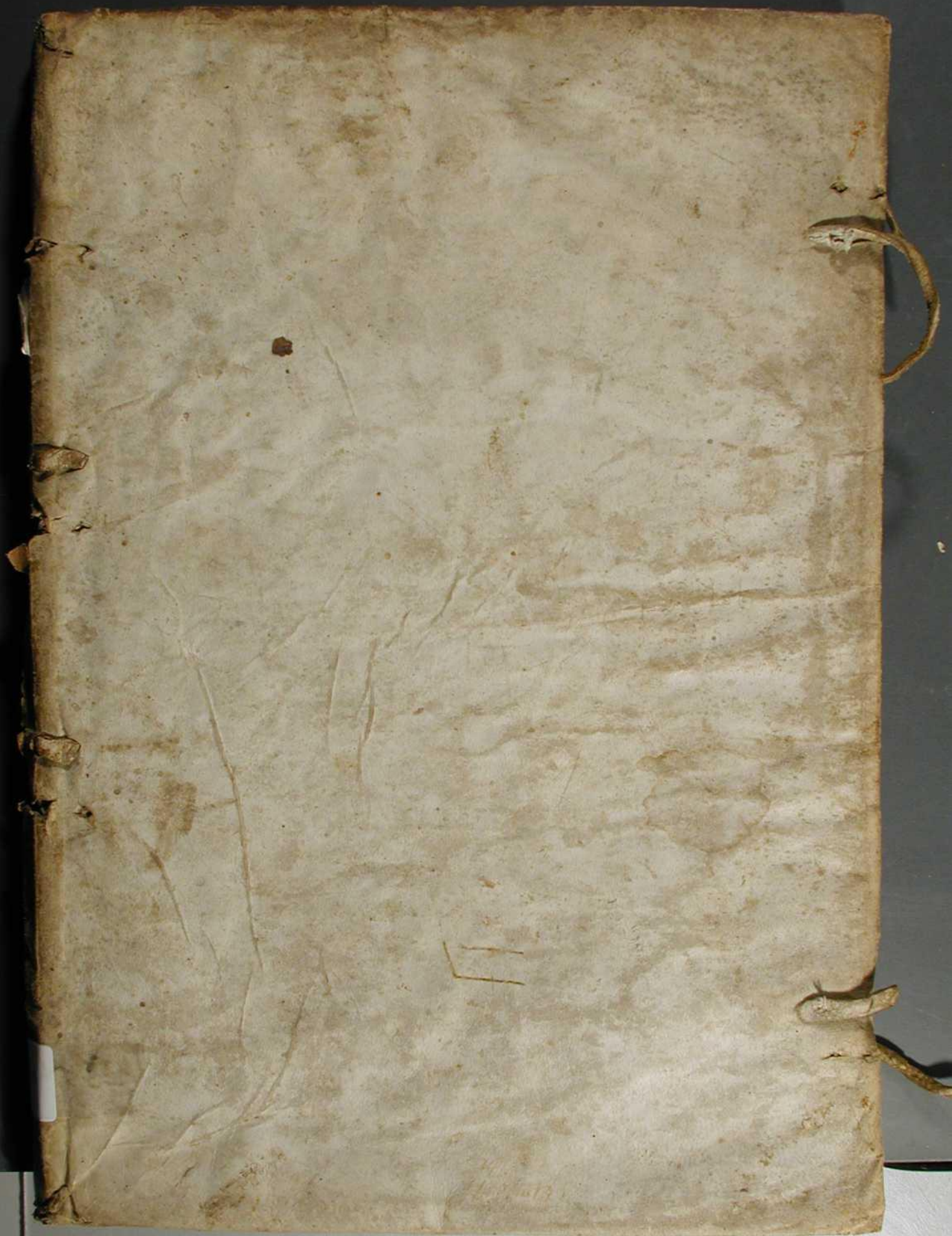




hanc spem sibi auferre. & ideo nō obstat repudiatione patris si efficiatur sui iuris potest ei adire ad suū commodū. ¶ Pater pcedit in hereditate aduictitia que dicitur filius nō fuit in istis cōsolatione patris. qd̄ p̄sumitur si in ista facta mētio de patre vt in istis talis filius. vt. l. filio. j. de condi. & demō. tūc in illa filius non h̄t aliquid sp̄e retinēti. nā etiā si facit sui iuris adeat necesse h̄t illā restituere patri. vt. l. aditio in f. j. eo. & ideo videt qd̄ solus pater possit eam repudiare. ¶ Contrariū vult in gl. mag. in prin. quā etiā sequit. Bar. qd̄ l̄s in ista esset ratio p̄dicta de p̄iudicio subest tñ alia qd̄ pater nō posset eam adire sine filio ergo nec repudiare. nam sufficit adesse vnā de rationibus p̄hibitis. vt. l. si non leg. in princ. s. de her. insti. & l. liberos. s. notant. & ibi no. s. de insti. & insti. de nup. s. affinitatis. ¶ Primū tamen dictū qd̄ filius nō posset repudiare. nullomāgis procedit in hac p̄fectitia quā in aduictitia. cū ipse careat omni sp̄e acquirēde hereditatis. ¶ In tex. ibi vterq; aut intelligit ita qd̄ ipse filius repudiat & pater cōsentiat nō cōueniō qd̄ sicut actus aduendi d̄ expediri per filiū nō per patrē.



di qd̄ procedit a patre. Et si instrumentū repositū nō valeret repudiatō. S̄ qd̄ si oter filius repudiat. ¶ Respondet valetr̄is nō v̄t repudiatō sed vt iussus suuo faciunt vnū actū simul censetur alter alteri in f. prin. & l. lucius. s. qui. mo. pig. vel bypo. pater. s. libertis. i. f. j. de leg. ij. ¶ Sed opp. qd̄ filius debet pcedere in repudiatione sicut in aduictione. vt no. bar. s. eo. qui aliena in princ. & hic non procedit. sed simul interuenit. S̄o. satis est qd̄ nō sequat. qd̄ censet pcedere in iuris intellectu. qñ simul hoc faciūt & tunc volūtas habet p̄o iussu seu mādato hoc probat per istū tex. fm̄ Bar. & Ange. facit hoc qd̄ no. p̄ bar. in l. post dotē. so. ma. in. iij. l. c. ideo valet repudiatō si ei cat instim qd̄ filius repudiat de cōsensu & volūate patris l̄s nō diceret iussu patris qd̄ intelligetur fm̄ subiectā materiam et p̄sumit volūtas vel sensus pcedere. tene mēti. ¶ Glo. magnā hic posita recita per quatuor questionēs vsq; ibi alij dicunt et postea per quatuor opi. vsq; ibi in f. que opi. tendūt ad probādū qd̄ solus pater sine filio possit repudiare & ordinē questionū & oppositiōnū collige per teipsum. ¶ In princ. glo. ibi & sic aduictitia. nō differt ergo p̄fectitia ab aduictitia quā ad id de quo hic. qd̄ neutra potest alter sine altero repudiare fm̄ glo. & bene quam tenet bar. s̄ quidā qd̄ra. vt dicit super tex. in princ.

2

contra repudiāntem & p̄o alio. ¶ In eadem gl. ibi alij dicūt p̄o declaratiōe huius particule. ¶ Opp. ex gl. glossam quod solus pater potest repudiare sine filio. quia de solū patris p̄iudicio agitur cum sibi sit acquirēda hereditas. timore huius vigerunt quidam qd̄ hic loquuntur in hereditate materna delata filio que etiā isto iure non iacquirebatur patri sed remanebat apud filiū. & sic agitur de p̄iudicio filij. in alia vero hereditate futebant. ¶ Pri. glo. hic reprehendit & bene qd̄ hoc fuit inuolū dūctū per iura. C. ¶ Mo. istam gl. quia Ricar. malum b̄. d̄sp̄. tando tenuit primā partē in l. filius. de inoffi. testa. & de ista gl. non meminit. d̄ oct. tenent istā gl. per l. filius. que est in vltima charta. j. eo. vbi plene probatur & de ista questione vide per Ly. in l. i. C. qui admittit ad bo. pos. Nec obstat opinio qd̄ etiā tractat de p̄iudicio filij p̄pter spem quā habet acquirēdi sibi si efficiatur sui iuris. que spes auferret sibi si repudiatio soli patris valeret. ¶ In gl. a. ibi tēpore enim aditionis. ¶ Pro declaratiōe huius particule oppo. qd̄ licet filius efficiat sui iuris aneq̄ adeat non possit eam adire pro se sed pro patre qd̄ sufficit qd̄ tēpore quo fuit delata erat in patria potestate. vt. l. que legata. cū ibi no. de reg. in. & sic non agit de p̄iudicio filij. Sol. aliud in legato facto filio qd̄ si tēpore quo cedit dies legati reperitur in patria potestate. licet aneq̄ acceptet efficiatur sui iuris nō acq̄ritur sibi. qd̄ statim fuit sibi acquisitū tēpore quo erat in patre et per eū patri. vnde non resoluitur acquisitio. adē in stipulatione etiā cōditionali si tēpore ipsius interposite erat in patria potestate nō sic in hereditate filiosa. delata. nā nō est acquisita patri aneq̄ adeatur qd̄ nec filio vt. l. pretia rerum. circa mediū. ad. l. fal. Item ius aduēdi licet esset acquisitū filio. nō erat acquisitū patri. qd̄ est quoddā ius acquirēdi qd̄ nihil habet in se. sed est quoddā instrumentū per qd̄ acquiri & ista talia iura acquirēdi nō acquiruntur patri per filiū. vt patet etiā in querela inoffi. ciosi testamēti. s. de inoffi. testa. l. papi. in prin. requirit ergo ipsi aditionis quo fit acquisitio. & si tunc reperit sui iuris acquiri sibi nō patri. & hoc vult gl. ista. ¶ In ea. glo. ibi. Idē secus in in domino & seruo. vult ergo glo. qd̄ hereditatē delatam seruo solus dominus possit repudiare per l. i. s̄ per seruū. de success. edic. Bar. qd̄ qd̄ nullo iure hoc canetur. & in cōtrariū est regula. qd̄ solus dñs nō posset adire. ergo nec repudiare. Non obstat leg. allegata per gl. qd̄ loquitur in bonor. possessione delata seruo quam dominus potest repudiare quoniam etiā ipsam potest potest qd̄ non consistit in expressiōe nominis. sicut dicitur hereditas.

4

uentia non ostendit ergo profectione ad aduentum actum ad
de quo hic q. neutra potestatem habet sine altero repudiare sibi glo.
aduentum non habet sine altero repudiare sibi glo.

3 **C**ogi repudiare ne auferatur spes illius hereditatis sibi acqui-
rende si efficiatur sui iuris. nā pater licet possit exercere patriā
potestatem ad sui cōmodum nō sic ad id qd non esset ad sui cō-
modū sed etiā dānum filij sed hereditate profectionem potest
filius cōpelli adire et repudiare cū in omnē casum sit denētra
ad patre etiam si adeat factus sui iuris. vt. s. d. i. r. i. ergo tenetur
de illa facere quicquid pater vult per. l. idem. §. si cui. s. mādāt
vbi si habes actionem ad tui cōmodum quā mihi cedere tene-
ris possum te compellere ad cedendum alteri vel ad ipsam re-
mittendā. quod etiā tenet Bart. hic. ¶ In glo. ibi sed ea ipsi
patri supple noceat repudiatio ipsius patris licet non noceat
filio et sic potest queri cōuerso an repudiatio filij licet non no-
ceat patri noceat sibi ipsi vt si sit effectus sui iuris nō possit eam
adire pro se. glo. se respondent forte non. Aliqui habēt forte sic
et ista videt melior litera propter. l. quā allegat glo. s. solu. ma-
tri. l. ij. s. deniq. et. s. ceterū. et in ver. q. si sui iuris. Vtenter te-
neas cōtrariū q. nec sibi nocet q. est nulla ipso iure. Nec obstat
cōtrariū q. loquitur in pacto qd tendit ad obligandū vnde fa-
ctum a solo patre super actione de dote nocet sibi. licet non filie
et cōuerso. sed ex repudiatione non obligatur repudiāns. fa-
cit quod d. i. in p. incipio huius legis super. gl. ij. ¶ In gl. ea-
dem ibi indubitanter obtinet quod hic dicit supple ad gl. i. vt
filius non possit preiudicare patri nec cōuerso. sed in alio est
aliud bodie q. olim. q. olim repudiatio solius filij nō nocebat
patri. nec etiam proderat patri. nec nocebat ipsi filio. vt. s. di-
xi. bodie prodest patri. et nocet ipsi filio. quia proprietates quam
erat habiturus filius aduendo. acquiritur patri si repudiat. et
potest pater eam adire pro se. et filius amplius adire non potest
vt. l. cum non solum. C. de bo. que libe. et cōuerso repudiatio
patris non nocebat olim filio. nec proderat nec nocebat ipsi pa-
tri quominus ea non obstante posset ad huc filium compellere
adire. vt. s. in glo. ibi. non pōt repudiare vt patri noceat et. bo.
die repudiatio patris prodest filio et nocet ipsi patri quia usus
fructus quē pater erat habiturus remanebit apud filium et ex
hoc fecit aliam differentiam inter vetera iura et iura. C. quia in-
re veteri repudiatio alterius corū erat ipso iure nulla et sic nul-
lum producebat effectum. bodie est valida. et effectum producit

la. q. solum. Quia q. nullo iure hoc cauetur. et in cōtrariū est requi-
re q. solum. Quia nō possit pater. Ergo nec repudiare. Non ostendit
nō allegat. Ergo non repudiare. Ergo non repudiare. Ergo non repudiare.
delata filio certe illam poterit pater petere sed non repudiare. q.
filius habet in ea spē si efficiatur sui iuris morte patris vel emā-
cipatione anteq. petatur que pbabilis est propter votū paren-
tum. sed seruis nullam spem habet q. per mortē domini non
efficitur sui iuris nec de manu missione pōt sperare cū pendeat
ex mera voluntate domini. vt. l. apud iulia. in fi. de lega. i. ¶ Et
cū pater possit adire bodie solus hereditate delatā infanti. vt
l. si infanti. C. de iur. deli. An poterit solus repudiare. dicas q.
non sicut nec tutor. vt. no. glo. j. eo. l. is pōt. et illa regula. pcedit
in his qui possunt adire pro se vt possint etiā repudiare non in
illis qui possunt adire pro alio. vt. ibi notatur.

2 **A**ctus factus ad aliquid conseruandum quando non in-
ducatur de nouo.

3 **A**d agis inspicitur id qd est in opinione q. id qd est in veritate
posito q. id qd est in opinione tendat ad reddendū actū nullū
et id quod est in veritate tendat in oppositum vt valeat.

4 **Q**uid in his q. non dependent ex sola voluntate vnius sed etiā
alterius.

4 **C**apitulum vel alij subditi episcopo q. possint prescribere to-
talem exemptionē a prelato per tantū tempus cuius contrarij
memoria non existat.

5 **C**um monacho existente monacho papa nō dispensat q. teneat
propriū vel capiat vxorem. sed bene potest facere ipsum nō esse
monachū et tenebit.

6 **P**retorie stipulationi nihil pōt addi ea remanēte pretoria sed
per aditionē efficitur cōventionalis.

6 **D**ominus nō pōt rei usufructuarie imponere seruitutē etiam
consentiente fructuario durante usufructu. sed si consentit usufr-
uctuaris extinguitur usufr. et valet impositio.

7 **D**onatio causa mortis non potest fieri irrevocabiliter. ipsa du-
rante causa mortis.

8 **S**eruus nō pōt tutor dari durāte seruitute. sed si des efficit liber.
Quidradus pater legum.

1 **Q**uiputatur. Si quis se necessariū
heredem suū voluit re-
pudiare vel adeat. nec repudiatio nec aditio v. s. b. d.
cū. l. sequenti. Rō istarū legū est q. si putat se necessariū
fium

et presentem et futuro patre suo qd dicitur. Item vel patre suo unde cu
constat sibi vendit de hac exceptione non potest ipsum eodem
nare licet nihil dicat vel apponat nisi creditores probent illum
se immiscuisse. vt no. j. eo. necessarius. et. l. si cum dote. j. trans
grediamur. solu. ma. in fine de quo videtur casus in bac l.

2. **Res casus in quibus non potest quis adire.**

3. **Qui non potest adire non potest repudiare.**

4. **Dicitur institutus sub conditione potestatiua dicat eam se nolle
implere: modo tamen dicitur conditio defecta quousq; mutan
do voluntatem potest ea adhuc implere.**

5. **Ius conditionis ale per simplicem remanentiam seu repudiatio
nem non potest remitti. et quid per pactum. et quid si repudiatio
facta sit parte presente.**



Siqui potest repudiari et tunc non potest adire
qn non est adhuc delata licet speret deferri in eandem
alicuius conditionis. vel si est delata tn delatio igno
ratur. b. o. v. q. ad. y. si. qui incipit. neq. Et primo ponit vna
regula affirmatiua. q. qui potest adire potest repudiare. v. q. ibi bec
ita vbi ponit regula negatiua q. qui non potest adire non potest re
pudiare. et ponitur tres casus in quibus non potest adire. sed
pudat. et tertius tendunt ad idem qn non est delata. sed speratur
deferri sub conditione vt interim non possit repudiari. Secun
dus casus qn est delata. s. ignoratur delatio. puta si testator sit
mortuus. primus tertius casus seu exempla loci habent in
hereditate ex testamento. illa enim potest deferri sub conditione non in
hereditate ab intestato que semper deferretur pure. secundum ege
plu loci habet tam in hereditate ex testamento q. ab intestato.

3. **Et notandum q. regula negatiua semper pcedit q. qui non potest
adire non potest repudiare. sed affirmatiua non semper. q. plu
ribus modis dicit quis potest adire et non omnis potest adire
di facit vt repudiare possit. et hoc proficere pulchre et subtili
ter per Mar. in. l. se potest. j. eo. y. pot. In te. ibi. nihil egit et
sic ea non obstat poterit adueniente conditione adire. vt. j. eo.
l. nec is. y. fin. et idem in casibus sequentibus et dicit. b. o. l. iij.**

non capere. vt si titius ascendit capitolium vel eodem in
capite. vt si titius voluerit non valeret institutio tanq
capitoli. vel. illa institutio. de bec. instit. secus si fuisset dy
cum si titius arbitrabitur. et sic non in meram voluntatem. vel.
si sic. in prin. de leg. j. et dicit gl. q. tunc erit institutio pura per. l. j.
de leg. j. quod non est verum. vt ibi no. quia quando conditiona
liter confertur in arbitrium tertij institutio legati redditur co
ditionalis vel conditionale licet non reddatur nullum quando
per verba importantia arbitrium boni viri. vt sunt illa q. ha
bentur in. o. l. si sic. in prin.

2. **Quando duo faciunt vnum actum simul confertur alter al
teri consensu.**

Non dicit hereditas profectitia ab aduentitia in hoc q. pa
ter sine filio nec e contra filius sine patre potest eam repudiare. et
in quibus alijs differant.

3. **Ad ipm patri nocet repudiatio ipsius patris. licet non noccat
filio et an repudiatio filij licet non noccat patri noccat sibipm. vt
si sit effectus sui iuris non possit ea adire pro se.**

4. **Hereditate delata seruo an solus dominus possit repudiare.**

5. **Bonorum possessionem delatam filio potest pater agnoscere sed
non repudiare.**

6. **Quid in hereditate delata filio infanti.**

Incep filius.

Hereditatem delatam filio infanti. nec ipse
sol. sed vterq. simul. b. o. cum. l. seq. In te. neq. filius. repu
diando sine patre hoc casu est vnica tantum ratio. scz. ne filius
solus repudiando faciat preiudicium patri cui hereditas acqui
retur si iussu eius eam adiret unde non potest sibi auferre hac
spem acquisitionis. et ideo non obstat repudiatione filij pot
pater adhuc sibi iubere q. adeat. et adeundo sibi acquirat. In
te. ibi neq. pater sine filio. isto casu est duplex ratio. prima qz
nec pater illam adire possit. qz non est sibi delata sed filio et per
factum filij acquiratur sicut et per factum serui. vt. c. de her. in
si. l. iij. ergo nec potest repudiare per pater. huius. l. illa ratio
est ne faciat preiudicium filio qz anteq. adeat iussu patris effi
ciatur sui iuris potest eam adire ad commodum suu. et sibi acqui
ratur nec habeat eam restituere patri. unde non potest pater

Contiene: Paráfrasis a la Aritmetica de Boecio
cuestiones por

Cursus quatuor mathematicarum artium li-
beralium quas recolegit atque correxit
Petusiruelus Darocensis. — Contiene:

Paráfrasis a la Aritmetica de Boecio con
cuestiones previas; el compendio de la
geometria de Tomás Bravuardin; Dos
libelos de "Quadratura arcu"; la Perspecti-
va de Juan de Cantorberij y un tratado
18 de Música. — Compluti?
20 x 29 folios 1516

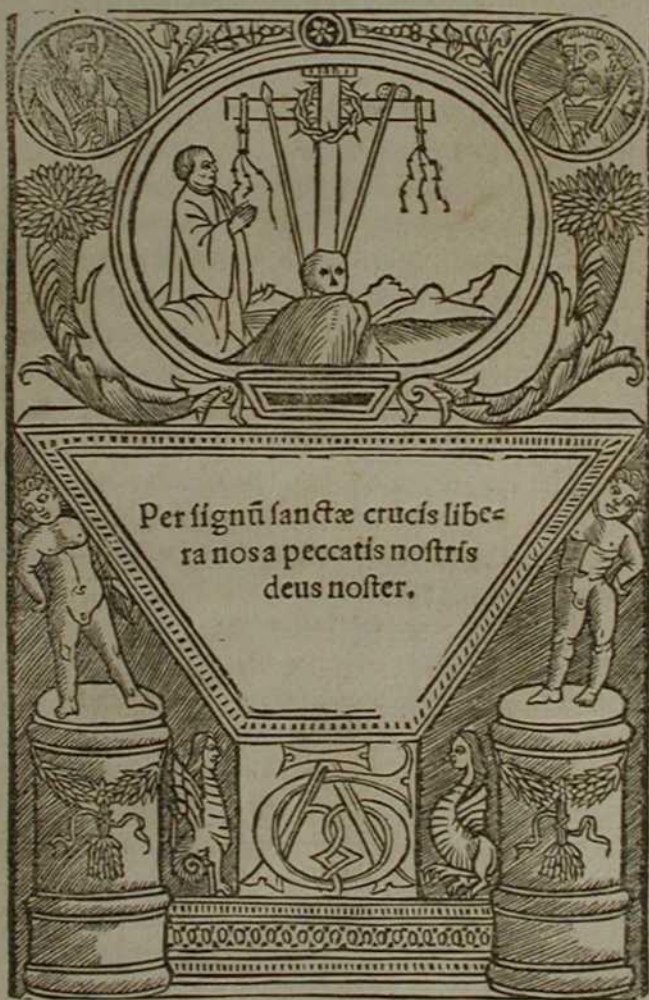
Al. D. Manuel Senar Ripaz

*Contiene: Paraphrasia a la Aritmética de Boecio
con cuestiones previas; el compendio de la Geometría de Juan
Browardín; la "Perspectiva de Juan Camphrey y un tratado
de Música.*

Cursus quattuor mathema

ticarum artiū liberaliū quas recollegit atq; correxit
magister Petrus Círuelus Darocensis theologus
simul & philosophus.

I. 5/15



Petrus Tiruelus Darocensis phi

losophus pariter & theologus: Rectori & scholasticis oibus al
me vniuersitatis coplutenfis: que studio sapientie dicata est:
salute & liberalibus doctrinis vigilanter intendere.



Agnus ille Aurelius augu

stinus & christianorum philosophorum vehementissi
mus: dignissime Rector disertissimi preceptores ac vi
gilantissimi scholarum circuitores: in eo suo opere quod
de institutione nouitiorum theologorum doctrinam chri
stianam inscripsit: enumeratis omnibus fere artibus &
scientiis gentiliu philosophoru sub tippo auri argenti ac
preciosae vestis & omnino thesauri egyptiorum: eas po
stea diuisione bimembris sic comprehendere curauit. Duo

In. 2. lib. 8
doc. chri.

inquit sunt genera doctrinarum quae ingentibus etiam moribus exercentur. vnum re
rum earum quas instituerunt homines: alterum earum quas animaduenterunt iam per
actas aut diuinitus institutas. ac si dixisset quaedam sunt scientiae de signis: aliae de rebus.
Signa homines instituerunt: res deus creauit. primas earum prosequens subdit. Illud
quod est secundum institutiones hominum: partim superstitiosum est: partim non supersti
ciosum. Et vanitates superstitiosas latissime persequens dicit eas esse inuentiones diabo
licas in quibus sunt pacta quaedam hominum cum demoniis. Non superstitiosa vero ho
minum instituta vocat pacta hominum cum hominibus inita. quae ideo valent inter eos: quod
sic placuit eis ut valerent. Quorum insuper partem superflua & luxuriosa dicit: partem utilia
& necessaria. Superflua sunt inquit quae saltando faciunt histriones: & quae in theatris fiunt
in conspectu totius populi comediae: tragediae: eglogae: fabulae. Commoda siue utilia ac ne
cessaria hominum instituta ea signa sunt: quaecumque in habitu & cultu corporis ad sexus
vel honores discernendos placuerunt: & quae in ponderibus atque mensuris & numerorum im
pressionibus & alia id genus (sine quibus humana societas aut non omnino aut minus comode
geritur) instituerunt homines. maxime litteraria disciplina linguarumque peritia quantum satis
est. Ad scientias de rebus veniens ait: illa vero quae non instituendo: sed aut transacta tem
poribus aut diuinitus instituta inuestigando prodiderunt homines: differamus. quorum alia
sunt ad sensus corporis: alia vero ad rationem animi pertinentia. per hoc duplices rerum
scientias denotans. id est de rebus sensibilibus & de imaginabilibus aut intelligibilibus. Sed
illa inquit quae sensu corporis attinguntur: vel narrata credimus vel demonstrata sentimus
vel experta conicimus. Ad primum pertinet historia: ad secundum cosmographia: ad ter
tium naturalis scientia moralis prudentia & ars factiua ut agricultura & militaris. Restat
ergo ea quae non ad corporis sensus sed ad rationem animi pertinent: ut disciplina disputatio
nis & ratio numeri: harum altera est sermocinalis dialectica & rethorica: altera mathe
matica: siue numeri per seipsos considerentur: siue ad figurarum: aut sonorum: aliarumve mo
tionum leges adhibeantur: quia ubique incommutabiles regulas habet. Quibus sic diuisis
tandem septem artes liberales & utraque philosophiam theologorum studio commendans
(in qua facultate haec nostra academia ceteris hispanis iure praefertur) concludit ad
haec verba in fine secundi libri eiusdem operis. Quamobrem inquit videtur mihi stu
diosius & ingeniosius adolescentibus salubriter praecipere: ut nullas doctrinas quae preter
ecclesiam christi exercentur: secum sequi audeant: sed eas sobrie diligenterque disci
cent. Et si quas inuenerint ab hominibus institutas varias propter diuersam volun

Supplices
scientie.

Scientie de
signis.

Scientie de rebus

Scientie de
theologia
discende.

PROHEMIVM

tatem instituentium: & ignotas propter suspitiones errantiū: maxime si etiam habent cū demonibus initam societate. repudient penitus & detestentur. Alienent etiam studium a superfluis & luxuriosis hominū institutis. Illa uero instituta hominū quæ ad societate conuulentium ualent: pro ipsa huius vitæ necessitate non nec intelligāt. In ceteris aut doctrinis quæ apud gentes inueniuntur: præter historiā rerū vel præteriti temporis vel præsentis ad sensus corporis pertinentiū: quibus etiā vtiliū artū corporalium experimenta & coniecturæ annumerantur: & præter rationē disputationis & numerū: nihil vtile esse arbitror. In quibus tñ omnibus hoc tenendum est ne quid nimis: & maxime in his quæ ad corporis sensus pertinentia volūtur temporibus & continentur locis. Sed quorsum tā multa ex verbis diuini augustini? Nēpe vt ex illis duociceremus ad propositū nostrū valde necessaria documenta. Primū vt sciremus quas scientiarum species si delibus scholasticis liceret adiscere: quasve sicut illicitas & nocivas declinare: Alterū est nosse quē modū in licitis & honestis disciplinis deberent obseruare: quia em̄ gentiles philosophi vt plurimū in suis editionib⁹ fuerūt valde prolixī & obscuri: in quorum libris perlegendis magnam fideles paterentur boni temporis facturam: censuit prælegendas esse in singulis disciplinis extraneis breues quasdam sūmas: quæ magis necessaria doctrinarum compendiosa methodo complecterentur. vnde consequenter subdit. Sicut autem quidam de verbis omnibus & nominib⁹ hebraeis: siris: & ægyptiis: vel si qua alia lingua in scripturis sanctis inueniri potest: quæ in eis sine interpretatione sunt posita: fecerunt vt ea separatim interpretarentur: & quod Eusebius fecit de temporū historia propter diuinorum librorum quæstiones: q̄ vsq; eius efflagitant: qđ ergo hi fecerūt de his rebus: vt nō sit necesse christiano philosopho in multis propter pauca laborare: sic video posse fieri in aliis: si quem eorum qui ad hoc valent benignam sane operam fraternæ utilitatī delectet impendere: vt quoscūq; terrarum locos quæ ve animalia vel herbas atq; arbores siue lapides vel metalla incognita speciesq; quaslibet quas scriptura cōmemorat: ea generatim diggerēs sola exposita litteris mandet: potest etiam & de numeris fieri vt eorum exposita ratio conscribatur quos diuina scriptura meminit. Quod vtrum de ratione disputandi fieri possit. ignoro: & uidetur mihi nō oportere: per totum em̄ textū scripturarum colligata est neruorum vice: ideo magis ad ambigua soluenda et explicanda legentes adiuant: quam ad incognita scripturarum signa cognoscenda: quorum aliqua aut forte omnia iam facta sunt: sicut multa quæ a bonis doctisq; christianis elaborata atq; cōscripta non arbitrabamur inuenimus: sed siue propter turbas negligentium siue propter inuidiorum occultationes latent. hæc ille. Optimum certe laboris releuamen ac saluberrimum consilium in hoc datum est theologis: ū fideles christi in talibus gentiliū doctrinis docti: breues ex singulis earum summas excerpterint: in quibus superfluis omnibus amputatis reiectisq; purissimi scientiarum fructus audivissime a seruis dei captantur. Hoc itaq; munus gratiæ hac nostra ætate cum in aliis christianorum vniuersitatibus: tum vel maxime in præclarissima hac complutensi achademia: duce viro utiq; religiosissimo pariter & sapientissimo domino eius fundatore: nobis est diuinitus concessum: quando iam non modo latinorum vocabulorum quantumcūq; abditissimorum annotationes: sed etiam hebraicorum & græcorum omnium interpretationes latine in propatulo sunt omnibus vel mediocriter in litteris eruditis: imo & multiplices singularum scientiarum introductiones nouit̄is earum tirunculis passim & indies traduntur: quæ acquirendis scientiis cognoscuntur vtilissime. Nam eis tenera puerorum ingenia quasi lacteo quodam prælibamento ad solidiorem ea-

Breues sū
me in scien
tiis sunt e
dende.

Audātor
roduciōes
plurib⁹ ei⁹
matibus.

PROHEMIVM

rum cibum disponuntur: eorumq; mens quasi facili quodam præmissio vlatico ad nū-
tidiores auctoru; disciplinas præparatur. Nam introductorie artes simillime semitis
esse peribentur: quæ sine viarum erroribus ocissime perducunt ad terminum: & quæ
si nauiculæ paratissime altum tentantibus equor: quibus sine scopulis cecæ ignoran-
tiæ securus attingitur scientiarum portus. Nempe in eis plurimum artis & doctrinæ
cum multa facilitate breuitateq; continetur. quando quidem diffinitiones diuifio-
nes & regulæ: quibus potissimum introductiones texuntur: se statim intellectui ma-
nifestas offerunt. Et animus hominis ab ignorantie morbo: eq; atq; corpus a febre
primum facillimis sirupis digerētibus: deinde rigorosiore pharmaco purgari habet: Et
anima rationalis adeo creata velut tabula mundissima primum rudi effigie linearum
est figuranda: postea vero coloribus appositis est in dei imaginem pingenda ac poliē-
da. Sic in tradendis disciplinis: audientium animos prius rudi minerua nouimus esse
præparandos. demum vero exactiore doctrina diligenter excolendos. Ego itaq; om-
nium hic recte philosophantium infimus cogitauī vt vel modulo meo tam præclare
vniuersitati quoquo modo deseruirem: si in doctrinas mathematicas (quas omnes ra-
tiones numerorum vocauit beatus Augustinus & theologis necessarias prædicauit)
breues introductiones: tum ab aliis tum & a me editas in vnum corpus colligerem
emendatissimas. quinq; videlicet numero: paraphrases duas de quantitate discreta in
opera diui seuerini Boetii: quarum altera in arithmetica: alteram in musicam eius
introducūt. Breuia quoq; duo compendia de quantitate continua quasi prægustamen-
ta duarum aliarum scientiarum. Alterum geometriæ Euclidis. & alterum perspecti-
ue Alacen. quinta quoq; erit introductio astrologica: quam in sphericum opusculum
olim condideram correspondentem almagesto Claudii ptholomei clarissimi: et Al-
manach perpetuum Zacuti Salmaticensis cū nro iudiciario quadripartito ac cetero legio
Accipite ergo læto animo hanc tantæ utilitatis editionem: quæ ad vtriusq; philoso-
phiæ plenam intelligentiam erit munimentum q̄ iucundissimum.

Valete feliciter.

a.iii



Scala.

Thomiste

Scotiste

Formales

Proclara intelligentia omni

um eorum quæ in arithmetica dicturi sumus: hæc in primis elucidanda est quæstio. Quæ nā res sint numeri de quibus hæc nostra arithmetica disputat: hoc est vtrū sint res in anima numeratæ: aut res extra hominē existentes quæ quidam vocant numeros formales: alii numerata materia: alia. Ad hoc dubiū sine argumentis (quoniam alias latius videri habet) dicimus tres esse opiniones de numeris arithmeticiis. Prima est opinio realium distinguentiū inter vnum quod est transcendens: & vnum quod est principium numeri: per hoc quod vnum transcendens nihil aliud significat quam rei essentiam per quam vnaquæque res seipsa est vna ut aiunt metaphisice loquendo. vnde & opposita multitudo aut numerositas non differt ab essentiis rerum a seipsis diuisarū. Red vnum quod est principium numeri & limitatum: pertinet ad prædicamentū quantitatis licet reductiue: significat aliquod accidens superadditū essentiæ rei quæ est vna: & formaliter denominatur talis ab illo accidente. quia ut aiunt quantitas est vnum de prædicamentis accidentium. ergo ipsius generalissimū & quilibet species eius directa vel reductiua debet significare aliquid quod accidens superadditum essentiæ rei quam significat: & per consequens opposita multitudo aut numerus est accidens a quo formaliter res numerare denominatur. Scilicet inter istos sic opinantes est aliquantula diuersitas. Nam eorū aliqui dicunt quod numerus prædicamentalis est aggregatio vel collectio talium accidentiū quæ sunt unitates: eo modo quo dicimus de acervo lapidum vel de exercitu qui non est aliqua vna res sed aggregatio plurium. Alii vero dicunt quod quilibet numerus est vna simplex forma resultans ex aggregatione talium unitatū. quia videtur eis quod omnis species cuiuslibet prædicamenti debet esse vna simplex essentia: Ergo secundū istam opinionem totā cum numeramus diuinas personas vel attributa essentialia aut personalia: utimur numeris transcendentalibus non prædicamentalibus: quia in deo nullum est accidens. sed cum numeramus creaturas vtriusque numeris uti possumus. licet in angelis hoc non concedant aliqui eorum putantes quod istæ unitates numerales sint accidentia corporalia causata ex diuisione continui. Et cum arithmetica sit scientia particularis: non vniuersalis ut metaphisica quæ est de transcendentibus: consequenter dicunt quod ipsa non speculatur de omnibus numeris: sed de solis prædicamentalibus qui sunt accidentia. vnde propterea dicta est scientia de quantitate discreta. & sic non se intromittit de numeris angelorum neque de numeris rerum diuinarum. Alia est opinio nominalium prædicte totaliter opposita quæ negat illam distinctionem de unitate aut multitudine transcendente & de limitata. Imo dicit quod omnis unitas est rei essentia & quod omnis multitudo est plures essentiæ rerum: & quod unitas & vnum sunt vocabula sinonima. similiter multitudo & multa: quia ut aiunt numerus nihil aliud est quam res numerata. & vice versa quod quilibet res numerata sunt numerus. Verū tamen concedit ista opinio quod aliquis numerus est substantia vel substantiæ. & aliquis alius est accidens vel accidentiæ. Nā rerū quæ numerantur hæc substantiæ sunt: illa vero accidentia. Similiter dicunt quod aliquæ unitates sunt substantiæ: & aliæ sunt accidentia. Concedit ergo ista opinio quod eisdem numerorū speciebus utimur cum numeramus res diuinas & res angelicas & reliquas omnes creatu

ras. vnde & arithmetica de omnibus numeris vniuersaliter scientiam esse determinat.
 Tertia est opinio mediocris quorundam recentiorum qui licet in vocabulis concedant di-
 stinctionem inter vnum transcendens & limitatum: quia hoc vniuocum est: illud vero equi-
 uocum: tamen in rebus significatis per illa vocabula tenent omnino cum secunda opinione: non
 distinguentes numeros ab essentiis rerum numeratarum. sed haec tertia cum neutra prae-
 dictarum opinio non concedit arithmetica esse scientiam de rebus numeratis siue illae substantiae
 sint siue accidentia. Nam ut aiunt numeri de quibus pertractat arithmetica: sunt in
 anima hominis numerantis res quaedam diuinae & spirituales abstractae a tempore & mo-
 tu atque omni physica qualitate & transmutatione corporali. Verumtamen ista opinio bi-
 partita est: & quibusdam eorum dicentibus quod numeri illi mentales sunt quaedam notitiae vel
 conceptus rerum collectiui quibus intellectus plures res simul concipit vna notitia: & quod ta-
 les conceptus sunt verae species praedicamenti quantitatis eo modo quo philosophi com-
 munitate dicunt de notitia qua quis concipit exercitum aut populum vel acervum lapidum:
 alii tamen sapientiores reputati apud commune vulgus dixerunt quod numeri mentales non sunt
 notitiae aut conceptus praedicti: sed quaedam aliae res diuinae in anima existentes. quod
 sic explicant. dicentes quod veri numeri quibus anima res exteriores numerat: sunt men-
 surae quaedam discretivae rerum exterius numeratarum: mensurae dico eterogenae a quibus
 res appellantur extrinseca denominatione numeratae. Vnde sicut vna est mensu-
 ra panni continui qua homo mensurat pannum applicando eam panno: in qua mensura-
 tione homo ipse dicitur mensurans principaliter: vna vero instrumentaliter: quia homo
 non est mensura sed vna: ita etiam numerus quilibet formalis in anima est mensura nu-
 merans extrinsece res quibus applicatur: anima vero ipsa est numerans principale:
 quia applicat illas mensuras rebus numeratis vtens numero tanquam instrumento. vnde
 res exteriores denominantur numeratae a numero animae ipsis applicato. vt duae res
 a binario animae: & tres a ternario. & sic de aliis: sicut pannus denominatur mensura-
 tus ab vna sibi applicata exterius ab homine mensurante. Et sicut eadem vna potest pluri-
 bus panibus applicari quorum quilibet erit ab ea mensuratus: ita idem numerus animae potest
 diuersis rebus numerandis applicari: vt denarius decem hominibus & decem equis. Et si-
 cut si non fuerit vna applicata panno non dicitur ipse mensuratus quauis equa contineat
 atque cum mensuratur quantitate: ita si numerus animae non fuerit applicatus rebus nu-
 meratis non dicentur duae neque tres: neque alio quoquam numero numerate: quauis ean-
 dem atque cum numerantur habeant multitudinem. Haec itaque nomina abstracta binarius: ter-
 narius: quaternarius: ipsum animae numerum significant: sed eorum concreta denominati-
 ua: duo: tria: quattuor: pro rebus numeratis accipiuntur. animae tamen numerum cognotan-
 do. Addunt isti quod mirabilius est numeros ipsos virtutes quasdam naturales habere: &
 proprietates inseparabiles quibus agant in res exteriores perfectius quam qualitates acti-
 uae elementorum. Et qui tales numerorum proprietates agnoscunt: possunt applicatione
 illorum numerorum ad res naturales facere mirabiles effectus. quod dicunt ad magiam na-
 turalem pertinere. Confirmant hanc suam opinionem auctoritate eius qui psalmos Da-
 uidicos non eo ordine quo editi fuerant in vnum volumen recollegit: sed variato ordi-
 ne iuxta numerorum & psalmorum concordantes proprietates. Itaque ille psalmus: Beatus
 vir qui non abiit &c. licet non fuerit primo editus a dauide: tamen est primo positus
 in psalterio: quia habet proprietatem persimilem vnitati. Et tertius psalmus concordat
 ternario numero: & quinquagesimus quinquagenario: & centesimus centenario. Sed
 de his imaginationibus alias operosius. Nunc autem tota haec tertia opinio dicit arith-
 metica nostra esse de numeris illis mentalibus siue notitiis siue mensuris rerum exis-
 tentibus: quia ut aiunt contra secundam opinionem arithmetica ponens vnitatem impar-
 tibilem non posset esse vera in vnitatem quae est lapis vel albedo. Simile argumentum

Theotrici.

