxia: parellis: virgis: hiatib⁹: voraginib⁹ & alijs huiusmodi.

A ii





Alij philosophi pbabilis tenēt colores quēadmodum et saporē ac odorē esse qualitatē mixtorij causatas in rebus naturalibus ex mutua actione et passione pmarum qualitatum clemētōrū in ipsa mixtione corū. Nec argumentū de coloribus nubium et flāmarū cōvincit: qz illi nō sunt veri colores sed solū apparetens: quod pty ex facili mutatione corū eisdē nubibus et flāmis cōtinuo pmanētibus: quod nō accidit in veris coloribus corporū naturalium. Ergo super questione de irradiatione coloris clara est differentia philosophorū: nā dicerent pmi qz color suapte natura irradiat quia est lux: quare secundū eos cōsequēter loquēdo diceret: qz vbi nulla est lux nullus est color alicuius corporis vt in loco obscuro vlt tenebroso. Secundi vero cōtra fatentur in tenebris esse veros colores corporū: eque atqz odores et saporē: dicunt tñ quidā corū qz color ex sua natura nō irradiat: sed illuminatus a luce accipit virtutem irradiandi per medium: vbi ergo nulla est lux: lz ibi sit verus color: ibi nullus color: irradiat vt in loco tenebroso. Alij istorū tenēt qz lz color nō sit lux: tamē ex sua natura irradiat idēst emittit spēs suas per medium sicut odor vel sapor: et hoc tam in loco obscuro qz in loco illuminato: verū tamen dicit qz ille species non sunt sensibiles ab oculo sine speciebus lucis: itaqz oportet ad hoc qz color videat simul venire ad oculū spēs lucis et coloris. Quicquid tñ sit diceret in hac qstioe: nostre pspēctiue pcessus nō impeditur: quia vt pēdiximus ipsa indifferēter et cōiter loquitur.

Tertia petitio.

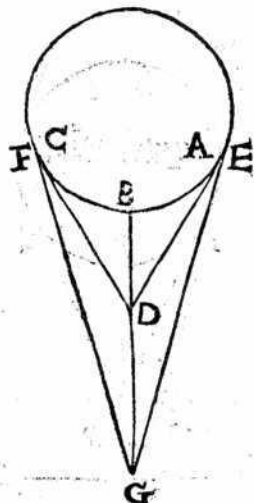
Quēlibet punctum luminosi vel illuminati corporis colorati obiectum sibi 3.
medium diaphanum totum simul illustrare.



Egimus in pmissis duabus de luce et colore (que sunt per se et ppter visibilia: et rationes formales oim visibilium corporū) incōparatione ad organū visus: addimus iam alia pncipia de corpore lucido et colorato: que sunt visibilia p accidens: incōparatione ad medium vidēdi: quod est diaphanū. lz trāsparens corpus: imo deinceps loquemur indifferēter de vtroqz visibili per se et p accidens: eo qz illa distinctio phisica impertinēs est ad hāc sciam sensualem. Jam pbatur hec tertia petitio sic: quilibet enī pñctus luminosi vel colorati illuminati pōt videri in qualibet parte mediū sibi obiecti. i. pēsentis: sed videri nō possit ibi nisi irradiando super illud: quatenus radij eius p medium veniant ad oculum videntis: ergo omne tale corpus visibile illustrat radijs suis totum medium.

Quarta petitio.

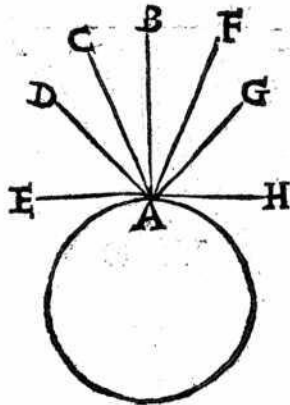
Totum luminosum vel illuminatum coloratum in quolibet puncto mediū 4.
sibi obiecti pyramidem sui luminis terminare.



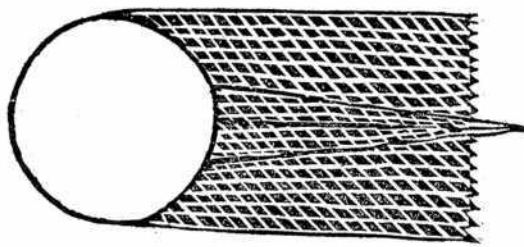
Hec ppositio in modo loquēdi est cōuerfa pcedētis: qz illa totalitatē attribuebat medio et ptebilita tem corpori visibili: hec vero cōuertit locutionem. Et accipitur pñctus vtrobiqz nō geometricē p ali quo i diuisibili: s; phisicē p qualibet parte corporis magna vlt parua vsqz ad minimū naturale inclu suū. Pyramis vero radiosa corporis visibilis dicitur hic quidā cōcursus imaginarius duarū linearū ab extremitatib; eiusdē corporis ductarū super quodlibet pñctum mediū: et hmoi pyramides varianē in infinitū incōparato eodē corpore ad infinita puncta mediū obiecti. Caueat ergo huius discipline aud itor ab errore falsę opinionis: ne forte credat has pyramides realiter sic esse dispositas in medio: et ita actu diuisas sicut eas imaginamur geometricē: sed qz sint ibi solū in potētia quēadmodū boni phī losophi dicit d figura mercurij in lapide vel ligno nodū sculpto: sic enī abstrahētū mathematicorū nō erit mēdaciū vt Aristoteles dicit: quod pfecto accideret talia esse credētibus: vnde subdit qz la rent hec facientes seu ponentes ideas et mathematica separata. Hāc pbāda est ppositio assumpta: qz si quilibet pñctus luminosi ex pcedente illustrat quēlibet punctū mediū: totū enī hic sincathego rematicē accipit p qualibet parte: g totum luminosum irradiat super quodlibet punctū mediū: et il lam irradiationē imaginamur ad figurā pyramidis: vt facilius manu ducamus rudes discipulos ad intelligēdiū quomodo res tam magna vt mons possit videri ab oculo tam paruo: g ad hūc sensum in quolibet puncto mediū are visibili terminat pyramis radiosa. Et pro varietate distātē a corpore visibili ad quodlibet punctū mediū imaginamur varias pyramides et a se invicem differentes in lon gitudine et breuitate: in latitudine et angustia earū. Hecio tamen si auctor huius pspēctiue has py ramides realiter credebat: qui ex hoc pncipio voluit statim illā cōclusionem inferre. f. incidentias ra diosas per angularia foramina et. et ita posuit eam quintam in numero: nos vero a numero pncipi orum eam separantes inferius collocabimus.

Quinta petitio.

Oē pñctū luminosi vel colorati illuminati hemispheria sup mediū radiare. 5.



Huius rei causa tum ex lucis tum ex corporis natura procedit: lucis si quidem et coloris illuminati ea natura est vt vndiquaqz se diffundat et orbiculariter irradiet nisi impediatur. Diaphanum etiam suapte natura suscipit radios visibilium: cum sit summe dispositum ad eos: nec contrariam habeat qualitatem que indisponat ipsum: lumen enim vt inquit Aristoteles est actus diaphani: quo contra oppacum naturaliter impedit transsum lucis et causat vmbra. Cum ergo oim corpus visibile siue luminosum siue coloratum sit oppacum: vt testat experientia: sequimur qz pñctus insupficie eius siue



nō possit se orbiculariter diffundere. i. irradiare ad totā spherā sue actiuitatis: q̄ medietas spacij spherici descripti circa punctū illū p̄cluditur sibi: quā abscondit opacitas corporis sui: restat ḡ sibi diffusio hemisphericalis solū modo. Sed hoc verū est in corporibus visibilib⁹ plantis ⁊ sphericis cōuexis: nā in cōcauis minor spherice portio medietate relinquitur p̄cto irradianti: eo q̄ ipsa figura p̄hibeat lumen dilatari vsq; ad medietatē spherice. Fūdat hec imaginatio in illo p̄ncipio geometrico. i. circa p̄ctū quodlibet q̄libet occupādo spacium ⁊ circūlū ⁊ spherā describere: q̄ dici solet spherā actiuitatis ei⁹.

Sexta petitio.

6. Radios visibilium corporum impermixtæ idem medium illustrare.

Hocamus hic species visibilium radios vel lineas imaginatione geometrica: eo q̄ recta via incedant in sua multiplicatione. Et si ḡ eidem medio diaphano simul plura visibilia diuersorū luminū ⁊ colorū sepius presententur: ⁊ p̄ quartam petitionē hui⁹ quoddam illoz in quolibet p̄cto medij piramidē sui luminis terminet: possent imperiti credere illas spēs diuersorū corporū sic p̄misceri: vt ex eis vna tertia resularet species: quēadmodū dici solet elemēta misceri in reb⁹ naturalib⁹. Huic errori obuians hec p̄positio asserit illas species non misceri: nā ⁊ accidentia diuersarū naturarū in eodem subiecto: vt albedo ⁊ dulcedo in lacte: l⁹ se se penetrant nō tamē miscuntur ad tertij generationē: constat autem radios diuersorū visibilium: q̄ simul sunt penetratiue in eodē medio: esse diuersarū naturarū etiam si visibilia corpora sint eiūsdē speciei predicamētū substantie vel qualitatis: ergo radij illi non miscentur sic q̄ ex eis fiat aliquid tertium. Et hoc etiam experimento claret: lumina em̄ plurimū candelarū non cōfundi in aere p̄t⁹ ex vmbis eiūsdē opaci eis obiecti: que multiplicātur secūdum numerū candelarū: nā multe candelæ ad vñs oppacū obiecte tot faciunt vmbas quot sunt candelæ. Idē p̄terea oculus in quolibet puncto medij positus distīc̄e videt corpora diuersorū colorū non solum specie sed etiam solo numero differētium. Ex predictis sex petitionibus habetur comparatio visibilib⁹ per se ⁊ per accidens ad organū visus ⁊ ad medium seorsū: alie vero sex que sequuntur cōparabunt inueni ad medium simul ⁊ organū atq; ad obiectum.

Septima petitio.

7. Lucem fortē orientē sup̄ visum ⁊ medium: quedā visibilia oculo abscondere.

Hoc experientia cōstat: tum q̄ stelle per diē nō apparent in celo: ⁊ hoc non nisi q̄ lucis solaris vehementia occupat visum: ne radios stellarū debiliores percipiat: hoc enim cōmune est omni sensui q̄ excellens sensibile occupat ipsū: vt Aristoteles dicit: ne minora sensibilia sentire valeat: ⁊ semper minores motus vel tactus sunt imperceptibiles sub excessu maiorū: in nocte vero absente sole sentit visus radios stellarū qui alterāt seu mouent ipsū: similiter in diē homo existens in profundo putei videt stellas celi super caput eius apparentes in zemith: quia earum radij directi fortiores sunt super eum quā radij solis obliqui. Tum etiam quā magnus ignis in nocte existēs coram homine p̄hibet sibi certam visionem eorū que sunt vltra ignem. Et in diē veniens de agro nihil fere videt in domo p̄pter excessum claritatis solis.

Octaua petitio.

8. Intensam lucem super quedam visibilia orientem ipsa oculo abscondere exstenti in loco lucis temperate.

Huius ⁊ precedentis fere eadem est ratio. i. q̄ motus maiores impediunt minores: cū ergo obiectum visibile fuerit intense illuminatū: visus inde recipit intēos lucis radios p̄ reflexionem: qui p̄hibēt eum sentire species colorū debiliores l⁹ recte venientes ab obiecto visibili. P̄dat etiam idē experimento: nam tabula picta vel sculpta quando vehementer a sole illuminatur: oculus recipiens illius lucis reuerberationem non videt imagines vel sculpturas eius: imo ⁊ aliquando neq; colores nisi valde confuse. Similiter multa sunt corpora lucida in terra que ad solem posita vel non apparent vel nō lucent: vt candela accensa: ignis paruus: scame piscium: quercus putrida: oculus cati: ⁊ lucula vermīs: que tamen in nocte vel in loco obscuro ⁊ apparent ⁊ lucent.

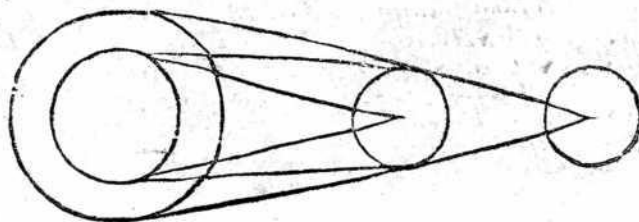
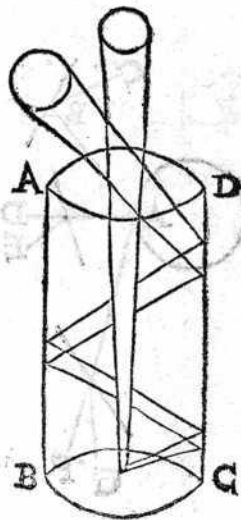
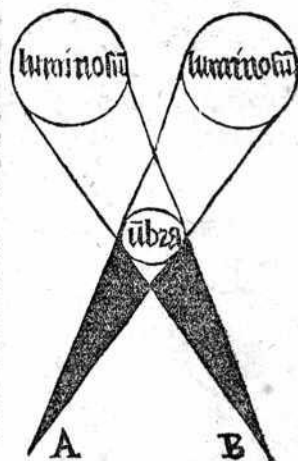
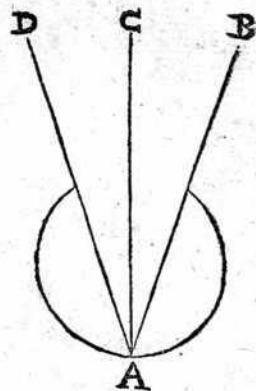
Nona petitio.

9. Lumen forte multa visibilia ostendere: quæ debile occultat.

Quāuis hec p̄positio videat cōtraria duab⁹ precedentib⁹: tamen eis est benē cōpossibilia: lux em̄ fortis sic abscondit visibile quando excedit eius p̄portionem in radiando: q̄ tunc occupat totā visus capacitatem: sed lux debilis similiter abscondit visibile quando deficit a p̄portione requisita ad hoc q̄ eius color possit sensibiliter radiare: ergo tunc superueniens lux fortis: que tamē p̄portionem dictam nō excedat: manifestat visibile: q̄ dat colorī eius virtutē sufficientem irradiandi sensibiliter. Et experientia docet q̄ multa in luce modica nō vident: que ad maiorem lucem adducta declarantur.

Decima petitio.

10. Igneam lucem ex materia flamea radiantem: maiorem in nocte quā in diē: ⁊ a longe quam a prope apparere.



Hec sequitur correlarie ex premis: in die em illa lux apparet minor: qz maior claritate solis circumfunditur que magis ea vim mouet: in nocte vero per totum suum ambitum libere presens: et magis ac maior videtur. Sic de prope illa flamma visa in nocte discernitur ab aere circumstante quous illuminata: a longe vero non sic flamma ab illuminato aere discernitur propter distantiam: sed totum illud confusum: appenditur ad modum vnius grandis luminaris aut magne flammæ.

Vndecima petítio.

**Colores corporum naturalium diuersificari apud visum hominis: propter 11.
diuersitatem lucis super ipsos orientis.**

Hoc etiam ad dicta cōsequitur: q̄r vt diximus color efficaciam irradiandi vel mouendi vīsum ⁊ medium habet a luce: ḡ secundū diuersitatē lucis maioris aut minoris color ab ea illuminatus magis aut minus irradiat ⁊ oculo fe offendit. Et sicut oēs colores sunt in luce virtualiter ⁊ eminenter: ita debiliores vel imperfectiores colores sunt in nobilioribus sicut incōpleti in suo cōpleto: vt Aristoteles dicit de figuris q̄ trigonū est in tetragono: ⁊ de aīs q̄ vegetatiū est in sensitiuo: ⁊ sensitiū in rationali: quare nimirū si quidā colores in luce fortī appareant clari ⁊ scintillātes: in luce autē mediocri videantē turbidi ⁊ alterius nature. Vnde idēmodū colores aliter appaerēt in luce solis de die ⁊ aliter in luce lune aut candelę de nocte: vt mōstrant illusiones eorū qui flores diuersos colorū cōponunt in nocte ad lumen candelę: eodē modo decipiunt sepius plumarij ⁊ aliij hmoi artifices: pictores quoq̄ in eiusdēve stis albe aut rubec pictura multas spēs faciūt coloris albi aut rubei scdm̄ varias partes eius vario modo illuminatas. In tempore etiam eclipsis solis omēs res colorate solita venustate priuantur: q̄r oēs colores tūc quasi mouiscantē. Amplius colorēs nubi in celo: lz nō sūt veri vt diximus sed tantū appaerētes: ppter variam lucis irradiationē sup̄ easdē nubes variant: q̄ etiam cōspicitur in flāmis lignosū ignitosū ex varia p̄mixtione flāme ad fumū. Vntiq̄ eadē diuersitas mōstrat in condendis hōstrearum maris: in scāmis piscium: in collo columbe: in ala corui: ⁊ alijs multis corporibus: quorum quodlibet: cum vnus tantū sit coloris: varijs tamē lucis aspectibus varie illustratū sub diuersis colorum formis oculo p̄sentat. Licet de collo colūbe qdā aliter putēt. s. diuersos reuera ibi esse colores ex diuersis p̄nulis radiantes: quod tamē mōstratur falsum ex p̄nīs caudę paonis: quarū quolibet etiam secundum eandē sui partem varie illuminata varios protēdit colores.

Duodécima petitio.

**Comprehensio rei visibilis a visu sequitur proportionaliter dispositionem 12.
lucis orientis super obiectum: medium: & visum.**

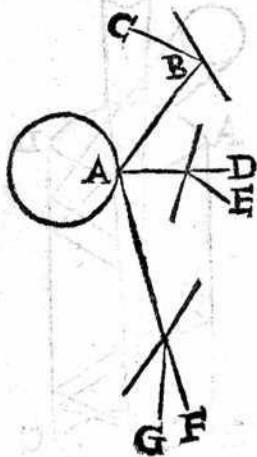
hæc ppositio est quasi epilogus totius capli huius: et summa dictorum in eo sequitur ad eam correla-
rie: si em in maiore luce color magis mouet et in minore minus: simplr videt ois efficatia coloris in
mouendo medium et organu esse a luce: et voco motionẽ coloris eius irradiationem que est alteratio
quedã diaphani. Eadẽ diuersitas attendit ex parte mediũ in deferendo species coloru: et ex parte orga-
ni in recipiendo eas: atq; in apprehendendo rem per eas: quodcuq; em horu trium vario modo illu-
minatu variat visionis modum in rebus coloratis. Hactenus de principijs perspective.

Capitulum secundum de quibusdam conclusionibus generalibus
ad totam hanc scientiam: quarum etiam vera noticia est suppone
da in omnibus tribus libris huius compendii.

Prima conclusio.

RADIVS lucis primariæ sive & coloris in rectū semp porrigit: ni
 si diuerſitate medi icuruet: se nihilominus laterali diffundēdo.

Dicitur aut lux p̄maria que directe p̄cedit a corpore luminoso ad medium sibi p̄sens: ⁊ ubi hec irradiatio nō attingit ēz vmbra ⁊ lux secundaria siue accidentalis aut lateralis: que a luce p̄maria derivatur ac p̄cedit ⁊ vndiq; se diffundit. Eadē lz paulo latentior ē d̄fīa radiozū coloriz q̄ simul p̄cedunt cū radijs lucis: vt pz qñ radius solis trāsit per vitruū coloratū: tunc est p̄pter radij solaris vehēmentiam color sensibilis irradiat sup̄ medium ⁊ obiectum corpus. Hoc supposito p̄betur cōclusio: naturalissimus siquidē est lux ⁊ color in incessu rectus vt cōstat ex obstaculo opaco linealiter possito inter corpus visibile ⁊ visum: qđ visionē eius impedit: nec huius recti incessus est querēda alia ratio nisi qđ natura rei talis ēz taliter a deo facta: vt vñ sic imittitur illā summā rectitudinē increatam que est p̄prie filius dei: in ei etiam motu naturali rectitudo expedit ⁊ faciliat operationē: quandoquidē via recta est oim̄ breuissimā citius ducit ad finem. Impeditur tñ rectitudo irradiationis ⁊ fit violēt in incessu lucis obliquus: qñ obuiat ei corpus densum: qđ si sit opacum: reflectit radius ab eo: vt a speculo: si autē diaphanum sed dissimile illi in quo est corpus luminosum aut coloratum: tunc radius lz transeat vltierus: tñ non recte s; quasi frangitur: ⁊ sic declinat a rectitudine vie quā incep̄rat ⁊ p̄cedit oblique. Ex hac q̄ppositione patet tres d̄fīe radiozū vizualij. s. recti: reflexi: ⁊ fracti: penes q̄s distinguunt tres libz hui⁹ op̄edij p̄spective.



ad hanc q^{ue} p^{ro}bandam ista p^{er}suasio q^{ue} quasi demonstrativa: visio/ ut p^{ri}mo inquit/ fit in instati .l. in tempore in p^{re}se-
nti. et cum non fiat extra mitemdo set intus s^us capiendo ut idem aserit aristoteles q^{uo}d sequitur q^{uo}d q^{uo}d lucis .l. in
minimo .l. illuminato debetur instatanez .l. velocissimus motus in suis radijs antep^{re}sentib^{us} di^{vis}is fundendis asc^{en}su
ad potentia^m visiva^m q^{uo}d etiam docet si dicitur: "via et talis via dicitur" est recta q^{uo}d per p^{ri}mo p^{er}fectio num^{er}u^m delineat li^{ne}am
q^{uo}d est n^{on} inter minutilib^{us} brevissima q^{uo}d debetur ut aserit q^{uo}d radio luminosi .l. illuminati m^otu^s rectus sit
et h^{ic} ista ratio solum videretur demonstrare rectitudinem radioz abeundo usq^{ue} ad potentia^m visivam
etiam demonstrat abeundo usq^{ue} ad quodlibet sibi obiectum q^{uo}d sit as^{en}su^s q^{uo}d ad potentia^m visivam
imittit subire radios .l. species etiam mittit eos as^{en}su^s p^{er} ad q^{uo}d n^{on} p^{re}sentib^{us} p^{ro}positum in eodem distans
intra pot^{est} visiva q^{uo}d

CAPVT SECVNDVM.

Secunda conclusio.

14. Fractio radii lucis aut coloris fit ad perpendicularem in occurso medi densioris: super quod radius ille non est perpendicularis.

De reflexione radioꝝ a corpore speculari: qꝫ facile intelligitur ex reflexione vocis aut soni qꝫ ab Aristotele dicitur: qꝫ ex resistentia corporis moti qꝫ obuiat resistenti: vt patet in ludo spherulæ: nihil dicemus ad percipiendum: sed expectandus erit liber secundus huius perspective. Et hꝫ de fractione radioꝝ agatur in particulari liber tertius huius: qꝫ tñ est difficilior: eius cognitio: duximus hic prelibada quedã eius generalia principia. Pro quoru declaratione sciendũ qꝫ perspectui imaginatione geometrica linearũ de lucis diffusionẽ p medium loquuntur: et qꝫ vbi sit visio p media diuersẽ diaphanitatẽ apparet notabilis variatio in iudicio sensus: ad dandũ rationẽ illius dicuntur ppter diuersitatẽ medioꝝ radioꝝ lucis et coloris frangi seu incuruari: dicentes qꝫ generalis ratio huius fractionis est diuersitas diaphanitatẽ medioꝝ: nã minus diaphanũ medium magis: et magis diaphanũ minus reficit transiui radioꝝum per ipsum: quare cñ facilius fiat transitus p vnũ medium qꝫ p alterũ: et lux eque cito trãseat p vnũ sicut per alterũ: necesse est: scdm regulas septimi pñcorũ de velocitate motuũ cõsiderãda ex pportione virtutis actiue ad resistentiam: qꝫ radiũ lucis et coloris qñ trãseunt a medio rariore ad medium densius vñant et fortificantur ad hoc vt sit pportio sũs virtutis ad resistentiam in vtroqꝫ medio et eque cito fiat transitus. Verũ in hoc est dñia radioꝝ: qꝫ perpendicularis est alioꝝ fortissimus ideo ingrediens vel egrediens nõ frangit neqꝫ diuersitate mediũ ebetatur: alioꝝ vtro radioꝝ vnusquisqꝫ tanto est debilior: et tanto magis frangitur quanto a perpendiculari est remotior: et tanto fortior: quãto est ei ppinquior ideoqꝫ minus frangitur: qñ igitur occurrit medium densius et magis resistentius: necessarius est radio obliquo fortior situs et directo ppinquior: ideo declinat ad perpendicularẽ erigibile a puncto ingressus sui sup medium secundũ: et hoc nõ p electionẽ sed instinciu quodã naturali: vt transiit p medium scdm pportione transiit p primi. A. g. a corpore luminoso existẽte in aere cadat sup aquã perpendiculariter radius. a. g. qui non frangitur: cadat vero oblique radius. a. c. qñ si non frangeret pcederet vñqꝫ in. b. sed frangitur in pñcto. c. supiciẽ aque et accedit ad perpendicularẽ. d. c. f. et cadit in. c. Eoco autem radiũ ppendicularẽ qñ nõ frangitur: nõ p cõparationẽ ad corpus luminosũ a quo egreditur sed p cõparationẽ ad medium sup quod cadit: itaqꝫ insupiciẽm eius cadit ad angulos rectos: eodẽ modo est dicendũ de radio obliquo qñ frangitur. Hec tamẽ imaginatio mathematica hꝫ pñt ad manu ducendũ phantasiã nouitioꝝ et rudium: tñ docti pñt sciũt rem aliter se habere: vbi nec sunt tales linee nec tales anguli neqꝫ fractiones: sꝫ lumẽ in aere est corpus cõtinuum vt in pcamula qñstione diximus. Bei ergo veritas phisica hec est: qꝫ p medium magis diaphanũ lumẽ intensius diffunditur: et per medium minus diaphanũ quod iste vocat densius est minus intẽsum: qꝫ est minus receptius luminis: quare ad hoc qꝫ in eo bene recipiatur quasi p anticipatiã fortificatur et intẽdit: et ad hunc sensum est applicanda predicta imaginatio mathematica ad hoc vt abstrahentium nõ sit mendacium.

Tertia conclusio.

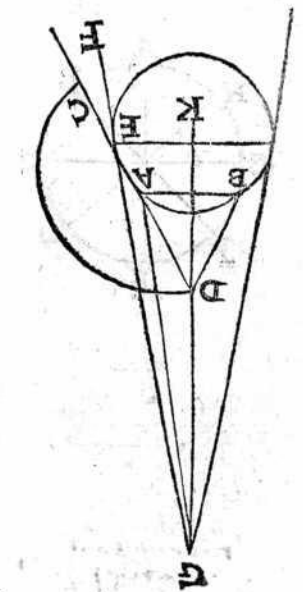
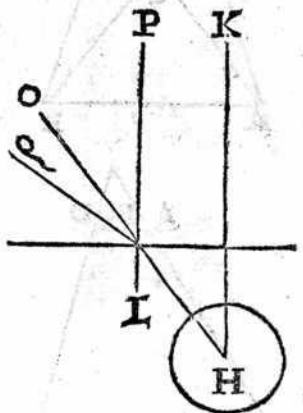
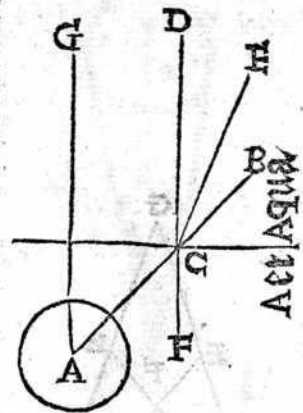
15. Econtrario vero radius lucis vel coloris a perpendiculari se diuertit: cum medium subtilius occurrit.

Perstendo in eadem imaginatione linearũ hec sequitur ex pmissa: qꝫ medium secidũ minus resistit: ergo minor fortitudo sufficit radijs ad ipsum a densiori cadentibus: et qꝫ natura radij est dilatata se in quãtum potest remoto impedimẽto: ideo frangitur radius obliquus a perpendiculari. A. g. sit visibile. h. existens in aqua: ascendat ab eo perpendicularis. h. k. recte: et radius. h. l. oblique: dico qꝫ h. l. nõ pcedit directe in. o. nec frangitur versus perpendicularẽ. p. l. sed ab ea diuertens cadit in q. Phisice vero patet intelligẽtia huius cõclusionis p oppositũ ad pcedẽtẽ: sꝫ de hac materia satis pñt vñqꝫ ad tertium libũ: vt redeamus ad radios rectos de qñbꝫ in hoc pñmo libro pñcipalior sit doctrina.

Quarta conclusio.

16. In omni puncto medi quo est a luminoso remotior: eo in ipso recipitur radius multiplicior.

Hec cõclusio pbatur: qꝫ punctis quãto plus distat a sole tanto in eum descendit lumen a maiori arcu seu portione solis: et econtrario quo ppinquior est soli: eius lumẽ descendit a minori arcu: qñ in pñcto remotiori est lumẽ multiplicius: sꝫ ex distãtia debilius: qñ demonstrat sic. Accipiant in corpore spherico luminoso cuius cẽtrũ sit. k. duo pñcta opposita. a. b. et diffundat lumẽ a pñcto. a. p hemispheriũ vt patet pñtũ pñcipium supra: cuius hemispheriũ diameter est linea. c. a. d. certũ igr est qꝫ a puncto. a. cadit lumen in puncto. d. et nõ in aliquẽ ppinquiorẽ locum corpori luminoso: linea cñ. c. a. d. est contingens: qꝫ inter eã et spheram nulla cadunt media: sicut patet ex sexta cõclusionẽ capũ de circulis in scdo libro nostre geometrie. Amplius si sumatur punctus sup. a. in corpore luminoso scz. e. radius p spaciũ obiectum: et tertius radiationis sit linea cõtingens. f. e. g. certum est qꝫ in linea. k. g. pñctus pñmus ad quẽ peruenit lumẽ a pñcto. c. est. g. et in nullũ ppinquiorẽ: sicut a puncto. a. in puncto. d. sed in pñcto g. venit radius a puncto. a. et ab omni puncto luminoso mittente radius suũ in punctis ppinquiorẽ: hec glẽ verum hẽt in corporibꝫ sphericis. sꝫ columnaribꝫ non. A. in aliis etat ne neqꝫ in his omnibꝫ nisi in his quodmoqꝫ oculis aspiciuntur et infra libũ etiam tunc so lumẽ continet vñqꝫ quando di. ameter vñqꝫ vñqꝫ 1. lumen a. est maior quam sit distãtia a oculi ad oculum nam si. minor sit eo plus videtur de corpore quoqꝫ ppinquior est vñqꝫ vñqꝫ



PRIMI LIBRI PERSPECTIVAE.

mittitur radius in puncti remotiorē, & nō e contra: unde a toto arcu. e. a. b. o. cadit lumen in puncti. g. sed in. d. nō venit nisi ab arcu. a. b. lux igitur in pñcto recepta tanto multiplicior est q̄to a luminoso remotior. Unde homo existēs in centro terre plus videt de sole q̄ si in sphaera lune existeret: de sphaerico enim plus videtur a longe q̄ a prope: & quanto p̄pinquius tanto minus de eo videtur.

Quinta conclusio.

In puncto propinquiori fortior est lux vnius corporis quam in remotiori. 17.

Multiplicitas enim luminis in puncto remotiori est ex cōsuetudine radiorū oblique cadentium & p̄ cōsequens debilius: lux autē in puncto p̄pinquiori fortitudinem habet ex maiori coniunctione cū suo fonte: q̄ maior est. Ex ista cōclusionē sequit̄ p̄ astrologia: q̄ in regionibus australib⁹ sit maior calor in hyeme q̄ in nostris septētrionalibus inestate: quia sol est eis propinquior quā nobis: cū in hyeme sit in opposito angis sue: sed in estate est in angē.

Sexta conclusio.

Pyramides breuiores: quia breuiores: partim esse longioribus ab eadem base 18. si procedentibus fortiores: partim debiliores.

Breuiores si quidē pyramides: q̄ breuiores: ē obtusiores: necesse est: sicut p̄t̄ ex doctrina de triangulis in p̄mo Euclidis: sed in obtusiorib⁹ radij sup̄ conos se interfecant ad obtusiorē angulū: & quāto angulus conalis interior ē obtusior tāto magis cōlateraliter laterib⁹ pyramidis incide mutuo appropinquat exteriorius. Verbi gr̄a sit pyramis obtusa. a. b. c. & p̄trahatur. a. c. in. d. & b. c. in. e. igitur cū angulus. a. c. b. sit equalis angulo. e. c. d. q̄ contra se possit̄ p̄ scdm̄ quarti capli p̄mi libri geometrie: necesse est tanto reliquos duos esse minores quanto hī duo sunt maiores p̄ p̄mā quarti capli p̄mi libri geometrie: & quāto illi sunt maiores & isti minores: tanto sibi sunt collaterales radij p̄pinquiores: vt c. d. tanto p̄pinquior est radio. b. c. & e cōuerso quāto minor est angulus. d. c. b. Est alit̄ luci p̄prietas: vt quanto est altera p̄pinquior alteri: tanto sit fortior vtraq̄: igitur scdm̄ hęc fortiores sunt pyramides breuiores naturaliter: & nō solū ex causa in precedēte cōclusionē assignata. Et e cōuerso in pyramide longiori lux ad consū est adunata magis q̄ in breuiori: & per hoc excedit breuiorē. Simpliciter tamen fortiores sunt breuiores. Unde naturaliter montes calidiores sunt quam valles. quāuis p̄ accidens in frigidantur in quātum medio intersticio aeris propinquant.

Septima conclusio.

Cuiuslibet pyramidis radiosæ omnes radios in indiuisibili concurrere. 19.

Hoc intelligendū est solum de radijs imaginarijs iuxta modum quarte petitionis capli precedētis. Si enim conus pyramidis habet latitudinē: ego diuidam eū p̄ tres partes quarū p̄ma sit. a. b. scda. b. c. tertia. c. d. ergo radius cuius terius est. a. b. nō cōcurrit tūc cum radio cuius terius est. c. d. quod falsum est: quia lineas concurrentes necesse est sine medio esse: atq̄ huiusmodi radiorum concursum vltimum fieri in puncto mathematico.

Octaua conclusio.

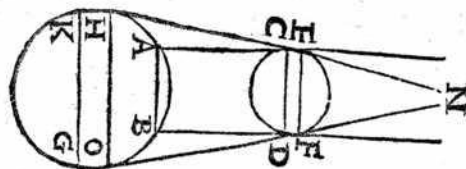
A luminoso concauo lumen efficacius recipitur in centro. 20.

Cuius ratio est qm̄ ab omni cōcaui pñcto p̄pendiculares radij: q̄ sunt ceteris fortiores: cōfluunt in cētrum vt p̄bati pōt̄ ex caplo de circulis in scdo lib. geometrie. Unde virtutes corporū celestium in cētro insidi & iuxta ipsum efficacius oriuntur vel operantur: illicq̄ cōformior dicitur habitatio hominis cuius complexio propinquat simplicitati: vt est possibile: sup̄remi corporis.

Nonia conclusio.

Omne luminosum sphericum illuminat spheram minorem: similiter & cylindrum plus quam dimidium. 21.

Si enim maior est dyameter luminosi q̄ sit dyameter opaci: radij cadentes super extrema dyametri opaci nō oriuntur a teris dyametri luminosi scz. k. g. hoc em̄ si facerent angulos rectos causarēt vtrobiq̄ cū dyametro opaci scz. c. d. p̄ q̄ntā cōclusionē capli de circulis in scdo libro geometrie nostre: & p̄ cōsequens equidistantes essent lineae laterales dyametrorū tam in corpore luminoso q̄ in opaco: & cōsequens essent eāles dyametri corporū inēquium qd̄ est impossibile: p̄ia tenet ex quarta petitione geometrie: oriuntur q̄ ab aliquo arcu minori q̄ sit hemispherium verbi gr̄a ab. a. b. cum q̄ a punctis oib⁹ inter. k. & a. lumen diffundatur sup̄ opaci: si ab. a. pñcto peruenit in. c. necesse est ab omni pñcto superiori peruenire vltra. c. & p̄ cōsequens quanto opacum est p̄pinquius luminoso: tanto latius lumen diffunditur: quod demonstratur sic. Ex quarto p̄ncipio capli precedētis a superficie luminosi porrigant pyramides in oēm partē mediū obiecti: quā igitur minus sit opacum luminoso: & p̄ consequens inter pyramides luminosas cōclufibile: necessario illustrat plus medietate. Si em̄ pyramis latera sua extremis dyametri. c. d. applicaret sequerent̄ duo incōuenientia vrimq̄ em̄ angulos rectos cōstitueret sicut p̄t̄ p̄ q̄ntā quarti capli scdi libri nostre geometrie: & per p̄is essent eāles dyametri sunt eāles q̄ est m̄p̄o diuile cum p̄ndiametris inēquialibus circuloz.



per 2. 5. 2. conclusio dicens quāto
do super ali quas duas lineas fortia
radens facit angulos inaequales
illas duas lineas recte est et p̄
rales. 1. equidistantes si p̄
c. d. radens super p̄. n. et k. n.
facit angulos rectos q̄ p̄. n. et
k. n. sunt equidistantes et cum
omnes lineae radentes interequi
distantes lineas recte oportet
et eāles sequitur q̄ h. o. c. d.
hūz circuloz

CAPVT SECVNDVM.

corpora inaequalium: scilicet luminosa & corpora opaca quod est contra hypothese[m]. Et trigonus. c. d. 3. plus quam duos rectos contineret &c. Fundantur haec demonstratio in tribus propositionibus geometrie: prima est definitio linearum equidistantium. Secunda quod omnes lineae inter equidistantes lineas cadentes ad siles angulos sunt aequales: & haec sequitur ex precedenti. Tertia quod diameter circuli orthogonaliter cadit super lineam contingente[m] si super punctum contactus ceciderit: quae probata est in geometria nostro libro secundo in capitulo de circulis conclusione quinta. Ex hoc patet quod sol illuminat plus quam medietatem lune & terre.

Decima conclusio.

22. Umbra[m] minoris luminoso[m] minor[em] esse umbram: sicut aequalis aequali: & maioris esse maiorem.

Hec patet ex premissa quoniam si luminosum maius est quam umbrosum illuminat plus quam medietatem: si equale medietatem praecise: si minus: minus medietatem: & loquor de umbris proiectis in plano: & quantum ad latitudinem umbrarum: nam alias variantur figure umbrarum.

Undecima conclusio.

23. Umbrosum sphaericum luminoso minus: umbram proicere pyramidalem: aequale columnalem: maius curvam euerfam pyramidem infinitam.

Ratio huius propositionis sumitur ex prehabitis quoniam ex. 9. huius capiti patet quod umbrosum luminoso minus: ut terra sole: illuminat plus quam in medietate: radius autem a luminoso cadens in umbrosum contingit: equidistantes esse non possunt: tangit enim circulus non in extremis diametri sed in extremis cordis de aliquo minoris diametro semicirculi: rectus angulus non erit in contactu: sicut patet ex. 6. capiti de circulis in lib. 2. n[on]ne geometrie: quia radius a maiori magnitudine descendat necesse est illos angulos esse minores quos constituunt radii ex parte corde praedictae a luminoso remotiori: concurrunt enim necessario ad partes illas ut docet quarta petitio geometrie. Quod si equalia sibi sunt umbrosum & luminosum radii cadent necessario in extrema diametri umbrarum: & per omnes equidistantes erunt nullae concurrentes: etiam si in infinitum producantur. Si autem maius fuerit umbrosum necesse est umbram esse contrarie dispositionis cum prima istarum trium: quare euerfa erit: & curvae pyramidis infinite secundum longitudinem: quae figura calatoides appellatur: dico tamen luminosum & umbrosum debere esse super idem planum.

Duodecima conclusio.

24. Umbram esse lumen diminutum.

Sicut patet ex quarto principio praecedentis capiti quod opacum impedit transitum lucis directum & principalem non tamen secundarium quod circumferentialiter se diffundit. In hoc autem differt umbra a tenebra quod umbra est lux diminuta: ubi est privatio lucis primarie & derivatio secundariae: tenebra vero est ubi nihil est luminis. Hecio tamen si aliquid corporum mundanorum potest omnino lucis transitum impedire: quod nullum penitus natura per se potest: & ad minus circumfulgentiam impedire non potest lucis secundariae: ait enim Aristoteles in secundo de anima quod diaphaneitas est natura communis omnium corporum tam superiorum quam inferiorum: sed de hoc infra capitulo quinto conclusione quinta.

Decimatercia conclusio.

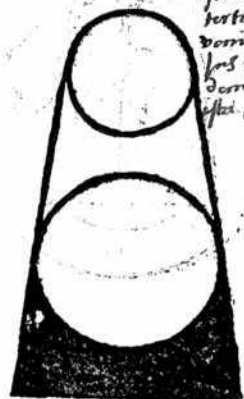
25. Quanto sol est propinquior lunae tanto eam magis illuminat intensius & extensius.

Quod intensius patet ex. 5. huius: quod extensius probatur: quoniam ex. 9. huius proponitur patet quod includit luna pyramidibus radiosis a sole projectis: & quanto soli est propinquior: tanto brevior pyramide circumcingit: imaginemur ergo aliquam pyramidem longioris cuius latera tangant lunam in punctis. n. o. quod sunt termini arcus n. o. amplius latera pyramidis brevioris tangere non possunt extrema arcus. n. o. si enim facerent quod sunt ab eadem basi: pyramidis essent aequales: ex secunda conclusione capiti de triangulis in libro secundo geometrie: nam huiusmodi latera super maiorem basim maiores angulos facerent: nec possunt tangere extrema arcus maioris quam n. o. ubi gra. p. q. quoniam sic brevior pyramidem constituit non possit nisi utriusque latera longioris pyramidis secaret: quod est impossibile cum ab eisdem terminis utraque procedat: tales enim lineae impossibile est concurrere. Latet tamen huiusmodi illuminatione superior: ei est necesse portio eius modica donec a sole paulatim elongetur.

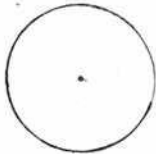
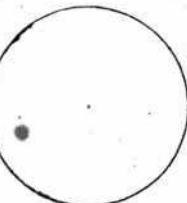
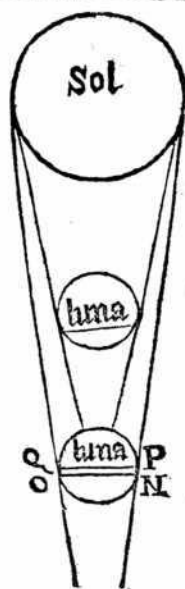
Decimaquarta conclusio.

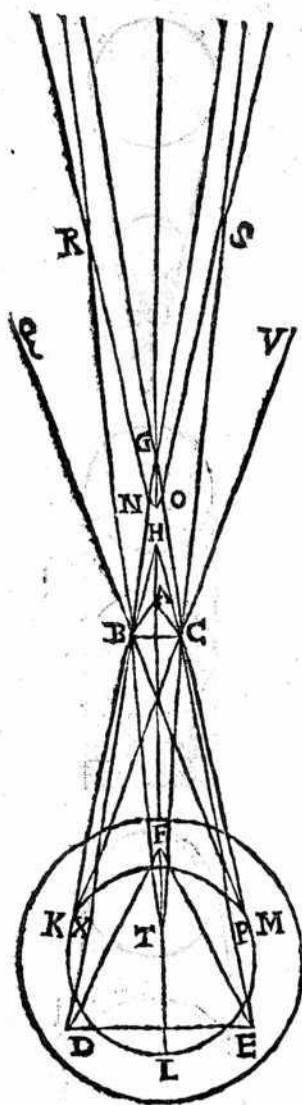
26. Incidentias radiosae per angularia foramina mediocri quantitate transientes: in obiectis corporibus rotundari: eoque semper fieri maiores quo remotiores.

Hec conclusio sequitur ex quarto principio quantum ad utramque partem: probatur tamen secunda quoniam radius in quo vis principalis medio pyramidali terminari non sinitur ibi: sed intersecando se praecedunt: & quoniam perforantem incidit angulare: radius qui in foramine se intersecat indirectum producti quod in tantam distantiam pervenerint quanta est distantia ex alia parte solis: dilatant ad quantitatem solis: quoniam si anguli contra se positi aequales sunt ex secunda conclusione quarti capiti primi libri geometrie: & latera ex utraque parte pyramidis equalia sunt: necesse est & bases aequales: ut patet ex prima capiti de triangulis in secundo libro geometrie. Causam autem rotunditatis incidentie diversae diversimode nixi sunt assignare. Quidam simpliciter causam attribuunt solaris illuminationis huiusmodi illis: & mediocri quantitate super fluit quoniam etiam haec vox conclusio in foraminibus magne quantitate huiusmodi non ita experimento comprobatur: & tamen saltem si tamen datur aliquod foramen magnum dico quod ad distantiam se habentem in eadem proportionem in luna se habet foramen magnum ad foramen quantum congruit. Per idem in illa distantia ipsa dante. Brevior ergo in transit per foramen magnum etiam ex tunc dantur. Sicut in incidentie in transit per foramen per idem.



Demonstratio non in faciem huius decimae huiusmodi in domo in facie huiusmodi in domo quando quoniam demonstratio est diminuta est





lari rotunditati: ut sicut radius a sole: sic rotunditas a rotunditate. Ad hoc argumentū sensibile affi-
mentes: quia tēpore eclipsis solaris huiusmodi incidentie per foramina angularia sunt nouaculares: scdm por-
tionē quā abscindit luna a sole: ppter quod rotunditas a rotunditate pueniet. Sed si hec causa suffices-
ret: tūc incidentia ista rotunditatē acquireret sic ppe foramen sicut lōge a foramine: cuius cōtrarium
videt. Alij subtilius causam attingētes: solarē rotunditatē huiusmodi incidentie ponit causam remotā: ra-
diorū aut intersecationē causam ppinquā: p hunc modū. Accipiat foramen triangulare. a. b. c. et ac-
cipiatur superficies triangularis in corpore solis. d. e. f. et sit basis pyramidis triangularis inciden-
tis per foramen dictum: et latera sua lateribus dicti foraminis applicent que concurrant in puncto. g.
ultra foramen. Amplius imaginemur in sole circuli non penitus circumscribentē triangulū dictū sed
paulo minorē: et sit. k. l. m. circūferentiam suam fere angulis suis applicantē. Tūc ab hoc circulo p-
cedunt rotundae pyramides quarū nulla pōt ptingere penitus integras: vsq; ad. g. angustia foraminis
impediente: potest foras aliqua ptingere pūctū aliquē foramini ppinquiorē: vel saltē in ipsa sup-
ficie foraminis cōtinenti: ubi gfa sit punctus. h. tunc angulus pyramidis terminatē in. h. maior est quā
angulus terminatus in. g. quia longe brevioris est pyramidis ex. g. huius capiti: certū autē est quod radij
pyramidis brevioris ratione maioris anguli: quē cōtinent: ducti in cōtinuum et directum secabūt ra-
dios pyramidis longioris: et q ante intersecationē fuerant cōtēti et inclusi: post intersecationē continen-
tes alios et includētes erunt. Igitur quāsi predicta minor pyramis sit rotunda: sequitur ut post intersecatio-
nem predictā: incidentiam faciat rotundā sicut pty in figura: eo modo q planicies pōt figuras solidas de-
clarare: pty cū q radij pyramidis rotundae. k. l. m. cadūt in. h. et ibi sese intersecantes extra pyramidē
triangulārē se dilatant. Amplius si accipiant radij a sole cētraliter egredientes: q sunt fortiores alijs
radiando ut sunt. t. a. r. b. et. c. ipsi candent intra dictā pyramidē rotundā secantes eam in puncto. r.
s. igit saltē post illā intersecationē erit talis pyramis rotunda. Sed certe hec imaginatio loci haberet
etiam si sol esset magne figure quadrate: in ipso em esset triangulus aliquis q posset foramen triangu-
lare recte respicere: et circulus triangulum circumscribens: a quo posset pyramis rotunda procedere:
et ita rotunditas solis nō esset causa ppinqua nec remota huius rotunditatis incidentie. Amplius se-
cundū hoc pyramis rotunditatē haberet et acquireret subito. i. post intersecationē istarū duarū pyra-
midū in. n. o. vel. r. s. qz scdm hoc quicquid esset ultra. n. o. vel. r. s. esset rotundū cōplete: sicut quicquid
esset citra et ultra triangulare foramen: esset triangulare: cuius cōtrarium est manifestū ad sensum: quia
videmus lumen ipsum paulatim rotunditatē acquirere. Amplius radij. x. u. et. p. q. applicāt se laterib;
foraminis: et sequuntur figurā eius: et certū est quod isti oēs alios radios includūt: q tūc rotundicatē possunt
radiofitate recte generare: per modū igitur radiofi: ut dictū est: impossibile est causam rotunditatis
perfecte repperiri: maxime qz ex. 4. petitione iste pyramides sunt imaginarie et solum in potentia.
Dico igit istā intersecationē ad rotunditatē posse cōferre: sed non causam totā administrare. Sciendū est
igitur figurā sphericā luci esse cognatam: et omnibus mudi corporibus pncipalioribus cōsonam: ut
pote nature maxime seruatiuam: que omnes suas ptes suo intimo pfectissime cōiungit: unde et stilla in
rotunditatē incidit: ad hāc igitur lux naturaliter mouet: et eam pēlata distantia paulatim acquirit.
In tēpore aut eclipsis sit predicta nouaculatio: q impeditur ista actio totaliter: et secundarie diffusio lu-
cis in parte illa: ubi radij solares abscindunt: deficiente em pncipali lumine: necesse est rēcundariū
deficere. Amplius si rotunditas esset causa ex intersecatione: tunc si sol eclipsaretur in parte orientali
deficeret incidentia in parte occidentali: et non solum in eadem parte cū sole: quod falsum est. Est igitur
causa cū precedentibus formalis: qm figura spherica nō solum est cognata corporibus mudi pncipaliori-
bus: sed etiam eorum operationib; pncipalib; cū debita distantia. Resolutio ergo vera prime partis
huius cōclusionis erit adiungere simul pma et tertiam opisiones: lūm em solis diffusum p medium
diaphanum est vera sūtudo solis et eius figurā representat rotundam: nisi alicubi impediatur: sed
recedente impedimento paulatim ad suam naturam reuertitur.

Capitulum tertium de qualitate & dispositione organi sensus visus.

Prima conclusio.



MNE corpus visibile radios habere.

Radius em nihil aliud est nisi speciei rei visibilis indirectum facta porrectio:
corpora autē luminosa dicuntur pncipaliter radiare: quia radijs cetera illu-
strāt: et sol pncipue cuius radij sensibiles sunt. Videtur autē hec ppositio epis-
logus omnium precedentium ut sit principium ad sequentia.

Secunda conclusio.

Visionem fieri per linas radiosas recte sup oculum inītes.

Hec pty experimentis: qm abscissis lineis rectis interpositione alicuius corporis opaci inter visibile et
oculum cessat visio: et eo remoto fit visio. Idē etiam pbatum est in pma cōclusionē capiti precedentis.
Auctor in huius libri in suo comento exposuit hanc ppositionē ad sensum cōclusionis scdm capiti se-
quentis. i. q ex hac rectitudine radiofi sit ut tota species rei visibilis sit in toto organo visus et pars in
parte scdm ordinē partium rei visibilis: alias ut inquit nō fieret visio distincta sed cōfusa: sed hec ima-

27.

28.

CAPVT TERTIVM.

ginatio licet inducta per bella videatur: procedit tamē ex oppositis principiorū tertij quarti & sexti: ideo potius generat ignorantiam q̄ scientiam vt inferius ostendemus.

Tertia conclusio.

29. **Oculus q̄ritati capiendæ nō sufficeret vel nō cōgrueret: si rotūdus nō esset.**

Ad multa citius capiendā est oculo attributa rotūditas. i. propter facilitatē motus & reuolutionis. Bt si pars illa per quā immutat nō esset spherica: nō videret vnico aspectu nisi sibi equalē: q̄ p̄t: qm̄ visio est p̄ lineas rectas super visum orientes ppendiculariter: quarū cōcurfus est in centro oculi vt docebit infra cōclūsiōne tertia capli sequētis. Si em̄ esset superficie plane: nō ventrent sup̄ eum ppendiculares nisi a superficie sibi equali. Verbi gr̄a sit p̄ possibile oculi superficies plana. a. b. res visa. c. d. a puncto. b. ducat ppendicularis sup̄. d. iterū a p̄cto. a. extrahat alia ppendicularis que cadat in. c. quā ḡ. a. b. & c. d. sint equidistantes: erit linea. a. c. ppendiculariter extracta p̄ ypotēsīm equalis lineæ. b. d. q̄re linea. a. b. erit equalis lineæ. c. d. vt p̄t ex diffinitione equidistantiū lineā: & ita res visa visus latitudinē nō poterit excedere: quare expedit vt oculus nō sit figure plane sed spherice: in cuius centrum possint radij ppendiculariter cadere a longe maiori lōgitudine. Simplicius capacitati maiori cōuenit rotūditas: qm̄ figura spherica capacissima ē yfoperimetroy. i. figurāz cōlitter cōmēsurabilium.

Quarta conclusio.

30. **Corpora diuersarū rationū necessario requirunt ad oculum cōstituendum.**

Hoc p̄t qm̄ illa pars oculi i qua viget potētia visua est tenera & passibilis multū: qm̄ a quæa est & tenerrime cōplexionis: aliter nō cōgrueret subtilitati spirituum visibilium a cerebro venientium: aliter etiā spēs sub esse suo in materiali & depurato minime reciperet: nec p̄cipi posset tactus earū nisi in tenerrimo & subtilissimo corpore: hic aut̄ humor faciliter cōrūperetur nisi alijs fortioribus circunda retur. Hinc dispositio talis est oculi: vt sit eius tunica exterior: que d̄r cōsolidatiua: fortis & pinguis ad retinendū oculū totū in dispositione sua iuxta duriciem ossis. Intra quā est tunica que d̄r cornea quia comū sillis est: & fortis q̄ acri exponit: & est diaphana vt sit speciebus perua. Intra istā est tunica que dicit̄ vnea: que est nigra ad vne silitudinē: vt obscuret in ea humor in quo viget visus: qui humor nisi aliquātulū abscureret species in eo non possent apparere: & hęc tunica est fortis ne resudet in ea humor cōtētus. Et habet in anteriori parte sua forāmē circulare vt trāseant p̄ eam species: cui⁹ forāmi nis diameter est circiter quantitatē lateris quadrati intra spherū vneam descriptibilis. Intra istam tunicā est humor albugineus sillis albugini oui diaphanus: vt p̄ eum species ferātur libere: & talis humor est humidus q̄ humectat humorē glacialē: ne tela eum circundās siccitate cōrūpat. Intimus humorū est humor glacialis glaciē sillis humidus: vt sit a luce passibilis nō sōlū p̄spicitate: s̄ etiam ratione modi substantie: & est subtilis vt faciliter moneatur: & est aliquātulū spissus vt species in eo s̄agi possint: aliter em̄ euanescerēt: & hic humor diuidit̄ in duas partes: habet em̄ anteriore partē maioris sphere portione: & toti oculo concentricā & equidistantē anteriori parti visus: habet etiā partē posteriorem que vitrea d̄r: que est subtilior anteriori parte: & he due circundātur quadā telā subtili: que aranea appellatur sillis tele araneæ: cuius officium est illū humorē fluidum cōtinere: & ita secūdis sp̄s philosophos oculus habet tres humores & quattuor tunicas. Alij autē qui anatomiam diligētius p̄spiciunt. i. medici: ponit q̄ vnea habet oculū in pia matre sicut cornea a dura matre: que sunt due tele cerebri circundantes: & subiungitur q̄ oculus cōstat ex tribus humoribus & septē tunicis: quarū prima est cōiuncta sua sive cōsolidatiua. Corneam etiā diuidit̄ in duas partes: anteriore vocat̄ corneam: interiorē vero scleroticam appellant: sicut etiā vneam diuidit̄: cuius anterior pars vnea d̄r: posterior autem secundina: sicut aranea diuiditur cuius anterior pars dicit̄ aranea: posterior retina. Sic tamē diuidere nō est cura huic philosophie: que solum cōsiderat ea que ad eccentricitatem vel concentricitatem partium oculi: ad fractionem vel directionem pertinent radiorum.

Quinta conclusio.

31. **Aliqua corporū oculū cōstituentiū a spheræ necesse ē deficere cōplemēto.**

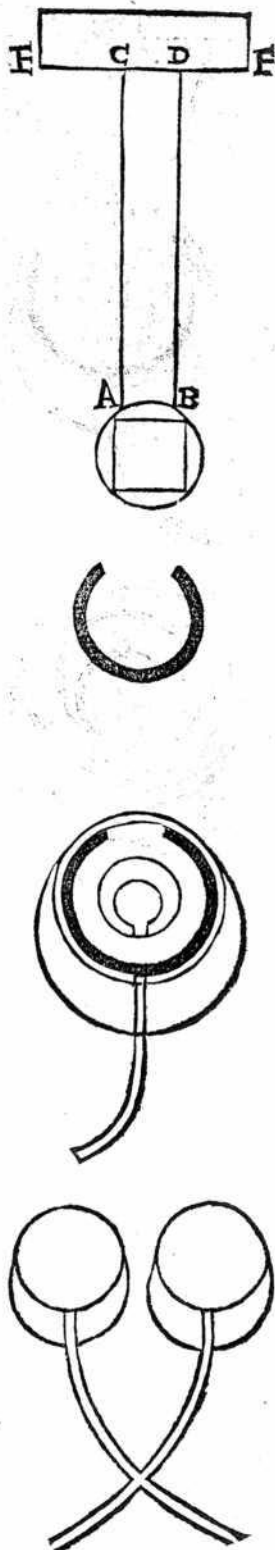
Verbi gr̄a cōsolidatiua pinguedo. i. alba q̄ circūdat oculum si totū circūdat: oculus nihil videret: q̄ ipsa diaphaneitate caret: sicut vnea h̄z foramen in anteriori parte: & sicut glacialis deficit a rotūditate.

Sexta conclusio.

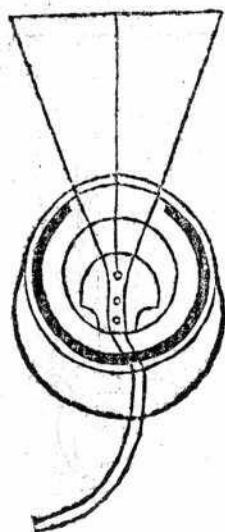
32. **Oculorum dualitatem necesse est reduci ad vnitatem.**

Duo sunt oculi ex benignitate creatoris: vt si vni accadat lesio alter remaneat. Origo autē eorum hec est: qm̄ ab anteriori parte cerebri oriuntur duo nervi cōcaui directe ad anteriore partē faciei: qui s̄mo cōiungunt̄ & sunt vnus nervus: & inde ramificat̄ in duos nervos ad duo foramina cōcaua sub frōte: in quib⁹ dilatatur: & creatio oculorū sit sup̄ ipsorum nervorum extremitate. Species q̄ visibilium per vtrūq̄ foramen recipiuntur: q̄ si iste species nō vnirētur: res vna due apparerent: sicut etiam p̄t si digito supposito ipsi oculo: oculus vnus a suo s̄tu eleuet̄: res vna due videtur: qm̄ spēs p̄ duos oculos recepte in cōiuncto nervo nō cōiungunt̄: necesse ē est in cōmuni nervo species vniri: quod est p̄positū.

Septima conclusio.



Sphaerarum oculū cōstituentium necesse est aliquas esse mutuo eccentricas. 33.



Hoc patet: quia quā species rei visibilis pyramidaliter supra oculū oriantur ut patet ex quarto principio capiti primi: cuius conus pyramidis est imaginabilis in cetro oculi: si nulla diaphaneitatis esset diuersitas: radij in cetro illo cōcurrētes & vterius pcedētes se in cetro secarent: & dextra apparet et sinistra: & sinistra dextra: quā ppter machinata est natura ut anterior: glacialis idē centrū haberet dī cornea & cō humore albugineo: ne species p ipsas trāseuntes frāgerētur: anteq̃ peruenissent ad vim sensitiuam: que etiā in glaciali viget humore. Deinde occurrēte sibi interiori glaciali: que est eis eccentrica: siue humore vitreo q̃ subtilior est q̃ anterior: glacialis: disgregātur radij & frāgunt a perpendiculari: & hinc iam non per multiplicationem specierum sed per viam spirituum deferuntur species vsq̃ ad locum tuditiū interioris scz ad nervoum concursum.

Octaua conclusio.

Omnium tunicarum & humorum centra vna continet linea. 34.

Hec probatur p effectū: quā nō aliter posset lux tunicas omnes & humores regulariter introire: nec aliquis radius alicubi posset nō fractus remanere: & p cōsequēs nō posset esse certitudo per deportatio- nem oculi super visibile ab extremo ad extremū: quod falsum est: ut patebit infra.

Nona conclusio.

Oīm radiorū orientium sup visum: vnū solū necesse est transire nō fractum. 35.

Cuius ratio est quoniam super sphaeras eccentricas impossibile est plures vna linea esse perpendicu- lares: pyramis ergo radiosa sub qua res videtur tota frangitur in ingressum interioris glacialis: ex cepta illa linea que transit per omnia centra: que axis appellatur.

Capitulum quartum de visione & modo eius.

Prima conclusio.

ISVM vigere in glaciali humore. 36.



Hoc experimentis docetur: quoniam si alicui tunice vel humori lesio fiat: gla- ciali saluo: recipit curam per medicinā: & sanatur ac restituitur visus. Ipsa ve- ro corrupta corrumpitur visus irrecuperabiliter.

Secunda conclusio.

Visionem fieri per hoc quod in glaciali est ordinatio spe- 37. ciei: sicut exterius rei.

Hec ppositio duplicē patē intelligētiam. scilicet mathematicā & physicā. Pro pma supponamus q̃ oīs magnitudo siue magna siue parua est diuisibilis in ptes aliquotas oīm denotatiōis: hoc est in duas medietates in. 3. tertias in. 4. quartas &c. vnde cōteret q̃ tot sunt partes minime quot maxime ma- gnitudinis: q̃ nō obskate paruitate organi visus. i. humoris glacialis tot habet partes quod & corpus visibile exterius quantūcūq̃ magnum: & ita poterit species eius sic recipi in oculo q̃ tota sit in toto & pars in parte eius: & ordinatio partium organi & speciei corresponsdeat ordini partium rei visibilis: maxime quia species illa est valde subtilis & spiritualis & ut dicit Aristoteles recipitur in oculo si- ne materia. Ex hac igitur imaginatione deceptus auctor huius libri dixit de facto ita esse in re q̃ in ea- dem oculi parte nō recipiunt species diuersarū partium obiecti visibilis: alias cōfunderēt se ille for- me: & oculus rem nō distincte videret: huius tñ oppositū dictum est in tertio & quarto & sexto princi- pio pmi capiti huius libri. Sed posita est hec imaginatio ad introductionē rudium quibz satis est q̃ vel sic rem cōcipiant. De sapientibus vero dicitur in scōo phisicorū q̃ abstrahētium nō est mēda- tium: q̃ hēc imaginētur ea tamē nō credūt ita se habere: & sic nō decipiunt. Phisica g̃ & vera intel- ligentia huius pponis erit q̃ species rei visibilis in oculo recepta est talis nature q̃ est tota in toto oculo & tota in qualibet parte: & q̃ eius speciei quolibet pars suapte natura totum obiectū & quālibet eius partē representat: vel si a diuersis obiecti partibz diuerse imprimātur oculo species partiales: tamē quolibet earū recipit in oibus oculi partibus: nec adinuicē pmissētur nec se cōfundū tñ in sexta petitione dictum est: & hoc modo recepte species ille ita distincte obiecti partes representāt sicut si re- ciperentur in pibus organi diuersis ut pcedit imaginatio mathematica predicta. Et hāc intelligētiam in fine huius opus. i. in. 3. lib. caplo. 2. cōclusionē scda expressit iste doctor: tam correctus ab errore suo.

Tertia conclusio.

Rei visibilis comprahēssio fit per pyramidem radiosam. Apprahēssionis au- 38. tem certitudo fit per axem supra visibile transportatam.

Pyramis enī radiosa siue species a visibili oculo impressa: rem oculo representat: sed visionis certitudo fit per rotationē oculi sup rem: que basis est pyramidis: hēc enī tota pyramis sit perpendicularis sup centrū oculi. i. anterioris glacialis: nō tamen supra totū oculū: vnde sola illa perpendicularis que axis dicitur: q̃ nō frangitur: rem efficaciter representat: & alij radij quāto sunt ei p̃p̃inquoiores tāto sunt

CAPVT QVARTVM.

potēiores & fortiores in representando. Ad hoc igit oculus rotatur vt res que sub pyramide representatur simul oculo: p hanc perpendicularē succēssive orientē perspicatius discernatur. De hac certitudine est intelligēdū qđ dicit auctor libri de visu: qđ nullū visibile simul totū videt: s; p imitationē pyramidis. Dicit et cōter loquētes: qđ oē visibile videtur sub angulo in forma triangulari. Et loquimur hic de angulo trianguli imaginarij scđm cōter loquētes: qđ intelligit speciei visibilis extēsiō.

Quarta conclusio.

39. Non sub quocunq; angulo rem videri.

Non est visio sub angulo acutissimo. i. angulo contingēte: qđ iste angulus vt pbatū est in geometria capto de circulo: est indiuisibilis: angulus autē sub quo aliquid videtur est diuisibilis: qđ diuidit per axem mediam. Amplius determinata est anguli magnitudo sub quo pōt esse visio: qđ diameter foraminis vūce sicut docet anatomia: est quasi latus quadrati qđ describitur intra spherā vūeam: s; si ab extremis huius foraminis linee ad cētrū eius ducātur: cōstuent sup eum angulū rectū: hoc p; qđ ab angulis quadrati linee recte secant se orthogonaliter: igitur si in cētro vūce esset visio: videret sub angulo recto p; cēse: si diameter foraminis esset latus quadrati p; cēse. Hunc aut cētrū oculi qđ est anterioris glacialis interius est: qđ cētrū vūce: qđ vūea minor ē qđ cornea: & secat corneam: nā foramen eius corneae applicatur: s; maximus angulus sub qđ fit visio radiosa est minor recto: nisi foramen vūce sit paulo maius qđitate predicta: nec loquor hic de visione p radios extra pyramidem radiosam sup oculum orientes: de quibus infra videbitur.

Quinta conclusio.

40. Visionem fieri sub curta pyramide visui pportionata: & angulo inchoato.

Hec ex predictis p; qđ radij pyramidis omnes excepto vno occurrente interiori glaciali frangunt a perpendiculari: vt dictū est in vltima cōclussione precedentis capiti: nec vterius in cōm constringunt: qđ igitur radij ad angulū inclinātur: nō tamen angulariter applicātur: nisi imaginatiue tantū: imo quum peruenit species ad humorem vitreum. i. interiorē glacialē: p; cōcedit secundū legē spirituum megis qđ secundū legē diaphanitatis: incuruatur cū scđm viam spirituum vsq; ad neruū obtinuit.

Sexta conclusio.

41. Declinatio radiorum angularis iuuat ad comprāhensionem quātītatis.

Duplex est declinatio angularis radiorū altera ad angulū altera ab angulo: & de vtrāq; vera est ppositio. De pma p; qđ quanto radij ad acutiorē angulū declinant: tanto species amplius adunātur & cōstringuntur: necesse est per cōsequēs nisi aliqd aliud impediat: vt rei qđitas ex hac declinatione melius videatur in oculo: sed hoc ad cognitionē qđitatis nō sufficit: vt infra patebit. De secūda etiam probatur qđ ex secūda huius capiti p; dispositionem speciei inglaciali habetur cognitio rei: ergo species debet esse extēsa: quod non esset si radij ad angulū concurrerent in puncto.

Septima conclusio.

42. Per radios qui oblique super oculum oriuntur: visio vigoratur & amplifatur.

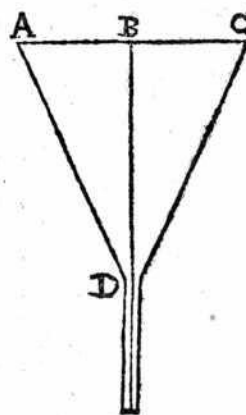
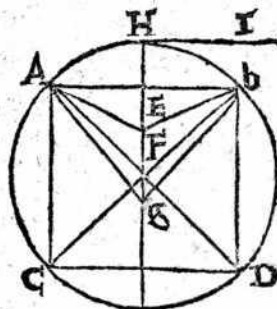
Vigoratur in quā qđ s; p solos radios perpendiculariter cadentes certa & distincta fiat visio p;ncipaliter: tamē certum est qđ quilibet p;ctus in visibili signatus videtur p radiū suū oculū p;pendiculariter tangētē: dominatur etiā motus p;pendularis & iste oblique lucidēs cooperatur. Amplius extra pyramidē radiosam aliqua vidētur: nam pyramidis angulus breuioris latitudinis est qđ se habeant res qđ vno aspectu videri possunt: radij s; istorū sup oculum venientes aliquo modo tangūt & mouēt oculū p radios in ingressu oculi fractos: & ad cētrū declinātes vt talia debilitē ab oculo adueriantur: illa autē qđ sunt oculo facialiter obiecta: efficacius presentantur qđ tam recte qđ flexe apprehenduntur. Quare autem punctus representatus per radios tam diuersos in vno loco appareat: in tractatu de radijs factis tangetur sc; in tertio libro huius capto finali.

Octaua conclusio.

43. Operationem visibilis in visum esse dolorosam.

Hoc pbatur qđ operatio cuiusq; visibilis in visum ē vnus gnis: quū s; operatio vehementium luminū in oculos sit lesiua sensibiliter ac dolorosa: sed qđ oēs operationes luminū ēē tales: qđ nō p; p datur. Et hoc est argumentū huius pbi capto de qđitate visus: & rationale videtur: qđ nullū est visibile tantū oculo delectabile: qđ p cōtinuā inspectionē ipm afficiat fatigatiōe: cuius fatigationis causa videtur ēē pcedēs inspectio. Hoc quidē sapit iste pbus: qđ alij pbi naturalia tractantes dicant qđ sensibile est pfectio sensus: in actu s; sentiendi nō ē aliqd tristitiam inducēs: nisi sit imoderatū. Hec videtur cogere ratio predicta si excellens sensibile inducit dolorē: s; & mediocre: incus etiā vehemēs grauat: motū vero mediocre delectat & iuuat. Restrungitur igit quod hic dicitur ad visionis cuiusq; p; longationem: & nō ad qđcunq; breuē inspectionē: siue intuitionē. Vel intelligitur solum de per accidēs: naturales autē loquimur de per se: nam simul cum specie rei visibilis venit ad oculum alia quātas lesiua vt calor: species autem non ledit.

Nonā conclusio.



Mathematicos ponentes visum fieri per radios ab oculo micantes frustra conari. 44.
 Visio enim sufficienter fit per modum prescriptum: per quem saluari possunt omnia que sunt circa visum apparentia maxime si fiat visio per radios rectos: secus de reflexis et fractis: quod superfluum est ponere sic radios. Et hoc dico auctoris perspektive vestigia sequendo: quod aliud doceat alchindus de aspectibus: quod platonici etiam senserunt: aliud philosophi sapere videtur in multis locis: aliter Augustinus quod innuere videtur quod virtus anime aliquid in lumine oculi operetur. Pro huius tamen sequentis propositionis elucidatione scito quod triplex fuit antiquorum opinio de modo videndi: prima epicuri ponentis radios exire ab oculo usque ad rem visibilem. Secunda platonis ponentis quod radij ab oculo exeuntes obuiant radijs a visibili objectis in medio. Tertia aristotelis quod soli radij a visibili veniunt ad oculum.

Decima conclusio.

Radices quoscunque ab oculo micantes: & orientes supervisibile: ad visionem impossibile est sufficere. 45.

Quod si ponatur radij ab oculo exire super rem visibilem quasi contingenda: aut redeunt ad oculum: aut non: si non redeunt: visio per eos non fit: quia anima a corpore non creatur. Si redeunt qualiter: nunquid animamati sunt: nunquid omnia visibilia specula sunt reflectendo radios? Amplius si redeunt aut cum specie rei visibilis aut sine ea: hoc secundum dici non potest: quia sine specie rei non fit visio: si autem cum forma rei visibilis: sic frustra exeunt: quia lux ipsa vel forma seu species visibilis virtute lucis in totum medium se diffundit: ergo non est necesse ut ipsa anima radijs quasi nuntijs utatur. Amplius quod aliqua virtus oculi usque ad sidera protenderetur: etiam si totum corpus in spiritum resolveretur. Amplius omnes alij sensus cognoscunt intus suscipiendo et non extra mittendo aliquid: quod similiter et sensus visus.

Vndecima conclusio.

Lumen oculi naturale radiositate sua visui conferre. 46.

Oculus enim ut dicit Aristoteles non solum patitur sed etiam agit quemadmodum splendida corpora: lumen ergo naturale necessarium est oculo ad alterandas species visibiles: et efficiendum eas proportionatas virtuti visui: quoniam ex luce solari diffunditur: sed ex lumine oculi conaturali: oculo contemperantur: hinc dixit Aristoteles quod quum motus lucis ad exterius fortis est: disproportionatus et non bona fit visio quantumvis motus ad interius fortis etiam sit: sicut patet in radio solis qui obruit visum: nec patitur se proportionari visui. Sic igitur patet quod aliquo modo fit emissio radiorum: sed non modo Platonico. scilicet ut radij ab oculo emissi quasi in forma visibili immergantur: et intincti reuertantur oculo nuntiantes. Aliqua tamen operantur radij unius hominis in visum alterius predicto modo: quoniam visus est in omnibus animalibus eiusdem rationis: quoniam quaedam animalia per lumen oculorum suorum sufficiunt coloribus virtute multiplicatiua dare: ut ab eis nocte videri possint: sequitur ut lumen oculi aliquid operetur ad visum: sed an aliquid ulterius faciat: non diffinitio: huius auctoris: ut dictum est: sequendo vestigia.

Capitulum quintum de medio videndi & conditionibus eius.

Prima conclusio.

INE luce nihil videri. 47.



Hoc probatur: color enim sine luce non potest efficaciter radiare: quoniam primum in omni genere est causa omnium posteriorum: prima autem radiositas est lucis: et ideo omnia alia ab ipsa causantur. Color ergo efficaciter radiare non potest: nisi luci admixtus.

Secunda conclusio.

Visum nihil comprehendere: nisi in proportionali distantia presentatum. 48.

Distantia siquidem vel remotio visibilis requiritur ad visionem: si enim res visibilis oculo supponatur: lux super ea non profunditur: et per hoc non potest mouere visum: quod si ipsum visum sit luminosum: dico ut in precedenti conclusione tactum est: quoniam visibile per lumen oculo contemperatum fit et proportionatum. Si autem sit nimis remotum visibile ab oculo evanescit species eius et non videtur: aut sedens alios evanescit radius visualis ab oculo exiens: et in diversis quidem complexionibus hominum diversimode. Unde quidam senes melius videtur in maiori distantia quam in minori: quoniam lumen oculorum suorum multum sed non clarum est et in disgregiendo serenatur: et generatur species rei visibilis supfunditur ut efficaciter moveatur. Alij autem sunt qui habent lumen modicum et serenum et illi a primo videtur. Alij autem multum et clarum: et illi a remotiori videtur. Super omnia autem alios illi qui oculos pseudos habent ceteris probetur a remotiori videtur: quod radij luminari ab oculo micantes non ita dissipantur sicut ab oculis emittuntur: quod si adiecti siue adunati fuerint fortiter super visibile porriguntur.

Tertia conclusio.

Sola videri recte facialiter oblecta. 49.

Hoc patet ex predictis: visus enim fit principaliter per pyramidem radiosam a basi opposita super visum perpendiculariter orientem: fit etiam visus per radios extra pyramidem super oculum oblique orientes: sed super oculum oriri non possunt qui in superficiem oculi non cadunt: sed ex aduerso eius oculo se representant. Et dico videri recte: quoniam reflexe in speculis aliqua aliter videntur: ut infra libro secundo dicitur.

CAPVT SEXTVM.

Quarta conclusio.

50. Nihil videri nisi proportionaliter quantum.

Cuius ratio est quoniam vt supra p[ro]p[ri]e: visus fit per pyramidē radiosam cuius basis est res visā: ergo necesse est quod videtur esse quantum & ex[tr]insecum. Dico autē p[ro]portionaliter quantum: non ergo diminutū: q[ui]a tale non sufficeret oculum dolose & sensibiliter imprimere: vt dixit octaua p[re]cedētis capituli. Cos[us] pus etiam excedentis magnitudinis vno aspectu videri non potest: vt patet ex tertia p[re]cedentis.

Quinta conclusio.

51. Visum non fieri nisi per medium diaphanum.

Cuius ratio est: q[ui]a spēs non multiplicant nisi per diaphana corpora: quorū subtilitas cōgruit formis multiplicandis sine materia & sine materialib[us] cōditionib[us]: vt cōueniens ē ad hoc q[uo]d oculo imprimant. Et quā omne corpus sit susceptiuū influentie corp[or]is celestis: certum est nullum corp[us] om[ni] carere p[er]sp[er]uitate: quum sit cōs natura corp[or]is sup[er]celesti & inferiori. Hinc est q[uo]d nulla densitas p[ro]hibet omnino transitū celestium virtutum & specierū: quos nos lateat: hinc lynces dicuntur videre p[er] medium p[ar]ietem: & hoc idem dicitur de quib[us]dam hominib[us] qui vident in profundum terre.

Sexta conclusio.

52. Omne visibile necesse est medium & organum in densitate transcendere.

Cuius ratio est q[uo]d nihil potest esse coloratū vel luminosum nisi densum. Amplius nec glaciale moueri potest: si visibile eam in p[er]spicuitate excederet. Amplius sine luce nihil videtur: q[uo]d si illud q[uo]d videtur p[er]spicuum esset vt aer: in eo figi non posset lux: sine cuius mixtione nulla species potest radiare siue videri: vt patet ex p[ri]ma huius capituli: mouent enim simul lux & color.

Septima conclusio.

53. Omnia quæ videntur tempore comprehendī.

Immutatio enī visibilis sensibilis nō fit nisi in tēpore: sicut docent illustres sensuum in veloci quorū rādā trāsp[er]atione. Amplius discretiōe aut diuisionē rei nō nisi in tēpore fieri: p[ro]p[ri]e q[uo]d in corpore velocius circūgirato: punctus videtur esse circulus. Amplius celsi velocissime mouetur nec tamē p[er]cipitur nisi in tēp[or]e p[er]ceptibili. Amplius quāuis secundū quosdā mutatio possit fieri instātanea: hoc tñ ab ista p[ro]p[ri]e ē extraneū: vt infra demonstrabit. Quicquid tñ sit de v[er]itate hui[us] q[uest]ionis: certitudo tñ de visibili nō fit nisi in tēp[or]e: trāsp[er]atione axis radiatis siue pyramidis sup[er] rē visā: vt p[ro]p[ri]e ex tertia p[re]cedētis cap[itu]li.

Octaua conclusio.

54. Visionem non lucide fieri sine congrua sanitate oculi.

Idcirco dicit[ur] q[uo]d error visus aliquādo est a causa exteriori p[ro]pter egressum a p[ro]portione in aliqua cōs[er]uatione ad visum necessaria: vt distātia vel oppositiōe vel h[uius]m[od]i alia apprehensione. Aliq[ui] ex causa interiori sicut oculi debilitate & paucitate spiritus vel inflatiōe oculi: ab extraneo humore vel alia lesione.

Capitulum sextum de cōditionib[us] obiecti visibilis.

Prima conclusio.

55. ARIAS & multas esse intentiones visibiles: & quasdam p[ri]marie quasdam secundarie comprehendī.



Quidā distinguunt duplex obiectum visibile materiale. s. & formale: materiale est res que videtur: formale est accidens quo videtur: & hoc duplex alterum ex parte rei visibilis vt lux vel color: alterū ex parte visus vt species lucis vel coloris recepta in oculo. Apud aristotē vero visibile materiale dicit[ur] visibile p[er] accidens: visibile formale p[ri]mo modo est visibile p[er] se: visibile formale secundū modo neq[ue] est visibile p[er] se neq[ue] p[er] accidens q[uo]d nō videtur. S; visibile p[er] se est duplex p[ro]p[ri]um. s. & cōmune: p[ro]p[ri]um vt lux aut color: cōmune vt figura magnitudo &c. Idcirco autē cōmunit[er] loquimur de visibili formali siue sit p[ro]p[ri]um siue cōmune: & vocamus ipsum intētiōnem visibilem. i. dispositionē rei visibilis de qua p[er] visum iudicamus. Si quidē sunt v[er]getidue intentiones visu cōprehensibiles: lux: color: distātia: situs: magnitudo: corporeitas: figura: mot[us]: cōtinuatiō: discretio vel separatio: numerus: quies: asperitas: lenitas: diaphaneitas: s[im]ilitudo: v[er]bra: ob[sc]uritas: pulchritudo: turp[itu]do: spissitudo: diuersitas. Hec sunt p[ri]ncipales intētiōnes sunt & alie secūdarie q[ue] sub illis cōtinentur: sicut ordinatio sub situ collocatur: & scriptura siue sculptura sub ordinatione aut figura: rectitudo & curuitas sub figura. Amplius multitudo & paucitas sub numero: equalitas & augmentum sub similitudine & diuersitate: alacritas & risus & huiusmodi comprehenduntur sub figura faciei: & sic de alijs multis. P[ri]ncipaliter tamen mouent visum lux & color suis speciebus oculum s[im]illantes: & ex consequenti alias p[re]nominatas visui representantes: quia sub eūdem qualificantur.

PRIMI LIBRI PERSPECTIVAE.

Quae an realiter sint distincte a luce & colore ad hanc doctrinam est impertinens: sed de eis distincte loquimur.

Secunda conclusio.

Non omnes intentiones visibiles comprehenduntur sensu spoliato. 56.

Dico sensum spoliatum solum sensum exteriorem: quod quedam apprehenduntur non solo sensu: sed cooperante virtute distinctiva & argumentativa quasi imperceptibiliter imixta: quedam etiam ad iuncturam scientie acquisite. Verbi gratia quum apprehenduntur duo individua esse similia: ipsa similitudo neutra formarum est nec comprehenditur solo sensu: sed collatione unius ad alterum. Similiter de corporum differentia: & aliarum rerum. Amplius scriptura non comprehenditur solo sensu sed per distinctionem partium quam facit virtus distributiva: mediante visiva. Similiter res assuete quum videntur statim cognoscuntur non tamen nisi in relatione speciei recepte ad habitum memorie: & hoc quasi per ratiocinium.

Tertia conclusio.

In distinctione intentionum visibilium ratione imperceptibilis argumentari vel operari. 57.

Notitia si quidem sensus exterioris non est absoluta: sed concreta que multa simul comprehendit: ideo nullum visibile cognoscitur sine distinctione intentionum visibilium: vel sine collatione rei recepte ad universalia principia cognoscendi prius a sensibilibus abstracta: que fieri non possunt absque ratiocinio: sed tempore non indiget perceptibili via discretiva in his communiter apprehensis: quod arguit per aspectum ad sibi notissima: nec arguit per compositionem & ordinationem propositionum: vis enim distinctiva nata est arguere sine difficultate: que etiam aptitudine naturaliter exercitur: unde etiam in pueris apparet: quod magis pulchra minus pulchris solent preponere: non nisi naturali ratione facta comparatione eorum.

Quarta conclusio.

Lucem & colorem comprehenduntur sensu spoliato. 58.

Per hoc enim tantum apprehenditur quod visum sentiens his tingit: id est organum visus his afficitur: vel potius speciebus eorum que suapte natura talia obiecta representant.

Quinta conclusio.

Inter lucem & colorem simul oculum moventes sola discernere virtute distinctivam. 59.

Tangunt si quidem pupillam & movent sensum secundum eandem partem: ergo in sensu confuse recipiuntur: & ita per sensum distinguere nequeunt: ergo non distinguuntur nisi per experientiam de luce & colore habitam per scientiam eorum acquisitam.

Sexta conclusio.

Quidditatem lucis & coloris solo sensu minime comprehenduntur. 60.

Hoc vocabulum equivoctum est: uno enim modo quidditas coloris hic dicitur species coloris: que discernitur non nisi per rationem arguentem ab actu videndi ad formas confusas. Similiter & lucis quidditas id est natura determinata: hoc est an sit lux solis vel lune: vel ignis: scientia dignoscitur non sensu: quum tamen color in quantum color: & lux in quantum lux: sensu spoliato capiuntur.

Septima conclusio.

Nullam intentionem visibilem: praeter lucem & colorem: solo sensu comprehenduntur. 61.

Hoc patet quia quidditas coloris inter omnes differentias visibiles immediatissima est coloris: sicut quidditas lucis luci: si ergo quidditas non solo sensu capiatur: multo fortius nec alie quaeque intentiones visibiles: sed per distinctionem siue distinctam argumentationem & scientiam: ex quo patet quod sola lux & color: & non quidditas lucis & coloris sunt proprium obiectum visus.

Octava conclusio.

Colorem in eo quod color prius comprehenduntur sua quidditate. 62.

Hoc expressis patet: quod color in eo quod color per se facile capitur: quidditas autem eius non nisi per scientiam & argumentationem. Hoc etiam patet experimento: quod coloratum in luce subobscura positum coloratum esse cernitur: & tamen coloris quidditas ignoratur. Unde patet quod quidditas coloris hic alio modo accipitur quam prius scilicet pro determinata coloris natura: ut sit sensus propositionis quod prius cognoscit visus colorem esse quam sciat quis color sit: id est prius confuse quam distincte.

Nona conclusio.

Sola distantia mediocris visui est certificabilis: & hoc per corpora interiora centia continuata & ordinata. 63.

Distantia si quidem rei visibilis a visu non apprehenditur sed ratiocinatione colligitur: doctum hoc patet. Si enim clausis palpebris res non videtur quod videtur aptis: sequitur & per colligitur ut illud quod videtur non sit visui adherens: & hoc est alia quidditas sine necessitate argumentationis iterum in quibus visione. Dico igitur quod apprehensio quidditatis distantie accipitur a quidditate corporum interiorum: ubi gratia nubes in terra plana existens videtur celo cohaerere.

in terra montuosa videntur terre p̄p̄inque: quia alicubi montium altitudinem non excedunt. Certificatio igitur distantiæ nubium causatur a cōprehensione corporis interiacētis: q̄ si corpora interiacētia ordinata nō sunt sed cōfusa: certificari nō poterit apprehensio q̄t̄itatis distantie. Amplius si nō sit distātia mediocrit̄is nō pertingeret visus v̄s ad plenā distinctionem corporū remotōr̄ interiacentium: propter debilitatem speciei visibilis ex distātia: sicut colligitur ex dictis supra caplo. 4. cōclusionē. g.

Decima conclusio.

64. Certificari quātitatē distantiæ per resolutionem interiacētis spaci ad magnitudinem mensuræ experimentaliter notæ.

Si enī corpora interiacētia sunt secundū totū et partē ineq̄l̄iter disposita et incerta: nunq̄ ex ipsis certificabit incerta distātia: q̄ necesse est in ea aliquod certum inuenire cuius quātitatis noticiā per experimentū sit nota: ad quod totum spacium resoluitur: sicut ad pedē vel ad q̄t̄itatem corporis mensurantis: vel ad aliquid quod sit notum imaginationi mensuratoris vel cōprehensoris.

Vndecima conclusio.

65. Distātiā orizontis maiore apparere: q̄ alterius pt̄is hemispherii cuiuscūq̄. Hoc pt̄ ex premis: si enī ex corporū interiacētia distantiæ q̄t̄itatis dignoscit̄: vbi maior magnitudo interiacere videt̄: necesse est vt etiā maior distātia videat̄: sed inter orizontē et videt̄ interiacere videt̄ maior latitudo q̄ inter videt̄ et zenit̄: q̄ incōparabiliter pl̄ distare videt̄ orizon q̄ alia ps celi quāq̄.

Duodecima conclusio.

66. Orizontem apparere terræ coherentem.

Cuius ratio est q̄ nō cōprehendit̄ aliquo modo spaciū inter vltimā partē terre visibilē et ipsum celū.

Decimatertia conclusio.

67. Longitudinem radiorum a visu compræhendi.

Loco longitudinem radij spatium vel distantiā per quā multiplicat̄ sunt species a re visibili vsq̄ ad oculū: et hanc distantiā sentit visus hoīs. Quod pt̄ experimento in speculis vbi credit̄ res esse in extremitate linearū radialium: quas totas extimat porrigi secundū cōtinuū et directum: et secundū illas iudicat esse visibile cōtra partē que visum mouet: vnde species mouens oculū nō solum ostendit oculū ipsum obiectū sed etiam mediū radij: cuius ipsa species est extremū: in quo tñ radio figi nō potest aspectus: q̄ totus ille radius silitudo est alterius. Vnde pt̄ q̄ ista cōclusio est limitanda. s. q̄ nō cognoscitur lōgitudō radij sensu spoliato. i. solo sensu exteriorē: ex ipsa enī speciei recepte in oculo intē sione aut remissione arguit ratio distātiā rei visibilis maiorem vel minore. Ex hac tamen propositione radiozū egredientiū fortissimū posset sumi argumētū: q̄ oculū meli⁹ cognoscit qd sūū ē q̄ alienū.

Decimaquarta conclusio.

68. Situm oppositionis rei visæ distinctione compræhendi.

Intentio si quidem situs tria includit: oppositionē rei diametralē: et positionem respectu oculi secundū rectitudinē et obliquitatē: et ordinem partium rei ad inuicē. Pr̄mus ergo modus distinctione cognoscitur: res enim per hoc opposita facialiter esse compræhēditur: q̄ forma ei⁹ super visum perpendiculariter erigitur: quod esse nō posset: nisi opponeretur. Amplius quum opponitur videtur: laiet autem quum non opponitur.

Decimaquinta conclusio.

69. Situm obliquitatis compræhendi ex compræhensione diuersitatis distantiæ extremorum rei visibilis.

Quum enī certificatur distantiā secundū quod docet. 13. ppositio hui⁹ capli: necesse est vt si extrema inequaliter distare repperiantur: q̄ tunc res oblique respiciens oculum iudicetur.

Decimasexta conclusio.

70. Certam situs differentiam ex ordine speciei in oculo compræhendi.

Sicut enim ex ordine speciei compræhēditur ordinatio rei distincte vt supra ex secunda cōclusionē quarti capli: sic et ordinatio partium cognoscitur.

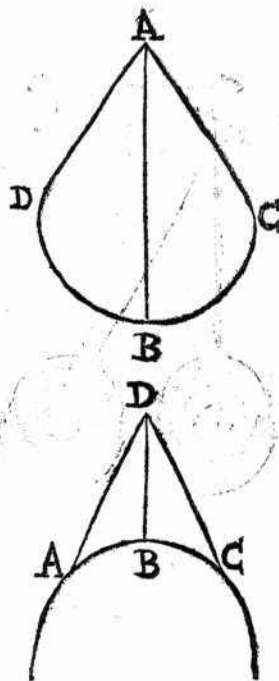
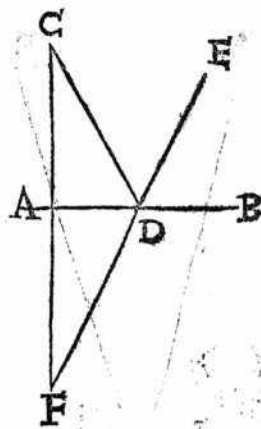
Decimaseptima conclusio.

71. Figuram rei visibilis ex duabus vltimis situs differentis compræhendi.

Verbi gratia ex maiori distātia mediū q̄ extremorum cōprehēditur concauitas: et e conuerso cōuexitas: et omnes figure incisionis compræhēduntur ex cōprehensione ordinis partium rei visibilis.

Decima octaua conclusio.

72. Figuram rei visibilis multum distantis minime certificari.



B ill

PRIMI LIBRI PERSPECTIVAE.

Quis rō ē qz nec distātia certificari pōt: & p pñs nec sñ? nec figura: qz nō cognoscit ineqlitas lineaz.
Decimatioa conclusio.

Quantitatem angulū sub quo res videtur: minime sufficere quātitati rei visibilis capiendae. 73.

Loquit̃ hec cōclusio de angulo imaginario linearū: per quē phisice debet intelligi speciei recepte in oculo intēssio vel remissio tanta vel tanta. Stādo ḡ in imaginatione mathematica cōclusio pbat̃: si in circulo ducatur diametri se se secātes orthogonaliter: ponatur q̃ vna diameter sit fere directe obiecta oculo: reliqua vero nō: & per pñs oblique oculū respiciens: sub longe minori angulo apparebit: si cut p̃z in figura: nec tanto minor iudicatur quāto angulus suus est angulo alterius minor: sic enim non appareret circulus sed oblonge figure globus: quod falsum est.

Vigesima conclusio.

Compræhensionē quātitatis rei pcedere ex compræhensione angulū pyrae midis radiose: & ex basis cōpatione ad quātitatē angulū: & lōgitudinē distātiæ. 74.

Sola igitur cognitio quātitatis angulū nō sufficit ad quātitatē discernēdā: cōfert tamē ad hoc sicut p̃z ex quinta p̃positione capli quarti supra: angulus quidē compræhēdit ex dispositione forme in oculo: sed qz etiam ipsi radij ab oculo cōprehenduntur: vt docuit. 13. p̃positio huius: nō est certitudo noticie quātitatis nisi referēdo angulū equalē cū inequali lōgitudine radiose ad basim inequalem: qz in ala quietū est lineas ab angulo pcedentes tanto amplius abinuitē distare: quāto remotius p̃tenduntur: & per pñs tanto maiorē basim cōtinere. Quod autē virtus apprehēssua quātitatis ad longitudinem distātie respiciat: nec solū ad angulū: p̃z experimento: qm̃ si monoculus aliquē parientē magnum aspiciat: & quātitatē ei⁹ certificet: deinde oculo suo manū anteponat: ipsa manus videbit̃ sub eodē angulo vel sub maiori q̃ paries visus sit: nec tñ tanta ei⁹ apparebit: q̃tus paries apparet: qz minus distat.

Vigesima prima conclusio.

Certificatio quātitatis fit complete per motum axis. 75.

Apprehensio per ipsum certior est: & ideo defertur axis per basim & super spaciū & intra angulū sub quo res videtur: sicut apparere potest ex tertia quarti capli supra.

Vigesima secunda conclusio.

Nulla quantitas rei immoderate distantis est oculo certificabilis. 76.

Re enim multū distante: axis qui suo motu certificat visum in parte parua rei visibilis trāssat̃ nullū facit angulū sensibilē in centro visus: qm̃ vt supra p̃z: res multū distantes sub acutioribus videntur angulis: & ideo translatio axis intra acutum angulū modica: non est visui pceptibilis: nec satis efficax apprehensionis: amplius nec certificet quātitas spaciū iteriacētis vt docet p̃positio. 9. huius capli.

Vigesima tertia conclusio.

Distinctionem visibilium colligi ex distinctione radiantium formarum. 77.

Quando cū species oculum mouentes sunt diuersæ: & res diuersas necesse est apparere: nisi distātia ab oculo diuersitatem earum abscondat. Et per oppositum intellige q̃so apprehenditur continuitas que est nona intentio: & ex hoc intellige qualiter apprehendatur numerus qui est decima intēssio.

Vigesima quarta conclusio.

Motus apprehenditur ex diuersificatione situs rei motæ ad aliud immotū: vel ad ipsum visum. 78.

Quā diu cū hz eundē sñ ad aliū imotū: & ipm̃ immobile videt̃. Et qz visus nihil videt nisi sub forma p̃scripta: ideo p̃cipit motus quū apud cētū visus immoti variat̃ angulus declinationis sensibilis.

Capitulū septimū de erroribus qui accidunt vidēdo p̃ radios rectos.

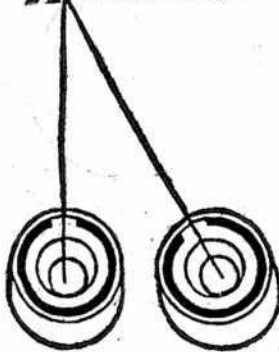
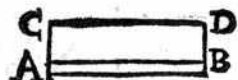
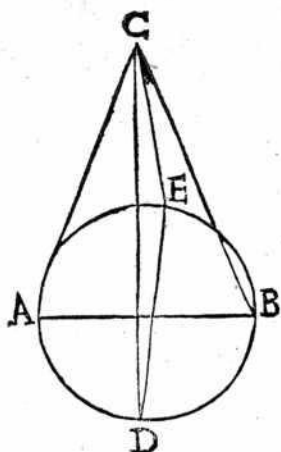
Prima conclusio.

MNE visibile ad vtrūq; oculū i maiori pte cōsistenter situari. 79.

Quod p̃z qm̃ qñ res vtroq; oculo inspicitur: vtriusq; pupilla ad rē dirigitur: & axes duoz oculoz in eodem p̃cto rei vise figuntur q̃ opponitur cētū vtriusq; & vno moto alter cōsimiliter mouetur: alij autē radij singulorum oculoz habent in maiori parte situm cōsimilem respectu axium: & ideo res apparet in maiori parte vna & eodē modo disposita vtriq; oculo: quoniam sicut supra p̃tuit certitudo rei visibilis est per axes.

Secunda conclusio.

Ex variato sensibiliter situ visibilis respectu duoz axium: ipm̃ duo apparere. 80.



CAPVT SEPTIMVM.

Si enī visibile ad vñū axem sit dextrū ad aliū sinistrū sensibili diuersitate: apparet vñū duo. Verbi gratia si figantur axes duorum oculorū. f. g. in punctis. h. k. diligenti intuitione apparebit. k. duo similiter. 2. h. q. vtrūq; est vñū axi dextrū & alteri sinistrū: pñā ptz ex dictis supra caplo. 3. cōclusionē. 2. & caplo. 4. cōclusionē. 3. & caplo. 6. cōclusionē. 13. Amplius si ex eadē parte respiciant axes sed ex magna declinatione ad partē vnā: sit sensibilis variatio anguli quē cōstituit radius sub quo videt res tāte declinationis cū vtrōq; axe: apparet similiter vñū duo: verbi gratia. m. pñctus ex eadē parte respicit vtrūq; axem. a. c. & b. d. tamen propter magnā varietatē anguli. m. a. c. & m. b. d. sit diuersificatio situs in oculo & apparet vñū duo: alijs etiam modis apparet vñū duo sicut supra ostēsum est.

Tertia conclusio.

81. In apprhensione visibilitū iuxta sentum & rōnē vel syllogismū variari.

Verbi gratia in luce & colore q̄ sensu cōprehenditur erratur ex distātia: multi enī colores iuncti ex distātia videntur vnus color: sicut & in luce debili vnus color videt alius esse. Ad si dixeris sensum nō decipi circa p̄prium obiectū. Scito p̄prium obiectū esse colorē tāsi & lucem: nō autē aliq̄ speciem lucis & coloris q̄ solo sensu minime capiunt: vt supra vitum ē. Similiter & secundum distāciam: ad sciētiā & rationem accidit deceptio: vnde mota aliquando videntur quiescentia & econuerso.

Quarta conclusio.

82. Stellas in orizonte maiores apparere quam in aliqua alia parte celī.

Hoc p̄batur ex. 9. cap. 6. quia magis distare videntur quādo sunt in orizonte: & q̄ ex equali angulo ad maiore distāciam relato: res maior esse iudicatur: vt ptz ex. 19. cap. 6. quē in orizonte sub eodē angulo representantur oculo sub quo alibi in celo: & sub maiori spatio videantur presentari: cōcluditur in orizonte rē apparere maiore. Tñ secūdiū veritatē si distātia esset maior (quod astrologi cōcedunt. s. q̄ est excessus medietatis terre) angul⁹ esset minor: & res videretur esse minor: nō autē sic est q̄ ille excessus est insensibilis respectu tante distātie: ideo angulus equalis ad apparens maius spatium res latus rem indicat esse maiorem: ad hoc etiam est interpositio vaporum de qua tangetur infra.

Quinta conclusio.

83. Corpora sphaerica ex distātia apparere plana.

Quia enī sphaericitas vel cōcauitas discerni nō possit: nisi ex cōprehēsa inequali distātia partium rei vñe ex. 17. cap. precedentis: necesse ē in hñōi p̄ceptione visum deficere immoderatione distātie: si igit nulla pars rei vñe plus distare videat: necesse est vñius dispositionis apparere totā superficiem rei vñe.

Sexta conclusio.

84. Quadratas magnitudines in distātia apparere oblongas.

Cuius ratio est: qm̄ excessus radiozū cadentium in latera quadrati oblique respicientia oculi: non est p̄portionalis p̄portione sensibili ad radios cadētes in lat⁹ quadrati directe oculi respicientis: p̄ cōparationē ad totā distātiā: visus q̄ non sufficit discernere obliquitatē lateris q̄ oblique videtur: & sub lōgiōrib⁹ radijs & minori angulo: & ideo tale lat⁹ apparet min⁹. Ad si angul⁹ q̄drati recte opponat⁹ visui: apparebit quadratū rotundū: visu obdistātiā nō comprehendente vel discernente angulum.

Primi libri perspektiue finis.

Liber secundus Perspectiue cōis de radiis reflexis: habet capita. 5. in quibus sunt propositiones. 56.

Capitulum primum de natura & proprietatibus reflexionis.

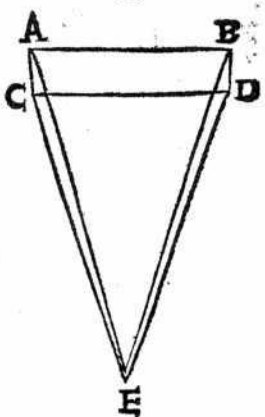
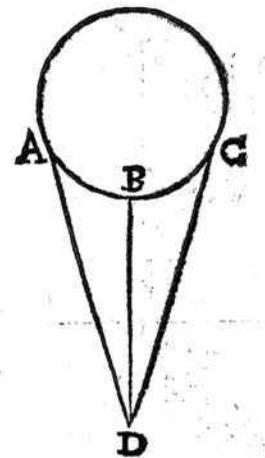
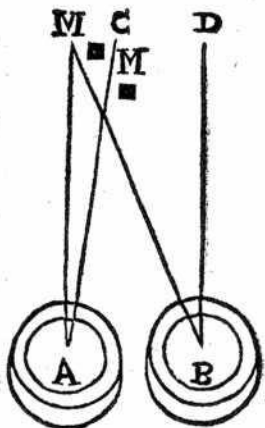
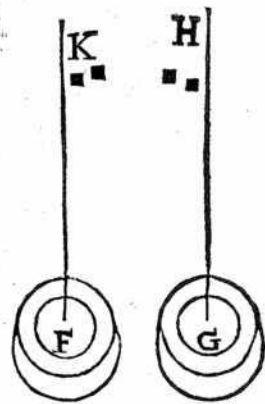
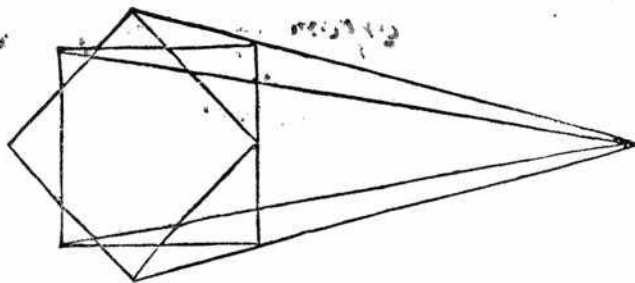
Prima conclusio.

VCES primarias & secūdarias puras & coloribus imixtas a densorum corporum superficiebus reuerbirari.



Hoc p̄ experimentū ptz in speculis ferreis & hñōi alijs. Amplius p̄pter reflexionē radiozū a superficie terre color intensior ē p̄pe terrā q̄ in medio aeris interstitio. Et sicut in vallibus ad q̄s dēstas vñiusq; mōdis radios reflectit. Cuius ratio est: qm̄ radius lucis & coloris per diaphanū aptus natus est succedere: & occurrente corpore dēso vel parū diaphano virtus radiationis & influentia radiosa nōdū terminata: quum indirectū trāsire nō possit: in reflexionē dūcitur diffusionis cōpulsus: nō sōlū occurrentibus corporibus & opacis & m̄stris: verū etiam perspicuis minori genere p̄prietatis: cuiusmodi est aqua & vitru. Imo forte ab omni corpore sublunari sit reflexio q̄ nullum est tam diaphanū qm̄ aliquomodo sit densum & opacū: nā de aere Aristoteles dat

B iiii



SECUNDI LIBRI PERSPECTIVAE.

exempli in quodā hoīe q̄ suam faciem ante se videbat in acre. Unde radius solis quo ad sui nobilitatē partem reflectitur ab aqua & cum hoc secundū aliquid sui aquam ingreditur lustrans eam: unde aliquis in aqua existens videre potest solem & lunam.

Secunda conclusio.

Reflexiones solas a regularibus superficiebus factas oculo sentiri.

2.

Dico superficies regulares illas que sunt leues terse nitide & dispositionis uniformis i situ partium suarū: verbi gratia planas: cōcavas: cōvexas: & hmoi. Irregulares autē sunt superficies corporū aspectū in quibus alie partes alijs supeminēt nec omnes equaliter situantur: nā in talibus radius vel lux cadens dispergitur & distrahitur: ne regulariter oriri super oculū possit. A superficiebus autē regularibus eodē modo reflectitur ordinate: quo in ipsis recipitur secundū pyramides radiosās: & ideo q̄ visus nō sit sine pyramidibus radiosīs: p̄ tales & non alias superficies contingit speculari: sicut enī radij si essent in directum porrecti: ostenderēt oculo illud cuius sunt: sic & reflecti illud ostendūt: sed alio modo. i. debiliore & p̄postero: essentiale est enī radijs corpora declarare quorū sunt similitudines.

Tertia conclusio.

Luces reflexas similiter & colores debiliores esse directe radiantibus.

3.

Cuius causam prebet nō solum elongatio a fonte imo magis debilitas ex obliuatione: rectitudo si quidē cognata est processui lucis: sed etiam in omni opere nature dirigit & expedit naturā: omnis enī motus tanto est fortior quāto est rectior: & per p̄ns rectitudine sublata: necesse erit languescere ex parte vigorē. Et hec est ratio quare lumen solis transiens p̄ vitreas coloratas colorem ipsum facit sensibilius radiare & tingere opacū sibi obiectum: p̄pter fortitudinē sc̄z radij solaris quasi directe radiantis: nō autē hoc pōt radij a solido reflexus: fortitudo enī lucis necessaria ē colorī nō solū movēdo ipm̄: s̄ etiam movēdo cū ipso medium: in q̄ excedit radij fortitudo vitri penetrantis: quāvis aliquantūlū frāgā.