Jacobus
faber

Johannes
picus.

Virtutes
numerorum.

Secunda
oim.

formaretur de numeri imparis indimiditabilitate. Et forte hæc argumēta etiā procedere putant contra primam opinionem; ponentem unitates naturales esse accidentia corporalia ad diuisionem subiecti diuisibilia. Nos vero alias hanc disputationem exanimam relinquentes: nunc dicimus siue alicuius doctoris præiudicio (quia eos omnes pro certo & veneramur & admiramur) arithmetica nostram eque bene esse intelligibilem cuilibet prædictarum opinionum. Nam secundum vnamquamque earum vere saluari possunt arithmetice diffinitiones diuisiones principia & conclusiones. Siue enim vnitas sit res spiritalis siue corporalis: siue substantia siue accidens: ratione indiuisibili siue indiuisibilitate cognotante explicatur & significatur ab arithmetico: ita vt negatio importata in ratione unitatis non refferatur ad rem significatam: sed ad modum significandi vocabuli significantis. eodem modo diceretur de quolibet alio arithmetico principio aut principiato. Hic noster modus sicut est valde facilis & liberalissimus: sic oibus prædictis opinionibus erit communis & cōuenientissimus.

Petri Cirueli Darocensis. Para

phrasis in arithmetica speculatiua diui Seuerini Boetii: clari
& certius edita quam olim a thoma Branardino: Cui tale
premittitur exordium.



Septem arti
um libera
rium com
mendatio.

Et omnibus scientiis antiqui sapientes sep-
tem specialiter discreuerunt in studiis suis ad opus erudiendorum:
Hugo de sancto victore auctor est in suo didascalion: qui est de origi-
ne artium & scientiarum: in quibus tantam vtilitatem esse pre cæte-
ris omnibus perspexerunt: vt quisquis harum disciplinam firmiter per-
cepisset: ad aliarum notitiam postea inquirendo magis & exercendo
quam audiendo perueniret. Sunt enim quasi optima quedam instrumenta quibus via
paratur animo ad plenam philosophiæ intelligentiam. Hinc triuium & quadriuium
nomina acceperunt: eoq; his quasi quibusdam viis animus viuax ad secreta sapientiæ
introeat. Nemo etiam tunc temporis magistri nomine dignus videbatur: qui non has
septem scientias profiteri posset. Pictagoras quoq; hæc in scholis suis consuetudinem
seruasse legitur: vt vsq; ad septennium (secundum numerum scilicet septem artium
liberalium) nullus discipulorum suorum de his quæ ab ipso dicebantur rationem ex-
peteret: sed fidem daret verbis magistri: quousq; omnia audiisset. Has itaq; septem
disciplinas illa ætate tanto studio quidam didicisse leguntur: vt plenæ omnes eas in
memoria tenerent: adeo vt ad quasq; quæstiones sibi propositas: ex harum regu-
lis rationes inuenientes vt diffinirent omne id de quo ambigeretur: non reuoluendo
folia librorum: sed corde tenus statim haberent responsiones paratas. Quare & nos an-
tiquorum exempla insequentes: scholasticis nostri temporis (in quo iterum omnes
bonæ doctrinæ resipiscunt atq; reflorent) de hisce liberalibus disciplinis compendio-
sam editionem secundum mensuram gratiæ nobis diuinitus concessæ tradere volui-
mus. ab arithmetica exordium facientes quæ in duos libros diuidemus.

Liber primus introductionis arithmetice de numeris & proprietatibus numera-
libus: habet duos tractatus. Primus agit de numero & speciebus eius ac proprietatibus
numerorum. habet capita sex.

Caput primū de mathematicis doctrinis cōmuniter.

Appositis igitur sermotionalibus dis

ciplinis: quas tradiderunt copiosissime viri excellentes ingenio in hac nostra eruditissima et patria et ætate: nouellis philosophiæ tiriculis mathematicas doctrinas tradere volentes modo dumtaxat introductorio atque intranscursu velut exploratores (vt & ipsi ad maiores nitidioresque sapientium facultates quasi peregrini & transeuntes necessario & facili quodam sumpto viatico properent) sola ea quæ ad præcognitiones demonstrationum



pertinent: declarabimus. hoc est vocabulorum diffinitiones. diuisiones ab auctoribus acceptas atque approbatas: & singulorum generum ac specierum proprietates exemplariter solum declaratas dimissis alias demonstrationibus tradere intendimus: maxime in arithmetica & astrologia. Nam in aliis tribus mathematicis nonnullas conclusiones aliquantisper demonstrabimus. Mathematicæ itaque disciplinæ quo pacto quæ ne ratione distinguantur a physica & methaphysica sibi conuiuis in sexto methaphysicorum aristotelis: quo etiam modo mathematicæ aliæ ab aliis discernantur: in primis doceamus: vt earum diffinitiones proprias & speciales hinc elicere valeamus. Distinxit aristoteles tria scientiarum speculatiuarum genera: mathematicum: physicum: & methaphysicum: per hoc vel maxime quod mathematicæ scientiæ solas eas rerum naturalium proprietates quæ ad diuisibilitatem partium attinent speculantur. Physica vero earumdem rerum naturalium motus alterationes & quascunque transmutationes theoricæ inquirat. Methaphysica autem transcendentibus quibusdam rationibus non modo rerum corporalium verum etiam & supernaturalium entium quidditates naturas gradusque perfectionis absolutissime peruestigat. Hinc ergo sapientes antiqui mathematicas scientias recte diffinierunt: esse doctrinas de quantitate: quæ partim diuisibilitatem conuincunt: vt aristoteles expresse docet in categoriis. quod eorum dictum non sic est accipiendum meo iudicio: vt quantitas sit alicuius scientiæ subiectum attributionis (ne omnes mathematicas vnâ scientiâ faciamus sub vnaue comprehendemus) sed quia cuiuslibet scientiæ mathematicæ subiectum attributionis sub quantitate continetur vt species vel sicut pars in modo in diuisione accidentali. Sed iuxta duo genera subalterna quantitatis discretum & continuum: mathematicæ scientiæ bifariam distiguntur. Nam de quantitate discreta seu multitudine aut numero disputat arithmetica cum sibi adiuncta musica: de quantitate vero continua vel magnitudine agit geometria cum sibi annexis perspectiua & astrologia. Principalium autem mathematicarum & annexarum hæc sumi potest differentia: quod ille rationibus abstractis a consignificatione motus materiæ determinatæ & qualitatum sensibiliū de rebus totius mundi subtilissime disputat. hæc vero rationibus concretis motum materiæ & qualitates sensibiles denotantibus de eisdem rebus naturalibus tractat. Hanc differentiam egregie notauit aristoteles in secundo suorum physicorum libro dicens: quod mathematicæ de physica linea intendit sed non inquantum est physica: quia scilicet non sub ratione physica quæ est concreta: sed sub ratione mathematica abstracta a talibus cognotionibus. & in sexto methaphysicorum ad idem propositum dicit quod differat sicut curuū & simū: quæ duo nomina rem eandem sed diuersis rationibus significat. Ex hac autem differentia sequitur alia inter easdem scientias: quod principales sunt puræ mathematicæ: accessorie vero sunt partim physice et partim mathematicæ: quia rationes & vocabula principalium mathematicarum sunt penitus abstracta non tamen absoluta (cum sint de prædicta metis quantitatis & qualitatis) rationes vero & nomina minus principalium mathematicarum sunt concreta & super rationes principalium mathematicarum addunt physicas cognotiones: eo modo quo logici dicunt partem in modo cognoscere supra suum totum. qualia sunt: homo & homo albus: similiter curuū & simū. Ex dictis ergo possunt duo elici notari

Mathematicæ scientiæ ab aliis distinguuntur.

Mathematicæ scientiæ diffinitio

Mathematicæ in species distribuuntur.

Mathema
ticae scientie
specialiter di
stinguuntur
Arithmeti
ca
Geometria

Musica

Perspecti
ua,

Astrologia.

dignissima. Primum est quod in mathematicis scientiis ideo una earum dicitur alii subalter
nata: quia subiectum attributionis eius continetur sub alterius subiecto sicut pars in mo
do: & consimiliter cetera vocabula illius sub aliis scientiis superioris vocabulis: non au
tem ex eo quod scientia superior possit demonstrative probare principia scientiis inferioris: neque
ediuerso scientia inferior possit aliquid demonstrare ex principiis superioris scientiis. nam cuiuslibet scientiis principia sunt immediata & indemonstrabilia. de
monstrato etiam fit ex propriis non ex extraneis principiis. Secundum est quod omnes ter
mini principalium mathematicarum habent simplicem & unicum modum cognoscen
di secundum rationes unius tantum predicamentum aristotelici: termini vero mathema
ticarum subalternatarum omnes sunt mixte cognoscationis ex rationibus duorum aut
plurium predicamentorum. unde nullus eorum potest ad aliquod aristotelicum pre
dicamentum pertinere: qui non posuit predicamenta mixte cognoscationis. Sed de his
alias operosius. Nunc autem satis sit ex predictis singularum mathematicarum scien
tiarum definitiones colligere quae sequuntur. Arithmetica est scientia numerorum &
suarum proprietatum consideratiua per rationes abstractas. unde & de multitudine
per se considerata scientia vocata est a Boetio. Dicitur autem arithmetica a rithmis. i.
a numeris de quibus considerat. Geometria est scientia magnitudinum proportio
num & figurarum aliarumque proprietatum suarum contemplatiua. hanc de magni
tudine immobili scientiam esse dixit idem Boetius: quia per rationes abstractas a mo
tu rerum magnitudines inquirunt. Dicitur autem geometria a metris. i. mensuris rerum
de quibus considerat. Musica est scientia de vocibus & sonis eorumque armonia & con
centu ac ceteris proprietatibus speculatiua: quae de multitudine ad aliud relata inscri
psit Boetius: quia rationes numerales concretas habet ad sonos & voces. Dicitur autem
musica: non ut aiunt quidam a mos quod est aqua quia. i. sine humore illo qui est salis
ua cantus & armonia perfici non potest: sed potius a musis quae canebant: quasi musa
rum scientia. Perspectiua est scientia lucis & coloris per radios visuales (quae dicuntur
species visum immutantes seu ad oculum venientes) secundum rationes geometricas inquir
situa. Haec a perspicendo dicta: ab aliis speculatiua nominatur ab speculis de quibus
pertractat. Astrologia est scientia de coelis & stellis eorumque moribus & effectibus theo
riam faciens. quae & ab astris dicta: ab aliis astronomia appellatur: quia est de norma
& lege motus astrorum. Hanc de magnitudine mobili scientiam dixit Boetius: quia ra
tiones geometricas pariter & arithmeticas motibus coelorum applicat: sicut & perspecti
ua qualitatibus sensibilibus oculorum. ideo illa scientia de magnitudine sensibili dici po
terat a Boetio.

Caput secundum de arithmetica specialiter & de numero generaliter.



Arithmeti
cae scientie
primatus

Quoniam autem quatuor ultimis: alias diferen
dis: ad primam mathematicarum scientiarum arithmetica nostra haec pre
sens se conuertat oratio. quae ideo prima inter mathematicas scientias
ordinatur quia aliarum omnium est simplicissima & absolutissima vel ab
stractissima. Nam si aristoteli recte docenti in analecticorum posteriorum libro suo pri
mo credi oporteat: certior aliis scientia & prior est illa quae est ex paucioribus. i. sim
plicioribus terminis utens: aliae vero se habent ad illam ex appositione. i. additione
cognoscationis. Arithmetica autem talis est erga alias mathematicas omnes. nam musica utitur
terminis quae extrinsecus & physicae cognoscatione addunt super terios arithmeticos. ut tonus
super sexquialteram proportionem: & diapason super duplam: & sic de aliis multis. similiter geo

metria terminos habet super arithmetica cognotantes (non tamen phisice cum sit pura mathematica) vt punctus cognotat super vnitatem: triangulus super ternarium: & sic de aliis sine numero. Si ergo his rationibus arithmetica prior comprobatur geometria: multo verius præcedet perspectiuam & astrologiam quarum terminus super geometriam cognotationes superaddunt. Primum omnium vocabulorum in arithmetica & subiectum attributionis eius est numerus seu multitudo cuius diffinitio hæc est. Numerus est plurium unitatum collectio aut aggregatio. vel clarius est plures unitates collectæ & aggregatæ. vt binarius: ternarius: quaternarius &c. Vnitas vero (quæ priuatim cognotat supra numerum sicut punctus super magnitudinem) est rei per se discretio. i. res alteri non collecta vel aggregata: aut saltem tali ratione considerata. Numeri duæ sunt proprietates quas Iordanus in primo suæ arithmetice libro statim demonstrandas proponit. Prima est. omnis numerus circum se proxime positorum atque simul iunctorum est medietas numerorum. vt quinquarius medietas est denarii ex aggregatione quaternarii & senarii resultantis. cuius proprietatis probatio clara est. quia omnis numerus inter alios duos proximos mediat quorum alterum sola unitate superat: ab altero vero sola unitate vincitur: ergo si excessum maioris addas minori resultabunt tres numeri æquales: quorum duo extremi simul iuncti dupli sunt ad medium. vt patet in exemplo proposito de quinario. nam si unitatem qua vincitur a senario auferas ab eo & quaternario eandem addideris: fient tres quinquarii quorum medietas vnus quinquarius erit. Et accipitur in prædicta proprietate numerus large sicut scæpius in arithmetica: adeo vt comprehendat unitatem. cui etiam quodammodo hæc proprietas conuenit. nam cum ante se nullum habeat numerum: ipsa est medietas numeri immediate sequentis scilicet binarii. Secunda proprietas numeri est. omnis numerus duorum quorumcunque extrinsecus iacentium sed ab eo æqualiter distantium ac simul iunctorum itidem est medietas. cuius probatio clarissima eadem est cum præcedente. nam numerus medius quantum minorem superat: tantum exceditur a maiore. ergo si excessum maioris minori addideris: fient tres numeri equales quorum duorum vnus erit medietas. Diuiditur autem numerus primo in duo genera subalterna de prædicamento quantitatis: quæ sunt par & impar. Est autem par numerus ille qui in duo equalia nulla relictæ unitate diuidi potest. Impar vero numerus est qui in duo equalia sic diuidi minime potest. Par numeri tres sunt proprietates quas Iordanus in suo septimo nititur demonstrare. prima est. cum numerus par in duo partitur: vtraque pars erit eiusdem similis denominationis: itaque si vna earum fuerit numerus par: aliam quoque parem esse necesse est: & si una fuerit impar: & altera. neque vnus in hac diuisione poterit commisceri imparitas paritati. vt denarius diuiditur primo in duos quinquarios. & in septem & tria. & in nouem & vnum: quæ partes omnes sunt impares. Diuiditur secundo in sex & quatuor. in duo & octo quæ partes omnes sunt pares. Secunda proprietas. si numerus par alterum par multiplicet semper nascitur inde par. vt ducto binario in quaternarium producitur octonarius. similiter ducto quaternario in senarium pueniet vigesimus quartus: & sic de aliis. Tertia proprietas. si numerus par multiplicet impar semper puenit numerus par. vt multiplicato binario per ternarium nascitur inde senarius & ducto quinario in senarium fit numerus trigonarius: & sic de aliis.

Arithmetice subiecti principale

qd numerus
qd vnitas

Numeri proprietates. 2
1. pprietas

2. pprietas

Due species numerorum.
Par numerus.
Impar numerus
Par numeri proprietates tres.
Prima.

2. pprietas

3. pprietas

Caput. 3. de numero pariter pari & suis accidentibus.



Quiditur autem numerus par in tres species

Thomas: hæ sunt pariter par: pariter impar & impariter par. Pariter par numerus est qui diuiditur in duo equalia: & iterum eius medietas

Pariter par numerus quid sit.

in duo equalia partitur: sic q̄ eius partes omnes vsq; ad vnitatem per duo equa diuisionem recipiant. vnde patet ratio quare dicatur numerus pariter par. vt octonarius diuiditur per duos quaternarios: & illi iterum per binarios: & tandem binarii per unitates: & sic de omnibus aliis in quibus diuisio non cessat quousq; ad im partibiles veniatur unitates. Generenatur autem siue inueniuntur omnes numeri pariter pares si ab vnitatem incipiendo per duplicationem continuam in infinitum procedatur. vt vnus: duo: quattuor: octo. 16. 32. &c. Pariter paris numeri quattuor sunt proprietates ex septimo libro iordani demonstrandæ. Prima est. q̄ omnes eius partes aliquotæ et similiter denominationes earum respectu totius sunt pariter partes. i. noie & quantitate aliquota denominantur a pariter paribus. vt octonarii partes aliquotæ sunt. 1. 2. 4. quarum quælibet præter vnitatem est numerus pariter par. similiter & denominationes earum. nam quaternarius est medietas octonarii cuius denominatio sumitur a binario qui est pariter par. medietas enim nihil aliud est q̄ secunda aut bina pars totius. item binarius est quarta pars octonarii cuius denominatio fit a quaternario pariter pari & sic de aliis omnibus sine exceptione. Dicitur autem in numeris pars aliquota ille numerus qui aliquotiens sumptus & replicatus efficit suum totum præcise. huiusmodi partes sunt medietas tertia quarta quinta & aliæ sine fine. Secunda proprietas pariter paris numeri est. q̄ omnis numerus pariter par est numerus diminutus. Pro cuius declaratione supponitur vna diuisio accidentalis numeri paris quæ est non in species: sed fit per partes in modo quæ extrinsece cognoscant super diuisum. Numerorum enim parium alius est perfectus: alius superfluous: alius diminutus. quorū definitiones ex constitutione totius per partes aliquotas accipiendæ sunt. Dicitur enim perfectus par numerus perfectus ille par quem adequant præcise eumq; constituunt suæ partes aliquotæ simul iunctæ vel ad seipsas additæ: talis est senarius cuius partes aliquotæ vnus duo tria præcise sex constituunt. Superfluous numerus est par cuius omnes partes aliquotæ ipsum excedunt: maioremq; summam suo toto efficiunt. talis est duodenarius cuius partes aliquotæ. 1. 2. 3. 4. 6. constituunt. 16. Numerus diminutus est par cuius omnes partes aliquotæ non adequant summam totius: sed ab ea deficiunt: minoremq; numerum constituunt. talis est octonarius numerus cuius omnes partes aliquotæ. 1. 2. 4. simul additæ septenarium præcise constituunt. Est ergo secunda proprietas numeri pariter paris q̄ omnes tales numeri sunt pares diminuti. verumtamen partes eius aliquotæ sola vnitatem a suo toto deficiunt. & hoc verum est in omni numero pariter pari vt patet inductiue. Tertia proprietas. omnis numerus pariter par ex correspondentibus sibi mutuo in eo ptib; aliquotis procreatur. cuius explicatio hæc est. q̄ p creatis numeris pariter paribus quotquot voluerimus per duplicationem continuam ab vnitatem eaq; connumerata: tãz numeri mediales q̄ alii æqualiter a medialibus vtriq; distantes sese mutuo denominant respectu totius: qui est maximus talium numerorum. vt si accipias per ordinem sex numeros pariter pares. vt hic. 1. 2. 4. 8. 16. 32. inuenies ibi duos mediales. scilicet. 4. & 8. æqualiter distantes ab extremis connumerata in eis vt diximus vnitatem. nam ante illos medios præcedunt duo numeri: totidemq; sequuntur post eos. ergo isti duo mediales se mutuo denominant quotæ partes sint triginta duorum. nam quaternarius est octaua pars: octonarius vero quarta huius numeri. similiter. 2. & 16. se mutuo denominant respectu eiusdē summæ. 32. cuius binarius est decima sexta pars & decimus sextus est medietas. tandem. 1. & 32. quæ sūt extrema prædictæ ordinationis sese mutuo denotent: nā vnitatem est trigesima sexta pars illius numeri & 32. est semel. 32. Si autem tales numeri pariter pares fuissent tm̄ quinq; quorū. 16. fuisset vltimus: non inuenires in eis nisi vnum medialem. scilicet. 4. qui seipsum deno-

Pariterpa
ris pprieta
tes. 4.
1. pprietas

2. pprietas

Pariter p
tio triplex.

perfectus par

Superfluus
par.

Diminutus
par.

3. pprietas

minaret respectu vltimi. est enim eius quarta pars. & duo collaterales eius. 2. & 8. sese denominarent. nam binarius est octaua pars: & octonarius medietas decimi sexti: de nique vnitas est decima sexta pars eiusdem numeri: qui ab vnitate denominatur semel decem & sex. eadem ratio esset in omni alia dispositione pariter parium. quia si disponantur sub numero pari: semper sunt duo mediales. si autem sub numero impari: erit in eis tantum vnus medialis. Quarta proprietas numeri pariter paris est. qd omnium numerorum pariter parium continua serie dispositorum siue eorum sit vnus tm medialis siue duo mediales: semper qd producitur ex multiplicatione vnus extre mi per alterum: idem resultat ex ductu mediorum & collateralium numerorum equaliter distantium a mediis. vt patet in exemplis tertiae proprietatis praecedentis. na quicumq; numeri seipsos denominabant respectu vltimi: iidem si adinuicem multiplicentur eandem summam producent. nam in primo exemplo siue dicantur quatuor in octo: siue duo in. 16. siue vnus in. 32. eadem summa triginta duorum resultabit. & in secundo exemplo multiplicato quaternario per seipsum siue. 2. per. 8. siue. 1. per. 16. semper idem prouenit scilicet decimus sextus.

4. pprie.

Caput quartum de numero pariter impari et proprietatibus eius.



Pariter impar numerus est qui in duo equalia

diuidi potest: sed quaelibet eius medietas diuisionem per equalia non admittit. huiusmodi sunt tales numeri. 2. 6. 10. 14. & alii plures. vnde patet ratio quare dicantur pariter impares. quia licet ipsi sint numeri pares: prima tamen diuisione veniunt ad impares. patet etiam generatio continua talium numerorum per duplicationem singulorum imparium etiam connumerata vnitate loco i paris numeri. Huius etiam speciei quattuor sunt proprietates licet valde diuersae & oppositae proprietatibus praecedentis. Prima proprietas est qd cuiuslibet partis eius alia quotae quantitas & denominatio differunt quantum ad paritatem & imparitatem. ita qd si pars illa sit numerus par habet denominationem impari respectu sui totius. & si p se est numerus impar: denominatio eius est par. vt in hoc numero. 18. nouem est impar numerus sed eius medietas. & sex est numerus par sed eius tertia. & sic de aliis similiter. Secunda proprietas. quilibet duo proximi pariter impares distant a seipsis quater nis vnitatibus: totidemq; numeris interscalariter dimissis. vt patet in exemplo superioris diffinitionis: Huius autem proprietatis ratio est clarissima: quia numeri pariter impares ex naturali serie imparium geniti sunt. quilibet autem impar distat a suo proximo impari per duas vnitates: quibus duplatis vt fiant pariter impares: duplantur etiam eorum distantiae: ergo distat per quatuor vnitates. vnde fit vt sequens pariter impar quinto loco situetur a proximo praecedente pariter impari. vt patet in exemplis supra dictis. Tertia proprietas est. dispositis naturali ordine pariter imparibus quot quot voluerimus incipiendo a binario: si in tali serie vnus tantum fuerit medialis: ille duorum pariter imparium alitrinsecus ab eo aequaliter distantium erit medietas coniunctorum. vt acceptis his quinque numeris. 2. 6. 10. 14. 18. medialis vnus est denarius: cuius collaterales praedicti. 6. & 14. vel 2. & 18. vigenarium constituunt: cuius medietas est denarius. Quarta proprietas. si in naturali serie pariter imparium fuerint duo mediales: illi simul iuncti adequantur duobus collateralibus ex utraque parte ab eis aequaliter distantibus siue mediate siue immediate hinc & inde iacentibus, vt si accipiamus sex tales numeros. vt hic. 2. 6. 10. 14. 18. 22. duo

Pariter
impar
quid sit.Quattuor
eius pprie
tates.
1. pprietas

2. pprietas

3. pprietas

4. pprie.

PRIMI LIBRI ARITHMETICAE

mediales erunt 10. & 14. qui simul iuncti complent. 24. eandemq; summā perficient collaterales. 6. & 18. etiam 2. & 22. Harū proprietatū demonstrationes ex primo & septimo libro arithmetices iordani requirendæ sunt certissimæ.

Caput quintum de numero impariter pari et eius proprietatibus.

Impariter
par nūc
quid sit.



Impariter par numerus est par cuius due medietates per equalia partitionem admittunt: sed non procedunt vsq; ad unitatem: imo citra eam deficit partitio per æqualia in tali numero. vt. 12. 20. 24. &c. unde patet ratio quare talis numerus dicitur impariter par. quia scilicet nō vniformiter s; difformit & impariter diuiditur per medietates modo pares modo ipares. Generatur autem numerus huius speciei ex multiplicatione permixta numerorum pariter parium cum numeris imparibus. Si enim fiant duæ series numerorum altera superior ex imparibus a ternario initium sumentibus & nullo impari dimisso: altera inferior ex pariter paribus numeris a quaternario incipientibus continuèq; procedentibus: quilibet superior numerus in quemlibet inferiorem ductus: numerum impariter parem producit. vt clare demonstrat hæc forma.

Quatuor
eius pprie
tates.

1. pprietas

2. pprietas

3. pprietas

4. pprie.

Huius speciei numerorum itidē quatuor sūt proprietates ex septimo arithmetice iordani demonstrandæ. Prima est. omnis numerus impariter par aliquas eius partes aliquotas habet denominatione & quantitate sua consimiles: aliquas vero differētes & dissimiles. vt ille numerus. 24. habet has partes. 1. 2. 3. 4. 6. 8. 12. quarum istæ. 2. 4. 6. 12. & re & denominatiōne sunt pares. nam binarius est duodecima pars eius. duodecim medietas est. quatuor est sexta pars. & sex est quarta pars. sed istæ. 1. 3. 8. discordant a suis denominationibus. quia unitas est vigesima quarta pars. ternarius est octaua. octonarius vero tertia eiusdem numeri. Ex hac proprietate & sequentibus apertissime constabit qd hæc species numeri paris (licet ordine posita sit vltima) est tamen media per participationē inter duas præcedentes species sibi inuicem aduersas & dissentientes: vt earū proprietates ostenderunt. Secunda proprietas est. omnis numerus impariter par est mediocriter diuisibilis in partes scilicet minus q̄ pariter par & plus q̄ pariter impar. Huius ratio ex diffinitione superiore est q̄ manifestissima. quia impariter par numerus nō vnica sed multiplici partitione diuiditur: nec tamen adeo vt diuidi possit vsq; ad unitatem. Tertia proprietas. qd in supradicta numerorum impariter parium formula q̄libet series secundum longitudinem figuræ accepta procedit duplando & habet quartam proprietatem numeri pariter paris siue accipias in ea duos mediales numeros siue vnicum. semper enim multiplicatio mediū vel mediōrum adequatur multiplicationi collateralium & extremorum: quia eadem summa producitur vtrobiq; vt patet ex arte multiplicandi in algorismo. Quarta proprietas. quælibet series formulæ supra posite secundum latitudinem eius procedit per æquales distantias & obseruat quartam proprietatem impariter paris. nam per artem additionis algoristicæ vnus medialis in ea est medietas duorum collateralium additorū. & duo mediales adequantur duobus collateralibus æque distantibus ab eis si simul addantur.

	3	5	7	9	11	13
	4	8	16	32	64	128
Latitudo.	12	24	48	96	192	384
	20	40	80	160	320	640
	28	56	112	224	448	896
	36	72	144	288	576	1152
	44	88	176	352	704	1408
	52	104	208	416	832	1664

Longitudo.

Caput sextum de numero impari et specie

bus & proprietatibus suis.

**Impar numerus: reppetita diffinitio: est**

ille qui in duo æqualia minime potest diuidi. vt. 1. 3. 5. 7. 9. &c. Eius proprietates præcipue tres sunt: ex septimo libro iordani demonstrandæ. Prima. quilibet numerus impar in duo partitus vt vnâ partem habeat parem & alteram imparem: ac partitionis membra inæqualia esse necesse est. Nam si quinarium in duas tantum partes diuiseris hæc solæ erunt. 1. & 4. vel. 2. & 3. in quibus manifeste est imparitati paritas associata. & sic de aliis numeris imparibus quibuscunq;.

Secunda proprietas. si numerus impar imparem multiplicet: solum producit numerus impar. patet inductiue nam ter quinq; sunt quindecim. & quinquies septem. 35. & sic de aliis. Tertia proprietas. impar numerus si parem multiplicet semper nascitur inde par. Hæc proprietas conuertibiliter se habet cum tertia proprietate numeri paris superius posita: & ideo eadē est veritas & ratio vtriusq;. Numeri imparis tres sunt species immediate quæ sunt. primus. secundus. & ad alterū primus. Numerus impar primus est qui sola vnitatem pte aliā quota metiri potest. vt. 3. 5. 7. idemq; incōpositus nominatur. & ratio vtriusq; denominationis est eadem: quia numeri imparis nulla potest esse pars aliquota præter vnitatem nisi illa etiam sit numerus impar. Ille ergo numerus impar qui nullum alium imparē præter vnitatem habet partem aliquotam: primus dici debet: quia ante se nullum habet numerum mensurantem. dicitur etiam incōpositus: quia ex aliis numeris non componitur: sed ex solis vnitatibus. Impar secundus est qui aliam vel alias præter vnitatem habet partes aliquotas. vt. 9. 15. 21. merito ergo idem secundus & compositus nominatur: quia præcedunt ipsum alii numeri cōponentes eum. Harum duarum specierum imparitatis quatuor assignari possunt proprietates: quarū duæ priores ex tertio libro: duæ vero posteriores ex septimo libro iordani veniunt demonstrandæ. Prima proprietas est omnis numerus primus in se etiam est primus ad omnem alium numerum quem non mensurat. vt. 7. ad. 9. & ad. 15. & sic de aliis. Secunda proprietas. omnis numerus secundus & compositus ab aliquo primo & incōposito necessario mensuratur. vt. 9. a ternario. & 15. a quinario. & 21. a septenario & sic de aliis. Tertia proprietas. omnis numerus primus aliquis imparium est taliter dispositorum qui post nullum imparem totus venerit quotus aliquis imparium fuerit in naturali serie ab vnitatem. Quarta proprietas. omnis numerus secundus & cōpositus post aliquē imparium naturali ordine dispositorum totus esse cognoscitur quotus ille impar erat ab vnitatem. Hæc duæ proprietates simul declarari poterunt: data arte inueniendi per ordinem numeros prædictarū duarū specierum imparitatis. quæ talis est. Disponantur a ternario incipiendo omnes numeri impares in serie naturali. vt. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. 23. 25. 27. 29. tunc clarum est qd ternarius est impar primus & incōpositus ante quē nullus impar est præter vnitatem. Si ergo post ternariū tot numeros accipiamus in prædicta serie: quot ipse ternarius continet vnitates continue procedendo: inueniemus omnes numeros secundos a ternario mensuratos. vt post ternarium acceptis. 5. 7. 9. tertius istorum nouenarius est secundus & cōpositus a ternario parte aliquota eius. Item post nouenariū tribus acceptis. vt. 11. 13. 15. tertius istorū quindenarius est secundus & cōpositus a ternario parte aliquota eius. similiter post quindenariū iterum tribus acceptis vt. 17. 19. 21. tertius istorū est secundus & cōpositus a ternario. & sic continue p

Impar numerus qd sit.
Tres eius proprietates
1. proprietates

2. proprietates

3. proprietates

Imparis. 3 species.
Primus & incōpositus qd sit.

Secundus & cōpositus qd sit.

1. proprietates

2. proprietates

3. proprietates

4. proprietates

Modus generationis harū. 2. specierum.

Per quinarium. cedendo per illam seriem inueniemus infinitos secundos & cōpositos a ternario mēsuratos. Similis ratio est habenda post quinarium ad inueniendum numeros secūdos & cōpositos ab eo. s. acceptis post quinarium quinq; numeris cōtinue: quia tot ipse cōtinet vnitates. vt acceptis. 7. 9. 11. 13. 15. vltimus istorū est secundus & cōpositus a quinario parte aliquota eius. & iterum post illum si alios quinq; accipiamus. vt. 17. 19. 21. 23. 25. vltimus istorū est secundus & cōpositus a quinario. & sic consequenter procedēdo inueniemus omnes alios. Eadem ratio est de numero septenario continue acceptis septem numeris post ipsum: & de nouenario acceptis nouem: & sic de aliis omnib; imparibus per ordinem. Ex quo processu liquido constat qui numeri impares in di-
Inuentio talium numerorum sta serie sint de prima & qui de secunda specie imparium supradictis. omnes enim impares inuenti per saltū ternarii aut quinarii aut septenarii & sic de aliis: sunt secūdi & cōpositi. qui vero per nullum præcedentium numerorum saltus faciendo inueniri potuerunt: sunt primi & incompositi. vt patet in his duabus seriebus aut lineis.

Observanda regula. Primi & incompositi. 3. 5. 7. 11. 13. 17. 19. 23. 29. 31. 37. 41. 43. 47.
 Secundi & compositi. 9. 15. 21. 25. 27. 33. 35. 39. 45. 49. 51. 55. 63. 81.
 Et si ex hac secunda serie vellet quis plures alias diuidere: quarū prima contineret numeros mēsurandos per ternarium: secunda mēsurandos per quinarium: tertia eos quos mēsurat septenarius & sic de aliis: inueniet hanc legem in eis obseruatā iniolabiliter. q. denominationes cuiuslibet imparis respectu suæ seriei numerorū ab eo cōpositorum variantur cōtinue secundū naturalē seriem omnium numerorū impariū superius descriptam. itaq; respectu primi in sua serie quilibet impar est tertia pars. & secundus est quinta pars. tertiū est septima: & sic consequenter in omnibus lineis.

Compositi a ternario. 9. 15. 21. 27. 33. 39. 45. 51. 57. 63. 69. 75.

Compositi a quinario. 15. 25. 35. 45. 55. 65. 75. 85. 95. 105.

Compositi a septenario. 21. 35. 49. 63. 77. 91. 105. 119. 133. 147.

Ex his facile intelliguntur duæ proprietates harum specierū imparitatis vltimo posita: supi. nā oīs numerus secundus & cōpositus ab aliquo impari: totus est in sua serie quotus erat ille impar cōponens ipsum in ordine impariū vel alius sequens eum naturali ordine. vt nouenarius totus est inter secūdos & cōpositos a ternario quotus erat ternarius in naturali serie imparium: quia primus & quindenarius totus quotus quinaris quia secūdos. & vigesim; primus est eorū tertiū sicut septenarius inter impares. Eadē ratio est in omnibus aliis. Numerus autē primus & incompositus hac lege non astringitur. quia non dicitur per relationē ad aliquem alium numerum: ex quo a nullo componitur sed a sola vnitatē. hæc de primis duabus speciebus numerorū imparium. Numerus ad alterum primus est impar qui secundum se est secundus & cōpositus: sed ad alterum cōparatus sola cū illo cōuenit vnitatē parte aliquota qua vterq; cōmuniter mēsuratur. vt nouenarius ad vigesimū quintū. & ad. 129. &c. Generantur autē siue inueniuntur omnes numeri huius tertiæ speciei per continuā multiplicationē numerorū impariū primæ speciei: si eorū quilib; ducatur in se ipm. vt in hac serie est quā manifestissimū

3. 5. 7. 11. 13. 17. Nam ex tali multiplicationē quilibet numerus productus 9. 25. 49. 121. 169. 289. est secūdos & cōpositus per diffinitionē: cuius pars aliquota præter vnitatem est ille impar ex cuius multiplicatione producitur & nullus alius. igitur quilibet duo tales ad inuicē cōparati in nulla parte aliquota præter vnitatem cōcordant. Huius speciei duæ sunt proprietates. Prima est. omnes numeri ad seipsos primi singuli in se ducti numeros etiam primos ad seipsos produciunt. vt. 81. qui ex multiplicatione nouenarii per seipm producitur: licet sit secūdos & cōpositus seorsum acceptus: tñ cōparatus ad. 625. (qui ex vigesimo quinto in seducto nascitur) est primus & incompositus. quia in nulla cum eo parte aliquota cōuenit excepta vnitatē.

Numeri ad alterū primi due proprietates.