Quarta conclusio.

Reflexiones factas a superficiebus fortiter coloratis: nihil aut tenuiter visum mouere.

4.

Dico visum mouere. i. representare ei res quarū sunt species. Cuius ratio est ut primo patuit q̄ lux directā fortior est q̄ reflexa similiter & color: q̄ si ipsa superficies sit regularis & multū polita: res in ea vide ri poterunt non tamen ut sunt sed colore speculi vestite.

Quinta conclusio.

Luces & colores a speculis reflexos res quarum sunt species oculo ostendere.

5.

Quod p̄z qm̄ species genita a re visibili essentialiter habet rem ostendere cuius est similitudo: qm̄ in se ipsa esse fixam nō habens. i. de se visibilis nō existēs: necessario ducit in alterum cuius est: quāvis ergo reflectatur: manet sibi essentia sua: & ideo rem ostendit: in alio tamē situ: cuius ratio infra patebit.

Sexta conclusio.

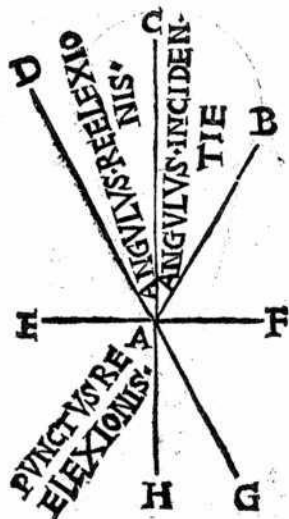
Angulos incidentiæ & reflexionis æquales esse: radiūq̄ incidentē & reflexum in eadem superficie esse cum linea erigibili a puncto reflexionis.

6.

Dicitur angulus incidentie quē constituit radius cadens super speculū: cū superficie speculi ex vnā parte vel ex alia cū linea imaginabiliter erigibili a p̄cto reflexionis. Angulus autē reflexionis est quē cum eisdē constituit radius reflexus. Equalitas autē angulorū experimento colligit: & ratione ut ch̄q̄ probatur: qm̄ si radius incidēs trāsire posset in p̄fundū speculi: cū linea p̄pendiculari erigibili sup p̄ctū reflexionis in p̄fundū ducta: constitueret angulū equalē angulo incidentie: q̄ angulī cōtra se positi sunt æquales ex secūda cōclusionē quarti capiti p̄mi libri geometrie: q̄ eodē modo resillit quo trāsiret: necesse est ad equalē angulū reuerberari: unde si perpendiculariter cadit in speculū in se reflectit: si oblique: reflectitur in partē aliam: sicut etiam in motu corporali p̄z qm̄ aliquid ponderosum descēdēs motu recto in solidū corpus: vel proiectū linealiter si recte proiectū p̄ eandē lineam reuerberat: si oblique p̄ cōsimilē resillit in oppositā partē. Amplius p̄pendicularis radius fortior est alijs: nō solum p̄pter conditionē radij absolutā: sed propter modū oriendī super re obiectā: sicut p̄z ex declaratione secūde cōclusionis sc̄dī capiti p̄mi libri huius: fortitudo igitur radij cadentis est sc̄dū q̄tatem anguli radij quē constituit radius in cadendo: sed fortitudo radij in reflectendo est sc̄dū fortitudinem radij in cadēdo: igitur motus reflexionis sequitur motū incidentie. Amplius dictas tres lineas esse in eadē superficie p̄z: q̄ radius incessui rectitudinis: ut est possibile: se cōformat: qm̄ ut dictum est in principio secūdi capituli p̄mi libri huius innata est luci rectitudo: q̄ si superficiem istam egredieretur: dupliciter a rectitudine deficeret: & resiliendo & diuertendo.

Capitulum secundum de diffinitione & diuisione speculi.

Prima conclusio.



CAPVT SECVNDVM.

7. **DIAPHANEITATEM speculi essentiam non intrare: et tamen per accidens aliquid conferre.**



Si enim res in speculo ostenditur per radios reflexos: ut tam patet: sola leuitas superficiei est necessaria speculo: & perspicuitas per quam species in profundum ingreditur speculi impedit et non expedit visionem: nisi prouideatur impedimento: quoniam reflexio est a densio: quod densum: propter quod specula consuetudine vitrea sunt plumbo subducta. Quod si: ut quidam fabulantur: diaphaneitas esset essentialis speculo: non fierent specula de ferro et calibe: a diaphaneitate remotissimis: nec eam de marmore polito: cuius tamen contrarium videmus. In ferro autem et alijs huiusmodi propter intensiorem nigredinem non est efficax speculatio. In quibusdam tamen lapidibus debilis coloris quales sunt adamas vel carbunculus multo clarior est speculatio quam in vitro.

Secunda conclusio.

8. **In speculis vitreis plumbo abrafo nihil apparere.**

Cuius ratio est quoniam si a vitri superficie fiat aliqua reflexio: tamen quoniam vitrum ex aliqua parte non obscuratur transsit per ipsum lux directas: que reflexam vincit fortitudine sua: sicut patet ex tertia precedentis capiti: quod si apponatur pannus obscurus vel niger vel huiusmodi aliquid: poterit videri quod tunc nihil directe transsit per vitrum quod sit magne in radiando efficacie.

Tertia conclusio.

9. **Superficies regulariter speculares septiformes esse.**

Formam speculi hic vocamus improprie figuram eius planam vel curuam etc. Est enim speculi planus: et sphericus tam concavus: quam convexus: est pyramidale tam intra quam extra politum: est etiam colunale politum extra: et intra. Et in his septem differentiis plano scilicet spherico: concavo: convexo: pyramidaliter interiori et exteriori: sicut colunali interiori et exteriori: sunt per singula diuersa apparitionis genera ut patebit. Quaedam autem sunt superficies irregulares: scilicet partim plane partim concave vel coeue que quodammodo sunt politae: in eis tamen apparet facies distortae propter irregularem reflexionem a superficie diuersitate.

Quarta conclusio.

10. **Materia speculi est lenitas intensa: forma vero perfecta politura.**

Hic dicitur lenitas magna partium continuitas carens poris sensibilibus omnino: unde ligni et huiusmodi corpora non possunt esse specula. Politura vero dicitur omnis asperitatis ammotio: si igitur sit corpus lenis multum intense politum: erit speculi essentialiter. Ad hoc tamen ut speculi lucide visibilia representent: exigitur ut non sit coloratum colore sensibili: requiritur etiam ut nec puluere nec anhelitu nec humore sit repletum: et hoc est quod dicunt: oportet speculum esse tersum.

Quinta conclusio.

11. **Res in speculis apparere vniuersaliter debilius quam recte.**

Cuius ratio est quoniam ut patet ex tertia precedentis forme reflexe debiliores sunt: et ideo debilius representantur et debiliter mouent: propter quod homo vix suae forme recordatur. Amplius color speculi immiscet luci reflexe et eam obscurat: propter quod facies apparet tincta: latet et faciei maculae propter debilitatem reflexionis.

Sexta conclusio.

12. **In quolibet puncto speculi obiecto luminoso duas lucis terminari pyramides: vnam incidentem: aliam resiliens.**

Prima pars huius patet ex quarta primi capiti libri primi: et quod lux reflectitur a polito: sequitur secunda pars propositionis: ut etiam pyramides inde a quolibet puncto reflectantur: si istae pyramides sunt imaginariae.

Septima conclusio.

13. **A quolibet puncto luminoso: in quolibet puncto speculi obiecti radium incidere.**
Hec etiam sequitur ex tertio principio primi capiti libri primi.

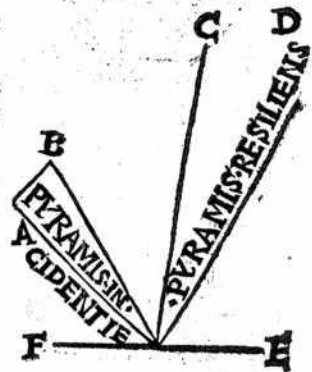
Octaua conclusio.

14. **A quolibet puncto luminoso porrigitur pyramidem: totam speculi superficiem occupantem.**
Hec similiter sequitur ex tertio principio primi capituli libri primi.

Nona conclusio.

15. **A superficie speculi infinitas fieri completas reflexiones formae visibiles.**

Hoc patet ex prehabitis: verbi gratia sit res visa plana: et speculi planum: tota species rei visae non solum recipitur in tota superficie speculi: sed in qualibet parte eius. Et quoniam partes speculi non coincidentes a quibus potest fieri reflexio sunt finite: per diuersam tamen compositionem cum alijs paribus sunt infinite partes coincidentes. Quum igitur secundum modum incidentie sit reflexio: oportet infinitas fieri reflexiones a quolibet speculo:



SECYNDI LIBRI PERSPECTIVAE.

Reculsi enī pyramidē altā et aliā sit visio in quolibet p̄fecto alio et alio. Idō tñ p̄pter hoc sunt infinita actu h̄ solā in potētia: q̄ hec ola sunt vñū corp⁹ lucis: reflexiones autē cōplete sunt: q̄ rem totā ostēdūt.

Decima conclusio.

Radium super speculum perpendiculariter orientem in se reflecti.

Hec sequitur ex. 6. capli precedentis: qm̄ si per altam lineam reflectetur: p̄ minorē angulū reflēret: et non essent equales anguli incidentie et reflexionis.

Vndecima conclusio.

Lucem reflexam per aggregationem fieri fortiozem luce incidente.

Om̄nis si quidē virtus unita plus potest quā dispersa et sicut radij quum sparguntur debilitantur: et quum adunant fortificantur: et ad aliquē effectū magis sufficiunt radij reflecti adunati: q̄ directi dispersi. Hinc est q̄ in speculis concavis sphericis ad solem positis ignis incēditur: si enī directe speculi radij solis opponatur: radij om̄es partim sup̄ vnum p̄ficiunt: partim sup̄ eandē lineam incidere necesse est: om̄es enī radij ab eodē circulo speculi reflecti cadunt in punctū vñū: q̄ talium sunt equales anguli incidentie: erunt igitur et reflexionis: sed radij a diuersis circulis cadunt in eandē lineam h̄ super diuersa puncta eius. Quod radij igitur directi ignem non generant: ex hoc p̄uenit q̄ radij solis cōcurrere non possunt: nisi fracti aut reflecti.

Duodecima conclusio.

Lucem speculo incidere & reflecti per lineas naturales

Linea si quidē radiosa naturalis est: nec saluatur radij essentia nisi in latitudine: et quia apparitio in speculis mutatur secundum diuersitatem figure speculi: planum est q̄ a puncto mathematico non sit reflexio: quia illius nulla est secundum superficies diuersificatio vel figura.

Decimatertia conclusio.

Formas apparētes in speculis p̄ impressionē i speculis factā minime videri.

Credunt enī hoīes nōnulli q̄ res in speculis appareant p̄ idola q̄ speculis imprimantur: et res quasi in idolis appareant: idola tñ ipsa p̄moveri. Et iste error geminatur: quidā enim dicūt ipsum idolū imprimi ipsi speculo: et ibi esse ac visum mouere. Quod multipl̄ falsum esse ostēdit: qm̄ in speculis ferreis et adamantinis vidētur res in quib⁹ nulla est perspicuitas receptiua impressionis. Amplius si res imprimeretur in speculo: diffunderet se in speculo vndiq̄ et posset res videri in om̄i parte medijs respectu speculi: qd̄ falsum est: nō enī videtur res nisi oculo existēte in eadē superficie cū p̄fecto viso: et puncto reflexionis: equalibus existētib⁹ angulis incidentie et reflexionis vt in sexta precedentis capli dictū est. Amplius q̄ritas idoli nunq̄ excederet q̄ritatē speculi qd̄ falsum est. Amplius si idolū imprimeretur speculo appareret in speculo: et nō vltra speculum: qd̄ falsum est: apparent enī idola in cōcursu imaginario radij visualis cum catheto vt statim declarabitur. Amplius perspicuitas nihil facit ad essentiam speculi p̄ se vt supra docuit p̄ma p̄positio huius capli. Idcirco dicūt alijs idolis nō imprimi in speculo: sed vbi res apparet in cōcursu radij cū catheto. s. vltra speculū vbi apparet idolū. Quod et falsum est: quoniam in a qua turris apparet esse in terra tantū q̄tum est in acre: et si ponat mons eneus in loco apparitionis: ita liquide apparet ac si esset ibi aer vel aqua: igit̄ ibi nihil imprimitur. Quid est igitur idolū seu imago speculi: dico q̄ sola apparitio rei extra locum suum. i. res apparens in alio loco ab eo in quo est. Verbi gr̄a aliquando oculus: vt supra patuit: vñū indicat esse duos: qd̄ est q̄ res apparet nō solū in loco suo: sed etiam extra locū suum: ita est in p̄posito q̄tum ad hoc: q̄ res in speculo secundū veritatē videt̄: sed in situ erratur et aliquādo in numero: vt infra dicitur.

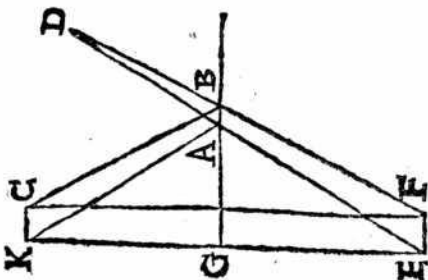
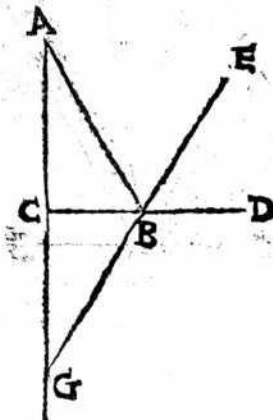
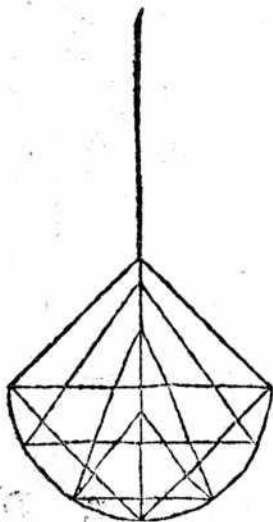
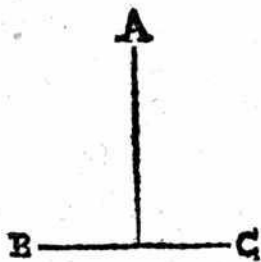
Capitulum tertium de speculis planis.

Prima conclusio.

IN SPECVLIS planis & alijs i maiori parte imagines app̄ parere in concursu radij visualis cum catheto.



Cathetus est linea p̄pendicularis ducta a re visa sup̄ superficiem speculi plani seu sphericī. In cōcursu ḡ imaginario radij visualis sub quo res videtur cū p̄pendiculari ducta a re visa sup̄ superficiem speculi apparet esse id qd̄ in speculo videtur. Cuius ratio colligi pōt ex. 13. p̄positione sexti capli p̄mi libri hui⁹: ipsa siquidē lōgitudō radioꝝ oculo presentatur: sed q̄ pars radij que reflecti mouet visum immediate: illa etiam mediante visus apprehēdit partē radij incidentis in speculi: ita q̄ totus radius p̄scinatur oculo quasi procedēs: in cōtinuum et directū: reflexio enī oculus aduertere nō pōt: q̄ nihil apprehendit nisi partē radij que visum afficit: necesse igitur est rem que in speculo videtur: si supra speculū est: sub eo apparere in concursu imaginabili radij cum catheto. Verbi gr̄a sit speculū. g. a. b. sit res visa. k. c. oculus vidēs. d. cadant ḡ radij. k. a. c. b. a re visa qui reflectant ad oculū p̄ radios. a. d. et. b. d. igit̄ res. k. c. videt̄ cōtinuari p̄ radios. k. a. et. c. b. radijs. a.



CAPVT TERTIVM.

d. z. b. d. igitur. k. a. z. c. b. videntur porrigi in pfundū speculi sub eisdē angulis sub quib⁹ reflectuntur: qz anguli contra se positi sunt equales: z cadit. d. a. in. e. z. d. b. in. f. Et in perpendiculari predicta siue catheto res eodē modo apparet quo in situ. p̄prio: dico in speculis planis: quia rectius est ibi app̄parere: z hec est ratio auctoris in lib. 5. cap. 2. secus alit in speculis cōcavis: vt infra dicei i suo caplo.

Secunda conclusio.

21. Altitudines in speculis suppositis euerfas apparere.

Hec p̄t ex prima: hoc tñ refert qz in speculis planis res visā tantū apparet in pfundū q̄tum de sup̄ eminet: qd̄ demōstratur. Ladat em cathetus a p̄cto viso. c. z sit. c. e. f. sitqz radius sub quo. c. videt. b. g. f. radius cadēs a re visā. c. g. certū est igitur in trigonis. c. e. g. z. f. e. g. qz latera. g. e. z. g. c. sunt equalia lateribus. g. e. z. g. f. sicut p̄t ex prima: z angulus. e. g. c. equalis est angulo. e. g. f. qm̄ cōtra se positi sunt equales: z anguli incidentie equalēs sunt angulis reflexionis: ḡ basis. e. c. equalis est basi. c. f. res igitur tantū apparet ultra speculū vel sub ipso q̄tum est supra. Ad si oculus videt se ipsum: idē accidet q̄uis perpendiculariter radius oritur: qm̄ vt dictū est: radius ip̄e cōprehēdit. Amplius si ea perpendicularis nō est scdm̄ esse naturale sed imaginariū: declinat igit radius scdm̄ veritatē: z ita p̄cedet demōstratio vt supra: in alijs tñ speculis aliter est vt patebit infra in capitulis sequentibus.

Tertia conclusio.

22. In speculis planis facialiter obiectis facies apparere præposteras: & sinistra dextris opposita permutatim.

Huius propositionis p̄ma pars p̄t ex p̄missa: ex eodē em̄ seq̄tur vt superius appareat inferius: ex quo seq̄uit vt anteri⁹ apparat posteri⁹. Amplius sc̄da pars seq̄tur qm̄ in eodē speculo cadēs res apparet sibi opposita: res autē oppositæ habēt dextra sinistris opposita permutatim. Quare alit res appareat sibi opposita ex hoc est qz pars radij mouēs oculū dirigitur in oppositū: z p̄pter hoc totus radius velut in partē illam quasi porrectus accipitur z per cōsequēs res in extremo eius videtur.

Quarta conclusio.

23. In speculis planis vnā solam imaginem permutatim apparere.

Sit em̄ res visā. a. in speculo. b. g. c. z sit oculus. f. sitqz visio p̄ radiū incidentē. a. e. z radiū reflexū. e. f. dico qz punct⁹. a. nō pōt reflecti sup̄ punctū. f. ab alio puncto speculi q̄ ab. e. qz si potest detur punctus in quē cadat radius. a. c. igit reflexio est ad equalē angulū: quū igitur angulus incidentie. c. sit maior angulo incidentie. e. qz est extrinsecus ad eum in triangulo. a. e. c. et angulus reflexionis ei cōiunctus maior angulo reflexionis. e. ḡ impossibile est cōcurrere radios. c. k. z. e. f. sup̄ punctū vnū ex parte. k. z. f. angulus em̄. b. e. f. cū angulo. g. e. f. valet qd̄ duo recti: ḡ angulus. b. c. k. qui est maior angulo. b. e. f. cū eodē angulo. g. e. f. valet plus q̄ duo recti: ḡ ex alia parte concurrent linee. f. e. z. k. c. per quartā petitionē p̄ini geometrie. Amplius si est alius punct⁹ reflexionis q̄. e. nō in longitudine speculi sicut ponitur sed in latitudine: ḡ erit ducere p̄pendicularē ab oculo equedistantē p̄. pendiculi erigibili ab alio puncto: z ita ab vno p̄cto plures erunt perpendicularares ducibiles quod est impossibile: z procedit hec demōstratio in reflexione radij respectu vnus oculi.

Quinta conclusio.

24. In speculo fracto: mutato situ partium: diuersas imagines apparere.

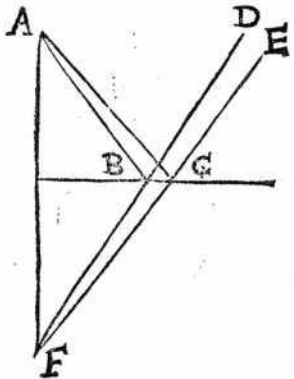
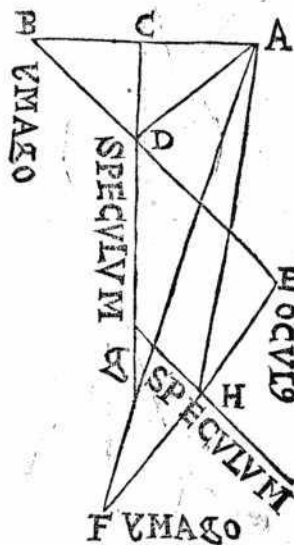
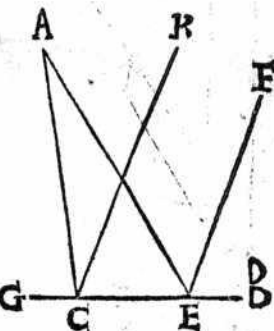
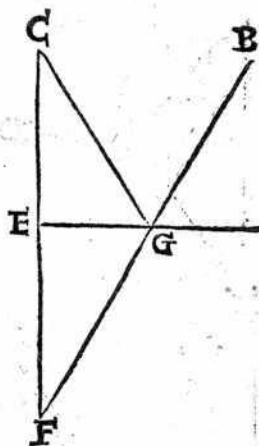
Hoc per experimentū p̄t qz si partes speculi fracti ad eundē situm coaptent qui erat ante fractionē: nō plures apparebunt imagines in fracto q̄ nō fracto: plurificatio em̄ apparationis nō est. p̄pter fractionē sed p̄pter situs partium mutationē. In speculo em̄ cōcavo integro plures apparent imagines vt infra patebit: sed qz vt docuit caplm̄ p̄cedēs a qualibet parte speculi fit reflexio sed in partes diuersas: ex mutatione situs partium fractarū fieri pōt vt sit reflexio ad eandē partem: z per p̄ns simul diuersas imagines apparere: z nō plures res sed vnā ostēdere. Amplius ex cōsimili causa accidit quādo speculū ponitur in aqua: tunc ex eodē luminoso plures cōtingit apparere imagines: sit enim reflexio a superficie aque: z qz lumē radiolum intrat aque. pfundum: necesse est igitur vt occurrēt speculo inde reflectatur: z ita iuxta diuersitatē situs partium z superficie speculi necesse est aliud eiusdem luminosi idoli apparere. Et sic credo cū sole nō stellā aliquā apparere: sicut multis videt z mihi falso etiam aliqui videbatur: sed ipsius solis ex diuersitate superficie aque z speculi diuersa idola ḡnari. Idola tñ hoc mō plura nō h̄z aliq̄ corp⁹ nisi sit valde luminosum: qz lumē aquā ingrediēs debile ē: z reflexum iterū a speculo debili⁹ vt vix possit nisi sit fortissimū originaliter ip̄essione sensibilē ḡnare.

Sexta conclusio.

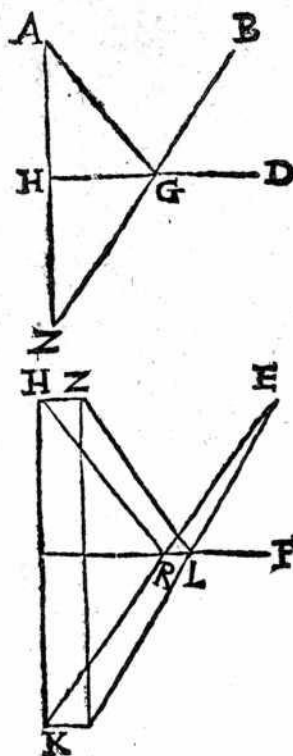
In speculo plano duobus oculis vnā apparere imaginem.

25. Cuius ratio est quoniam lz a diuersis punctis fiat reflexio ad vtrūqz oculū: tamen radij reflexionis secāt se z cōcurrunt in catheto z terminatur aspectus vtriusqz oculi ad idē p̄ctum: sicut p̄t aptatā de demōstrationem conclusionis p̄ime huius capituli vtrūqz oculo.

Septima conclusio.



SECYNDI LIBRI PERSPECTIVAE.



In omni superficie reflexionis quattuor præcipue puncta contineri: & quod 26.
extra illam est minime videri.

Idi quattuor pñti sunt centrum visus: pñctus apprehensus: tertius axis. i. perpendicularis linee recte ducte a centro visus in speculum: & punctus reflexionis: nec videtur quod extra superficiem istam est: sicut patet ex quarta propositione huius capituli.

Octava conclusio.

In speculis planis inuenire punctum reflexionis.

27.

Hoc nihl aliud est quā inuenire: vbi angulus incidentie & reflexionis sunt equales: sit enim. a. pñctus visus. b. centrū oculi speculi. d. g. h. ducatur cathetus ab. h. & pducatur vltra speculū quālibet. a. su-
pra speculū vsq; in. z. & ducatur linea recta. b. z. p punctū speculi. g. q est punctus reflexionis: ducatur etiam radius. a. g. angulus enim. z. g. h. equalis est angulo. d. g. b. q: ei oppositus: iterum etiam equales sunt anguli. h. g. z. & h. g. a. vī supra pñti: igitur eqles sunt anguli. h. g. a. & d. g. b. igitur a pñcto. g. est reflexio & nō ab aliquo alio. Cōtingit tamē vñū apparere duo in speculo plano: ppter elongationem visibilis ab axe sicut & in visibili directio supra ostensum est accidere.

Nona conclusio.

In speculis planis figuræ & quantitatis veritatem apparere.

28.

Sit speculū planū. f. l. r. cui sup emineat lōgītudo. z. h. & ducātur radij. z. l. & h. r. reflexi ad oculum. e. ducātur & catheti a punctis. h. & z. vsq; h. k. & z. s. qñ igitur catheti eque distātes sunt: erit imago in terminis cathetorū eiusdē qñtītatis: cuius est. z. h. g. qñtās eadē apparet que est directe & figura eadē: qñ quilibet pars tantū apparet sub speculo qñtum est supra speculū vī ex pñhabitis pñti: necesse est igitur partes inuicē eundē ordinem retinere quē secūdi vītutem habēt. Cōtingit tñ rem in speculis planis apparere minorē qñ sit: ex eisdem causis ex quib; in vīu directo scz ex distātia. Hoc igitur verum est q minor error accidit in his speculis: scz in situ tāti & in his que sunt omni speculo cōmunitas: sicut supra patuit in tertia propositione capiti pñti huius libri & in alijs nōnullis.

Capitulum quartum de speculis sphæricis exterioribus.

Prima conclusio.

N SPECVLIS sphæricis extra politis omnes accidūt errores: qui in planis. 29.



Cōmunes quidem cause errandi sunt: tum quia lux debilitatur ex reflexione: tum q res apparet extra locū suū: sibi ipsi opposita vī supra visum est: accidunt etiam plures errores q in planis vī patebit.

Secunda conclusio.

In speculis sphæricis exterioribus apparet imago in concursu radii cum catheto: id est linea ducta in centrum sphære. 30

Hoc pñari pōt per experimentū & ex causis naturalib; vī supra pñti in speculis planis. In hoc tñ est diuersitas q: in planis: vī supra visum est: res semp apparet tantum sub speculo: qñtum est supra: hic aut imago aliquādo apparet in ipsa speculi superficie: aliquādo in rā: aliqui extra. Verbi grā sit pñctus visus. e. oculus. g. punctus reflexionis. n. centrū vero sphere. d. planū ē q locus imaginis est. k. Qd si ponatur visibilis in. b. apparebit imago in. o. Et si adhuc ponatur visibilis pñtius sphere apparebit extra spheram: vī pñti per rāctanti. Pñctus autē reflexionis est facile inuenire præcipue vbi equales distant oculus & res vīsa a sphaera: alias in inueniendo pñcti maior est prolixitas vel difficultas q vilitas: sicut pñti inspicienti capitulum de imagine apud hācē. Ex hoc etiam apparet q imago in his speculis est propinquior speculo q res vīsa: quod non est in planis: vī supra patuit.

Tertia conclusio.

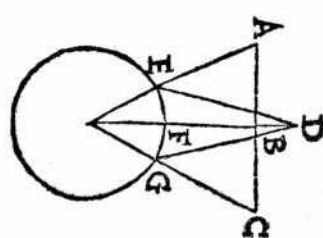
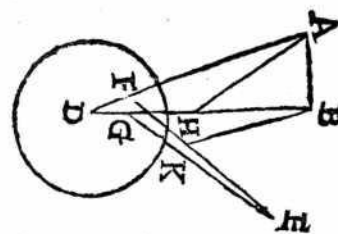
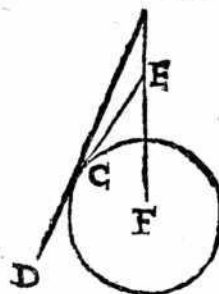
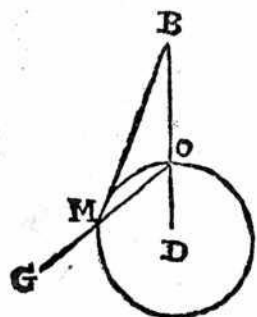
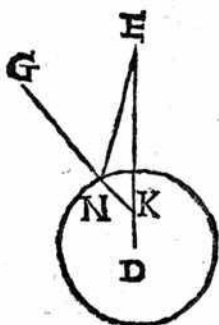
In speculis sphæricis exterioribus partes rei: sicut sunt: ordinatas apparere. 31.

Verbi gratia sit res vīsa. a. b. centrū speculi. d. oculus. e. planū est q radius. e. h. cōcurrēt cū ppendiculi in pñcto. f. & radius. c. k. in pñcto. g. erit igit imago. g. f. minor quidē re vīsa vī patebit in cōclusionē. 5. huius: tamē partes incōfuse apparēt & ordinate vī patuit supra lib. pñmo huius capiti quarto apparet: sicut patet ductis lineis ad. a. b. nam sicut in. a. b. sequitur ibi.

Quarta conclusio.

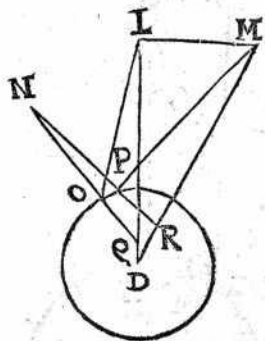
In speculis sphæricis: recta in maiori parte curua apparere. 32.

Hoc intellige de curuitate nō ad centrū speculi inflexa: sed a speculo auersa. Verbi grā: sit res vīsa. a. b. c. oculus. d. qui nō sit in eadē diametro cū re vīsa: & reflectatur ad oculū p. d. e. d. f. o. g. apparet igit curua: qd ad sensum demonstrari nō potest in plano: sed in solida figura facilius apparebit experimēto.



CAPVT QVARTVM.

tator. Cuius ratio est qm̄ in oibz speculis figura imaginis sequit̄ modū superficiē rēuerberātis: sūt
est a superficie reflexio secundū modū superficiē: sed qz res vīsa apparet optz vīz et curuitas rei appa-
reat: nō in reflexione ad speculū: sed in auersione a speculo: ad hoc facit qd̄ dictū est in cōclusionē. Is.
et. 17. sexti capli pmi libri huius. Et hoc est intelligendū qm̄ vīsus nō est in eadē diametro cum re vī-
sa et centro sphere. Etiam ex causa sili apparet qd̄ in sup̄ficiebus irregularibz sicut in speculis qbusdā
valde diuīsis facies apparēt monstruose. In predictis tamē speculis aliquādo recta apparēt nō re-
cta: vīz si linea vīsa et centrum sphere sint in eadem superficie cū ipso vīso. Verbi gr̄a sit res vīsa. l. m.
oculus. n. puncta reflexionis. o. p. centrū sphere. d. planum quod idolum est. q. r.



Quinta conclusio.

23. In speculis sphaericis imagines in maiori parte minores esse rebus visis.

Huius ratio a duobus sumit: pmo qm vt supra vifum est: cōcurfus radiozū cum catheto in fphericis propinquo: est oculo q̄ in planis: radij autē ab eodē pūcto pcedentes quanto magis p̄tenduntur tanto habēt extrema magis diftāta: ⁊ eōftrario quāto minus p̄tendunt: tāto minus diftāt extrema: ergo ficut dēmonftratum est in planis equalē eſſe imaginē rei viſe: eodē modo ſequit in fphericis mino rē eſſe. Scdo qm a maiori ſuperficie fit reflexio in planis q̄ in fphericis: ſicut pbat aucto: libri de ſpe culis: cuius cauſa eſt: qm radij a cōuexis reflecti: magis diſgregant q̄ a planis ppter declinationem circuli a quo eſt reflexio: vt igit radij ad vifum cōcurrant: optz a breuiori ſuperficie fieri reflexione: ⁊ per cōſequēſ rem apparere minoꝝ. Et hec eſt intētio auctoris libri de ſpeculis: que intelligēda eſt in maiori parte: qm in aliquo ſuo cōtingit rem apparere in his ſpeculis eiufdē q̄ritatis: ⁊ in aliquo ma ioris ſicut pbat in .6. proſpectiue: cū vñ imago nō equediſtat rei viſe: quā etiam facit angulum acutū cum radio cuius caſus eſt p̄pinquo: centro: ⁊ ſic quā p̄pinquo: ē pōt imago eſſe equalis vel maior: ⁊ hoc latuit auctoꝝ libri de ſpeculis: ppter ſitum ſi quidē obliqui rei reſpectu ſpeculi cōtingit vñū radiū reſpectu alterius breuiari: vt ex aliquo inceſſu poſſit imago excedere rem vel ei equari.

Sexta conclusio.

24. In speculīs cōnexis: quo minora sunt: eo in eis minores imagines apparere.

Quis ratio est manifesta: quoniam quanto sphaera est minor: tanto concursus cum cathero est cetero propinquior: et locus imaginis angustior: quo minoris semidiametro obuiare dignoscitur.

Septima conclusi6.

25. In speculis columnaribus extra politis: eosdem accidere errores qui in planis & sphaericis.

hic est sermo de columna rotunda que in longitudine conuenit cum planis: in rotunditate cū sphaericis: idco vtrozque errores participat.

Oitava conclusio.

- 26. In speculis columnaribus tripliciter fieri reflexionem.**

¶ Potest enim fieri reflexio a longitudine columnæ: vel a transuerso: vel a medio situ inter utrumque obliquo: quum autē sit reflexio a longitudine cōtingit sicut in planis. scilicet cū linea visa est equedistans lineæ longitudinis colli: et tūc est locus imaginis concursus radij cum perpendiculari ducta super colli longitudinis: et tunc apparet res sicut in planis: hoc excepto: quod quæ reflexio fit a lineâ naturali: opter curuā apparet: sicut supra de speculis cōueni vifum est. Quod si fiat reflexio a transuerso colli: ut fiat reflexio a lineâ circulari equidistanti basiBUS colli: erit locus imaginis cētrum circuli reflexionis: et apparitio similatur quodāmodo ei quod in sphericis est predictum: ut locus imaginis aliquādo appareat infra circulum: aliquādo extra: aliquando in ipso circulo: res tñ minor apparet quā in sphericis. Quum vero a medio fit reflexio: accidit etiam variatio de q̄titate: in quātum sectio colli magis accidit ad longitudinem vel latitudinem columnæ: et potest esse locus imaginis similiter vel vltra vel citra speculum: vel in ipso speculo.

Nona conclusio.

27. In speculis piramidali⁹ extra politis: multiplicari reflexiões sicut i colūnarib⁹

hoc p[ro]p[ter] q[uo]d p[oss]u[n]t fieri reflexio a l[ong]itudine pyramidis: vel a latitudine: vel a medio: ⁊ sc[ilicet]m hoc diuersi
ficant apparitiones: sicut in col[um]nariib[us]: ⁊ m[od]o p[re]dicto etiā diuersificat locus imaginis: ⁊ figura rei ap
parētis. hoc t[ame]n differt: q[uia]m in his apparet imago pyramidata: eadē ratione qua col[um]naris in col[um]na:
vnius rei t[ame]n ab vno p[ro]fuito sup[er] vnu locū sit reflexio: sicut in col[um]nariib[us] ⁊ alijs exterius politis.

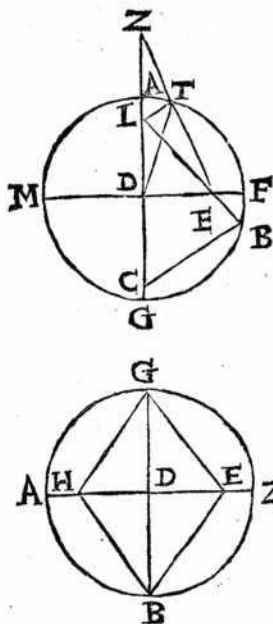
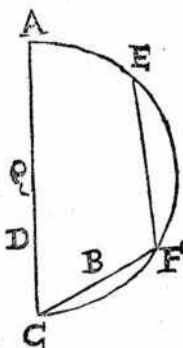
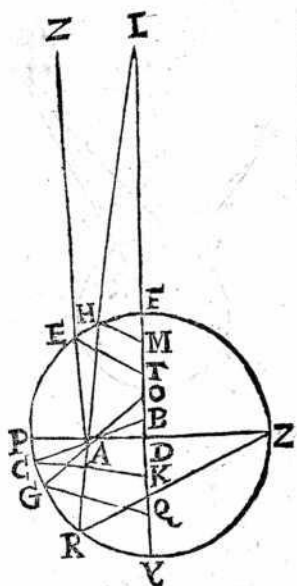
Decima conclusio.

28. In speculo pyramidalí q^d loc⁹ reflexionis ē cono ppinq^{or}: eo imago minor.

Hoc p[ro]p[ter] ex his que supra habita sunt de speculis sphericis cōu[er]sis p[ro]p[os]itionib[us] §. 7. 6. huius cap[itu]li.

Capitulum quintum de speculis sphaericis interioribus.

Prima conclusio.



IN speculis sphaericis concavis: qm possibile, ē radiū ppēdiculari nō cōcurrere: necesse est a liter q̄ in pmissis locū imaginis apparere.
 Terbi gratia esto speculum concavum .f.p.y. cuius centrum sit .d. et ducatur semi diameter .d.p. et sit in ea oculus .a. ducaturq; alia diameter istam orthogonaliter secans: quē sit .y.f. ducaturq; .a.e. equedistans .f.y. signenturq; puncta in .y.f. diametro .m.t.k.q. manifestum erit q̄ .a.e. non concurrat cum perpendiculari cum sit ei equedistans: unde si visibile ponatur in .m. reflectitur a puncto .n. et concurrat cum perpendiculari extra speculum in puncto .l. si in .t. reflectitur ab .e. et non concurrat cum perpendiculari: si in .k. reflectitur a puncto .c. et concurrat cum perpendiculari in puncto .b. in .q. vero reflectitur a puncto .g. et concurrat cum perpendiculari in pñcto .o. Qd si sumatur in diametro .d.p. punctus .j. et ipse reflecti poterit a puncto .r. et non concurrat .a.r. radius cum perpendiculari .p.d. nisi in ipso oculo. Ergo locus imaginis puncti .m. est ultra speculum in .l. et locus imaginis .k. retro oculum in .b. locus imaginis .q. retro oculum in .o. locus .j. in ipso oculo: locus imaginis .t. in ipso speculo. Quia enim .t. divisibilis est pñctus: secundum superiorem sui partem deberet apparere ultra speculum: secundum inferiorem vero infra: quia autem forma est una necesse est ut appareat in medio loco scilicet in ipso speculo in puncto .e. In hīs diversitatibus apparitionum nusquam apprehenditur veritas imaginis nisi quum ei⁹ locus fuerit extra speculū: aut inter visum et speculū: unde q̄ apparet in ipso oculo vel retro caput: nō apparēt cū certificatione rei visibilis: qm visus nō est nat⁹ acquirere formas nisi obiectas facialiter.

Secunda conclusio.

Res existens in centro speculī concavi non videtur.

Reflexione dico videri non potest: quoniam radij ab ea perpendiculariter cadunt super superficiem speculī: redeunt ergo in se ipsos: et ita ad nullum punctum declinant extra centrum: quum igitur oculus sit extra centrum: non videbit id quod in centro est.

Tertia conclusio.

Oculus existens in centro speculī concavi sphaerici videt se tantum.

Hec sequitur ex pmissa indirecte: quoniam quum res extra centrum posita radios habeat super superficiem speculī cadentes oblique: sequitur etiam ut radij ad partem oppositam reflectantur: et non in ipsum centrum: equales enim sunt anguli incidentie et reflexionis.

Quarta conclusio.

Oculus existēs in semidiametro speculī concavi sphaerici nihil videt eorum quæ in illa semidiametro continentur.

Sit enim diameter .a.q.c. et sit oculus in parte diametri .q.c. in puncto .d. Dico igitur q̄ impossibile est aliquem punctum lineę .q.c. redire in .d. q̄ si potest: cadat linea .c.f. planum est q̄ reflectetur ad eundem angulum: et erit linea reflexa per consequens chorda equalis portionis sicut est .e.f. quod esse non potest ex parte ista: ergo necesse est ut in partem aliam reflectatur.

Quinta conclusio.

Quilibet pñct⁹ diametri speculī cōcavi q̄tūcūq; pductæ: pōt eē loc⁹ imaginis.

Terbi gratia sit circulus .a.m.g. sitq; diameter .a.g. centrum sit .d. summatu alia diameter .m.f. sitq; oculus .e. Planū est quoniam .l. videtur in .j. si anguli .d.t.l. et .d.t.e. sunt equales: similiter et pñct⁹ c. reflectitur a pñcto .b. ad .e. et videtur in .l. et ita secundum diversam situationem rei visibilis potest videri in parte diametri quantūcūq; productę: dum tamen proportionetur quantitati speculī.

Sexta conclusio.

Punctum visum in speculo concavo sphaerico: a pluribus locis speculī reflexum: possibile est vnicam habere imaginem.

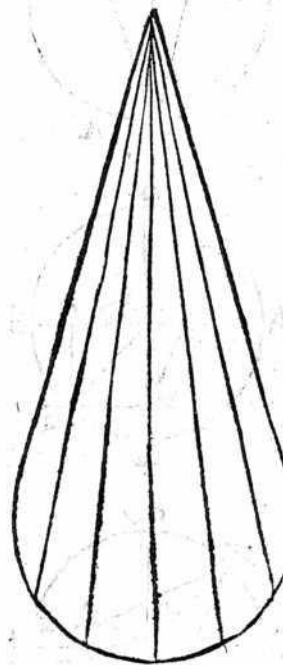
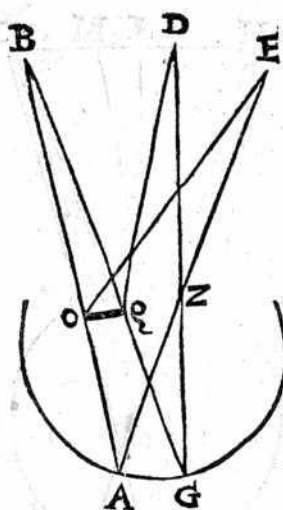
Quāvis cū a plurib⁹ locis fiat reflexio simul: nō tñ ppter hoc necesse est diversas apparere imagines: qm oēs radij visuales talis speculatiōis in eodē pñcto cōcurrunt cū eatheto: et hoc intelligit cetero visus et reuisa existētib⁹ in eodē diametro: tñ cū possibile est ut a quolibz puncto circuli fiat reflexio: vnica tñ existēte imagine. Terbi gfa sit speculū .a.b. et sit diameter .a.b. in qua sit .h. res visa: et .c. ceterū visus: dico q̄ reflexio est a puncto .g. qm triāgulus .h.g.d. est equalis triāgulo .g.d.e. ut patet ex laterib⁹ et angulis q̄ sunt sup. d. et erit locus imaginis pñctus .e. Si sit reflexio a pñcto .b. eadē rōne: et ē idē loc⁹ imaginis: imo sit parī rōne reflexio a toto circulo q̄ p lineā .b.g. intelligit: et tñ ē vnica imago scz .e. dico circulū quē sup diametru .a.b. imaginārī imota describeret .g. pñct⁹ orbiculariter mor⁹.

Septima conclusio.

Re visibili & visu extra sphaeram existentibus in diuersis diametris: ab vno solo puncto fit reflexio.

C ii

SECUNDI LIBRI PERSPECTIVAE.



Cuius ratio est: quoniam in solis his speculis res apparet i oculo vel retro oculis: visus autem non est nisi acquirere formas nisi rerum facialiter obiectarum: et ideo res quae aliter apparet: dubias et confusas necesse est apparere.

Duodecima conclusio.

In speculis concavis res nunc conuersas: nunc euerfas apparere.

50.

Hoc ex libro alkindi de speculis facile demonstratur: quoniam radij in aliquo situ concurrunt: et in aliquo non: quoniam autem concurrunt: illa que sunt intra confluentiam radiorum apparent euerfa: quoniam vero extra: apparet sicut sunt. Verbi gratia radij b. a. reflectitur ad e. radius autem b. g. ad d. quoniam igitur radij intersecuntur in puncto. 3. oportet res que sunt intra intersectionem aliter apparere: quam que extra sunt: quoniam que intra sunt apparent sicut in planis euerse eadem ratione: que vero extra apparet sicut sunt. Et tunc huiusmodi demonstratio est iuxta illud principium: sub elevationibus radijs visa eleuatiores apparere: quoniam cum in concursu cathetorum. e. o. z. d. q. idolum videatur euersum: tunc validior est imitando visum ipsa dispositio radiorum oculum mouentium quam cathetorum: que linee sunt imaginabiles: quod si non hoc auctor huius libri de speculis intellexit: credo quod errauit. Si quae vero prolixior delectet huiusmodi demonstratio: sextum consulat perspetiue. Sed si que est intra confluentiam eius: punctus inferior videtur sub eleuatione radio et concurrere: ergo plane videtur euerfa: cuius euerfio potest ducendo cathetos alias ultra speculum.

Decimatertia conclusio.

In speculis concavis res aliquando pares: aliquando maiores: aliquando vero breuiores apparere.

51.

Hoc laboriose et prolixè demonstratur in .6. perspetiue: sed breuiter colligitur ex premissa: quoniam que intra confluentiam radiorum sunt: maiores apparent quam sunt: que vero extra sunt: secundum diuersitatem situs apparere possunt maiora vel minora vel equalia: iuxta quod remotiora vel propinquiora sunt ab intersectione: et ex hoc apparet quod quanto a speculo remotiora sunt tanto maiora apparent.

Decimaquarta conclusio.

In speculis concavis ex diuersitate situum quedam apparere recta: quedam curua: quedam conuexa.

52.

Hoc latuit auctorem libri de speculis: qui in omni situ apparentibus: curuitatem attribuit: huius autem conclusionis diuersitas diffuse demonstratur libro .6. capto .6. huius autem veritas potest per oppositum ad ea que dicuntur circa quartam et quintam conclusiones capiti precedentis.

Decimaquinta conclusio.

In speculis columnaribus intra politis eisdem errores accidere: quos in speculis sphaericis & concavis.

53.

Hoc diffuse demonstratur libro septimo capto octauo: quod quia satis est probabile non oportet in eius demonstratione laborare: et intelligere errores in omnibus predictis scilicet in numero istarum imaginum: et situi: et rectitudine et curuitate apparitionum.

Decima sexta conclusio.

In pyramidalibus concavis omnes errores accidere: quod accidit in columnaribus concavis.

54.

Etiam istud demonstratur in sexto libro capto nono et satis liquet ex predictis.

Decima septima conclusio.

In speculis concavis ad solem positus ignem generari.

55.

Quod speculi si sit portio sphaere: generatur ignis in centro eius quoniam conuertitur directe ad solem in concursu radiorum reflexorum cum radio incidente. Secus est autem in speculis concavis scilicet figure oblonge irregularis factis per artem traditam in libro de speculis comburentibus: in illis enim reflectuntur radij omnes extra locum incidentie prope vel longe iuxta hoc quod speculi est magis vel minus concauum: omnes autem radij a tali speculo reflecti concurrunt ad punctum unum: ad aerem disgregandum et inflammandum. In speculo autem concavo sphaerice figure non fit reflexio omnium radiorum in punctum unum: sed ab aliquo circulo vnde debilitate exurit: ut patet supra conclusione vndecima capiti secundi libri .2. huius.

Decima octaua conclusio.

Stellas quasdam ex reflexione radiorum solarium ad ipsas apparere scintillare.

56.

Quum enim stelle sint corpora solida equalis superficiei: necesse est ut habeant superficies speculares: reflectunt igitur radios solares: sed quia continue mouentur corpora celestia: variatur continue angulus incidentie: et per consequens reflexionis: sensibilis autem variatio facit quandam vibrationis apparentiam. Hoc autem habet auctor perspetiue non dicit: sed est opinio quorundam philosophorum in secundo de celo. Nilque autem videtur non tota causam scintillationis esse oculorum defectum a scribenda: nec conatus quisque nec radiorum inuolutio hoc oculo efficere videtur: quoniam videamus superficies deauratas soli oppositas: et multa

ta forti luce supflua scintillare: que summa facilitate oculo presentatur. Amplius visus deficit tantum in comprehensione quorundam planetarum sicut altissimi stellarum. Amplius canicula et alie quedam inter stellas fixas clariores videntur quam alie: ubi nec visus plus conatur nec reuerberat magis quam in aliis: quod defectus visus quibus ad hoc conferre possit: non tamen sufficit. Sed fortasse dices si specula sit stelle: quod videndo stellas debemus videre sole. Item eadem ratione planete scintillare deberent. Ad primum dico quod si totum celi esset speculum: oculus tamen in centro existens videret se tantum sicut patet ex tertia propositione huius capiti: quod ergo equales sunt anguli incidentie et reflexionis: radius a sole cadens in stellam reflectitur vel in se si perpendicularis est: vel in aliam partem celi: si non est perpendicularis: quod non in terra. Ad secundum respondeo quod planete non scintillant quod propter sunt: radius enim solis cadens super corpus stelle fixe propter remotionem stelle facit angulum incidentie in stella: et per consequens angulum magni reflexionis: ita quod propter elongationem radii a stella potest visus advertere aliquo modo diversitatem luminis stelle et solis reflecti a stella. Contrario autem in corporibus planetarum quod prope sunt: angulus minor est quam angulus incidentie et reflexionis cum superficie stelle: et propter hoc aspectus noster non distinguit inter lumen ipsius stelle et lumen solare reflexum a stella.

Secundi libri huius perspektive finis.

Liber tertius perspektive cōis: de radijs

fractis: habet capita duo in quibus sunt conclusiones. 22.

Capitulum primum de vera scientia radiorum fractorum.

Prima conclusio.

1.



OLVS perpendicularis porrigitur recte: alterius diaphaneitatis medio occurrente.

Ista propositio patet ex declaratione prime secunde et terte conclusionis si capiti secundi primi libri huius ubi est dictum de his radijs quod verbi et reale: et quid imaginarij sit credere cum nec decipiamur: imaginamur enim species lucis et coloris velut quasdam lineas et angulos atque pyramides ad faciendas demonstrationes modo geometrico.

Secunda conclusio.

2. Fractio radii in ipsa contingit tantum superficie medij secundi.

Cuius ratio est: quoniam lux in omni diaphano recte movetur quoniam est in se: quod incurvatio vel declinatio a rectitudine esse non potest nisi in contiguatione duorum diaphanorum. Ad si in eodem corpore continuo sit diversificatio secundum rarum et densum sensibiliter diversum: an in tali diaphano lux habeat declinationem in se: satis est per se quod credo tamen per affirmativam verioris quoniam auctor iste contrarium sentire videat.

Tertia conclusio.

3. Anguli fractionis diversificantur secundum diversitatem declinationis: et differentiam diaphaneitatis secundi medij.

Cuius ratio patet ex predictis: quoniam due sunt cause fractionis: una a parte radii: debilitas scilicet eius ex declinatione: et alia a parte medij diversitas scilicet diaphaneitatis: et quod quanto maior est declinatio: tanto maior est debilitatio: sequitur etiam ut iuxta hoc maior sit fractio. Amplius ex parte medij: quod quanto densius est tanto magis resistit: sequitur ut proportionalis non fiat transitus in medio densiori nisi cum maiori fractione quam in medio rariori. Et ideo quo densiora sunt media secunda: eo res necesse est apparere maiores vel minores: sicut infra docebitur.

Quarta conclusio.

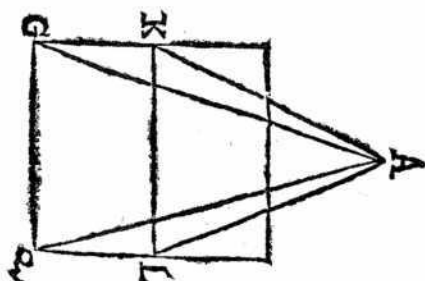
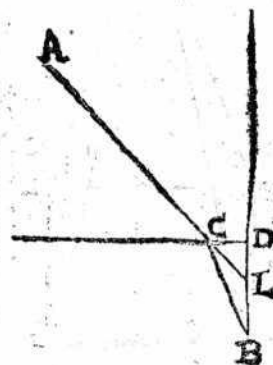
4. Locus apparitionis est in concursu perpendicularium a re visa imaginabilium duci in superficiem diaphani ipsam continetis: cum pyramide sub qua res videtur.