1. Proprietas

Secunda proprietas. omnis numerus minor qui ad maiorem est primus: si a maiore detr^{ahatur} quoties poterit: & eo q^{uo} reliquetur quoties p^{ossit} a minore distra^{cto}: atq^{ue} hoc p^{ossit} cōtinue detractis residuis a suis p^{recedentibus} p^{recedendo}: tandē sola reliq^{uitur} vnitas. q^{uia} si aliq^{ui} ali^{us} nū^{merus} ab vnitate remāserit: tales numeri nō sūt adinuicē primi. vt si. 9. de matur q^{uanti}tiens poterit a. 25. remanēt. 7. q^{uo} residuo vlteri^{us} detractō a nouenario quoties poterit: remanent duo. q^{uo} b^{is} iterū subtractis a septenario quoties fuerit possibile: remanet sola vnitas. non sic autē se habebit. 9. ad. 21. quia ante vnitatē remanebit ternari^{us}. ergo duo primi nū^{meri} sūt ad seip^{sos} primi & incomp^{ositi} p^{er}tinētes ad tertiā speciē ipariū duo vero vltimi nō possunt ad illā p^{er}tinere: sed tantū remanēt sub secūda speciē im^{pari}ū. p^{re}dictæ duæ proprietates ex tertio libro iordanī veniūt demonstrandæ. Quia vero superius de numeris parib^{us} perfectis superfluis & diminutis mentionē fecim^{us}: libet hic in calce huius tractat^{us} eorū inuentiones & p^{ro}prietates determinare. Numeri igitur perfecti duabus regulis inueniūtur. prima est q^{uod} in quolibet limite numerorū est tantū vnus perfectus. Ideo numeri perfecti quia rari & p^{re}ciosi similitudinē gerunt moraliū virtutū: de quibus aristoteles dicit in fine secūdi ethicorū q^{uod} virtus est rara & p^{re}ciosa. Vocamus autē in proposito limites numerorū eos quos in descriptionib^{us} al^{gorist}icis locos scribēdi numeros vocare solent. vt in primo loco vnitates. i. oēs numeros vsq^{ue} ad nouē inclusiue. in secūdo loco denas quæ etiā sunt nouē. in tertio cētenas. in quarto millenas. & sic de aliis quæ oēs denominationes vsq^{ue} ad nouē p^{re}cise se extendunt. Est ergo sensus hui^{us} primæ regulæ q^{uod} infra decē est vnus solus numerus p^{er}fectus. & supra decē sed infra centū etiā vnū perfectū repperimus. deinde supra cētū sed infra mille est tantū vnus perfect^{us}. & sic consequenter per oēs alios limites numerorū idē repperimus. Sed quia ista regula prima est satis cōfusa addamus secūda magis distinctā. q^{uod} omnis numerus perfectus ex cōtinua aggregatione pariter pariū numerorū naturali serie ab vnitate dispositōrū: & ex multiplicatiōe iparis primi inde resultantis per vltimū pariter pariū simul additorū infallibiliter & cōtinue generatur. vt dispositis hoc ordine pariter paribus. 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. &c. si addamus primū secundo resultat ternari^{us}: qui cū sit numerus primus & incomp^{ositus}: si multiplicetur per binarium qui erat vltimus additorum: resultat senari^{us} numerus perfectus. deinde si duobus primis addatur tertius pariter par scilicet quaternari^{us}. resultat septenari^{us}: qui cum sit impar primus & incomp^{ositus}: debet multiplicari per quaternarium vltimum additorū: & producet^{ur} inde. 28. qui est numerus perfectus. postea addatur octonari^{us} ad p^{re}cedentes: & resultant. 15. qui cum non sit impar primus: inefficax & inutilis est ad generationem numeri perfecti. dimittatur ergo & nō multiplicetur per octonarium vltimū additorū: sed procedatur addendo pariter pares sequentes. & vbi ex eorum additiōe resultauerit numerus impar primus: ille est multiplicandus per vltimum pariter pariū additorum. vt generetur inde numerus perfectus. quorum exemplar & recta series est hæc.

Impares collecti.	3.	7.	15.	31.	63.	127.	255	511.	
Pariter pares	1.	2.	4.	8.	16.	32.	64.	128.	256
Perfecti numeri.	0.	6.	28.	0.	496.	0.	8128.	0.	130816

Numerorū perfectorum hæc est notabilis proprietas. q^{uod} oēs numeri p^{er}fecti seriatim & naturali ordine dispositi alternatim senario & octonario numeris terminantur semper. Numeri igitur perfecti licet pares sint: inter alios sui generis obtinuerunt principatū laudesq^{ue} promeruerunt: cū alii pares oēs dicātur apud p^{ic}tagoricos infamati: & maxime pariter pares propri^{etate} suā diuisibilitatē. nā perfecti numeri a radice iparitat^{is} procreantur oēs: q^{uod} magnas laudes habet in negotio arithmetico. Inuēriō autē numerorū pariū superfluatorū & diminutorū facilis est. quia vt superius dixim^{us} oēs numeri

Incidēde de numeris p^{er}fectis. Inuētiōis eorū dūe regule. Prima.

2. regula

Unica p^{ro}prietas p^{er}fectorum.

PRIMILIBRI ARITHMETICAE

pariter pares sunt diminuti: ergo reliqui oēs pares exceptis pfectis erūt numeri superflui. Quorū duorū modorū proprietates ex septimo libro iordani demonstrandæ hæc duæ sunt. Prima oīs numerus diminutus a sola vnitate aut ab alio numero diminuto pte aliquota eius mēsuratur. Hæc ex prima pprietate patiter parīs est q̄ manifestissimā. Scda pprietas. oīs numerus abundans aut superfluus solū numerū abundantē mēsurare pōt tanq̄ pars aliquota eius. patet inductiue. quia. 12. est ps aliquota istorū. 24. 36. 60. qui oēs sunt superflui. Hastenus igitur de numero & speciebus suis tā subalterni q̄ specialissimis: q̄ oēs terminī sunt de p̄dicamēto quātītatis: & de pprietatib⁹ siue generis siue specierū oīm: hæc nos dixisse sufficiat p primo tractatu hui⁹ nostri primī libri introductiōis arithmeticae. Quæ quātas cōmoditates afferāt in maiorib⁹ sciētīis phisica: methaphisica: morali sciētīa: & medicina: atq; theologia: longū esset enarrare & altioris egens speculatiōis. Nunc aut hoc vnū tacere nō volumus: q̄ diuinus ille pictagoras totā philosophiā numerorū rationib⁹ intexuit: attribuēs vnitatē primo oīm rerū principio. s. deo. Numeros aut oēs creaturis adaptauit. vt aristoteles narrat in primo libro methaphisicorū. sed pares numeros ppter eorū diuisibilitatē creaturis corruptibilib⁹ indidit: impares vero creaturis spūalibus & incorruptibilib⁹. Hinc processit illa distinctiō duorū p̄dicamentorū apud pictagorā. s. rerū perfectarū & imperfectarū. in quarū coordinatiōnū prima imparē posuit: i secūda vero parē. Et quia materia rerū naturalīū est oīm imperfectissima creatura. & causa oīs corruptionis & variētatis in rebus mūdi: ideo ei attribuit primū & imperfectissimū oīm numerorū binariū. cuius mentē plato explicans vocauit materiā magnū & parū: vt aristoteles tradit in primo phisicorū. Elementis aut pictagoras attribuit quaternariū: quia sunt prima & imperfectissima oīs corporū naturalīū: & sic cōsequēter pcedebat per alias species numerorū pariū & rerū naturalīū. Post quas ad corpora celestia veniēs quia sunt incorruptibilia: attribuebat eis numeros ipares: quia spherā quālibet planetarū trifidā in tresq; orbes diuisam ponebat. Quāvis postea secut⁹ est ptholemeus ponēs orbes eccētricos planetarū. & tandē sup septē spheras planetarū. tres alias spheras mobiles cōcessit Pictagoras. vt Aristoteles narrat in primo methaphisicorū. Vltimo veniēs ad substantias spūales separatas de eis per numeros ipares primos & incōpositos ratiocinabatur ponens eas substantias simplices a sola vnitate q̄ deus est depēdentes & mēsurabiles. Hūc modū philosophādi diuinissimus Plato postea insecut⁹ est satis copiose & mirabilī. Deinde aristoteles ingeniosissimus hāc viā sibi placuisse testat⁹ est: cū in octauo libro suorū methaphisicorū dixerit q̄ eētīæ rerū sunt sicut numeri. & alibi pluries de hoc. Theologi. Sacti etiā doctores ecclesiæ Augustinus. Hieronymus. Chrysostom⁹. Origenes: & alii plures in suis opusculis multa ad fidē & mores p̄tinētia rōnibus numeralibus sufficētissime explicarūt. atq; in cōmētationibus suis supra textū sacre biblīæ nimis pōderāt ea q̄ certis numerorū speciebus s. p̄is sctūs determinari voluit a pphetis & apostolis. vt videre ē apd moysen in descriptiōe tabernaculi: & apd ezechiele i mēsuratiōe tēpli. cui fere similia verba posuit Ioānes in apocalipsi. Vnde nō sine oīm theologorū miraculo legitur illud Gene. 1. vbi in secūdo die creatiōis nō dicitur: vidit de⁹ q̄ eēt bonū: cū tñ hoc verbū i nullo aliorū dierū p̄termittatur. quia vt aiūt in hoc designauit spūs sctus numeri binariū i perfectionē: qui cū sit primus recessus ab vnitate: p̄cti primorū parentū vel malorū angelorū figurā habet. Senariū quoq; numeri pfectionē August. sup Genesim ānotauit: rōnē reddens quare i sex diebus pfecti sunt cœli & terra & omnis ornat⁹ eorū totaq; mundi pfectiō illo dierū numero edita est. Nō solum autē supra dicti philosophi & theologi p numeros & eorum pprietates de rebus humanis & diuinis ratiocinātur: sed etiam p numerorum habitudines quas vocāt pportiones: de quibus vt iam dīseramus opus est.

Tractatus secundus de proportione et pro-

portionum speciebus ac proprietatib⁹. cuius sunt capita septē. Primū
caput de pportione multiplici & speciebus & pprietatib⁹ eius.



Ostēda quæ ad quēlibet numerū per se sumptū pertinebāt diffusius ptra-
ctauimus: reliquū est vt numerorū ad numeros habitudines seu pportio-
nes inquiramus: avocabuli diffinitioe exordiū nostræ narratiois auspican-
tes. Proportio numeralis est numeri ad numerū certa habitudo. vel clari⁹
est numerus ad numerū aliquāliter se habēs in quātitate sua. vt. 2. ad. 4. & ecōtra est
pportio: & sic de aliis. Huius generis duæ assignari possunt pprietates. Prima est. q
oīs pportio numeralis est pportio rōnalis. pbatur ex diffinitioe rōnalis pportiois q
est hæc. Proportio rōnalis est habitudo duarū quantitātū ad iuicē cōmunicantiū in
parte aliquota q cōmuniter vtriq; illarū cōuenit licet nō sub eadē denoiatione. cōstat
aut q oīs numer⁹ cuiuslibet alteri numero cōmunicat in parte aliquota admi⁹ in vni-
tate: q oīs numeri est pars aliquota: oīsq; numerus ad vnitatē est pportio multiplex: er-
go oīs pportio numeri ad numerū est rōnalis. Ex hac prima pprietate sequitur alia &
secūda. q nō oīm pportionū modi aut species possunt in numeris repperiri: pbatur
quia sunt dables aliq species pportionum q dicūtur irrationales: quales sunt quantita-
tes in nulla parte aliquota ad iuicē cōmunicātes: vt geometræ pbāt de duab⁹ lineis ī
quadrato q sunt diameteir et costa: & etiā de quibuscūq; aliis lineis & superficiebus. nulli
aut numeri sunt ad iuicē incōmunicātes: vt pbatū est. ergo taliū pportionū 3 modos
vel species: numerorū natura nō partitur. Diuiditur aut pportio nūeralis in duas spēs
īmediate q sunt equalitas: & inequalitas. Equalitas est nūerus taliter se habēs ad aliū
numerū q eū nō excedit neq; ab eo exceditur. vt. 3. ad. 3. & 8. ad. 8. Inequalitas vero ē
numerus ad aliū sic se habēs q illū excedit vel ab eo exceditur. vt. 6. ad. 3. vel. 4. ad. 8.
Patet ergo q in arithmetico negotio secūdū veriorē philosophiā noīa abstracta & cō-
creta sinonima sunt: idēq; penitus significāt: vt equalitas & equale: inequalitas & in-
equale. Harū duarū specierū simul tres ponim⁹ pprietates: ex nono libro iordani de
mōstrandis. Prima est q equalitas est oīs inequalitatis principiū origo & mater. Secū-
da. ex prima sequitur q oīs inequalitas ex equalitate nascitur. Tertiā. q oīs inequalitas
est resolubilis vsq; ad equalitatē. Harū pbationes in vltimis duob⁹ capitulis hui⁹ tra-
ctatus erūt clarissime. Equalitas aut in alias spēs vlteri⁹ nō diuiditur: sed est spēs atho-
ma aut specialissima: quia talis numerorū habitudo est iuariabilis & ī diuisibili cōsi-
stens. Inequalitatis vero duæ pbatur species īmediat e ex diffinitioe eius distīctiua.
hæ sunt maior & minor inequalitas. Inequalitas maior est numerus excedēs alterū nu-
merū ad quē cōparatur in sua habitudine vt. 6. ad. 3. Minor inequalitas est numerusq;
ab alio exceditur ad quē refertur: vt. 4. ad. 8. Horū generū subalternorū cōsimilis est
diuisio in suas spēs: quot em⁹ modis contingit vnū numerū excedere aliū: tot modis cō-
tingit q vnus nūerus ab alio excedatur. ideo totidē sunt spēs p̄cise minoris quot maio-
ris inequalitatis eisdēq; vocabulis fere distīcte. Maioris ergo inequalitatis quīq; sunt
spēs p̄ximæ. tres primæ simplices vt multiplex. superparticularis & super partiēs. due
vltimæ sunt cōpositæ ex tribus primis. s. multiplex superparticularis: & multiplex su-
perpartiēs. ergo similiter minoris inequalitatis erūt quīq; spēs istæ. submultiplex. sub
superparticularis. subsuper partiēs. submultiplex superparticularis. & submultiplex
superpartiēs. Et pportionaliter diffiniendæ sicut spēs maioris & minoris inequalitatis
atq; eisdē exēplis cōuersis declarādæ. Multiplex igitur pportio est numerus maior sic
excedēs suū minorē q eū totū p̄cise pluries cōtinet. vt. 12. ad. 3. vbi maior cōtinet mi-
norē totū quater & nihil plus. & ī eodē exēplo cōparādo. 3. ad. 12. est pportio submul-

Proportio
numeralis
quid sit.
Due eius
pprietates
1. pprietas

2. pprietas

Proportio
nis duo ge-
nera.
Equalitas.
Inequali-
tas.

Proprieta-
tes carū. 3.
1. pprietas
2. pprietas
3. pprietas

Inequali-
tatis speci-
es. 2.
Maior ine-
qualitas.
Minor ine-
qualitas.

Maioris i-
equalitatis
species. 3.

Multiplex
pportio qd

Proprietates eius. 3.

1. proprietates

2. proprietates

3. proprietates

Multipli-

cis spēs in

finite

Dupla.

Tripla.

Quadrupla.

Generatio

eorum.

tiplēx: quā minor numerus totus plurius exceditur a maiore cōtinetur q̄ in illo. Multiplicis p̄portionis icōmunitres notātur p̄prietates ad nonū librū arithmetices iordanī referēdæ. Prima est q̄ multiplex p̄portio ceteris icēqualitatibz est ātīquior & origīne prior. hāc declarabitur infra in cap. 6. huius tractatus qd̄ erit de origine p̄portionis nū. Secūda p̄prietates oīs p̄portio multiplex oēs q̄ multipliciū spēs & modi ex cōtinua serie numerorū ad vnitatē relata facile iueniūt ur. hāc ex pri⁹ dictis i hoc capitulo clarescit. dictū est em̄ q̄ oīs numerus ad vnitatē est multiplex: sub variā tñ specie multiplicatis. Tertiā p̄prietates q̄ oīs p̄portio multiplex habet aliā multiplicē se maiorē. vt dupla quadrupla. tripla nonocupla: & sic de aliis. Multiplicis p̄portiois infinitæ sunt species īspecialissimæ tot. s. quot sunt spēs numerorū a qbus denoīantur. vt dupla: tripla: quadrupla &c. sine statu. Dupla p̄portio est numerus maior cōtinēs totū minorē ad quē cōparatur bis p̄cise vt. 6. ad. 3. & 8. ad. 4. &c. Tripla p̄portio est cū maior numerus minorē ter p̄cise cōtinēt vt. 9. ad. 3. & 12. ad. 4. &c. Quadrupla p̄portio est. cū maior numerus minorē quater cōtinēt vt. 8. ad. 2. & 12. ad. 3. &c. & secūdū hanc p̄portionē definīrētur oēs aliæ species p̄portiois multiplicis. Generātur autē siue iueniūtur numeri taliū p̄portionū ex naturali serie numerorū. nā quilibet numerus ad vnitatē cōparatus cōtinue sub aliā & aliā specie multiplicatis se habet ad illā. vt binarius est duplus: ternarius triplus: quaternarius quadruplus ad vnitatē: & sic in infinitū. Si in hoc processu nō habem⁹ pro qualibet specie multiplicatis nisi vnū exēplū: vt ergo sub qualibet specie infinita exēpla repperiamus: oportet nos hāc regulā obseruare q̄ de scripta naturali serie numerorū ab vnitatē incipēdo sup eā scribatur alia series q̄ incipiat a binario procedatq̄ p̄ continuā additionē binarii & sic habebimus infinita exēmpla p̄portionis duplæ. vt patet in hac serie.

Dupli. 2. 4. 6. 8. 10. 12. Et si linea supior iciperet a ternario pcederetq̄ p̄ cōti-

1. 2. 3. 4. 5. 6. nūā additionē ternarii iuenīrem⁹ infinita exēpla p̄portiois triple. vt hic. 3. 6. 9. 12. 15. 18. Et si series superior iciperet a quaternario: extē Tripli.

1. 2. 3. 4. 5. 6. dereturq̄ per continuā additionem quaternarii describeret exēmplis p̄portionis quadruplæ. vt in hac forma patet.

Quadrupli 4. 8. 12. 16. 20. 24. Et si in incipiamus a quinario in serie superiorē

1. 2. 3. 4. 5. 6. ore & cōsequēter procedam⁹ p̄ quinariorū iuenīem⁹ infinita exēpla p̄portiois quīcuplæ: & sic cōsequēter i aliis oīb⁹ spēbus.

Quīcupli. 5. 10. 15. 20. 25. 30. Alii vero auctores diuersis verbis huius regu-

1. 2. 3. 4. 5. 6. læ eandē sententiā aliter protulerūt dicētes q̄ si ex naturali serie numerorū procedatur cōtinue vno dimisso intercalariter: iuenīemus oēs duplos. & duobus dimissis oēs triplos. & tribus dimissis oēs quadruplos & sic cōsequēter: vt patet in exēplis positīs. Alii clarius dixerūt q̄ acceptis primis exēplis oīm p̄portionū ex naturali serie nūerorū vt prius dicebamus: si illi numeri duplentur erunt secūdi numeri in eisdē p̄portionibus & si triplentur erūt tertii numeri earū dē p̄portionū. & si quadruplentur erūt quarti numeri. & sic cōsequēter. & hoc patet etiā eēverū in exēplis supra positīs. Quarū oīm spērū simul he sūt due p̄prietates ad nonū librū iordanī ptinētes: Prima ē q̄ oīm p̄portionū multipliciū a paribus nūeris denoīatarū semp nūerī maiores sūt pares in oīb⁹ suis exēplis: imparē vero hūitū de-

Due p̄prietates totū p̄prietates.

1. p̄prietates

2. p̄prietates

noīationē: nūerī maiores neq̄ oēs sūt pares neq̄ oēs impares: sed vnus par & alter impar alternatī procedēdo: vt manifeste declaratur in formulis p̄portionū multipliciū superius descriptis. Secūda p̄prietates q̄ omnis p̄portio multiplex in sua generatiōe p̄ solā vnitatē numeros superat omittēdos ex naturali serie: sic q̄ denoīatio illius p̄portiois sumitur a maiori nūero q̄ sūt nūerū omittēdorum: & ille excessus ē sola vnitās. vt in dupla p̄portionē est cōtinue dimittendus vnus numerus: in tripla duo numeri. in quadrupla tres. & sic consequenter.

PARS SECYND A DE PROPORTIONIBVS.

Caput secundū de pportione supparticlarī & ei⁹ speciebus & pprietatibus.



Vperparticularis pportio est nūerns maior cōtinēs in se aliū minorē to-
tum semel & vltra hoc vnā tm̄ eius partē aliquotā. i. medietatē vel tertiā
vel quartā &c. vt. 6. ad. 4. & 12. ad. 9. Huius generis duæ sunt pprietates
etiā ex nono libro arithmetice iordani demonstradæ. Prima est q̄ ois sup
particularis pportio h̄ post se aliā minorē superparticularē. vt sesquial-
tera sesquiterciā & illa sesquiquartā & sic deinceps. Pro cui⁹ declaratiōe ad-
ditur secūda pprietas. q̄ ois supparticularis pportio quāto a minori nūero denoīatur tā
to est maior: & viceversa quāto a maiori nūero sumit denoīationē tāto ip̄a est minor. vt ses-
quialtera est maior pportio q̄ sesquitercia & h̄c maior q̄ sesquiquarta &c. ratio clara est
ex quātitate partiū aliquotarū q̄a medietas ē maior tertiā parte & tertiā maior quarta &c.
In multiplicibus aut pportionibus quātitates earū augētur secūdū ordinē suarū denoīati-
onū: & a maiori nūero denoīata pportio ē maior: vt tripla q̄ dupla & quadrupla est tripla
maior &c. Supparticularis pportionis infinitæ sunt spēs sūptæ ex varietate aliquotarū
partiū q̄ pcedit secūdū naturalē seriē numerorū: vt sesquialtera sesquitercia sesquiquarta
sesquiquinta: & ita sine fine. Sesquialtera vel poti⁹ sesquialtera quā gr̄ci hemiolā vocāt: est
nūerus maior minorē cōtinēs totū & ei⁹ medietatē p̄cise. vt. 3. ad. 2. & 12. ad. 8. &c. Sesqui-
tercia pportio q̄ & ep̄trita est maior numer⁹ minorē cōtinēs & ei⁹ tertiā partē. vt. 4. ad.
3. & 12. ad. 9. Sesquiquarta ab excessu quarte ptisup minorē numerū denoīatur: vt. 5. ad.
4. & 15. ad. 12. Sesquiquinta vero a quita pte: & sic cōsequēter. Gñatio aut oim̄ istarū spēs
rū ad habēdū singula exēpla earū hac vnica regula cōphenditur. q̄ i serie nūerorū vnita
te dimissa qlibet sequēs nūerus ad suū pximū pcedentē cōtinue sub alia & alia spēs suppar-
ticularis pportiōis refertur. vt. 3. ad. 2. est sesquialter & 4. ad. 3. sesquiterci⁹. & 5. ad. 4. ses-
quiquartus &c. Ad habēdū aut infinita exēpla cuiuslibet speciei ponitur h̄c alia regula. Si
ex exēplis multipliciū pportionū inperi⁹ descriptis lineæ superiores adinuicē cōparen-
tur: infinita exempla cuiuslibet proportionis superparticularis ostendentur. i. quia tri-
pli ad duplos sunt sesquialteri: & q̄drupli ad triplos sesquiterci. & sic cōsequēter. vt p̄ h̄c.
Sesquialteri. 3. 6. 9. 12. 15. Sesquiterci. 4. 8. 12. 16. 20. 24. Alii vero facilius h̄c secūdā
2. 4. 6. 8. 10. 3. 6. 9. 12. 15. 18. regulā protulerunt dicentes
Sesquiquarti. 5. 10. 15. 20. Sesquinti. 6. 12. 18. 24. 30. 36. q̄ habitis ex prima regula
4. 8. 12. 16. 5. 10. 15. 20. 25. 30. primis exēplis pportionis
superparticularis cuiuscunq̄: si illi numeri duplētur erūt sc̄i in illis pportionibus. & si tri-
plentur erunt terti: & si quadruplētur erunt quarti: vt p̄t̄ in exemplis prædictis. Oim̄
autem superparticularium pportionum h̄c vnica est & notanda pprietas. q̄ quæli-
bet superparticularis pportio in omnibus exemplis suis seriatim sumptis primus
dux primum comitem sola vnitate superat: & secundus secundum binario: tertius terti-
um ternario. & sic consequenter procedendo per numeros naturalis ordinis. vocam⁹ au-
tem in hoc capitulo & in oibus sequentibus illos numeros duces qui sunt maiores in suis
proportionibus: minores vero comites. exempla huius pprietatis iam posita sunt in
generatione istarum specierum.

Caput tertiū de pportiōe superpartilēte & speciebus & pprietatibus eius.



Poportio superpartilēns: est numerus maior qui ad alium minorē comparat⁹
ip̄sum totū semel & plures eius partes aliquotas eiusdem denominationis ex
quibus tm̄ nō fiat vna pars aliquota: cōtinēt. vt. 5. ad. 3. vel. 9. ad. 7. &c. vocam⁹
autem plures partes aliquotas eiusdem denominationis vt plures medietas-
tes: vel plures tertias: aut plures quartas &c. dicimus etiam notanter ex quibus non
c. i.

Suppari-
cularis p-
portio qd.
Proprieta-
tes ei⁹ due
1. pprietas
2. pprietas

Suppari-
cularis spēs
infinitæ.
Sesquialte-
ra.
Sesquiter-
cia
Sesquiquar-
ta.
Sesquiquin-
ta.
Gñatio eorū

Ali⁹ mod⁹
facilior

pprietas
vnica.

Suppari-
cularis p-
portio qd
fit

SECUNDI LIBRI ARITHMETICAE

Due eius
pprietates
1. pprietas

2. pprietas

Suppartie
tis species i
finite.
Supbipar
tiens
Suptripar
tiens
Supquadri
partiens
Superbipar
tiens spēs i
finite
Suptripar
tiens spēs i
finite
Proprie
tas vnica.

Generalli
um spērū.

Regula ve
rissima.

fiat una pars aliquota: quia in tali casu illa pportio reduceretur ad supparticularē & nō
esset suppartiens. vt si maior nūerus cōtinet minorē & duas qrtas ei⁹ esset illa pportio ses
quialtera: quia duæ quartæ sūt vna medietas. similiter si maior nūerus cōtineret minorē
& tres nonas ei⁹ illa esset pportio sesquitercia quia tres nouenæ sūt vna tertia pars to
tius. Huius generis hæc due sūt notabiles pprietates ex nono libro arithmetices iordani
requirēdæ. Prima est q̄ oīs suppartiens pportio h̄ post se aliā maiore superpartientē sub
eadem partiū denoiatione. vt superbipartiens habet post se supertripartientē & illam se
quitur superquadripartiens: deinde superquinpartiens &c. quæ semper augentur reten
ta eadē denoiatiōe. nam in hoc genere tanto pportio est maior quanto a maiori nūe
ro partium denominantur si earū deuominatio sit eadem & similis. vt maior pportio
est supertripartiens septimas q̄ supbipartiens septimas. & adhuc maior est q̄ sequitur sup
quadripartiens septias: & sic de aliis. Secūda pprietas. oēs suppartientes pportōes. i. oēs spēs
subalterne hui⁹ generis cōsurgūt ex naturali serie ipariū sūpto initio a quinarīo: quibus
subscribantur omnes numeri tā pares q̄ ipares naturali serie sumpto initio a ternario. vt
5. ad. 3. est superbipartiens pportio. 7. ad. quatuor supertripartiens. 9. ad. 5. supraquadripar
tiens: & sic de aliis. sed hæc numerorū forma: nō oēs spēs specialissimas suppartientes expli
cat: ideo alr̄ inuestigāda est hui⁹ gñis ramificatio. Diuiditur ergo suppartiens pportio prio
p̄ infinitas spēs subalternas ex nūero partiū acceptas. hæc sūt superbipartiens. suptripartiens
superquadripartiens &c. Est aut̄ pportio superbipartiens nūerus maior cōtinens minorē
& duas eius partes aliquotas eiusdem denoiatiōis ex quib⁹ nō fit vna pars aliquota. vt. 5
ad. 3. vel. 9. ad. 7. &c. Supertripartiens pportio tres tales partes aliquotas superaddit. vt. 7
ad. 4. vel. 8. ad. 3. &c. Superquadripartiens q̄tuor. vt. 9. ad. 5. vel. 11. ad. 7. & sic deinceps p̄
finitas spēs. Quelibet aut̄ p̄dictarū spērū quia subalterna iterū diuiditur per infinitas spe
cies specialissimas variatas ex denoiatione partiū. vt pportiois superbipartientis: hæc sūt
species athomæ. superbipartiens tertias. superbipartiens quitas. superbipartiens septias:
& sic pcedendo p̄ nūeros ipares in infinitū. Item pportiois suptripartientis hæc sūt spēs
spēalissimæ suptripartiens q̄ rtas suptripartiens quitas. suptripartiens septias &c. Eodē mō pce
deretur in diuidendis aliis speciebus subalternis hui⁹ generis: dūmodo obseruetur hæc
cōditio q̄ prima species specialissima cuiuslibet subalterni habeat denoiationē partiū so
la vnitate maiore numero earūde partiū vt sit superquadripartiens quitas. supquiquartiens
sextas. supersexpartiens septias &c. Pro gñatiōe aut̄ vel inuentiōe nūerorū q̄ ad singulas
spēs h̄mōi pportionū p̄tinent. hæc vnica regula & facillima ponitur. q̄ pposita qualibet
h̄mōi specie specialissima: primus comes ei⁹ statuatur nūerus denoiationis partiū: cui si
addatur tot vnitates quot⁹ est nūerus illarū partiū: p̄tin⁹ cōsurgit prim⁹ dux illi⁹ pporti
onis. vt si pponatur pportio supbipartiens tertias: prim⁹ comes est ternari⁹: cui additis
duab⁹ vnitatib⁹ cōsurgit quinarī⁹ prim⁹ dux illi⁹ pportiois. nā. 5. cōtinet. 3. & duas vni
tates q̄ sūt duæ tertie ternari⁹. & si pponatur superbipartiens quitas: prim⁹ comes erit
5. & prim⁹ dux. 7. superaddens duas vnitates. eodē mō in supbipartiente septimas: pri
mus comes est. 7. & prim⁹ dux. 9. & sic de aliis oībus speciebus huius primī generis. Itē
si proponatur pportio superpartiens quartas: prim⁹ comes erit. 4. & prim⁹ dux. 7. q̄
addit tres vnitates q̄ sūt tres quartæ q̄ternari⁹. sic in pportioe supertripartiente quintas
primus comes est. 5. & prim⁹ dux est. 8. & sic de aliis speciebus huius gñis. Eodem mō p
cedi pōt per hanc regulā in singulis speciebus aliorū generū sequentiū in h̄mōi pporti
onibus. Habitis aut̄ primis numeris cuiuslibet speciei talium pportionū: secundi & ter
tii & quarti in eisdem pportionibus p̄ cōtinuā multiplicationem eorum facile inueniun
tur. vt eis duplatis fient secundi. triplatis tertii. quadruplatis quarti: & sic deinceps sine fi
ne. est enim regula verissima q̄ multipliciū & submultipliciū numerorum eadem & si
milis est pportio. vnde per hanc viam qui vellet procedere: faceret plures series nūe
rorum quæ essent exempla istarum specierum: sed hæc lectorum ingenio pariter & ex
crtitio describenda relinquimus.

PARS SECUNDA DE PROPORTIONIBVS

Caput quartū de multiplici superparticulari & eius spēsibus & proprietatibus.

MULTIPLEX superparticularis proportio est maior numerus continens minorem totum pluries & ultra unam tantam eius partem aliquotā vt. 5. ad. 2. nā binarius pluries continetur in quinario: quia bis & remanet adhuc unitas quae est medietas binarii. Similiter se habent. 7. ad. 3. & 9. ad. 4. &c. Huius generis haec una ponitur proprietas ad nonum librum iordanii pertinens. quod multiplices superparticulares continue nascantur ex imparibus suo ordine a quinario procedentibus. Huius ratio est. quia ante quinarium nullus est numerus talis excedens suos minores procedentes. post quinarium autem continue sequuntur impares tales proportionabiles ad suos inferiores. Diuiditur autem hoc genus primo per infinitas species ex parte multiplicis variatas quae sunt: dupla superparticularis tripla superparticularis &c. quae sic diffiniuntur. Dupla superparticularis proportio est numerus maior continens minorem totum bis & unam eius partem aliquotā vt. 5. ad. 2. & 7. ad. 3. &c. Tripla superparticularis est maior numerus continens minorem integrum ter & unam eius partem vt. 7. ad. 2. & 10. ad. 3. &c. Quadrupla superparticularis est maior numerus continens minorem quater & unam eius partem aliquotā vt. 9. ad. 2. & 13. ad. 3. & 17. ad. 4. & sic consequenter diceretur de omnibus aliis speciebus subalternis. Quarum quilibet iterum diuiditur per infinitas species specialissimas variatas ex denotatione partis aliquotae: quae procedunt secundum naturalem ordinem numerorum vt superius dicebatur in cap. 2. huius tractatus. sic dicendo. dupla sesquialtera: dupla sesquitercia: dupla sesquiquarta &c. Similiter tripla sesquialtera: tripla sesquitercia: tripla sesquiquarta. Item quadrupla sesquialtera. quadrupla sesquitercia. quadrupla sesquiquarta &c. quarum species diffinitiones ex proximo dictis subalternis: & ex diffinitionibus secundum cap. nuper allegatum facile quis colligere poterit. Generantur autem siue inveniuntur numeri omnes istarum species hac unica regula observata. quod in qualibet specie primo comes semper est numerus denotationis partis aliquotae. quo duplato vel triplato aut quadruplato secundum exigentiam speciei subalternae propositae: & unitate superaddita: resultat primus talis proportionis. ut dupla sesquialtera procedit ex binario duplato & unitate apposita. ut. 5. ad. 2. dupla sesquitercia oritur a ternario duplato cum unitate. ut. 7. ad. 3. & sic de aliis speciebus huius subalterni. Similiter tripla sesquialtera fit ex binario triplato cum unitate. ut. 7. ad. 2. tripla sesquitercia ex ternario triplato adiuncta etiam unitate. ut. 10. ad. 3. tripla sesquiquarta ex quaternario triplato & unitate. ut. 17. ad. 4. & sic de aliis speciebus tam subalternis quam specialissimis fiat processus sine fine. Habitis autem primis numeris cuiuslibet proportionis praedictae per continuam eorum multiplicationem. id est duplicationem triplationem &c. inveniuntur secundum numerum & tertium & quartum in eisdem speciebus proportionum. & sic consequenter in infinitum. & possit qui vellet hic formulas istarum proportionum ex dictis facile describere.

Caput quintum de multiplici superpartiente & speciebus & proprietatibus eius.

MULTIPLEX superpartiens proportio est numerus maior minorem totum continens pluries & cum hoc plures eius partes aliquotas eiusdem denotationis ex quibus non fit una pars aliquota. vt. 8. ad. 3. & 11. ad. 4. &c. Huius generis haec unica proprietas est. quod multiplices superpartientes ab octonario principium habent deinde per alios numeros modo pares modo impares subsequuntur & generantur. Cuius ratio est quia ante octonarium nullus est habilis numerus talis proportionem habens ad aliquem minorem precedentium: & tamen post ipsum multi & infiniti sequuntur numeri in quibus huiusmodi proportionem inveniuntur. Diuiditur autem hoc genus triplex in species. primo in subalternas infinitas variatas ex parte multiplicis. vt dupla superpartiens tripla superpartiens quadrupla superpartiens &c. quae sic diffiniuntur. Dupla superpartiens proportio est numerus maior continens minorem totum bis & plures partes eius aliquotas ex quibus non fiet una pars aliquota. cōsimiliter diceretur de aliis subalternis sequentibus. Secundo diuiditur quilibet species subalterna per infinitas species variatas ex numero partium. vt dupla superbipartiens. dupla supertripartiens. dupla superquadrupartiens &c. Item tripla superbipartiens. tripla supertripartiens &c. Similiter quadrupla superbipartiens. quadrupla supertripartiens &c. quarum specierum facile darentur diffinitiones sic Dupla superbipartiens proportio est maior numerus continens minorem bis & duas eius partes aliquotas non facientes unam aliquotā. & si excrescerent tres tales partes est dupla supertripartiens & si quatuor: dicitur dupla superquadrupartiens. eodem modo diffinirentur aliae omnes species superadditae.

Multiplex
superparticu-
laris propor-
tio quid sit.
Proprietas
eius.

Huius generis
species infinitae.
Dupla super-
particularis.
Tripla super-
particularis.
Quadrupla super-
particularis.
Species istae
subdiuiduntur
in alias species
infinitas

Modus genera-
tionis earum

Multiplex
superpartiens
quid sit.
Proprietas
eius.

Huius generis
species infinitae
Dupla super-
partiens.

Species istae
infinitae.

Dupla super-
bipartiens.

PRIMI LIBRI ARITHMETICAE

Etiam species
finitae.

Tripla super
bipartiens

Quadrupla super
bipartiens

Dupla super
bipartiens
tertias

Modus genera
tionis huius
specierum.

Tertio quolibet proximo dictarum specierum subalternarum diuiditur per infinitas species
lissimas variatas ex denominationibus partium. ut dupla superbipartiens tertias: dupla
superbipartiens quintas: dupla superbipartiens septimas &cetera. Item dupla supertri
partiens quartas. dupla suptripartiens quintas vel septimas &c. Item dupla supquadriparti
ens quintas. vel septimas &c. Similiter tripla superbipartiens tertias. quintas. vel septimas &c. Item
tripla suptripartiens quartas. vel quintas &c. Item tripla supquadrupartiens quintas vel septimas &c.
Similiter quadrupla superbipartiens tertias. vel quintas. vel septimas &c. Item quadrupla suptripar
tens quartas vel quintas &c. Item quadrupla supquadripartiens quintas. vel septimas &c. Quarum
specierum diffinitiones facile ex dictis ingenari possunt hoc modo. duplas superbipartiens tertias pro
portio est numerus maior continens minorem totum bis & duas partes eius quod sunt duae tertiae mi
noris. ut. 8. ad. 3. & si sint duae quae esset dupla superbipartiens quintas. ut. 12. ad. 5. & si duae
septimae: esset dupla superbipartiens septimas. ut. 16. ad. 7. &c. Similiter diffiniretur aliarum
specierum per denominationem unamqueque. Qui autem vellet invenire cuiuslibet speciei ex praedictis nume
ros primos hac utatur regula facillima. Cuiuslibet proportionis multiplicis superpartientis in
specie specialissima. primus comes est numerus denominationis partium quod ultimo profertur in illa
specie: deinde si ille dupletur aut tripletur aut quadrupletur secundum conditionem speciei subalternae pri
mo diuisa: & tertio tot unitates ad datur quot est numerus partium significatur in specie sub
alterna secundo loco diuisa: resultat primus dux talis proportionis. ut si proponatur tripla superbi
partiens septimas: primus comes est. 7. quod triplato fuerit. 21. & additis duabus unitatibus constat. 23. quod
est primus dux talis proportionis. & sic fiat in omnibus aliis speciebus lineae exceptione. & tunc primis il
lis numeris duplatis aut triplatis aut quadruplatis aut aliter multiplicatis perveniet secundus &
tertius & quartus numeri in eisdem proportionibus: & sic de aliis multis. Vnde per modum describendi
formulas istarum specierum: si quis vellet eas facere. Sed quia multi sunt impediti & tardi ingenio ad
faciendas praedictas proportionum formulas: quas arbitrio eorum reliquimus in capitulo praecedentibus:
decrevimus hic addere quandam numerorum formam quadratam quod omnibus aliis formulis & factis & faci
endis aequaleat: atque in ea omnium proportionum inequalitatis numeri exemplares valeant inveniri. quod ma
gna forma per longitudinem suam a sinistra in dexteram habeat in prima linea naturalem serie numerorum
ab unitate. secunda linea sub ea incipiat a binario per continuam eius additionem praecedens. tertia
linea incipiens a ternario continue per additionem eius praecedit. quarta per quaternarios. quinta
per quinaros &c. donec tot fiant lineae subscriptae quot sunt numeri in prima linea. sicque
evadet forma quadrata omnium laterum equalium talis.

Longitudo tabulae.

Latitudo tabulae

Exemplaris
proportionum
numeralium

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48	51	54	57	60
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60	64	68	72	76	80
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72	78	84	90	96	102	108	114	120
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84	91	98	105	112	119	126	133	140
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96	104	112	120	128	136	144	152	160
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108	117	126	135	144	153	162	171	180
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200
11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132	143	154	165	176	187	198	209	220
12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144	156	168	180	192	204	216	228	240
13	26	39	52	65	78	91	104	117	130	143	156	169	182	195	208	221	234	247	260
14	28	42	56	70	84	98	112	126	140	154	168	182	196	210	224	238	252	266	280
15	30	45	60	75	90	105	120	135	150	165	180	195	210	225	240	255	270	285	300
16	32	48	64	80	96	112	128	144	160	176	192	208	224	240	256	272	288	304	320
17	34	51	68	85	102	119	136	153	170	187	204	221	238	255	272	289	306	323	340
18	36	54	72	90	108	125	144	162	180	198	216	234	252	270	288	306	324	342	360
19	38	57	76	95	114	133	152	171	190	209	228	247	266	285	304	323	342	361	380
20	40	60	80	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280	300	320	340	360	380	400

PARS SECVNDA DE PROPORTIONIBVS

In hac igitur forma quaelibet linea ad primā cōparata est pportio multíplex. vt secūda
 linea ad primā est dupla, tertiā tripla, q̄rta q̄drupla. & sic p oēs spēs multipliciū pportio
 nū. Itē dimissa prima linea quaelibet aliarū seq̄ns ad suā pximo pcedētē est supparticularis
 pportio. vt tertia ad secūdā est sesquialtera, q̄rta ad tertiā sesquitercia, quita ad quartā sesq̄
 quarta, & sic deinde p oēs spēs supparticulariū. Itē quita linea ad tertiā, vel septima ad qui
 tā, vel nona ad septimā, & sic cōsequēter p oēs ipares: ostēdent singulas spēs supbipartiē
 tis pportionis. Similr septima linea ad quartā, & octaua ad quintā, & decima ad septimā
 &c. declarāt spēs suptripartiētis. Similr nona linea ad quintā, & vndecima ad septimā, &
 tredecima ad nonā &c. explicāt singulas spēs superquadripartiētis, & sic pcedi pōt ad oēs
 spēs tertiū generis q̄ est pportio superparties. Itē referēdo quintā lineā ad secūdā, vī sep
 timā ad tertiā, vel nonā ad quartā, vel vndecimā ad quintā &c. p additionē binariū: habem
 bimus oēs spēs duplicis supparticularis. Similr cōparādo septimā lineā ad secūdā, vel de
 cimā ad tertiā, vel tredecimā ad quartā &c. p additionē ternariū: iueniem⁹ oēs spēs triplæ
 superparticularis. Similr si cōparemus nonū ordinē ad secūdū, & tredecimū ad tertiū, &
 decimū septimū ad quartū &c. p additionē quaternariū: ostēdem⁹ oēs spēs quadruplicis
 superparticularis, & sic cōsequēter pcederetur p oēs spēs multiplicis superparticularis q̄
 erat quartū gen⁹ pportionis icqualitatis. Tādē ad habēdas singulas spēs specialissimas
 quiti generis qd̄ est multiplex suppartiens, cōparare oportet alias lineas ad alias ī p̄dicta
 forma. nā octaua linea ad tertiā, & vndecima, & quartadecima, & decima septima, ad eādē
 tertiā & sic cōsequēter p additionē ternariū alix multæ: exhibēt nūeros singularū spērū mlt
 tiplicis superbipartiētis tertias, vt duplā, triplā &c. Similr si ad quintā lineā duodecima &
 decima septima, & vigesima secūda: & ceteræ p additionē quariū referātur: ostēdūt oēs spēs
 multiplicis superbipartiētis quitas, vt duplā, triplā &c. Similr ad quartā lineā referendo
 vndecimā, & decimā quintā, & decimā nonā &c. per additionē quaternariū: habem⁹ singu
 las spēs multiplicis supertripartiētis quartas, Similr si ad quintā lineā tredecima, & deci
 ma octaua, & vigesima tertia &c. p additionē quinariū: erūt oēs spēs multiplicis suptri
 partiētis quintas, vt dupla tripla &c. Eodē modo si ad septimā lineā decima septima: & vi
 gesima quarta, & trigesima prima &c. per additionē septenariū: referātur ostēdent singlas
 species multiplicis supertripartiētis septimas, vt duplam triplam &c. Consimiliter si ad
 quintam lineam comparemus quartamdecimam, & decimam nonam, & vigesimā quar
 tam &c. per additionem quinariū habebimus singulas species superquadripartiētis quīn
 tas, vt duplam triplam &c. Itidē si ad septimam lineam refferatur decima octaua, & vigesi
 ma quita, & trigesima scda &c. p additionē septenariū appebūt oēs spēs pportōis multipli
 cis supquadripartiētis septias vt duplā triplā &c. Patet ergo qd̄ p̄dicta numerorū forma
 si bene in longū & latū augeatur: facile intuentib⁹ demonstrabit oīm pportionū etiā spe
 cialissimarū numeros, vnde arguitur maxima ei⁹ vtilitas pariter atq; dignitas, quā prop
 ter nō indignū duximus eius notabiles proprietates hic apponere et sunt numero quicq;
 Prima p̄prietat q oēs numeri in hac forma diametraliter aut diagonaliter a primo āgu
 lo ad tertiū descendentes sūt numeri quadrati, nā quilibet eorū resultat ex multiplicatōe
 duorū equaliū adinuicē de quib⁹ paulo post dicem⁹. Secūda p̄prietat, q numeros q̄dra
 tos in hac forma circūdant alii nūeri dīcti lōgilateri aut altera pte lōgiōres: qui fiūt ex du
 ctu nūerorū inequaliū sed pximorū in naturali ordine ad seīpos. Circūdātes dicūtur nu
 meri positi sub et supra vel dextrorsum et sinistrorsum ad aliquē quadratū, vt circa .9. sūt
 6. et .12. &c. Tertia p̄prietat q duplato quotlibet numero quadrato atq; superadditis ei
 duobus circūdantib⁹ longilateris: resultat inde alius numer⁹ quadratus, vt duplato qua
 ternario supadditisq; binario et senario longilateris fiunt, 16. qui etiā ē quadrat⁹. Quar
 ta p̄prietat q additis duob⁹ qdratis pximis simul cū duplo lōgilateri cōmunis: iterū re
 sultat nūer⁹ qdrat⁹ vt additis simul, 4. et .9. cū duplo senariū fiūt, 25. q ē numer⁹ quadra
 tus. Quita p̄prietat q in hac tota forma quadrilatera et īqualibet eius parte quadrata
 duo āguli oppositi ī se ipsos ducti producūt equalē sūmā aliis duob⁹ āgulis oppositis in
 c.iii.

Multiplex

Supple
laris
Supparti
ens.

Multiplex
supparticu
laris.

Multiplex
supparties

Supbipar
tens.
Supertri
partiens.

Supqua
drparties.

Supradī
cte forme p
prietates, 5
1. p̄prietat

2. p̄prietat

3. p̄prietat

4. p̄p̄se.

5. p̄prietat

PRIMI LIBRI ARITHMETICAE

2. Minus
equalitatis
spēs nomi
nantur.

se ductis vt semel. 400. est idē qđ vigesies. 20. & ter. 15. faciūt. 45. sicut nonies. 5. similliter septies. 40. sūt. 280. sicut decies. 28. & sic de aliis multipliciter exēplis. Nam de oibz generibz & speciebus pportiois maioris inequalitatis. qbz totidē corepōdet vt diximz diuersitates minoris inequalitatis: Nā sub multiplicis pportiois spēs sūt sub dupla sub tripla sub qđrupla & cc. Species subseptimalis sūt subsequaltera subsequitertia subseq̄rta & c. Species subseptimpartitis pportiois sūt subseptimparties subseptimparties subseptimparties subseptimparties & c. Species submultiplicis supparticularis sūt subdupla sesquialtera: sesquitercia: sesquiquarta & c. itē subtripla: sesquialtera: sesquitercia & c. itē subqđrupla sesquialtera sesquitercia & c. Species vno submultiplicis suppartietis sūt subdupla supbiparties suptriparties: supqđriparties & c. itē sub tripla supbiparties suptriparties & c. itē sub qđrupla supbiparties suptriparties supqđriparties & c. & q̄libet istarū specierū diuiditur ad huc p̄ finitātas secundū varias denotiōes partium: sed hēc oīa statim cuilibet nota sūt.

Caput. 6. de origine proportionum inequalitatis ab æqualitate.



Comparatio
proportio
num.

OST p̄missa cōsideratiōe dignū videtur oñdere quō oēs inequalitatis species ab æqualitatis primordiis pcreatur. noticia. n. cōparatiua specierū alicuius generis post noticiā singulārē earū dē multū cōferre solet ad clariōrē iparū itelligentiā: quēadmodū porphiri circa pdicabilia fecisse cōperitur: post singulorū declaratiōes addēs quicqz pdicabiliū cōparatiōes. Quāt oīs inequalitas ab æqualitate pcedat rationabile est. sicut. n. vnitas se habet ad nūeros oēs: sic se habet æqualitas ad pportioes oēs: quia aliarū oīm origo est & m̄. deīde inter genera inequalitātū etiā ordo originis obseruatur. quia inequalitātū priā ē multiplicitas: ex qua imēdiatē oritur supparticularis: deīde ex superparticulari superparties: itē ex superparticulari multiplex superparticularis. deniqz ex superpartiete multiplex superparties. Sed hoc est itelligēdū obseruato tali ordie: quod ex prima specie generis pcedētis: pcreatur priā species generis subsequēntis. & ex secunda secunda. & ex tertia tertia. & sic de aliis: quod verū est in oibz generibus pportionū sese cōsequētibz ordine subpposito. ergo de priō ad vltimū per mediā cōtinuē ordinatā: ex æqualitate oritur oīs inequalitatis species. Pro ista aut succēssione originis pportionū hęc vnica regula & infallibilis sufficere potest. qđ descriptis tribus æq̄libz numeris q̄bubulcūqz in vna serie: subscribatur nūero primo alius nūerus sibi æqlis. deīde sub secūdo superiore scribatur nūerus alius cōpositus ex primo & secundo superioribus deniqz sub tertio æqualiū scribatur alius numerus aggregatus ex primo equalium & ex secundo duplato & ex tertio simplici. per talem ergo modum subscribēdi ex tribus æqualibus crescūt alii tres in pportione dupla continuatī: & ex tribus duplis simili mō subscriptionis: oriūtur alii tres in pportione tripla sese consequentes. & ex tripla quadrupla & sic cōsequenter per oēs multiplices. vt clare ostendere pōt hęc forma. 1. 1. 1.

Ordo pro
portionum

Origo pro
portionum
dinata.

Similiter permutato ordine numerorū multipliciū: itaqz maiores numeri p̄scribātur minoribus p̄ eandē artē subscribēdi ex dupla pportioe triū nūerorū 1. 3. 9. cōtinua oritur sesquialtera. & ex tripla sesquitercia: & ex qđrupla sesquiquarta. & sic 1. 4. 16 p̄ oēs alias spēs supparticulariū pportionū erit cōtinua gñatio ex multiplicibus: vt hic. 4. 2. 1. | 9. 3. 1. | 16. 4. 1. | Item permutato ordine superparticularium proportionum oriūtur suo ordine singulæ spēs superpartietū proportionū. vt ex sesquialtera supbiparties. & ex sesquitercia suptriparties & c. vt p̄hic 4. 6. 9. | 9. 12. 16. | 16. 20. 25 | Eodem modo subscribēdi ex superparticularibus non permutatis sed ordine suæ originis descriptis: nascuntur multiplices superparticulares seriatim. vt ex sesquialtera dupla sex quialtera. & ex sesquitercia dupla sesquitercia & c. vt clare ostendit hęc forma. 4. 6. 9. | 9. 12. 16. | Tandē ex superpartietibus numeris eo ordine quo geniti sunt descriptis: per eandē artē subscribēdo pcedūt multiplices superpartietes singulas spēs singlīs cōparando. itaqz ex superbipartiete nascitur dupla superbipartiens: & ex supertripartiente dupla supertripartiens & c. vt hic per tria exempla.

Origo mul
tiplicium.

Origo sup
particulari
um.

Origo sup
partietū.

Origo mul
tiplicū sup
particulari
um.

Origo mul
tiplicū sup
partietū.

PARS SECVNDA DE PROPORTIONIBVS.

9. 15. 25. | 16. 28. 49. | 25. 45. 81. Relinquitur ergo ex dicto processu veram
9. 24. 64 | 16. 44. 121. | 25. 70. 196. | esse regulā supradictam de continua origi-
ne proportionum ab equalitate vsq; ad vltimam inequalitatem.

Caput. 7. de resolutione oim pportionū inequaliū vsq; ad equalitatē.

QVIA vero sicut in naturalib; ita & i mathematicis oīs res ex quib; cōponitur
in eadē resoluitur: cōsequēs ergo erit oēm inequalitatē p cōtinuas reductiones
vsq; ad equalitatē pducere: quaten; fortiori argumēto certissimū relinquam;
qd de primatu equalitatis ad oēm aliā pportionē plibauimus. Et in hac ppor-
tionū reductiōe eadē via eīdēq; passib; sicut pgressi sumus regrediemur. s. vnāquāq; i
equalitatis pportionē ad eā reducēdo: a qua pcesserat p doctrinā capituli pcedētis. hanc
vero pportionū resolutionē etā vnica hac regula cōprehendimus. q; descriptis trib; nu-
meris iequalib; in qualibet pportiōe colligatis: si primo numero subscribatur alī sibi e-
qualis. & secūdo supponatur residuū subtractiōis primi a secūdo supiore: sub tertio vero
numero scribatur ille numerus qui remanet subtractis primo simplici & secundo inferio-
re duplato a tertio superius descripto: per hanc ergo artem subscribendī proportio du-
pla reducetur ad equalitatē: & tripla ad duplā: & quadrupla ad triplā: vt p; hic. 1. 4. 16
In pportionib; vero supparticularib; sesquialtera resoluitur i duplā: & sesquitercia 1. 3. 9.
i triplā: & sesquiqrta i qdruplā. vt clare oīdēt exēpla supioris cōp. repetitavt hic. 1. 2. 4
4. 6. 9. | 9. 12. 16. | Similiter in proportionibus superpartientibus re- 1. 1. 1.
4. 2. 1. | 9. 3. 1. | ducuntur omnes species ordinate ad superparticulares vt su-
perbipartiens ad sesquialteram. supertripartiens ad sesquiterciam & cetera. vt hic.

Modus re-
solutiōis p-
portionum

De multi-
plici.

De super-
particulari
De suppar-
tiente

9. 15. 25. | 16. 28. 49. | Pariformiter multiplices supparticulares resoluuntur ordiāte
9. 6. 4. | 16. 12. 9. | ad supparticulares a quib; oriēbātur. s. dupla sesquialtera: ad ses-
qui alterā: & dupla sesquitercia ad sesquitiā: & sic de aliis vt mōstrāt exēpla sequentia.
4. 10. 25. | 9. 21. 49. | 16. 36. 81. | Postremo singulæ species multiplicium su-
4. 6. 9. | 9. 12. 16. | 16. 20. 25 | perpartientium resoluuntur per eandem ar-
tem ad species superpartientium a quibus oriēbantur. vt dupla superbipartiens ad su-
perbipartientem. & dupla supertripartiens ad supertripartientem & cetera. vt hic.

De multi-
plici super-
particulari
De multi-
plici super-
partiente.

9 24 64 | 16 44 121 | Patet ergo quā vniformiter se habet in proportionibus: si
9 15 25 | 16 28 49 | ue pgressus ab æqualitate: siue regressus ad eandē p grad;
medios inter extrema: q; sūt pria æqualitas & maxima inequalitas si esset dabilis i nūeris.

Obis de or-
dine ppor-
tionum su-
pradicto.

Quia tamē ordo supradictus faciens pportiōes multiplices pximiores æqualitati tam i
pgressu q; i regressu: videtur ratiōi cōtrari;: (quia maiores inequalitates sūt multiplices
q; supparticulares. vt duplā q; sesquialtera & triplā q; sesquitercia & c. ideo vidētur magis
ab æqualitate distare q; supparticulares.) ad satisfaciēdū huic dubitationi dabim; aliam
regulā de origine & resolutione pportionū inequaliū ad æqlitatē: quātū ad multiplices
& supparticulares dūtaxat: de aliis aut nō curabimus. Regula hæc est. oīs pportio duorū
extremorū nūerorū ad inuicē cōponitur ex pportiōib; illorū extremorū ad mediū vel
ad mediā iter eos repperibilia: ideoq; illa pportio ē maior qualibet istarū sicut totū sua
parte: ac perinde illa ē remotior ab æqualitate q; iste partiales. Et quia iter nūeros ppor-
tionis multiplicis sēp est dabile mediū hñs pportionē supparticularē vnā vel plures ad
nūeros extremos: ideo pportio multiplex resoluitur insup particularē tanq; in priorē se.
Modus etiā istius resolutionis talis est q; pportio dupla (exceptis binario & vnitate) sēp
per est resolubilis i duas prias suppticulares q; sūt sesquialtera & sesquitercia. quia sēp iter
extrema duple pportionis est dabilis aliquis nūerus medi; ad vnū extremū sesquialter
& ad aliud sesquitercius. vt inter. 2. & 4. est ternarius sesquialter ad. 2. & subsesquitercius
ad. 4. & ita in oībus aliis duplis ifallibiliter. In aliis vero multiplicibus qlibet sequēs spe-
cies resoluitur in pcedentē multiplicē & in illā supparticularē q; a tali multiplici nascitur
secundū regulā pcedētis capituli. vt tripla resoluitur in duplā & sesquialterā. & quadru-
pla in triplā. & sesquiterciam & sic de aliis quia inter oīa extrema triple pportionis dabi-

Est oīdo
multipliciū
et supparti-
culariū.
Primare
gula.

2. regula

le est mediū tales pportioēs obseruans ad extrema vt inter. 3. & 1. ponitur binarius du-
plus ad vnitatē & subsequenter ad ternariū. & inter. 4. & 1. q̄ sunt extrema q̄druple pro-
portiois: cadit ternarius triplus ad vnitatē: & subsequenter ad quaternariū. eodē mo-
do pcederetur in oībus alijs exēplis istarū & aliarū pportionū multipliciū. Hic fecisse
Incidēs ad
ppositum. m̄ finē tractū de pportioib⁹ nūera lib⁹ & toti priō n̄r̄e introductiois arithmetice libro:
nisi quorūdā musicorū & platoniorū dubitatio frequens absolui posset ex p̄dictis. q̄rūt
enī sepi⁹ pposito aliquo numero quot nūeri supparticulares possint cōtinue ad illum se-
Questio qui in data specie illi⁹ generis: vt post binariū quot possunt dari sesquialteri cōtinue se-
cōsequentes: & post ternariū quot sesquitercii. & post q̄ternariū quot sesquiquarti & c.
Solutio. Hui⁹ questiois solutio ex doctrina pcedentis capituli pendet vbi dictū est q̄ ex qualibet
specie pportiois multiplicis pcedit aliqua species pportiois supparticularis ordine debi-
to. vt ex dupla sesquialtera. ex tripla sesquitercia. ex q̄drupla sesquiquarta & c. Nūc at ex il-
1. regula. la doctrina duo sequūtur ad p̄missā q̄stionē respōsiua: primū est q̄ post numerū qui nul-
li est dupl⁹ null⁹ sequitur sesquialter. quia talis nō habet medietatē. & post numerū qui
nulli est tripl⁹ null⁹ datur sesquiterci⁹: eadē ratiōe quia ille nō habet tertiā ptē. & simili-
2. regula ter post numerū qui nulli est quadrupl⁹ nō datur aliquis sesquiquart⁹. & c. Secūdū est q̄
post aliquē numerū duplū tot sesquialteri cōtinue subsequūtur: quot⁹ ille fuerit inter du-
plos sup aliquā radicē nō duplā. & tot sesquitercii quot⁹ numer⁹ dat⁹ fuerit iter triplos
sup radicē nō triplā. & tot sesquiquarti quot⁹ fuerit numerus datus inter quadruplos super
1. exēplum radicē nō quadruplā & sic de alijs hmoi nūeris infallibiliter. Vt sup vnitatē q̄ ē radīx nul-
li dupla: prim⁹ dupl⁹ est binari⁹. post quē vn⁹ tātū reperitur sesquialter. f. ternari⁹. sc̄ds
dupl⁹ est quaternari⁹ cōtinuat⁹ post binariū. ad quē sequūtur duo sesquialteri. f. 6. & 9.
terci⁹ dupl⁹ est octonari⁹ ad quem sequūtur tres sesquialteri. f. 12. 18. & 27 & sic de alijs
in infinitum. Eodē mō posset quis pcedere in nūeris duplis sup ternariū. sup quinariū
2. exēplum & sup septenariū. & c. q̄ sūt radices nō duplæ. Itē sup vnitatē q̄ nulli ē tripla prim⁹ tripl⁹
est. 3. post quē vn⁹ tantū datur sesquiterci⁹. f. 4. secund⁹ tripl⁹ est. 9. post quē reperit⁹
duo sesquitercii. f. 12. & 16. terci⁹ tripl⁹ est. 27. post quē dables sunt tres sesquitercii. f. 36
48. & 64. & c. in infinitū. eodē mō posset quis pcedere in nūeris triplis sup binariū. q̄
ternariū. quinariū. & alios qui sunt radices nō triplæ. Item sup vnitatē q̄ nulli est quadri-
pla prim⁹ quadrupl⁹ est. 4. quē sequitur vn⁹ tātū sesquiquart⁹. f. 5. sc̄ds quadrupl⁹ est. 16
qui habet post se duos sesquiquartos. f. 20. & 25. terci⁹ quadrupl⁹ est. 64. qui post se ha-
bet tres sesquiquartos. f. 80. 100 & 125. & c. in infinitum. eodem modo posset procedi sup
binarium. ternarium. & quinarium. & alios qui sunt radices non quadruple. p̄dictorū
sequuntur exempla tria. f. in sesquialteris sesquiterciis & sesquiquartis.

Harū formarū dux sunt
notandæ p̄prietates. Prima
q̄ qualis ē proportio mul-
tiplex numerorum prime
linee superioris in qualibet figura: talis est & oīm aliarū linearū sub ea descriptarū. vt in
p̄ria figura est pportio dupla in oīb⁹ suis lineis. i. secunda figura pportio tripla. in tertiā
quadrupla. Secūda p̄p̄ietas q̄ nūeri āgulares in qualibet dictarū figurarū hnt sola vni-
tate maiorē multiplicitatē q̄ nūeri linearū p̄dictarū. vt angulares prime figure sunt tri-
pli. in secūda quadrupli. in tertiā quīupli. & sic de alijs oībus. Satis ergo fuerit ex pleno
discursu oīz pportionū nūeraliū (qui oēs sūt termini de p̄dicamēto ad aliquid sub illo
genere sub alterno qd̄ alias iposui⁹ sic dictū ad aliquid sc̄dm quātitatē & in duas speci-
es æquale & inæquale statim diuisi⁹) puenisse vsq̄ ad cōtinuationē pluriū pportionum
eiusdē speciei in trib⁹ aut quattuor aut plurib⁹ numeris sese cōsequētib⁹. q̄ cōtinuatio p-
portionalitas appellatur. de qua & speciebus suis ac p̄p̄ietatib⁹ in sequēti libro secūdo di-
cturi sum⁹. Sed in fine hui⁹ libri primi. (ne doctrina ista de pportioib⁹ videatur oīno
arida & inutilis:) cōmētorābimus ea q̄ sanctus augustin⁹ p̄tāgoricā simul & platonica

horū p̄p̄ie-
tates.

1.	2.	4.	8.
An	3.	6.	12.
	gla	9.	18.
		res.	27.

1.	3.	9.	27.
An	4.	12.	36.
	gla	16.	48.
		res.	64.

1.	4.	16.	64.
An	5.	20.	80.
	gla	25.	100.
		res.	125.

1. p̄p̄i.

2. p̄p̄i.

Epilogus.

Disgressio
notanda.

PARS SECVNDA DE PROPORTIONIBVS.

Imaginationē sequens i diuino illo opusculo suo de vera de religiōe secreta philosophica pandit: dicens auctoritate hilarii q̄ i patre est vnitas: in filio æqualitas: & in spiritu sancto unitatis æqualitatisq; connexio: in creaturis autem oib⁹ inæqualitas. In æqualitatūq; varie species reperiuntur: quia solus dei filius cū spiritu sancto ab vtroq; pcedente sic genitus est a patre suo: vt esset vera & ppria imago iuisibilis dei primogenit⁹ ante oēm creaturam: vt Paulus apostolus dicit: est enī splendor patris & figura substantiæ eius adæquans paternā pfectionē i omnib⁹ essentialib⁹ perfectiōib⁹. quibus duob⁹ per oīa etiā similis ē spiritus sc̄us ad equas sui p̄cipii a quo pcedit pfectionē. ideo nimirū ponitur unitatis æqualitatisq; conexio: diciturq; nexus aborū se pducentiū. Creaturæ vero sic p̄cipiāt diuinas pfectiones: q̄ nō adæquāt psonis diuinis a quib⁹ pcesserūt: sed lōge ab eis distāt inæqualiter. vnde nō imagines sed vestigia diuinæ trinitatis esse dicuntur. & si quādo nomē imaginis sacræ litteræ ad creaturā trāsferūt: in obliquo nō in recto illud ponūt ad significandā. s. inæqualitatē. tale est illud genesis primo faciām⁹ hoīem ad imaginē & similitudinē nrām. & illud ezechielis de āgelo apostatāte a deo: tu signaculū similitudinis iquit dei. &c. Et sicut imaginatōe p̄statorica eēntiæ creaturarū specieb⁹ nūmerorū assimilatae sunt: quia gradatū i suis p̄fectiōib⁹ pcedūt: sic eadē vīa speciebus inæqualitatū diuersis cōparari possūt: quarū qdā ppius aliæ vero remoti⁹ accedūt ad æqualitatē diuinarū psonarū. semp̄ tamē (vt aurelius ibidē doctor psequitur) creaturarū inæqualitas ad diuinā æqualitatē quātū est possibile nittitur tendere. vt pote quia oīs ista inæqualitas ab illa sūma æqualitate p̄cessit: ideo nimirū si in eadē sit iterū resoluibilis: quia vniuersa ppter semetipsū oparat⁹ est de⁹. Hic sit q̄ hoībus ex inclinatioē naturali cōuenit vt nihil placeat iū creaturis: quod nō aliquomō imitetur illā sūmā æqualitatē q̄ est dei filius: quo verbo dei facta sunt omīa. Et adducit augu. ibi exēplū de fenestris arcualib⁹ q̄ si duæ solæ inæquales iuxta se ipsas posite sint: statū intuitū aspicientiū offendūt displicentq; hoībus: ppter defectū æqualitatis q̄ nulla est. si vero tres tales vel plures fenestræ simul ponātur gradatū inæquales: vel duæ laterales mīores iuxta mediā maiore: statū placet illa structura fenestrarū: quia ibi est aliquod vestigiū æqualitatis. Nā inter fenestras inæquales sunt pportiones æquales. s. re latīs extremis ad mediā. Hoc inquit nullus artificū quātūcūq; ingeniosus aduertit in edīficiis talibus: quia decūbit inclinatis ad terrā oculis: nec vnde res pendeat e cœlo videt: sed tantū si p̄cōtetur respōdet: sic debet fieri fenestras: quia sic habet ratio artis hædificatorie & nō aliter: & sic hædificia pulcra sunt & nō aliter: ideo sic facta placēt & aliter facta displicent. Multaq; alia notatu dignissima in p̄dicto opusculo ad pportiones & formas nūmerorū p̄tinetia sc̄issim⁹ ille vīr diuinitate plen⁹ latissime psequitur. vnde conueniens est vt ad foras numerorū & ad pportionalitates trāseam⁹. Primi libri arithmetice finis.

Pater de⁹ vnitas. Fili⁹ æqualitas. Sp̄s sanctus conexio vel proportionalitas. Creatura inæqualitas. diuersi gradus creaturarum. Creaturæ inæqualitas est a diuina equitate ad eāq; reducitur. Exēplū de fenestris inæqualibus.

Conclusio primi libri arithmetice.

Liber secundus introductionis arithmetice de formis nūeralib⁹ atq; de pportionalitatib⁹ eorū. habet i ḡr duos tractat⁹ sicut pcedens liber.

Tractatus primus de numeris habentibus similitudinē figurarū geometricarū quæ propriæ formæ numerorum dicuntur. habet capita tria.

Caput primum de numeris linealibus & superficialibus.

Antitas discreta vel numerus licet variā rationē habeat a continua quātitate: sitq; genus subalternū quātitatis ab ea distinctū: hæc tñ duo genera hñt magnā iter se cōuenientiā in multis pprietatib⁹ vt in pportioib⁹: pportionalitatib⁹: diuisionib⁹: partibus ali



quotis & aliis mltis q̄ tñ nō æque p̄rio mltitudinē & magnitudinē cōueniunt: sed prius p̄fectius & simplicius multitudinē: deide p attributionem ad eā cōuenire p̄bātur magnitudinē. s. secūdū aliquā rōnē nūeralē. Horū oīm argumentū clarissimū ē figura que vtriusq; quātitatib⁹ cōis ē. nā & numeri æque atq; superficies & corpora figurabiles sunt: sed nūeri puri⁹ & simplici⁹: nā eūdem nūerū cōtingit simul linealē superficialē & solidū esse: imo circularē & quadratū cubicū & sphericū vt. 64. q̄ oīa nul

Cōparatio vtriusq; quātitatis.

Figura p̄petas communis earū.

PRIMI LIBRI ARITHMETICAE

Quarta: pe-
cies quita-
tis est so-
la vel figura.

Forma nu-
meralis qd
sit.

Forme spe-
cies tres
Linealis
forma qd sit
quare di-
cia sit linea-
lis.

Forme line-
alis spēs in-
finita

Superficialis
forma qd sit

Forme super-
ficialis spēs in-
finita

Triangula-
ris forma qd
Triangula-
ris forme
species.

Innotionu-
merorū hu-
ius forme

la eadē superficies nullūq; idē corp⁹ simul hēc pōt. Igitur postq̃ de aliis pprietatib⁹ tū ab
solutistū relatinis dictū est: cōsequēs erit ut etiā de figuris numerorū diserām⁹. Sed discre-
tiōis grā has cōditiōes i nūeris formas vocabim⁹: i magnitudinib⁹ vero figuras. ad hūc
em̄ sensū verissime exponitur q̃rta spēs p̄dicamēti q̄litas apud aristotelē: q̄ eā dīstīcto
vocabulo formā vel figurā appellauit. p̄ formā numeralē descriptionē significās: p̄ figurā
vero magnitudinis teriationē. vñ rōne pri⁹ dicta formā p̄tulit figurā. Est igitur forma
numeri talis dispositio vel nūer⁹ talr disposit⁹: ut figurā geometricā similitudinē gerat.
ut qñ aliquis nūer⁹ vocatur triāgularis q̄drāgularis aut circularis &c. vñ cōstat oēs tales ter-
minos ad quartā spēm q̄litas p̄tinere: & pprias passīōes eē nūerorū: quorū grā & spēs
sunt de p̄dicamēto quātītatis. nā in hac p̄dicatiōe ternari⁹ est triāgulus. nouenari⁹ est qua-
dratus. vigesim⁹ quītus est circulus. & sic de aliis. p̄dicatur ppriū p̄dicabile de suo subiecto
Numeralis formā tria sūt grā subalterna hēc. forma linealis. superficialis. & solida. & q̄a
in his sicut in superiorib⁹ cōcretū & abstractū sinonima sunt: has formas diffiniētes dici-
mus. Linealis nūerus est qui ab vnitate exordīū sumēs: p̄ cōtinuā vnitatis additionē p̄ce-
dit crescēdo. & talis est oīs nūerus siue par siue ipar. vt. 2. 3. 4. Dicitur autē linealis nūerus
ad similitudinē lineā geometricā: q̄ imaginariā licet nō realr dicitur fieri ex cōtinuo flu-
xu p̄cti: sic & nūeri singuli ex cōtinuo fluxu vnitatis resultāt. Et debēt scribi nūeri linea-
les p̄ singulas vnitates suas i vna serie dispositas ad modū lineā. itaq; tot p̄ctis scribatur
nūerus quilibet linealis quot vnitates habet: nō aut tot⁹ nūerus simul vno solo carectere
ut hacten⁹ fiebat: ut binari⁹ sic . . ternari⁹ sic . . . quaternari⁹ sic Iste enī ē naturalis
modus scribēdi nūeros: nā illos caractēres nūerales ars hūana iuenit nō natura. Hui⁹ pri-
mi generis formā nūeralis īfinita sūt spēs tot. s. quot possit sūt spēs specialissimā nūe-
rorū. & noīantur sic. linealis dīarū vnitatū. linealis triū vnitatū. linealis quattuor vnita-
tū &c. sed de his satis: quia sicut apd geometras lineā quātūcūq; teriata suis extremis nō
dicitur figura neq; ei⁹ pprietates demonstrāt: sic apud arithmeticos parua est cura de nūe-
ris linealib⁹ nullaq; eorū pprietates demonstrāt. Superficialis nūerus est qui p̄ suas vnita-
tes i plana superficie descript⁹ lōgitudinē & latitudinē h3: ut senari⁹ sic script⁹ : : : Et
sicut i geometria ex fluxu lineā i seip̄am vel in aliā imaginatur fieri superficies: ut h3 Euclī-
des in secūdo libro: sic i arithmetica ex ductu vel ex additiōe nūeri linealis ad seip̄m vel
ad aliū numerū linealē pducitur nūerus superficialis. ut ducto binario in seip̄m pducitur
quaternari⁹: nā bīduo sūt quattuor qui est nūer⁹ superficialis. similr addito binario ad ter-
nariū fit quinari⁹ superficialis nūer⁹. ducto etiā binario i ternariū pducitur senari⁹ sup-
ficialis nūerus. & sic de aliis. Vñ p3 rō quare talis forma nūeri dicatur superficialis. tū quia
pducitur ex lineali ad linealē ut superficies i geometria. tū quia p̄ suas vnitates descript⁹ lō-
gitudinē & latitudinē exhib3 ad modū superficiei geometricā s3 altitudinē nō h3 de qua
in nūeris solidis dicem⁹. Diuiditur autē superficialis aut plan⁹ nūerus p̄ īfinitas spēs a ter-
nario initīū sumētes. hēc sunt: triāgularis: quadrangularis: pētagon⁹: exagon⁹ &c. & tā-
dē circularis nūerus. Binarius em̄ nō pōt eē nūerus superficialis: tū quia ex solo fluxu vnita-
tis pcedit ad modū lineā. tū quia quomodocūq; scribatur suā vnitates p̄ singula p̄ctis: so-
lā lōgitudinē h3 & nullā latitudinē. Triāgularis nūerus ē qui p̄ suas vnitates certo mō del-
cript⁹ i plano tria latera eq̄lia mōstrat: ut hīc . . . Hui⁹ gñis etiā sūt īfinita spēs: q̄ sic noīat
triāgulus hīs vnā unitatē in quolibet latere. triāgulus hīs duas unitates in quolibet latere
deide tres & quattuor &c p̄ naturalē seriē numerorū. q̄ oēs spēs facile iueniētur p̄ cōtinuā
additionē nūerorū naturalis ordinis nullo dimisso. Vñ prim⁹ triangulorū est unitas nō
quidē realr & in actū (cū ip̄a nō sit nūerus superficialis: imo neq; linealis: sed solū p̄ctua-
lis) sed est triāgulus solū in potētia: & eadē rōne in oīm formarū superficialiū gñib⁹ ip̄a
unitas primū locū obtinebit: vocabiturq; prim⁹ quadrat⁹ prim⁹ pētagon⁹ &c. hīs. s. vnā
vnitatē in quolibet latere. dimisso ergo hoc prim⁹ triāgulo. Secūdus est ternari⁹ pducit⁹
ex aggregatiōe vnitatis & binarij: vñ & duas vnitates h3 i quolibet latere. Terti⁹ est sena-
rius p̄dictis duob⁹ addēs ternariū. & tres vnitates hīs i quolibet latere. Quartus est dena-

PARS SECVNDA DEFORMIS NVMESORVM

rius p additionē q̄ternariū ad p̄cedētes: h3 q̄ q̄tuor unitates i q̄libet latere. & sic de aliis. Qua
drāgularis nūer⁹ ē q̄ p suas vnitates sparsi descript⁹ q̄tuor lata ondit: vt : : Hui⁹ gñis sūt duæ
spēs subalternæ p̄cipue: sc3 nūer⁹ q̄drat⁹ & nūer⁹ altera pte lōgior: q̄drat⁹ nūer⁹ est qui oīa q̄
tuor latera eq̄lia h3. & diuidit p̄ īfinitas spēs sicut & triāgul⁹ variatas ex nūero unitatū q̄ sūt
īn quolibet latere. f. vna. duæ. tres. q̄tuor &c. Altera pte lōgior nūer⁹ est qui nō h3 oīa latera
eq̄lia s3 lōgitudine h3 latitudine maiore. & si sit excessus ī sola vnitate dē nūer⁹ alta pte lōgi
or: vt : : coq̄ alterū dē de duob⁹ quorū vnū īmediate sequitur ad aliq̄d: si autē ī duab⁹ aut plu
rib⁹ unitatib⁹ sit laterū dēia: dē ātelōgior. i. valde lōgior: estq̄ foīa īregularis de q̄ arithme
tici nō curāt. Generātur autē nūerī quadrati oēs ex naturali serie nūerorū p additionē vno ī
terscalariter dimissio cōtinue. vt vnitas ē prim⁹ q̄drat⁹. i. ī potētia. cui si addatur ternari⁹ fiūt
4. secūd⁹ q̄drat⁹: hñs duas vnitates ī q̄libz latere. deīde addito q̄nario fiūt. 9. terti⁹ q̄drat⁹ tri
umq̄ vnitatū ī q̄libet latere. & sic cōsequēter p alios q̄dratos de quib⁹ sup⁹ data ē alia reglā
gñatiōis eorū p multiplicatiōē cuiuslibz nūerī ī seipm. vbi etiā nūeros altera pte lōgiores:
q̄s vocabam⁹ lōgilateros: p mltiplicatiōē nūerorū p̄ximorū ī naturali ordine īuenire do
cuim⁹. Pentagon⁹ vltiquāgulus nūer⁹ est q̄ sup̄ficiali descriptiōe p singulss vnitates ī pla
no descript⁹ quib⁹ latera eq̄lia cōtinet. eiusq̄ spēs īfinitæ gñantur p additionē ex naturali se
rie nūerorū cōtinue duob⁹ dimissis. vt addit vnitate ad quaternariū fiūt. 5. nūer⁹ pētagon⁹
quib⁹ si addatur septē fiūt. 12. terti⁹ pētagon⁹: & sic de aliis. Exagon⁹ vlt sexāgul⁹ nūer⁹ est
qui eodē mō vt supiores descript⁹ sex eq̄lia latera exhibet. Gñanturq̄ ei⁹ spēs ex naturali se
rie nūerorū trib⁹ dimissis. eptagonī q̄tuor dimissis. octogonī quib⁹ dimissis &c. Circularis
nūer⁹ est q̄ ex aliquo nūero ī seipm ducto p̄duct⁹: ī eūdē nūerū desint a q̄ p̄ducebatur. & se
h3 admodū circuli ī geometria cui⁹ finis reddit ad p̄cipiū. tales nūerī ex q̄nario & senario
Triāguli. 1. 3. 6. 10. 15. 21. 28. solū oriūtur vt. 25. & 36. Seq̄tur descriptiō oīz istarū spērū sūt.
Quadrati. 1. 4. 9. 16. 25. 36. 49. Sūt autē p̄dictarū p̄rū foīa sup̄ficiali nūerorū p̄prietates
Alta pte lōgiores. 2. 6. 12. 20. 30. multæ: s3 earū notabiliores hæ sūt. P̄ia ē q̄ merito oīz
Pētagonī. 1. 5. 12. 22. 35. 51. spērū istarū triāgularis nūer⁹ ē p̄ia quia gñatiōib⁹ & resolu
Exagonī. 1. 6. 15. 28. 45. 66 tōib⁹ aliarū semp̄ est necessari⁹. nā oēs foīa nūerorū sibi p̄x
Eptagonī. 1. 7. 18. 34. 55. &c. si primū p̄rio & secūdū sc̄do: & sic deīceps nūeros cōparaue
Circularis nūerī. 1. 25. 36. ris: triāgularib⁹ nūeris sese superant. ergo ex triāgulis gñantur
ī triāgulosq̄ resoluūtur. vt prim⁹ triāgul⁹ ternari⁹ differt a p̄rio quadrato p vnitate q̄ ē triā
gulus. & secūd⁹ triāgulus senari⁹ differt a sc̄do quadrato nouenari⁹ p ternariū q̄ ē triāgul⁹
& terti⁹ triāgulus. f. 10. supatur a tettio q̄drato. 16. p senariū q̄ est triāgulus: & sic de aliis seq̄n
tib⁹. Eadē cōpatio erit iter primū quadratū & primū pētagonū. iter s3 & s̄m. iter tertiū & ter
tiū: & sic de aliis: q̄a eisdē triāgulis differūt. f. vnitate. ternario. senario &c. Similr p̄nt cōparī
pētagonī ad exagonos. & illi ad eptagonos. & sic de aliis. Sicut etiā ī geometria triāgulus est
p̄ia figurarū sup̄ficialiū excepto circulo: q̄a duæ rectæ lineæ q̄tūcūq̄ applicatæ ad āgulū nō
p̄ficiūt figurā. vñ oēs aliæ figuræ geometricæ ex triāgulis fiūt ī triāgulosq̄ resoluūtur: vt a
lias videri h3. Sc̄pa p̄prietas q̄ q̄libz foīa nūerī sup̄ficialis p additionē nūerorū naturalis or
dinis eomō q̄ p̄dixim⁹ gñata: tot vnitates h3 ī q̄libet latere suæ descriptiōis ex quot nūeris
aggregatis gñata est. vt ternari⁹ aggregatur ex vnitate & binario. iō duas vnitates h3 ī quo
libet latere triāgulari. senari⁹ seq̄ns tres vnitates q̄a ex tribus aggregatur. f. vnitate binario
& ternario. & sic de aliis. Eadē rō est de quadratis: nā q̄ternari⁹ h3 duas vnitates ī quolibz la
tere: q̄a ex duobus nūeris aggregatur. vnitate. f. & ternario. nouenari⁹ h3 tres: q̄a tres nūe
ros aggregat ī sua gñatiōe supaddēs duobus primis q̄nariū. Pariformit se hñt nūerī pētago
ni ī suis lateribus. nā q̄nari⁹ aggregatus ex vno & q̄tuor duas vnitates h3 ī quolibet latere.
duodecim⁹ tres vnitates: & sic de aliis. Tertia p̄prietas: si quadratus quadratū multiplicet
nūerū: p̄ductus nūerus sēp est q̄dratus. maior tñ & alius ab eis: vt nouē quater sūt 36. & sic de
aliis. Quarta p̄prietas. si nūerus altera pte lōgior aliū altera pte lōgiorē multiplicet. tertius
altera pte lōgior īde p̄creatur. vt bis sex. sunt. 12. & sic de aliis. Quinta p̄prietas q̄ si q̄dratus
multiplicet altera pte lōgiorē vel ecōtra: p̄duct⁹ numerus: neq̄ ē quadratus neq̄ altera pte
lōgior: vt bis quatuor. 8. & sic de aliis. Sexta p̄prietas q̄ oīs quadratus ex duobus sibi p̄x

Quadrā
gularis for
ma qd sit.
Quadrata
forma.
Alterā pte
longior.