Sicut supra patuit omnia que videntur recte apparere facilliter obiecta visui: et propter comprehensionem radij per quem res oculo presentatur estimatur res esse in fine ipsius radij in continuum producti. Sicut ergo pro fundamento in speculis supponitur rem apparere in concursu radij cum catheto: sic in proposito sit in hac materia quod res apparet in concursu radij cum perpendiculari erigibili a re visa. Verbi gratia sit visus. a. visibile. b. radius fractus qui rem visum ostendit. b. c. qui in c. frangitur et inde procedit. c. a. sit perpendicularis. b. d. l. dico quod punctus. b. apparet in l.

Quinta conclusio.

5. Rem visam per radios fractos extra locum suum necesse est apparere.

C iii



TERTII LIBRI PERSPECTIVAE.

Itud ex predictis patet: si enim in cōcurfu perpendicularium & radiorum visualium apparet res visa: & hic cōcurfus est extra locum rei vise: necesse est alibi q̄ sit apparere. In planis autē diaphanis semp̄ imago apparebit p̄p̄inquo: q̄ sit res secundū rei veritatem: in sphericis autem aliter potest esse ut infra patebit: in planis igitur vniuersaliter sic est. Verbi gratia. g. q. apparebit in. k. l.

Sexta conclusio.

Res partim existens in aqua partim in aere apparet fracta.

Sequitur enim si pars existens in aqua p̄p̄inquo: apparet q̄ sit scdm̄ veritatē: res autē extra aquā apparet in loco suo: q̄ iste partes directe cōtinuate apparere nō possunt: apparent q̄ cōtinuate indirecte.

Septima conclusio.

Possibile est aliqd̄ videri p̄ radios fractos: qd̄ p̄ directos ad oculū nō ptingit.

Hoc experimento patet: qm̄ si ponatur aliquid in p̄fundo vasis mediocris altitudinis: latebit forte visum: qd̄ si aqua superfundatur statim oculo manifestabitur. Cuius demonstratio hec est: qm̄ radij recte ad oculū ptingere nō possunt: ppter̄ interpositionē opaci: fracti tñ possūt. Verbi gr̄a sit res visibilis. b. g. oculus. a. & sit. b. g. in aqua: planū ē q̄ nō videbit sub radijs. g. a. & b. a. sed sub. b. c. & g. h. radijs fractis ad. a. q̄ quis impediunt radij. g. a. & b. a. ut ptingāt ad oculū: nō tamē impediunt fracti. In aere autem fieret visio sub. g. a. & b. a. illis ergo impeditis in aere videri non possunt: adueniente autē fractione ex diuersitate medij poterit videri.

Octaua conclusio.

Rei visae sub radijs fractis impossibile est certificari quātitatem.

Cuius ratio est qm̄ ad q̄titatis certificationē requiritur cognitio distātie: & cōprehensio angulū pyramidis: sub quo res videt: ut patet ex. 2. o. sexti cap̄i p̄mi lib. huius: quousq̄ vtrūq̄ deficit quā radij oculum mouentes frangantur & per consequens angulus diuersificetur. Ex quo sequitur ut quātitas stellarū veraciter omnino non cognoscatur: quia celum est corpus subtilius q̄ aer vel ignis.

Nona conclusio.

Res visa existens in diaphano densiori superficie hemisphaericalis potest apparere maior quā sit: & minor: & aequalis conuexitate ad oculum conuersa.

Hoc ex duobus patet: qm̄ perpendiculares sup̄ sphaerā nō equedistant: sicut cadentes sup̄ planū: imo cōcurrūt in centro: planū est autē q̄ pyramis linearis a cono suo semp̄ pcedit dilatādo se: cū hoc etiā sup̄ ponēdū qd̄ in q̄rta p̄pone huius cap̄i demonstrat: q̄ cōcurfus radiorū cū hac pyramide pōt esse citra rē visam. i. in maiori distātia a cetro sphaere q̄ sit res ipsa: & tñ res apparet maior q̄ sit. Et hec est ratio quare res in aqua apparet maiores q̄ sint: aqua enim h̄z superficiem sphaericā vbicūq̄ sit: sicut demonstrat in libro de celo & mūdo & in hac p̄bia supponitur: cōcurfus ē q̄ necessario p̄p̄inquo: oculo q̄ res ipsa: & est locus imaginis in maiori diametro pyramidis perpendicularium q̄ sit res ipsa. Maior q̄ apparet res vtr̄ in aqua q̄ vbicūq̄ sit: q̄ superficies eius superior: portio sphaere cōstituit q̄nis plana appareat ppter̄ sphaere magnitudinē: eadem enim est natura partis & totius. Et in alterius dispositionis sphaera pōt cōcurfus esse dictarū perpendicularium cū reuissibili in loco ipsius reuissibilis: & tñ apparet res in veritate situs & q̄titatis sue. Et potest tertio cōcurfus iste esse remotior a visu q̄ sit res ipsa: & p̄p̄inquo: cetro sphaere qd̄ ē conus dicte pyramidis: q̄z diametri dicte pyramidis quāto sunt cono p̄p̄inquo:res tanto sunt breuiiores: necesse est ibi rē apparere mino:re. Verbi gr̄a sit p̄p̄inquo: cum hemisphaeriale. a. b. c. visibile. d. e. cetro sphaere. b. quia ergo potest esse dict' cōcurfus vel inter f. & d. e. vel vltra vel in ipsa linea. d. e. sequitur quod predictum est.

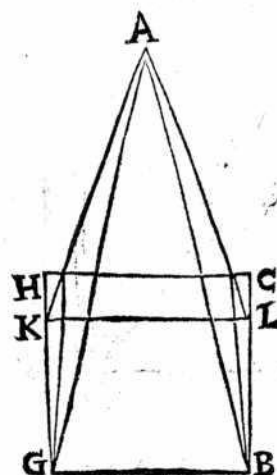
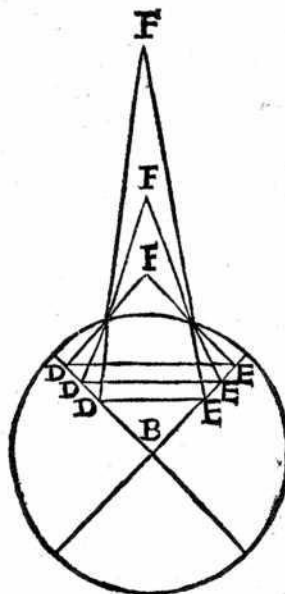
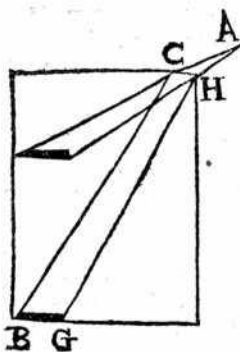
Decima conclusio.

Rem visam existentem in diaphano densiori q̄ sit oculus: & superficiem habente planam: necesse est apparere maiorem q̄ sit.

Hoc patet qm̄ res ipsa apparet p̄p̄inquo: q̄ sit: presentat etiam oculo semp̄ sub maiori angulo q̄ videri possit scdm̄ radios directos: q̄ maior apparet q̄ sit scdm̄ veritatem: maior enim angulus ad equelem vel maiore distātiā relatus rē indicat eē maiore: sicut patet ex p̄mo libro huius cap̄o. 6. cōclusionē. 20. Verbi gr̄a sit res visa existens in aqua. g. b. oculus vero. a. planū ē q̄. g. b. videret in aere sub angulo. g. a. b. videret etiā in loco suo: sed ppter̄ aquā frangunt radij. b. c. & g. h. in ingressu aeris & videt res sub angulo. h. a. c. qui est maior illo quē includit scz. g. a. b. Itē res non apparet in loco suo: s̄ in linea. k. l. ut supra patet: hoc enim confirmatur quia cōcurfus radiorum cū corpore dictarum perpendicularium in huiusmodi diaphano semp̄ est inter visibile & visum.

Vndecima conclusio.

Concauitate diaphani densioris ad oculū versa accidit eōuerso illi quod cōtingit conuersa ad oculum conuexitate.



Res em̄ apparet magna vel parua secundū q̄ritatem diametri pyramidis dictarum perpendicularium in qua sit cōcursus: et quia potest triplici modo hic cōcursus variari: sequitur vt res possit in triplici q̄ritate oculo presentari: id est minor quum cōcursus est oculo propinquior q̄ res: vel equalis quum cōcursus est in re ipsa: vel maior quum est remotior ab oculo q̄ res ipsa.

Duodecima conclusio.

12. **Stellas ex fractione necesse est minores apparere q̄ sint: & q̄ si directe in tanta distantia apparerent.**

Uniuersaliter em̄ res existens in p̄spicio raro oculo existēt in p̄spicio densiori apparet minor q̄ sit: tamē q̄n est diaphanū alterius figure pōt aliter accidere: cōtrario ei q̄d accidit q̄n oculus est in diaphano purior: in p̄posito tñ non est ita: q̄ stelle minores vident q̄ si directe viderent: q̄n aut sunt in circulo meridionali vel in zenith minores apparent q̄ alibi: cuius causa vna habita est supra in p̄mo libro p̄positione. 4. capli. 7. Ad p̄positū aut p̄ceditur sic: q̄ locus imaginis est in cōcursu dictarū perpendicularium et radioz visualium: hic aut cōcursus est p̄pinq̄ior visui q̄ corpora stellarum: q̄ erit in loco p̄dicte pyramidis minori q̄ sit stella: hoc p̄t q̄n si accipiat arcus stelle q̄ videt: et sit. a. b. ducant inde p̄pendiculares in centrū mundi que sint. a. c. et b. c. sitq̄ visus. d. ad quē ducant lineas. a. d. et b. d. certū est q̄ per istas nō est visio: nulli em̄ nō fracti radij possunt ad visum pertingere: radij ergo sub quibus sit visio non cadit ambo extra. a. d. et b. d. frangunt em̄ ad p̄pendicularē et non cōcursant in d. si extra cadit: cadent q̄ ambo iura vel saltē vnus extra et alter in intra: sint g. a. e. et b. f. q̄ franguntur in p̄ctis. e. et f. et cadit in d. q̄ro q̄ vbi radij. d. e. et d. f. cōcurrēt cū pyramide. a. c. b. planū ē q̄ cū tra corpus stelle: q̄re p̄pter ip̄portionabile distātiā stellarū minores apparēt q̄ si directe viderent.

Capitulum secundū per modum epilogi totius sp̄spectiue ex tribus p̄dictis libris elicit quasdam conclusiones.

Prima conclusio.

TELLAS in horizonte propinquiores aquiloni apparere: q̄ meridionali circulo propinquantes.



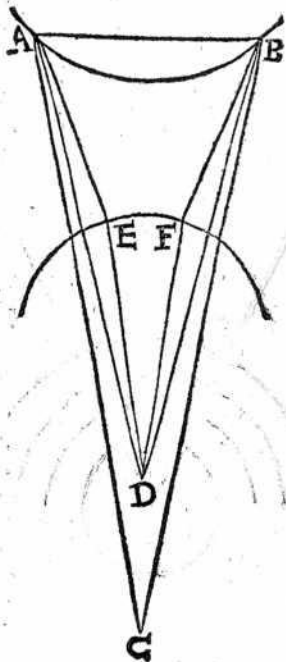
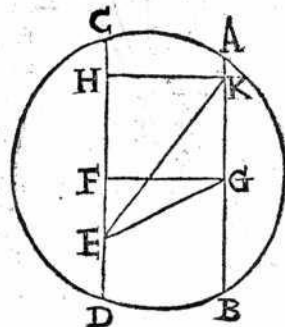
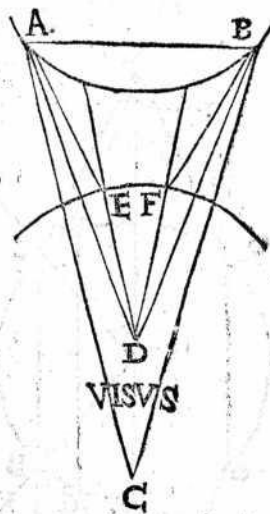
Hoc probō sic: ducat linea inter oculos cuiusq̄ stelle ad meridiem declinantis et occidit: ducat et alia ei equidistās per oculos inspectoris vtrinq̄ ad latera horizontis: dico q̄ accessus stelle ad meridiem vel elōgatio ab aquilone est secundū cōp̄ensionē distātie harū duarū linearū: certum est autē q̄ notabilius est harū duarū linearū distātia in medio q̄d est aspectui p̄pinq̄ius: et etiā ex latitudine terre q̄ in medio extendit: q̄ in extremis que magis elongantur a visu: et linea terminalis distātie harū duarū linearū vtrobiq̄ lōge sub acutiori angulo videt: q̄ linea distātie medialis. Verbi gr̄a sit p̄ma linea. a. b. scda sit. c. d. sitq̄ visus. e. sit linea medie distātie. f. g. sit linea distātie extreme. h. k. planū est q̄ lōge maior est angulus. f. e. g. q̄. h. e. k. Ductor autē sp̄spectiue hanc diuersitātē attribuit fractioni: q̄ quā stella est in zenith sub p̄pendicularib⁹ radijs videt et nō fractis: quā aut est in horizonte videt sub radijs fractis: et fractio causa est vt magis videant aquiloni appropinquare. Hec autē ratio bona est p̄ aliquib⁹ stellis: sed nō videtur p̄ oib⁹ sufficere: q̄ nō solum stelle q̄ trāseunt per zenith: sed etiam multe alie que multum a zenith elongant sicut sol et alie circa a tropici h̄yemalē sic se h̄nt q̄ remotiores a polo apparēt quā sunt insublimi: et tamē certum est q̄ sub radijs fractis videtur. Item stelle p̄ zenith trāseuntis vnus solus radius p̄pendicularis et nō fractus intrat in oculū aspicientis. Fractionē autē esse causā vt appareat aquiloni magis appropinquare: p̄t sic sit circulus magnus signans horizontē in quo sit stella. a. b. sitq̄ circulus minor signans spherā ignis. e. f. sitq̄ oculus. d. ducanturq̄ due linee. a. d. et b. d. planū est q̄ sub hys nō ē visio: radius ergo sub quo videtur a p̄ctis aut cadit extra lineas istas. i. propinquius aquiloni aut infra: si extra vt in. c. frangat ibi versus p̄pendicularē et cadit in. d. si ponatur cadere infra. i. remotus ab aquilone impossibile est q̄ cadat in punctū. d. q̄ frangitur ad p̄pendicularē: eadem ratione necesse est vt punctus. b. videatur: et ita locus imaginis totius stelle vergit ad aquilonem respectu loci stelle. Sed ista ratio non posset applicari stellis meridionali circulo appropinquantibus et a zenith capitis elongatis nisi forte ibi maior fiat fractio: non ergo sufficit ista ratio sine alia vt credo.

Secunda conclusio.

14. **Omne quod videt directe videt & refracte: vna tātū existente eius imagine.**

Certū est em̄ ex p̄mo libro capli. 4. p̄positione. 2. et 5. q̄ quilibet p̄ctus rei vise sigillat punctum sibi oppositū in glaciali p̄ radios super corneam p̄pendiculariter orientes: sed q̄ quilibet punct⁹ in oēm partē spargit lucem suam: necesse est q̄ quilibet punctus rei visibilis totam occupet pupillam: et quilibet punctus in p̄cto quolibet radiet glacialis: sed q̄ ab vno puncto sup̄ oculū non pōt egredi nisi vnus radius p̄pendicularis: frangitur oēs preter vnū in ingressu corneae: ipse autem punctus apparet in loco suo vbi cōcurrūt fractus radius cū p̄pendiculari: et quā in quolibet p̄cto p̄pendicularis obumbrat fracti radij: tñ fracti ad hoc valent: vt res clarius videat ex cōcursu vtriusq̄ luminis.

C liii



TERTII LIBRI PERSPECTIVAE.

Tertia conclusio.

Multa per fractionem videri extra pyramidem radiosam.

Pyramis radiosa est aggregata ex radijs perpendiculariter orientibus sup corneam & intrantibus foramen vix quod parum est: multa ergo ex latere videntur imperfecte: que intra dicta pyramidem non continentur sicut ad sensum patet: & que sic videntur debiliter videntur: q: per radios tantu fractos: omnes enim in ingressu corneae franguntur.

Quarta conclusio.

Ex concursu radiorum fractorum possibile est ignem generari.

Ex reflectis piz sup: a ppositione. II. capli. 2. huius scilicet libri in speculis: & eiusdem libri penultima propositione: coniungit etiam idem in corporib: diaphanis rotundis solarib: radijs expositis. Sed inter specula & diaphana hec e differentia: qm in speculis generatur ignis inter speculi & solis: in diaphanis aut e converso ipsum diaphanu interponitur. Terbi gra sit cristallus rotunda cuius diameter sit. y. a. 3. cadantq a sole radij sup ipsum. x. c. x. s. x. y. x. p. x. q. certu est q solus. x. y. cadit in centr. a. pceditq no fract: vsq in. h. alij g frangitur ad perpendicularē & cadit sic ab ipso. c. i. b. & ab. s. in. g. a. p. i. n. & a. q. in. o. veniens g radius. c. b. ad superficiem aeris cōcavā nō pcedit directe in. e. sed frangit a ppendiculari ri. b. k. vsq in. h. & sic de alijs: qbus aggregatis rarefacto aere ultra terios sue speciei ignis generat.

Quinta conclusio.

Omnis radius directus: reflexus: vel fractus: tato debilior est i adurēdo quā to minus figitur in obiecto.

Et hoc potest esse vel ex motu obiecti: v: ex motu luminis. Obiecti quidē sicut ppter velocē motum fluminis nō sunt tante exaltationes sicut in aquis marinis: ppter qd & falsedine caret. Ppter motum velociorē luminis accidit q tēperatio: ē habitatio sub equinoctiali circulo q sub alio parallelo vis solaris: qm solus equator inter parallelos sphere spherā dividit in duo equalia: & est maior alijs parallelis. Sol g qui eqli tēpore motu suo describat eqtorē q minimū parallēlū quēvis alij: necesse est vt in illo maiori tanto velocius rapiatur: & p cōsequēs virtus eius minus figatur in subiectis sibi locis: q qui est in alio parallelo. Item circulus dividēs terrā in duo equalia sub equinoctiali maior est quocūq alio sibi equidistāte: g qm sol est in aliquo alio parallelo: radius eius perpendiculariter cadens in locum sibi subiectū maior est: & tātum in eo figitur qm in eodē tempore radius solis declinans in arcu terre maiori: sub equinoctiali ergo minus vrit.

Sexta conclusio.

In generatione iridis triū prädicatorū generū variatiōes cōcurrere radiosas.

De radijs rectis piz: q: iris generatur ex opposito solis: de reflexis certu est qm stille quedā sunt speculares & superficiē levis in modum aque radios reflectentes: de fractis insuper patet quoniam lumen solare intrat in profundum aque: qm reflectatur.

Septima conclusio. No sanū loq: reditē

Causam rotunditatis iridis principaliter consistere in nube.

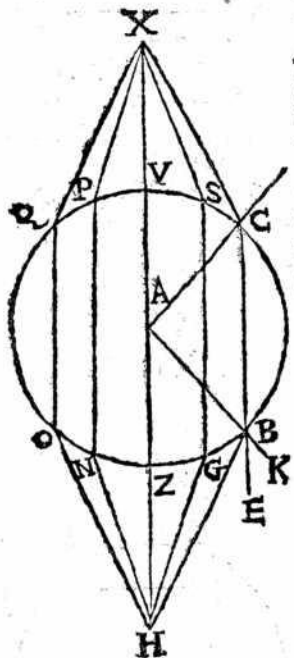
Quando enī nubes regulariter suspēsa est terre equidistās: certu est q rotatio regulariter descēdit: & hoc ad circularitatē sūmicit: alie nubes vero vulticose & suspēse irregulariter nō habēt in se impressiōnē regularē. Quidā autē ponūt causam a parte radiois dicentes: q lumen radiosum intrat in nubē rotundā: & inde ultra nubē concurrat in puncto vno sicut declaratur in. 4. ppositione huius capli: post cōcursum aut iterū lumen ipsum dilatatur in pyramide: cuius medietas cadit in nubē: & facit per cōsequēs impressiōnē scilicet circularē: alia aut medietas cadit sup terrā. Sed cōtra cadat radius solaris p foramen rotundū certu est q erit rotundus: opponatur ei lapis hexagonus generāe colores iridis: certu est q generat iridem nō in figura radij que est orbicularis: sed in figura lapidis que ē colūnaris: si igitur cōsimilis passio cōsimilē hz causam: opz vt causa figure arcus querenda sit in nube & nō in radio. Item hoc positio videtur cōtra sensum: qm iris gñatur a sole sine aliquo interposito in nubē raridā radiante: qd lumen cadēs in nubē vocat pbus radium medie rotunditatis: lumen effi figuram capit a medio in quo est. Alij ponunt rotunditatē in radio ex seipso: dicunt enī q radij pyramidaliter disgregiuntur a sole: & medietas pyramidis cadit in nubē & facit dictam figuram. Sed hoc nihil est: qm si de toto lumine solari agitur: quilibet punctus solis implet totū hemispherium luminis suo. Si de particulari aliqua pyramide agitur: non sunt pyramides a se distincte & diuise: sed vñ corpus continuum lucis continens in se potentialiter pyramides infinitas: quarum quedam habēt conum in luminoso: quedam in obiecto vel medio.

Octava conclusio.

Diversitatem colorū iridis tam ex nubis q ex luminis variatione puenire.

Iridis variatio ex hoc accidit q rotatio descēdit ad centrum & angulum: ergo per consequens est.

En ara minor. Leare cartulario. Estimatio, el padre. Miter, y el P. Lario. y el P. Lario.



inferius angustior et superius latior. Cuius tamen contrarium quidam dicunt nimis ruraliter: quia certum sit omnia graua descendere ad angulum: et ita non potest esse ut pyramis rotunda habeat conum sursum et latitudinem deorsum: superius igitur lata paulatim in descendendo densior fit propter pyramidis coangustationem ex descensu ad angulum prouenientem. Et propter hoc quod grossiores partes citius descendunt aptior est superius ad colores nobiliores et luci conformiores: et inferius minus. Potest etiam esse diuersitas a parte luminis directe cadentis in nubem et magis fracti in singulis partibus nubis: sed et reflecti a stillis super alias stillas: quae omnia in lumine magnam solent diuersitatem efficere: ut supra visum est. Quod autem dicunt quidam in eisdem nubis partibus diuersos generari colores: nec in omnibus illis apparere: sed in illis tantum ad quos radij eos constituentes reflectuntur: non capio: quoniam impressiones omnes non videntur per radios ipsarum generari: sed per speciem propriam extra locum reflexionis: sicut patet in radio transeunte per fenestram vitæ ragonis qui videntur ex omni parte. Quae autem falso dicuntur de iride multum possunt refelli per hoc quod in huiusmodi lapidibus contemplantur.

Nonā conclusio.

21. Generationem iridis cataclismum excludere.

Excludit quidem per modum signi conuenienter dati: sed non sufficit ad causandam serenitatem. Non enim omnis: sed subtilis resolutio nubis parit iridē: colores enim nobiliores in iride concurrentes: quales pictor facere non potest: densarum nubium obscuritas et grossa resolutio non admittit significat ergo iris humidę resolutionis paucitatem: et per consequens promittit oppositum: calidissimam. Amplius ad hoc causaliter agit reflexorum radiorū concursus a nubibus cum radijs directior: non enim generatur iris in nubibus in omni parte densatis: quare optz simul ut radij solares libere transseant et concurrant cum radijs directe incidentibus: ex quo concursu fit attenuatio vaporis ut pluuia inde consumatur. Possit etiam dici quod generatio iridis post magnas pluuias est signum serenitatis: sed post magnā serenitatē est signum pluuię future: quia incipit cōdemplatio aeris a subtiliore materia.

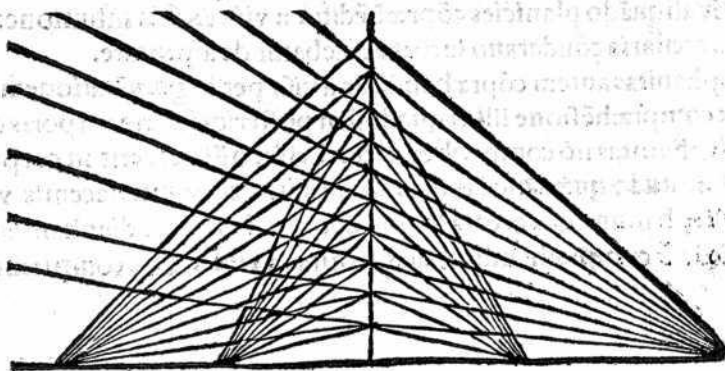
Decima conclusio.

12. Lucem solarem & sideralem in perspicuo puro efficere galaxiam.

Quidam in hac questione dicunt philosophum tenuisse galaxiam esse exalationem a terra cleuam et luce stellarum illustratam: ideo dicunt galaxiam non generari in ignis purissima regione: quia si impressio fieri non possit in puro corpore transparente: quum contra videamus lunarem radium in domo sub obscura per aerem transeuntem facere impressionē albam: quauis in aere non sit sensibilis densitas: abscondere enim se non potest vehemensissima radiatio ipsius lucis. Multitudo ergo radiorum stellarum concurrentium in suprema parte ignis vel aeris eadem ratione ibidem sensibilis potest apparere: quam dicimus galaxiam siue viam lacteam. Et hec opinio est probabilior: quam opposita: quae cogitur fingere quotidie exalationes ascendentes ad illam partem aeris quae sub stellarum galaxie situatur.

Tertij libri et totius perspectiue cōmunis Finis.

Hæc figura ex obliuione dimissa superius: deseruit nonæ conclusioni secundæ capituli secundæ libri huius perspectiue.



Sequitur declaratio quarūdam inten-

tionum visibilibus: de quibus supra in libro primo huius perspe-
ctiue capitulo sexto: ab incerto auctore habita.



CORPOREITAS est extensio rei secundū trīnā dimensio-
nem: quæ in quibusdā corporibus scilicet rotundis cōnexis
ab extremo vnus partis visibilis ad alteram intelligitur p-
funditas. In corporibus vero habentibus plures superficia-
cies nō cōprehendūtur nisi cōprehendantur superficies
uæ: vbi ab extremo superficiei visibilis ad alterā intelligit
tertia dimensio. In corporibus cōcavis quādo cōcavitas fuerit diametraliter
opposita: nō cōprehenditur corporeitas: sed quādo cōcavitas fuerit obliqua
taliter quod superficies exterior videatur: potest corporeitas cōprehendi.

Asperitas vero cōprehenditur a visu in maiori parte ex forma lucis
apparentis in superficie corporis asperi: quā asperitas est diuersitas situs
partium in superficie corporis: quare quā lux oritur sup superficiē illius cor-
poris: partes pminentes quæ erunt luci manifestæ facient vmbra: partes p-
fundæ erunt illis vmbis cooperte. Item cōprehenditur asperitas cum partes
fuerint maxime pminentes: & sic visus cōprehendet pminētiam illarū partiū:
& ex illa cōprehensione cōprehendet diuersitatem situs in superficie corporis:
quoniam quasdā cōprehendit esse ppinquas: quasdā vero remotas: & p hoc
indicabitur corpus eē asperum: sed cū lux oriens super corpus asperum fue-
rit ex parte opposita superficiei asperæ & fuerit lux fortis: non cōprehendit
visus asphæritatē: nisi cōprehendat pminētiam quarūdā partium & pfun-
ditatē aliarum: si ergo tūc asperitas fuerit maxima cōprehendetur a visu
solūmodo ex diuersitate situum partium: si vero fuerit modica nō compræ-
hendetur a visu: nisi in magna propinquitate & fortī intuitu.

Planicies cōprehenditur a visu in pluribus similiter ex forma lucis
apparente in superficie corporis plani: quæ in eis est similis formæ: cū er-
go viderit visus vni formitatem lucis in aliqua superficie: indicabit illā esse pla-
nam. Tercio autē: quæ est maxima planicies: cōprehenditur a visu ex cō-
tilatione lucis in superficie corporis sui. Sed cū in eadem superficie aggregā-
tur asperitas & planicies: tunc cōprehendet visus illā asperitatem & pla-
niciem ex diuersitate situs partiū: quā aliquæ erūt præminentes & aliæ pro-
fundæ. Et aliquādo planicies cōprehenditur a visu ex sola intuitione: & tunc
non est necessaria cōsideratio lucis: vt dicebatur de asperitate.

Diaphanitas autem cōprehenditur a visu per argumētationem scilicet
ex cōprehensione illius quod est in posteriori parte corporis diapha-
ni. Et diaphanitas nō cōprehenditur a visu: nisi tū fuerit in corpore dia-
phano spissitudo quædā: sed minor spissitudine aeris interfacentis visum &
corpus diaphanum: q si ecōtra sit non cōprehenditur diaphanitas a visu.
Et iterum nō cōprehenditur diaphanitas a visu nisi ex cōprehensione

illius quod est in posteriori parte corporis diaphani: & pars posterior compræhenditur ex luce vel corpore illuminato iuxta corpus diaphanum existente: & si iuxta corpus diaphanum vel in eius circuitu non fuerit lux vel corpus illuminatum: non compræhendetur diaphanitas: quod contingit quando corpus diaphanum fuerit applicatum corpori opaco & ab eodem contentum. Et si similiter non compræhēdetur diaphanitas corporis diaphani quā corpus diaphanum fuerit obscuri coloris: vel quā in posteriori parte corporis diaphani fuerit locus obscurus. Et similiter cum corpus diaphanum fuerit parvæ diaphanitatis: & corpus existēs in posteriori eius parte & corpora existētia in circuitu eiusdem fuerint debilis lucis: non compræhēdet diaphanitas eius nisi exponatur luci forti.

Spissitudo vel opacitas compræhēditur a visu expriuatione diaphanitatis: cum enim visus compræhenderit corpus: & non senserit in ipso aliquam diaphanitatem: arguet in eo spissitudinem.

Umbra vero apprchēditur a visu respectu lucis illuminantis expriuatione casus eiusdem super corpus obumbratū: & ex cadentia eius super corpus corpori obumbrato propinquum: quoniam quando senserit visus illud quod est prope corpus obumbratum esse illuminatum fortiore luce quā sit corpus obumbratum: arguet priuationem lucis cadentis in loco umbrato. Obscuritas vero seu tenebra compræhenduntur a visu per argumentationem ex priuatione omnis lucis: cum ergo visus compræhendat aliquem locum: & nullam lucem in eo senserit arguet in eo obscuritatem.

Pulcritudo compræhenditur a visu ex compræhensione intentionum visibillium: & ex proportionem illarum ad inuicē. Et ex hoc nota quod tres sunt modi pulcritudinis: primus est quem facit vnaqueque intentio per se: & sic lux solis & lunæ facit solē & lunā pulcra: & numerus multarū stellarū reddit quasdam partes cœli pulciores aliis ubi sunt pauca stellæ: & distinctio plurium candelarū facit maiorem pulcritudinē quā si omnes fuerint simul coniunctæ: & sic de aliis intentionibus per se. Secundus modus est qui causatur ex pluribus intentionibus coniunctis: ut ex figura & magnitudine litterarū & earū ordinatione resultat maior pulcritudo quā ex paruitate illarū & situ inordinato. Tertius modus est qui resultat ex proportionem vnius intentionis ad alterā sicut debita magnitudo oculorū cum debita figura: nam sic resultat proportio causans pulcritudinē.

Turpitudine est forma qualibet carens intentione pulcra: quoniam dictum est quod intentiones particulares faciunt pulcritudinē: & coniunctio illarū ad inuicē: & proportio vnius ad alterā: unde patet quod qualiscūque fuerit carentia cuiuslibet modi pulcritudinis erit omnimodæ turpitudine. Consimilitudo autem est æqualitas duarum formarū aut duarum intentionum in re in qua sunt consimiles: cum ergo visus compræhenderit duas formas: vel intentiones consimiles: compræhendet similitudinē illarum: & cuiuslibet duarū formarum & intentionum & ex comparatione alterius illarum ad alteram. Diuersitas compræhēditur a visu in formis diuersis compræhēsis cuiuslibet formarū diuisarum & ex comparatione alterius ad alterā: & ex compræhensione in æqualitatis: vel similitudinis in eis. Iste ergo sunt intentiones quarum declaratio intendebatur in hoc opere.



Vemadmodum superius in Arithmetica & Geometria fecimus: ita in Perspectiua par esse duximus ea que de radijs visualibus: & modo videndi tam recte q̄ reflexe ac etiam fracte discernimus in corporalibus: ad spiritualia & mores nostros aliquāisper trāsserre. Et itaq̄ omnis irradiationis aut illuminationis corporalis p̄ncipium & causa sit sol: qui in sacris scripturis christū signat: vnde & virtutē irradiandi colores a luce habere diximus: cōse- quens est vt mētes nostras colorib⁹ assimilemus que ab illo illuminant: qui illuminat oēm hoīem venientē in hunc mūdum: & a quo signatū est super nos lumen vultus eius: quare in aīa nostra oculus vidēs & color visibilis idem sunt. Et quotquot requi- runtur ad bonā visionem in corpore: totidē necessaria sunt ad purā contemplationē in mēte: vt em̄ visus in corpore: ita & in aīa mens ait Aristo. Ad rectā autē visionē octo cōcurrūt: p̄mum est sanitas & debita organi dispositio. i. duorū oculorū: quāsi autem duo oculi aīe nostre sunt intellectus & volun- tas: & tunc oculus intellect⁹ est sanus: q̄si ab erroribus est mūdus: sed & oculis voluntatis q̄si est ab affectibus terrenorū purgatus: & vtraq̄ harum sanitatū est necessaria ad pure cōtemplādum deum: vnde & dñs ait. Beati mūdo corde q̄si ipsi deum videbunt: & acquirēt talis sanitas p̄ virtutem fidei dicente ap̄to Petro: fide purificans corda eorū. Secundū est facialis oppositio rei visibilis ad oculū per pyramidē radiosā que ex parte rei habet latitudinē: ex parte vero oculi angustiam: ita etiam q̄si aīa nostra diuina contemplant: que in se magna sunt: de eorū magnitudine modicū quid attingit: ideo eorū magnitudo in oculis nostris angustiat: vnde dictū est moyss. Non videbit me homo & viuet: & postēriora mea videbis: faciem autē meam videre non poteris. Et sicut obiecta visus nostrī corporei sunt triplicia. s. luminosa: colorata: & specula: sic cōtemplāda ab aīa nra sub deo sunt triplicia. s. sp̄siales substantie: res corporales: & sacre scripture a deo reuelate. Tertium est p̄portionalis distantia: itaq̄ res visibilis nec oculo nimis adhereat: nec nimis elōgetur: sed mediocriter distet: aīe ḡ mūdānorum nimis adherētes rebus sensibilib⁹: incepte sunt ad cōtemplationē: aīe dānatorū nimis remote q̄ nihil vidēt de reb⁹ diuinis: sed bonorū viatorū mentes mediocriter se habēt ad deum & pie cōtemplant ip̄m. Quartū est soliditas obiecti & nō nimia perietas: q̄ cōtemplatio nostra debet esse circa solida & eter- na: nō circa perua. i. trāsitoria: vnde ap̄lus ait. Non cōtemplābus nobis que vident̄ rē. Quintum est debita magnitudo obiecti. i. q̄ nec sit res nimis parua nec valde magna sed mediocris: nostra ḡ cōtemplatio nulla est circa hec minima bona: & circa maxima diuina ebetescit: s̄ circa mediocria mul- tum valet. Sextū est q̄ mediū vidēdi non sit nimis densum q̄ impedit visionē: hoc medium in cōte- platione ē corpus qd̄ corrūpit & aggrauat aīam. i. corpus nimis deditū delitijs carnalib⁹. Septimū est q̄ medium & obiectum atq̄ organū sit illuminatū: sicut ad cōtemplandū est lux gratie dei necessa- ria. Accedite inq̄t ad deū & illuminet animi rē. Octauū ē q̄ ad visionē requirit certū tēpus: nā ad plu- rimas visiones requirit aīe deliberatio q̄ nō sit sine tpe: sicut etiam bona cōtemplatio requirit suū tē- pus oportūm & quietū. ps. Mane astabo tibi & videbo rē. Iterum in matutinis meditabor in te rē. Iterū media nocte surgebāt ad cōfiteūdū tibi rē. Nec ad p̄mi libri p̄spectiue imaginationes pertinent. **M**ateria v̄o sc̄di libri de speculis in quib⁹ rerū imagines cōtemplamur: solet apud theologos ad na- turas rationales adaptari: & h̄ septuplices posuerimus speculorū figuras: tñ speculorum substantia tantū triplex reperit: in qua varia est imaginū apparētia ratione dicte substantie varie. Est em̄ speculū oīno purū nec p̄prium colorē habēs neq̄ appositū vt lapis preciosus adamas aut carbūcul⁹ vel ber- illus. Est & aliud qd̄ h̄ p̄prium colorē nō habeat: s̄ bene appositū: vt vitri cū blūbo. Est deniq̄ ter- tiū speculū p̄prio colorē affectū: vt ferrum: lapis marmoreus: & alia h̄mōi corpora: q̄bus sp̄sialiter correspondēt triplices nature rationales in quibus imago alterius rei dicitur elucere. s. natura di- uina: angelica: & humana: nam in diuinis filius dei ē: imago patris sui a quo procedit & figura sub- stantie eius. Et angelus ē: signaculū similitudinis dei: & homo ē: creatus ad imaginē dei: & cū color spe- culi ad inspectionē refferat: optime filius dei est velut speculū adamātū infrangibile. Angelus spe- culū vitreū facilliter frangibile a p̄ncipio sue creationis. Homo vero speculū ferrum vel marmoreū opacitatē habēs p̄cti originalis a natura. Unde in eis speculis variē apparēt dei imagines rē. **R**adiorū deniq̄ fractorū illusiones ad tertū lib̄i p̄spectiue ptinentes: mūdānorū hoīm errores protē- dūt: q̄ p̄pter varia media sue inspectionis. i. creaturas in quib⁹ deum enigmatice vident: in multos errores idolatrie inciderūt: & falsa iudicia de rebus sp̄sialib⁹ confinxerunt vt Aug. deducit in libro de vera religione. Soli ḡ christiani signū federis dei iesum xp̄m aspicientes: vt iridē siue archum celestē in nubibus glorie fulgentē: potuerūt viam lacteam paradisi recte ambulare: qua in perspecuo puro sine nebulis deum contemplari valeant: sed de his alias operosius.

Petri Cirueli Darocēsis questiuicula

preuia in Muscam speculatiuam Diui Seuerini Boetii.



De lucidatione theorice Musice

lice (quā diuus Seuerinus Boetius compendiose ex antiquioribus auctoribus recollegit modo quodā introducto-
rio) Videtur in primis querendū an theorica ista Philosophorū cōcordet practice cōmuniū musicorū voce aut instrumētis contantiū. Pro cuius solutione sine argumētis est aduertendū primo: q̄ musica sciētia cum sit mixta mathematica subalternatur scientiæ naturali pro ea parte qua agitur de audibili & de auditu in secūdo libro de anima & in libello de sensu & sensato: sicut etiā perspectiua subalternatur eidē Phisice in quantū agit in eisdē locis de visibili & visu: licet vtraq; earū imaginationibus mathematicis res naturales pertractet: et eas demonstrare conetur. nam sicut perspectiua per puncta lineas & superficies de irradiatione lucis & coloris disputabat: ideoq; dicebatur subalternata Geometriæ: similimodo etiā musica de sonis & vocibus agēs eas pertractat rationibus numeralibus: hoc est ac si voces essent vnitates & numeri pares aut impares: & easdē proportionales aut proportionalitates que numeris conueniunt: ista in vocibus & sonis imaginatur. Vnde non immerito musica dicitur etiā subalternata arithmetice. Ad hoc propositū quidā exponere volunt & satis bene auctoritatem Aristotelis in cathēgoriis capitulo de quātitate vbi ait: est autē quātitas discreta vt numerus & oratio: quia vt aiunt per illa verba noluit dicere que essent species quantitatis discrete de per se an illud predicamētū pertinentes: sed potius voluit distinguere duas sciētias que sunt de quātitate discreta: alterā pure mathematicā. s. arithmetica quā denotat per numerū. & alterā mixtā ex Phisica & Mathematica. s. musicā quā designat per orationem: nō qualemcūq; sed vocalem que est obiectū audibile. vnde & ibi mentionem facit de sillaba breui & lōga. Similiter intelligendā censent litterā Aristotelis sequentē de quātitate cōtinua vbi per lineā superficiem & corpus insinuat geometriā que est pure mathematica: per locū autē & tēpus designat perspectiua & astrologiam que sunt mathematice mixte de quātitate cōtinua. Secūdo est aduertendum q̄ sicut Musica supponit ex arithmetica regulas numerorū et proportionum: que sunt principia aut conclusiones arithmetice: sicut etiam supponit ex Phisica seu naturali scientia sonum et vocem esse propria obiecta auditus. Nec pertinet ad musicū disputare que res sit sonus aut vox audibilis vtrum. s. res permanens aut successiua: vel vtrū sit substantia aeris vel aliqua qualitas aerem informans & causata in eo ex collisione duorū corporum &c. Quia hoc phisici est inquirere vel potius methaphisici. Scimus enim super hac questione magnas esse & graues philosophorum altercationes. nā qui peritiores & subtiliores reputantur apud eos negant omnes res successiuas in mūdo. vnde et consequenter negare habent sonum aut vocem esse qualitatem talem qualē antiquiores ponebant. s. successiuam et nullo modo in aere permanentem sed raptim transeuntem. Isti vero potius sonum & vocem dicunt esse ipsum aerem ab aliis corporibus percussū aut inter ea constrictū et diuisū: sed de his alias operosius. Nunc autem satis sit nobis q̄ musica nostra ad omnes illas philosophorum diuersitates cōmunis & indifferēs est: dū modo generaliter et cōfuse detur sibi a philosopho sonum esse obiectum audibile: quicquid illud sit: et siue per se siue per accidens ab

auditu percipiatur. et in hac scientia sicut in perspectiua & astrologia omnia vocabula propria sunt mixte cognoscantia adduntque significationem Physicalem super terminos arithmeticos. vt diapason super duplam proportionē. Diatesaron super sesquialteram. Diapente super sesquialteram. & sic de aliis, cognoscant enim tales proportionēs esse res audibiles. Tertio est aduertendum quod musici vel cantores practici vix aut raro vtuntur supradictis terminis musice speculatiue scientie: sed ad faciliorem intelligentiam finxerunt sibi quedam vocabula sui cantus puncta denotantia que sunt: vt re. mi. fa. sol. la. Et per talia puncta ascendendo vel descendendo faciunt in vocibus consonantias aliis tamen vocabulis ab eis nominatas. Nam quod theoricus musicus vocat diapason: practicus dicit octauam. et quod ille diapente: iste quintam nominat. Similiter diatesaron vocat quartam. Diapason cum diapente duodecimam. bis diapason appellat quintamdecimam vocem sub vel super aliam. & sic de aliis multis hinc et inde differentiis: que solū verbales sunt. Nā in re vtrique idē dicūt. quod sic declaramus. ponatur quod vox prima in aliquo cātu sit eleuata aut depressa vt quattuor. tūc alia vox que super illam ascendit per septē vel octo ex illis punctis que ponit practicus musicus: facit ad eam consonantiam diapason. que solum per quinque: diapente. & que per quattuor: diatesaron. Nam octo dupla proportio est ad quattuor. quinque vero super per quattuor si non omnes sint toni integri: est proportio sesquialtera. Quattuor denique puncta si etiam non omnia sint toni: est proportio sesquialtertia. similiter vna duodecima est tripla. et vna quindecima est quadrupla proportio: que bis diapason appellatur similis processus obseruatur in descendendo sub voce illa prima supradicta que semper est reputanda vt quattuor. Sed ad euitandum oēs scrupulos est sciendū: quod in punctis illis musice practice est diuersitas. nam quidam eorum ascendunt vel descendunt per tonos integros qui reputantur velut vnitates. Alii vero sunt semitoni: & non oēs equales. Itē inter tonos alii sicut maiores alii minores: quibus in hoc sepius practici decipiuntur. Sed de his iam satis: nā in discursu huius scientie demonstratione euadent omnia quę manifestissima. Has demonstrationes nuper ex Arithmetica iordanī deductas: eleganter adiecit magister Iacobus Faber natione gallus hac nostra tempestate philosophus insignis et celebratissimus. Qui vt in ceteris scientiis solet: ita & in Musica introductionem edidit hanc quam aggredimur: per quę luculentissimam.

I
Iacobi Fabri Stapulensis Elementa Musicalia ad clarissimū
virum Nicolaum de haqueuille inquisitorum Presidentem.



Ecreueram clarissime vir nulli meas elementorum musicalium qualescunque sunt prius dicare vigilas: quā probatas cognouissem. Quis id me minime lateret demonstrationes: in quibus vel solis vis scientie consistit: non probari non potuisse. Verum si presentium iudicia parui ducis reputasque: hi tibi ex antiquis summopere musicos commendare labores iure valebunt.

Mercurius	Tamyras	Ptolomeus
Orpheus	Hyfmenias Thebanus	Eubolides
Pythagoras Samius	Terpander lesbicus	Hippasus
Amphion Thebanus	Lycaon Samius	Aristoxenus
Linus	Prophraftus Periotus	Philolaus Pythagoricus
Arion lesbicus	Estiacus Colophonius	Archytas Tarentinus
Mydas Phrygius	Tymotheus Milesius	Albinus
Corebus lydius	Nicomachus	Diuus Seuerinus Boecius
Hyagnis Phryx	Plato	
Marfias	Aristoteles.	

Et similia plurimi quos oēs eterna memoria disciplinarū ebladitissima Musica reddidit insignes: iter quos duos preceptores meos Iacobū Labiniū & Iacobū turbellinū annuero tanquā ea arte posteritati victuros. Cōmēdant & eā mirifici ei⁹ effect⁹. Pythagorici em̄ animorū ferociā tibiis fidibusque emolliebant. Esclepiades frementis vulgi seditiones crebro cātu cōpescuit. Idēque turba surdis medebatur. Damon pythagoricus ebrios & proinde petulantes adolefcētes: grauiorib⁹ modulis ad tēperantiā reduxit. Febrē & vulnera musica modulatione curauit antiquitas. Eadē quoque suauitate schias coxēdicūque dolores emēdauit: quā Hysmenias theban⁹ tētas memoratur. Theophrastus ad animi perturbationes moderādas musicos adhibuisse memoratur modulos. Nec iniuriā quidē. est enim musica vt quedā moderationis lex atque regula. Quāobrē bono iure eos ridebat Diogenes musicos: qui cū citharā ad harmonicos cōsensus haberēt temperatā: animū gererēt incōpositū & prorsus harmonia vite destitūtū. Xenocrates organicis modulis lymphaticos liberauit. Tales Cretēsis suauitate cithare: morbos pestilentiaque fugauit. Terpāder & arion Aones & lesbicos cātu a grauis simis morbis leuasse: diuus Seuerinus autor est. Herophilus medicus egrorū venas musicis pensiculabat numeris. Tymotheus autē musicus dum voluit efferatum reddidit Alexandrū ad armaque furentem atque aliter cum libuit ab armis ad cōuiuia retraxit emollitū. Thracius Orpheus ferarū sensus fidibus: cātuque inflexit. hoc est ferinos hominū mores leges ad citharā canēdo ad moderatā humanitatē reduxit. Cerui fistulis capiuntur studioque modulationū detinētur. Cygni hyperborei cithare cātibus alliciuntur. Elephātes indi organica dulcedine permulcētur. Auicule fistulis irretiuntur. Tene ros adhuc infantū sensus permouent cātus: crepitaculaque vagientū sedāt. Delphinos suis sibi fidibus cōciliauit arion. Serpētes cātibus rūpuntur. Sepulcorū manes cātibus excitātur. In aētiacoli littore mare citharā personare memorātur. Megaris citharā personat saxū: & ad cuiuslibet pulsantis ictū fidicinat. Et possem pleraque talia vir clarissime me ad musicā cōmendationem adducere. At totatīque & recentū & priscorū cōmendatam autoritatibus tibi nūc ad me atque bonarū litterarū studiis dicatā disciplinam: equo suscipias animo tuis auspiciis lucem habiturā. Et me vnum inter tuos cliētulos tuarum virtutum tuique nominis obseruatorem esse cognoscito.

Vale.

MVSICE

Iacobus Stapulensis Iacobo Labinio & Iacobo Turbelino
Musiciis suis charissimis preceptoribus.



Vod inter oratorem atq3 rhetora: id inter cantorem & musicum interesse volunt: neq3 oratorem quemq3 dici mereri qui idem rhetor non sit. ita vestrum semper iudiciu fuit: vt ne cantor quide dici mereatur vnq3: qui ide musicus non fuerit: pulchre mimos: et hystriones a cantorum honesto ce-
tu sequestrantes tanq3 Epicureos a sobria mensa: castoq3 philosophorum dogmate.
nec iniuria nam Homerus diuinus Poeta vbiq3 doctum et seria modulatum introdu-
cit cantorem vt apud Odyseam vbi Penelopē Phemiū Fidicinē ad neruos verba mo-
uentem his verbis allocutam effingit.

Preterea illachrimans diuum est affata canentem

Phemi multa tenes hominum mulcentia pectus

Facta hominum atq3 deum: et que laudem autoribus addunt.

Exiis pange aliquid.

Et quales Homerus probat: vos minime tales esse dubito vt qui dudum a vobis pri-
ma musices rudimenta perceperim. Quapropter ad vos nostros labores examinan-
dos committo. quos eo libentius me suscepisse fateor: quo musicalem scientiam neq3
apud Grecos neq3 latinos quidem vnq3 elementis traditam esse legerim: at introdu-
ctiones q3 plurimas inter quas ea omnium nobilissima est qua diuus Seuerinus Boe-
cius sui monumentum reliquit. quem vnum in hac re preserti delegim meoru studio-
rum ducem. Si ergo probaueritis satis mihi est. In re enim nostra malumus aliorum
iudicia sequi: q3 propria probare. Valete.

Antiqui qui de musica scripserunt.

Insignes ex recentioribus
qui de eadem scripserunt.

Democritus	Plato	Albinus Alcuinus
Heraclides Ponticus	Aristoteles	Diuus Seuerinus
Thimotheus milesius	Theophrastus	Basilius
Philolaus Pythagoricus	Nichomachus	Hylarius
Architas tarentinus	Aristoxenus	Augustinus
Duo Theodori	Ptolomeus	Ambrosius
Xanthus atheniensis.		Gelasius. Beda.

Argumentum quattuor librorum musices.

Primus liber intervalla musicis modulationibus accomoda discentit. multiplex: du-
plare / triplare / quadruplare. superparticulare: sesquialteru / sesquiterciu / sesquiocta-
uum / bis sesquioctauum / ter sesquioctauum: quater sesquioctauum / quinquies & ses-
xies / sesquioctauum.

Secundus de tono / integro toni dimidio / semitonio minore / semitonio maiore /
comate / schismate / atq3 diaschismate.

Tertius de sesquitono / ditono diatessarū / diapente / diapente & tono / diapason /
diapason & trifemitonio / diapason & ditono / diapason & diatessaron / diapason &
diapete / diapason diapete & tono / disdiapason / ac integro toni & consonantiarū oim
dimidio. Et de maximarū Harmoniarū consonantiis: & quarūdam medietatum.

Quartus de monochordo / tetrachordo / pentachordo / heptachordo / octochor-
do / pentadecachordo / diatoniciis / chromaticis / enarmoniciis melodiis. Et de melo-
diarū modis. Et hec sub breuitate contracta: argumentum libri sunt.

Diffinitiones



Interuallum est soni grauis acutiq3 spaciū habitudo.

Spacium vocamus neruū: chordam: expiratum aerem: et quidquid simile est: a quo sonum elicimus.

Multiplex interuallum est quoties maius spacium cōtinet minus plures. vt bis: et duplex interuallum dicitur. vt tertio: et dicitur triplex. vt quarto et quadruplex nuncupatur. & hoc pacto deinceps.

Interuallum superparticulare est cum maius cōtinet minus: & partē eius aliquam.

Pars est que metitur totum: ipsum aliquoties sumpta restituens.

Si maius cōtinet minus et eiusdē dimidium: sesquialterū nominatur interuallum.

Si maius cōtinet minus et minoris partem tertiam: dicitur sesquitertium.

Si vero cōtinet minus et eiusdem minoris partem octauam: epogdoun: sesquioctauumq3 nominatur. Et ita reliqua superparticularia interualla per facile est diffinire: sed parum musico conducunt proposito.

Superparties autem diceretur interuallum: si maius contineret minus et minoris partes aliquot: que partem vnā non efficiunt.

Numeri sunt adinuicem primi: quos sola metitur vnitas.

Dignitates.



Vicquid metitur alterum: metitur et omne mensuratum ab illo.

Compositum in ea resoluitur simplicia: ex quibus componitur.

Cuiuslibet numeri pars est vnitas: ab eo denominata.

Vnitas in quemcunq3 numerum ducta: ipsum producit.

Quicquid metitur detractum et residuum: metitur & totum.

Quaecunq3 vni et eidem equa sunt: & ea inter se sunt equa.

Et que inter se sunt equa: eiusdem sunt eque multiplicia aut submultiplicia.

Eorum quorum tota sunt equa: et dimidia sunt equa.

Quicquid bis auctum aliquid transcendit: id vltra illius dimidium esse necesse est.

Et quod duplicatum non implet integrum: id profecto non cōtinet dimidium.

Omne totum est maius sua parte.

Petitiones.

Data equali chorda: que spaciū ad spacium proportio est: eam esse & soni ad sonum.

Inter numeros sola vnitate distantes: nullum intercipi posse medium.

Spacium quodlibet in quotlibet equas partes diuidere.

Totum ad suam partem: et laxius ad se tensum: grauiorem sonum edere.

Omnem proportionem esse tanq3 numeri ad numerum.

Si numerus numerū datū multiplicet: idēq3 productū diuidat: numerū datū redire.

Si numerū datū numer⁹ diuidat: & qd puenit rursus multiplicet: numerū datū redire.

Extremorū proportionē ex mediōrū proportionib⁹ vt suis partibus esse cōpositā.

Extremi ordinatarū proportionū: maximus minimusq3 terminus intelliguntur.

C Sciētia subalternata qualis ad Arithmetica Musica est: principijs et demonstratis scientie prioris subalternantisq3 vtitur. At studuimus vt q̄ fieri potest rarissime id in hac disciplina fiat. verum pleriq3 vbi opozunum videbitur alio q̄ in arithmetica factum est vtemur demonstrandi modo: quo singula magis ex proprijs facta videantur q̄uis arithmetico suffragio atq3 ijs que in arithmetica monstrata sunt eadem p̄o-
ptius faciliusq3 fierent: attamen quando id fiet ⁊ quando non sequentibus demonstrationibus cuiuslibet per q̄ peripicuum euadere poterit.

MVSIGE

Si interuallum multiplex binario multiplicetur: id quod fit ex hac multiplicatio-
ne interuallum multiplex est.

d	e	c	
16	8	4	Multiplex ex duplatione.
4	2		Multiplex interuallum.
A	B		

¶ Interuallum binario multiplicare: est interualli habitudinem duplare que quo pacto duplanda sit du-
dum tertia propositione quinti Arithmetices notum esse potest. ut si a b sit interuallum quodcumque quod bi-
nario multiplicare iubeamur: ipsum per tertiam quinti multiplicabimus si ducimus a in se et b in se proue-
niantque d e eritque productorum d e duplex interuallum interuallum producentium a b. Quod si rursus dus-
cimus a in b proueniatque productum e erit per sextam quarti que proportio d ad e eadem e ad c et interualla-
lum d c in duo equa partitum. Sed esto nunc ut interuallum a b sit multiplex quemadmodum proponit
propositio quod modo paulo ante dicto: binario multiplicetur: sitque duplum d e et ea proportio d ad e et e ad
c: dico interuallum d ad c esse multiplex. Nam cum a ad c multiplex sit interuallum cum geminatur mani-
festum est multiplex addi multiplici quare per vicesimam secundam noni Arithmetices statim notum est
interuallum compositum multiplex esse. et propositum. Sed idem aliter hic demonstratur: Quoniam enim
que proportio a ad b ea est d ad e et e ad c. nam utraque proportionis duplate a ad b medietas. Proportio
autem a ad b posita est multiplex: igitur et proportio d ad e multiplex est. metitur igitur per diffinitionem
multiplicis: e ipsum d vel bis vel ter vel deinceps. Et eodem quoque tunc c toties metitur ipsum e. quare et
c per primum communem conceptum metitur ipsum a. Quidquid enim alterum metitur: metitur et om-
ne quod mensuratum est ab illo. Est itaque per diffinitionem interuallum a c multiplex. quod erat ostens-
dendum.

Si fuerint termini proportionaliter constituti: cum primus fuerit ultimo compa-
ratus si primus ultimum fuerit mensus: metietur et secundum.

2	4	8		1	2	4	A b c tres termini proportio
a	b	c		d	e	f	nales quorum a numerat b.

¶ Tametsi hanc decimatertiam quarti demonstret sufficienter: cam tamen amplius hoc in loco volumus
manifestare. Sint enim a b c termini proportionaliter constituti et a numeret c: dico idem a numera-
re b. capio enim d e f terminos in ea proportionem minimos. Quoniam enim d ad e ut a ad b: et e ad f
ut b ad c. igitur per equam proportionalitatem quam vicesimam primam secundi Arithmetices monstra-
t d ad f ut a ad c. sed a per hypothesin metitur c: igitur et d metietur f. At quia d e f positi sunt in sua
proportionem minimi. ergo per quintam quarti d et f sunt adinuicem primi. Et cum d seipsum metiatur
pariter et f per diffinitionem d est unitas. Et vero cum unitas sit omnis numeri pars: d ergo metietur e.
Et cum a ad b ut d ad e: metietur igitur a ipsum b secundum terminum: quod erat cognoscendum atque
propositum.

Si interuallum binario multiplicatum: multiplex effecerit interuallum: ipsum
quoque multiplex erit.

2	4	8	A b interuallum binario multiplicatum
a	b	c	multiplex efficiens.

¶ Hec est conuersa primae: cuius hec est ratio. Nam cum interuallum compositum multiplex sit et per secun-
dam communem scientiam resoluitur in id interuallum ex cuius multiplicatione creuit siquidem composi-
tum omne: in ea simplicia dissoluitur ex quibus coactum/concretum/compositumque esse cognoscitur per se-
xagesimam noni interualli simplex multiplex erit. At id idem aliter ostenditur. Nam si a b c geminatum inter-
uallum sit multiplex sic ut c multiplex sit ad a et ea proportio a ad b et b ad c: quoniam c ad a erit multiplex: a
per diffinitionem metietur ipsum c. quare et per precedentem a metietur ipsum b. Est igitur interuallum sim-
plex b ad a per diffinitionem multiplex. et propositum.

- 4 Si terminorum intervalli primus ad secundum comparatus sese ut tertius ad quartum habuerit: quot proportionaliter medii primo et secundo: totidem tertio & quarto interuenire necesse est.

¶ Medium proportionale inter d et tertium & quartum ut b inter primum et secundum.

27	18	12		18	12	8		9	6	4		2
a	b	c		d	e	f		g	h	k		l

¶ Hanc duodecima quarti monstrat cuius adhuc hic ut ad sequentia momentum habens: cognitio promissio: habeatur: repetitur demonstratio.

¶ Sit a cuiuscunque intervalli primus terminus ad c secundum ut d tertius ad f quartum: et sit b medius proportionaliter constitutus inter a & c. dico etiam inter d et f interuenire unum proportionaliter medium. Capio enim per sextam quarti g h k tres minimos secundum proportionem a ad b et argumentor: ex vicesima prima secundi per equam proportionalitatem g ad h ut a ad b et h ad k ut b ad c. igitur g ad k ut a ad c. quare et ut d ad f. at si d et f sunt iidem termini cum g k manifestum iam est inter d et f interuenire unum proportionaliter medium. Sin minus: ergo per vicesimam tertiam Arithmetices g et k metientur d et f equaliter: sitq; id secundum l. duo ergo l in g h et k proueniant d e f per septimam secundam d ad e ut g ad h et e ad f ut h ad k. quare e interuit proportionaliter medius terminis d & f quod erat monstrandum.

- 5 Superparticularis intervalli medius numerus: neq; vnus neq; plures proportionaliter interuenient.

¶ Proportio superparticularis: in duo equa diuidi non possit.

27		18						¶ Hic spatium superparticulare.
A	b	c		d	e	g	f	¶ d e f tres minimi proportionis a ad b.

¶ Hanc intelligimus: nullum superparticulare intervallum in duas aut plures intervallorum habitudines proportionalesq; secabile esse. quod demonstratione proxime subiuncta per se facile liquebit.

¶ Sit a c intervallum superparticulare quod diuidatur in duo equalium habitudinum spacia a b & b c certis constitutisq; numeris si possibile est. Sitq; idcirco ut a ad b ita b ad c. capio per sextam quarti Arithmetices d e f tres minimos continue proportionales in proportionem a ad b. et quia d ad e ut a ad b et e ad f ut b ad c: ergo per equam proportionalitatem d ad f ut a ad c. At quia a ad c positum est superparticulare intervallum: igitur d ad f est superparticulare. At vero quoniam d e f sunt tres illi habitudinis minimi termini: igitur d et f primus & ultimus per primam quarti sunt adinuicem primi. At cum d monstratus sit superparticularis ad f: per definitionem d continet f et eius partem que ideo per definitionem metitur f. Et si ea pars sit numerus cum ea etiam per communem conceptum metiatur d: metietur enim se partem de tractam & residuum quod equum est f. non erunt ergo d et f adinuicem primi cuius oppositum iam monstratum est & impossibile. erit ergo ea pars unitas. Tunc addo unitatem ipsi f & fiat g: ut g & f solius unitatis discrimine distent. mox argumentor: d ad f ut g ad f. sed inter d et f positus est vnus interuenire medius igitur per precedentem & inter g et f numeros sola unitate distantes interuenit intercipienturq; aliquis numerus medius quod per secundam petitionem est impossibile. non igitur superparticularis intervalli vnus medius interuenit numerus. neq; quoq; eodem argumento interuenient plures. Et hanc etiam monstrat sexagesima prima noni. Et ex hac quoq; cognoscitur reprehensionem demonstrationis Archite: q; nulla superparticularis in duo equa diuidi possit quam tertio institutionis musice capite vndecimo videtur diuus Seuerinus adducere non tam esse diuisi Seuerini q; Richomachi aut aliorum quos interpretatur elegantissime qui & simile in plerisque tum Arithmetice tum Musice institutionis locis fecisse comperitur. Et non verentur quidam (pace omnium dixerim) eius libros perillustrare non ut sciant sed ut exsurgent et canino more si quid hanc subsultansq; appareat altius dentem insigant: mordeant & reprehendant et sanctum et venerabile Philosophie nomen et suorum conuictis laceret: & quod aliorum vitium est si quod est: diuisi Seuerini exclament errorem faciantq; aliorum crimine reum. et cum nihil nozint volunt litterarios duces insectando carpendo lantendo omnia scire videri: atq; supra philosophicos vertices sese gloriabundos extollere faciantq; quod est apud Comicum ne intelligendo ut nihil intelligant quos idem statim ut maledicere desinant ammonet malefacta ne cognoscant sua. Sed hec preter presentis negotii officium. de Philosophie enim qui recte fuerint natura instituti vel absq; monitione semper recte cogitabunt. qui enim secus faciunt ab eorum se segregant consortio et ut philosophi quales se videri volunt non amplius esse cognoscantur necesse est.

MVSICE

Si interuallum non multiplex binario multiplicetur: id quod fit ex hac multipli- 6
catione neq; multiplex est: neq; superparticulare.

a	b	c	Si interuallum neq; multiplex neq; superparticulare.
a	b	c	Si duplatum interuallum a b quod quidem est non multiplex.

C Si interuallum non multiplex a b: et duplum sit a c. ita vt ea sit proportio a ad b 2 b ad c. dico interuallum a c neq; multiplex esse neq; superparticulare. quoniam si a c primo ponatur multiplex: ergo per tertiam presentis et a b interuallum erit multiplex at positum est non multiplex. Et si secundo dixeris a c esse interuallum superparticulare: cum sit a ad b vt b ad c erit interualli superparticularis medius proportionalis terminus quod per precedentem est impossibile. Est itaq; notum si interuallum non multiplex binario multiplicetur compositum interuallum minime aut multiplex aut superparticulare esse. et propositum.

Si interuallum binario multiplicetur: atq; id quod ex ea multiplicatione creabitur 7
multiplex non sit: ipsum quoq; non erit multiplex.

C Nec est conuersa precedentis. Sit ergo superioris propositionis figura in qua interuallum a c proueniat ex duplicatione habitudinis interualli a b et non sit a c interuallum multiplex. dico si idem interuallum a b non esse multiplex. Nam si a b interuallum multiplex est: cum a c per hypotesin ex interuallo a b binario multiplicato surgat: ergo per primam presentis interuallum a c multiplex erit. At positum est non multiplex: ergo si interuallum non multiplex ex alicuius interualli binario multiplicatione nascatur neq; ipsum quoq; ex eius multiplicatione ortum est multiplex erit: quod erat monstrandum.

A numero partium superparticularis interualli que in vnum adacte totum resti- 8
tunt et numero vno maiore: quot interualli maiores termini simul: minoribus si
mul acceptis respondeant: cognoscuntur.

A	3	4	5	6	7	8	9
B	2	3	4	5	6	7	8
C	2	3	4	5	6	7	8
D	3	4	5	6	7	8	9

C Si a ad b interuallum superparticulare manifestum est per diffinitionem superparticularis a continere b et vnam partem b. ea igitur pars secundum numerum c: constituat suum totum b: et sit d numerus vno maior c: dico a sumpta secundum numerum c equa esse b sumptis secundum d. Nam a secundum c sumpta continent b secundum c sumpta et insuper partes b sumptas secundum c. Atqui positum est eas secundum c constituere vnum b. igitur a secundum c sumpta continent b sumpta secundum numerum vno maiorem c. At vero d positus est numerus vno maior c. ergo a sumpta secundum c: continent b sumpta secundum d. quod erat monstrandum. Et si exemplarem requiris declarationem: si a ad b interuallum est sesquialterum: quoniam a sesquialterum est ad b. ergo a continet b 2 eius dimidium: et duo dimidia per commune proloquium suum totum reddunt. Dico ergo duo a tantum esse quantum tria b: quoniam enim duo a continent duo b. et insuper duo dimidia b que vnum b restitunt: ergo duo a continent tria b: tribusq; eadunt equalia. Et si a ad b est sesquitercium a continet totum b et tertiam partem b. at tres tertie b eque sunt vni b. ergo superiore argumento tria a continent quattuor b: quattuorq; eadunt equalia. Immo data quacunq; superparticulari maiores termini secundum proportionis minorem numerum: equantur minoribus terminis secundum proportionis maiorem numerum sumptis. vt si a ad b sit sesquiquinta: quoniam minimi sesquiquinte sunt 6 et 5. Idcirco quinque a equi sunt sex b. et in non minimis quoniam 12 et 10 sunt termini sesquiquinte 10 a equantur 12 b. Et si a ad b sit sesquioctaua: quoniam minimi sesquioctauae sunt 9 et 8. idcirco 8 a tantum sunt quantum nouem b. Et quia rursus 18 ad 16 sesquioctaua: ideo sexdecim a equi sunt 18 b. et ita in ceteris. Sed si id non modo particulariter sed 2 vniuersaliter contemplari cupis id vniuersaliter verum erit.

Data quacunq; proportionem: maiores termini secundum numerum minoru sum- 9
pti: equi sunt minoribus secundum numerum maiorum sumptis.

*Est enim g. b. minimo
hinc 3. vno 2. g. do
Deus etc.*

B Suppti	3	4	5	6	7	8	9	Mults	2	3	4	5	6	Suppar	5	7	9	11
B culares	2	3	4	5	6	7	8	plices.	1	1	1	1	1	tientes.	3	4	5	6

¶ Et sit a ad b quęcunq; proportio et a maior terminus: b vero minor. dico a sumptos secundum b numerum minorem equos esse b sumptis secundum a numerum maiorem. Nam per octauam primi Arithmetice quod sit ex a in b: equum est ei quod sit ex b in a. At vero quod sit ex a in b: sunt a sumpti secundum b. et quod sit ex b in a sunt b sumpti secundum a. igitur a sumpti secundum b equantur b sumptis secundum a et in quibuscunq; alijs eadem est demonstratio et propositum.

10

Cum aliquot maiores termini aliquot minoribus equi sunt: ea vnus maiorum ad vnum minorum reperitur proportio: que et numeri minorum collectorum ad maiorum collectorum numerum.

¶ Hec est conuersa precedentis. Quoniam per precedentem minores collecti secundum numerum maiorem equi sunt maioribus secundum numerum minorum collectis. Sed numerus maiorum est vnus terminus maior et numerus minorum vnus terminus minor. ergo eadem est proportio vnus maiorum ad vnum minorum: que numeri minorum collectorum ad numerum maiorum collectorum. Et quęq; he due vltime conclusiones faciles sunt: vsus tamen earum paulo latentior est. Per primam enim earum que nona est: habemus si numerus maior ad minorem sesquialter est vt trium ad duo: duo maiores equi sunt tribus minoribus. Et si maior ad minorem sesquitercius vt 4 ad 3: tres maiores equi sunt quattuor minoribus. Et si maior sesquiquartus vt 5 ad 4 quattuor maiores equi sunt quinque minoribus. Si vero maior sesquioctauus: octo maiores equi sunt nouem minoribus. et ita in consimilibus. In multiplicibus autem si maior duplus est vt duorum ad vnum: vnus maior equus est duobus minoribus. Si triplus: vnus maior equus est tribus. Si quadruplus: vnus equus est quattuor. Si octuplus: vnus equatur ad octo. Insuper partientibus vero consimile est: vt si maior est superbi tertius vt 5 ad 3: tres maiores equi sunt quinque minoribus. Si super triquartus vt 7 ad 4: quattuor maiores equi sunt septem minoribus. Si vero super octupartiens vt 17 ad 9: nouem maiores equi sunt decem et septem minoribus. et hoc pacto in reliquis.

¶ Ex vltima autem hanc in superparticularibus vtendi regulam elicimus. Si duo maiores equi sunt tribus vt minoribus quattuor ad sex: sex ad nouem octo ad duodecim: vnus maior ad vnum minorem sesquialter est. Et si tres equi sunt ad quattuor: sex ad octo maior ad minorem est sesquitercius. Si quattuor maiores equi sunt quinque minoribus: aut octo ad decem: vnus maior vnus minoris est sesquiquartus. Si vero octo maiores nouem minoribus sunt equi: vnus maior ad vnum minorum cognoscitur sesquioctauus. In multiplicibus. si vnus duobus: duo ad quattuor: tres ad sex equi sunt: maior minoris est duplus. Si vnus tribus: duo ad sex: vnus maior minoris est triplus. Si vnus ad quattuor: et duo ad octo: vnus maiorum ad vnum minorum est quadruplus. Si vero vnus ad octo duo ad sedecim: maior minoris est octuplus. ¶ In superpartientibus. si tres maiores equi sunt quinque minoribus: aut sex ad decem: vnus maior ad minorem est superbi tertius. Si quattuor maiores septem minoribus: maior minoris est superbi triquartus. Si vero nouem equi sunt ad decem et septem: maior minoris est superoctupartiens. ¶ Et in cōpositis numeris simile est. vt si duo a equi sunt quattuor b et dimidium vnus: quemadmodum in duobus coniunctis sesquialteris. quoniam 4 et vnus dimidium ad 2 duplum sunt et sesquiquartum: idcirco vnus a ad vnum b duplus est atq; sesquiquartus. Si tres a equi sunt ad quattuor b et tertiam vnus: vt in duobus sesquialteris quoniam quinque et tertia vnus continent tres semel duas tertias et vnā nonā. proinde vnus a continet b vnum duas eius tertias et vnā eius nonā. Si quattuor equi sunt ad sex et quartam vnus: vt in duobus coniunctis sesquialteris: quoniam sex et quarta vnus continent quattuor dimidium et decimam tertiam ex quattuor: ideo vnus maior continet minorem semel eius dimidium et eius vnā decimam sextam. Si vero octo valent decem et octauam vnus vt in duobus sesquioctauis: quoniam decem continent octo et quartam: et octaua vnus ad octonos vna est sexagesima quarta: ideo vnus maiorum continet minorem semel eius quartam et eius sexagesimam quartam. Et si compositionis series protensior euadit: vt si duo a equi sunt sex b medietatē vnus et quarte vt in coniunctione trium sesquialterorum: quoniam sex continent duos ter et dimidium vnus est quarta pars duorum: et quarta pars vnus est octaua pars duorum. Idcirco vnus a triplex est b vnus in super quartam atq; octauam partem b continens. Et si tres equi sunt ad septem et nonā vnus quod in tribus sesquiterciis coniunctis euenit: quoniam septem bis continet tres et triū tertiam partem: et nonā vnus ad tres est vicesima septima. ideo vnus maiorum continet minorem bis eius tertiam et eius vicesimam septimam. Et si quattuor equi sunt septem dodrantē vnus hoc est tribus quartis et in super decimesexte vnus: vt in coniunctione trium sesquiquartorum: quoniam septem continent semel quattuor et tres quaternarij partes: et tres quaternarij ad quattuor sunt tres decime sexte: et decimasexta vnus est ad quattuor vna sexagesima quarta. idcirco vnus maior continet vnum minorem semel et dodrantem et tres decimas sextas atq; vnā sexagesimam quartam. Si vero octo equi sunt ad vndecim tres octauas vnus et vnā sexagesimam quartam: vt in tribus sesquioctauis coniunctis: quoniam vndecim continent semel octonarium et octonarij tres partes: et tres octauas vnus sunt ad octo tres sexagesime quarte. et vna sexagesima quarta ad octo est vna quingentesima duodecima. hinc fit vt vnus maiorum contineat minorem semel tres eius octauas tres sexagesimas quartas et vnā quingentesimam duodecimam. Et hec addecimus quo vsus harum duarum vltimarum in sequentibus patenter manifestior habetur.

MVSICE

Duplex interuallum ex duobus maximis superparticularibus: sesquialtero atq; 11
sesquitercio coniungitur.

6	4	3	A c duplex interuallum.
a	b	c	A b sesquialter b c sesquitercius.

C Sint a b c interuallum: a quidem sesquialter ad b: b vero sesquitercius ad c: dico a duplum esse ad c. Quoniam enim a sesquialter est ad b: ergo per octauam huius duo a equi sunt ad tres b. et rursus quia b sesquitercius ad c: igitur per eandem tres b equi sunt quattuor c: et tres b positi sunt equi duobus a. duo igitur a equi sunt ad quattuor c. cum quocunq; vni eidem equalia sunt inter se sint et equalia. et quattuor numerus minorum collectorum duplex est duorum numeri scilicet collectorum maiorum. igitur per precedentem vnus a duplex erit ad vnum c. quod erat demonstrandum. potest et hoc vltimum etiam demonstrari. Quoniam enim duo a equi sunt quattuor c: vnus a per octauam proloquium equus est duobus c. quorum enim tota equa sunt et eorum quoq; dimidia sunt equa. Et duo c dupli sunt vnus. igitur et vnus a duobus c equus: duplex erit c vnus quod fuisse monstrandum.

Ex duplici interuallo atq; sesquialtero: triplex nascitur interuallum.

6	3	2	A c triplex interuallum.
a	b	c	A b duplex interuallum. b c sesquialterum

C Sint a b c interuallum: et a quidem ad b duplex et b ad c sesquialter. dico a eius quod est c triplicem esse. quoniam enim a ad b duplex est: ergo a per diffinitionem continet bis b. igitur a equatur duobus b. et quia b sesquialter est ad c: igitur b continet c et eius partem dimidiam. ergo per octauam huius duo b equi sunt tribus c: et duo b equi erant vni a. igitur et tres c equi erunt vni a. tres autem triplex sunt vnus. igitur per decimam vnus a triplex est vnus c. quod erat demonstrandum.

Duo duplicia interualla: quadruplex coniungunt interuallum.

4	2	1	A c duplex interuallum.
a	b	c	A c geminatum duplex interuallum.

C Sit a duplex ad b: et b duplex ad c. dico quoniam a quadruplex est ad c. Nam quia duplex est ad b: igitur duo b equi sunt vni a. et rursus quia b duplex est ad c: igitur duo c equi sunt vni b. et si duo c equi sunt vni b: quattuor c equi erunt duobus b. Et duo b positi sunt equi vni a: igitur et quattuor c equabuntur vni a. Et quattuor quadruplum sunt vnus. igitur per decimam vnus a quadruplex est vnus c. quod erat ostendendum.

Terminum reperire: ad quem quotcunq; volumus: liceat superparticulares assignare. 14

9	8	6	A ad c sesquialter.
a	b	c	B ad c sesquitercius.

C Sit propositum terminum reperire ad quem sesquialterum et sesquitercium valeamus assignare. Caplo duo et tria numeros denominantes partes sesquialteri atq; sesquitercij: duo siquidem sesquialterum et tria sesquitercium denominant. et duco duo in tria: proueniatq; ductu illo c manifestum est c habere partem dimidiam pariter et tertiam. fingo ad c partem eius dimidiam: et compositus sit a. et iterum ad c fingo partem eius tertiam: et sit compositus b. quoniam enim a continet c et eius partem dimidiam: ergo per diffinitionem a ad c sesquialter est. et quoniam b continet c et eius partem tertiam: b itidem ad c sesquitercius. c igitur repertus est terminus ad quem petiti superparticulares rite sunt assignati. et hac lege de quibuscunq; esse operandum: vt si essent assignandi sesquioctauus et sesquinonius: duc octo in nouem et surget terminus octauam nonamq; partem possidens: ad quem et sesquioctauum et sesquinonium rite assignaueris. et eodem quoq; pacto modo tres: modo quattuor aut quotquot libuerit ad eundem terminum assignabis.

640	600	576	540	480
a	b	c	d	e

vt si ad eundem terminum peterentur assignari sesquitercius sesquiquartus sesquiquintus et sesquioctauus ducantur tria quattuor quinque et octo in se invicem et proueniat e qui idcirco habet in se tertiam quartam quintam et octauam. Adungo e suam tertiam compositusq; sit a. et suam quartam et compositus sit b. suam quintam compositus sit c. suam denique octauam et compositus sit d. dico demonstratione superiore: quoniam ad e constituti sunt a b c d sesquitercius sesquiquartus sesquiquintus et sesquioctauus: quemadmodum prefixa monstrat formula.

$$\begin{array}{r} 3-2 \\ 4-3 \\ 12-6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4-2 \\ 3-2 \\ 12-4 \end{array}$$

Nos clare: eligimus
los terminos quosdam
quosdam sicut 4. 2.
dupla. 3. a 2. sesquialtera
multiplicando inter se
y talia =

- 15 Si sesquialtero intervallo sesquitercium demptum fuerit intervallum: erit quod reslinquitur sesquioctavum.

9	8	6	A c sesquialter. B c sesquitercius.
a	b	c	A ad b sesquioctavus.

$$\begin{array}{r} 3 \times 2 \\ 4 \times 3 \\ 2 \times 8 \end{array}$$

C Sit terminus ad quem per precedentē assignati sunt a sesquialter: et b sesquitercius. ab a c sesquialtero subduco intervallum sesquitercium b c: relicto intervallum a ad b: quod dico esse sesquioctavum. quoniam enim a eius quod est c est sesquialter: a semel habet c et eius dimidiam partem. quare per octavam huius duo a equi sunt tribus c. et quattuor a sex c. et octo a ad duodecim c. Rursus quoniam b huius quod est c sesquitercius est. b igitur habet in se c et eius tertiam partem. quo fit ut per eandem octavam tres b equi sint quattuor c. et sex b octo c et novē b ad duodecim c. at octo a quidē equi erāt ad duodecim c. igitur octo a equi sunt ad novē b. per decimā igitur a continet b et eius octavā partem. estq; a sesquioctavus ad b et ppositi.

- 16 Intervalli quarta & duodecima vnam eius tertiarum restituunt.

C Nam quattuor intervalli quarte: totum complent intervallum. et duodecim eiusdem intervalli duodecime: totum itidem complent intervallum. quare quattuor quarte et duodecim duodecime ad invicem equantur. due igitur quarte sex duodecimis et vna quarta tribus duodecimis sunt eque. quorum enim tota equa sunt: et eorum dimidia. At quattuor duodecime: duodecim duodecimarum sunt vna tertia: quare et vna totus tertia cui quidem duodecim ille duodecime cognoscuntur esse idem atq; eque. vna igitur totius quarta que tribus duodecimis equa esse monstrata est et vna duodecima illi adiuncta: totius tertiam partem restituunt. Equantur enim vna tertia et vna duodecima quattuor duodecimis. quod erat demonstrandum. Et Quis hec demonstratio sequentis gratia particulariter facta sit: possis tamen modo consimili monstrare omnem minorem cuiuscunque totius intervalli partem: proxime maiorem partem efficere: illi adiecta vna partium a numero qui ex ductu denominationum utriusque partium enascitur: denominata. ut totius tertia pars minor est: et secunda proxime maior: et si duo in tria duxeris sunt sex: idcirco vna tertia atq; vna sexta vnam restituunt secundam. Similiter quocq; quarta et quinta partes sunt proxime maior atq; minor: et si ducis quinq; in quattuor surgunt viginti: proinde vna quinta et vna vicesima: vnam quartam restituunt. et hoc pacto in sequentibus ut subiecta monstrata formula.

Tertia et sexta

vnam secundam efficiunt.

Quinta et vicesima

vnam quartam.

Sexta et tricesima

vnam quintam.

Septima et quadragesima secunda

vnam sextam.

Octava et quinquagesima sexta

vnam septimam.

Nonā et septuagesima secunda.

vnam octavam.

- 17 Due proportiones sesquioctave: minores sunt sesquitercio intervallo.

81	72	64	2.43	A c duo sesquioctavi conjuncti.
324	288	256		
a	b	c	d	A d sesquitercium intervallum.
			13	

Los excede en $\frac{1}{81}$
ya en $\frac{1}{288}$ a la p[ro]p[or]cion
81. a 80.

C Continua per sextam quartam Arithmetices duas sesquioctavas inter a et c: ita ut a sesquioctavus sit ad b et b sesquioctavus ad c. et sit a ad d sesquitercium intervallum. Dico a ad c minus esse intervallum q̄ a ad d. Quoniam enim a sesquioctavus est ad b: ergo per octavam huius octo a equi sunt ad novem b. sed et quia b etiam sesquioctavus est ad c: per eandem octo b tantū sunt atq; novem c. Et cum vnus b equus sit vni c et octave eius. ergo novem b equi sunt decem c et octave vnus c. B: qui novem b monstrati sunt equi esse octo a: igitur octo a equi sunt decem c et octave vnus c. At decem et octava vnus c continet octo semel et eius quartam et eius vnam sexagesimam quartam. ergo per decimam huius vnus a continet vnum c et vnam eius quartam et vnam sexagesimam quartam: et vna quarta et vna sexagesima quarta per precedentem minus sunt vna tertia: complent enim quarta et duodecima vnam tertiam. duo igitur sesquioctavi minus sunt vno sesquitercio intervallo. quod erat demonstrandum.

- 18 Tres sesquioctavi: amplius sunt sesquitercio: minus autem sesquialtero intervallo.

729	648	576	512	A d tres sesquioctavi conjuncti.
a	b	c	d	

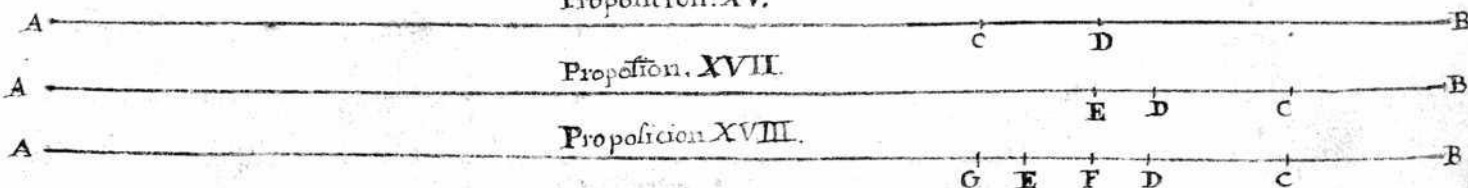
C Sint a b c d tres conjuncti sesquioctavi: ut a ad b primus sit sesquioctavus | b ad c secundus | et c ad d tertius: dico primo a ad c amplius esse sesquitercio. Quoniam enim a ad b et b ad c duo sunt sesquioctavi: ergo per octavam huius octo a equi sunt decem c et octave vnus c. Sed et cum c iterum ad d positus sit sesquioctavus: ergo per eandem octo c equi sunt novem d | et novem c equi decem d et octave vnus d et decem c equi vndecim d et duabus octavis. et cum octo octave c contineant novem d: ergo per decimam huius vna octava c continet octavam d et eius octavam partem: hoc est vnam sexagesimam quartam. decem ergo c et vna octava vnus equantur vndecim d | tribus octavis | et vni sexagesime quarte. et per decimam ut vndecim et tres octave et vna sexagesima quarta ad octo: ita a ad d. sed vndecim continent octonos semel tres eorum

Nasbreve. el num. a. con
bined. n. d. durante q̄
Jmang. el n. 229. con
ne a 512. a 128 quante
parte y 82 y nueve mar

Proposicion. XV.

Proposicion. XVII.

Proposicion. XVIII.



partes tres octavas et unam sexagesimā quartam unus. ac tres octonorum partes amplius sunt tertia eorum parte. Superant enim tres octonarii partes: tertia enim eiusdem partem tridente unus: hoc est tertia unus parte. a fortiori igitur tres octonarii partes et tres octave unus et una sexagesima quarta ita amplius sunt tertia octonorum parte. continent ergo undecim tres octave unus et una sexagesima quarta: octo semel et amplius eorum parte tertia. quare et a continet b et amplius tertia eius parte. Est itaque a ad b amplius sesqui tertio intervallo. Secundo dico a ad b minorem esse sesquialtero intervallo. Nam undecim continent octo et tres octavas: deest ergo una octava ad complendas quattuor octavas que sunt octonorum dimidium. At vero que superant tres octave unus et una sexagesima quarta minus efficiunt dimidio unus octave. quare et multo minus efficiunt una octava. undecim ergo et tres octave et una sexagesima quarta unus continet octo semel et minus octonorum dimidio. ergo per decimam huius et a continet b semel et minus eius dimidio. Est itaque intervallum a ad b minus sesquialtero intervallo.

Quattuor sesquioctavi coniuncti: sesquialterum superant intervallum.

19

6561	5832	5184	4608	4096	De quattuor sesqui-
a	b	c	d	e	octavi coniuncti.

¶ Sit a b c d e quattuor coniuncti sesquioctavi: a ad b primus b ad c secundus c ad d tertius et d ad e quartus: dico quoniam intervallum a e amplius est sesquialtero intervallo. Nam ut in precedenti visum est octo a equi sunt undecim b tribus octavis et una sexagesime quarte unus. et undecim b tres octave unus et una sexagesima quarta: equatur duodecim e sex octavis quattuor sexagesimis quartis et una quingentesime duodecimae. ergo octo a equi sunt duodecim e sex octavis quattuor sexagesimis quartis et una quingentesime duodecimae. At vero duodecim e sex octave quattuor sexagesime quarte et una quingentesima duodecima continent octo semel et amplius quoniam octonorum dimidium: quoniam continent octo semel et dimidium: et insuper sex octavas quattuor sexagesimas quartas et unam quingentesimam duodecimam unus. igitur per decimam huius a continet e semel et amplius quoniam eius dimidium. superat itaque a e intervallum quattuor sesquioctavi coniuncti: sesquialterum intervallum. quod erat monstrandum.

Quinq; coniuncti sesquioctavi: minus duplici intervallo coniungunt.

20

¶ Nam per undecimam huius duplex intervallum ex duobus maximis superparticularibus: sesquialtero scilicet et sesquitercio coniungitur. At constitutis quinq; sesquioctavis tres primi sesquioctavi: per decimam octavam huius minus sunt sesquialtero intervallo. et duo sequentes sesquioctavi qui una cum tribus prioribus quinq; complent: per decimam septimam huius minus sunt sesquitercio. Coniungunt igitur quinq; sesquioctavi minus duplici intervallo.

Sex proportionales sesquioctave: maiores sunt vno duplici intervallo.

21

531441	472392	419904	373248	331776	294912	262144	Agter sesqui-
a	b	c	d	e	f	g	octavi cōiuncti.

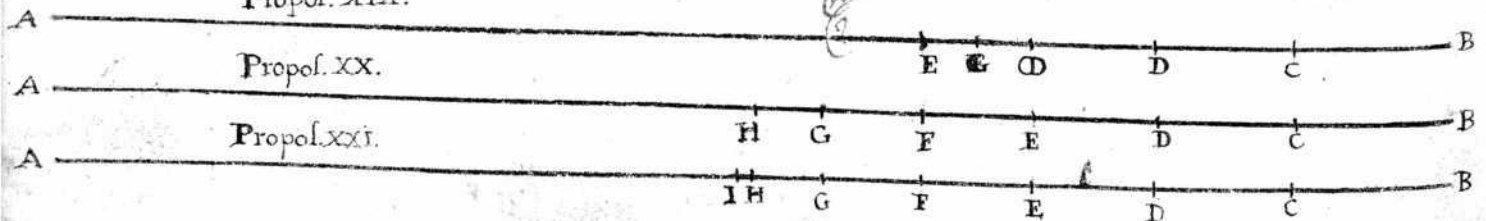
¶ Sit a g intervallum sex coniuكتورum sesquioctavonum: ita ut a ad b sit primus sesquioctavi b ad c secundus c ad d tertius d ad e quartus e ad f quintus f ad g sextus. dico quoniam a ad g amplius est duplici intervallo. Quoniam enim a ad b sesquioctavi est: ergo per octavam huius octo a equi sunt novem b. et novem b per eadem equi sunt decem c et octave unus. et decem c et octava unus: equa sunt undecim d tribus octavis et una sexagesime quarte unus. et undecim d tres octave et una sexagesima quarta unus: equantur duodecim e sex octavis quattuor sexagesime quartis et una quingentesime duodecimae. duodecim autem e sex octave quattuor sexagesime quarte et una quingentesima duodecima: equantur tredecim f decem octavis decem sexagesimis quartis quinq; quingentesimis duodecimis et una quarte millesime nonagesime sexte. At vero decem octave unum continent integrum et insuper duas octavas. quo fit iterum ut duodecim e sex octave quattuor sexagesime quarte et una quingentesima duodecima: equetur quattuordecim f duas octavis decem sexagesimis quartis quinq; quingentesimis duodecimis et una quarte millesime nonagesime sexte. At vero quattuordecim f due octave decem sexagesime quarte quinq; quingentesime duodecimae et una quarta millesima nonagesima sexta: equa sunt quindecim g et octo octavis eius hoc est equa sunt sedecim g duodecim sexagesimis quartis quindecim quingentesimis duodecimis sex quartis millesimis nonagesimis sextis et una tricesime secunde millesime septingentesime sexagesime octave. At sedecim g duodecim sexagesime quarte et relique sequentes particule continent octo bis et amplius. igitur per decimam huius a ad g maius est duplici intervallo. sex igitur sesquioctavi maiores sunt vno duplici intervallo: ut intendit propositio. ¶ Et si hec propositio quo ad suam demonstrationem nonnullis subdillior videatur: hoc idcirco proveniet quod illis promptitudo: utendi quod habilitas octave none et decime huius deest. Idcirco par: consentaneis erit eos qui in musicis modulationibus et earum contemplationibus se exercitare volent: multos sesquialteros deinde sesquitercios et alios sequentes superparticulares colligere: quousque vltus colligendarum proportionum ipsis iam sit factus peritus et quasi iam ipsis domesticus.

¶ P:imi Elementorum Muscillum Finis.

Propos. XIX.

Propos. XX.

Propos. XXI.





Consonantia est soni grauis acutiq; mixtura: suauiter vniformiterq; auribus incidens: ex multiplici aut superparticulari ratione profecta. Dissonantia est duorum sonorum non se natura suauiter miscantium: ad aurem perueniēs aspera: inuocūdaq; percussio. Tonus est consonantie principiū: ex soni ad sonum sesquioctaua proportione proueniēs. Semitonium minus quod & diesis dicitur: est toni pars: qua sesquitercia proportio duobus tonis maior est.

Semitoniū maius quā & vocāt Apothomen: est toni reliqua pars: & qua ipse semitonium minus superat. Cōma est quo sesquioctaua proportio: duobus semitonis minoribus maior est: quod & idē est quod Apothome semitonium minus vincit ac superat. Schisma est cōmatis dimidium. Diaschisma est dimidium semitonii minoris.

Hemispheriū: musicū est instrumentū p quod aut neruo aut chorde vt decet suppositū: semitonia: tonos: cōsonantiasq; & cōsonantiarū particulas: ad sensum puestigam.

Sonus emmelis is est quo apte utimur in melo. Ecmelis vero is dicitur: quē melos concētusq; nō admittit. Equales soni atq; similes dicūtur: qui ex eadē interuallī p portione nascūtur. Numerorū atq; interuallorū pars ea maior est: quē a minore numero denomiatur: & minor q̄ denomiatur a maiore. Multiplex pportio maior est: quā maior denoiat numerus: & minor q̄ denoiatur a minore. Supparticularis pportio maior est: quē a maiore denomiatur parte. Minor autē quē denomiatur a minore.

Tonum super datam chordam collocare.

A c | | | | | | | | **B**

Sit a b c chorda quęctq; supra quā subeamur tonū collocare: diuisio per tertiam petitionem chordam a b in nouē equas portiones: ita vt c b illarū nouenariū octo teneat & a c vnam. Dico qm a b & c tonū continent: constituitq; supra datā chordam esse tonum. Itā totū chorde spaciū a b continet spaciū c b & insuper octauā eius partē: q̄ a c vni illarū octauarū equa sit. igitur per diffinitionē spaciū a b epogdium: sesquioctauū est spaciū c b. quare per primam petitionem ea erit soni totius chorde a b ad sonum c b proportio. Est itaq; tonus in chorda a b qui in epogdo a sesquioctaua ratione consistit: collocatus.

Tonum tono et quotquot libuerit: in data chorda subiungere.

A c | b | e | | | | | | | **B**

Sit data chorda a b in qua propositum sit tres consequentes tonos subiungere partior per tertiam petitionem vt in precedentē factum est spaciū totius chorde a b in nouem equas portiones. & in nota octauę portionis pono c: ita vt b c octauas illarū nouem partium teneat. manifestum est per precedentem a b & c b esse tonum et per eadē petitionē partior spaciū c b in nouē equas portiones. & in termino octauę particule pono d: ita vt d b contineat octo earum partium quarum c b nouem continet. per precedentem c b ad d b sonat tonum: estq; iam vni tonos: tonus vnus subfunctus. Rursum spaciū d b consimili modo in nouē equas portiones diuiso: & notam octauę sectionis littera e designo: ita vt e b octo earū partium contineat: quarum d b continet nouem per precedentem d b ad e b resonat tonum. Sunt igitur in data chorda a b tres continue subiecti toni: scilz a b c b d b e b. quod erat propositum. & hoc pacto quotquot lubet subiungere q̄ facillimum est. Et si id sensu experiri deprehendereq; cupias post pulsū totius chorde a b suppone hemispheriū chorde a b in signo: c: ita vt sola perstrepat resonetq; particula c b & sensus iudicio deprehendes soni totius a b ad sonum c b esse toni interuallum. q̄ si hemispheriū transfers ad notam d: ex pulsū c b & d b iterum tonum deprehendas. sed ex totius a b sono ad sonum particule d b duos tonos | duorumq; tonorum interuallum perpendet auditus. & hoc pacto sensuum iudicis quotquot voles tonos deprehendendos committeres: & eorum mixturas tum suaves: tum inconcinnas (quas auditus tanq̄ offensus horret refugitq;) decernendas.

Tonorum continuatorum: minimos numeros assignare.

59049	52488	46656	41472	36864	32768	Quinq; tonorum adinuicem cōtinuatorum minimi numeri.
n	o	p	q	r	s	Quattuor tonorum adinuicē cōtinuatorum minimi numeri.
6561	5832	5184	4608	4096		Trium tonorum adinuicem cōtinuatorum minimi numeri.
h	i	k	l	m		Duorum tonorum adinuicem cōtinuatorum minimi numeri.
729	648	576	512			
d	e	f	g			
81	72	64				
a	b	c				

Si duo: tres: quattuor: quinq; aut quotlibet toni sint continue in neruo cōstitutis: eorum minimos numeros reperiemus. Quā cū nouē & octo minimi sunt numeri toni duco nouē in se & pueniat a: & nouem in

octo et proueniat b: et octo in se et proueniat c. per viceſimātertiam tertij Arithmetice inter a b et c sunt duo ſequioctauū in minimis numeris cōſecti: et pinde duo toni in minimis numeris cōtinuati. Et ſi nouē duco in a b et octo in c et ſurgant d e f g. per eandem inter d e f g tres ſunt in minimis numeris ſequioctauū cōſecti: quare d e f g ſunt trium cōtinuatorum tonorū minimi numeri. Et ſi ducis nouem in d e f g et octo in g et ſurgant h i k l m per idem quod prius h i k l m quattuor cōtinuorū ſequioctauorū minimi ſunt numeri: quare et quattuor cōtinuorū tonorum. Et ſi rurſum hoc pacto ducis nouem in h i k l m et octo in m et ſurgant n o p q r et ipſi erunt quinq; cōtinuorū tonorū minimi numeri. et hoc modo quotquot tonorum uoles minimos numeros reperias. Attamen in modis muſicis tot cōtinue ſubiungere opus non eſt: ſed tonis ſemitenia ſubiunguntur: de quibus poſterior propoſitus accōmoduſq; expectandus eſt ſermo.

Spacio quolibet per quotlibet equa ſpacia diuiſo: totius ad totā proximē ſectiōnis partē. 4
partem minor eſt proportio: q̄ eiſdē partis ad totā reliquā proximē ſectiōnis partē. Quo ſit ut quāto ton⁹ tono ſubiūgitur acutior: tāto ipſum cōtractione cōtineat ſpacia

a	c	d	e	f	g	h	i	k	b
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

¶ Chordam neruū tibiā efflaſti aera et ſtimulum et quidquid ſonum edit in harmoniſcis modis (ut iam quocq; dictū eſt) ſpaciū nūcupamus: in quibus analogie ratio vim naturāq; ſeruat eādē. Sit ergo a b totum ſpaciū per a c d e f g h i k b et reliquas nouem equas partes ut ſit in intervallo toni habendo diuſum: quotquot enim alias poſueris idē ualuerit. Dico minorē eſſe ppoſitionē a b ad c b q̄ c b ad d b. Nam eſt a b poſitū ſit in nouē equas partes per medias notas c d e f g h i k b et reliquos diuſum: c b continet ſolū earū partū octo: quare a b cōtinet nouē. ergo a b cōtinet ſpaciū c b et eius octauam partē. ſed et cū c b octo partes partē c d equas cōtineat: ergo d b cōtinet partū totarū ſolum ſeptē. ergo c b cōtinet ſpaciū d b et inſuper partē ſeptimā partē. Et octaua pars per diſſinitionē minor eſt parte ſeptima: igitur iterū p diſſinitionē a b ad c b proportio ſuper partē artis minor eſt q̄ c b ad d b utpote que a minore parte denominetur. eſt enim hec a ſeptima parte ſequiſeptima proportio: illa uero ab octaua ſequioctaua. Et hāc nō modo in ſuperparticu- la ribus. uerū et quibuſlibet medietatibus demōſtrat prima decimā Arithmetice ubi ſcilz ratio medietasq; arithmetica cōperitur. quod et in dicta ſpaciū diuſione et ſumpta (ut propoſitū eſt) proportione: inuentum cōſpiciebatur. ¶ Correlatiū uero hinc cognoscat q̄ totū per quartā petitionē ad ſuā partē graui⁹ ſonat: pars autē ad ſuū totū acutus. Itaq; ſi tono a b et c b toni ſubiūgeris: ſubiectus erit acutior. Et qm ſpaciū c b in nouē equas partes partitretur: quarū quilibet minor erit ſpaciū c b quod eius octaua eſt: nā quilibet earū eſt non et a maiore numero denominata. Erit igitur et quilibet earū nouē partium minor ſpaciū a c. equa ſunt enim a c et c d. et hoc pacto de quibuſlibet ſubiunctis acutioribus tonis eſſet dicendum. Mani- feſtum eſt igitur ut quāto tonus tono ſubiūgitur acutior: tāto ipſum cōtractione cōtineat ſpacia.

Medio extremitatū toni ſpaciū i duo equa diuiſo: ton⁹ mīme in duo ſecatur eq̄lia. 5

a	c	d	e	f	g	h	i	k	b
m	n	o	p	q	r	s	t		

¶ Hec et ſequentiā intelliguntur ut tonus minime in duo equa ratione geometrica diſimatur non autem arithmetica. nam et hic tonus toniq; intervallo in duo equa ratione arithmetica diſcriptum eſt. Diuido ergo ſpaciū a b ut prius in nouem equa ſpacia: per notas a c d e f g h i k b manifeſtū eſt a b et c b eſſe toni extremitateſ toniq; continere. Dico ergo quonā a c medio partū extremitatū inſerſitio in duo equa per ſig- num l et cirempretonus minime in duo equa partitur q̄ q̄ ſonus a b et l b equalis non ſit l b et c b. diuido enim ſingula reliquorū octo equalitū ſpaciū cōſimili modo per equalia per notas m n o p q r s t manifeſtum eſt totū ſpaciū a b diuſum eſſe in 18 equalia ſpacia que ſunt a l c m d n e o et reliqua. ergo per prece- dentem minor eſt proportio a b et l b q̄ l b et c b. Eſt enim hec ſequiſexta decima: illa uero ſequiſeptima deci- ma. non eſt ergo tonus hoc pacto in duo equa diuſus. et ſoni a b l b et l b c b per diſſinitionem adinuicem inequales: qui quidem ſoni eadem ſunt: muſicōq; melo perparum apti.

Toni ſpaciū hoc modo diuiſo: totius medię ſectiōnis ſonus: maioris extremi toni ſonum acuminē: minoris uero grauitate ſuperat. 6

a	c	d	e	f	g	h	i	k	b
l									

¶ Sit a b ut in precedenti iam dictum eſt diuiſum: ita ut a b ad c b recrepet tonum. Dico quonā ſonus l b acuminē ſuperat ſonum a b q̄ q̄ idem ſonus l b grauitate vincit c b. Nam a b totum eſt et l b ei⁹ pars: ergo per quartam petitionem a b grauiorem ſonum edit et l b graciliozem. et per eādē quonā l b totū eſt ad c b: ſonus l b grauior eſt ſono c b. Superat ergo l b maius toni extremum acuminē: et minus grauitate. quod propoſitum erat demonſtrandum.

Tonum in duo equa: certo conſtitutoq; numero diuidi impoſſibile eſt. 7

¶ Nam per quintam pimi huius nullum ſuperparticulare intervallo in plura equalia diſimatur: et que proportio ſpaciū intervallo inter ſe ea quocq; eſt et ſoni ad ſoni. Atqui tonus ex ſuperparticulari naſcitur intervallo. naſcitur enim ex epogdo ſequioctauaq; ratione. igitur ton⁹ minime in duo equalia diſimatur: diuiditur q̄. immo et neq; in plura duobus equa: ut in tria aut quattuor. ¶ Ex quo facile cognoscitur Ari- ſtoreus muſicus aurū iudicio cūcta cōmittēs perparū eſſe probādus. qui ſemitenia ſecus q̄ p rithagori- ci non arbitrat ut diuiſio toni cōtractione: ſed quemadmodum ſemitenia dicuntur: ita quocq; et effectus ſegra tonorum diuidia. Nec minus Martianus ſelix ſimili lapſus errore deprehenditur: qui non modo

tonum in duo equalia sed et in tria et quattuor dirimit atque secat. Secat enim in primis tonum in duo equalia que ideo hemitonia vocat. Secundo in tria et earum tertiarum quamlibet diesim tritemeriam nuncupat. Tertio in quattuor et hanc toni partem quartam vocat diesim tetartermeriam: quod hemitones nunc tertie nunc quartae toni sunt partes. Est enim tritos tertius tetrartos quartus et meros pars. Ponit et tertiam diesim acceptione ut casus toni tertius et tertie dimidia pars dicatur. Et rursum primi modi primae acceptio nis diesim: chromatica vocat secundas vocat enarmonicas tertias vero enarmonice diuisionis hemitonas: partim Aristoxeno similiter: partim autem dissimiliter. Similiter quidem quod Aristoxenus toni dimidium semitonium ponat et toni tertiam diesim chromaticam vocet sed chromatis mollis: et toni quartam diesim enarmonicam. at dissimiliter quod toni quartam cum propria quarta medietate vocet diesim chromatis hemitollis. Et certe vel Martianus in tertiam diesim acceptione nouo errore lapsus putandus est: vel eisdem putasse hemitonium et diesim enarmonici hemitollis idem esse. nam cum omne totum tribus suis tertijs integretur: una ergo tertiarum et tertie medietatem totus dimidium implere necesse est. Sed et haec se satis falsa esse probat et nulla sui parte cohereant: non est cur in his diutius sermo sit protrahendus. Sic enim qui stolidum sensus indicium sequentes intellectum relinquunt: facile ex disciplinarum adiutis se expulsi sentiunt.

Quicumque numerus in terminos toni ducatur: interuallum toni relinquet.

¶ Nam cum tonus et toni interuallum in proportionem sesquioctauae consistat: sui termini erunt nouem ac octo aut quicumque alij qui simili sibi proportionem respondeant. Et cum per septimam sectionem Arithmeticam: si unus idemque numerus duos multiplicet productorum et multiplicatorum eadem sit proportio: ergo quicumque numerus ducetur in terminos sesquioctauae: sesquioctaua producet: relinquetque toni atque toni interuallum quod est proportio. Et non modo de sesquioctaua et toni interuallum id sentienti est: sed et de quolibet altero interuallum.

Omnis numerus: extremorum toni differentia constitui potest.