Inuētiō q̄
dratorū nūe
rorū p addi
tionem
Inuētiō al
tera pte lō

Pētagona
foīa qd sit

Exagona
foīa qd sit.
Circularis
foīa qd.

Sup̄ficiali
uniformarū
p̄prietates
1. p̄prietas

2. p̄prietas

3. p̄prietas

4. p̄p̄se.

5. p̄prietas

6. p̄prietas

SECVNDI LIBRI ARITHMETICAE

suprapositis triagulis simil' additis gñatur. vt qternari⁹ ex vnitate & ternario: nouenari⁹ ex 3. & 6. pariter. 16. ex. 6. & 10. Eadē rōne oīs pētagon⁹ ex duob⁹ eū pximo pcedētib⁹ nūeris gñatur altero triagulo & altero qdrato: vt. 5. ex. 1. & 4. Similr. 12. ex 3. & 9. Eadē lege exagon⁹ oīs ex triagulo & pētagono. oīs qptagon⁹ ex altero trigono alteroq; exagono pcedit: & sic de aliis. quo fit vt oēs forae supficiales extrigonis cōsurgere: & in eisdē resolui facili dephēdatur qd nō solū ad pītagoricā: sed etiā ad platonica doctrinā itelligēdā magnū esse momentū reputatur ab oib⁹ doctis. haften⁹ igitur de nūeris superficialib⁹.

Caput secundū de numeris solidis vel corporeis.

Solida for-
ma qd sit.

Imagina-
no solide
forme

Forae soli-
de spēs

Forae pira-
midalis qd

Spēs eius
infinite

Descriptio
forae pira-
midalis

Piramidis
ppietas.

Quid inte-
grat qdcur
ta piramis

Solidus nūer⁹ siue corpore⁹ est q sparsim p suas vnitates descript⁹ lōgitudinē: latitudi-
nē: & altitudinē (q crassitudo vel pfunditas appellatur) hñe vñ: trinaq; distēditur dimē-
siōe. Qd vt facili⁹ itelligatur: reppetam⁹ imaginationē geometricā de imaginaria descriptōe
vñ pductōe cōtinui ex idiusibilib⁹. q licet i re nulla sit: vt ilis ē tñ imaginatio illa ad multa re-
ctius itelligēda. nec ppter ea sciētiae mathematicae sūt deceptorie imaginātes qd nō est. qvnt
aristoteles h3. 2. phisicorū abstrahētū nō ē mēdaciū. sicut ergo ex fluxu pūcti lineā: & ex flu-
xu lineae supficiē descripsim⁹ tā in discretis q i cōtinuis: sili imaginatiōe ex fluxu supficiē
crassitudinē & corpulētā describere poterim⁹: vt Euclides facūdiffime docet i. 11. libro suae
geometriae. si ergo supficialē nūerū aliquē ad seipm vñ ad aliū aut addiderim⁹ aut mltiplica-
uerim⁹: solidū nūerū idē cōstituem⁹. vt bis qtuor sūt. 8. q est nūer⁹ solid⁹: & sic de aliis. recti⁹
tñ imaginatio solidorū nūerorū multiplicatiōe q additiōe cōcipitur: multiplicatiōe inq; du-
plicata: i q tres nūeri pferātur: quorū prior lōgitudinē. sequēs latitudinē: terti⁹ vero pfū-
ditatē exhibet. vt bis duo bis sūt. 8. nūer⁹ solid⁹ hñs duas vnitates in lōgū & totidē in latū vt
hic: : q figura qdrata si iterū p imaginationē describatur i altū: habebit nūer⁹ ille etiā du-
as vnitates in pfundū: eritq; totus nūer⁹. 8. vnitates qd dicim⁹ bis duo bis: qā duas vnitates
bis i plano describētes p duas lineas fecim⁹ qternariū: q bis descripto i pfundū: cōstitut⁹ est
octonari⁹: eadē rō est de istis bis duo ter. bis tria ter. ter tria qter. & sic de aliis. Nūeri solidi i
nūeris sunt spēs: neq; a nobis oēs explicabiles. sunt em qdā nūeri pīramidales. alii cubi. alii
asserēs: alii cunei. alii laterculi. alii parallelipidi: vñ alii dicūt parallelepīpedi &c. & tādē nu-
meri spherici. Harū oīm spērū sola pria additiōe nūerorū & diffiniē & pcreatur: aliae vero oēs
replicata vt dixim⁹ multiplicatiōe. Pīramidalis nūer⁹ est solid⁹ q ex aggregatiōe pluriū sup-
ficialiū nūerorū eiusdē spēs resultat. vt ex plurib⁹ triagularib⁹ nūeris fit vna pīramis. similr
ex plurib⁹ qdratis: aut ex plurib⁹ pētagonis naturalī serie dispositis. vñ eliciūtur duo certis-
sima. Primū q nūerorū pīramidalīū sunt īfinītā spēs variatē iuxta spēs nūerorū supficia-
liū. s. pīramistrilatera q fit ex triagulis. quadrilatera ex quadragulis. pētilatera ex qnquagu-
lis &c. Scdm est facilis mod⁹ gñatiōis aut inētiōis nūerorū istarū spērū q fiūt p additiōē su-
perficialiū qd oēs iā nouim⁹. Sed pīramis ita se h3 iter nūeros solidos sicut se habebat triagu-
lus iter nūeros supficiales: qā ipa est pīcipiū oīs solidarū formarū. debetq; i ei⁹ descriptiōe
fieri talis imaginatio q vnitas ponatur suspēsa i aere. deide sub ea etiā i aere ponatur terna-
rius. sub qtertio ponatur senari⁹. & sic cōsequēter p oēs numeros triagulares descēdedo. ex
eis oibus resultabit vna pīramis trilatera magna vñ parua sm q plures vel pauciores triagu-
los aggregat i sua cōpositiōe: cuius pīramidis āgulus est vnitas: basis vero ē vltimus triagu-
lorū sub ea positorū. Eodē mō ē describēda pīramis qdrilatera si subvnitate cōsequēter ponā-
qdrati nūeri. & pīramis pētilata subvnitate aggregat nūeros pētagonos. & sic de aliis. vt hic.
Trianguli. 1. 3. 6. 10. 15. Pīramides trilaterae. 1. 4. 10. 20. 35. Est autē oīm pīramidalīū h3
Quadrāgli. 1. 4. 9. 16. 25. Pīramides qdrila. 1. 5. 14. 30. 55. pprietas q vna qd pīramis tot
Pentagoni. 1. 5. 12. 22. 35. Pīramides pēti. 1. 6. 18. 40. 75. vnitates h3 i quolibz latere suae
altitudinis ex quot supficialibus numeris aggregatur. vt trilatera pīramis q est. 4. h3 duas
vnitates in altitudine. decē h3 tres vnitates &c. Similr quadrilatera pīramis. 5. h3 duas vnita-
tes in altitudine. 14. habet tres vnitates &c. Eodē mō pētilatera pīramis. 6. habet duas vnita-
tes. 18. tres vnitates i quolibet latere suae altitudinis: & sic de aliis. Scire etiā oportet q sunt
qdā pīramides itegrā: aliae vero curtā vñ truncatā quas grāci coluros appellāt. Integrāe pira-
mides sunt quas prius descripsimus. sed curtā dicerētur si ex pte āguli pīramidis auferretur

aliqui numeri superficiales pertinetes ad eius integritatem. & tunc si sola vnitas suprema auferatur: dicitur curta piramis: si autem etiam auferatur primus numerus superficialis sub vnitate positus: vocatur biscurta piramis. & si adhuc auferatur alius sequens superficialis: vocabitur tricurta piramis & sic consequenter. & hoc verum est in omnibus speciebus pyramidalium numerorum de quibus iam satis. Cubicus numerus est qui ex duplicata multiplicatione alicuius numeri per seipsum consurgit. vel clarius si in replicata multiplicatione tres numeri equales proferantur ut bis duo bis sunt. 8. ter tria ter sunt. 27. & sic de aliis. Huius formae prima proprietas est quod quilibet cubus habet sex superficies equales. octo angulos solidos. & duodecim lineas siue latera equalia. quomodo autem debeat imaginari huius formae & aliarum sequentium corpulentia vel altitudo quae est tertia dimensio: superius in principio huius cap. declarauimus. Secunda proprietas est quod si cubus alicuius se vel alium cubum multiplicet. semper inde producit cubus maior eis. nam octies. 27. sunt. 216 qui etiam est numerus cubus ex tribus senariis replicata multiplicatione procedens. ut dicendo sexies sex sexies. Caneus numerus oppositas conditiones habet ad cubum. quia omnes tres dimensiones habet inequales: fitque ex replicata multiplicatione trium numerorum inequalium. ut si dicere sexies quatuor bis sunt. 48. vel sic. quinque quatuor ter sunt. 60. Iste numerus a graecis vocatur scalenos quod latine est gradatus. dicitur etiam sperniscion. id est caneus ad modum illius corporis cuius longitudo est maior latitudine. latitudoque maior altitudine. Asser numerus est ad modum corporis ferratilis quod vocatur tabula erecta in altum: producitque ex replicata multiplicatione trium inequalium: sed aliter quam caneus. nam in assere longitudo est minor latitudine: & latitudo minor altitudine. ut dicendo bis tria quater sunt. 24. aut bis quatuor quinque sunt. 40. &c. Laterculus numerus describitur ad modum lateris quadrati cuius longitudo & latitudo equales sunt sed altitudo minor eis. ut dicendo ter tria bis sunt. 18. vel quater quatuor bis sunt. 32. &c. Paralellipidus numerus est ad modum columnae quadratae cuius longitudo & latitudo equalibus altitudo maior est: ut si didicam bis duo sexies. sunt. 24. vel ter tria octies sunt. 72. &c. Praeter has formas solidas sunt aliae plurimae species figurarum laterarum tum regulares tum irregulares: de quibus non est modo dicendum per singulas: sed ex geometria sunt requirendae. Sphericus numerus est cubicus talis. qui ad modum sphaerae terminatur in numerum illum ex cuius multiplicatione processit: sicut & de circularibus dicebamus. ut quinque quinque quinque sunt. 125. vel sexies sex sexies sunt. 216. & praeter hos vix alii reperiuntur: nisi vellet quis unitatem & circulem & sphericum numerum appellare: quia per omnem multiplicationem reddit ad seipsum. ut dicendo semel vnum. vel semel vnum semel: quidam etiam dicunt quod 64. est numerus sphericus quia a quaternario cubica multiplicatione procedens ad quaternarium terminatur. sed apud arithmeticos non consuevit numerus sphericus appellari: nisi ille cuius quadratus etiam fuit circularis. hoc autem non habet praedicti numeri quadratus qui est. 16. incipiens a quaternario & ternarius in senarium.

Cubica forma quod sit.
Cubice formae proprietates duae.
Prima proprietas

Caneus numerus quod sit

Asser numerus quod sit

Laterculus quid sit.

Paralellipidus quod sit.

Spherica forma nunc rogi quod est:

Caput tertium de comparatione quadratorum

& altera parte longiorum numerorum.



DE FORMIS ergo numerorum tam multiplicibus satis dictum fuisse putaremus: & finem huic tractatui faceremus: nisi quia boetius ex numeris quadratis & altera parte longioribus magnum facit in philosophicis theorematibus sacramentum. Ideo ne diuina eius imaginatio inutilis videatur a nobis reputata: breuibus ea hic colligemus verbis. In primis annotantes numerorum quadratorum & altera parte longiorum hanc notabilem differentiam: si non ex multiplicatione ut olim: sed ex additione numerorum eos voluerimus gnare: quod quadrati numeri ex naturali serie imparium: sed alia parte longiores ex numeris paribus seriatim ordinatis continua additione procreantur: ut patet hic.

Id est istarum formarum duae prima

SECVNDI LIBRI ARITHMETICAE

Impares. 1.3.5.7.9.11.13. Pares. 2.4.6.8.10.12. Ideo numeri quadrati ex ipa
 Secda dñia Quadrati. 1.4.9.16.25.36. Alfa pte lōgi. 2.6.12.20.30.42. ribus pcreati: quorū vnitas
 vnitas est Immutabilis naturæ: oīa latera equalia habent. sed altera parte lōgiore ex
 naturā qmū mutabilis. aūt binariū eodē mō pbat̃ quia in quēcūq; numerū ipse ducatur prior quātitas mutatur
 Binariū est alteritatis principis & alia pducitur. vt bis duo sunt quatuor. bis tria sunt sex &c. eadē ratio est de oībus aliis nu
 meris post binariū. Nimirū ergo si binarius alteritatis principū dicatur a philosophis: tū
 quia est primus numerus qui ab vnitate recedit. tū etiā quia est primus eorū qui sua multi
 plicatione numerorū alteritatē causant. Ergo ex inuariabilitate vnitatis prouenit q̃ quadra
 ti numeri iparitat̃ naturā habentes: oīa latera habeant equalia & vniformia. sed ex varia
 bilitate binariū pcedit q̃ altera parte longiores numeri paritatis naturā habentes latera ha
 beant inequalia & difformia vt dictū est. Patet etiā tetragonos numeros participare natu
 ram iparium: quia facta cōtinnatione duplorū in vna serie vt. 1. 2. 4. 8. 16. 32. &c. vel triplo
 rū numerorū. vt. 1. 3. 9. 27. 81. &c. numerū quadratus inter eos semper in loco impari iue
 nitur. Cubi etiā numeri imutabili natura participant: eo q̃ per additionē ordinatā non ab
 aliis q̃ ab iparibus numeris producentur vt posita serie impariū. 1.3.5.7.9.11.13. &c. pri
 mus eorū est cubus. s. vnitas. deinde duo sequentes simul aggregati faciunt octo qui est cu
 bus. & tres sequentes simul sumpti produciunt. 27. qui etiā est cubus. & quatuor sequētes
 sunt. 64. numerus cubus & sic de aliis per ordinem. Hac supposita differentia: dicam⁹ vltē
 rius q̃ istæ duæ formæ numerorū sunt tā principales in negotio arithmetico: sicut corrup
 tibile & incorruptibile in toto vniuerso: vbi omne qd̃ est his duab⁹ differētiis cōprehēdi
 tur. quicquid. n. in mūdo est: aut est naturæ imutabilis eiusdēq; substantiæ vt de⁹ agel⁹ cœli
 aut est mutabilis variabilisq; naturæ vt elemēta & alia corpora naturalia: aut ex his duab⁹
 naturis cōpositū vt homo. Ita etiā in numeris arithmeticiis quicquid est vel ipar est ex quo
 pcedit quadrata forma: vel par vnde pcessit altera parte longior: vel ex his duabus formis
 procedens. nā permixtis eis & certo modo cōparatis: ex ipsis nascuntur omnes numeri &
 numerorum species. omnesq; proportionēs. & etiā numerorum formæ supradictæ. atq;
 q̃ proportionalitates inferius dicendæ. Disponantur enim quadrati numeri omnes in vna
 serie: & sub eis altera parte longiores ordinati. vt hic.
 Prima cōpato de nu
 meris Quadrati 1. 4. 9. 16. 25. 36. 49. Si primū altera parte longiorē binariū primo tetrago
 Lōgilateri. 2. 6. 12. 20. 30. 42. 56. no. i. vnitati cōparaueris: differentia erit vnitas. si secū
 dum secundo: differentia est binari⁹. si tertiū tertio. ternari⁹ &c. oēs numerorū spēs inde p
 duces. & in eisdē cōparationib⁹ iuenies primo pportionē duplā. deinde sesquialterā. postea
 sesquiterciā. & cōsequenter oēs pportiones superparticulares. Itē si secundū quadratū pri
 mo altera parte longiori. & tertiū secūdo. & quartum tertio. & sic deinceps transuersaliter
 cōparaueris: easdem pportiones inuenies. oēsq; numerorum species ex eorū differentiis
 pter vnitatē eliciēs. Adhuc aut̃ in serie quadratorum differentia sunt numeri impares na
 turali ordine: sed in serie altera parte longiorum differentia eorum sunt numeri pares per
 ordinē naturalem. Itē permixtis tetragonis & longilateris alternati ita q̃ ex duabus serie
 bus fiat una series. ut hic. 1. 2. 4. 6. 9. 12. 16. 20. 25. 30. 36. 42. Primus longilaterus ad suos
 collaterales quadratos cōtinuat duplā proportionē. secundus longilaterus sesquial
 teram copulat ad suos quadratos. tertius sesquiterciā. quart⁹ sesquiquartam: & sic de aliis
 proportionibus superparticularibus. Ex quorum iterum differentiis naturalis numero
 rum series procreatur. In premissa etiā serie permixta cōtinue comparando quēlibet
 numerū mediū ad suos pximo collaterales: apparebūt qnq; dñæ similes & pportiones di
 uersæ: qnq; ecōtra pportiones similes & dñæ diuersæ. s. crescūt differentia scd̃ naturalem
 seriē numerorū. similiter & pportiones a dupla incipientes per omnes spēs superparticu

lariū pcedunt. Eadē imaginatio occurret cōpando differētiās nūmerorū in tali serie posito-
rū: ad eodē nūeros quorū sunt differētiæ. Nō solū aut ex quadratis & altera pte longiori
bus adinuicē cōparatis nascūtur nūmerorū & pportionū spēs ut p̄dictū est: sed etiā aliæ nūe-
rorū formæ. additis. n. simul priō tetragono qui est unitas: & priō altera pte lōgiore bina-
rio resultat ternarius q̄ est triāgulus. deīde addito scđo quadrato ad primū altera pte lōgio-
rē fit secūdus triāgulus senari⁹. & sic cōsequēter ex additiōe duorū p̄ximorū i serie p̄mixta
resultāt nūeri triāgulares suo ordine naturalī. Itē p̄ gñatiōe q̄dratorū ex p̄dicta serie p̄mix-
ta: repetēdæ sūt duæ p̄prietates figuræ magnæ p̄portionū sup̄i⁹ posite in cap. 5. p̄cedētis
tractat⁹. s. p̄prietates tertiā & q̄rta: hac facta tria: q̄ vbi ex duob⁹ q̄dratis & vno altera pte
lōgiore tetragon⁹ p̄creatur: ille temp̄ est numer⁹ ipar & ex ipari radice p̄cedēs: s̄ q̄n ex du-
obus alia pte lōgiore b⁹ & vno q̄drato cōficitur tetragon⁹: ille ip̄ est par & a pari radice p̄-
cedit. Ex linea insup̄ q̄dratorū scorsū oēs lōgilaterī p̄creatur: si cuiuslib⁹ q̄drati lat⁹ ad ip̄
addideris vel ab eo subtraxeris. oīs em̄ nūer⁹ idē resultat erit lōgilater⁹. Deniq̄ p̄portio-
nālitate: ad q̄s trāsitū faciū⁹: ex p̄mixta serie q̄dratorū & altera pte lōgiore h̄ri p̄nt: q̄nquidē
i eis dātur mō dīxi siles vt dixim⁹ & p̄portioēs diuersæ: q̄ p̄tinet ad p̄portioālitate arith-
meticā: mō apparēt dīxi ieq̄les & p̄portioēs siles: q̄ ē p̄portionalitas geometrica vt dice-
tur iīra. Sed de his iā satis: & p̄ cōclusiōe hui⁹ tractat⁹ addam⁹: q̄ sup̄radictæ oēs formæ nūe-
rorū debite applicatæ magnū phlōs & theologis afferre p̄nt veritatis monimentū. qd̄ em̄
p̄pri⁹ & veri⁹ dici pōt: q̄ triangularē primā formarū numeraliū: aqua oēs aliæ p̄creatur vt
dixim⁹: eē diuinā cēntiā in p̄sonis trinā aq̄ oēs creaturæ p̄cesserūt. q̄ nihilomin⁹ trinitatis
icreatæ vestigiū h̄nt. q̄a vt aristoteles ex p̄ictagoricis allegat i. 1. lib. de cōelo: cuiuslib⁹ rei cre-
atæ p̄fectio cōsistit i trib⁹. q̄ postea bt̄s augustin⁹ declarās dicit q̄ oīs res cōsistit i mō sp̄e
& ordine. & allegat illud sapiētis q̄ de⁹ oīa cōstituit i nūero & pōdere & mēsurā. aliæ vero
numerosū formæ tā superficiales q̄ solide qualr singulis creaturis distribuēdæ sūt: q̄a ni-
mī slongū foret enarrare: cōsulto reliquim⁹ ad exercitiū ingeniosorū iuuenū.

Scđa cōpa-
lio de solis
nūmerorum.

De triāgul

De q̄dratis

De alterap
telōgiore
Tertiā cō-
p̄tio de p̄-
portionalit
atibus.

applicatio
formarū nu-
meraliū ad
res hūlus
mundi

Tractatus secūdus secundī libri de p̄portionalitatibus numerosū & earū
p̄prietatibus. habet capitula quatuor.

Caput primū de p̄portionalitate arithmetica & de p̄prietatib⁹ eius.



ONSEQ VENS est ad p̄dicta oīa q̄ erāt de p̄portionib⁹ & formis numerosū
diuersis: ut etiā de p̄portionalitatib⁹ breuiter trāsigam⁹. ex cōtinuatiōe. n. p̄-
portionū & formarū numeraliū q̄s sep̄i⁹ dixim⁹ i p̄cedētib⁹: p̄portionalitates fi-
eri q̄ manifestissimū erit: si vocabuli diffinitionē p̄mittam⁹ talē. Proportiona-
litas est triū aut pluriū numerosū simul sup̄torū habitudo vt. 1. 2. 4. est vna p̄portioālitas
s̄līr in istis. 1. 2. 3. 4. & sic de aliis multis. vñ p̄ differētiā p̄portionalitatis a p̄portioe: quia
hæc duorū tm̄ numerosū erat cōp̄tio: illa vero triū aut pluriū. l̄ apud phlōs pariter & theo-
logos ista duo noīa sep̄i⁹ cōfundātur: & alterū p̄ altero accipiatur. Illa aut diffinitio cōis p̄-
portionalitatis: q̄ est pluriū p̄portionū habitudo vel collectio aut similitudo: nō oī p̄por-
tionalitatē cōuenit vt patebit de arithmetica p̄portionalitate. Proportionalitatis cōis hanc
diffunctā passiōē aut p̄prietatē assignam⁹. q̄a oīs p̄portionalitas aut cōtinua aut discōri-
nua esse pōt. cōtinua dī p̄portionalitas q̄n in trib⁹ nūeris accipitur. in quibus necesse ē vt
medi⁹ terius reppetatur bis: simili cōparatiōe se h̄ns ad extremos. diffuncta vero est p̄portio-
nālitas accepta i q̄tuor nūeris ad min⁹: ubi nullus medi⁹ bis cōparatur s̄ tm̄ semel. s. vn⁹
medi⁹ ad unum extremū & alter ad alterū. nā si cōtingeret p̄portionalitatē facere ex qua-
tuor aut plurib⁹ nūeris i qua q̄libet medi⁹ bis cōparetur. s. semel ad extremū & semel ad
alterū mediū: illa pot⁹ esset cōtinua p̄portionalitas q̄ discōtinua l̄ in pluribus q̄ trib⁹ nu-
meris accepta. Proportionalitatis spēs plurimæ sunt & nō facile deteriabiles. s̄ apud anti-
quos phlōs. s. p̄ictagoricos solæ tres hui⁹ gñis spēs ponebātur. s. arithmetica. geometrica.
& armonica. q̄ etv̄sq̄ ad platonē aristotelēq̄ m̄asēt solæ. & vocabāt eas medietates aut me-
diocritates: q̄a gerūt similitudinē moraliū virtutū q̄rū q̄libet ē mediocritas iter duo extrēa al-
terū p̄ excessum alterū p̄ defectū: sicut in p̄portionalitate dātur ad min⁹ tres uūeri: un⁹ me-

Proportio
nālitas qd̄
sit.
In quo dif-
fert a p̄por-
tione

Proportio
nālitas
vnica p̄p̄ri-
etas.

Proportio
nālitas
spēs plures
p̄portio-
nālitates q̄
re dicit me-
diocritates nu-
merorum.

Arithmeti
ca pporiō
lis qd sit

Quare dī
arithmeti
ca.

Quatuor
ei p ppori
tas pma.

2. pporiētas

3. pporiētas

4. pporiētas

di9 & duo extremi quorū alter excedit mediū alter vero deficit ab eo. post istos aut phlos
alii sapiētes q̄ secuti sunt: septē alias spēs hui9 gñis addiderūt p ducētes eas ad nūerū dena
riū: q̄uidebatur eis oīz aliorū pfectissim9 eo q̄ sit vltim9 terius nūerorū. nā post denariū oēs
nūeri sūt reppetitōes denariū aut suarū partiū. Verūn si modū multiplicatōis istarū ppor
tionalitatū subtiliter aduertam9: plures pportionalitatū spēs q̄ decē imaginariū poterim9
quē modū in fine istū tractat9 explicabim9. interī aut circa primas illas tres spēs intende
mus diffinitiones & pprietates earū pquirentes. Arithmetica pportionalitas est triū aut
pluriū nūerorū talis aggregatio in qua neglecta pportionū equalitate: eadē & similis dif
ferentia iter nūeros obseruatur vel attēditur: & hāc manifesta est in naturali nūerorū se
rie: vbi semp duorū pximorū differētia est vnitas. vt. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. Similr in naturali
serie nūerorū pariū seorsum: vel ipriū seorsu9: vbi semp differētia est binari9. vt p3 hic
Pares. 2. 4. 6. 8. 10. Impares. 1. 3. 5. 7. 9. Eadē pportionalitas hī in naturali serie nūe
rorū pariter ipariū de quib9 superi9 dixim9 q̄ quilibet eorū distat a suo pximo p quatuor
vnitates. vt. 2. 6. 10. 14. 18. &c. Hāc etiā nūerorū seriē in arithmetica practica q̄ dī algo
rism9 vel abacus pgressiōnē nūerorū vocāt. Dicitur aut talis nūerorū aggregatio p
portionalitas arithmetica: nō q̄ ipa sola in nūeris cōsistat & alia oēs in magnitudinibus:
qnq̄ dē oēs pportionalitatū spēs i nūeris oēs q̄ i magnitudinib9 iueniātur: sed dī arithme
tica quia solū attēdit nūerū vnitatū excessus iter picipales nūeros qui cōparātur. In geo
metrica vero pportionalitate sequēte nō curātes de numero illarū vnitatū p quas picipas
les nūeri sese excedūt atq; excedūtur: picipalr attēdim9 quota pars sit ille excessus res
pectu nūeri excedētis vel excessi: & hoc siue excessus ille sit vnitas siue binari9 siue ternari9
&c. vñ nō imerito hāc pportionalitas arithmetica. i. nūeratiua excessus dī: sequēs vero
geometrica. i. mēsuratiua eiusdē excessus. Arithmetice pportionalitatis q̄tuor pcpue sūt
pprietates. Prima eadē est cū quarta pprietate nūeri pariter iparis. i. q̄ si medi9 terminus
fuerit vn9: ille coniūctorū est medietas extremorū. si aut fuerit duo media illa simul sum
pta adequātur duob9 extremis sibi adiūctis tā i pportionalitate cōtinua q̄ discōtinua.

2. pporiētas. 2. 10. Scda pprietas. q̄ sicut qlibet numeri9 in hac pportionalitate se h9
vt. 2. 4. 6. & 2. 4. 6. 8. ad seipm: ita se hnt dīx ad differētiā. nā vtrōq; equalitas rep
peritur. qd nō est possibile in aliis pportionalitatib9. hoc p3 in pdictis exēplis vbi oēs dif
ferentiā sūt dualitates. Tertia pprietas: quā primo nichomac9 iuenit: est. q̄ illud qd sit ex
medio nūero in seipsum ducto mai9 est eo qd pducitur ex multiplicatiōe extremorū ad i
nicē. & excessus pccise est tātus quāta est multiplicatio vni9 dīx p aliā. de differētiis loquor
medii ad duo extrema. vt hic. 3. 5. 7. ex multiplicatiōe mediū pcedit. 25. ex multiplicatiōe
aut extremorū fiūt. 21. excessus aut illi9 ad istū est quaternari9: quē pducit differentiarum
multiplicatio q̄ sunt duo binarii. Et hāc pprietas etiā vera est in q̄tuor numeris siue sit p
portionalitas cōtinua siue discōtinua: dū mō extrema ad vnū tm mediū cōpatētur quodcū
q̄ illorū ponatur. vt hic. 3. 5. 7. 9. ex multiplicatiōe duorū mediorū puenit. 35. ex multipli
catōe uero extremorū fit. 27. q̄ exceditur a pcedēte in. 8. quāta est multiplicatio binarii in
q̄ternariū q̄ sūt dīx extremorū ad vtrūlib9 mediorū. sūtr hic. 5. 7. 8. 10. multiplicatio me
diorū est. 56. extremorū. 50. excessus ē senari9 pduct9 ex multiplicatiōe binarii in ternariū
q̄ sūt dīx extremorū ad quodlibet mediorū. Quarta pprietas q̄ si i nūeris hui9 pportio
nalitatis nō dīas sed pportioēs eorū attēdam9: in minorib9 nūeris maiore pportionē: &
in maiorib9 minore iueniemus. vt hic. 1. 2. 3. maior est pportio duorū ad vnū quia dupla:
q̄ triū ad duo quā est sesquialtera. & sic de aliis exemplis.

Caput scdm de pportionalitate geometrica & suis pprietatibus.

Sicut in arithmetica pportionalitate differētiās equales nūerorū attēdebam9: sic in
geometrica pportionalitate eorū dē nūerorū pportioēs siles & equales obseruamus.
vñ diffinitio pportionalitatis quā supi9 reprobauim9. i. pportionū similitudo geometri
ca pportionalitati erit aptissima. Est ergo pportionalitas geometrica triū aut pluriū nūe
rorū siml sūptorū talis cōpatio ut i eis l3 dīx nō sint eqles: pportioēs tñ eorū sūt siles & eq
lis. ut hic. 4. 6. 9. sunt duæ sesquialteræ. & hic. 3. 6. 12. sunt duæ duplæ: & sic de aliis. Ex qua

PARS SECVNDA DE PROPORTIONALITATIBVS

diffinitione elicitur p^{ro} p geometrica p^{ro}portionalitas ex oib^{us} sp^{eci}b^{us} p^{ro}portionū constitut^{us} potest vt ex duplis triplis quadruplis & aliis multiplicibus. similiter ex sesquialteris. sesquiterciis. sesquiquartis & aliis superparticularibus. eodem modo ex sup^{er}bi partientib^{us} tertias quitas. septimas. &c. ex sup^{er}tripartientib^{us} quartas quitas. septimas &c. & sic de aliis oib^{us} speciebus Secūdo sequitur q^{uod} nūeri pariter pares seriatim sumpti sūt p^{ro}portionalitas geometrica. q^{uod} re & p^{ro}prietates pariter pariū: geometrica p^{ro}portionalitati cōueniēt. facit etiā ad hoc p^{ro}positū regula de cōtinuatōe p^{ro}portionū sup^{er}particulariū i ultimo capite primū libri hui^{us} sup^{er}ius posita. Quare at ista p^{ro}portionalitas dicatur geometrica v^{el} mēsuratiua dixim^{us} i p^{re}cedētī capitulo. q^{uia} ita bñ ista p^{ro}portionalitas sicut & oēs aliā est p^{er}tractāda i sciētia arithmetica quē admodū & i geometria. vnde hac adiectiua arithmetica & geometrica i p^{ro}portionalitatib^{us} nō appellāt sciētias i quib^{us} cōsiderātur: sed cōsideratiōes iter excessus nūerorū quos aliter in vna & aliter i alia p^{ro}portionalitate cōsideram^{us}. Hui^{us} p^{ro}portionalitatis q^{uatuor} sūt p^{ro}prietates. Prima si accipiātur nūerorū differētia seorsū i vna serie: eadē hñt p^{ro}portiones quas & nūeri quorū sūt differētia. vt hic. 1. 2. 4. 8. 16. quorū differētia sūt: 1. 2. 4. 8. &c. Secūda p^{ro}prietas q^{uod} n p^{ro}portionalitas geometrica sit ex multiplicib^{us} similib^{us}: differētia mīoris ad suū p^{ro}ximū maiore est æq^{ui}lis mīori: aut multiplex multiplicitate p^{ro}xio mīori q^{uam} sit multiplicitas eorū dē nūerorū. vt si p^{ro}portionalitatis fiat ex duplis mīor nūci^{us} differētia sibi æquali exceditur a maiori. si ex triplis differētia sibi dupla. si ex q^{uadrup}lis differētia tripla & sic de aliis. Tertia p^{ro}prietas quicq^{uod} p^{ro}ducitur ex multiplicatiōe extremorū nūerorū i hac p^{ro}portionalitate idē p^{ro}ueniet ex ductu mediū v^{el} mediorū nūerorū p^{er} se ipsos: & hac fuit q^{uarta} p^{ro}prietas i nūeris pariter parib^{us}. Quarta p^{ro}prietas hui^{us} sp^{eci}i est q^{uod} tā in nūeris maiorib^{us} q^{uam} i mīorib^{us} est eadē & similis p^{ro}portio: hoc exp^{re}ssē h^{ab}et diffinitio p^{ro}portionalitatis geometricæ superi^{us} posita: posent hic addi q^{uod} dā aliā p^{ro}prietates hui^{us} mediocritatis geometricæ. s. q^{uod} in termis ei^{us} licet arguere cōuersue p^{ro}mutari & aliis modis de quib^{us} in geometria dicem^{us}. Notandū est etiā q^{uod} inter oēs duos nūeros q^{uadr}atos p^{ro}xios semp est dabilis vn^{us} terti^{us} nūci^{us} medi^{us} p^{ro}portionalitātē geometricā in eis faciēs: q^{uia} duas similes p^{ro}portiones h^{ab}et ad nūeros extremos: & tale mediū facile iuenitur si latera illorū q^{uadr}atorū adinuicē multiplicētur de quib^{us} laterib^{us} i sup^{er}iore tractatu dixim^{us} attendētēs quot vnitates h^{ab}et quilib^{et} q^{uadr}at^{us} latere suo. vt iter. 4. & 9. est senari^{us} p^{ro}ductus ex multiplicatiōe binarii cū ternario q^{uod} sūt eorū latera. s. i^{nter} 9. & 16. sūt. 12. ex multiplicatiōe ternarii cū q^{uatern}ario q^{uod} sūt latera eorū. & sic de aliis. Sed iter q^{uod}lib^{et} duos cubicos p^{ro}xios sūt duo media p^{ro}portionalia. i. si les p^{ro}portiones hñtia cū extremis & ad se ipsa. quorū mediū nūerorū mīor p^{ro}ducitur multiplicato latere cubi maioris p^{er} q^{uadr}atū mīoris: maior vero mediū cōsurgit ex multiplicatiōe lateris cubi mīoris p^{er} quadratū maioris: quadrata cubicorū vocam^{us} nūeros quadratos eadē radicē hñtes cū talib^{us} cubicis. latera at cubicorū sūt vnitates sue altitudis. vt octonarii q^{uadr}atū est. 4. lat^{us} vero est duo. s. i^{nter} vige^{simi} septimi q^{uadr}atū est. 9. lat^{us} vero. 3. ergo iter. 8. & 27. sūt duo media p^{ro}portionalia s. 12. & 18 quorū primū nascitur ex multiplicatiōe ternarii cū q^{uatern}ario. alterū vero p^{ro}ducitur ex multiplicatione binarii cum nouenario & sic de aliis.