¶ Si enim tonus in minimis constituitur ut sunt nouem atque octo monas differentia est: cum nouenarius atque octonarius sola unitate differant. Et si ducatur binarius in nouenarium et octonarium et producat a et b per precedentem a et b erunt toni extrema. At vero per nonam primi Arithmeticam quod sit ex binario in nouenarium tantum est quatuor quod sit ex binario in octonarium et unitatem. sed binarius in unitatem per commune proloquium se ipsum producit: igitur extremorum toni a et b binarius differentia constituitur. Et si ducatur ternarius in nouem et octo: eodem quoque argumento ternarius extremorum toni differentia constituitur. Et ita quicumque alter numerus in eisdem minimis toni terminos ducatur: idem extremorum toni differentia constituitur. Manifestum itaque est omnem numerum extremorum toni differentia constitui posse. Et quia ista est placuit philosopho Pythagorico primordialis toni primordialesque eius differentia ternarius constituitur: qui primus cubum a primo impari numero procreat: ac gignit. quod is numerus apud Pythagoricos maxime honorabilis fuerit. Nam cum ternarium primum quidem impari numeri tertio duxeris: nouem con surgunt. quae ter ducta septem supra viginti: scilicet cubum a primo impari reddunt. at 27 ad 24 tono distant: tonique claudunt interuallum: et horum differentia ternarius constituitur. est enim ternarius summe 24 pars octaua: quae eidem adiecta summe: primum a ternario cubum rursus instaurat atque perficit. Et idem philosophus summam septem et viginti in duas partes secuit 13 et 14 quarum haec maior illa vero minor habetur: et hanc primordiam. Apotomes facit: quae est toni portio maior: illam autem facit principium diesim: quae est toni decisio minor atque portio: et quae posterius semitonium minus nuncupabimus. et illarum duarum partium differentiam quae est unitas facit comatis principium. Sed de his satis.

Numeri dati partem quotamcumque reperire. Quo fit ut cuiuslibet numeri pars ab ipso sit numerata: et a denominante eiusdem partis sit denominata.

272	17	306	18	136	17
c	b	g	h	m	n
17	16	18	17	17	8
a	b	e	f	k	l

¶ Quia enim numerosum numerantium qui exempla in aia sunt: unitas inseparabilis existat: numerosum tamen numeratorum quales in physicis sunt motuum numerum in geometricis linearum et planorum in astrologicis temporum in musicis autem tonorum atque interuallorum unitas aut versus unum sectionem recipit. Sit ergo a quicumque numerus cuius una partium denominata ab b quaesita sit: resoluo a in omnes suas partes denominatas ab b: ducendo scilicet denominante numerum a in denominante partis b: ita ut proueniat c. manifestum est partes c simul denominatas ab b equari toti numero a. diuisio igitur c per b et proueniat d: dico d esse partem petitam et numeratam ab a. hoc est a numero denominante a. Quod enim sit pars a denominata ab b quaesita erat: patet quia in d per septimam petitionem reproducit c: quare d est pars c denominata ab b. at c equatur a. igitur et d pars est a denominata ab b. Sed et quod d numeretur ab a: patet. quia a in b producit c: ergo per sextam petitionem c diuisio per b redibit a. sed et eodem c diuisio per b prius veniebat d. numerat igitur a semel d. et sic propositio atque suum correlatum nota sunt. Et quis haec ut ostretur perfacilis sit: vias tamen eius aliquanto latetior: quae exemplaris deductio facile cuique reddet illustriorem. ut quaesita sit verbi causa summe decem et septem pars sextadecima duco utriusque denominantes in se invicem. hoc est 17 et 16 et surgent 272 sextedecime. tot enim sextadecimas continet numerus 17 resolutus. diuisio ergo 272 per 16 et prouenient 17 sextedecime: quae erunt totius summe partium 272 pars sextadecima. quare et numeri 17 pars itidem sextadecima. at 17 sextedecime unitatem continent et unam sextadecimam. Est itaque unitas et una sextadecima: dati numeri 17 pars sextadecima. Et si numeri decem et octo quereretur pars septimadecima duco decem et octo in decem

MYSICE

7 septem et productum diuiso per 17 et venient 18 septimodecime: que vnum complent integrum| vnā septimadecimā. Est ergo vnitas 7 vna vnitate septimadecima date summe decem 7 octo pars vna septimadecima. Si vero summe decem 7 septem volo partem octauam reperire: duco 17 in octo 7 quod productum fuerit diuiso per octo 7 prouenient 17 octaua que duas vnitates 7 vnā octauam efficiunt. erunt ergo duo 7 octaua vnus totius summe decem 7 septem pars octaua. quod querebatur. Et ita in quibuscumque se quilibet valeat exercitare: habent tamen que particulari| exemplariq; demonstratione sunt offensa: ad sequentia pondus ac momentum.

Si duo inæquales numeri ad eundem minorem comparentur: maioris ad ipsum
maior est proportio: et minoris minor.

9	8	7
21	b	c

¶ Et sint a b duo inæquales numeri quorum a sit maior et b minor: qui cōparentur ad eundē minozē c. dico a ad c maiorē esse proportionē q̄ b ad c. Nam est per octauā petitionē extremozū a ad c proportio cōposita sit ex proportionibus a ad b et b ad c vt suis partibus: ergo proportio b ad c pars est proportionis a ad c et proportio a ad c totum. et cum per vltimum cōmune proloquum: omne totum maius sit sua parte: igitur proportio a ad c maior est proportionē b ad c. et ita de quibuscumq; alijs simili argumento est agendum.

Sesquifextadecima proportio: integrum toni dimidium superat.

a	c	e	f	g	b	i	k	b
l	m	n	o	p	q	r	s	t

Quinta huius mōstrauit medio extremorū toni spacio in duo equa diuiso: toni minime in duo equa |
metrice partiri: et sectionē hinc ⁊ inde altrinsec⁹ sesquiseptimādecimā | et sesquiseptimādecimā retinere propor-
tionē. Nec vero ostēdit sesquiseptimādecimā proportionē que illis ex parte intensionis acuminisq; relinquuntur
hemitonio | integroq; toni dimidio esse maiorem. et sequens monstrabit sesquiseptimādecimā ex grauis
ri parte sumptam: eodem toni dimidio esse minorem. Sit ergo vt in quinta huius spaciū a b in decem et
octo equas partes per a c d e f ⁊ reliquas notas diuisum. ita vt a b earum partium contineat decem et octo |
et c b sedecim | ⁊ l b decem ⁊ septem. manifestum est a b ⁊ c b vt prius visum est esse tonum: et l b i ⁊ ad c b i
esse sesquiseptimādecimā quā habitudinem dico esse integro semitonio maiorem. quoniam enī per decem
sem huius vnitas ⁊ sextadecima vnus: est summe decem ⁊ septem pars sextadecima. que si eisdem summe
adijciatur sient decem ⁊ octo | et sextadecima vnus. at octo decem ⁊ sextadecima vnus ad decem ⁊ septem
per diffinitionem est sesquiseptimādecimā. Sunt ergo decem ⁊ octo ⁊ sextadecima vnus ad decem ⁊ septem et
decem ⁊ septem ad sedecim due coniuncte sesquiseptimādecimae. sed decem ⁊ octo ⁊ sextadecima vnus: per prae-
cedentem maior est sesquioctaua ad sedecim. Nam decem ⁊ octo ad sedecim vt prius visum est: sesquioctaua
est. igitur sesquiseptimādecima bis aucta tonum | toniq; interuallum transcendit. quare per nonum proloquū
sesquiseptimādecima proportio integrum toni dimidium superat. quidquid enī bis auctum transcendit ali-
quid: id ultra eius dimidium esse necesse est. Ex quo valentore iure cognoscitur sesquiquintādecimam et
omnem proportionem sesquiseptimādecimā maiorem: integrum toni dimidium superare.

Sesquiseptímadécima: menor est integro toni dimídio.

19	I	19	I	18	17	Ad b ſequidecimāſeptimā proportionem cōſi- net:que integro tonſ diſiſidiō contractior eſt.
b	s	c	17	a	b	

Sint a decem et octo intervalli partes et b decem et septem. c decem et novem et vna septimadecima. b ve-
ro decem et novem et vna octava. per decimam huius a ad b est sesquiseptimadecima. et c ad a similiter sesqui-
septimadecima. sunt ergo c ad b vne sesquiseptimadecime adinuicem conjuncte. sed et per eandem b ad b
sesquioctava est atque tonus. b enim continet b et eius partem octavam. at b ad b proportio maior est pro-
portione c ad b. nam vnus pars octava maior est vna septimadecima. ergo sesquiseptimadecima propor-
tio per decimum proloquium minor est integro semitonio. quod enim duplicati non implet integrum: neq-
ue id quocunque dimidium. Est ergo notum sesquiseptimadecimam proportionem integro toni dimidio
esse minorem.

Integrā toni medietatem: inter sesquisextamdecimam & sesquiseptimamdecimā 14
proportionem cadere necesse est.

¶ Nam per duodecimam sesquiseptimam maior est toni dimidio: et per decimam tertiam sesquiseptimam decima minor est eodem toni dimidio, at per communem scientiam inter maius atque minus dimidio: ipsum dimidium consistere necesse est, ergo integrum toni dimidisti inter sesquiseptimam decimam et sesquiseptimam decimam cadere necesse est. Sed id in noto integrorum numero nullo pacto ut septima huius monstrauit fieri contingit: ut neq[ue] in geometricis diametri quadrati: eius costae certo constitutoq[ue] numero comensurari possunt. Sed hoc ultimum ex altero loco requirendum est.

Semitonium minus: duobus tonis in chorda subiungere.

a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

¶ Intelligitur semitonium sublungi quando ex acutiori parte duobus quidem tonis ad grauiorem partem relictis ipsum semitonium collocatur. præiungi vero quādo ipsum ex parte remissiori duobus tonis adhibetur. Cōtinuus ergo per secundā hui⁹ duos tonos in chorda a b per notas a c d b. Sicut a b e b: primus. et secundus sit c d b qui quia per diffinitionem in sesquioctaua proportionē consistit: et per decimā septimā primū hui⁹ due sesquioctauæ minores sunt sesquitercia proportionē. Erit ergo a b z d b minus sesquitercio. Diuisio ergo a b in quattuor partes equas: z initium tertie sectionis facio notam e. ita vt e b tres earū quartarū cōtineat: per diffinitionē igitur a b ad e b sesquitercia proportio est. sed sesquitercia pportio a b z e b superat duos tonos a b z d b in proportionē d b z e b. Est igitur d b z e b per descriptionem semitonium minus duobus tonis: vt propositum erat subiunctum.

16 Semitonium minus: duobus tonis preponere.

a	b	c								b
---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	---

¶ **F**acio a b ad c b sesquitercium interuallum et diuido c b in octo equas partes et supra c versus a: facio d c vni earum octo partium equa: ita vt d b earu partiu nouem contineat, et per diffinitionē d b et c b vnum consti-
tutum tonum. Similiter diuido d b in octo equas partes: et vnā earu adifigo supra d per notam e. quare ite-
rum e b et d b erit tonus. suntq; duo toni e b et c b. sed a b et c b sesquiertia proportio: maior est duobus illis to-
nis in proportione a b et c b. Est igitur per diffinitionem a b et c b semitonium minus: quod cum sit duobus
tonis prepositum: quoniam ex parte remissa illis adiunctum, factum est propositum.

17 Duobus tonis: diésim semitoniumq; minus interponere.

A	b	c	c														b
---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---

¶ Idem dicimus atq; semitonium minus hic (vt iam quoq; dictum est) intelligimus. Sit ergo a b z c b vt in precedenti sesquitercia proportio in tota chorda a b ab a: c versus: intendo tonum per notam d. z ab c versus a remitto toni vt in precedenti facti est per notam e: ita vt ab z d b sit tonus: z similiter e b z c b tonus. manifestum a b et c b sesquitercia proportionem superare duos illos tonos in media proportionem d b z e b. Est igitur per diffinitionem d b z e b semitonium minus duobus tonis interceptum et propositum.

18 Semitonii minoris minimos numeros reperire: & quomodolibet semitonium minus in chorda vna aut pluribus collocare.

324	288	256	243
f	g	h	k
81	72	64	
c	b	e	
9	8		
a	b		
4	3		
l	m		

C Sit a nouenarius z b octonarius minimi numeri toni. duco a in se [et] a in b [et] b in se [et] confurgat numeri c d e. inter quos per sextam quarti Arithmetices erunt duo sesquioctauū [et] duos toni in minimis cōtinuatī. Sit preterea l quaternarius z m ternarius. duco l in c d e z prodeant f g h: inter quos per septimā secūdi Arithmetices similiter cōiuncti sunt duo sesquioctauū [et] proinde duo toni. Duco preterea itidē m in c z prodeat k per octauā secūdi Arithmetices f ad k est proportio sesquitertia que per 1 7 primū hui⁹ minor est f h z differētia est h k. dico ergo h k esse minimos numeros semitonij minoris. qm̄ snt numeri semitonij minoris per diffinitionē notum est. sed qm̄ minimis id iam declarandū est. Nam quia c e sunt in sua proportione minimi: per decimā octauā tertij Arithmetices sunt cōtra se primī. z quia etiā l z a quaternarius z nouenarius sunt contra se primī. ergo per vndecimā tertij Arithmetices l est primus ad c. z per decimā eiusdē h qui nascitur ex l z e primis eidē numero c: erit primus ad c. Rursus m z b ternarius atq; octonarius sunt adinuatim primī. ergo per vndecimā tertij z m primus est ad e sed z cū l m quaternarius z ternarius snt etiā primī: ergo per decimā eiusdē m etiam primus est ad h. Cum ergo c z m monstrati sunt primī ad h: ergo per eādē decimā tertij numerus k ex c z m productus: primus est ad h. Sunt itaq; h z k semitonij minoris numeri adinuicē primī: quare per vicesimā tertij Arithmetices in sua proportione minimi. quod est propositū quo ad hoc. Et data quacūq; chorda si eā bīdes secūdi numeri h z earū partū accipias secūdi numerum k numeros scilz semitonij minoris vbilibet in eadē chorda constitutum erit semitonij minoris interuallum. In diuersis autē facillime idem feceris: si eas chordās equalēs equaliter tensas vnisonasq; posueris [et] partiaris earum quācūq; voles secūdi h quartū partium alterius acceperis secūdi k erit tum in pluribus chordis semitonij minoris constitutum interuallum. quod est totum propositum.

19 Semitonium minus in minore q̃ sesquiseptimadecima sit: proportionē consistit. Quo sit vt regula semitonii sumendi: non sit differentiam extremorum toni in duo equa partiendo.

MVSICE

524	288	257	5	256	243
f	g	l	17	h	k

Sint vt in precedenti h k minimi numeri semitonij minoris vt ducenta quinquaginta sex et ducenta quadraginta tria. Capi per decimam huius septimadecimam partem numeri k ductorum scilicet quadraginta tria: et sic quattuordecim et quinque septimadecime. Adde itaq; quattuordecim et septimadecimas ad k et fiat l numerus 257 et septimadecime. Erit ergo numerus l ad k sesquiseptimadecimus. at l ducenta quinquaginta septem et quinque septimadecime transcendit h qui solum est ducentorum quinquaginta sex. Consistit itaq; semitonium minus per vndecimam huius in minore proportione q̄ sit proportio sesquiseptimadecima. quare et a fortiore in minore consistit proportio q̄ sit sesquiseptadecima. Correlarium hinc notum est. Nam hoc pacto partiendo extremorum toni spacium: ex quinta huius cognoscuntur sesquiseptadecima atq; sesquiseptimadecima altrinsecus constituti: quarum vtraq; presens monstrauit semitonij minoris habitudinem esse minorem.

Sesquioctauadecima proportio: semitonio minore rursus maior euadit.

20

256	1	256	243
c	2	a	b

Sint a b minimi numeri semitonij minoris per decimaoctauam huius reperi scilicet ducenta quinquaginta sex et ducenta quadraginta tria. capio per decimam huius octauam decimam partem numeri b: quam reperio esse tredecim et semis: quam quidem addo numero b fiatq; aggregatus c. tunc c ad b sesquioctauadecima proportio est. at c maior numerus est a. nam a duntaxat continet ducenta quinquaginta sex: c vero equalium partium totidem et insuper semisem vnus. est igitur sesquioctauadecima proportio semitonio minore maior.

Sesquinonadecima: est semitonio minore minor. Quo sit vt semitonij minus inter sesquioctauadecimam et sesquinonadecimam consistat collocatum.

21

256	255	15	243
a	c	19	b

Sint vt prius minimi termini semitonij minoris a et b: dico sesquinonadecimam proportionem minorem esse proportionem a ad b. capio enim per decimam huius nonadecimam partem numeri b: quam inuenio esse duodecim et quindecim nonadecimas. quam partem addicio numero b et fiat c. proportio c ad b est sesquinonadecima. sed a maius est q̄ c. igitur per vndecimam huius maius est semitonium minus sesquinonadecima proportione atq; sesquinonadecima proportio semitonio minore minor. Correlarium vero vt decima quarta huius notum esse potest.

Semitonium maius: in data chorda constituere.

22

a	c					b
---	---	--	--	--	--	---

Sit a b et c semitonij minoris interuallum. Diuido c b in octo partes equas: quibus equam facio partem c b. ita vt d b nouem contineat. ergo d b et c erit tonus. demo igitur a tono d b et c semitonium minus scilicet a b et c relinqueturq; d b et a b toni reliqua pars et qua ipse semitonij minus superat. igitur per diffinitionem d b et a b semitonium maius est in data chorda (vt propositum erat) constitutum. et quemadmodum semitonium maius collocasti ad partem grauiorem: ita quoq; ad partem acuminis collocare facillimum esset.

Semitonij maioris: minimos numeros reperire.

23

2187	2048		1944
e	d		c
	256		243
	a		b
		8	
		f	

Sint a b minimi numeri semitonij minoris ex decimaoctaua huius reperi et f octonarius. quoniam ex demonstratione decimaoctauae huius f octonarius primus est ad b. ergo f non numerat b. non habet igitur b octauam partem. duco igitur fin b et in a et cōsurgant c d: per septimam secundae elementorum Arithmetices d ad c vt a ad b. est igitur inter d c semitonium minus semitonijq; minoris interuallum. et quia c habet partem octauam vt b: addo eidem numero c partem octauam eius b: et coacervatus fiat e. cōtinet igitur e numerum c et partem eius octauam. quare e c tonus. et quia tonus e c superat semitonium minus d c

el 2^a facia lo pone
Commeno dixerunt
entre la proporción
sesqui vigenma qua
ta y sesqui vigenma
tercia. Como 25.24.

Intervallo e d: ergo e d sunt numeri semitonij maioris. Quod autem idem sint minimi facile ex decimaquinta tertij Arithmetices cognoscas distrahendo d ab e et quod reliquum fuerit sterfi quoties potes distrahendo ab d. et hoc pacto deinceps et videbis ad ultimum relictam unitatem: et ita modo qui ad latus apparet distractio. quare per eandem decimaquintam d et e sunt adinvicem primi. Sunt igitur per vicepsimam eiusdem in sua proportione minimi: quod est propositum.

2187
2048
136
102
37
28
9
1

24

Semitonij maioris habitudo: sesquiquintamdecimam superat proportionem.

2187	2184	8	2048	136	8
a	c	15	b	d	15

¶ Sint a b minimi termini habitudinis semitonij maioris per precedentem reperti: dico habitudinem a ad b maiorem esse sesquiquintamdecimam. Sumo enim vt in precedentibus iam sepe factum est per decimaquintamdecimam partem numeri b et hec inuenitur centum triginta sex et octo quinquedecime vnus que sit d adiecto ergo d ab b et fiat c: certum est c ad b esse sesquiquintamdecimam. at c minor numerus est q̄ a. Est enim a numerus duum milium centum octuaginta septem. c autem solus duum milium centum octuaginta quatuor et fere semis paulo amplius. Est igitur per vndecimam huius semitonij maioris habitudo sesquiquintamdecima proportione maior eamq; superans quod est propositum.

*hoca loca en es
ta vover inuenible
al qdo la d. ferencia
como 16. a 15.*

25

Apotomes intervallum: minus est sesquiquartodecimo intervallo. Vnde manifestum est semitonij maioris proportionem inter sesquiquintamdecimam & sesquiquartamdecimam reperiri collocatam.

2194	4	2187	2048	146	4
c	14	a	b	d	14

¶ Apotomen et semitonium maius: idem esse iam diximus. Sint ergo a b minimi numeri semitonij maioris vt duo milia centum et octuaginta septem et duo milia quadraginta octo. Sumo per decimaquintamdecimam partem b scilicet duum milium et quadraginta octo quā inuenio esse centum quadraginta sex et quatuor quartedecime que sit d. addo eam quartamdecimam ad b: et fiat numerus aggregatus c. tunc numerus ad b sesquiquartamdecima proportio est. at c maior numerus est a siquidem duo milia quadraginta octo et centum quadraginta sex et quatuor quartedecime summam simul attollat c: duum milium centum octuaginta quatuor: et fere quartam vnus. et a solum summa sit duum milium centum octuaginta septem. constat ergo sesquiquartamdecimam proportionem maiorem esse semitonio maiore: atq; propositum. Correlarium vt precedentium notum est.

26

Semitonium minus atq; semitonium maius in superparticulari proportionem non cadunt: sed ea in superpatiente ratione consistere necesse est.

¶ Nam semitonium minus per correlarium vicepsime huius cadit inter sesquioctavamdecimam et sesquigonamdecimam. atq; inter sesquioctavamdecimam et sesquigonamdecimam nulla cadere valet inter recepta mediaq; superparticularis habitudo. sunt enim ille superparticulares proxime maior atq; minor igitur semitonium minus in superparticulari ratione non consistit. neq; per idem semitonium maius. Nam per correlarium precedentis cadit in aliqua proportione media inter sesquiquintamdecimam et sesquiquartamdecimam duas proximas superparticulares: que superparticularem mediam nullam admittunt non igitur semitonium maius cadit in superparticulari ratione: sed et cum rationes semitonij minoris atq; maioris multis superparticularibus vt iam visum est sint minores: erunt etiam minores ratione duplicari que multiplicum minima est: vt que a minimo numero denominatur. nullus enim numerus binario minor. non est ergo semitonij minoris habitudo multiplex similiter neq; semitonij maioris. relinquitur igitur a sufficienti diuisione cum ille sint inter maiorem terminum et minorem: eas esse in superpatenti genere. quod est propositum. ¶ Ad tamen propter sophistas aduertere licet q̄ tonus et sue partes consonantie et consonantiarum partes intense: semper in superparticulari: superpatientis aut multiplici habitudine cadunt: remisse vero in subsuperparticulari subsuperpatientis aut submultiplici. Et vero et si ita sit: solemus tamen eas omnes dicere esse in superparticulare habitudine superpatientis: aut multiplici idem superparticulare et subsuperparticulare reputantes et pro vno computantes. simuliter superpatiens et subsuperpatiens: et multiplex et submultiplex.

27

Musicum comma in chorda reperire.

a	f	g	c	b
256		243		
d		e		

¶ Sit a b chorda supra quam sit propositum reperire musicum comma: in qua a b et c b sit sesquioctava proportio atq; tonus. Sint preterea d e minimi termini semitonij minoris. Diuido spacium a b in partes equales secundum d: ex quarum numero ab ipso b versus a: capio secundum numerum e et in termino earum pono notam f. tunc que proportio d ad e: ea erit a bad fb. quare a b ad f b semitonium minus. Rursus c b spacium secundo in equas partes secundum numerum e et earum partium ab ipso b versus a metiendor: sumo secundum numerum d: et in earum termino pono notam g. manifestum etiam est g b et c b esse semitonium minus.

b ii

tonum minus. sed et cum a b et f b probatum sit etiam semitonum minus. ergo intervallū f b et g b est quo sesquioctava proportio a b et c b: maior est duobus semitonis minoribus. est igitur per definitionem f b et g b inventum musicum comma: quod erat monstrandum.

Comma: in minimis numeris constituere.

28

531441	524288	497664	472392
k	g	h	i
	65536	62208	59049
	c	d	e
	256	243	
	A	b	
		f	

531441

524288

7153

2119

796

527

269

258

11

5

1

¶ Sint a b minimi numeri semitonis minoris. duco a in se et in b et b in se et exurgant c d e: eruntque d et e duo semitonum minorum conjuncta. Sit preterea f octonarius qui ex decima octava huius est primus ad b. quare per undecimam tertij Arithmetices et primus ad c. non habet igitur octavam. duco ergo f octonarium in c d e: et proveniant g h i: ut i scilicet oriatur ex f in e. certum est etiam inter g h et h i esse duo semitonum minorum. et quia e est octava pars i addo e et i simul: sitque eorum aggregatus k. dubium nullum est k ad i esse sesquioctavam: et k g esse proportionem qua sesquioctava maior est g h et h i duobus semitonis minoribus. Sunt igitur k g numeri commatis. sed q sint minimi ex decima quinta tertij Arithmetices notum est. Nam substracto ut capsa docet g ab k et eo quod relictum est substracto quoad potest ab g. et sic deinceps tandem ut ad latus adfectum apparet: relinquitur unitas. Et quemadmodum comma duabus diesibus est prepositum: ita quoque q facillimum est comma duabus diesibus subungere: aut duabus interficere.

Sesquiseptuagesima quarta: commatis proportionem transcenditur.

29

531441	531372	72	524288	7084	72
A	b	74	b	c	74

¶ Sint enim a b minimi numeri commatis per precedentem reperti. elicio per decimam huius septuagesimam quartam b que sit c. adicio itaque b et c simul: et coalescat aggregeturque numerus d. qui si ad b conferatur comperitur sesquiseptuagesimus quartus. atque idem d minor a esse deprehenditur. superat ergo per undecimam huius ratio commatis septuagesimam quartam proportionem.

Commatis ratio: sesquiseptuagesima tertia proportionem minor est. unde fit ut commatis ratio inter septuagesimam quartam et septuagesimam tertiam constituta reperitur habitudinem.

30

531470	2	531441	524288	7182	2
d	73	A	b	c	73

¶ Sint a b ut prius minimi numeri commatis. capio septuagesimam tertiam partem b que sit c. ligo b et c simul et aggregetur d. eritque d ad b sesquiseptuagesimus tertius. et d maior esse conspicitur. ergo commatis ratio sesquiseptuagesima tertia proportionem minor est: quod erat monstrandum. Correlarium ut alia notum est.

Commatis ratio: in superpatiente ratione consistit.

¶ Non enim in superparticulari consistet quandoquidem due superparticulares proximae sesquiseptuagesima quarta et sesquiseptuagesima tertia: omnem proximam excludant superparticularē. et tunc minus in genere multiplici consistere valebit. ut que septuaginta duas superparticulares habeat se maiores. relinquitur ergo ut ea in superpatiente genere consistere possit. est enim ea maioris et minoris habitudo.

31

Rationes schismatis atque diaschismatis sunt ignote: atque irrationales. quo fit ut quarum minimi numeri tetragonici cum latus non habeant: medietatum rationes ignote irrationalesque sint omnes.

32

256	243			
A	b	c	d	e
531441	524288			

¶ Has rationes ignotas atque irrationales vicinus que nullo certo constitutoque numero designari valent utique: ut neque in geometricis diametri et cosine quadrati proportio: quales schismatum diaschismatumque

proportionibus esse vicinus. Sint ergo primo a b minimi numeri semitonij minoris: per decimam octauam huius inuenti: b enim vt illic quoque monstratum est nascitur ex nouenario in se et ternario in productum nouenarij in se. at numerus qui ex ductu nouenarij in se exurgebat: erat quadratus et ternarius non est quadratus: ergo per decimam quartam sexti Arithmetices b minus semitonij minoris extremum ex ductu quidem non quadrati in quadratum proueniens: non est numerus quadratus. Si possibile est ergo vt diascrisma totos proportio in numeris sit nota: sint ergo per sextam quartam Arithmetices duo diascrismata in minimis c d e coniuncta. manifestum enim est cum diascrisma sit semitonij minoris dimidium c d et d e simul esse semitonium minus. et c ad e esse semitonij minoris intervallum. sed et cum proportionibus c d et d e sint continuas in minimis ergo per quintam quartam Arithmetices e sunt in sua proportione minimi. Sunt ergo minimi in proportione semitonij minoris. sed et tales possunt a et b: igitur c et e eadem erunt numeri cum a et b scilicet e idem a et e idem b. Propterea quia que proportio c ad d ea est d ad e: ergo per primam sexti Arithmetices c numerus est quadratus et e numerus quadratus: quare et b idem numero et etiam quadratus. at b de monstratus est non quadratus. Erit itaque idem numerus quadratus et non quadratus: quod est impossibile. non igitur diascrisma note proportionis habebitur. et idem de proportione schismatos monstrabitur. Sint enim a b subter designati minimi numeri commatis: quia per vicecimam octauam huius b minor proportionis commatis terminus sit ex ductu octonarij in quadratum lateris ducentorum quinquaginta sex. et octonarius non est quadratus: ergo per decimam quartam sexti Arithmetices b minor terminus commatis non est quadratus. non igitur similis vt prioris partis demonstratione a b certis designatis numeris potest equis proportionibus deduci. Est igitur schismatos eius scilicet medietatis ratio ignota: atque irrationalis Correlarium ex modo demonstrationis notum est.

33 Tonus: duobus semitonij minoribus et commate constat.

¶ Nam ratio sesquioctava duobus semitonij minoribus atque vno commate constat. Superat enim duas dieses duoque semitonija minora vno commate: at tonus in eadem ratione consistit. constat igitur tonus ex duobus semitonij minoribus et commate.

34 Tonus a duobus semitonij minoribus: vno commate distat.

¶ Nam substracto a sesquioctava proportione vno commate relinquuntur duo semitonija minora: igitur et eodem commate a tono deducto due dieses et duo semitonija minora relinquuntur. distat ergo tonus a duobus semitonij minoribus vno commate.

35 Semitonium minus tribus commatibus maius est: minus vero quattuor. Vnde manifestum est apotomen plura quattuor et pauciora quinque continere commata.

r	2775319952232583016215307+7994112
q	3281283894+3693511257285776231761
p	263600061952401802360312389697536
o	2178396179632950626746368
n	2153693963075557766310747
m	2067895430987964852731904
l	17098604835172352
k	16677181699666569
h	16231265527136256
g	134217728
f	129140163
e	127401984
d	524288
c	531441
b	243
a	256

¶ Non est greca curiositas calculi labore deterrita quo minus quot commata in dieci quot in apotome quot denique in tono sint: peruestigare. quod nisi a prioribus tentatum cognouissem cum id quoque plus laboris quam (vt mihi visum est) in musicis modulationibus usus utilitatis afferat: missum fecissem. qui tamen id cognoscere desiderauerint hoc pacto deprehendent. Sint a b minimi numeri semitonij minoris et c d minimi commatis: per decimam septimam et decimam octauam huius reperi: duco b in c d et proueniunt e f e t a in c et veniat g: per septimam secundam Arithmetices f ad e est commatis habitudo et per octauam eiusdem g ad c habitudo dieseos semitonij minoris. Deinde duco e in e et f in f e t in g et nascantur h k l: per sextam quartam Arithmetices per quod facile cognosci potest k h continet duo commata. et per

septimiam secundam eiusdem l ad h esse semitonium minus. Deinde duco b in h: et c in k: et d in l: et eo ordine veniant m n o: per eandem sextam quarti cognitu facillimum est n m continere tria commata. et per septimiam secundam o m continere semitonium minus. at n numerus cognoscitur esse minor o. ergo o ad m semitonium minus tria vincit exsuperatoz commata. Deinde duco h in h et k in k et h in l. et suo ordine exsurgant: orianturq; p q r. manifestum est per idem quod prius q p continere quattuor commata et r p continere semitonium minus. at numerus r minor est numero q. igitur quattuor commata amplius sunt semitono minore. Correlarium autem hinc notum est q semitonium maius solo comate superat semitonium minus. atqui semitonium minus plura tribus et pauciora quattuor ut modo visum est continet commata. igitur valco superadfecto commate semitonium maius quod vocant apotome: plura quattuor et pauciora quinque continere est necesse.

Tonum: plura septem continere commata necesse est.

36

¶ Nam tonus et semitono minore et apotome coalescit atq; constituitur. at semitonium minus per penultimam tria continet commata et amplius: et per precedentem apotome quattuor et amplius tria autem et quattuor et amplius: septem sunt et amplius. igitur tonus plura q septem continet commata.

¶ Secundi Elementorum Musicalium Finis.



Esquitonus: est qui tonum ac semitonium minus continet. quem et trihemitonium: trisemitoniumq; inferius dicemus. *tercera menor.*
Ditonus est qui duos complectitur tonos. *tercera maior.*
Tritonus vero qui tres. *Quarta maior.*

Consonantie simplices sunt: diatessaron: diapente & diapasen.
Compositae vero: diapasen diapente: bis diapasen.

Diatessaron est consonantia: que ex intervalli sesquitercia ratione nascitur. *Quarta maior.*

Diapente: que nascitur ex sesquialtera. *Quinta.*

Diapasen vero: que ex dupla. *Octava.*

Diapasen diapente: est quam adinuicem iuncte constituunt diapasen ac diapente consonantie. *Docena.*

Bis diapasen: est quam coniungunt due diapasen consonantie. *Quinzena.*

¶ Nec altius ascendunt Pythagorici q altius ascendentibus voces quoquo pacto illis stridule vise sint et q unicuique ferme sue vocis modum: limitesq; ad consonantiam bis diapasen natura fecerit q; q; habita contemplatione musica aduq; consonantiam bis diapasen: reliquam ut habeatur q; facillimam putauerunt ut qui ad ter atq; quater diapasen musicos modulos aptare voluerint: et hac quoq; de causa musici ferme omnes in definienda: determinandaq; atq; tradenda disciplina musica limites Pythagore non transcendunt putantes eius limitibus contenti: et priscam veteremq; auctoritatem secuti sufficienter determinasse, quod et nos in hoc opere tentabimus imitari.

Sesquitonus inter sesquiquintam atq; sesquiseptimam collocatus est. unde fit ut et si sesquitonus iocunde: suauiterq; auditu feriat: nondum tamen consonantia ponendus sit.

291	3	288	285	3	256	243	48	3	40	3
b	c	d	e	f	g	a	b	c	d	e

¶ Sit ergo a ducenta octuaginta octo: b vero ducenta quinquaginta sex: et c ducenta quadraginta tria. per decimam octauam secundam huius manifestum est a ad b esse tonum et b ad c esse semitonium minus. quare a ad c per diffinitionem erit sesquitonus. quem dico in proportionem minorem consistere q sit sesquiquinta et maiorem sesquiseptimam. Nam capio per decimam secundam huius quintam partem et eveniet numerus 48 et tres quinte qui sit f. Adde igitur f ad c et aggregatus fiat d: qui maior invenitur q a. igitur per undecimam secundi huius d ad c proportio maior est q a ad c. At vero d ad c sesquiquinta est. est itaq; sesquitonus in proportionem minorem constitutus q sit sesquiquinta proportio. Capio deniq; per eandem decimam secundam sextam partem c et veniet mihi numerus 40 et semis qui sit g. aggregatus igitur g ad numerum c restituat numerum e: certum est numerum e minorem esse q a. quare ut prius a ad c sesquitonus maior est q e ad c: qui in sesquiseptima proportionem constituitur. quod est propositum. Correlarium enim cognoscitur. et primum q sesquitonus suauiter feriat auditum: cuiuslibet musicis modulationibus intenti fide facit sensus. q vero nondum consonantia sit: idcirco euenit q sesquitonus in superparticulari ratione non consistit: quandoquidem inter sesquiquintam et sesquiseptimam proximam superparticularis nulla cadit interstis: mediaq; superparticularis habitudo. neq; quidem est in multiplici genere: qm per undecimam primi huius dupla proportio que multiplici minima est: ex sesquialtera et sesquitercia proportionem maximam quidem superparticularibus: exurgit atq; nascitur. consonantia autem ois per diffinitionem in superparticulari aut multiplici ratione consistit. est ergo totum propositum notum.



- 2 Itidem ditonus inter sesquiterciam atq; sesquiquartam medius: minime musicam complet atq; perficit harmoniam. *(Ditono, bitemporandito)*
Com 84. — 64

85	1	81	80	72	64	21	1	16
D	5	A	E	B	C	F	3	G

Harmoniam et consonantiam idem dicimus et huius ut precedentis procedit demonstratio. Sint ergo a b c duo toni in minimis constituti. ut 81 | 72 | 64. dico ditonum a ad c consistere in proportionem minore sesquitercia: et maiore sesquiquarta et musicam consonantiam haud quaquam perficere. Capio enim tertiam partem c per decimam secundam huius ut sepe factum est. et venit unum et viginti cum tridente unus: qui numerus sit f. addo itaq; f 21 et tridentem ad numerum c 64. et aggregatus est 85 cum tertia parte unus: qui idem sit de manifestum est b ad c esse sesquitercium. at b maior est a: continet enim a dumtaxat unum et octuaginta: b vero octuaginta quinque et amplius. Est ergo sesquitercia a proportio ditono maior. Et rursum capio quartam partem c que sit g: quam addo ad c et surgat e: qui erit ad c sesquiquartus. at a maior est e. igitur per undecimam secundam huius: ditonus sesquiquartum transcendit. et cum inter sesquitercium et sesquiquartum nullus cadat superparticularis medius neq; multiplex: erit ergo ditonus in proportionem superpartientem collocatus. quare musicam consonantiam (et si in musicis modulationibus sit euphonus suaviterq; auditum ferrens) nondum tamen perficit.

- 3 Ditoni intervallum: sola sesquitonum superat apotome. id est semitonio maiore

Quam sesquitonum unum tonum continet integrum et secundum tonum continet semitonium minus: sed cum tonus ex semitonio minore et apotome constet evadatur coalitus. ergo sesquitono ad secundum tonum completionem sola deest apotome. at ditonus solos duos incolumes integrosq; possidet tonos. ergo ditoni intervallum sola apotome: soloq; semitonio maiore: sesquitoni superat intervallum. quod est propositum.

- 4 Diatessaron consonantiam in data chorda collocare.

4	3				
A	c	d	e	f	b

Cum enim epitrita sesquiterciaq; proportio: consonantiam diatessaron creet: idcirco data quacunque chorda ut a b eam in quatuor equas portiones divido. ut a c b d e: et e b. et dico a b ad e b consonare diatessaron. Nam a b continet c b et insuper a c que tertie parti c b equatur. est ergo intervallum a b sesquitercium ad c b. ergo a b ad c b per divisionem consonat diatessaron: et consonantia diatessaron in chorda a b data: collocata. quod est propositum.

- 5 Tritonus: consonantiam diatessaron transcendit.

Quam per decimam octavam primi tres sesquioctave proportionem amplius sunt sesquitercio intervallo. atqui in tribus sesquioctavis per divisionem tres consistunt toni. igitur in tribus sesquioctavis consistit tritonus. et in epitrito: sesquitercioq; intervallo consistit consonantia diatessaron. igitur consonantiam diatessaron transcendit ut proponebatur: tritonus.

- 6 Consonantiam diatessaron: duobus tonis atq; semitonio minore constare necesse est. Vnde facile comparatum est sesquitonum tono: et ditonum semitonio minore citra diatessaron concentum deficere. Compertum item est consonantiam diatessaron quinque dieses & duo commata continere.

Diatessaron consonantia.					
A	c				b

Sit a b et c b consonantia diatessaron. dico eam duobus tonis et semitonio minore constare. Nam cum a b et c b sit diatessaron: erit a b et c b per conversionem divisionis sesquitercius. at cum semitonium minus per divisionem sit id quo sesquitercia duobus tonis maior est. continet ergo a b et c b semitonium minus et duos tonos. igitur consonantia diatessaron duobus tonis: semitonioq; minore constat. Et primum correlarium hinc facile cognoscitur. Cum enim sesquitonum solum tonum et semitonium minus contineat: deest igitur ipsi ad consonantiam diatessaron complendam per presentem unus tonus. et cum ditonus solum duos complectatur tonos: deest ipsi ad eandem complendam semitonium minus. Secundum vero hinc haud difficile perspicietur cognitum. Nam cum tonus per tricesimam tertiam secundi duas dieses et unum comma contineat: duo toni quatuor dieses et duo continebunt commata. At per presentem diatessaron consonantia duobus tonis unam diesim saperaddit. continet igitur consonantia diatessaron quinque dieses atq; duo commata. quod est totum propositum.

Quinq; toni: duas diateffaron consonantias vno commate vincunt: euaduntq; 7 maiores.

Putauit Aristoxenus musicus diateffaron consonantiam duobus tonis et integro semitonio constare. & proinde duas diateffaron consonantias: quinq; tonos implere. cuius error ex tertio Musices libri Seruini boetij et ex hac & precedente facile conuincitur. Nam per precedentem consonantiam diateffaron non ex duobus tonis et semitonio integro constat: verum ex duobus tonis & semitonio minore. quod ex vicefima prima secundi inter sesquioctauam decimam et sesquionam decimam proportionem collocatur. integrum autem semitonium per decimamquartam eiusdem: inter sesquiseptimamdecimam et sesquiseptimamdecimam collocaretur. diminutius est ergo semitonium minus integro semitonio. Quia ergo ut per precedentem diatetum est: consonantia diateffaron duos tonos et semitonium minus continet: due igitur diateffaron consonantie continebunt tonos quattuor et duo semitonia minora. et quia per tricesimamtertiam secundi tonus continet duo semitonia minora et vnum comma. ergo due diateffaron consonantie quinq; tonos vno commate minus continent. quinq; igitur toni: duas diateffaron consonantias vno commate vincunt atq; euadunt maiores. quod intendebatur.

Consonantiam diapente: in assignato neruo constituere.

Quinta 3-2

3	2		Consonantia diapente.
a	c	b	b

Sit assignatus neruus a b supra quem iussu sit consonantiam diapente collocari: diuido a b in tres adinice equas partes per notas a c b: ita ut a b tres contineat et c b earum contineat duas. erit per definitionem a b ad c b hemiolium: sesquialterumq; intervallum. sed cum consonantia diapente: per definitionem ex ea intervalli ratione nascatur. ergo a b ad c b consonabis diapente. eritq; a b ad c b in data chorda assignato ve neruo consonantia diapente collocata.

Tres toni: consonantia diapente minus sunt. & quattuor eandem consonantiam 9 transcendent.

Est ex quinta huius satis cognoscatur tritonum non posse efficere diapente consonantiam: hec etiam ostendit tritonum diapente consonantia esse minorem. Nam per decimamoctauam primi huius tres sesquioctauis minus sunt sesquialtero intervallum. et per decimamnonam eiusdem quattuor sesquioctauis sesquialterum superant intervallum. consonantia autem diapente in sesquialtero sita est. ergo tres toni in tribus sesquioctauis constituti. minus sunt consonantia diapente. & quattuor toni in quattuor consistentes sesquioctauis eadem consonantiam magnitudine transcendent: quod est totum propositum.

Consonantia diapente: tribus tonis: semitonioq; minore constat. Quo fit ut a diapente subducto tono: diateffaron consonantia relinquatur. subducta autem diateffaron consonantia: relinquatur et tonus.

Nam per decimamquintam primi si a sesquialtero intervallum sesquitercium demptum fuerit: relinquetur sesquioctauum. sed ut in demonstratione ferte huius visum est: sesquitercium continet duos tonos cum semitonio minore. ergo consonantia diapente sesquioctauum hoc est tonum ultra duos tonos cum semitonio minore continens: tribus tonis et semitonio minore constabit quemadmodum propositum est. Correlarium cognoscitur. Nam diapente per presentem continet tres tonos cum semitonio minore. at substracto tono residui sunt duo toni: atq; semitonium minus. & per sextam huius duo toni cum semitonio minore constituunt consonantiam diateffaron. substracto igitur tono a consonantia diapente: relinquatur diateffaron. sed & cum diapente constet ex tribus tonis cum semitonio minore: substracta ergo diateffaron consonantia que duobus tonis et semitonio minore completur: relinquetur quemadmodum secunda pars correlarii proponit: tonus. quod est totum correlarium.

Diapente consonantia: minus octo semitonis minoribus continet.

Nam cum tonus vnus duo semitonis minora et vnum comma contineat: tres toni & vnum semitonium minus septem semitonis minora & tria commata continebunt. ac tria commata per tricesimamquintam secundi huius semitonio minore sunt contractiora. ergo diapente que per precedentem tribus tonis et semitonio minore constat: minus octo semitonis minoribus continebit. sed quemadmodum facile monstratum est diapente consonantiam nondum octauum attingere semitonium minus: octauamq; diessim: ita quoq; facile monstratum esset: eadem consonantiam nondum septimam attingere apotomē.

Diapente consonantia: ditono sesquitonosq; coniungitur.

Nam diapente per penultimam tribus tonis et semitonio minore constat. et ditonus & sesquitonus simul tres tonos et semitonium minus efficiunt. igitur ditonus atq; sesquitonus pariter copulati consonantiam diapente fungunt: quod intenditur.

Consonantiarum diapente & diateffaron: tonus differentia est. quo fit ut diateffaron consonantia adiuncto tono: consonantiam diapente restituat.

La proporción del semitonio es como 32. a 27.

12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60
61
62
63
64
65
66
67
68
69
70
71
72
73
74
75
76
77
78
79
80
81
82
83
84
85
86
87
88
89
90
91
92
93
94
95
96
97
98
99
100

C Differentia hic vocatur ea proportio qua maior superat minorem. Nam per correlarium decime huius subducto tono a consonantia diapente relinquitur consonantia diatessaron. solo igitur tono consonantia diapente consonantia diatessaron est maior. Est igitur per diffinitionem: harum consonantiarum tonus differentia. et correlarium statim ex propositione notum est.

- 14 Bis diatessaron: sesquitono consonantiam diapente transcendit.

C Diatessaron enim per sextam huius duos tonos atque semitonium minus continet. ergo bis diatessaron quattuor tonos et duo semitoniam minora continebit. atque a quattuor tonis et duobus semitonis minoribus dempto sesquitono: relinquuntur tres toni et semitonium minus. At vero per decimam huius consonantia diapente totidem tonos cum semitonio minore complectitur. ergo bis diatessaron: sesquitono consonantiam diapente transgreditur transcenditque quemadmodum proponitur.

- 15 Consonantie diatessaron ac diapente: in maximis superparticularibus sunt collocate.

C Nam ex diffinitione consonantia diatessaron in epistrita sesquiterciaque proportione collocatur. et diapente in hemiolia atque sesquialtera. et nulle superparticulares sesquialtera et sesquitercia sunt maiores nam a secunda et tria parte que maxime sunt sese consequentes partes denominantur. igitur he consonantie ex maximarum superparticularium originibus ducte: in maximis superparticularibus sunt collocate quod est propositum.

- 16 Bis diatessaron aut bis diapente: nullam consonantiam componere potest.

C Nec proponit duas diatessaron consonantias aut duas diapente consonantias: nullam conflare posse consonantiam. Nam et diatessaron et diapente non in multiplicibus sed superparticularibus sunt constitute et per primam petitionem que interualli ad interuallum proportio est: ea quoque est et toni ad tonum at per sextam primi duo similia interualla non multiplicia: neque multiplex neque superparticulare creat interuallum. quare neque illorum soni in multiplici: neque in superparticulari genere existunt. cum sit autem consonantia aut in superparticulari aut in multiplici ratione collocanda est. sic enim consonantie nomine hoc in loco Pythagoricam sequentes auctoritatem: suscepimus vtendum. ergo due consonantie diatessaron aut due diapente: nullam efficient consonantiam. et non modo id verum sit: sed et quotquot consonantie diatessaron in immensum copulentur et quotquot diapente: nullam vnquam consonantiam ex quinta primi huius efficere valebunt.

- 17 Adiuncto ad consonantiam diapente tono: nulla parabitur consonantia. item neque ad diatessaron trisemitonio.

S	II			Numerorum differentia.		E	5584			Numerorum RS differentia
E	27	F	16	Sexta maior		B	9216	S	5832	Sexta minor
C	9	D	8	Tonus		P	2304	M	1944	Sesquitonus
A	5	B	2	Diapente		H	4	O	3	Diatessaron
						L	256	W	243	Semitonium minus
						Ib	9	K	8	Tonus

C Et si hic sonorum congressus nondum consonantia sit euphonum tamen musici reputant melo: modulaminibus aptum: sextamque sex impleatur vocibus nostri nunc nesciunt. et quattuor tonis atque vna diesi hoc est semitonio minore constat. qui quod nondum consonantia sit patet. Accipio enim a et b ternarii et binarii: minimos scilicet numeros consonantie diapente. et c denarii atque octonarii minimos numeros toni. et duco c in a et veniat septem supra viginti. et b in b et veniat decem et sex. per tertiam quinti Arithmetices d ad e continet sesquialterum et sesquioctauum: quare d ad e continet diapente atque adiunctum tonum. at manifestum est d ad e 27 scilicet ad 16 non esse multiplex. nam septem et viginti non continent bis aut tertio aut deinceps sedecim. neque d superparticularis est ad e. nam differentia numeri d ad e est vnde decim qui numerus summe 16 pars nulla est. transcendit enim vndenarius sedenarii dimidium. igitur adiunctus ad consonantiam diapente tonus: nullam parit consonantiam. et simili argumento adiecto ad consonantiam diatessaron sesquitono: nulla fit consonantia vt ex secunda figuratone perspicere potest. sit tamen euphona vocum congressio: quam item sextam nuncupant: sed que a prima contractior tota distet apotome. est ergo hec minor illa vero maior. constat enim prima vt dictum iam est: quattuor tonis et vna diesi: secunda vero tribus tonis et duobus diesibus. Primam sonat parhypate hypaton ad mesen: secundam vero que contractior est: sonat hypate hypaton ad lichanon meson. que autem hypate que parhypate: qui lichani et que mese dicantur: sequens liber declarabit.

- 18 Quo pacto diapasen consonantia: in chorda sit adiungenda.

C Nec consonantiarum vt in libro Problematum testatus est Aristoteles: elegantissima pulcherrimaque est. chordam ergo a b seco per medium per notam c. et quia a b ad c b est dupla interualli habitudo. ergo per diffinitionem a b ad c b consonat diapasen.

Sexta maior 22-16

Sexta minor

Consonantia diapason: in sex tonis minime consistit. sed quinque amplior: sex vero 19
to tonis: consonat contractior.

¶ Nam per vicesimam primi quinque coniuncti sesquioctavi: minus duplici intervallo coniungunt. et per vicesimam primam eiusdem sex coniuncti maiores vno duplici intervallo euadunt. ergo quinque toni minores sunt diapason consonantia et sex eadem sunt ampliores. consonat ergo diapason quinque tonis amplior: sed et sex eadem modulabitur inferior.

Diapason: ex diatessaron et diapente consonantiis coniungitur.

¶ Nam per decimam quartam huius diatessaron et diapente in maximis superparticularibus sunt collocata. at per undecimam primi duplex intervallum ex duobus maximis superparticularibus coniungitur et duplex intervallum: consonantie diapason intervallum existit. igitur consonantiam diapason: diatessaron et diapente consonantie simul coniungunt. quod est propositum.

Consonantia diapason: quinque tonis et duobus semitonis minoribus que tonum minime complent: perficitur. Vnde quoque manifestum esse potest: consonantiam diapason solo a sex tonis commate distare.

¶ Per precedentem enim diatessaron et diapente consonantiam diapason iungunt. diatessaron autem per sextam huius duobus tonis et semitonio minore constare monstrata est: et diapente per nonam tribus tonis semitonioque minore. at duo toni et semitonium minus et tres toni et semitonium minus simul constati: quinque efficiuntur toni atque duo semitonio minore. atque duo semitonio minore tonum non perficiunt: verum ab eo deficiunt commate. igitur consonantia diapason quinque tonis et duobus semitonis minoribus: que tonum minime implent quemadmodum iam propositum est perficitur. ¶ Correlarium ex demonstrationis calce notum esse potest. Ex quo liquet per facile esse in nervo musicum comma peruestigare. Nam in eo a principio constitutis: continuatisque sex tonis et ab eodem nervi initio ad mediam chorde notam intentam diapason consonantia quod inter mediam nervi notam et ultimum sex tonorum signum continetur: ex precedentis correlarii erit commatis interstitium.

Dempta ex diapason consonantia diapente: relinquitur diatessaron. et ex eadem dempta consonantia diatessaron: relinquitur diapente. demptis autem ex ea diapente et tono relinquitur sesquitonus.

¶ Prima pars et secunda statim per penultimam cognite sunt. Item et per precedentem. Nam per precedentem diapason quinque tonis et duobus semitonis minoribus constat: a quibus si tres tonos et unum semitonium minus tollas que per decimam huius diapente consonantiam continent: relinquitur duo toni et semitonium minus: que per sextam huius diatessaron consonantiam efficiunt. dempta igitur ex diapason consonantia diapente: relinquitur diatessaron: quod est primum. Secundum eadem facilitate declaratur. Nam ex quinque tonis et duobus semitonis minoribus si duos tonos et semitonium minus tollas: relinquantur tres toni et semitonium minus. Tertium consimiliter. demptis enim a consonantia diapason: hoc est a quinque tonis et duobus semitonis minoribus demptis in quam quattuor tonis et semitonio minore reliquus est tonus unus et semitonium minus. Et quot dies quot apotomas quot denique commata contineat diapason: deprehensionis sunt facillime: in nulla tamen equaliter: tota ipsa diuisa est quandoquidem diapason in multiplici ratione consistit que omnino in quolibet equas proportionibus que multiplices non sint per sexagesimam noni arithmetice diuisi non potest.

Nulla simplex consonantia: in duo equalia: certo constitutoque numero diuisibilis est.

¶ Simples consonantias vocamus diatessaron diapente diapason. de diatessaron autem et diapente constat que ex superparticularibus intervallis surgunt: que per quintam primi nullo pacto hunc in modum diuisi possunt. de diapason vero consonantia idem subit iudicium. Nam quoniam minimi eius numeri sunt duo et unum: et duo quadratus non est: igitur per correlarium tricesime secunde secundi huius consonantia diapason que consistit in proportionibus duorum ad unum minime in duo equalia partiatur. et eodem quoque in re neque eadem consonantia in plura duobus dimetietur: dimetieturque equalia. Et profecto velle hoc pacto consonantiam diapason in plura equas diuidere: est in geometricis diametrum posse quadrati velle commensurare. sed id ultimum musicum non est.