Caput tertiū de p^{ro}portionalitate armonica & de eius p^{ro}prietatibus.

QUAM oīs p^{ro}portionalitas cōsistat ad mīn^{us} i trib^{us} nūeris: p^{ro}pter duas eorū cōparationes supradictas potest adhuc tertiā assignari: qua nec si les nūerorū differētias nec æq^{ui}les eorū p^{ro}portiones obseruabim^{us}: hac armonicā medietatē censuerūt appellādā cui^{us} diffinitio talis est. Armonica p^{ro}portionalitas est triū nūerorū talis colligātia vbi qualis est p^{ro}portio extremi ad extremū talis est & duarū differētiarū iter se: quarū maior ē differētia maioris ad mediū: mīor vero earū est differētia v^{el} excessus mediū ad mīorē vt. 3. 4. 6. vbi extremi maioris ad mīorē ē p^{ro}portio dupla. q^{uod} etiā ē p^{ro}portio binarii ad vnitatē differētiæ scz maioris & mediū ad differētiā mediū & mīoris. s. i^{nter} 3. hic. 2. 6. extremorū p^{ro}portio est tripla & eadē est duarū adinuicē differētiarū. eisdē at nūeris duplatis aut triplatis aut aliter multiplicatis semp eadē p^{ro}portionalitas apparebit. Hui^{us} p^{ro}portionalitatis armonicæ s. i^{nter} quattuor reperim^{us} p^{ro}prietates. p^{ri}ma q^{uod} i maioribus nūeris ei^{us} est maior p^{ro}portio & in mīorib^{us} minor. p^{ro} cōtrariū ad p^{ro}portionalitatē arithmeticā. vt p^{er} 3 in exēplis superiorib^{us}. Secūda p^{ro}prietatē d. iiii.

Quare d^{icitur} geometrica

Quattuor ei^{us} p^{ro}prietates prima.

2. p^{ro}prietates

3. p^{ro}prietates

4. p^{ro}prietates

Hi^{is} tres q^{uod} dr^{um} ros cognatos esse geometricæ p^{ro}portionalitatis

Ide^{us} p^{ro}prietates de nūeris cubicis

Armonica p^{ro}portionalitas quid sit.

Armonice p^{ro}prietates quattuor. p^{ri}ma.

2. p^{ro}prietates

1. pprietas tas q̄ medi⁹ terminus tota mioris pte miorē supat quota maioris a maiore supatur vt hic
2. 3. 6. medius supat miorē medietate mioris .f. vnitate: & supatur a maiore medietate ma
ioris .f. ternario. hui⁹ cōtrariū habebat pportionalitas arithmetica vbi medi⁹ termin⁹ tota
sui pte miorē supabat quota etiā sui a maiore supabatur. nulla facta relatiōe differentia
rū ad nūeros extremos. sed i armonica medietate differentia cōparatur ad extrēos & non
ad nūerū mediū. i geometrica at pportionalitate mediocris sit cōpatio. q̄a vna differentia
rū refertur ad miorē nūerū alia vero ad mediū. nā ibi medi⁹ numer⁹ quota pte mioris
miorē supat: tota sui pte exceditur a maiore. Tertia pprietas q̄ in numeris pportionalita
tis armonice sūma q̄ pducitur ex multiplicatiōe duorū extremorū adiuicē medietas est
nūerū pducti ex multiplicatiōe mediū cū cōposito ex extremis vt hic. 3. 4. 6. ex multiplicatio
ne extremorū pducitur. 18. sed ductis q̄tuor i. 9. q̄ est aggregat⁹ ex extrēis sūt. 36. nūer⁹
dupl⁹ ad. 18. & sic de aliis exēplis. Quarta pprietas q̄ armonica mediocris i nūeris suis
musicā piter & geometricā exhibet armonicā: vū nō imerito armōica vocata ē. Dicitur at
musica armonia cōsonāia vocū acutē & grauis i certa rōne nūerali. hāc at nō ē nisi quicu
plex (de pfectis cōsonātiis loquor) videlz dupla. tripla. q̄drupla i multiplicib⁹. & sesq̄altera
ra. sesq̄tertia. i supparticularib⁹. nā i aliis spēbus pportionū tā horū generū q̄ sequentiū: vo
ces cōparate nō hnt pfectā cōsonātiā sed mancā & ipsectā. has at vocū proportiōes supraz
dictas musici (vt alias videri h3) suis vocabulis mixte cognōtātib⁹ vocāt. duplā: diapason
vel octauā. triplā: diapason cū diapēte vī duodecimā. q̄druplā bis diapason vel quidecimā. 3.
sesq̄alterā vocāt diapēte aut quartā: sesq̄tertiā: diatēferon vel tertiā vocē supra vel infra aliā
q̄ oēs proportiōes cōsonātiarū musicaliū reperiūtur in nūeris hui⁹ pportionalitatis armo
nicæ si etiā differentia eorū cōnuerentur vt hic. 3. 4. 6. nā. 6. ad. 4 ē proportio sesq̄altera
. 4. ad. 3. sesq̄tertia. 6. ad. 3. ē dupla. ternari⁹ at differentia extrēorū ad vnitatē q̄ ē differentia
medii & mioris triplā h3 pportioē. sed. 12. resultās ex aggregatiōe maioris & mediū cum
eorū diherētia: quadrupl⁹ est ad miorē q̄ ē ternari⁹. sūr hic. 2. 3. 6. medi⁹ ad miorē ē sesqui
alter. maior ad mediū dupl⁹. & differentia iter maiorē & mediū est tripla ad differentia iter
mediū & miorē: ad quā etiā differentia duorū extrēorū ē q̄drupla: & eadē extrēorū differē
tia ē sesq̄tertia ad mediū. Armonia vero geometrica .i. pfectissī corpis laterati dispositio
est figura cubica q̄ vt super⁹ dixim⁹ h3. 6. supficies. 8. āgulos &. 12. lineas laterales. hi aut
tres nūeri. 6. 8. 12. cū sint dupli ad nūeros primi exēpli suprapositi eadē cū eis hnt propor
tionalitatē. .f. armonicā. ergo nō imerito talis nūerorū aggregatio armonica vocatur ppter
duas ratiōes supradictas. Hacten⁹ igitur de tribus primis pportionalitatib⁹ q̄ sunt valde
austeticæ & magni p̄cti apud grauissimos philosophorū. vñ ad earū faciliē iuētiōē op⁹ ē
rlaz hui⁹ artis adaptare. Nā ppositis duob⁹ nūeris ieq̄lib⁹ siue sit pes siue ipares notabiliē
tñ a se ipsīs distātes: p diuersā mediū nūeri iuētiōē: harū triū spērū pportionalitates varia
bim⁹: ita q̄ iidē nūeri extremi cū vno mediū sit proportionalitas arithmetica: cū alio geo
metrica: & cū alio armonica medietas. p quib⁹ mediis iueniēdis ponūtur tres regulæ. Prī
ma q̄ mediū arithmetiū ē dimidiū numerū cōpositi ex extremis. vī est numer⁹ addēs sup
miorē medietatē differentia extremorū. Secunda rla q̄ mediū geometricū semp est radix
quadrata numerū pducti ex multiplicatiōe exttemorū. vel ē nūer⁹ proportiōē extremorū
p mediū diuidēs. Tertia rla q̄ mediū arithmetiū iuenitur si mior numerus p differentia ex
tremorū multiplicetur: & pducto diuiso p cōpositū ex extremis: nūer⁹ quotiēs eidē mīo
ri numero addatur. vt datis his duob⁹ nūeris pibus p extremis. 10. &. 40. mediū arithme
ticū iter eos ē. 25. geometricū est. 20. arithmetiū vero. 16. vt p3 ex reglis. sūr positis his duo
bus nūeris iparibus. 5. & 45. mediū arithmetiū inter eos est. 25: geometricū est 15. ar
monicum autem. 9. & sic de aliis exemplis suo modo.

Mōdo p
portionalit
ate imagi
nabiles sūt
possibiles.

Caput quartum de aliis septem proportionalitatum speciebus breuissime
Petractatis diffusius tribus primis pportionalitatu spēb⁹ aliarū potissimis: opus est
vt septē alias imo & oēs alias hui⁹ generis spēs dīseramus: supposito prius ordine
multiplicandi hmoi spēs quotquot fuerit imaginabiles. vt postea reiectis impossibilibus certū
numerū spērū possibiliū colligamus. Quēadmodū fecisse legitur aristoteles i scōo libro

PARS SECUNDA DE PROPORTIONALITATIBVS

de gñatiōe ad iquirēdū certū nūerū elemētōrū dicēs: q̄ q̄ttuor priarū qualitātū cōbinatio nes sex sunt imaginabiles: sed ex eis duæ sūt ipōssibiles: restāt ergo q̄ttuor tātū possibiles & totidē sūt elemēta. i. simplicia corpora priā. Similia fere dicūt comētatores iquirēdo cer tū nūerū p̄dica mētōrū i pris itētiōibus tū simplicibus tū etiā mixtis siue cognōtationis mix te. nā recte calculādo quigēta p̄dicamēta & eo plura sunt imaginabilia: sed nō tot sūt possi bilia: aut saltē nō tot repperibilia i vocabulis sciētiarū & artū cōlē vīsitatis vt alias videri h3. Nūc āt ad p̄positū nū3 dimissa arithmetica p̄portionalitate (i qua differētiarū tātū fili tudo & nō p̄portionū æqualitas attēdebatur) aliarū sp̄rū oīum trib9 quaternariis imagi nabimur modos: vt oēs p̄portionalitātū sp̄s sint tredecī: quot etiā moraliū virtutū sp̄s notabiles iueneit peritissimī philosophorū. s. prudētia i intellectu & duodecī alias virtu tes i affectu. ad similitudinē sacratissimī collegiī xpī & suorū ap̄lorū. Quaternariū āt supradī cti tria hñt hēc p̄cipia cōparationū iter tres nūeros alicui9 p̄portionalitatis. priā cōpara tio est sicut medi9 nūerus ad miōrē. sc̄a sicut maior ad mediū. tertia sicut maior ad miōrē. Quē3 iterū istarū cōparationū i q̄ttuor alias subdiuiditur variādo p̄ differētias illorū triū nūerorū. vt sic dicēdo. sicut se h3 medi9 nūerus ad miōrē: sic se h3 differētia maioris & me dii ad differētia mediī & miōris. vel sicut medi9 ad miōrē: sic eorū differētia ad differētia maioris & mediī. vel sicut medi9 ad miōrē: sic differētia extremorū ad differētia duorum maiorū. v' sicut medi9 ad miōrē: sic differētia extremorū ad differētia duorū miōrū. Et iā telligitur p̄ hoc q̄ dicim9 se habere hoc ad illud: p̄portio maioris ineq̄litas vni9 nūeri ad alterū. vt sit sensus qualis est p̄portio mediī nūeri ad miōrē: talis est p̄portio differētiae hu ius ad illā. &c. Si r̄ dicēdo sicut maior nūer9 se h3 ad mediū: q̄ttuor iuenim9 cōparationes addēdo: sic se h3 differētia maioris & mediī ad differētia mediī & miōris. vel sic se h3 diffe rentia miōrū ad differētia maiorū. vel sic se habet differētia extrēorū ad differētia duorū maiorū. vel sic se h3 differētia extremorū ad differētia duorū miōrū. Eodē mō dicēdo sicut maior nūer9 se h3 ad miōrē q̄drifaria est cōpatio: si addatur: sic se habet differētia duorū maiorū ad differētia duorū miōrū. vel sic se habet differētia miōrū ad differētia maiorū. v' sic se habet differētia extremorū ad differētia duorū maiorū. vel sic se habet differētia ex tremorū ad differētia duorū miōrū. He oēs sunt iā duodecī cōpatioēs. p̄ter q̄s sunt adhuc imaginabiles aliæ sex. s. dādo oppositas cōpatioēs duab9 vltimis in quolibet quaternario. vt sic se habet differētia miōrū ad differentia extremorū. vel sic se h3 differētia maiorū ad differētia extrēorū. & hoc ē p̄licit variādo sc̄m tria p̄cipia sup̄dicta. q̄ tñ oēs sūt ipōssibiles i nūeris. & etiā vna duodecī p̄cedētū ē ipōssibil' vt oñdem9. restāt ergo vñdecī possibiles: q̄rū tñ q̄ttuor reducūtur ad duas q̄a coīcidūt & p̄ eisdē nūeris supponūt. & sic restāt decem sp̄s p̄portioalitātū possibiles & p̄ distinctis nūeris supponētes etiā cōnuerata arithmetica p̄portionalitate: q̄ ab hñoi cōparationibus erat aliena: sed aliarū oīum fundamentalis & priā. cui9 diffinītiōe supposita: aliæ oēs ex p̄dictis sic sunt diffinīede. Secūda ergo p̄portio nalitas est tres nūeri taliter cōparati q̄ sicut se habet medi9 ad miōrē: sic se habet differen tia duorū maiorū ad differentia duorū miōrū. vt. i. 2. 4. & hēc est geometrica. Tertia pro portionalitas est in qua sicut medi9 ad miōrē: sic differentia miōrū se habet ad differentia maiorū vt. 2. 4. 5. & est cōtraria geometrica. Quarta p̄portioalitas est sicut medi9 ad mi norē sic differētia extrēorū ad differētia maiorū. vt. 3. 5. 8. Quinta p̄portioalitas sicut medi us ad miōrē sic differētia extrēorū ad differētia miōrū vt. 4. 6. 7. Sexta p̄portioalitas ē tres nūeri i qb9 sicut maior ad mediū: sic differētia maiorū ad differentia miōrum. vt. 2. 4. 8. & hēc iterū est geometrica. Septia est sicut maior ad mediū: sic differentia miōrū ad differē tia maiorū vt. 1. 4. 6. & hēc iterū est cōtraria geometrica. Octaua ē sicut maior ad mediū sic differentia extremorū ad differentia maiorū vt. 3. 4. 6. q̄ coīcidit cū armonica. Nona p portionalitas sicut maior ad mediū: sic differentia extremorū ad differentia miōrū. et hēc est ip̄ssibilis in nūeris. Decima p̄portionalitas est tres termini i quib9 sicut maior ad mi norē sic differentia maiorū ad differentia minorū. vt. 3. 4. 6. & hēc est armonica. Vñdecia sicut maior ad miōrē: sic differētia miōrū ad differētia maiorū. vt. 3. 5. 6. & hēc est cōtraria

*Exēplū in
phīca de
elementis.
Exēplū i lo
gica de p̄e
dicamentis*

*Tres q̄ter
narij cōm
parationū.*

*Tria p̄nci
pia q̄terna
riorum.*

*Primus q̄
ternarius.*

*Secūd9 q̄
ternarius.*

*Tertius q̄
ternarius*

*Aliæ sex cō
parationes*

*1 p̄portio
alitas arith
metica.
2 geometrica*

*3. cōtraria
geometrica*

*Quarta.
Quinta.
6. iterum
geometrica
7. predicta
contraria.
8. est armo
nica.*

*9 ip̄ssibil
10. est ite: ū
armonica.
11. cōtraria
armonica.*

Duodecim
Tertiadeci
ma
Elie'et im
possibiles.

armonice. Duodecima sicut maior ad miore sic differentia eorum ad differentiam duorum maiorum. 6. 7. 9. Tertia decia sicut maior ad miore sic differentia eorum ad differentiam duorum minorum. 6. 8. 9. Post has sequuntur alie sex impossibiles de quibus prius diximus. & ex supra dictis nona impossibili existente: atque secunda & sexta ad unam reductis. sicut octava & decima per eadem computatis: restat ut diximus decem notabiles proportionalitatum species differentes ut patet hic

Arithmetica prima .1.2.3.	Quinta .4.6.7.	Nona impossibilis.
Geometrica secunda .1.2.4.	Sexta geometrica	Decima Armonica. .3.4.6.
Contraria tertia .2.4.5.	Septima .1.4.6.	Vndecima contraria .3.5.6.
Quarta .3.5.8.	Octava armonica	Duodecima .6.7.9.
Ubi sole decem hnt numeros exp'ssios q'a ille sole	Tridecima	.6.8.9.

sunt possibiles & aliis non coincidentes ut patet ex dictis. Restat nunc per conclusionem huius nostre arithmetice introductionis ut de maxima perfecta armonia differamus: quod tribus numerorum intervallis

Maris ac
perfecta armo
nia.

teste boetio constituta magna vi optinet in musici modulamis temperamentis: & in speculatione naturalium questionum persertit apud platonem & pythagoricos. hac autem armonia quatuor numeris solidis conficitur quod sunt .6.8.9.12. in quibus tres laudatissime proportionalitates prime. atque omnes consonantie musicales disertissime annotantur. Quod autem hi omnes sint numeri solidi: hic probatur. quod

quatuor numeri
solidi quibus
sunt tres p
portionalita
tes.

multiplicatione replicata trium numerorum quilibet eorum explicari potest. ut semel duo ter sunt. 6. bis duo bis. sunt. 8. semel tria ter sunt. 9. & bis duo ter sunt. 12. quod autem in eis sit proportionalitas arithmetica clarum est comparatis duobus extremis ad unum medium. scilicet 9. geometrica vero: si ea de extrema ad duo media sic referatur: quod sicut primus numerus se habet ad tertium: sic secundus

In eisdem
numeris omnes
consonantie
musicales.

ad quartum utrobique. non est seque altera proportio. armonica autem: si extrema ad unum medium. scilicet 8. adaptentur. unum & proprietates harum proportionalitatum supradictae his numeris sic comparatis manifestissime conveniet persertit ille quod de multiplicatione vel additione numerorum mediorum & extremo rum loquebantur. De consonantiis musicalibus facilis est probatio nostra. 12. ad 9. vel 8. ad 6 est diatesseron. sed. 12. ad 8. vel 9. ad 6. est diapente. harum duarum consonantiarum differentia est sesquialtera

Res publica
est proportionalitas.

proportio quod & dicitur epodus inter. 9. & 8. deinde. 12. ad 6. est diapason consonantia. sed differentia maximi ad primum medium comparata ad differentiam duorum mediorum ad invicem est diapason cum diapente. tandem differentia maximi ad secundum medium se habet ad eandem differentiam duorum mediorum in quadrupla proportione quod est bis diapason consonantia. Novissime vero sicut

Species poli
tiarum sex
precipue

proportionalitates supradictas virtutibus moralibus comparavimus: (quod in regimine rei publice maxime sunt necessariae) sic earum tres prime species: tribus valde differentibus rei publice speciebus coaptari possunt. ponit etiam aristoteles in tertio suorum politicorum libro: sex rerum publicarum species tres primas rectas & studiosas quod sunt regnum. optimatus. & res publica: & totidem transgressas & viciosas. scilicet tyrannidem. paucorum potentiam. & popularitatem. bonarum autem & malarum potissima haec est differentia: quod in bona re publica quod maiores sunt virtute merito & prudentia:

Arithmetica
proportio pau
corum potest.
Armonica
proportio op
timatus.
Geometria
proportio
popularitas.

populi accipiunt de honoribus & bonis rei publice: quod minores in talibus perfectionibus. sed in mala & tyrannica re publica accidit contrarium. quia minores virtute & merito: sunt maiores in honore & participatione bonorum rei publice. Quia igitur in arithmetica proportionalitate in minoribus

terminis est maior proportio & e contra: paucorum potentiae tippu gerit. Armonica vero proportionalitas contraria huius conditione optimorum gubernationi assimilatur. Sed geometrica proportionalitas quod in utrisque numeris proportionum servat aequalitatem: recte popularitas dici potest. haec et alia multa nobis perfecto in accessibilia arithmetice introductiones comoda adducere possunt. In his tamen quae rudi nostra minerva coepimus arithmetica per gustameta: laus omnis & honor sit summo deo scientiarum largitori: & maioribus nostris quorum opinioaibus communicavimus.

Arithmetice introductionis finis

Petri Cirueli Darocensis. preuia in

geometria quæstiuncula de realitate punctorum. linearum. super-
ficierum: & figurarum.



AD VERAM intelligentiam geometriæ brevis Thomæ Bra-
uardini (cui etiā nōnulla quæ deerant necessaria addidimus)
videtur prælibanda hæc brevis quæstiuncula. Nūquid geome-
trica principia & cōclusiones possint æque bene intelligi & sal-
uari ab his qui negant indiuisibilia: puncta. s. lineas & superficies
in corporibus naturalib⁹ accidentia terminantia & cōtinuātia
magnitudines rerū: sicut intelliguntur & saluātur ab aliis qui
talīa indiuisibilia defendūt atq; cōcedūt. Ad hanc dubitationē
sine argumētis breuiter respōdendo dicim⁹ q̄ olim Aristoteles
cōtra platonē agens in. 2. phisicorū. in. 1. de aīa. & in. 3. metha-
phisicorū. improperebat ei q̄ nō valeret theorematā geometriā intelligere nec saluare:
nisi fingeret quædā entia mathematica. i. lineas superficies & corpora quædā separata rea-
liter ab his entibus naturalib⁹ quæ sunt apud nos: nō tamen adeo separata sicut ideas me-
thaphisicas. Dicebat enim Plato (referente Aristotele) q̄ entia mathematica erant media
inter ideas & has res sensibiles naturales: de quib⁹ intermediis solūmodo erant vera theo-
remata geometrica. non enim inquit Plato in rebus naturalibus verificatur illa diffinitio
puncti cuius pars non est. vel illa conclusio q̄ circulus lineam rectam vel sphaera superficiē
planā tangat in puncto præcise. & sic de aliis multis. cū ergo illa omnia sint vere supposita
& demonstrata in geometria: oportet dare aliquas veras res præter istas sensibiles & natu-
rales in quibus verificentur ea quæ supra dicta sunt. Quo cōtra aristo. ubiq; probat talia en-
tia intermedia esse ficticia & nulla & absq; necessitate posita: cuꝫ alioquin oīa geometrica
possint saluari & recte intelligi de istis rebus naturalib⁹ sensibilib⁹. alit̄ enī in. 2. phisicorū:
q̄ mathematicus de phisica linea intendit: sed non inquantū est phisica. i. nō ratione phi-
sica (quæ est mentis conceptus motum materiam & qualitates sensibiles cognotans) sed
ratione abstracta a talibus cognotationibus. vnde subdit q̄ abstrahentium non est men-
datum. quia intellectus noster rem vnā alteri naturaliter coniūctam potest seorsum & se-
parate cognoscere vlt̄ contemplari: & in hoc non fallitur aliquo errore vel mendatio. qua-
re arguens platonē de ignorantia dicit. latent autem hæc facientes & ponentes ideas & ma-
thematica separata. Supposita ergo veritate doctrinæ Aristotelis in hac materia: sequaces
sui peripatetici diuisi sunt in duas sectas. quibusdā eorum dicentibus: aliis vero negantib⁹
q̄ in rebus naturalibus sunt quædā vera accidentia quæ dicuntur entia mathematica siml̄
coniūcta qualitatibus naturalibus quæ sunt res phisice. quæ quidē mathematica accidē-
tia: licet a phisicalibus realiter sint inseparabilia: imaginabiliter tamen hæc ab illis cogi-
tatione nostra separari possunt. Dicunt igitur taliter opinantes q̄ geometria nostra est ve-
ra præcise in suis principijs & conclusionibus de illis accidentibus mathematicis sic abstra-
ctæ consideratis: & non de substantiis aut qualitatibus rerum naturalium. principale mo-
tuum istius opinionis fuit vt saluarent distinctionem mathematicæ scientiæ a phisica per
diuersas res: de quibus vtrq; considerat. Alii vero peripatetici opinantur hoc motuū nō

Plato.

Aristoteles

Reales.

Rationales.

cogere ad ponendum tales entitates. quia distinctio scientiarum sufficienter defendi potest si de eisdem rebus diuersis rationibus considerent. vnde & notater dixit Aristoteles quod mathematicus de phisica linea intendit: sed non in quantum est phisica. idest non eadem ratione cum phisica scientia. ideo concludunt quod in rebus naturalibus non oportet ponere alia accidentia praeter qualitates phisicas. Vnde concedunt easdem res esse naturales & mathematicas: aliter tamen & aliter consideratas. omnis enim res longa (vt inquitur) est linea: siue sit substantia siue accidens siue materia siue forma. & omnis res longa & lata est superficies. denique omne longum latum & profundum est corpus quaecumque res illa fuerit. Nec admittunt distinctionem de rebus extensis vel partibilibus per se aut per accidens. sed dicunt quod omnis res extensa & partibilis habet hoc ex natura sua & non per aliud. nam si aliqua res vt anima rationalis suapte natura est impartibilis & inextensa: quatenus vnatur corpori extenso & diuisibili nunquam per ipsum fiet diuisibilis & extensa. ideo nihil est continuum aut diuisibile per aliud. nec Aristoteles in praedicamento quantitatis sensit contrarium distinguens quantitates per se a quantitatibus per accidens: quia ibi de vocabulis loquebatur non de rebus externis: de quibus modo agimus. Igitur secundum istam viam geometria verificat sua principia & conclusiones: suas definitiones & diuisiones de omnibus istis rebus naturalibus siue quantum ad substantias siue quantum ad accidentia corporalia: quia in omnibus est eadem & similis ratio. Nec argumentum praecedentis opinionis cogit: quia ex quo accidentia illa mathematica & phisicalia sunt simul & realiter coniuncta: quicquid ad diuisibilitatem & extensionem pertinet affirmatur de mathematicis: erit etiam verum de phisicis accidentibus. imo & de substantiis corporum naturalium: cum omnia illa similia sint: simul tangant & tangantur: simulque diuidantur. Haecenus de punctis lineis superficiibus & corporibus mathematicis. Sed de figuris geometricis iterum est diuersitas inter peripateticos. dicunt enim quidam quod sunt qualitates fundatae in quantitate continua. per suasi ex eo quod Aristoteles posuit quartam speciem qualitatis esse figuram. Alii putant figuram esse relationem quandam vel respectum extrinsecum de predicamento situs: dicentes quod Aristoteles non idstinxit veras species qualitatis: sed quosdam modos accidentales eius vnde figura licet sit modus qualitatis: essentialiter tamen est situs vel positio partium quantitatis. Alii demum opinati sunt figuram esse penitus idem realiter cum quantitate continua. vnde iuxta duas opiniones supradictas de magnitudine mathematica differunt isti circa figuram. quibusdam dicentibus figuram esse accidens realiter distinctum a substantia naturali: & ab accidentibus phisicis. Aliis contradicentibus vt figuram sustineant esse quamcunque rem prius dixerant esse magnitudinem: siue illa sit substantia siue accidens. sed de his non est modo dicendum per singula. Nos itaque quibuscumque doctrinis philosophorum geometriam communem facientes: dicimus eam esse aequae peruiam & facilem ad intelligendum a quibuscumque & qualitercumque opinari volentibus de rebus mathematicis magnitudinibus & figuris. quia definitiones. diuisiones. principia. & conclusiones geometriae: per rationes abstractas considerandi res illas saluare intendimus: non multum curantes de conditione rerum ipsarum: quae inter tot opiniones dubia est: geometria vero est certissima in suis principiis & conclusionibus.

De figura
res sit.

Thomas.

Scotus.

Jacobus
faber.

Boetius.

Breue cōpendium geometrie theorice

a Thoma brauardino primū ex libris Euclidis Cāpani Archi
medis & aliorū cōpilatū: deinde nōnullis additiōib⁹. P. C. D.
aliquātis per dilatatū. Habet quattuor libros partiales. Quib⁹
tale premittitur exordium.

**Geometria scientia de magni**

tudine est arithmetice cōsecutiua: quēadmodū
rhetorica dialecticæ. vt inquit Aristoteles. Cui⁹
ordinis duplex est ratio. Prima quia arithmetica
est ex simplicioribus q̄ geometria: ideo est & cer
tior & prior scientia. Altera ratio est quia pluri
mæ passionēs numerorū in arithmetica demō
stratæ: postea magnitudinibus adaptant in geo
metria. propter quod euclides geometriæ arith
meticæ interposuit. Sed nos seorsum in alio tra

Quid est geo
metria.

ctatu de arithmetica expediui⁹: licet modo tantū introductorio. In hoc aut
cōpendio geometria principia & cōclusiones tradere intendim⁹: permixtis
tū nōnūq̄ vbi opus erit arithmetice cōclusionibus. Est aut duplex geome
tria theorica. s. & practica. Geometria theorica siue speculatiua (de qua hic in
tendimus) passionēs magnitudinis & suarū specierū inuestigat sillogismo &
rōne demonstratiua. vt cū pbauerim⁹ trianguli oēs angulos intrinsecos æqua
les esse duobus rectis angulis. & sic de aliis multis. Verūtamē huiusmodi passi
ones: quas de magnitudinib⁹ demonstrare volum⁹: sunt pene oēs relatiue. vt
æqualitas vel inæqualitas. regularitas vel irregularitas. cōmensurabilitas v
incōmensurabilitas &c. licet nōnūq̄ & raro passionēs absolutas inducamus.
De his etiā geometricis passionibus solēt apud phlos fieri altercationes an. s.
sint res distinctæ a magnitudinib⁹ q̄ sunt talium passionū subiecta v' nō: Sed hec
discutere ad aliā p̄tinet facultatē: ideo nihil aliud de talibus in presentiarū dice
mus: preter id quod in quæstionculis præuia insinuauim⁹. Practica geometria
mēsuras rerū corporaliū p̄uestigat arte & istrumētis. q̄ triplex subdistinguit.
Altimetria de mēsuratiōe altitudinū: vt turriū & puteorum. Planimetria q̄
planities mēsurat vt latitudinē cāpi aut fluminis aut etiā maris. vt ptz in arte
nauali. Et solimetria q̄ spissitudines corporū mēsurat. & hac vtitur astrologia
circa moles orbium celestium & stellarum dimetiendas. Instrumenta autem
ad huiusmodi mēsuratiōes aptissima sunt. astrolabiū. quadrās. chilindrū.
armilla. torquetū. nauicula. & q̄dā alia: sed de his nihil ad præsens vbi solam
theoricam geometriæ inquirimus.

Duplex geo
metria.

Speculatiua
geometria.

Practica geo
metria.

Liber primus nostri cōpendij geometrie

de principiis huius artis: & de quibusdā cōclusionib⁹ q̄ proximæ
accedunt ad principia. Habet capita quinque.

Caput primū de principiis incōplexis q̄ sunt diffinitiones & di
uisiones quorūdā terminorū cōmuniū in geometria.



*Triplicia prin-
cipia.
Diffinitiones.*

Dignitates.

Suppones.

*Magnitudo
quid sit.
Punctus qd.*

*Magnitudinis
species tres.
Linea.*

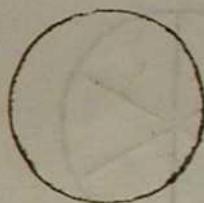
*Superficies.
Corpus.*

*Puncti species
tres.*

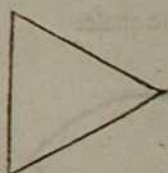
VPPONAMVS igitur in primis principia demonstrationū. q̄ triplicia distinxit Aristoteles in posteriorib⁹. quædā enī sunt incōplexa. i. q̄ nō sunt ppōnes affirmatæ aut negatæ aliquid: sed potius sunt extrema ppōnū predicata: vt diffinitiones vel etiā diuisiones terminorū. nō quidē oēs: sed autentice & ab oībus approbatæ atq; ab antiquis acceptæ. Alia sunt principia cōplexa siue ppōnes affirmatiuæ aut negatiuæ: & huiusmodi principiorum duo sunt genera. Quædā enī sunt ppōnes per se notæ q̄ alias dicuntur dignitates vel maximæ ppōnes: ab aliis autē vocantur cōmunes scientiæ v' animi cōceptiones: vt q̄ oē totū est maius sua parte & aliæ huiusmodi. de quibus etiā Aristoteles dicit q̄ sunt p̄cipia cōmunia oībus sciētis scđm analogiā. i. p̄portionē: vel similem formā ppōnū: nō autē scđm eandē materiā terminorū. Alia deniq; sunt principia scientiarū pp̄ria: & sunt quædā ppōnes imediatæ. i. quæ licet nō sint per se notæ: nō tñ habent mediū siue antecedēs per quod pbentur demonstratiue. ideo supponuntur & non probantur in scientiis. vnde & suppositiones dicuntur. vel etiā petitiones: quia demonstrare volentes petunt sibi concedi talia principia. vt q̄ a puncto ad punctū sit protrahibilis linea recta in qualibet superficie plana. & sic de aliis multis in geometriā. A diffinitionib⁹ igit et diuisionib⁹ exordium sumemus quæ significationes terminorū expriment: & p̄cognitiones quid nominis dici solent in scientiis quæ supponuntur & non probantur. Primū omnium terminorum geometriæ est magnitudo subiectum attributionis eius cui priuatim opponitur punctus vel p̄ctū. Est igitur magnitudo rei naturalis extensio. vel est res habens partem extra partem localiter situatam. Punctus vero sic diffinitur ab euclide. Punctus est cuius pars non est. i. res naturalis nō habens partem extra partem situaliter: sed hæc quidem negatio priuans est non infinitans. neq; etiā negat talem dispositionem a re significata: sed potius negat talem cognationem a termino significante. quod dicimus propter eos qui negant indiuisibilia in continuo. nā alii simpliciter vt sonant verba accipiūt diffinitionē Euclidis pro rebus. posset tñ clarius dici q̄ punctus est res inextensa vel inextensæ cōsiderata: sicut etiā vnitas dicta est rei discretio in arithmetica. Magnitudinis tres solæ sunt spēs in p̄dicamēto quātitatis linea. superficies. corpus. Linea est magnitudo vnā habens extensionē siue dimensionē: q̄ etiā longitudo appellatur. Superficies est magnitudo duas habens extensiones situales. i. longitudinem & latitudinē. Corpus vero est magnitudo tripliciter extensa: triplexq; habens interuallum: longitudinem videlicet latitudinē & profunditatem. & hæc est magnitudinum perfectissima: quia post trinam non est quarta dimensio: vt Boetius probat ægregie in scđo libro suæ arithmetice ex differentiis positionum loci naturalis. quæ non possunt esse nisi sex: & earum quælibet duæ oppositæ vna dimensionē implentur. siquidem dimensio omnis ad replendum locum facta est. & posuimus harum specierum diffinitiones affirmatiuas. id est sine negatione: ad euitandas cauillationes arguentiū circa difficilem quæstionem de indiuisibilibus in continuo. Tres etiam possent

dari species puncti priuatiue oppositè supradictis speciebus magnitudinis : s; quia nō sunt in vsu reliquā tur. Et quāuis linea superficies & corpus coiter ponatur. spēs specialissimæ in predicamēto quātitatīs: solēt tñ diuidi in spēs accidentales q̄ dicūtur partes in modo. nā linearū alia est recta alia curua: & superficies quædā est plana: alia cōcaua: & alia cōuexa. corporū etiā quædā terminatur ad superficies planas & q̄ dā ad superficies rotundas vel curuas vnā vel plures &c. Sed quia rectū & curuū cōcauū & cōuexū planū & rotundum sunt noīa figurarū de prædicamēto qualitatis: ideo ad declarationē istarū diuisionū dicendū erit de figura & de suis speciebus. nā figura & species eius sunt ppriæ passiōes magnitudinis & suarū specierū. Figurā ergo voco magnitudinē terminatā lineis aut superficiebus. ex qua diffinitione duo sequuntur clarissime. Primū est q̄ licet oīs magnitudo sit figura: hæc tñ prædicatio non est p se: linea est figura: ideo cōmuniter negatur nō quia falsa sed quia nō est scientifica. hoc patet quia linea solū terminatur ad pūcta. vnde patet q̄ figura & magnitudo terminata vel nō infinita nō cōuertibilr se habent neq; vnū est diffinitio alterius vt aliq voluerūt. nā magnitudo finita lineā cōprehēdit. Secūdo sequit ex diffinitione figuræ q̄ duæ sunt imediate species figuræ. altera q̄ cōuertitur cū superficie lineis terminata: & dicitur figura plana aut superficialis. altera est cōuertibilis cū corpore terminato ad superficies: & vocat figurā solida aut corporalī. Plana figura est superficies lineā aut lineis teriata. quare sequit q̄ duæ sint species eius. s. plana rotunda q̄ ad vnā lineā terminat. & plana angularis q̄ alias dicit laterata aut polygonia: & hæc ad plures lineas terminatur q̄ cū sint rectæ: figura rectilinea appellatur. posset dari tertia species vt figura plana mixta. i. partim rectilinea & partim curuilinea: de qua nusq; est sermo apud geometras. Rotundarū planarū quædā est regularis & pprie dicitur circulus. alia irregularis q̄ multiplr variari solet multisq; noībus appellari. Circul⁹ itaq; est figura plana vnica linea terminata q̄ circūferētiā noīatur in cui⁹ medio est pūctus a quo oēs lineæ recte vsq; ad circūferētiā ductæ sunt æquales. & pūctus ille centrū circuli dicitur. superficies vero intra circūferentiam cōtenta area circuli nūcupatur. & hoc etiā est obseruādū in oībus aliis figuris planis: quia nomē figuræ cuiuslibet includit circūferentiā & areā. Circūferentiā autē est sola linea vel lineæ terminales. Area vero est superficies intra lineas posita. Rotunda irregularis est figura plana vnica linea curua terminata in qua non est dabile centrū a quo omnes lineæ rectæ vsq; ad circūferentiā sint æquales. & huius generis (vt diximus) indeterminatæ sunt species. Planarū angularū figurarū infinitæ sunt species iuxta numerū laterum & angulorum incipiēdo tñ a ternario. s. triangulus. quadrangul⁹. pētagonus. exagonus &c. Triangul⁹ est figura polygonia triū tantum linearū rectarū & totidem angulorū. quadrangulus quattuor. pentagon⁹ quinq;. & sic de aliis. Et in quolibet istorū generū est adhuc diuīsiō regularium & irregularium figurarū. nā triangulorū ille est regularis cuius omnes lineæ ad inuicem sunt æquales: similiter & anguli ad seipsos. Irregularis per oppositum diffinitur: quia neq; omnes lineas neq; omnes angulos habet æquales.