Diapason ac diatessaron: consonantiam non esse.

e	s	f	3	5	2
2	1	4	3		
a	b	c	d		

¶ Et si in diapason ac diatessaron sit duarum vocum dulcis: amenaque congressio ut quemadmodum cum pulsatur sesquitonus: non idcirco tamen evenit diapason ac diatessaron consonantiam dici mereri. Tamen si Ptolemeo secus quam Pythagorice hac in re visum sit: quod monstratu facillimum est. Sint enim a et b binarius et unitas: minimi scilicet numeri consonantie diapason et c b quattuor et tria minimi idemdem consonantie diatessaron duco c in a et veniet octonarius qui sit e: et d in b et veniet ternarius: qui sit f. per tertiam quinti Arithmetice e ad f continet duplicem et sesquiterciam: quare diapason ac diatessaron.

$$4 - 3$$

$$3 - 2$$

$$12 - 6$$

$$531441 - 262144$$

$$2$$

$$531441 - 524288$$

$$2 \times 2$$

$$3 \times 3$$

$$4 \times 3$$

$$4 \times 3$$

$$2 \times 1$$

$$4 \times 6$$

$$9 \times 8$$

$$4 \times 3$$

$$27 \times 38$$

$$2 - 1$$

$$4 - 3$$

$$8 - 3$$

20

21

22

23

24

sed e octonarius non est multiplex ad ternarium: neq; superparticularis & cum bis contineat et insuper binarium qui ternarius non pars vlla est sed partes. Est enim octonarius ad ternarium duplex superbisparties. Hoc est igitur diapason ac diatessaron consonantia. Bis enim consonantia aut in superparticulari: aut in multiplici genere ex diffinitione consistit. Et in hoc facile cognosci potest ex vno Problematum libro & Pythagorici consensus Aristoteles: cum inquit cur non bis diapente: aut bis diatessaron reddi consonantia potest: ut bis diapason coaptari solet. Hoc inquit ideo est q; diapente consonantia posita in proportione sesquialtera est diatessaron vero in sesquitercia. q; si duo sesquialteri aut sesquitercij numeri ordine disponantur: extremi nullam inuicem proportionem habebunt. neq; enim superparticulares neq; multiplices esse poterunt. at diapason concinetur qm in duplari proportione consistit: hac geminata: quadruplam inuicem extremi tenebunt: habebuntq; proportionem. Videt ergo quo pacto Aristoteles consonantiarum proportionem solas superparticulares aut multiplices efficit: superpartientes quasi prorsus nulle sint repudias. Et re vera Ptholomei est Pythagorice magis in nomine q; in re ipsa dissensio puranda est. Sed de his hactenus.

25 Diapason ac diapente: in triplici consistit ratione. Estq; diapason ac diapente consonantia vna.

¶ Quid enim diapason ac diapente in tripla ratione consistat: hoc ideo est q; ex duodecima primi ex duplici atq; sesquialtero intervallo triplex nascitur intervallum. duplex autem & sesquialterum sunt consonantiarum diapason & diapente intervalla. igitur iuncte consonantie diapason ac diapente in tripla ratione consistit. sed cum sensu tam satis sit exploratum hunc concetum modulate: suauiterq; ad auditum peruenire: ergo per diffinitionem is concentus consonantia est. quod est totum propositum.

26 Diapason diapente ac tonus: melos citra consonantiam eliciunt.

27			8
c			f
3	1	9	8
a	b	c	d

¶ Melos hic vocamus suauem auribus acceptam vocalationem: ameniq; plurium vocum congressum: sed q; diapason diapente & tonus simul iuncta melos constituunt: statim notum est. Nam hec sonorum vocalatio suauiter vt experientia discitur auribus accidit. sed q; consonantiam nullam parit: ostenditur, qm enim per precedentem diapason ac diapente in tripla proportione consistit. Sint ergo a b tria & vnum minimi consonantie diapason ac diapente numeri: & c d nouem & octo minimi numeri toni. duco c in a & d in b & veniat e f 27 scilicet 28 inter que est diapason diapente atq; tonus. sed e ad f neq; superparticularis neq; multiplex: quinimmo e continet f ter et tres eius octauas: estq; e ad f triplus supertriparties octauas. non concinit igitur e aliqua consonantia. quod totum est propositum.

27 Bis diapason consonantia: in quadruplari constituta reperitur habitudine.

¶ Quid enim bis diapason in quadruplari consistat: statim est manifestum. Nam per decimaterciam primi duo duplicia intervalla quadruplex iungunt intervallum. diapason aut in duplari consistit. igitur bis diapason quadruplarem iungit habitudinem: que est multiplex. & cum bis diapason ad auditum suauis: emodulataq; perueniat vt id quoq; sensu satis perceptum est. ergo per diffinitionem erit consonantia. qd erat monstrandum. ¶ Pythagorici & priores musici omnes: concentuum modum in terminis quadruple atq; in finibus consonantie bis diapason perstrinxerunt: non temere longius progressi aut q; inter illos terminos vnicaq; facta a natura reperitur sue vocis modus: aut q; stridulus ille canor illis vt iam quoq; dictum est visus est q; ve feriam iam relinquunt medioeritatem: aut q; hactenus contemplatio satis ipsis esse visa est ad musicam institutionem. posteritas autem ad ter diapason vel & amplius adauxit ad terminos vsq; octuple longius euagata: de quibus necessaria speculatio non incumbere videtur: sed pauca paucis strinxisse satis erit. Nam qui modulationem supra bis diapason cognoscere desiderabunt: facili demonstratione vt precedentia percipiant. bis enim diapason ac diatessaron in proportione quincupla sesquitercia consistit. & proinde plane consonantia putanda non est. bis diapason ac diapente in proportione sesquialtera et ideo consonantijs annumerata. ter vero diapason in proportione octupla.

28 Omnes consonantias: in data chorda suo ordine subiungere: et eas sensu perceptibiliter experiri.

¶ Sit a b data chorda in qua propositum sit consonantias diatessaron diapente diapason diapason ac diapente et bis diapason situare. Colloco in signo a brachium circini immobile et ad totius chorde quartam partem extendendo circini brachium mobile: & in termino eius pono notam c. deinde extendo idem brachium ad eiusdem chorde partem tertiam: & in termino pono b. mox ad totius chorde partem mediam qua de signo nota c. deinde eodem brachio capio totius chorde bissem: hoc est duas tertias: & in termino bissem pono f. mox extendo circinam ad chorde dodrantem: hoc est ad tres eius copletas quartas: in cuius fine affigo notam g. sic sic a b & c b per quartam huius consonat diatessaron. a b & d b per octauam diapente a b & e b per decimam octauam diapason a b & f b per vicequintam diapason ac diapente. postremo vero a b & g b per precedentem bis diapason. Suppone igitur in musicale hemispherio sensim singulis chorde notis & sonos ad totius chorde sonum diligenter antede. et suo ordine propositas concinencias annotabis. quod proprius experiri valebis: si chorde a b chorda equisonant: vnicaq; etiam collocaueris: cuius sonum cum singulis sectionis a b percussionibus non segniter attenderis.

Consonantiarū hoc pacto digestarum: finis consonantie diatessaron: ad finem diapente sonat tonum: ad finem diapasōn: consonat diapente. ad finem diapasōn ac diapente: in consonum. ad finem vero bis diapasōn: consonat diapente ac diapasōn.

a	c	d	e	f	g	b
---	---	---	---	---	---	---

C Sint a c d e f g b modo qui dictus est digeste consonantie: dico c b finem consonantie diatessaron ad d b sonare tonum | ad e b esse diapente | ad f b in consonum esse | ad g b 2o consonare diapente ac diapasōn. Nam per precedentem a b 2 c b est diatessaron et a b et d b diapente. dempta ergo a b 2 c b diatessaron consonantia ab c b 2 d b diapente: per correlatiū decime huius relinquitur tonus. quod aut relinquitur est c b 2 d b: igitur c b ad d b sonat tonum. 7 qm per precedentē a b 2 e b cōcinis | modulaturq; diapasōn: subtracta igitur a b et c b diatessaron ab a b et e b per vicesimāsecūdā huius quod relinquitur est diapente. atqui quod relinquitur est c b et e b: igitur c b ad e b cōsonat diapente. 7 quia per precedentem a b 2 f b consonat diapasōn ac diapente: subtracta igitur a b 2 e b consonantia diapasōn: quod relinquitur est diapente. quod aut relinquitur est e b 2 f b. igitur e b 2 f b consonantia est diapente. sed per modo monstratum c b 2 e b etiam diapente est: igitur c b 2 f b est bis diapente. At per decimāquartā huius bis diapente consonantia componi non potest: igitur c b ad f b incōsonus est. Postremo qm vt ex precedentī notū est a b 2 g b cōsonat bis diapasōn. depta igit a b 2 e b diapasōn consonantia relinquitur e b 2 g b esse diapasōn. atqui c b 2 e b per secundā partem huius monstrata est esse diapente. igitur adiuncta c b 2 e b consonantia diapente ad e b 2 g b constituitur diapente ac diapasōn. consonat ergo c b 2 g b diapente ac diapasōn. quod est totum propositum.

Si positis consonantiis: finis diapente ad finem diapasōn modulatur diatessaron: & ad finem diapasōn ac diapente: modulatur diapasōn. ad finem vero bis diapasōn euphonus est: sed qui nondum consonantia est.

a	c	d	e	f	g	b
---	---	---	---	---	---	---

C Esto precedentis hypothesis: dico d b finem diapente ad e b consonare diatessaron. ad f b diapasōn. 7 ad g b sonare diatessaron ac diapasōn. Nam per penultimā a b et e b consonantia est diapasōn. 7 a b et d b diapente. subtracta igitur a b 2 d b diapente: ab a b 2 e b consonantia diapasōn: per vicesimāsecūdā huius relinquitur diatessaron. quod aut relinquitur est d b et e b: igitur d b ad e b cōsonat diatessaron. 7 quia in precedenti monstratum est e b 2 f b esse diapente: 7 nunc d b et e b esse diatessaron: ergo per vicesimā huius d b 2 f b ex illis duabus conflata: coalitaq; consonantia modulabitur diapasōn. Rursum cum e b 2 g b in precedenti monstrata sit diapasōn: et e b 2 f b diapente: ergo per vicesimāsecūdā huius f b 2 g b est diatessaron. 7 d b et f b nunc monstrata est diapasōn. igitur d b 2 g b est diapasōn ac diatessaron: que cum modulatio sit euphona 7 eam monstrauerit vicesimāquarta huius non esse consonantiā: totū liquet monstratū propositū. et ex hac quoq; pariter cognitum est finem diapasōn: ad finem diapasōn ac diapente modulari diapente vt e b ad f b 7 ad finem bis diapasōn consonare diapasōn.

Consonantiarum sic collocatarum: totius chorde atq; cuiusq; sectionis numeros designare.

24	18	16	12	8	6	
a	c	d	e	f	g	b

C Dico duo tria et quattuor in se invicem: et numerum inde surgentem atq; productum qui habebit secundam tertiam 7 quartā: pono totius linee numerum quē idcirco voco numerum a b. ab quo demo quartam partem 7 reliquus sit c b: 7 erit primus numerus ad ipsum sesquitercius. quare diatessaron. et ab eodem numero demo partem tertiam 7 residuus sit d b: eritq; a b ad d b sesquialter: quare consonantia diapente. et iterum ab a b diduco partem mediam et residuus sit e b: eritq; a b ad e b duplus. quo circa diapasōn consonantia inter eos exurget. 7 numeri a b sumo solam tertiam que sit f b. erit ergo a b ad f b habitudo tripla continebunt igitur a b et f b diapasōn ac diapente. Rursum numeri a b sola quarta sit g b: erit a b ad g b quadruplus. quare a b et g b sunt numeri bis diapasōn. Sunt itaq; totius chorde a b 7 cuiusq; sectionis eius secundum assignatas consonantias designati numeri. quod erat demonstrandum.

Quotcunq; harmonicas medietates assignare: inter quarū terminos eorūq; differentias omnes musice reperiantur consonantie.

Harmonice	12	8	6	Epitritus	b c	Diatessaron
Medietates	6	4	3	Idemolus	a b	Diapente
	a	b	c	Duplaris	a c	Diapasōn
Differentie		2	1	Triplaris	c e	Diapasōn diapente
		d	e	Quadruplaris	b e	Bis diapasōn.

C Harmonica medietas in Arithmeticis distincta est qm triū terminorū vt maximū ad minimū: ita differentia maiori ad differentia minori. Sit ergo c quicūq; numerus partem tertiam habens que sit e: duplo c. sitq; duplatus a. manifestum est a ad c esse duplum. 7 quia cōtinet tria c: ipsum a cōtinet sex c. addo e ad c 7 fiat b

et erit notum b ad c esse sesquialterum: et b continere quattuor e atq; esse differentiam b ad c. Et idem quia b continet quattuor e et a continet sex e: a erit sesquialter ad b. et quia b equatur quattuor e et a sex: ergo differentia a ad b equatur duobus e que sit d. quia enim d equatur duobus e: ergo d duplus est ad e. dico ergo a b c datam esse harmonicam medietatem. inter cuius terminos a b c eorū differentias d e oēs musice consonantie reperiuntur. nam a ad b maximā ad minimā monstrata est proportio esse dupla et similiter habitudine d ad e differentie scilicet maiori ad differentiam minorem: et ita ostensa dupla. sunt igitur per diffinitionem a b c termini in harmonica medietate constituti. Et si b ad c cōparet monstratus est sesquialterius: quare consonantie diatessaron interuallum. et si a ad b: monstratus est sesquialter atq; hemiolus et diapente interuallum. et si a ad c: duplum habes et consonantiam diapason. si vero c ad e cōtuleris: habes triplum: et per vicesimā quintā tertij consonantiam compositam diapason ac diapente. et si b ad c: quadruplum: et per vicesimā septimā tertij bis diapason. At cum cetera monstrata sint non esse consonantias: constat diatessaron | diapente | diapason | diapason ac diapente: et bis diapason omnes consonantias quibus in disciplinis se exercere solent musici: inter terminos harmonice medietatis et eorū differentias: fuisse repertas. et si duxeris binarium in a b c et in illos qui inde prouenerint et quoties volueris in prouenientes: ex septima secūdi Arithmetice cognoscere promptum est toties constituti harmonicā medietatē cōsimiles inter suos terminos et suorū terminorū differentias: consonantias musicas seruante. et idē fuerit si quēcūq; alterum numerum in illos terminos duxeris. placuit tamē vno Seuerino quadragesimo octauo capite secūdi sue Arithmetice ad oēs consonantias musicas cōplectendas: duas ordinare medietates harmonicas: vnam in duplari et alteram in triplari. sed et idē etiā fieri posse vna sola constituta iam satis monstratum arbitramur.

Quotlibet maximas harmonias quarum quelibet primordium consonantiarū: consonantiasq; contineat omnes: constituere.

Maxima har.	24	18	16	12		
Maxima har.	12	9	8	6	Epogdons	b c Tonus
	a	b	c	d	Epitritus	a b Diatessaron
Differentie	3			3	Hemiolus	a c Diapente
	c			f	Duplari	a d Diapason
Differentie		4		2	Triplari	b d Diapason diapente
		g		h	Quadruplus	c h Bis diapason.

¶ Maximam harmoniam vocant quādo quattuor solidorū terminorū in geometrica medietate constitutorum: inter maximū vniū mediorū et minimū medietas Arithmetica cōtinetur: et rursum inter maximū terminorū. alterū mediorū et minimū cōtinetur harmonica. Medietas geometrica est qñ terminorū est proportio num similitudo. Arithmetica vō quādo terminorū est differentiarū equalitas. quid harmonica iam dictū est. Solidi termini dicuntur qui ex triū in se laterum ductu producuntur. sed hec oīa ex Arithmetice qñotissima sunt. Primordij consonantiarū appellamus tonum. ¶ Capio ergo d numerū quēcūq; qui secundā et tertiā habeat: sitq; eius secūda f et tertiā h. duplo d et sit duplatus a: quicūq; a duplus erit ad b. addo b ad d sitq; cōpositus c. eritq; sesquialterius ad d. sed et cūa monstratus sit duplus ad d: ergo per vndecimā primū huius a ad c est sesquialter. Preterea f secūda partem d addo ipsi d et cōpositus sit b: certū est b ad d esse sesquialterum. quare per eādē vndecimā primū a ad b est sesquialterius. Ab a c igitur qui monstratus est sesquialter: ablato a b sesquialterio per quīntādecimā primū relinquitur b ad c sesquioctauus. Sit preterea g differentia a ad c: quia d cōtinet tria h: cōtinebit quattuor e et a sex. ergo g differentia a ad c cōtinet duo h: est itaq; g ad h duplus. et quia f est medietas d: et b est sesquialterum ad d: ergo b continet tria f. est itaq; f tertiā pars b: sed et a sesquialterius ad b addit super eī tertiā partem ipsius b: ergo differentia a ad b que sit e equatur f. dico ergo a | b | c | d | maximā cōstituere harmoniam: que toni consonantiarū elementum | et oēm cōplectitur cōsonantiam. Nam a ad b monstratus sesquialterius et similiter cad d sesquialterius. cōtinēt igitur a ad b et c ad d per diffinitionem geometricam medietatem. et differentia a ad b maximā ad vniū mediorū est e | et b ad d eiusdē medij ad minimū est f | et e et f mōstrate sunt equari. igitur per diffinitionem a ad b et b ad c constituitur in Arithmetica medietate. sed et a ad d maximus ad minimū mōstrat⁹ esse duplus. et similiter g differentia a ad c maximā ad reliquū mediorū demonstrata dupla ad h differentia c ad d eiusdē medij ad minimū. igitur per diffinitionem a c d cōstituit in harmonica medietate. Cōstat igitur per diffinitionem a | b | c | d si solidi sint constituere maximā harmoniam. qñ si solidi non sint: due quēcūq; numerū in quēlibet ipsorū et proueniet solidi in eisdem habitu dinibus quorū cuiuslibet latera erunt vnitās | numerus in illos ductus et singulī eorū ad singulos: sicq; cōstabit maximam constitutam esse harmoniam. sed iam ostensus est b ad c sesquioctauus: igitur per diffinitionem b ad c continet tonum consonantiarū primordium. et a ad b est sesquialterius. igitur a ad b cōtinet diatessaron. et a ad c monstratus est sesquialter: igitur a ad c continet diapente. et a ad d duplus: igitur a ad d diapason. et d ad h triplus: igitur d ad h diapason ac diapente. et c ad h monstratus quadruplus igitur c ad h continet bis diapason. et quoties duxeris quemcūq; numerum in a | b | c | d aut in productos ex illis adiuuante septima secūdi Arithmetice et diffinitionibus: toties constitues maximam harmoniā tonum et omnes consonantias continentem. est igitur effectum quod proponebatur. Et ex hac intelligere potes esse demonstratum que dñus Seuerinus affert de harmonia cubi quadragesimo nono | et de maxima harmonia quinquagesimo quarto capite secūdi sue Arithmetice.

Omnis numerus ternaria progressionē ad se adiectus: omnem consonantiam in Arithmetica medietate complet.

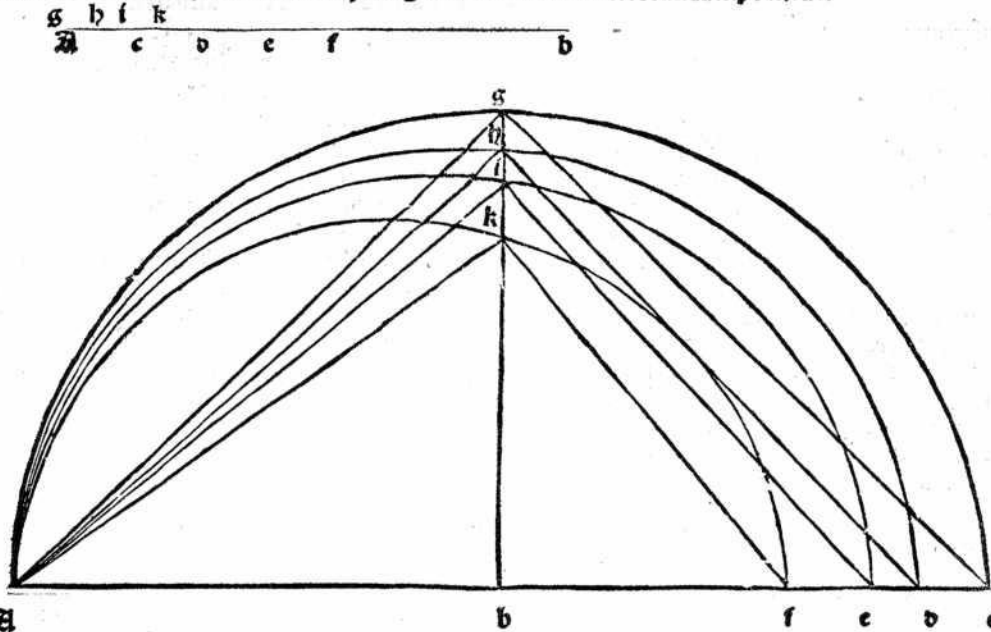
MVSICE

Călonătie i Brithmetica medietate				Apsia vniatē				Apsia vniatē				Atertia vniatē							
3	6	9	12	1	2	3	4	10	20	30	40	100	200	300	400				
duplus diapason				sesterti ⁹ diates.				duplar ⁹ pitrit ⁹				diapaf. diates.				diapason diatesia.			
sestqualter diapēte				hemiol.				diapē.				diapente							
Triplus diapason diapen.				Triplaris				diapa. diap.				diapa. diapente							
Quadruplus. bis diapason				Quadruplaris				Bis diapason				Bis diapason							

Telligitur ternaria progressione ad se addi numerus quando additur primo ad se semel: deinde bis: deinde ter. Dico ergo quęcunq; numerum ad se hoc pacto additum: omnem cōstitvere consonantiā musicā. Nam semel sibi adiectus duplex ad se efficit: et diapason consonantiam, et bis sibi additus: ad primā additionem sesquialterum cōstituit et diapente: et ad se triplū atq; diapason ac diapente, nam in prima additione bis: et in secūda ter cōtinetur, ter vero sibi additus ad secūdā additionē facit sesquiterciū, et diatessaron: nā p̄f mus numerus h̄ic quater: illūc vero ter continetur, et ad se quadruplū facit et bis diapason. In hac igitur progressione omnis continetur consonantia musica, et quia continue numerorum ex eius additione surgentium ipse numerus additus est differētia: ergo reperte consonantie in Brithmetica medietate continentur, et ex hac cognoscitur cur in omnium unitatum quaternaria progressione que vbiq; denarij Pythagorici plenitudinem implet: omnes consonantie musice et in Brithmetica quidem medietate reperiantur.

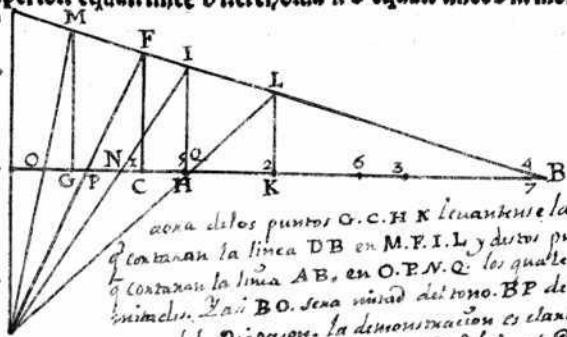
Tonum et omnem consonantiam simplicem: in duo equa partiri: veraq; medietas
tum puncta: geometricè monstrare. 35

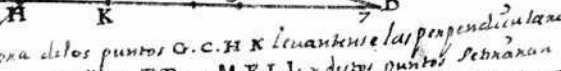
¶ *Precedentes septima secūdi: et vicesimatertia terti pretendūt tonfi: diateffaron: diapante ac diapafon in duo equa diuīdi non posse. Nec vō monstrat quo pacto ea omnia possint in duo equa partiri. nec hoc quidē repugnat. Nam precedentes contendunt id effici non posse Arithmetice certo constitutoq; numero atq; rationali habitudine: hec vero id effici posse geometricē sine numeri constantiq; ratione.*



C Si ergo data chorda a b superior in qua iubeamur integrum semitonium: et consonantarum diatessaron: diapente ac diapasos vera media reperire. Facio a b z c b tonum, a b et b b diatessaron, a b z c b diapente, a b et f b diapasos eo quod in precedentibus monstratus est modo. Deinde in inferiori linea a c indefinite quantitatis capio a b equelem linee superiori a b. z b c continue equelem linee b c superiori. et a puncto b versus c: capio lineam b d equelem chorde b b. et b e equelem chorde b e. et b f chorde b f. et in telligo quatuor dimidios circulos a c | a b | a c | a f. et a puncto b educo perpendicularem linee a c ad circuli ferentias semicirculorum a c | a b | a c | a f. et puncta vbi eos contingit linee sint g | h | i | k: ad que puncta educo a g | c g | a h | o h | a i | e i | a k | f k. et per nona secti geometrie a b ad b g v b g ad b c. Facio igitur in chorda superiore a b lineam b g equelem inferiori linee b g et cum proportio a b ad g b v t g b ad c b v t preostensum est: sequitur tonum a b z c b esse in duo equa divisum: z punctum g esse medium vel semitonii signum. et per eandem que proportio a b ad b h e a sit b h ad b d. Est igitur h b in chorda a b equalis linee b h per idem v t prius: ea erit proportio a b ad h b que h b ad b d. quare a b et b b diatessaron in duo equa partia est. et eodem pacto facta chorda i b superiori equali linee b i. et chorda k b equali linee b k: monstrabis con-

Mas fícil sea la cuerda dada AB, dividase en 9 p
 partes y desde B. aia ¹ como 8 en el punto G. confíren
 AB. y GB. en proporción *Sequitur* y así tomo. Duelto
 a dividir la cuerda AB en 4. y en el punto C tomo
 las 3. confí AB y CB sean *Sequitur* y por confí
 ente *Diastaxon*. divido otra vez la cuerda AB. = A
 en tres partes y en el punto H tomo dos. confí AB. y
 y HB sean *Sequitur* y así *Diastaxon* finalmente
 en el punto K adivido en dos. confí sea toda la
 cuerda AB dupla de KB y así *Diastaxon*. por el plato
 A hác la perpendicular indefinida DE. el punto
 A tomo la distancia q. *Sequitur* y sea A D. hác
 desde A. el punto B B hác una línea al punto D.





 con los puntos G. C. H. K. levantase las perpendiculares a la linea AB.

 q. cortan la linea DB en M. F. I. L. y desde puntos se tiran lineas al punto B

 q. cortan la linea AB. en O. P. N. Q. los quales son puntos de la medietad de

 unimeln. Y asi BO. sea mitad del arco. BP del Diapason. BM del Diapente

 y EQ del Diapason. la demonstracion es clara. y asi la nombrado al

 Cuviejo, fijo entiendo al Cuviejo q. hizo el P. claudio Robt. P. Theonemata.

 proposicion 17 de Euclides. Queda

sonantia diapente & diapason in duo equa esse partitas: & re vera hoc pacto vera schismata atq; diaschismata
talet dieses tetrartermerias reperias assignatis comatis: dieses: atq; completi semitonij interuallis et sum-
ptis vt in precedentibus factum est medijs proportionalibus chordis. sed hec statim aliquatulum in geome-
tricijs exercitatis nota esse possunt. Hec autem posteaq; repereris disce (si libet) per chordam in voce toni
mediare et semitonium: & quacumq; voles in arte musica consonantiam.

¶ Tertij Elementorum Musices finis.



Armonica regula instrumentum est: quo cum (rationis adhibito iu-
dicio) consonantie: consonantiarūq; partes: in chorda perquirun-
tur. Melorum tria sunt genera: Diatonicum: Chromaticū: Enarmo-
nicum: Diatonicum genus: melos est cuius partitio per semitonium
minus & duos tonos cōtinue procedit. Chromaticum: quod per duo
inequalia semitonija & trihemitonium conscendit. Enarmonicum
vero: quod per duas dieses conscendit & ditonum. Diesis hoc in loco semitonij mīno-
ris medietas est: ex differentie extremorum habitudinis eius: partitione proueniēs:
que & tetrartermeria dicta est. sed vt earū semper maior que acutior et minor que gra-
uior: reperiatu necesse est. Voces: nerui: chorde: spacia: hoc ordine a graui in acumē
nitentia in vnoquoq; melorum genere sunt nuncupata.

Grece nuncupationes	Nuncupationes latine.
Proslambanomenos	Acquisitus
Hypate hypaton	Principalis principalium
Parhypate hypaton	Subprincipalis principalium
Lichanos hypaton	Index principalium
Hypate meson	Principalis mediarum
Parhypate meson	Subprincipalis mediarum
Lichanos meson	Index mediarum
Mele	Media
Trite synezeugmenon	Tertia coniunctorum
Paranete synezeugmenon	Penultima coniunctorum
Nete synezeugmenon	Vltima coniunctorum
Paramese diezeugmenon	Submedia disiunctorum
Trite diezeugmenon	Tertia disiunctorum
Paranete diezeugmenon	Penultima disiunctorum
Nete diezeugmenon	Vltima disiunctorum
Trite hyperboleon	Tertia excellentium
Paranete hyperboleon	Penultima excellentium
Nete hyperboleon	Vltima excellentium.

Monochordum: est quod vnica chorda continet modulationem. Tetrachordum:
quod chordis quattuor. Polichordū vero: quod pluribus chordis id continet q̃ qua-
tuor. vt pentachordū: quod quinq;. hexachordum: quod sex. et ita de Heptachordo:
Oftochordo: Ennachordo: Decachordo: Endecachordo: Dodecachordo: Trideca-
chordo: Tessaradecachordo: & Pentadecachordo est intelligendum: quod vltimum
omnino quindecim constat chordis. Proslambanomenos: est in vnoquoq; genere:
primo tetrachordorū grauiſſimus neruus adiūctus: a pximo primi tetrachordi ner-
uo: toni interuallo distās. Tetrachordū coniūctum: est cuius principiū est precedētis
tetrachordi finis. Disiūctū vero: cuius primordialis neruus in vnoquoq; melorum
genere: a proximo precedentis tetrachordi finali neruo: vno tono disiungitur.

MVSICE

Tetrachorda sunt quinque: Tetrachordum hypaton: Tetrachordum meson: Syntezugmenon: Diezeugmenon: Hyperbolon.

Tetrachordon hypoton est:	Tetrachordum synezeugmenon.
Hypate hypaton	Mese
Parhypate hypaton	Trite synezeugmenon
Lichanos hypaton	Paranete synezeugmenon
Hypate meson	Nete synezeugmenon
Tetrachordum meson est	Tetrachordum diezeugmenon.
Hypate meson	Paramese diezeugmenon
Parhypate meson	Trite diezeugmenon
Lichanos meson	Paranete diezeugmenon
Mese	Nete diezeugmenon
	Tetrachordum hyperboleon
	Nete diezeugmenon
	Trite hyperboleon
	Paranete hyperboleon
	Nete hyperboleon

Modum hic vocamus remissionem aut intensiorem omnium tetrarchordorum gradatim in aliquo genere melorum: sui generis progressionem servans.

Modi sunt septem.

Primus Hypodorius	1
Secundus Hypophrygius	2
Tertius Hypolydius	3
Quartus Dorius	4
Quintus Phrygius	5
Sextus Lydius	6
Septimus Mixolydius	7

Monochordi regularis partitionem: in diatonico genere demonstrare.

C. Quāvis instrumenta musices & plurima reperiātur vt Luthare: Libe: Tuba: Altus: Multiforattiles: Flauto: Dextre: Leue: Simples: Duplices: in quibus vno spiritu ansmandis vt inquit Apuleius. fertur Diagnis Lydorum rex Marsileg pater primus in canendo manus discapedinasse: preterea vt Helic: Echor: dactile. Sambuci: Hydraule. Babilie: Psalteria: Magades: Barbati: Maula. Pentades: Cornua: Heptagona. Mele: Testudo: Barbati: Plectra: Monochorda: Tetrachorda: Polychorda: et cetera id genus musica instrumenta. Placuit tamen philosophis in Monochordis: Tetrachordis: atq; Polychordis monstrandis: ceterorum nos intelligere rationem: atq; compositionem. quo circa vt de Monochordorum & Tetrachordorum compositione intelligemus: ita de reliquis est intelligendum. nunc ergo ad Monochordis regularis nos ostensionem conuertamus.

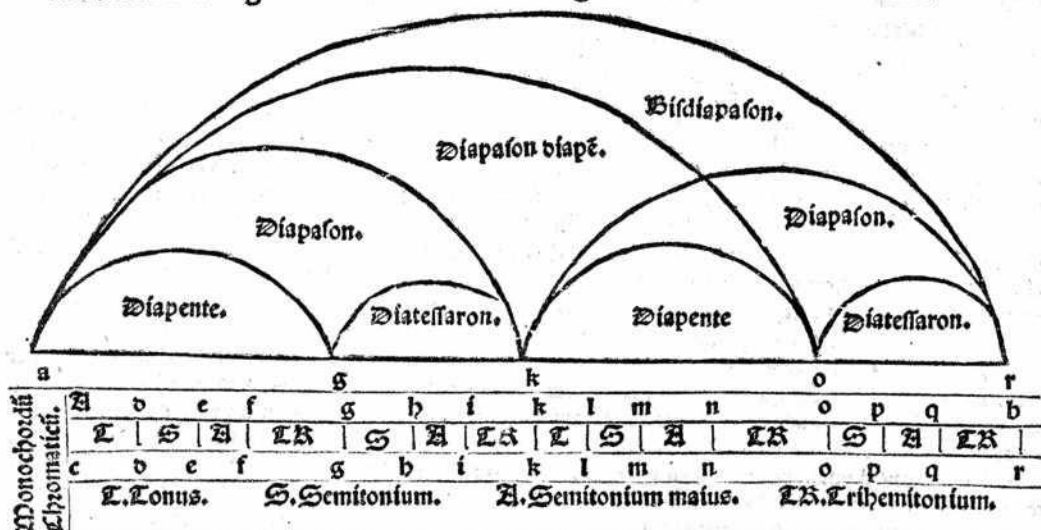
A d e f g h i k l m n o p q r
 | L | S | L | L | S | L | L | S | L | L | S | L | L |
 c d e f g h i k l m n o p q r
 L Lonus S Semitonium minus

T Monochordū igitur regulare idcirco dicitur q̄ in vnico nervo musice consonantie harmonica regula pers-
nestigetur. Sit ergo a b chorda in qua volumus in diatonico genere consonantias regulariter collocare.

Accipio e planissimam regulam: nullaq; ex parte subsultantem: equalem linee a b. et per primam et decimā octavam secundū huius ab c in d intendo tonum: et ab d in e semitonium minus. et ab e in f et f in g intendo duos tonos. et ab g in h semitonium minus. ab h in i et i in k duos tonos. Rursus ab k in l tonum. et ab l in m semitonium minus. ab m in n et n in o duos tonos. ab o in p semitonium. ab p in q et q in r duos tonos ita q; continue semitonio minorū subiuncti sint duo toni: demptis c d qui p proslābanomeno primo semitonio prepositus est tonus: et k l tono qui tetrachordi diæzeugmeni hoc est disuncti principium est. Rursum applico totam regulam harmonicam c r toti chorde a b. ita ut c sit cum a | et r cum b. et in chorda a b ubi applicantur d | e | f | g | et relique sectionum regule note: signo d | e | f | g | h | i | k | l | m | n | o | p | q. et dico monochordum a b esse in genere diatonico regulariter divisum. Quoniam enim sua intervalla intervallis regule c r respondent: evaduntq; equalia a b et d b sonat tonum et d b et e b semitonium: et iterum e b et f b tonum cōtinet. igitur a b et f b duos tonos et semitonium minus continens: per sextam tertij consonat diatessaron. Et quia f b et g b ut in regula continet tonum. et g b et h b semitonium minus. et h b i b. et i b z k b duos tonos. ergo per decimam tertij f b et k b tres tonos semitoniumq; minus continens concinit diapente. Sed et monstratum est a b et f b modulari diatessaron: ergo per vicesimam tertij a b et k b quod ex consonantijs diatessaron et diapente consurgit coalitum: consonat diapason. Rursus k b et l b sonat tonum | l b et m b semitonium minus m b et n b et o b duos tonos: quare k b et o b tres tonos et semitonium minus cōtinens: per decimam tertij consonat diapente. Sed a b et k b monstrata est diapason consonantia: ergo a b et o b consonat diapason ac diapente. Preterea quia o b et p b semitonium est et p b et q b et b duo toni: ergo o b et b cōcinit diatessaron. k b igitur et b ex diapente: diatessaronq; constans: per vicesimam tertij consonat diapason. At vero a b et k b itidem monstratum est concinere diapason. ergo a b et b concinunt bis diapason. Et quia hec monochordi partitio per semitonium et duos tonos facta processit: et ee que modo monstrata sunt consonantie harmonice regule suffragio peruestigate: ergo monochordi regularis partitio in genere diatonico per divisionem monstrata est. quod est propositum.

11

Monochordi regularis constitutionem: in genere chromatico declarare.



In omni Monochordo: atq; Polychordo hec observatur proprietas ut octava modo nota: modo chor-
da prime: et decimaquinta octave: in consonantia diapason recrepet. et ubiq; pro proslābanomeno preiungit
tur tonus: interseriturq; ubiq; inter mēsen atq; paramēsen pro concentu distincto tonus. hoc est in monochor-
dis a prima nota in secundam et ab octava in nonam collocatur tonus. Sit ergo a b ut prius chorda in qua
volumus consonantias in genere chromatico regulariter reperire. capio c r regulā planissimā et illi assigna-
te chorde equam. facioq; per primam secundū huius c d tonum: et per decimam octavam eiusdem d e semito-
nium minus: et iterū per primam d f toni intervallum. erit ergo e f semitonium maius: et d e et e f duo semito-
nia: sed z ab f ad g metior tonum et semitonium minus: que equa erit trihemitonio: et g h et h i facio duo semi-
tonia: minus scilicet atq; maius et i k extēdo ad tonū et semitonium minus. Simili quoq; pacto k l fiat tonus: et
l | m | n duo semitonia: et n o trihemitonium. et iterū o | p | q duo semitonia: q r vero trihemitonium. Et regulam
hoc pacto divisam applico ex equa lineā a b: et in lineā a b signo cōsimiles et cōsimilibus distantis notas:
scilicet a | b | c | e | f | g | h | i | k | l | m | n | o | p | q | b. quo peracto dico lineam a b esse regulariter in melodia chromatica di-
visam. Itā c bonus et d f tonus et f g tonus et semitonium minus. quare a et g continent tres tonos et semitonium
minus. ergo per decimā tertij a ad g cōsonat diapente. et quia g h i continet tonum: et i k trihemitonium: igitur
g ad k duos tonos et semitonium minus cōtinens per sextam tertij modulari diatessaron. sed et a g probata
est diapente: ergo a k cōstans ex a g et g k diapente et diatessaron per vicesimam tertij cōcinit diapason. Et per i-
tus eadem ratione probaveris k o consonare diapente: et k b diapason. quare a o diapason ac diapente et a b
recrepabit bis diapason: quam consonantiam nos transcendere Pythagoricorum vetat autoritas. qui tamē
volet ulterius cōscendere ex his que iam demonstrata sunt et que postea demonstranda suscipiuntur: facile

conscendet. Et cum iam monstrata partitio per semitonium et semitonium et trihemitonium processerit: nra ubi integer adiectus est tonus ut tum diapason: tum concetus disuncti seruetur proprietates. Patet ergo ex diffinitione factum esse quod in chromatico genere proponebatur faciendum atq; propositum.

Idem: in enarmonico genere regulariter ostendere.

3

Monochordum Enarmonicum.																b
E	D	D	EE	D	D	EE	E	D	EE	D	D	EE	E	D	EE	
c	d	e	f	g	h	i	k	l	m	n	o	p	q	r		

D. Diesis tetrartemeria.

EE. Ditonus.

C Sit ut prius chorda a b et c regula eidem ut in ceteris equa: ab puncto cad b extendo tonum: et ab d ad f semitonium minus: et spacium d f partior in equalia per notam e, eruntq; d e f due dieses, et f g facio duos tonos: qui ditonum implent, g h i ut prius duas dieses, i k ditonum: k l tonum, l m n duas dieses, n o ditonum, o p q duas dieses, et q r ditonum, quam regulam hoc pacto partitam equaliter applico linee a b: et si miles notas: equaliaq; intervalla in linea a b designo per medias inter a et b litteras d|e|f|g|h|i|k|l|m|n|o|p|q|r, et quia a d tonus: et d e f due dieses semitonium minus implentes: et f g ditonus: ergo a g tres toni et semitonium minus per decimam tertiam sonant diapente, sed et g h i due dieses et i k ditonus duos tonos et semitonium minus continentes: per sextam tertiam sunt diatessaron, igitur ut prius per vicecimam tertiam a k coetinet diapason, et hoc pacto monstratur k o continere diapente et k b diapason: quare a o consonare diapason ac diapente: et a ad b consonare bis diapason, et quia hec modulationis progressio per duas dieses et ditonum procedit: constat per diffinitionem monochordum enarmonicum regulariter esse partitum: in eoq; muscas situatas esse consonantias et propositum.

Tetrachordum hypaton: in diatonico melo diuidere.

4

Proslambanomenos	A	A
Hypate Hypaton	b	E B
Parhypate Hypaton	c	S E
Lichanos Hypaton	d	E D
Hypate Meson	e	E E

C Superiores: Monochorda docuerunt ordinare. Inferiores autem: Tetrachorda: Pétachorda: Dera- chorda et alia queq; Polychorda ad Penthadechordum usq; quibus cognitis cetera que amplius desiderarentur cognoscantur facillime. Constituo ergo b c d e tetrachordum hypaton: ita ut b sit hypate hypaton | c parhypate hypaton | d Lichanos hypaton | e Hypate meson: cui preiungo ad gravitatis partem a Proslambanomenon chordam quidem que in tetrachordis non computatur: sed primo adiecta tetrachordo creat penthachordum, facio ergo intervallum choede a sesquioctavum ad chordam b | et sesquitercium ad chordam d | et sesquialterum ad e. Item facio cad d sesquioctavum, dico ergo tetrachordum hypaton in genere diatonico (ut dictum est) esse divisum. Nam per diffinitionem a ad b proslambanomenos ad hypaten hypaton: erit tonus, et quia a ad b sesquitercium est: itidem per diffinitionem proslambanomenos ad lichanon hypaton concinit diatessaron, sed et cum a ad e proslambanomenos ad hypaten meson sit sesquialterum: per idem a ad e consonat diapente, per decimam tertiam igitur tertius d ab e lichanos hypaton ab hypate meson tono dissungitur. Rursum quia c ad d sesquioctavum est: ergo c ad d sonat tonum, at vero quia a ad d diatessaron est: et a b tonus est: et c d tonus: igitur per sextam tertiam b ad e relinquitur semitonium minus. Est itaq; hypate hypaton ad parhypaten hypaton semitonium minus, et parhypate hypaton ad lichanon hypaton tonus: lichanos hypaton ad hypaten meson tonus. Constitutum est ergo b|c|d|e tetrachordum hypaton: per semitonium minus et duos subunctos tonos procedens: per diffinitionem in genere diatonico pariter tetrachordum a|b|c|d|e. Sed incidit dubitatio forsitan: cur nostra tempestate musici duos tonos et tetrachordorum partem seriam | grauemq; prelocant: nos autem solum tonum qui est proslambanomeni atq; hypates hypaton: responsio perita | in promptu est muscos nostra tempestate proslambanomeno alteram chor- dantem prefixisse et id primum memorant Gregorium fecisse.

In eodem diatonico melo: tetrachordum meson subiungere, & in octochordo: a Proslambanomeno in mesen: diapason contineri.

Proslambanomenos	A	A
Hypate Hypaton	b	E B
Parhypate Hypaton	c	S E
Lichanos Hypaton	d	E D
Hypate Meson	e	E E
Parhypate Meson	f	S F
Lichanos Meson	g	E G
Mese	h	E H

C Sit e|f|g|h tetrachordum meson, facio e sesquitercium ad h | et g sesquioctavum ad h | et f sesquioctavum ad g: erit ergo per diffinitionem e ad h hypate meson ad mesen diatessaron, et quia g ad h tonus et similiter

III

f ad g tonus. nam utrumque ex sesquioctava proportionem nascitur. ergo per sextam tertius e ad f erit semitonium minus. est itaque e|f|g|h tetrachordum meson per semitonium minus et duos tonos procedens in genere diatonico divisum. et quia a e proslambanomenos et hypate meson in precedenti monstrata sunt consonare diapente: et in presenti e|h hypate meson et mese diatessaron. ergo per vicesimam tertius: proslambanomenos ad meson consonat diapason. continet igitur octochordum a|b|c|d|e|f|g|h consonantiam diapason. quod est totum propositum.

- 6 Preposito octochordo: in eodem genere tetrachordum disjunctarum submittere. & dodecachordum diapason ac diapente continere.

Proslambanomenos	A	A	
Hypate hypaton	b	b	
Parhypate hypaton	c	c	
Lichanos hypaton	d	d	
Hypate meson	e	e	
Parhypate meson	f	f	
Lichanos meson	g	g	
Mese	h	h	
Paramese diezeugmenon	k	Trite conjunctarum	k
Trite diezeugmenon	l	Paranete conjunctarum	l
Paranete diezeugmenon	m	Mete conjunctarum	m
Mete diezeugmenon	n		n

C Sit k l m n tetrachordum diezeugmenon quot et disjunctarum dicitur. facio h ad k meson ad paramesen disjunctarum sesquioctava. et ad m paraneten disjunctarum sesquitercia. ad n vero nete disjunctarum sesquialtera. deinde l ad m triten ad paranete facio sesquioctavam: sic ergo mese ad paranete disjunctarum concinit diatessaron et ad neten diapente. Est ergo per decimam tertiam tertius m ad n paranetes ad neten toni intervalum. et l ad m trites diezeugmenon ad paranete similiter tonus est. sed et cum mese ad paranete consonet diatessaron et l ad m sit tonus et similiter h ad k tonus: ergo per sextam tertius k ad l erit semitonium minus. erit itaque paramese ad triten diezeugmenon semitonium minus: trite ad paraneten tonus: et paranete ad neten diezeugmenon consimiliter tonus. quare tetrachordum disjunctarum superior octochordo in diatonico genere subiunctum est. Et cum precedens monstraverit a h esse diapason et presens h n esse diapente: igitur a n proslambanomenos et nete diezeugmenon in dodecachordo a b c n continent diapason ac diapente. Quod si in moliori canendi modo: tetrachordum a chorda mese conjunctum partiri: consueveris volumus: si id tetrachordum h k l m: que sunt mese trite synzeugmenon paranete synzeugmenon nete synzeugmenon: facioq; meson ad neten synzeugmenon sesquitercia. quare et concinentem diatessaron et l ad m paranete synzeugmenon ad neten tono distantem pariter et k ad l tono. erit ergo per sextam tertius h ad k meson ad triten synzeugmenon semitonij minoris intervalum et k l et l m duo toni et tetrachordum synzeugmenon hoc est disjunctarum in genere diatonico divisum.

- 7 Tetrachordum hyperboleon in eodem diatonico genere predictis copulare: et in pentadecachordo: bis diapason consonantiam compleri.

A re	Proslambanomenos	A	A	
b mi	Hypate hypaton	b	b	
c faut	Parhypate hypaton	c	c	
d solre	Lichanos hypaton	d	d	
e lamí	Hypate meson	e	e	
f faut	Parhypate meson	f	f	
g solreut	Lichanos meson	g	g	
a lamire	Mese	h	h	
b mi	Paramese diezeugmenon	k	b fa	Trite syn. k
c solfaut	Trite diezeugmenon	l	c solfaut	Paranete syn. l
d la solre	Paranete diezeugmenon	m	d la solre	Mete syn. m
e lamí	Mete	n		n
f faut	Trite hyperboleon	o		o
g solreut	Paranete hyperboleon	p		p
a lamire	Mete hyperboleon	q		q

MVSICE

Tetrachordū hypaton								Tetrachordū diezeugmenō							
Lo.	Semi.	Lo.	Lo.	Semi.	Lo.	Lo.	Lo.	Semi.	Lo.	Lo.	Semi.	Lo.	Lo.	Lo.	Lo.
A	b	c	d	e	f	g	h	k	l	m	n	o	p	q	
Tetrachordū meson								Tetrachordum hyperboleon							

¶ Sit n o p q tetrachordum hyperboleon facio vt in prioribus n neten diezeugmenon ad q netē hyperboleon sesquiterciam: et idcirco ad eam concinentem diatessaron. et p ad q facio toni interuallum. et o ad p itidē toni interuallum. per sextam tertij n ad o erit semitonium minus. Est ergo tetrachordum hyperboleon n o p q ex semitonio minore duobus subiunctis tonis in genere diatonico dimensum. sed et per precedentem h mese ad n neten diezeugmenon consonat diapente: ergo h ad q mese ad neten hyperboleon ex consonantia diapente et diatessaron constans: consonat diapasōn. ergo a ad q proslambanomenos ad netē hyperboleon consonabit bis diapasōn. et cum totum polychordum a q omnino quindecim perficiatur chordis: in pentadecachordo et in genere diatonico constitutum est bis diapasōn. quod est totum propositum.

Pentadecachordū in diatonica melodia constituti: numeros reperire.

8

Proslambanomenos	A	9	216	1728	13824	
Hypate hypaton	b	8	192	2536	12288	Tonus
Parhypate hypaton	c			1458	11664	Semi.minus
Lichanos hypaton	d		162	1296	10368	Tonus
Hypate Meson	e		144	1152	9216	Tonus
Parhypate Meson	f				8748	Semi.minus
Lichanos Meson	g			972	7776	Tonus
Mese	h		108	864	6912	Tonus
Paramese diezeugmenon	k			768	6144	Tonus
Trite diezeugmenon	l			729	5832	Semi.minus
Paranete diezeugmenon	m		81	648	5184	Tonus
Hete diezeugmenon	n		72	576	4608	Tonus
Trite hyperboleon	o				4374	Semi.minus
Paranete hyperboleon	p			486	3888	Tonus
Hete hyperboleon	q		54	432	3456	Tonus
		pm ^o	secus	tertius	quart ^o loc ^o	

¶ Numeri qui in musica disciplina precipue desiderantur: sunt duplares: triplares: quadruplares: hexamisi: epimisi: epogdoi: hoc est dupli: tripli: quadrupli: sesquialteri: sesquitercii: et sesquioctau. quo circa si desideras cognoscere ad quem numerum numerus maior est duplus. ipsum partire per duo. Ad quem triplus partire per tria. Ad quem quadruplus partire per quattuor. Ad quem sesquialter partire per tria et tertiam auge per duo. Ad quem sesquitercius partire per quattuor et quartam auge per tria. Ad quem sesquioctauus partire per nouem et nonam auge per octo. Et numeris: per octauam secundi Arithmetices vbique surgent petisti: si maior: duplus: triplus: quadruplus: sesquialter: sesquitercius: aut sesquioctauus est. ¶ Et si rursum cognoscere desideras quem numerus minor duplum habet: ipsum auge per duo. Quem triplum: auge per tria. Quem quadruplum: auge per quattuor. Quem sesquialterum: partire per duo et illi medietatem adde. Quem sesquitercium: partire per tria: et tertiam adde. Quem sesquioctauum: partire per octo: et octauam adde: Et statim per eandem octauam et diffinitiones cognosces petitum. ¶ Sed nunc ad monstrandum propositum nos conuertamus. Sit pentadecachordum in diatonico genere modo repertum: cuius numeri queruntur: a b c d e f g h i k l m n o p q. duco in seipsam duo: tria: quattuor: et minimos toni: hoc est vigintiquattuor in 9 et 8 minimos terminos toni et veniant in secundo loco a b que per septimam secundi Arithmetices sunt in proportionē sesquioctana: et continentia tonum. capso sesquitercium numeri a: sitq; d: et sesquialterum qui sit e et subduplum qui sit h. Rursum sumo sesquitercium numeri h qui sit m et sesquialterum qui sit n et eius subduplum qui sit q. quia a ad d est diatessaron et a ad e diapente: ergo per decimanterciam tertij d ad e tonus est et eadem quoque ratione ad n tonus. Et si d octauam partem haberet ea eidem adiecta facerem e sesquioctauum ad d: et c d continentia tonum. modo autem quia d comperitur octaua parte carere: augeo a b d e h m n q per octo: surgantq; tertio loco a b d e h m n q: qui numeri per eandē septimā adinuicē eandē seruabūt proportionē: quā et numeri secundo loco positi. quia ergo d tertio loco positus habet octauam: ea igitur adiecta ad d fiat e: eritq; e ad d sesquioctauus atq; cum eo tonum continens. itidem adiecta octaua parte h ad h fiat g et octaua parte m

III

ad m fiat l. et octava q. ad q fiat p. eruntque idēdem g ad h l ad m et p ad q sesquioctavi et numeri tonorum. et h comperitur habere nonam partem: illam augeo per octo et veniat k: eritque h ad k per octavam secundū Arithmeticē sesquioctavus. Et si g octavam partem haberet facerem f sesquioctavum ad g. At vero quoniam ea caret: augeo omnes numeros tertio loco repositos per octo et exurgant in quarto loco a b c d e g h k l m n p q: qui per eandem septimam erunt in eisdem habitudinibus ut et numeri tertij loci. adiecta igitur octava eius parte ad g facio f. et octava parte ad p facio o. dico ergo numeros quarto loco constitutos esse numeros pentadecachordi. Nam a ad b est diatessaron. et a ad b tonus: et c ad b tonus. ergo per sextam tertij b ad c semitonium minus. et quia a h est diatessaron et a e diapente: ergo per vicecimam tertij e h est diatessaron et g h et f g monstrati sunt sesquioctavi atque toni. ergo per sextam tertij e f est semitonium minus. et eodem pacto ostendas k l et n o esse semitonio minora: et ceteri adinvicem sunt cogniti toni. igitur pentadecachordi diatonici numeri sunt reperi. Est enim numerus proslambanomeno ad numerum hypates hypaton tonus: et hypates hypaton ad parhypaten hypaton semitonium minus. parhypates hypaton ad lichanon hypaton: et lichani ad hypaten meson duo toni. hypates meson ad parhypaten meson semitonium minus. parhypates meson ad lichanon meson: et lichani ad meson: et meses ad paramesen disjunctarum: tres toni. parameses ad triten semitonium minus. trites ad paranetes: et paranetes ad neten: duo toni. Netes ad triten hyperboleon semitonium minus. trites ad paraneten et paranetes ad neten duo toni. Est igitur notum propositum.