Circulus.



Triangulus.



Quadratum.

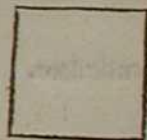
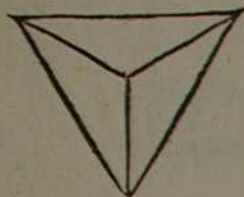


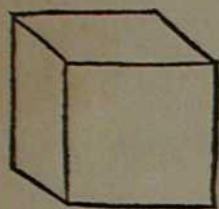
Figura egredientiū angulorum.



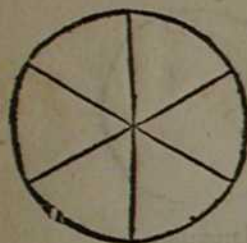
Tetracedron.



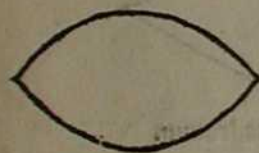
Exacedron.



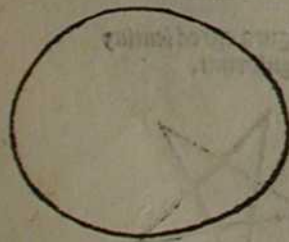
Sphæra.



Corpus ouale.



Corpus lentilulare.



eodē modo diceretur de quadrāgulo regulari & irregulari. & de pētagono & de aliis. Est preterea hui⁹ generis alia diuīsiō: nā figurarū polygonarū qdā sunt simplices: alie egredientiū angulorū q̄ cōposite dici possunt. Figura simplex ex primo cōcursu linearū solos angulos intrinsecos habet. Cōposita vero ex duplici aut multiplici earū dē linearū cōcurrentia duos aut plures ordines angulorū habet: de quib⁹ figuris postea peculiaris fiet sermo. Solida aut corporea figura est illa q̄ superficie vel superficiebus terminatur. vnde patet duas esse ei⁹ species: sicut in figura plana dicebatur. s. solidā rotundā & solidā lateratā vel angularē. Rotundū corpus est quod vnica superficie curua continetur & terminatur: cuius prima species est figura rotunda regularis q̄ pprio nomine sphaera dicit⁹: & diffinit⁹ ad similitudinē circuli. Sphaera est corp⁹ vnica superficie contentū: in cuius medio est pūctus a quo oēs lineæ rectæ vsq; ad superficiē terminālē sunt æquales: & ille pūctus centrū sphaeræ dicitur. Rotunda irregularis figura solida est: in qua nō pōt dari talis pūct⁹ vel centrum: cuius etiā indeterminatæ sunt species. duas tñ earū specialr noīat Euclides: figurā oualē & lenticularē. In ouali axis est linea lōgissima: in lenticulari vero breuissima omniū aliarū. & dicitur axis in corporibus linea super quā fit motus corporis ad similitudinē illius ligni quod dicitur axis in curru. s. hoc nomen axis iā nō est geometricū: sed potius astrologicū. Sphaera licet sit species specialissima sicut & quodl3 aliud nomē figuræ regularis: tamen diuidi solet accidentalr in sphaerā solidā & concauā. Solida sphaera vnica tantū superficiem hab3 cōuexā. s. ad quā terminatur. Concava sphaera duabus terminatur superficiebus: altera cōuexa exteriorē: & altera cōcava interiorē. Lateratum aut angularē corpus: est quod ad plures terminatur superficies planas: cuius generis similiter pcedit diuīsiō per figuras regulares & irregulares. Regulares sunt figuræ solidæ quarū oēs superficies pariter & anguli sunt æquales: & ponūtur ab euclide solū quinq; græcis nominib⁹ sic dictæ: tetracedrō: exacedron: octocedrō: duodecedrō & icocedrō. Irregulares figuræ solidæ p̄ inæqualitatē superficie rū & agulorū diffiniūtur & p̄ infinitas species diuidūt: q̄ oēs si gnificāt corpora ferratilia vt pyramides: colūnas: afferes: lateres: cuneos &c. Pōt dari tertiā spēs figuræ solidæ sicut & figuræ planæ. s. figura solida mixta q̄ partim est plana & partim rotunda: vt colūna vl' pyramis rotunda. de qua specie geometrici parū curant. Sed quia in diffinitionib⁹ figurarū sepius ponēbatur angulus. de hui⁹ noīs diffinitionē & diuīsiōne dicam⁹ oportet. Angulus est duarū magnitudinū contactus nō directus vt duarū linearū aut duarū superficie rū. vel clari⁹ sic. Angulus est magnitudo ex altera parte terminata & cōtenta a duab⁹ lineis vel duab⁹ superficieb⁹ nō directe sese cōtingētib⁹. Cōtactus directus lineæ ad lineā: est quando ex eis duabus fit vna linea recta. alias vero semper est indirectus cōtactus. similis ratio est de cōtactu directo aut indirecto duarū superficie rū. Angulorū alius est plan⁹: ali⁹ vero dicitur angulus solidus. Angulus planus est superficies terminata ad contactū duarū linearū nō directū. Solidus vero angulus est corpus terminatū ad contactum nō directū duarū superficie rū. Anguli plani tres sunt species subalternæ: sc3

angulus rectilíneus. curuillíneus. & mixtus. Rectilíneus angulus planus est ille quē continent duæ rectæ lineæ nō directæ cōcurrentes. Curuillíneus ex cōcursu duarū linearū circulariū. Mixtus vero ex linea recta & curua sese cōtinentibus pcedit. Rectilínei anguli plani tres sunt species. angulus rectus. obtusus. & acutus. Angulus rectus est quē cōstituit linea recta cadens sup lineam rectā perpendiculariter. i. directe ad modū perpendiculari: itaq̃ faciat cū ea perfectā crucē. vnde & a græcis linea orthogonaliter cadēs dicitur. Angul⁹ obtusus est rectilíneus maior recto. Acutus vero minor recto. & cōstituuntur ex lineis rectis nō perpēdiculariter se secantibus: sed oblique ad modū crucis sancti andrea. Curuillíneus angulus tres habet species. i. angulū cōcauū: concuexum: & medium. Angulus concau⁹ est quē cōtinent duæ lineæ arcuales ex parte interiore se tangentes. Cōuexus angulus ab eisdē lineis ex parte exteriorē cōcurrentib⁹ cōtinetur. Medium angulus duæ lineæ circulares faciunt quarum altera ex parte interiore: altera ex parte exteriorē ad idē punctum cōcurrunt. Mixtus deniq; angulus similr in tres species diuiditur. Prima est angulus cōtingentiæ: qui causatur ex cōtactu lineæ rectæ ad curuā exterius. Secunda est angul⁹ semicirculi: quem facit diāmeter circuli cum circunferētia eius ex parte interiore. Tertia species est angulus portionis circuli: hunc cōstituit corda cōcurrēs circunferentiæ intra circulum. Dicitur autē diāmeter circuli linea recta transiens per centrum circuli: quia ipsam diuidit in duas partes oīno æquales: q̃ sunt semicirculi. i. medietates circuli. Corda vero dicitur linea recta intra circulum: q̃ tamen nō tangit centrum circuli: eoq̃ ibi fit q̃dam figura ad modū arcus sagittarii: cui⁹ arcus linea illa recta apparet eē corda. Et quia talis linea diuidit circulū in duas partes inæquales: hic est angulus portionis circuli iterū diuiditur in duas species. q̃ sunt: angulus portionis maioris. & angulus portionis minoris: quarū diffinitiones clare sunt. hæc de angulis planis. Angulus aut solidus qualiter sit diuidēdus in species dicem⁹ infra in principio quarti libri hui⁹: ne ampli⁹ extendamus hoc primum caput: in quo prelibatæ sunt diffinitiones quid nominis omnium principalium vocabulorum totius geometriæ.

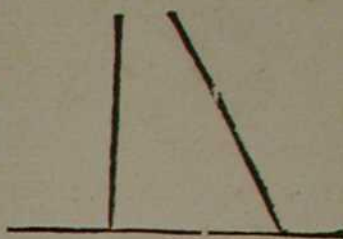
Caput scđm de cōplexis principiis cōmunib⁹ geometriæ: q̃ dicuntur dignitates vel ppōnes p se notæ: vel cōmunes animi cōcepti

ones: aut cōmunes scientiæ.

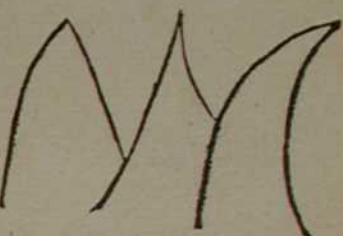
DETER incōplexa geometriæ pricipia pmissa: sunt alia q̃dā cōplexa tū coia tū ppria demonstrationū geometricarū elementa: q̃ dicuntur ppōnes imediate. i. indemonstrabiles: sed ad eas fit vltima resolutio cuiuslibet demonstratiōis geometricæ. Inter quæ principia duce Aristotele in phæmīo phisicorū magis coia preordinare cōueniet. deinde in sequēte cap. veniemus ad principia ppria. Hæc tū distinctio principiorū cōmunū & ppriorū geometriæ nō est sic accipiēda. vt credam⁹ aliquā ppōne esse in geometriā principii q̃ eadē sit etiā principium in alia scientia. & ppter ea dicatur principiu cōmune. alia vero ppō q̃ in sola geometria pōt esse principii & nō in alia scientia sit principii ppriū

A iiii

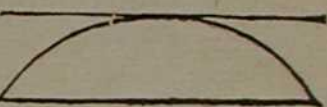
Anguli rectilínei.



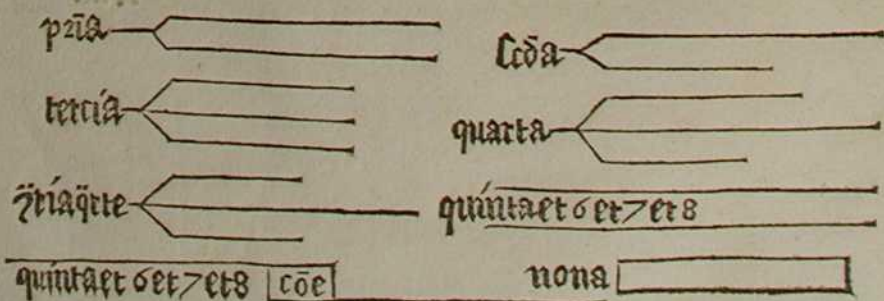
Anguli curuillínei.



Anguli mixti.



geometriae. hoc enim falsum esse non solum opinamur: sed per certitudinem doctrinae posterioris tenemus. quandoquidem nulla propositio exterminis geometriae constituta esset apta ad aliquid probandum in arithmetica vel aliqua alia scientia. sed ut recte docet Aristoteles quilibet scientia sicut habet proprios terminos: ita habet proprias propositiones siue principia siue conclusiones. Dicuntur ergo aliqua principia esse communia vel propria in geometria ratione formae non ratione materiae: nam si de materia propositionis loquimur quae sunt termini. omne principium geometriae est proprium geometriae. Si vero ad formam propositionis attendamus: est aliquid principium geometriae cuiuslibet propositio similis fore est principium arithmeticae vel alterius scientiae: & tale dicitur principium commune ad plures scientias non quidem simpliciter sed secundum analogiam vel proportionem ut prius dicebamus. id est secundum similitudinem formae propositionis. est & aliud principium geometriae cui nullus aliud simile neque in materia neque in forma potest esse principium arithmeticae vel alterius scientiae: & propterea dicitur principium proprium geometriae. In hoc ergo capitulo trademus principia communia geometriae: insequente principia propria ad sensum datum. Communes itaque scientiae. id est communia principia scientiarum innumera sunt: sed ea quae magis in geometria requiruntur haec pauca erunt. Prima communis scientia. Omne totum est equum omnibus suis partibus simul sumptis. & e converso. imo quidam dicunt quod totum nil aliud est quam omnes suae partes simul collectae. Secunda. Omne totum est maius sua parte. & accipitur hic totum cathegoreumatice non sicut cathegoreumatice sicut in arte sophistica. Tertia. Omnes partes eiusdem denominationis in eodem toto vel in totis equalibus sunt sibi inuicem aequales. Quarta. Partes alterius diversae denominationis in eodem toto. aut partes eiusdem denominationis in totis inaequalibus. necessario sunt sibi ipsi inaequales. quia maioris totius pars eadem maior est & minoris minor. Quinta. Quaecumque unius & eisdem sunt aequalia. ipsa inter se sunt aequalia. secus autem de inaequalitate. Sexta. Quae unius & eisdem sunt inaequalia sed aequaliter. illa sibi ipsi sunt aequalia. sed haec in re non differt a tertia praecedente. Septima. Quae unius tertio sunt inaequalia & inaequaliter. inter se sunt inaequalia. Octava. Si aequalibus aequalia addantur vel idem commune. resultabit aequalia. Nona. Si inaequalibus aequalia addantur vel idem commune. aut si aequalibus inaequalia fuerint addita. constituent inaequalia. Decima. Si ab aequalibus aequalia demas vel idem commune. relinquetur aequalia. Undecima. Si ab inaequalibus aequalia demas vel idem commune. aut si ab aequalibus inaequalia demas vel idem commune. remanserint inaequalia erunt. Duodecima. Si una magnitudo supponatur alteri appliceturque ei uniformiter sic quod nec excedat neque excedatur ab ea. ille sibi inuicem aequales erunt necessario. Et in hac ultima explicatur vocabulum magnitudo: quia est necessario subintelligendum in aliis omnibus praecedentibus: alias non essent haec principia geometrica: si non ex propriis terminis geometriae essent constituta. Praedictae vero propositiones & aliae similes vocantur per se notae: quia statim cognoscuntur esse verae ab intellectu ex solo confuso terminorum conceptu & sine ulteriori discursu. & si (ut aliqui contendunt) ad assensum earum sit necessarius discursus: ille tamen non est perceptibilis. quare nec indicatur esse discursus: sed tanquam primae & immediatae propositiones admittuntur. ait enim Alhac in 2. libro. suae



perspectiua. q̄ hęc ppō omne totū est maius sua parte: nō cōprehendit solo intellectu q̄ est habitus principiorū: sed apprehensio eius est p̄ sillogismū cōpositū ex intentionibus terminorū: quia tñ intellectus hoīs in tali discursuue locitatē argumentationis facit in tēpore breuissimo & insensibili: ideo putat q̄ hęc ppō cōprehēdatur solo intellectu. hęc ille. Et nō solū hoc verū esse putant p̄spectiui in ppōnib⁹ valde cōfusi & generalib⁹: sed etiā in multis distictis & particularib⁹. Dicūt enī q̄ multæ sunt intētiōes visibiles q̄ nō cōprehendunt solo intellectu vel sensu: vt distantia. magnitudo. figura. sit⁹. mot⁹. &c. s; ad eaz distictā noticiā necesse est cōcurrere fantasiā & rōnē discursiua de quib⁹ infra lati⁹ dicem⁹ iuxta finē primi libri nostræ breuīs p̄spectiue.

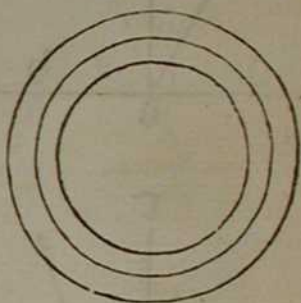
Caput tertiu de principis p̄p̄is geometriæ q̄ dicūtur sup̄pōnes aut petitiōes. vel assumptæ ppōnes imēdiate.

ULTIMO praelibanda sunt p̄p̄ia geometriæ principia: q̄ magn⁹ Euclides posuit q̄ paucissima. talia enī in qualibet scientia nō sensuali rara sunt & notatu dignissima. Petitiōes itaq; geometricæ quinq; sunt numero. primæ duæ de lineis. tertia de angulis. reliquæ duæ de superficieb⁹. Prima petitiō de recta linea est hęc. a quolibet puncto ad quēlibet punctū in superficie qualibet rectā lineā ducere. Ponit enī euclides oēs has petitiōes sub modo infinitiuo cōfusas nō sub indicatiuo determinatas: quia nō sunt ppōnes ab eo p̄batæ: sed sup̄posita quædā dicta modalium ppōnū de possibili. Possēt tñ addi huic primæ petitiōi ei⁹ alia collateralis. q̄ inter quibet duo pūcta data linea recta est oīm cōterminabiliū breuissima. Secūda petitiō de linea curua est. super centrū quodlibet q̄tūlibet occurrando spaciū in qualibet superficie circulū describere. & accipit hic circulus improprie p̄ linea curua q̄ est circūferentia & termin⁹ circuli: sepe enī auctores abutūtur vocabulis & noīa figurarū adaptāt terminis earū & vice versa. Tertia petitiō est de angulis. Oēs angulos rectos sibi inuicē esse æquales. Forma enī recti consistit in indiuisibili & ideo variari nō pōt. Mensurant aut anguli quantū sint ad seipsos sc̄dm æquales longitudines suarū linearū: & per lineam tertiā q̄ triangulū perficit. nā sc̄dm p̄portionē tertiæ lineæ in vno angulo ad tertiā in alio erit p̄portio anguli ad angulū. Quarta petitiō est iā de superficie sed affirmatiua talis. Si recta linea sup̄ duas rectas venerit: fueritq; duo anguli interiores ex eadē parte lineæ cadentis minores duob⁹ rectis angulis: illas duas lineas priores ex eadē parte longius p̄tractas cōcursum petere & tandē cōcurrere. quare sequitur tales tres lineas superficiē claudere & figurā perfectā cōtinere. Quinta petitiō etiā de superficie sed negatiua est hęc. Solas duas rectas lineas superficiē claudere nullā. quia duæ lineæ recte ex vna parte cōcurrentes: ex alia quanto plus plongetur tanto plus distāt a seipsis vī q̄ in infinitū. Sequitur ex his manifeste triangulū esse primā figurarū planarū & rectilinearū. nā simplr circulus est priā oīz figurarū. Predictæ aut ppōnes s; nō sint p̄ se notæ. q̄ egēt aliquālī declaratiōe p̄ter cōcept⁹ teriorū: tñ dicūtur imēdiate quia nō habēt mediū vel antecedēs quo demonstrari possint. ideo sup̄pōnes & petitiōes vocātur: quia in geometriā supponūtur & nō p̄bant

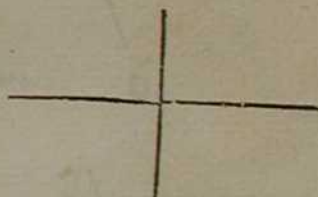
Prima petitiō.



Secunda petitiō.

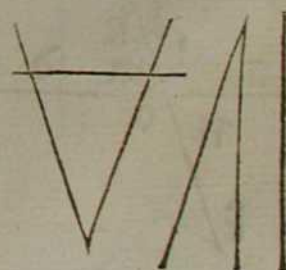


Tertia petitiō.



Quarta

Quinta petitiō.



esse veræ: sed potius volētes demōstrare petūt eas sibi cōcedi eē veras.

Caput quartū de primis cōclusionibus geometriæ q̄ pertinet ad
lineas & angulos figurarū simplicium rectilinearū.



AGNITVDINIS passiones quas geometrici considerant in genere quidē paucissimæ sunt: vt distensio. diffusibilitas. repletio. occupatio &c. sed in speciebus plurimas inuestigant. hoc est de lineis. superficiebus. & corporib⁹ q̄ solū tres sunt magnitudinis species in genere quātītātis. Immo nec de lineis aliquas demonstrant passiones nisi in ordine ad superficies & corpora q̄ solæ figuræ sunt: de quibus ipsi maxime curant. Incipiemus igitur dicere de lineis ad angulū cōcurrentibus in hoc caplo. deinde veniem⁹ ad superficies lineis terminatas: & tandē ad corpora q̄ superficieb⁹ claudūtur. sic enī seruabim⁹ ordinē rectū ex minis p̄ media ad maxima deueniendo. Sit igitur oīm cōclusionū geometricarum hæc prima: licet euclides ab ea non inceperit.

Prima conclusio.

Si recta linea super aliā rectā lineam steterit: duo anguli in quolibet latere aut sunt recti aut duobus rectis æquales. Ex quo patet. Totum spaciū q̃ circumstat aliquem puñctum in plano quattuor angulis rectis esse æquale.

Item si super lineā a b incidat linea c d vel est super eā ppendiculariter cadēs vel non: si sic habent
duo anguli recti in forma p diffinitionē anguli recti: si nō sit perpendiculariter cadens, dico qd erunt
anguli equales duobus rectis: licet nō sint in forma recti, quod ostendo sic: fit alia linea e d ppendi-
culariter super a b lineā: eruntq; duo anguli a d e et e d b recti per diffinitionē anguli recti vt ptz: sed
duo anguli a d c et c d e adequantur angulo a d e per primā animi conceptionē: ergo idē duo anguli
cū angulo e d b crēt equales duobus rectis per tertiā animi conceptionē, quare oēs illi tres anguli
sunt equales duobus rectis. Sed angulus c d b obtusus est equalis duobus ex illis: qz sunt oēs eius
partes: ergo per quintā animi conceptionē angulus c d b obtusus cū angulo a d c qui est acutus est
equalis duobus rectis, et hoc est quod volumus. Correlariū ptz qz ex quo mēdictas spaciū q est sup
punctū d valet duos rectos: alia mēdictas similiter inferior: valet duos rectos: ergo totū spaciū va-
let quattuor rectos, et qm̄q; illud spaciū diuidatur in multos angulos cū oēs illi anguli sint par-
tes illius spaciū totius: oēs precise valent quattuor rectos: vt ptz per primā cōmunē scientiam.

Secunda conclusio.

Oînduarū linearū seînuicē sequantiū oēs angulī cōtra se posīti sūt æq̄les.

Ita patet per premiffam: nā duo anguli a c c t c b cōiunctim funt equales duobus rectis. fimiliter duo anguli c e b t b e d fimul iuncti funt equales duobus rectis. ergo duo anguli primi fimul funt equales duobus poftremis. deſcripto ergo angulo cōmuni puta c b e reliqua erunt equalia. ſ. a c c t d c b per ~~ſe~~ cōmūnem. ſcientiam: t ſibi funt anguli cōtra ſe poſiti: ergo anguli cōtra ſe poſiti funt equales quod erat demonſtrandū. t ſimili modo probat de reliquis duob⁹ angulis cōtra ſe poſitis.

Tertía conclusio.

Si duabus lineis equedistantibus tertia linea superuenerit: quales quantosq; sup vnā illarū fecerit angulos: tales tantosq; faciet super reliquā. Ex quo manifestū est q; omnis angulus extrinsecus angulo intrinseco sibi opposito est equalis. & q; quilibet anguli coalterni sibi inuicē sunt æquales. & q; quilib; duo anguli intrinseci & ex eadē parte cōstituti duob; rectis sunt æquales.

Supponamus hic diffinitionē linearū equidistantiū quas greci paralellas vocant. sunt enī lineæ tātum a seipſis diſtantes in principio ſicut in medio z fine earum. Sint ȝ due lineæ equidistantes a b z c d quibꝫ lineæ e f ſuperueniat dico qꝫ quales z quātos angulos cōſtituit lineæ e f ſuper lineā a b tales z tātos cōſtituit ſuper lineā c d z eodē ordine ita qꝫ anguli ſuperiores lineæ e f equantur angulis ſuperioribus lineæ c d z inferiores inferioribus ex eadē parte lineæ e f ſumptis. Verbrigrata angulus g adequatur angulo l z angulus h ſimiliter angulo m ita de alijs. Cōprobat̃ur. nā ſi angulus l non ſit equalis angulo g. ergo alter illoꝝ erit maior: ſit angulus l maior: ſed angulus g z angulus h

bene probat hanc q. anguli α est equalis angulo β et anguli β est equalis angulo γ .
 tunc probat q. anguli α sit equalis angulo γ . nec anguli β sit equalis angulo γ . tunc
 exprime probatio. sequit. ista est probatio inferendo idem in contrariis q. sit probatio q. anguli α sit
 equalis angulo γ et probatur et quia n. anguli α et γ est equalis angulo β v. g. illi est maior et alie
 minor. sit n. maior et alie minor sunt equalis q. sunt oppositi p. m. ~~quod~~ est. n. est. maior et alie
 sunt equalis duobus talibus α et γ . sunt minoris duobus talibus β et γ . detrahe p. hinc α et γ p. m.
 restantur oppositi α et γ . Conuenient q. n. erant paritatem q. sit q. h. p. p. m. eodem probatur q. n.
 anguli α et γ est equalis angulo β q. probat. n. si anguli α n. est equalis angulo β q. est maior vel minor
 q. maior et alie sunt equalis. α et γ maior. sit α et γ valent duos talibus β et γ sit minoris duobus
 talibus β et γ sit n. paritatem p. hinc α et γ p. m. probantur oppositi β et γ . Conuenient q. n. erant paritatem
 et tunc p. m.

funt equales quia sunt contra se positi per premissas: ergo angulus l est maior angulo k: sed duo anguli l et m sunt equales duobus rectis per primam conclusionem: ergo duo anguli k et m sunt minores duobus rectis per septimam communem scientiam. Ergo per quartam petitionem duo linee a b et c d si spirantur in partes b d occurrunt: et per consequens non sunt que disantur: quod contra ipotesi: erunt igitur duo anguli g et l equales quod erat probandum: eodem modo arguitur de h et m. similiter de i et n k et o qui sunt inferiores sub lineis eque distantibus predictis. ¶ Patet igitur prima pars correlarii soli exponendo ter minos: nam quodlibet duorum angulorum quos equiva lere ostendimus. alter vocatur intrinsecus quod est inter equidistantes lineas: et alter extrinsecus qui est exterior vel sub vel supra. Secunda pars patet modicum transiendo et terminos exponendo: dicitur igitur anguli coalterni qui habent alternam situm quod ad superius et inferius: dextra et sinistra linee cadentes: cuiusmodi sunt k et l: qui sunt equales per boetium: anguli g et l sunt equales per primam partem correlarii. sed angulus k est equalis angulo g qui contra se ponitur per premissam: ergo angulus k est equalis angulo l per tertiam communem scientiam: et eodem modo arguitur de i et m qui sibi sunt anguli coalterni. Tertia pars statim patet. scilicet quod duo anguli intrinseci ex eadem parte sunt equales duobus rectis puta k et m nam l et m per primam sunt equales duobus rectis: sed k est equalis l per secundam partem correlarii: ergo etiam k et m valent duos rectos.

Quarta conclusio.

Cuiuslibet trianguli oīs āgul⁹ extrinsec⁹ duob⁹ intrinsecis sibi oppositis ē eq̄lis.

Vocatur autem angulus extrinsecus q̄ constituitur ex p̄tractione alicuius lateris incontinū & directū,
 ut si in triangulo a b c p̄trahatur latus a c vsq; ad d. tūc angulus d c b dicitur extrinsecus: & duo bu-
 sibi oppositi intrinseci equalis. s̄ a t b. Quod p̄bo sic: a puncto c p̄trahatur linea in f equedistan-
 ter lateri a b: eritq; angulus f c b equalis b̄ ngulo intrinseco: q̄ sunt coalterni p̄pter lineā b c & inci-
 dentē super eisdē duabus lineis equedistantib⁹. Et angulus f c d est equalis a angulo intrinseco. q̄ s̄
 angulus f c d est extrinsecus ad cū t̄ oppositus ei p̄pter lineā a d incidentē super eisdē duabus li-
 neis equedistantibus vi p̄t̄ per p̄missā: quare totus angulus b c d est equalis duobus angulis in-
 trinsecis. s̄ a t b p̄ primā cōem scientiā. Eodē mō p̄barēt de aliis āgulis extrinsecis i quolibet triāgulo.

Quinta conclusio.

Omnis triangulus habet tres angulos equales duobus rectis.

¶ Item totus angulus b c d extrinsecus est equalis duob⁹ intrinsecis scz a b sibi oppositis p̄ p̄missis. sed si addas toti angulo illi extrinsecus angulū c intrinsecū cōiunctū sibi totū erit equale duob⁹ rectis p̄ primā: q̄ duo anguli a c b cū angulo c intrinsecū sunt eq̄les duob⁹ rectis p̄ quintā eōdem scientiā.

Sexta conclusio.

Omnis figuræ polygoniæ oēs anguli pariter accepti tot rectis sunt æquales quot sunt ipsi duplicati deptis quattuor. Ex quo pt3 q̄ qlibet sequēs in ordine figurarū polygoniarū addit supra præcedentē duos rectos in valore.

Hec ppositio ptz per precedentē cū resolueris quālibet talē figurā in tot triangulos quot sunt anguli eius. hoc afit fit ducendo a quolibet angulo eius ad punctū in medio signatū lineā rectā. qm̄ omnes illi anguli illorū triangulorū sunt partes angulorū talis figure polygonice: exceptis hijs q̄ sunt circa punctū mediū. & illi per correlariū prime sunt pcesse quattuor rectis equals. ptz igitur ppositum. Et bī gratia. fit pentagonus a b c d e bīco q̄ eius anguli quinqs sunt equals decem rectis exceptis quattuor: hoc est sex rectis sunt equals. signando igitur signū aliquod in medio & fit f. ducatur a singulis angulis lineā rectā: eruntq; quinqs trianguli iuxta numerū angulorū pentagoni: quosq; anguli valent decem rectos per pmissam: dēptis igitur hijs qui ad f sunt q̄ valent quattuor rectos & cū illi valent sex rectos. pbatet correlariū inductive.

Huic cōclusioni addit alia de valore angulorū extrinsecorū taliū figurarum

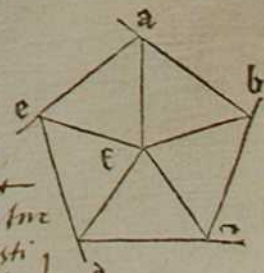
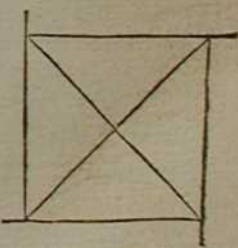
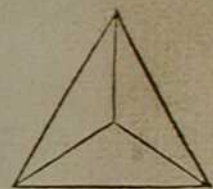
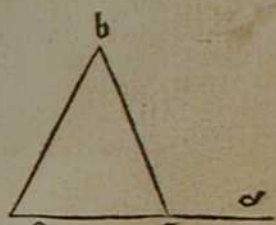
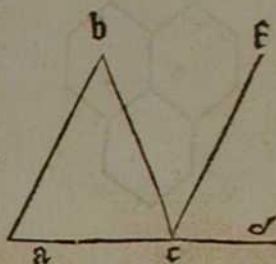
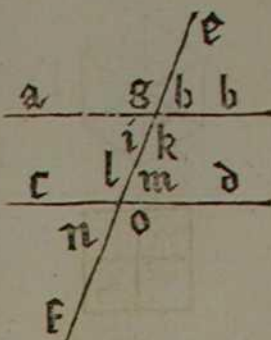
Qm̄ ois figuræ polygoniæ omnes angulī extrīnseci q̄ttuor. rectis sunt equales.

Sunt enī extrinseci & intrinseci simul bis tot rectis equales q̄t fuerint anguli figure principalis per primā conclusionē. intrinseci aut̄ tot rectis sunt equales quot sunt anguli duplicati exceptis . 4. ut nūc offendim⁹. ergo extrinseci tantū. 4. superaddit. Multius exemplum habes: si ducas lineam b a in cōtinuū & directū ex parte a: & lineā c b in partem b. & sic de aliis. ut patet in figura. Et intelligitur cōclusio de angulis extrinsecis simpliciter & non dupliciter acceptis: itaq; super quolibet angulo in trinfeco accipitur vnus tantum extrinsecus & non duo.

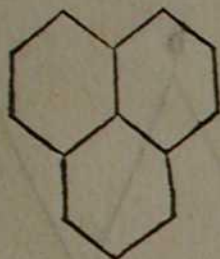
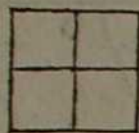
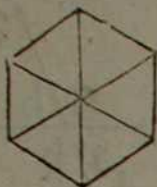
Septima conclusio.

Tres figuræ regulares scilicet triangulus quadrangulus & exagonus replēt
locum et nullæ aliæ.

Dicitur autem figura regularis q̄ est equiangularis & equilatera: replere autem locū dicitur hic occupare totū
spaciū qd̄ circūstat aliquē punctū in plano. Pars affirmatiua, pbanda est de triangulo & hexagono: de



interim conclusionem non probat ista q^ua. l. est maior & est maior. k. q^ua
sunt anguli q^ua se possit sed anguli. l. est maior & s^u est maior k. t^uer ult^uer
sed h^u et m. sunt aequales duob^u p^uetis p^uer p^uerimā conclusionem & k. et m. sunt
improbes duob^u p^uetis. ista q^ua non probat nec apparet esse bona sed probatur
l. est maior. k. capatur anguli communi q^u est m. tunc arguitur s^u ist^u
duo anguli l. et m. sunt majores q^ua ist^u p^uer m. et k. nā s^u l. est maior k
et m. q^u communi illis & l. et m. majores sunt q^ua m. et k. sed l. et m. sunt
aequales duob^u p^uetis p^uer p^uerimā conclusionem & m. et k. sunt improbes duob^u
p^uetis & si profrahant illi line tadem conuenient p^uer q^uarta p^uetitione & m
erāt parallele hoc aequidistantis q^u est q^ua hypot^uh^u m.



quadrato eni plani est: qz dñ habeat omnes angulos suos in forma rectos. Igitur fl. 4. simul ponā
tur totū spaciū occupabunt: & per pñs totū locum replebunt. De exagono aut phatur: qz dñ. 6. angu
li eiusdē sint equales. 8. rectis per premiffas tres e us anguli valebunt. p. rectos. igitur si tres exa
goni ponantur simul circa punctū in plano replebunt locū. De triangulo similr ptz. qm angul⁹ exa
goni est duplus ad angulū trigoni si fuerit regularis: qd ptz. qz tres anguli exagoni valent duplum
ei⁹ q sunt 3. anguli trigoni: qz valēt. 4. rectos. igitur in duplo plures trigoni requiruntur ad repletionē loci
q exagoni: sed tres exagoni replent: ergo sex trigoni replebūt. Cōfirmatur. qz tres anguli trigoni
valent duos rectos. 6. valebunt. 4. & sic replebunt locū. locū ergo replere dicitur. 3. exagoni. p.
tetragonū & 6. trigoni equilateri. Negatiua pars phatur. f. q nulla alia figura regularis sit apta re
plere locū: supposito q quelz sequens figura habet maiores angulos q prior precedentis: qd ptz ex cor
relario premiffis: nā quelz posterior addit (per correlariū pcedentis) supra pcedentē in valore duos
rectos & vnū tantū in numero. sed nullus angulus vn⁹ pōt valere duos rectos p diffinitionē angulī
plani: qz ad valōrē duorū rectorū requiritur cōtactus linearū directus: dñ sit medietas spaciū plani. igitur
transmittitur aliqd ad reliquos. sed nō nisi ad oēs: qz oēs anguli sunt equales in figuris regularib⁹.
de quib⁹ hic loquimur: quare oīs angulus figure posterioris maior est quolz angulo prioris figure.
Ex quo ptz q nulla figura post exagonū nata est replere locū: qz si accipiantur tres anguli regularis
figure post exagonū illi superabundant. nulli etiā duo anguli replent locū: sicut nec due linee claudūt
superficiē: qz eni nullus angulus q̄tuncunq; magnus valet duos rectos: ergo ne duo anguli valent
quattuor rectos per diffinitionē angulī plani. Pentagonus etiā nō replet. qz 3. anguli eius nō valēt
quattuor rectos: alioqui haberet angulos ita magnos sicut exagonus: & quattuor eius anguli plus
quattuor rectis valent. qz sequitur tetragonū in ordine figurarū. Cōcl. 7. cōclusiones sint de isto
caplo: quarū nulla est q nō dependeat a pcedēti & ad sequētē nō assumatur: excepta prima q ex ime
diatis ppōnib⁹ infertur. & vltima q nō assumit ad aliā qm postrema est. Et scdm hūc modū augētur
demonstrationes in post assumēdo scōz phm in posteriorib⁹. Qēs quoq; in phia nobis deseruiūt.

Caput quintū de angulis figurarum regredientium angulorū
quæ sunt composite.



N FIGVRIS planis duo posuimus genera. f. figuras simpli
ces quæ solos intrinsecos habent angulos: & figuras cōpo
sitas q multiplices angulos ostendūt tā intra q̄ extra figuras
Has peculiari vocabulo figuras egredientiū angulorū vo
cant. de quib⁹ rarus est sermo apud priscos geometricos: nā
primus eorū qui de hac materia locuti sunt: fuit Campanus
cōmentator Euclidis qui sup. 15. cōclutione primi libri de solo pentagono
egredientiū angulorū parū tetegit & hoc nō nisi satis casualiter: hac de causa
de talib⁹ figuris pauca trademus & valde generaliter: q vestigia antiquorum
insequi statim⁹ in his nostris introductionib⁹. Dicit ergo figura egrediē
tiū angulorū illa plana & poligonia aut rectilinea cui⁹ prima latera in vtrāq;
partē sunt protracta extra figurā donec iterū cōcurrāt bina & bina. Et cum
dictarū figurarū possint qdā esse regulares aliæ irregulares: in præsentiarū de
solis regularib⁹ agere intendim⁹. premittentes modū generalē descriptiōis
figurarū regulariū. Cū enī circul⁹ sit oīm figurarū prima ac p̄inde regularissī
ma: si descripto circulo occulto. i. nō colorato in papīro: circumferentiā ei⁹ in
tot partes æquales diuiserim⁹ quot angulorum figuram facere voluerimus:
& a quolibet illius sectionis pūcto ad alterū lineā coloratā duxerimus: habebī
mus figurā rectilineā regularē. hac rñ obseruata differentia: q in descriptiōe
figuræ simplicis lineā q̄libet pcedat a puncto pximo pcedente ad pximū; se
quentem. & sic deinceps nullo pūcto sectionis medio dimissio. Sed in figuris
egredientiū angulorū lineā q̄libet nō ad proximū punctū sed ad tertium vel
quartū aut ad aliqū aliū pūctū teriari debet mediis interscalariter dimissis.
Aduertendū etiā q figuræ regulares egredientium angulorum multiplices
sunt & per varios ordines distribuuntur. In primo enī ordine sunt illæ q post

angulos intrinsecos figuræ simplicis habet singulos ægredientes angulos: id est super vnum angulū intrinsecum vnicū angulū ægredientē: in secundo ordine figure habent duplices angulos ægredientes: itaq; super vnū angulū intrinsecū figure simplicis habent duos angulos ægredientes: in tertio ordine tres: in quarto quattuor: & sic per infinitos ordines procedēdo. Ergo qui super circulo occulto & in plures partes equales diuiso voluerit describere figuram ægredientium angulorū primī ordinis: lineas laterales protrahere debet a puncto ad punctū vno tantum pūcto sectionis medio inter scalariter dimisso: in figuris secundī ordinis duobus punctis mediis relictis: in tertiotribus: in quarto quattuor: & sic deinceps. His prælibatis ponamus paucas conclusiones.