Tres diatonice diatessaron consonantie species a proslambanomeno ad parhypaten meson concinunt. & quattuor diapente species a proslambanomeno ad triten diezeugmenon. septem vero diatessaron species inter proslambanomenon & paranetes ten hyperboleon.

	Species diatessaron				Species diapente				Species diatessaron						
	prima	secunda	tertia	quarta	prima	secunda	tertia	quarta	prima	secunda	tertia	quarta	quinta	sexta	septima
Proslamba.	A	pma	scda	tertia	pma	scda	tertia	qarta	pma	scda	tertia	qarta	quinta	sexta	septima
Hypate hyp.	b	Lo.	o	o	Lo.	o	o	o	Lo.	o	o	o	o	o	o
Parhyp. hyp.	c	Se.	Se.	o	Se.	o	o	o	Se.	Se.	o	o	o	o	o
Licha. hypa.	d	Lo.	ton ^o	ton ^o	Lo.	ton ^o	o	o	Lo.	ton ^o	ton ^o	o	o	o	o
Hypate meson	e		ton ^o	ton ^o	Lo.	ton ^o	o	o	Lo.	ton ^o	ton ^o	ton ^o	o	o	o
Parhyp. me.	f			Se.		Se.	Se.	o	Se.	Se.	Se.	Se.	Se.	o	o
Licha. meson	g					ton ^o	ton ^o	ton ^o	Lo.	ton ^o	ton ^o	ton ^o	ton ^o	ton ^o	o
Mese	h						ton ^o	ton ^o	Lo.	ton ^o	ton ^o	ton ^o	ton ^o	ton ^o	tonus
Para. diezeu.	k						ton ^o	ton ^o		ton ^o	ton ^o	ton ^o	ton ^o	ton ^o	tonus
Trite diezeu.	l							Se.			Se.	Se.	Se.	Se.	Se.
Para. diezeu.	m											ton ^o	ton ^o	ton ^o	tonus
Nete diezeu.	n												ton ^o	ton ^o	tonus
Trite hyper.	o													Se.	Se.
Para. hyper.	p														tonus
Nete hyper.	q														

Prima species diatessaron tono semitonio minore atque tono constat. Secunda semitonio et duobus tonis. Tertia duobus tonis et sequente semitonio. Prima species diapente est que constat ex tono semitonio minore et duobus tonis. Secunda duobus tonis semitonio atque tono. Tertia semitonio et tribus tonis. Quarta tribus tonis et semitonio. Prima species diatessaron est que constat ex tono semitonio minore duobus tonis semitonio minore atque duobus tonis. Secunda semitonio duobus tonis semitonio et tribus tonis. Tertia duobus tonis semitonio tribus tonis atque semitonio. Quarta tono semitonio tribus tonis semitonio atque tono. Quinta semitonio tribus tonis semitonio duobus tonis. Sexta tribus tonis semitonio duobus tonis semitonio. Septima duobus tonis semitonio duobus tonis semitonio atque tono. Et itaque per diffinitionem prima diatessaron species a proslambanomeno in lichanon hypaton. Nam proslambanomenos ad hypaten hypaton tonus est: et hypate hypaton ad parhypaten hypaton semitonium minus est: parhypate vero hypaton ad lichanon hypaton tonus. et itidem per diffinitionem secunda diatessaron species ab hypate hypaton in hypaten meson reperitur: et tertia a parhypate hypaton in parhypaten meson. Species vero diapente hoc pacto per diffinitiones fumentur. Prima a proslambanomeno in hypaten meson. Secunda a parhypate hypaten in lichanon meson. Tertia ab hypate meson in paramesen diezeugmenon. Et quarta a parhypate meson in triten diezeugmenon. Et septem species diatessaron consimiliter per diffinitiones querentur. Prima a proslambanomeno in meson. Secunda a parhypate hypaton in paramesen diezeugmenon. Tertia a parhypate hypaton in triten diezeugmenon. Quarta a lichano hypaton in paraneten diezeugmenon. Quinta ab hypate meson in neten diezeugmenon. Sexta a parhypate meson in triten hyperboleon. Septima vero a lichano meson in paraneten hyperboleon. sed hec cognitu facilis sunt: inspecta diligenter superiore figura.

Chromaticum principalium tetrachordum: constituere.

10

Proslambanomenos	A	A
Hypate hypaton	b	Tonus b
Parhypate hypaton	c	Semi.minus c
Lichanos hypaton	d	Apotome d
Hypate meson	e	Trisemitonium e

¶ Chromata apud Zacheemonios induxit olim Timotheus milesius molliorem cantum superiore diapa-
tonico: in quo canendi modo hic tetrachordum hypaton querimus. Sit ergo b c d e tetrachordum ad hypa-
tas in chromatico melo constituendas assignatum. prepono chordam a: que sit proslambanomenos: quam
facio sesquioctauam ad b hypaten hypaton primam tetrachordi constituendi chordam: deinde facio a sesqua-
teram ad e hypaten meson: eritq; ut in omnibus a ad b tonus: et a ad e diapente. deinde facio b ad c semito-
nium minus et b ad d tonum. erit ergo c ad d apotome. et quia per decimam tertiam dempto a b tono ab a e c
sonantia diapente: relinquitur diatessaron. ergo b e modulabitur diatessaron. Sed cum per sextam diatessa-
ron ex duobus tonis et semitono minore constet: et b e et c d simul sint tonus: ergo d e continet tonum et semi-
tonium minus. est igitur d e trisemitonium. Cum ergo b c hypate hypaton et parhypate hypaton sit semito-
nium minus. et c d parhypate hypaton et lichanos hypaton sit semitonium maius et d e lichanos hypaton et
hypate meson trisemitonium ut monstratum est. constat ergo per diffinitionem tetrachordum b c d e in gene-
re chromatico esse constitutum. idem enim trisemitonium et trisemitonium dicimus.

Chromaticum tetrachordum meson: subiungere.

11

Proslambanomenos	A	A
Hypate hypaton	b	Tonus b
Parhypate hypaton	c	Semi.minus c
Lichanos hypaton	d	Apotome d
Hypate meson	e	Trisemitonium e
Parhypate meson	f	Semi.minus f
Lichanos meson	g	Apotome g
Mese	h	Trisemitonium h

¶ Sint pro tetrachordo meson in genere chromatico constituendo e f g h: facio a ad h duplam et concis-
santem diapasen. et e ad f semitonium minus et idem e ad g facio tonum. erit ergo f ad g apotome. sed cum a
ad e monstrata sit consonantia diapente, ea igitur subtracta ab a h consonantia diapasen: per vicesimam se-
cundam tertiam relinquitur diatessaron. Est ergo e ad h hypate meson ad mesen diatessaron. et cum diatessaron
duos tonos et semitonium minus impleat: et e g sit tonus ergo g h continet tonum et semitonium minus. erit
ergo g h trisemitonium: erit igitur e f g h ex duobus semitonis e f et f g: et trisemitonio g h constitutum in
genere chromatico tetrachordum. quod erat monstrandum.

Reliqua duo tetrachorda: in eodem genere predictis adiacere. & in pentadecachor- 12
do consonantiam bis diapasen collocare.

Proslambanomenos	A	A
Hypate hypaton	b	Tonus b
Parhypate hypaton	c	Semi.minus c
Lichanos hypaton	d	Apotome d
Hypate meson	e	Trisemitonium e
Parhypate meson	f	Semi.minus f
Lichanos meson	g	Apotome g
Mese	h	Trisemitonium h
Paramese diezeugmenon	k	Tonus Trite syn. Semi.minus k
Trite diezeugmenon	l	Semi.mi. Paranete syn. Apotome l
Paranete diezeugmenon	m	Apotome Rete syn. Trisemitonium m
Rete diezeugmenon	n	Trisemitonium n
Trite hyperboleon	o	Semi.minus o
Paranete hyperboleon	p	Apotome p
Rete hyperboleon	q	Trisemitonium q

III

C Sint pro reliquis tetrachordis complendis k l m n o p q: quia tetrachordum meson disjunctum est a tetrachordo netarum diezeugmenon: idcirco facio meses ad parameses diezeugmenon distantiam esse toni: et mesen ad neten diezeugmenon facio consonare diapente. et ad neten hyperboleon diapason. et tetrachordum k l m n partior ut tetrachordon hypaton. tetrachordum vero n o p q partior ut in precedenti tetrachordum meson eritque utriusque id genere chromatico divisum. et quia a ad h cognita est esse diapason: et h ad q itidem diapason. ergo a ad q consonabit bis diapason. Ad cum quindecim vocibus atque chordis contentum sit: constat effectum esse id quod erat propositum. Sed si k l m facia tetrachordum synzeugmenon ipsum pariaris ut tetrachordum chromaticum meson: et facile factum intuebere propositum.

13 Chromatici pentadecachordi numeros assignare.

Proslambanomenos	A		2592	5971968	
Hypate hypaton	b	256	2304	5308416	Tonus
Parhypate hypaton	c	243	2187	5038848	Semi.minus
Lichanos hypaton	d		2048	4718592	Semi.maius
Hypate meson	e		1728	3981312	Trisemitonium
Parhypate Meson	f			3779136	Semi.minus
Lichanos Meson	g			3538944	Semi.maius
Mese	h		1296	2985984	Trisemitonium
Paramese diezeugmenon	k		1152	2654208	Tonus
Trite diezeugmenon	l			2519424	Semi.minus
Paranete diezeugmenon	m			2359296	Semi.maius
Nete diezeugmenon	n		964	2221056	Trisemitonium
Trite hyperboleon	o			2108268	Semi.minus
Paranete hyperboleon	p			1974272	Semi.maius
Nete hyperboleon	q		648	1492992	Trisemitonium

C Sint b et c minimi numeri semitonij minoris per decimaoctavam secundi huius reperti. quia b nona parte caret: augeo b et c per novem et veniant b et c in secundo loco. quoniam igitur in secundo loco b nonam partem habet: eam augeo per octo et fiat d. tunc b ad d per septimam secundi Arithmetices erit sesqui octavus. quare b d continentia tonum. et b et c per eandem est semitonium minus. ergo c d est apotome. Sursum quia b habet octavam addito eidem suam octava et fiat a: eritque a ad b sesqui octavus atque tonus et quoniam a habet tertiam facio a ad e sesquialterum. et quia habet secundam facio itidem a duplum ad b. Reperio item h habere nonam tertiam et secundam. facio igitur h sesqui octavum ad k: sesquialterum ad n et duplum ad q. quo facio duco b secundi loci in a b c d e h k n q et veniant in tertio loco a b c d e h k n q. Deinde duco c d secundi loci in e secundi et veniant f g et in k et veniant l m et in n et veniant o p in tertio loco. eritque per septimam et octavam secundi Arithmetices numeri pentadecachordi chromatici in tertio loco assignati. Nam a b erit tonus et b c semitonium minus et c d apotome. et quia a ad e est sesquialter: a et e sunt numeri diapente. et a b numeri toni. dempto igitur a b tonus relinquitur b c diatessaron. et b c et c d simul sunt tonus igitur per sextam tertii d e sunt trisemitonium. Et a h est diapason et a e diapente. igitur e h est diatessaron. et per octavam secundi Arithmetices e f et f g sunt semitonium minus et apotome. igitur g h est trisemitonium et consimiliter monstrabis h k esse tonum k l et l m duo semitonis et m n trisemitonium n o p duo semitonis et p q trisemitonium. clarum igitur euadit propositum.

14 Modorum diatonici et chromatis parhypate parhypatis: paramese paramesis: atque trite tritis correspondent.

C Nam in utriusque generibus hypate ad parhypatas semitonij minoris observant intervalum. et mese ad paramesas tonum. et trite ad tritas minus semitonium. est igitur notum illas voculas in utroque canendi modo sibi invicem respondere. et non modo id verum sit: sed et hypate hypatis et mese mesis et nete netis coram diapente. ad mesas diapason. ad netas disjunctarum diapason ac diapente. et ad netas hyperboleon bis diapason. Est ergo quod proponebatur et amplius: facile cognitum.

Proslambanomenos	A		A
Hypate hypaton	b	Tonus	b
Parhypate hypaton	c	Diesis	c
Lichanos hypaton	d	Diesis	d
Hypate Mefon	e	Ditonus	e
Parhypate mefon	f	Diesis	f
Lichanos mefon	g	Diesis	g
Mese	h	Ditonus	h
Paramese diezeugmenon	k	Tonus	lrite syn. diesis k
Lrite diezeugmenon	l	Diesis	Paranete syn. diesis l
Paranete diezeugmenon	m	Diesis	Mete syn. ditonus m
Mete diezeugmenon	n	Ditonus	n
Lrite hyperboleon	o	Diesis	o
Paranete hyperboleon	p	Diesis	p
Mete hyperboleon	q	Ditonus	q

Cuius compositio perfacilis est. facio enim ut in ceteris precedentibus a ad b interuallum toni, et a ad c diapente. et b ad d facio semitonium minus. et diuisio chordam c in medio differentie b ad d erit ergo b ad c diesis tetrartermeria atque quadrupartialis pariter et c ad d diesis. sed per quartam secundi huius hec latior illa vero contractior: neque per tricesimam secundam: et eiusdem semitonium minus in duo equa certo: constitutoque numero diuisi potest. et a ad c diapente. substracto igitur a b tono relinquatur b ad c esse diatessaron. et cum diatessaron semitonium minus et duos tonos complectatur: et b ad d sit semitonium minus: relinquatur igitur d ad c esse ditonus. erit igitur b c d e hypates hypaton parhypates hypaton lichanos hypaton et hypates mefon tetrachordum: per b c d e et d e c diesim et diesim et ditonum procedens per diuisionem in enarmonico genere diuisum. Similiter constituas e f g h tetrachordum mefon faciendo a ad h diapason. et e ad g semitonium minus. et partiendo mediam differentiam per f ita ut e f et f g sint due dieses. Nam ab a h consonantia diapason subducta a e consonantia diapente: relinquatur e h esse diatessaron. et cum e g sit semitonium minus: igitur g h erit ditonus. et cum e f et f g sint due dieses et g h ditonus. ergo hec tetrachordi partitio in genere enarmonico facta conspicitur. Et facta h mese ad neten diuinctarum diapente: et ad neten hyperboleon diapason: et chorda mese a paramese tetrachordi diuinctarum tono diuisa: perinde ac proslambanomeno ab hypate hypaton: partieris tetrachordum diuinctarum k l m n ut b c d e tetrachordum hypaton. et tetrachordum n o p q hyperboleon excellentissimumque: ut e f g h tetrachordum mefon. tetrachordum autem consonantarum h k l m partieris ut tetrachordum mefon et id quodque facile est.

K ad m. Semio.

Pentadecachordi enarmonici numeros colligere.

Proslambanomenos	A	13824		13824	
Hypate hypaton	b	12288	Tonus	12288	Tonus
Parhypate hypaton	c	11664	Semi.minus	11976	Diesis
Lichanos hypaton	d	10368	Tonus	11664	Diesis
Hypate mefon	e	9216	Tonus	9216	Ditonus
Parhypate mefon	f	8748	Semi.minus	8982	Diesis
Lichanos mefon	g	7776	Tonus	8748	Diesis
Mese	h	6912	Tonus	6912	Ditonus
Paramese diezeugmenon	k	6144	Tonus	6144	Tonus
Lrite diezeugmenon	l	5832	Semi.minus	5988	Diesis
Paranete diezeugmenon	m	5184	Tonus	5832	Diesis
Mete diezeugmenon	n	4608	Tonus	4608	Ditonus
Lrite hyperboleon	o	4574	Semi.minus	4491	Diesis
Paranete hyperboleon	p	3888	Tonus	4574	Diesis
Mete hyperboleon	q	3456	Tonus	3456	Ditonus

Sint numeri a b c d e f g h i k l m n o p q in primo loco. constituti numeri pentadecachordi diatonici per octavam huius reperti. pono iterum a b e h k n q in secundo loco et in respondentibus locis rursum c in secundo loco transmutato ad d et f ad g et l ad m et o ad p. quibus ita in secundo loco dispositis: ex ipsis quidem in secundo loco capio differentiam b d et eius medietatem ad d et fiat e. Similiter differentiam e g et medietatem addo ad g et fiat f. et differentiam f h et medietatem ad h et fiat i. et differentiam i k et medietatem ad k et fiat l. et differentiam l m et medietatem ad m et fiat n. et differentiam n o et medietatem ad o et fiat p. dico a b c d e f g h i k l m n o p q numeros secundo loco positos esse numeros pentadecachordi enarmonici. Nam a b erit tonus. b c et c d due dieses constituentes semitonium minus b d. quod enim est b c in diatonico factum est b d in enarmonico et d e est ditonus. Nam quod est in diatonico c e est hic in enarmonico d e. at diatonice modulationis c e ditonus est. Nam continens c d tonum et d e tonum. et hoc pacto reperientur e f g due dieses et g h ditonus. h i tonus: k l m due dieses: m n ditonus. n o p due dieses: p q ditonus. Sunt itaque collecti numeri pentadecachordi enarmonici quemadmodum propositum fuerat. quod est propositum.

90

- 17 Moddi diatonici parhypate hypaton: in enarmonica modulatione transit in lichanon: & parhypate meson in lichanon meson atq; trite in paranetas.

Id prospici statim promptum est. Nam in diatonico pentadecachordo a proslambanomeno ad hypaten hypaton incidit tonus. et ab hypate ad parhypaten hypaton semitonium minus. in enarmonico vero a proslambanomeno ad hypaten hypaton similiter incidit tonus. et ab hypate ad lichanon hypaton semitonium minus. diatonica igitur parhypate: in enarmonica modulatione permittatur: transitq; in lichanon. et hoc pacto de reliquis ostendatur. quod et facile sensu deprehendetur: si in utroq; emodulandi genere et diatonico et enarmonico proslambanomeni ponatur equisoni. tunc enim manifestum erit huius lichanos: illius parhypatis esse equisonos: unisonosq; pariter et huius paranetas: illius tritis esse equisonas.

- 18 Consentiant in tribus modulationū generibus: proslambanomeni: hypate principales: hypate medie: mese: paramese: nete: cum disiuncte: tum coniuncte atq; excellentibus netis excellentes.

Nam in tribus generibus per quartam: quintam: sextam: septimam: decimam: undecimam: duodecimam: et quintadecimam huius proslambanomeni ad hypatas hypaton sonant tonum. et iidem ad hypatas meson sonant diapente. ad mesas diapason. ad netas disiunctas sonant diapason ac diapente. ad netas autem coniunctas dempto tono sonarent diapason ac diatessarion. et ad netas excellentes: consonant ubilibet proslambanomeni bis diapason. consentiant igitur in tribus generibus que aducte sunt vocule. quod est propositum.

- 19 Que chorde mobiles queque immobiles in pentadecachordis existant: inuestigare.

Proslambanomeni	a	Stabiles	
Hypate hypaton	b	Stabiles	
Parhypate hypaton	c	Instabiles	
Lichanos hypaton	d	Instabiles	
Hypate meson	e	Stabiles	
Parhypate meson	f	Instabiles	
Lichanos meson	g	Instabiles	
Mese	h	Stabiles	
Paramese diezeugmenon	k	Stabiles	Trite synzeugmenon. Instabiles
Trite diezeugmenon	l	Instabiles	Paranete synzeugmenon. Instabiles
Paranete diezeugmenon	m	Instabiles	Nete synzeugmenon. Stabiles
Nete diezeugmenon	n	Stabiles	
Trite hyperboleon	o	Instabiles	
Paranete hyperboleon	p	Instabiles	
Nete hyperboleon	q	Stabiles	

Chorde stabiles immobilesq; vocamus: que in omni pentadecachordorum diuisione: eadem seruant intervalla: eandemq; ad proslambanomenon habitudinem. Instabiles vero atq; mobiles: que id non seruant. sic ergo stabiles ac instabiles reperiemus. cum enim per precedentem in tribus generibus consentiant proslambanomeni: principales hypate. medie hypate: mese: paramese: nete tum synzeugmene tum diezeugmene ac hyperboles: et eadem ut ex demonstratis iam patet seruent intervalla. erunt ergo proslambanomenos hypate hypaton: hypate meson: mese: paramese nete synzeugmenon: nete diezeugmenon: et nete hyperboleon: simpliciter immobiles atq; firme. Sed cum decima septima huius monstrauerit parhypatas diatonice modulationis: in enarmonico melo transire permittatq; in lichanas: et tritas in paranetas:

MVSICE

constat ergo reliquas a predictis esse mobiles: ut parhypaten hypaton | lichanon hypaton | parhypaten meson | lichanon meson | triten synzeugmenon | paraneten synzeugmenon | triten diezeugmenon | paraneten diezeugmenon | hyperboleon | paraneten hyperboleon. Id tamen animaduerti dignum est quod cum per decimanon quartam huius parhypaten et triten in diatonicis et chromaticis respondeant similiaque possideant interualla: eas non usque adeo (ut ceterae sunt) esse instabiles. Et proinde partim mobiles | partimque immobiles bono iure dici posse videntur.

In tetrachordis diatonicis ab hypate hypaton primo limite consonantiarum : ad quartum usque limitem ter diatessaron continetur sed semel dumtaxat in stabilibus : immobilebusque. Et ad quintum limitem idem ter diapente : semel in mobilibus : semel partim variabilis : et semel penitus inuariabilis atque firma. Ad octauum vero septies consonabit diatessaron : ter in immobilibus : & quater in mobilibus.

Hypate hypa. et consequentes suis locis.

	Semi.	Lon.	Lon.	Semi.	Lon.	Lon.	Lon.	Semi.	Lon.	Lon.	Semi.	Lon.	Lon.
Stabiles	b		e				h	i			m		p
Instabiles	c	d		f	g			k	l		n	o	

Cum dicitur a primo limite ad quartum usque limitem : quintum : ac octauum : primus limes non excluditur sed quartum : quintum : ac octauum excludi intelligimus. Sint ergo b c d e f usque ad p quattuor tetrachorda : et b hypate hypaton : cetera vero consequentes. Dico primo ab b usque e ter contineri diatessaron : sed semel solum in immobilibus. Nam per quartam huius b ad c continet semitonium minus et c ad d tonum et d ad e tonum. ergo b ad e consonat diatessaron : eritque b ad e prima diatessaron consonantia reperta. Et cum ostensum sit c ad d et d ad e esse duos tonos et per quintam huius e ad f sit semitonium minus : ergo c ad f consonat diatessaron. eritque c ad f secunda diatessaron. Item monstratus est d ad e esse tonus et e ad f semitonium minus : et per quintam huius f ad g est tonus. ergo d ad g est diatessaron : eritque d ad g tertia diatessaron. Sed cum prima harum trium que est b ad e sit ab hypate hypaton ad hypaten meson : quas monstrauit precedens stabiles immobilisque : et secunda ab c in f parhypate hypaton in parhypaten meson : et tertia ab d in g lichano hypaton in lichanon meson. et parhypate et lichane monstratae sunt mobiles. constat ergo ab b ad e ter diatessaron sed semel dumtaxat in stabilibus : immobilibusque contineri. Secundo dico ab b hypate hypaton ad f usque parhypaten meson : solum ter contineri diapente. Nam per decimam tertiam diapente tribus tonis semitonioque minore constat. sed per quartam et quintam huius b ad f solum duos tonos et duo semitonía minora continet : que duo semitonía minora per 3 + secundi minus vno tono : commate resituunt. ergo ut b ad f diapente consonantiam compleat : plena deest apotome. non constituit ergo b ad f diapente. Item c ad g per quartam et quintam huius continet tres tonos qui sunt c ad d : d ad e : et f ad g : et vnum semitonium minus quod est e ad f. igitur per decimam tertiam e ad f consonat diapente. eritque c ad g prima diapente et per eandem d ad h continet tres tonos : qui sunt d ad e : e ad f : et g ad h : et semitonium minus e ad f. ergo d ad h consonat diapente : eritque d ad h secunda diapente. et ab e ad i per quartam et sextam consimiliter continentur tres toni et semitonium minus. erit ergo e ad i tertia diapente. ter igitur ab b usque ad f continetur diapente. sed cum prima sit ab c parhypate hypaton in g lichano meson. et parhypatas et lichanas monstrauerit decimanona huius esse mobiles. erit ergo c ad g prima diapente in mobilibus constituta. et cum secunda sit ab d lichano principalium in h meson : lichanos autem mobilis sit : et mese immobilis : secunda igitur diapente partim variabilis existit. Et cum tertia sit ab e hypate meson ad i paramesen que per eandem decimanonam stabiles monstratae sunt. erit igitur tertia diapente omnino stabilis atque firma. Tertio dico ab b hypate hypaton usque ad i paramesen septies contineri diatessaron. sed solum ter in immobilibus : quater autem in mobilibus. Nam b ad i per quartam quintam et sextam huius continet quinqs tonos et duo semitonía minora. ergo per viceprimam primam tertiam b ad i consonat diatessaron : eritque b ad i prima diatessaron. Et per idem c ad k : d ad l : et e ad m : singule intercipiunt quinqs tonos et duo semitonía minora : erit ergo c ad k secunda diatessaron. et d ad l tertia. et e ad m quarta. sed per quartam : quintam : sextam atque septimam simul f ad n similiter continebit quinqs tonos et duo semitonía minora. similiter et g ad o et h ad p. erit ergo quinta diatessaron f ad n. sexta g ad o. et septima h ad p. igitur ab b ad i usque : continetur septies diatessaron. atque per miam prebent hypate hypaton et paramese diezeugmenon. et quartam hypate meson et nete diezeugmenon. et septimam mese et nete hyperboleon. hypatas autem mesas paramesas et netas monstrauit decima octaua immobiles atque stabiles. igitur inter illas septem diatessaron consonantias diatessaron ter in immobilibus reperitur. Sed secundam prebent parhypate hypaton et trite diezeugmenon. Tertiam lichanos hypaton et paranete diezeugmenon. Quintam parhypate meson et trite hyperboleon. Sextam lichanos meson et paranete hyperboleon : sed decimanona parhypatas : tritas : lichanas et paranetas : monstrauit esse mobiles. igitur inter illas septem consonantie diatessaron vices : quater in mobilibus mutabilibusque facta reperitur : quod est totum propositum. Quod autem diuus Severinus sapientum latinorum disciplinas secutantum primus : quem et in hoc opere quantum valemus imitatur suis disciplinis non parum adiuvit decimotertio capite quarti sue musices species diapente numerando eas quattuor faciat : id introductorie factum putetur : ubi preciam non curauit veritate. sed communem secutus illic est estimatione : quod facile ex eius superioris determinatione cognoscitur. hic autem non introductionis sed exacte determinationis locus est.

Tessaradecachordi chromatici inter assignatos limites ter itide diateffaron: solū semel immobiliter. bis diapēte: semel immobiliter: semelq; partim mobiliter. septies autē diapasōn: ter vt in diatonico genere immobiliter: quaterq; mobiliter cōtinetur.

Semi.	Apoto.	Trisemi.	Semito.	Apoto.	Trise.	Lonus	Semi.	Apoto.	Trise.	Semi.	Apoto.	Trise.
b		c		d		e		f		g		h
	c		d		e		f		g		h	

C Tessaradecachordum ex quattuor tetrachordis constituitur: idcirco sic nuncupatum: q̄ quattuordecim chordis | neruis | vocalisue contineatur. dico enim primo quattuordecim chordarum in genere chromatico continue per litteras b | c | d | e | f | g | h | i | k | l | m | n | o | p | ab hypate hypaton dispositarum a primo ad quartum vsq; limitē: ter contineri diateffaron solum semel immobiliter. Nam per decimam b ad e concinit diateffaron. eritq; b ad e prima diateffaron. sed 2 quia per decimam c ad d est apotome et d ad e trisemitonium: ergo c ad e continet duos tonos. et per vndecimam e ad f est semitonium. ergo per sextam tertij c ad f duos tonos et semitonium continens: erit diateffaron. erit igitur c ad f secunda diateffaron. et quia rursus per vndecimam e ad f est semitonium minus et f ad g apotome: ergo e ad g tonus. sed d ad e monstratum est trisemitonium. ergo d ad g continet duos tonos et semitonium: estq; d ad g tertia diateffaron. Et cum prima b ad e sit ab hypate hypaton in hypaten meson per decimam octauam sit immobiliter. secunda vero c | f | et tertia d | g: sunt a parhypate et lichano principalium: que decimasona patefecit esse mobiles. constat ergo primum. **C** Secundo dico solum bis intra quintum limitē contineri diapente. quia enim b ad e per immediate monstratum est diateffaron. et e ad f: 2 f ad g simul tonus. ergo per decimam tertiam tertij b ad g concinit diapente. eritq; b ad g prima diapente. ea tamen sex vocibus et non quinque explebitur: proprietatem diapente non seruans. at e ad g non explebit diapente. Nam per modo monstratum ad diapente complementum deerit b ad e semitonium minus. neq; e ad h. Nam per vndecimam huius g ad b continet trisemitonium. at e g ad diapente cōplementum solum deerat semitonium minus: superat igitur e h consonantiam diapente completo tono. neq; d h continet diapente. Nam cum e h superet consonantiam diapente integro: completoq; tono: dempta ergo d apotome relinquetur d h superans diapente consonantiam semitonio minore. sed e ad i consonat diapente: est enim h ad i per duodecimam tonus. sed b ad h per immediate monstratum superat consonantiam diapente semitonio minore. dempto ergo d e trisemitonio minore: relinquitur e h deficiens tono a diapente. addito igitur h i tono fiet diapente. est itaq; e ad i secunda diapente. Ab b igitur ad f quintum limitē solū bis sumitur diapente. Et cum prima diapente b g sit ab hypate hypaton immobili ad lichanon meson partim mobile: sit ergo primo partim mobiliter. At vero cum secunda e i sit ab hypate meson ad parameson que monstrata sunt immobiles: sit ergo secundo modo immobiliter seruaturq; secundo modo diapente proprietas vt de quinto loco in quintum fiat locum. **C** Tertio dico septies fieri diapasōn ter immobiliter: quater vero mobiliter. Nam cum b ad e per primam partem huius monstrata sit diateffaron: et per secundam e ad i diapente. ergo per vicesimam tertij b ad i consonat diapasōn. erit itaq; b ad i prima diapasōn. Preterea quia e ad f fuit inuenta secunda diateffaron: et f g est apotome g h trisemitonium: ergo f h duo sunt toni et h i tonus et i k semitonium. ergo f k diapente: et c f vt iam dictum est diateffaron. concinit igitur c ad k diapasōn: eritq; c k secunda diapasōn. et eodem iure d l tertia diapasōn adiuuante duodecima huius. et e m quarta. f n quinta. g o sexta. et h p septima. Sed ter fieri immobiliter et quater mobiliter eodem modo vt in vicesima monstratur.

In tetradecachordo enarmonico: inter assignatos limites ter diateffaron & septies diapasōn vt in precedētibus cōtinetur. at semel dūtaxat diapente atq; immobiliter.

Diesis	Diesis	Dito.	Dic.	Diesis	Dito.	Lonus	Diesis	Diesis	Dito.	Diesis	Diesis	Dito.
b		c		d		e		f		g		h
	c		d		e		f		g		h	

C Tetradecachordum et tessaradecachordum idem dicimus. sit igitur b | c | d | e | f | g | h | i | k | l | m | n | o | p | tessaradecachordum enarmonicum. dico primo inter b e ter contineri diateffaron. Nam quia per decimam quintam huius b c d sunt due dieses tetrartermerie: erit b d semitonium minus. et d e est ditonus. erit igitur b e prima diateffaron. et eodem iure c f secunda. et d g tertia. et quia b e sunt hypate hypaton et hypate meson: sit igitur prima immobiliter. et c d sunt parhypate hypaton et lichanos hypaton mobiles: sit igitur et duobus modis mobiliter. **C** Secundo dico solum semel a primo ad quintum limitē fieri diapente: et id quidem immobiliter. nam non fiet diapente b f quia solam superaddit consonantie diateffaron b e diesim tetrartermeriam. neq; b g quia solum superaddit consonantie diateffaron. duas dieses que sunt semitonium minus. neq; fiet b h quia consonantie diateffaron superaddit semitonium minus et duos tonos. neq; per idem fiet diapente c g aut e h. nam hic abundabit tonus et diesis: illic autem deerit tonus minus vna diesis. neq; d g. nam deerit tonus. neq; d h. nam tenuis absidabit. at vero e h sit diateffaron: nam e f g due dieses: et g h ditonus | et cum h i sit tonus: erit igitur e i diapente. et cum e sit hypate meson et i paramese que monstrata sunt immobiles. sit igitur inter assignatos limites solum semel diapente atq; immobiliter. Tertio septies fieri diapasōn vt in diatonico ex decima quinta declaratur quemadmodum vicesima huius monstrata est.

Diatonice modulationis: septem modos ordine collocare.

MVSICE

	A	b	c	d	e	f	g	h	i	k	l	m	n	o	p
A Hypodorius															p 7 Dia
S Hypophrygius	Lonus														p to
L Hypolydius	Semito. A														p ni
E Dorius	Lonus	A													p ci
X Phrygius	Lonus	A													p mo
Y Lydius	Semitonium	A													di
Z Myxolydius	Lonus	A													

¶ Sit a b c d e f g h i k l m n o p pentadecachordum diatonicum. sit r pro hypodorio pentadecachordum diatonicum a b c d e f g h i k l m n o p grauissimum: quod ut aliorum basis atq; fundamentum statuatur: extendendo vno tono in acumen proslambanomenon pentadecachordi s amplius q̄ sit proslambanomenos r ad quem ceteras voces suo ordine per quartam quintam et sextam huius in diatonico modulandi genere subissig. eritq; pentadecachordum s per diffinitionem hypophrygi modi. Similiter extendo proslambanomenon pentadecachordi t semitonio amplius q̄ tensus sit proslambanomenos pentadecachordi s cui tetrachora per quartam quintam et sextam huius ut prius coapto. eritq; per diffinitionem t pentadecachordum hypolydi modi. et proslambanomenon v vno tono extendo amplius q̄ hypolydi: cui ceteras voces suo ordine sequentes in diatonico genere coapto. eritq; concentus pentadecachordi v per diffinitionem dorius. et si amplius extendo r vno tono: erit pentadecachordi r cantus phrygius. et si y semitonio minore: erit eius concentus lydius. At si amplius extenso vno tono: fiet concentus myxolydius. sicq; factum per diffinitiones patebit propositum.

Que diuersorum modorum in aliquo genere fuerit prime vocis ad primam habitudo: ea erit secunde ad secundam et tertie ad tertiam et cuiuslibet totius ad totam 24. similis eademq; habitudo.

	A	b	c	d	e	f	g	h	i	k	l	m	n	o	p
A Hypodorius															
S Hypophrygius															

¶ Sit a b c d e f g h i k l m n o p pentadecachordum hypodori in aliquo genere ut diatonico: et q r s et sequentes pentadecachordi hypophrygi. distabitq; idcirco q proslambanomenos hypophrygi ab a proslambanomeno hypodori modi acutior vno tono. dico ergo singulas hypophrygi: singulis hypodori ut hypatas hypatis parhypatas parhypatis lichanas lichanis et ita consequentes: similiter tonisq; proportionem distare. Nam cum pentadecachordum a p et pentadecachordum q g sint utraq; a proslambanomeno in neoten hyperboleon diatonice extensa: ergo que proportio a ad b ea est per quartam huius q ad r: ergo per tertiam secundi Arithmetices permutatim ut a ad q ita b ad r. ita ad q monstratus est esse tonus: igitur et b ad r tonus. et consimiliter de sequentibus ostendatur.

Totus ordo diatonicus pentadecachordi hypophrygi modi: totum hypodori vnius acumine toni superat: & totus hypolydi eundem trisemitonio. singule quoq; dorii singulas hypodori diatessaron consonantia. totus vero phrygius consonantia diapente. lydius autē diapēte atq; semitonio. & myxolydius diapēte atq; sesquitono. 25

	A	b	c	d	e	f	g	h	i	k	l	m	n	o	p
A Hypodorius															p 7 Dia
S Hypophrygius	Lonus														p to
L Hypolydius	Semito. A														p ni
E Dorius	Lonus	A													p ci
X Phrygius	Lonus	A													p mo
Y Lydius	Semitonium	A													di
Z Myxolydius	Lonus	A													

¶ Nam proslambanomenos hypophrygi tono superat acumine proslambanomenon hypodori. ergo per precedentem totus hypophrygius ordo totum hypodori ordinem: toni superat acumine. et quia proslambanomenos hypolydi superat acumine semitonii minoris hypophrygi: ergo idem superat acumine proslambanomenon hypodori trisemitonio. igitur per precedentem totus hypolydius ordo totum hypodori ordinem trisemitonio superuadit acutior. sed et quia dorius toni acutius vincit hypolydi: ergo dorius duobus tonis et semitonio acutior est hypodoro. ergo per sextā tertij eo acutior est conso-

III

nantia diatessaron. quare per precedentem singule dorii singulis hypodorii diatessaron consonantia sonant acutiores. et phrygius addit tonum in acumine dorio: igitur totus phrygius toto hypodorio diapente consonantia modularur acutior. et lydius phrygio addit semitonium minus et myxolydius lydio tonum. igitur lydius hypodorio diapente et semitonio et myxolydius diapente et sesquitono sonabit acutior. quod totum est propositum.

- 26 Hypolydius diatonicus hypophrygium diatonicum semitonio / & dorius trisemitonio / phrygius diatessaron / lydius diatessaron & semitonio / myxolydius diatessaron consonantia / atq; sesquitono supercuius acutior: & dorius hypolydio tono / phrygius ditono / lydius diatessaron & myxolydius diapente: phrygius autē ad dorianum sonat tonum lydius trisemitonium & myxolydius diatessaron / lydius phrygio semitonium & myxolydius sesquitonum: myxolydius autem lydio tonum.

¶ Nec ut precedentem vel q̄ facillime monstrabitur.

- 27 Septem modos chromatische modulationis constituere.

	A	b	c	d	e	f	g	h	i	k	l	m	n	o	p
A Hypodorius															p 7
S Hypophrygius	Tonus														p 7 hro
L Hypolydius	Semiton. A														p ma
A Dorius	Apotome A														p tici
X Phrygius	Trisemitoniu A														p mo
Y Lydius	Semitonium A														di
Z Myxolydius	Apotome A														

¶ Facio pentadecachordum chromaticum per decimam undecimam et duodecimam huius et similiter per alia scilicet f | c | v | x | y | z: facioq; pentadecachordum s tono acutius r. et pentadecachordum semitonio acutius s. v vero apotomes intervallo acutius t. et x trisemitonio amplius q̄ v. y semitonio amplius q̄ x. et z apotome transcendere y: dico ergo septem modos chromatische modulationis esse ordinatos. nam r erit hypodorius s per diffinitionem hypophrygius chromaticus. t hypolydius. v dorius. x phrygius. y lydius. z myxolydius.

- 28 Quo pacto singuli cuilibet inter se chromatici modi respōdeant: ostendere

¶ Distat per precedentem hypophrygius ab hypodorio chromatico tono. et hypolydius ab hypophrygio semitonio. distat igitur hypolydius ab hypodorio acutior trisemitonio. et dorius ab hypolydio distat apotome. igitur dorius ab hypodorio remotus est ditono. phrygius autem ab dorio trisemitonio. igitur phrygius ab hypodorio remouetur tribus tonis et semitonio: hoc est totius consonantie diapente intervallo. et lydius a phrygio semitonio. igitur lydius ab hypodorio diapente atq; semitonio. myxolydius ab lydio distat apotome. igitur myxolydius ab hypodorio diapente consonantia distat acutior atq; tono. Et hoc pacto de reliquis ex precedente perfacilis est ostensio. ut hypolydius ab hypophrygio distat semitonio. dorius tono. phrygius diatessaron. lydius diatessaron et semitonio myxolydius diapente. dorius a phrygio distat apotome. phrygius ditono. lydius diatessaron. myxolydius tritono. Phrygius a dorio trisemitonio. lydius tono et duobus semitonis minoribus. myxolydius vero diatessaron. Lydius a phrygio semitonio et myxolydius tono. distat autem myxolydius ut iam quoq; dictum est a lydio maiore semitonio. sicq; constructum est propositum.

- 29 Septem itidem enarmonicos modos ordinare.

	A	b	c	d	e	f	g	h	i	k	l	m	n	o	p
A Hypodorius															p 7
S Hypophrygius	Tonus														p Enar
L Hypolydius	Diesis A														p mo
A Dorius	Diesis A														p ni
X Phrygius	Ditonus A														p ci
Y Lydius	Diesis A														mo
Z Myxolydius	Diesis A														di.

¶ Sint r | f | c | v | x | y | z | septem pentadecachorda: et sit per decimam quintam huius r pentadecachordum enarmonicum: intendo proslambanomenon pentadecachordi s vno tono amplius pentadecachordo r. et t diesis amplius q̄ s. et v diesis amplius q̄ t. et x ditono amplius q̄ v. et y amplius diesi x. et z amplius itidem diesi q̄ y. erunt ergo secundi acumen intensa sex post primum pentadecachorda: primo tono. deinde duabus diesibus et ditono. deum duabus diesibus: qui quidem intendendi modus enarmonice modulationi

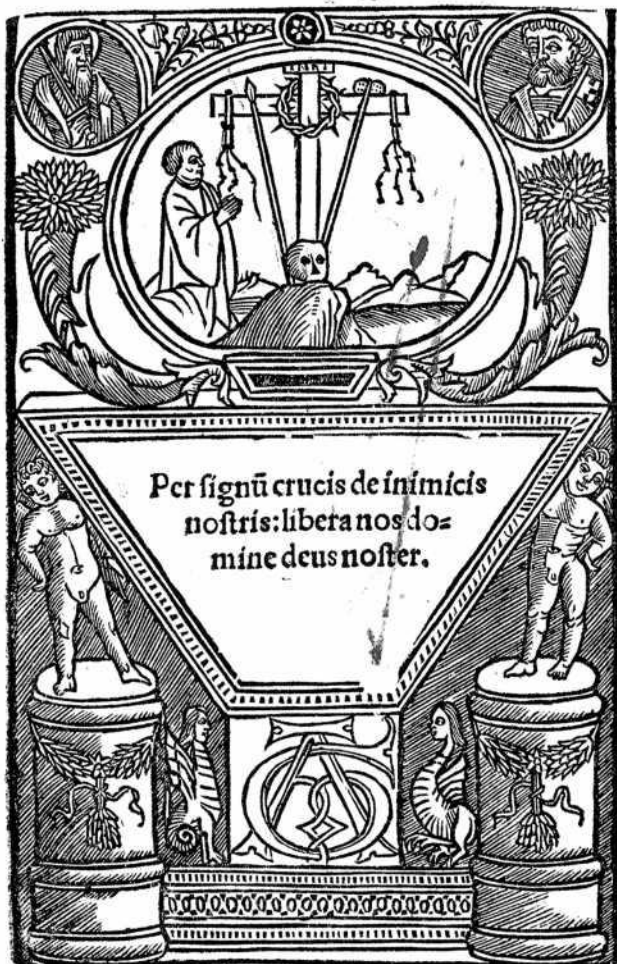
peculiaris propriusque habetur. sunt igitur septem pentadecachorda r | f | t | v | x | y | z: septem enarmonice modulationis modos continentia. quod demonstrari propositum erat.

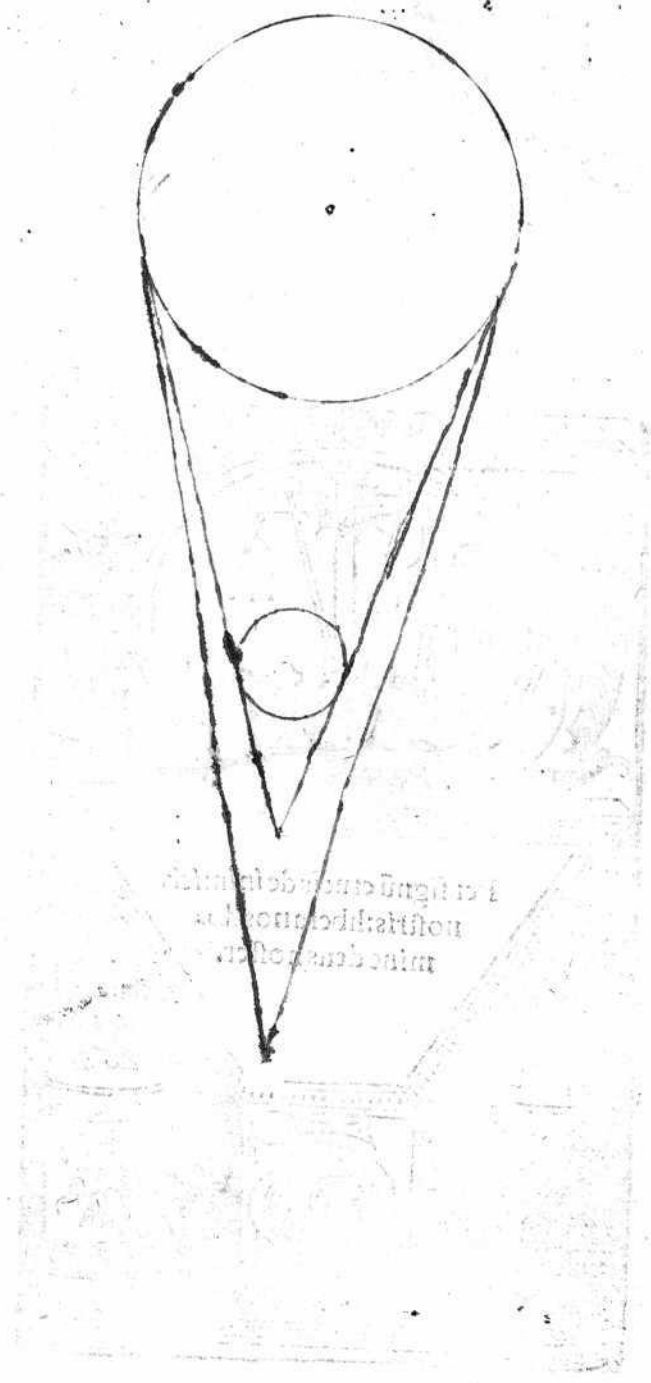
Singulorum enarmonicorum modorum: ad quolibet habitudines demonstrare. 30

¶ Huius ex precedenti demonstratio clara esse potest. Primo hypophrygiū ab hypodorio distantiam esse tonum. hypolydiū tonum et diesim. dorii sesquitonum. phrygiū diapente. lydiū diapente ac diesim. myxolydiū diapente et semitonio. Secundo hypolydiū distare ab hypophrygiō diesim. dorium semitonio. phrygium diatessarō. lydiū diatessarō et diesim. myxolydiū diatessarō et semitonio. Tercio dorium ab hypolydio diesim. phrygium ditono et diesim. lydiū diatessarō. myxolydiū diatessarō et diesim. Quarto phrygium a dorio ditono. lydiū ditono et diesim. myxolydiū diatessarō. Quinto lydiū a phrygiō diesim. et myxolydiū semitonio. Sexto myxolydiū distare diesim a lydio. ¶ Septem enim modos et non plures adiecit priscorum auctoritas Pythagoricorum. ut enim numerus a monade ad denarium usque varius crescens progreditur: mox vero sequens denarius unitatis vicem obtinet primamque explicat unitatem eiusdem individue monadis confors et emulus: qui ad centenarium usque rursus novenaria progressionem se extendit: relapsus tandem in tertiam unitatem. Ita quoque vocum dissimilitudo ac varietas ex quibus instar celestis harmonie concentus humani: modique formatur ad octonarium usque surgit. suntque septem continue voces inter se varie quibus succedens octonaria vocis plenitudo (primus enim numeralis cubus primaque tessera octonarius) ad primam rursus sonat ut eadem: et ad eam sese habens perinde ac denarius ad unitatem. Et hec octonaria series in omni modulationis genere sic rata procedit: ut continue octavo quoque loco octavum per similem sibi et pene eisdem sonus offendant sonum. ita ut ex duobus nativa quadam: concordisque affinitate iam unum sonum et non multos parere videantur: usque adeo enim se miscent: et mutua se iungunt: copulantes amicitia. Et harum septem vocum que gravissima tardissimaque est: Saturno debetur. proxima Jovi: tertia Marti. quarta Veneri. quinta Mercurio. septima vero earum acutissima: coelestissimaque. Lunc octava autem rursum revolvitur ad Saturnum: nona ad Jovem: decima ad Martem. et hoc pacto consequentes: ut sapiens voluit antiquitas. Et re vera totius universi harmonia septenario completa est. et hec septem in celo celestem: in his autem inferioribus corpoream: sensibilemque temperant harmoniam. sed hec magis plenius discutiant. hinc licet cognoscere cur hypermyxolydius: septem pythagoricis modis haud multum veniat accommodandus. Nam si in diatonico genere myxolydiū pentadecachordum pro hypermyxolydio vno tono amplius acuatur: totus is ubique modus ad hypodorium consonaret diatessarō: octavusque natus esset sonus: qui ad primum idem: congenerisque naturali affinitate redditur. quare non ab hypodorio primo modo omnifariam varius putandus est. et eque si myxolydius intenderetur trisemitonio in chromate et ditono in enarmonico: sed de his forte amplius quam presenti negotio par sit dictum est. Et modi quos adiecere recentiores ut dicitur Gregorius ab hac modorum antiquitate recedunt. et pleraque alia que posteriores musici inculcaverunt et que ab illis facile requiras. et nostra quoque tempestate musicum modulamen: atque omnem concinentiam ad celeritatem quadam precipitemque levitatem reducere conantur: modestiam gravem seriāque ac decoram concentuum moderationem perparum attendentes. a moderatione enim dicti sunt modi. parum ite attendentes priscum musices honestatis: gravitatisque decus: qua amentes arreptitiosque soluebant. sanitates inducebant feros hominum mores ut olim Thracius Orpheus: ad mansuetos et virtutis callem revocabant. et ex sensibilibus harmonia ad celestis harmonie desiderium captivas animas tanquam sui iam memores exiliū ubertim fluentibus oculis evocabant. hoc enim modorum accommoda mediocritate Pythagore discipuli faciebant. Non enim is inter homines modestior: cuius omnis incessus cursus videtur. neque is cuius preceps nimium loquela presentium ludis intelligentiam. Ita quoque neque si modestiores modi: qui nimia sui festinantia quasi in venerea chorea lascivientes preterfugiant auditum. Hac enim de causa Pythagorea schola molles chromatis modos repudiavit et Spartiate solenni decreto Timotheum Milesium increpaverunt vehementer diatonicos concentus potius approbantes. qui si apte moderentur virtutis preceserunt modestiam. ut enim nimia tarditate seu torpore quodam fastidimur inani. ita nimia celeritas mollicie quadam pre se fert inhonestam. medium enim neque celeritate preceps nec ignava tarditate pigrum: laudabile virtutisque emulum. quam omnis etas probavit probaturaque est: et ad quam musici modi tanquam moderatio animi quedam certe regule nos perducere debent: et ad divina mentes nostras fugiter rapere. et felices ut erunt qui hoc sine et muscen et omnem mundanam philosophiam quesierint. neque talibus deesse solet celestis fauor atque presidium. qui autem secus faciunt miseri: quales nullos ad quos nostra hec modulationum elementa peruenierint futuros desideramus: quin eis omnis harmonie vite decus: feliciter optamus: nobisque victuros memores.

Quarti Elementorum Musices Finis.

Explicitum est ergo Volumē quattuor Introductionū Mathematicarū Magistro Petro Ciruelo Darocensi interprete simul et correctore. Laus deo.





scientia actualis est a sensibus aliis conclusiva
 per demonstrationes ad quod per
 habituales est habitus productus
 Scholasticus de a sensibus

& Ruy. etia mihi autem nichilo innotat la habitudine dicitur
 102

(Faint vertical text on the left margin, likely bleed-through from the reverse side of the page)



$$\begin{array}{r}
 20 \\
 243 \overline{) 30} \\
 8 \quad \underline{240} \\
 43
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 8 \\
 243 \overline{) 3} \\
 8
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 243 \\
 8 \quad \underline{1814} \\
 243
 \end{array}$$

$$30 \frac{3}{8}$$

52902