Prima conclusio.

Figurarum ægredientium angulorum pentagonus est prima simpliciter.

Ista probat ex principiis immediatis: qm̄ ante pentagonū simplicē nō sunt nisi due figurarū species triangulus & quadrangulus ex correlatio q̄ntē petitioni adiuncto: s; neq; triangulus neq; quadrangulus pōt fieri ægredientium angulorū figura de qua hic loquimur: q̄ pentagonus est p̄ma huiusmodi figurarū. Iuxta trigonū em̄ nō sit aliqua figura ægredientium angulorū: qm̄ in eo vnūquodq; latus a duob; reliq; lateribus intersectat: quapropter impossibile est vnū illorū iterato cū reliquo concurrere p̄ q̄ntā petitionē: alias due recte linee suspiciem clauderent. De tetragono idē probat: nam si sit regularis figura simplex: latera ei⁹ opposita sunt linee parallele quas impossibile est cōcurrere p̄ tertā p̄cedētis capli: alia vero iā semel cōcurrerūt nec possunt iterū concurrere. Si vero sit figura irregularis maxime ex indebita laterū positione: latera opposita cōcurrerūt q̄dē exterius in altera pte tantū p̄ quartā petitionē: nā duo anguli interiores ex sola vna parte erūt minores duobus rectis: ex altera vero maiores eis: quare nō fiet sic figura integra ægredientium angulorū. De pentagono autem p̄ eandē q̄ntā petitionē deducit q̄ possit esse figura vndiquaq; p̄fecta ægredientium angulorū: q̄ ex sexta p̄cedētis capli: eius anguli intrinseci oēs sunt obtusi: & latera exterius iterum cōcurrunt bina & bina ad omnē partē figure. est ergo pentagonus prima oim figurarum ægredientium angulorum.

Secunda conclusio.

In quolibet ordine figurarum ægredientium angulorum: prima ordinis sequentis sumitur ex tertia ordinis p̄cedētis.

Declaratur hoc p̄mo inductiue: nā sicut triangul⁹ p̄ia figurarū simplicium polygonarū: ex tertia linea recta cōsurgit p̄ vltimā petitionē: & p̄tagon⁹ p̄ia figurarū ægredientium angulorū orit̄ ex p̄tagono simplicis tertia figura i ordine simplicis: ita p̄ia figura scōi ordinis ægredientium angulorū sumit̄ ab eptagono nō q̄rat terti⁹ i p̄io ordine: & p̄ma terti⁹ ordinis fūdā in nonagono q̄ erat tertia figura scōi: & sic p̄r in alijs ordinibus sine fine. Secōdo eadē cōclusio demonstrat̄ resumpta demonstratione p̄cedētis: nā probatio de triangulo aptissima erit p̄me figure ordinis p̄cedētis: q̄ illa nō possit fieri figura ordinis sequētis: eo q̄ vnūquodq; lat⁹ eius iam tēgit quolibet aliud aut cōcurrēdo aut secādo: ideo impossibile est aliq̄d illorū iterū cū alio concurrere p̄ quintā petitionē. Ratio vero de quadrangulo concludet etiā de secunda figura ordinis p̄cedētis q̄ nō possit esse p̄fecta figura ordinis sequētis: q̄ si sit regularis habet latera equidistantia que nō possunt concurrere: si irregularis ex vna tantū parte concurrerūt & nō ex alia. Sed demonstratio de pentagono ex angulis p̄cedētib; obtusis: cōcludet de tertia figura angulos sequētis ordinis eē in ea possibiles: nihil q̄ obstat veritati n̄re huius cōclusionis.

Tertia conclusio.

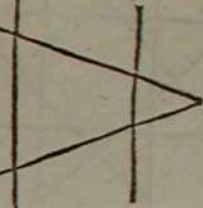
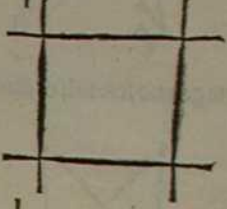
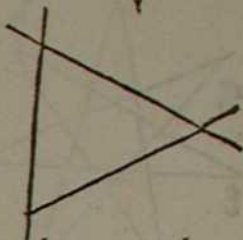
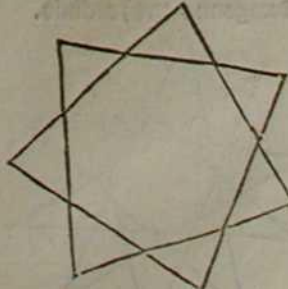
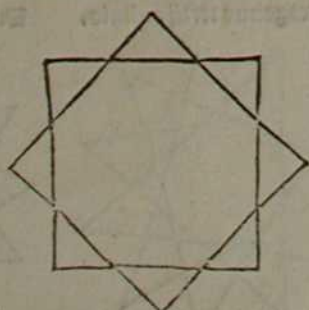
Pentagoni quinq; anguli ægredientes sunt præcisæ equales duobus rectis.

Sit pentagonus. a. b. c. d. e. in quo latus. a. c. secetur a linea. b. e. in puncto. f. & a linea. b. d. in puncto g. erit ergo angulus. f. equalis duobus angulis. e. & c. cum sit extrinsecus ad eos in triangulo. f. e. c. p̄r quartam p̄cedētis capli. Eandem ratione angulus. g. erit equalis duobus angulis. d. & a. cū sit extrinsecus ad eos in triangulo. g. d. a. sed duo predicti anguli. f. & g. cum angulo. b. sunt præcisæ equales duobus rectis ex q̄nta p̄cedētis capli: ergo similiter illi quattuor anguli. a. c. d. e. equales duobus. f. & g. iuncti simul cum angulo. b. valebunt duos rectos per octauā cōm scientiam: quia equalibus quantitatibus additur idē commune: scilicet angulus. b. ergo theorema propositum est verum. Ex quo sequitur q̄ sicut ordo simplicium figurarum incepta a duobus rectis in valore: vt probauit quinta conclusio p̄cedētis capli: sic etiam primus ordo figurarum ægredientium an-

B

Octogonus primī ordinis.

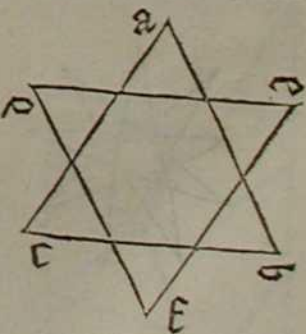
Eptagonus primī ordinis.



Pentagonus primī ordinis.



Hexagonus primī ordinis.

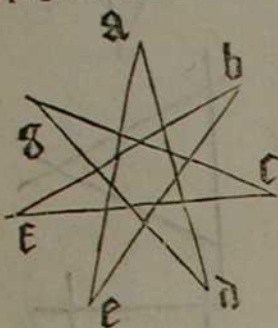


PRIMI LIBRI GEOMETRIAE.

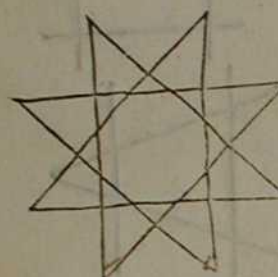
gularum incipit a valore duorum rectorum ut modo probauimus. Immo et quilibet ordinum sequentium incipit a figura cuius omnes anguli egredientes in tali ordine valent precise duos rectos. quod adhuc probandum est.

Quarta conclusio.

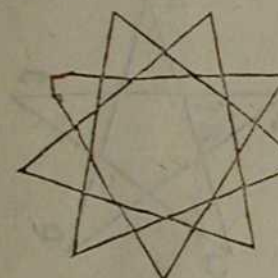
Eptagonus secundi ordinis.



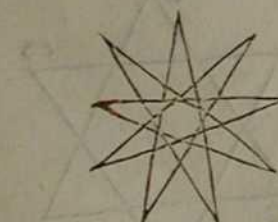
Octagonus secundi ordinis.



Nonagenus secundi ordinis.



Nonagenus tertij ordinis.



In eodē ordine figurarū egredientiū angulorū quālibet sequēs addit supra suam proximo precedentem duos rectos in valore.

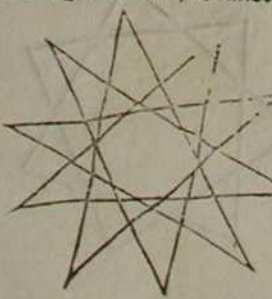
Istud licet sit verū et demonstrabile: nūc sic persuadem⁹. supposito enī q̄ prima figura primi ordinis. scilicet pentagon⁹ valeat duos rectos: cū illa habeat numerū imparē angulorū: sequens habebit angulos suos oēs in numero pari. scilicet hexagon⁹. sed ille describitur ex duob⁹ triangulis sibi mutuo inuicis qui valent quattuor rectos: eadem ratio est de octogono qui describitur ex duobus quadratis valētib⁹ octo rectos: sextā precedentis capiti: ergo eptagonus in medio relict⁹ valebit sex rectos: cū maiores sint ei⁹ anguli q̄ eptagoni et minores q̄ octogoni. similiter pcedetur ad decagonū q̄ valēt duodecim rectos cōstans ex duobus pentagonis simplicib⁹: ergo nonagon⁹ valebit decē rectos rōne p̄dicta. et sic de alijs oībus figuris primi ordinis egredientiū angulorū. Idē credēdū est esse verū in alijs ordinibus sequentibus. scilicet q̄ prima cuiuslibet ordinis figura valeat duos rectos p̄cise. et q̄ quilibet sequens addit supra suam proximo precedentē duos rectos in valore. quēadmodū supra dicebam⁹ de figuris simplicibus. Sed quia aristoteles in ethicis par vicīū esse putat ab oratore demonstratiōē exigere: et a mathematico persuasione recipere: nō cōtēti p̄dicta p̄uasiōe addimus altiam cōclusiōē in qua omnia que in hoc caplo diximus valeant demonstratione probari.

Quinta conclusio.

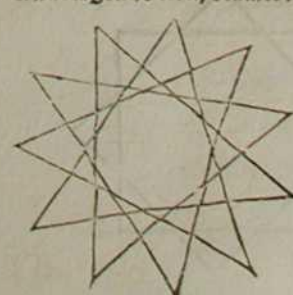
Cuiuslibet figuræ egredientiū angulorum omnes anguli sequentes pariter accepti valent tot rectos: quot valebant omnes anguli p̄cedentes pariter accepti: demptis quattuor.

Uocantur hic anguli sequentes anguli egredientes ordinis sequētis: anguli p̄cedentes sunt anguli figure simplicis vel anguli egredientes ordinis p̄cedentis. Verbi causa. eptagonus simplex per sextam precedentis capiti valeat decē rectos: sed eptagonus egredientiū angulorum primi ordinis valebit sex rectos. eptagonus vero egredientiū angulorū secūdi ordinis valebit duos rectos: vbi descēdit per quaternarios decrecendo. et sic de alijs figuris et ordinibus suo modo. hoc est ergo p̄positū hui⁹ cōclusiōis valde generalis que cōprehendit totā scientiā huius capiti: et cui⁹ demonstratiō pendet ex quarta et sexta cōclusiōibus p̄cedētis. scilicet q̄ cuiuslibet trianguli angulus extrinsecus equalis est duobus intrinsecis sibi oppositis. et q̄ oēs anguli extrinseci cuiuslibet figure simplicis valent p̄cise quattuor rectos. Sic sic arguitur. quilibet angul⁹ p̄cedēs in hui⁹ figuris est extrinsecus in quodā triangulo ad angulū sequentem et ad vnū angulū extrinsecū figure simplicis: ergo equiualeat illis duobus. quare omnes anguli p̄cedentes simul accepti sunt p̄cise equales angulis sequētib⁹ pariter acceptis: et omnibus extrinsecis figure simplicis. ergo anguli sequentes valent minus q̄ p̄cedentes p̄cise quattuor rectos. quod p̄tendit nostra conclusio. Nā in pentagono egredientiū angulorum de quo egit superior tertia cōclusio huius capiti: angulus intrinsec⁹ figure simplicis qui est super punctū f equalis est angulis b et g. quorū vnus est egrediens primi ordinis: et alter extrinsec⁹ figure simplicis: equalis in quā: q̄ est extrinsecus ad eos in triangulo f g b. Eadē ratione quilibet aliorum angulorum eiusdē pentagoni simplicis equiualeat vni egredienti primi ordinis et vni extrinsec⁹ figure simplicis: ergo omnes quinqs anguli figure simplicis simul accepti sunt equales omnibus quinqs egredientibus primi ordinis et quinqs extrinsecis pentagoni simplicis. dempto ergo valore illorum quinqs extrinsecorum: qui sunt quattuor per sextam capituli p̄cedētis: remanet valor: quinqs egredientium primi ordinis scilicet duo recti. nam quinqs anguli pentagoni simplicis valebant sex rectos. a quibus demptis quattuor rectis relinquuntur duo recti. Eadem probatio currit de hexagono egredientiū angulorum primi ordinis. scilicet q̄ valeat quattuor rectos. nam hexagonus simplex valebat octo rectos: similiter eptagonus simplex valebat decem rectos: a quibus demptis quattuor: remanent sex recti valor septem angulorum egredientium primi ordinis: et sic de alijs. Ergo vere sunt omnes p̄dictæ propositiones in figuris egredientiū angulorum primi ordinis scilicet q̄ prima earum valeat duos rectos: et q̄ quilibet sequens addit supra suam proximo precedentem in eodē ordine duos rectos in valore. De alijs ordinibus eadem est probatio. nā quilibet angulus egrediens primi ordinis equalis est angulo egredienti secūdi ordinis sibi superposito et vni angulo extrinsec⁹ figure simplicis: quia est extrinsecus ad eos in quodam triangulo facile signabili: ergo omnes anguli eptagoni primi ordinis simul sunt equales oīb⁹ angulis eptagoni secūdi ordinis et septē angulis extrinsecis eptagoni simplicis q̄ valēt quattuor rectos. q̄b⁹ demptis a valore eptagoni primi ordinis. scilicet a sex rectis: remanēt duo recti q̄ est valor eptagoni secūdi ordinis. scilicet ergo ordo egredientiū angulorum primi ordinis valebat octo rectos: ut superius p̄ponebatur. Itē octogonus egredientiū angulorum primi ordinis valebat octo rectos: a quibus demptis quattuor ratione iā dicta: remanent quattuor recti p̄ valore octogoni secūdi ordinis. Similiter nonagon⁹ primi ordinis valebat decē rectos p̄

Decagonus tertij ordinis.



Undecagonus tertij ordinis.



Duodecagonus tertij ordinis.



subtractionē quattuor: rectorū a quattuordecī nonagoni simplicis: ergo nonagon⁹ scđi ordinis valebi-
 sex rectos. & sic de alijs in eodē ordine: vbi clarissime cōstat qđ q̄libet figura sequens addit supra suā
 primo precedentē duos rectos in valore: qđ superius nōdū erat demonstratū sed solum persuasum
 p̄o tertio ordine figurarū egredientiū angulorū haud aliter p̄bamus p̄pōnes prius dictas. nā dē-
 ptis quattuor rectis a valore nonagoni scđi ordinis qui erant sex recti: remanēt duo recti valor no-
 nagoni tertij ordinis a quo ille ordo incipit. quilibz enī angulus egrediēs scđi ordinis est equalis an-
 gu lo egredienti tertij ordinis sibi superposito & vni angulo extrinseco nonagoni simplicis: qđ est ex-
 trinsecus ad eos in quodā triangulo facile reperibili. Deinde eadē via probari posset qđ decagonus
 tertij ordinis valeat quattuor: rectos. vndecagon⁹ sex rectos & sic de alijs per continuā additionē duorū
 rectorū. Hactenus ergo de hoc primo libro qui erat de cōsiderationib⁹ geometrie cōmuni⁹. ¶ Si tñ
 hec ad mores aptare liceat: dicem⁹ qđ geometrie principia incōpleta cōrespondent primis p̄uorū
 noticijs de bono & malo quas habent ip̄fectas vsq; ad septēniū. Cōmunes sciētie: prima denotāt iu-
 ris naturalis principia per se nota: vt declina a malo & fac bonū &c. Cōclusiones septē cōnere de āgu-
 lis figurarū simpliciu: virtutes ostendūt lumine rōnis naturalis acq̄sitas: qđ in sua cōnexionē p̄fecti
 oris euadūt: dicente beato ambrosio super lucā cōnere sibi sunt cōcatenatēq; virtutes vt qui vnā hā-
 beat plures habere videatur. consonat ei gregorius in moralibus. Virtutes inquit si sint disjuncte
 nō possunt esse perfecte. nec prudētia vera est que iusta. tēperans. & fortis nō est. & idē subdit de alijs.
 Unde notātē dicitur qđ quilibet talis figurarū addit super precedentē duos rectos. i. duplicē iusticie
 rectitudine qđ est ad se & ad aliū. Porro figure egredientiū angulorū: ad virtutes infusas: ad dona spi-
 ritus sancti. ad beatitudines euangelicas: & ad fruct⁹ charitatis p̄tinere vidēt scđm diuersos earum
 ordines. nā in eis ordo sequens nō auget sed diminuit a precedente: qđ humilitatē affert. Unde dñs
 aplis in sup̄mo p̄fectionis statu collocatis dicebat. qđ maior est vestrū sit aliorū minister: & sūm⁹ pōtēfex
 scrūi ser uorū dei se noiat. & p̄ hūc modū his alia supaddere cuilibz ingenioso erit valde facile.

Liber secūdus nostri cōpendij geome-

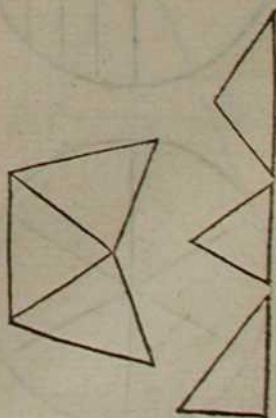
triæ de figuris planis correspōdēs quattuor primis libris eucli-
 dis. Habet similit̄ capita quinq; sicut p̄cedens.

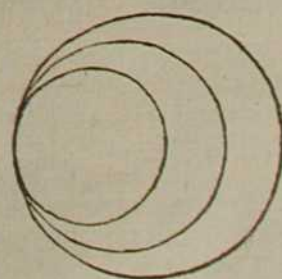
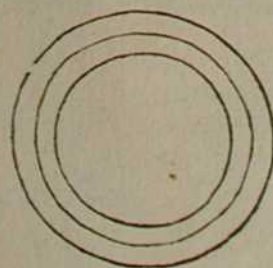
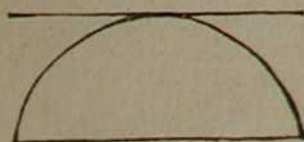
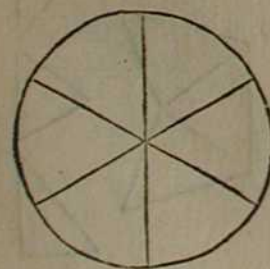
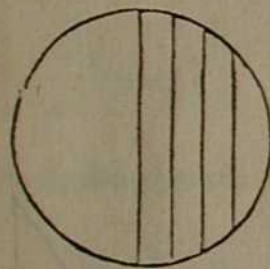
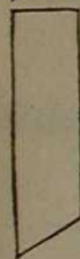
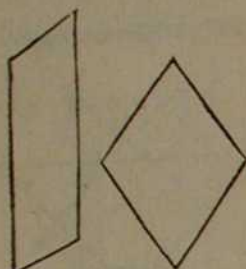
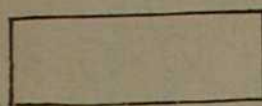
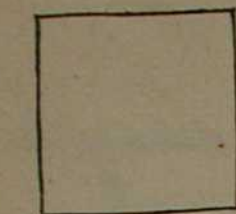
Caput primum est de diffinitionibus terminorū ad hāc geo-
 metriæ partem pertinentium.



ONSEQVENS ERIT post líneas & angulos ad figuras
 planas transigere. vt dicamus de eis secundum considera-
 tionem specialem: faciendo propria capitula de triangulis:
 quadrangulis: & circulis secundū ordinem quem obseruauit
 euclides: addemusq; aliquid de figuris isoperimetris quas ille
 p̄termisit. sed habebimus compendiosum sermonem di-

missa antiquorum vastitate: quia introductiones tantum mathematicas in
 hoc opere nos tradituros esse promissimus: non ipsas scientias integras. Et
 more solito ante demonstrationes p̄mittemus diffinitiones & diuisiones
 vocabulorū: speciales tamen illis quas in principio libri prioris preliba-
 uimus. Repetitis igitur diffinitionibus trianguli. quadranguli, & circuli. diui-
 demus hāc genera in suas vel species vel partes: & singularum partium dif-
 finitiones subnectemus quæ erunt media in demonstrationibus passionum
 quas inquiramus. Triangulus est figura plana tribus rectis lineis contenta.
 Triangulorum. alius omnium triū laterum æqualium: & vocatur isople⁹
 græce: æquilaterus latine. Alius autem duorum æqualium laterum: & voca-
 tur isosceles græce: equitibiarum latine. Alius trium laterum inequalium &
 vocatur ansocheles vel scalenon græce: latine vero gradatus: & ista diuissio su-
 mitur ex pte laterū. Ex parte aut angulorū diuiditur in orthogoniū qui habet
 vnū angulum rectum: & in ampligonium qui habet vnū angulum obtusū
 & duos acutos. & in exigoniū qui habet omnes angulos acutos. Dicitur etiā





quadrangulus ortogoni? cū oēs eius anguli sunt recti. & quadrangul? dicitur
 yfoplerus cum omnia eius latera sint æqualia: & omnis figura equilatera in-
 uenitur ab auctoribus ifoplerus dicta. Quadrangulus est figura plana quatu-
 or rectis lineis contenta. Quadrangulorum alius parallelogramus. i. æque di-
 stantiū laterum. alius disparallelogramus. i. inæquedistantium laterū. Para-
 lellogramorū. alius est habens somnia latera æqualia: & vocatur quadratus
 vel quadratū. alius tantū oppositorū laterū æqualium: & vocatur altera par-
 te longior. Quadratorum alius ortognius: & vocatur proprie quadratus. Ali-
 us inæqualium angulorū: & vocatur helimalim quia habet semper oppositos
 angulos æquales sicut demonstrabitur. Altera parte longiorum alius ortho-
 goni? qui ab aliquibus tetragonismus appellatur. alius inæqualium angu-
 lorum & vocatur similis helimalim: & dicitur similis helimalim: quia ha-
 bet opposita latera & oppositos angulos æquales. Omnes vero quadranguli
 non æquedistantium laterū sunt helimalim. i. irregulares figuræ: & istæ ir-
 regulares nominantur non q̄ aliæ omnes sint regulares: quoniam sol⁹ qua-
 dratus est regularis in genere quadrangulorum. sed qm̄ istæ figuræ plus irre-
 gularitatis habent q̄ alii quadranguli equedistantium laterum. Circuli vero
 diffinitio data est prius: resumēdo tamen breuiter diffinitionē circuli. dico
 q̄ circulus est figura plana ex medio æqualis: sicut sphaera est figura solida ex
 medio æquelis. vt dicit Aristoteles. 7. methaphisice. quia habet omnes lineas
 a medio ductas æquales: & 5. methaphisice dicit q̄ circulus est figura ago-
 na. i. sine angulo: qui circulus quia figurarum vniformissima & specialissima
 diuisionē nō recipit in species: sicut neq̄ aliqua regularis figura: sed diuidi-
 tur solum quantitatiua diuisione in portiones. Omnis aut̄ portio circuli aut
 est semicirculus aut portio maior semicirculo aut eo minor. Semicirculus est
 figura plana diametro & medietate circumferentiæ contenta. Portio vero cir-
 culi vt distinguitur contra semicirculū est figura plana vna linea recta extra
 centrum cadente & parte circumferentiæ contenta: & hæc quidem linea recta
 corda dicitur. pars vero circumferentiæ arcus nominatur. cum igitur circulus
 sic diuisus fuerit per cordā in portiones duas: portio in quā cadit centrum di-
 citur maior semicirculo. portio autem in qua non est centrum minor semicir-
 culo appellatur. Est etia? alia diuisio circuli in sectiones. sectio circuli est figu-
 ra quæ sub duabus a centro ductis lineis rectis & sub arcu qui ab eis compre-
 henditur continetur. angulus enim qui ab eis lineis ambitur supra centrum
 consistere dicitur. Angulus semicirculi dicitur quem diameter cum circunfe-
 rentia constituit. Angulus portionis dicitur quem corda cum arcu constituit.
 Angulus contingentiae dicitur quem linea circulum contingens constituit.
 Circulum autem linea contingere dicitur quæ circulum tangit: & in vtramq̄
 partē protracta non secatur circulū. hæc sunt quid noīs de partibus circuli: mo-
 do de ipsis circulis dicendū est. Circuli se cōtingere dicuntur qui se cōtingen-
 tes se inuicē non seccant. Cōcentrici circuli dicuntur qui super idē centrū de-
 scribuntur. Eccentrici vero dicuntur quorū centra distant cū sic sit q̄ sit circul⁹
 intra circulū. & hæc diffinitiones nobis sufficiant.

Caput secundū de passionibus triangulorum excerptis paucula
ex primo libro geometriæ Euclidis.

EQVENDO ordinē naturālē figurarū prius fuisset agendū de cir-
cultis q̄ de aliis speciebus: tū quia circulus vnica līnea cōtinetur: aliæ
vero figuræ sicut sunt polygoniæ ita & polilīnæ. i. pluriū linearū:
vnū aut prius est multitudine. tū quia circulus est figurarū perfectissima. sim-
plicissima. regularissima. pulcherrima. capacissima. & si vis addere: quod pro-
prie ad phisicū pertinet: ipsa est ad motū aptissima: aliæ vero figuræ in p̄di-
ctis oibus valde a circulo deficiunt. sed quia multa sunt q̄ de circulo demōstra-
ri nō possunt nisi ex demōstratis circa figuras rectilīneas: quarū prima est tri-
angulus: ideo necessariū fuit q̄ permutarem ordinē: quē admodū fecisse iue-
nitur euclides. De triangulis igitur sit hæc prima Conclusio.

Si vnus angul⁹ vn⁹ triāguli æqualis fuerit vn⁹ angulo alteri⁹ triāguli: fuerit
q̄ duo latera dictū angulū cōtinentia æqualia duob⁹ laterib⁹ alteri⁹ similē an-
gulū cōtinentibus: residui anguli vn⁹ residuis angulis alteri⁹ æquales erūt: basis
vn⁹ basi alteri⁹ æqualis erit: totusq̄ triāgul⁹ toti triangulo æqualis.

Istam conclusionē primā pono: q̄ nō dependet nisi ex vltima cōmuni sciētia. ponā enī vnū triāgu-
super alterū: quorū vnus sit a b c alius d e f. & applicabo angulū d angulo a q̄ per ipotēsim sunt equa-
les in diuersis triangulis: ergo latus d ferit super latus a c: & latus d e super latus a b. si aut nō: erit an-
gulus d maior aut minor angulo a vel cōuerso qd̄ est cōtra ipotēsim. cū ergo latera laterib⁹ sint eq̄-
lia: erit necessariō basis e super basim b c. & per p̄s totus vnus triāgulus erit super totū aliū trian-
gulum nec excedens nec excessus: alioquin due recte linee superficiem clauderēt ille. f. quas nō tange-
ret basis trianguli. vel forte loquitur de illa superficie q̄ remaneret inter duas bases triangulorū: q̄
vel vnus illorū triangulorū cōtaret ex duabus tātis lineis separata ab eo sua basi: vel inter duas ba-
ses illorū triangulorū: q̄ sunt linee recte cōterminē inter eadē duo puncta. remaneret superficies vnde-
q̄ clausa. qd̄ est incōueniens cōtra quintā petitionē. & ita illi duo triāguli erūt æquales sibi inuicē scd̄
totū & scd̄ū partes per vltimā cōmuni sciētiā. Ex ista p̄cedam vltimis ad ostendendū equalitatē
inter angulos eiusdē trianguli per equalitatē laterū. & sit hæc scd̄a cōclusio.

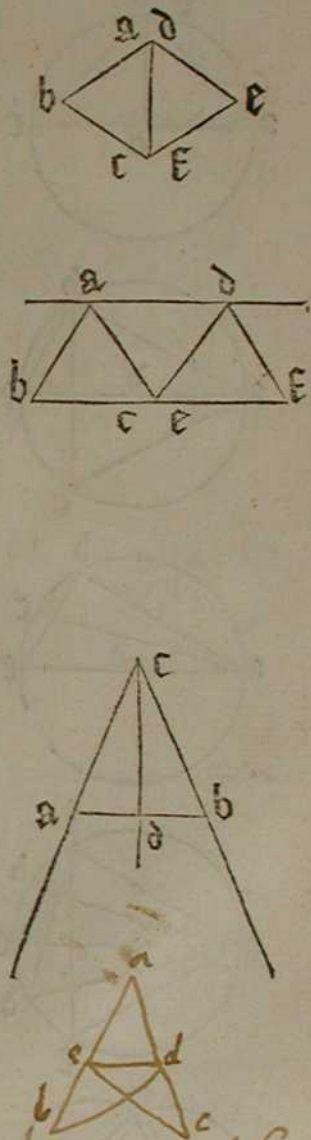
Secunda conclusio.

Omnis triāguli duum æqualium laterū angulosq̄ super basim sunt equa-
les esse necesse est: & similiter angulos qui sub basi cōstituuntur: si ei⁹ prima
latera directe protrahantur.

Hec est quita cōclusio p̄mi euclidis. & vocatur admirātib⁹ cleusuga. i. fuga miscroli: qm̄ miseri inge-
nio cum ad eandem p̄ueniunt: fugam capiunt. sed ne detur fuge occasio: ostendam eam breuiter et
ostensione leui que sufficit ad sciētiā: & erit medium demonstrationis q̄ talis triāgulus diuiditur:
vel diuidi potest in duos triangulos æquales. Sit ergo linea a b basis cui insit lineā c d secans eā
orthogonaliter. id est ad angulos rectos: & per equalia in puncto d. & ducantur latera c b & c a que
sunt equalia: eritq̄ triāgulus duum equalium laterum a b c. & anguli super basim sunt angulus b.
& angulus a quos dico esse æquales. Triangulum enim totalem diuidam per equalia per lineam c
d perpendicularē in duos triangulos partiales qui sunt triāgulus d c b & d c a. eritq̄ angulus c
d b in primo triāgulo equalis angulo c d a in secundo triāgulo: quia vtrq̄ eorū est rectus & la-
tera istos angulos cōtinentia sunt equalia ex ipotēsi: & latus b d est equalē d a. & latus c d est cō-
mune: quare per p̄missam conclusionē residui anguli vnus residuis angulis alterius erunt eq̄-
les: puta angulus a c d & b c d. & iterum anguli a & b quod fuit propositum. Pater etiam q̄ anguli
sub basi. similiter sunt æquales: quoniam duo anguli qui sunt apud a. sunt æquales duobus rectis per
primā de lineis rectis: similiter duo anguli qui sunt apud b sunt æquales duobus rectis: ergo de-
p̄ta superioribus qui sunt æquales. ut probauim est. reliquitur æquales esse qui sunt inferius per
septimā communem sciētiā. Ex ista demonstratione patet q̄ triāgulus equilaterus est equian-
gulus & cōuerso: quia equalitas quorūlibet duorum laterum concludit equalitatem angulorū
sibi cōrespondentium: & ex ista sequitur conclusio tertia. scilicet quod ex habitudine angulorum ac-
cipitur habitudine laterum inter se.

Tertia conclusio.

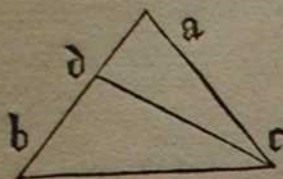
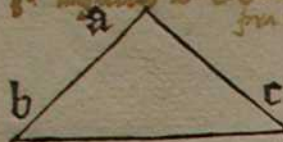
Biii



probatue sufficiēti p̄o batioe q̄ angulo dato duoz equalit⁹ laterū anguli super ba-
sim equalit⁹. et utiq̄ in sua basim sunt equalit⁹. imaginariū vnū. triāgulus. a. e. r. et anguli
sub angulib⁹. d. b. a. et duo triāguli p̄o. & habent quo duo latera sunt equalia et anguli vn⁹
angulo alteri⁹. g. p̄o fuerunt bases bāsi et reliqui anguli reliquis angulis. g. bases
b. c. d. equalit⁹ est bāsi. c. r. et angulus angulo. b. vltimis imaginariū vnū. duo totū
latus a b p̄o. & d. r. & d. b. d. a. & duo latera vn⁹ sunt equalia duob⁹
laterib⁹ alteri⁹. g. triāguloz p̄o. & nā latus. e. a. triāguli. a. e. c. est equalit⁹ lat-
a. d. triāguli. a. d. b. et latus. a. r. equalit⁹ est lateri. a. b. g. p̄o. & duo latera vn⁹
tanta sunt ad equalitatem. g. duo latera equalia sunt duob⁹ laterib⁹ alteri⁹. vñ angul⁹ vn⁹
angulo alteri⁹ p̄o. cōueniunt illi duo triāguli in angulo. a. g. bases bāsi et reliqui anguli

duo latera vbi sunt equalia omni latere opposito. Si autem anguli ad quosdam latera sunt equalia, ut si in latere d. e. c. b. sunt equalia, qd. hoc latere sunt ad quosdam angulos. Si autem anguli ad quosdam latera sunt equalia, ut si in latere d. e. c. b. sunt equalia, qd. hoc latere sunt ad quosdam angulos. Si autem anguli ad quosdam latera sunt equalia, ut si in latere d. e. c. b. sunt equalia, qd. hoc latere sunt ad quosdam angulos.

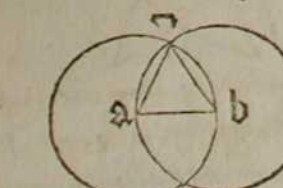
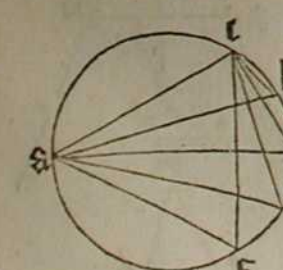
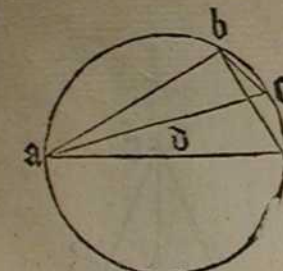
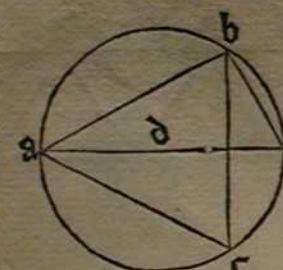
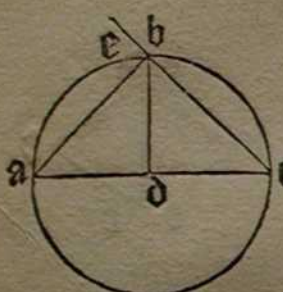
SECUNDI LIBRI GEOMETRIÆ



Omnis trianguli longius latus maiori angulo oppositum est: & e converso. Terbi gratia: si in triangulo a b c angulus a sit maior angulo c & angulo b: erit latus c b maius latere a b. Quod si non: aut igitur erit minus aut equalis. si equalis ergo per precedentem angulus a erit equalis angulo c. qd. est contra ipsothesim. Si autem lat. b c est min. & a b mai. refecit ad equalitatem c b & c b in puncto d. itaq. latus d b equalis c b: ergo p. premissam erit angulus b d c equalis angulo b d c. sed angulus b d c est maior angulo d a c. qz est extrinsecus ad eum in triangulo d a c. ergo angul. d c b qui est equalis c i erit maior eod. b a c. sed a ponebatur maior toto c. ergo angulus b c d. est maior toto c. quare maior est pars suo toto scilicet qd. est impossibile. Et sequitur e converso hoc latus est maius: ergo angul. ei opposit. est maior: qd. facile ostendit ex p. cōversa. Hæc tres cōclusiones sunt de triangulo scōs se cōsiderato: nūc ponā aliquas cōclusiones de triangulo put est pars altari figurari: & primo put describitur in circulo & sit pars prima conclusio.

Quarta conclusio.

Omnis trianguli in semicirculo super diametrum collocati angulus apud circumferentiam existens rectus est.



Ad pbo sic: sit triangulus a b c super diametru a c cōstitutus: dico q. angulus b est rectus in quadam parte circūferentiæ ponatur: p.rahā enī ab ipso angulo in centrū lineā b d: & erunt duo trianguli qui libet duū equalis laterū per diffinitionē circuli: eruntq. in vno illorū duo anguli equales inter se. scz a & b per secundā huius capituli. similr & in altero triangulo b & c erunt equales per eandē. sed angul. b d c est equalis duobus primis scz a & b: qz est extrinsecus ad eos in triangulo a d b. & angulus a d b est equalis duobus secundis scz b & c. qz extrinsecus est ad eos in triangulo c d b. quare duo anguli qui sunt apud d sunt ad duos angulos qui sunt apud b. qz valent eos: angulos a & c qz sunt eis equales: sed duo anguli apud d sunt equales duobus rectis per primā capituli de lineis. ergo angulus b totalis est rectus: qm. est medietas illorū quattuor qui valent duos rectos. Aliter ostendit idē & breuit. habita eadē dispositione figure: p.rahatur c b vsq. ad c extrinsecus. critq. angulus a b c. equalis duobus angulis a & c. sed duo anguli intrinseci apud b sunt equales duobus angulis a & c. vt deducit. ergo angulus a b c extrinsecus est equalis duobus angulis intrinsecis apud b. hoc est totali angulo b. ergo vterq. eorū est rectus per diffinitionem anguli recti. scz. tam c q. b.

Quinta conclusio.

Omnis trianguli in portione circuli super cordam locati: si sit portio circuli semicirculo maior: erit angulus apud circumferentiā existens recto minor: & si sit portio semicirculo minor: erit angul. apud circumferentiā recto maior: & vniuersaliter q. to portio maior tanto angul. minor. & e converso.

Ad pbo sic: sit portio semicirculo maior: a b c corda a c. dico q. angulus b trianguli a b c collocati super cordā qui est apud circumferentiā: est recto minor. Ducatur enī diameter a d e super centrū d & lineæ e b ducatur: & qz per premissam angulus b totalis est rectus: quare angul. a b c est minor: per secundā cōmune scientiā cū sit eius pars. sicut p. sensu. Secundā partē ostendo sic: sit portio semicirculo minor: a b c corda a c. dico q. angulus b trianguli locati super hanc cordā: est recto maior. ducatur enī per centrū d diameter a d e. ducaturq. lineæ b e. critq. per premissam angulus a b c rectus quare angulus a b c. erit maior: recto. cū angulus a b e rectus sit eius pars per secundā cōmune scientiā. Ter tia pars p. accipiēdo portiones maiores & minores semicirculo: & sit portio a c d maior: portio a c b dico q. angulus a c d minor: est angulo a c b. qz est pars eius. similr se habet de alijs portionib. minorib. Si velis aduertere in hys duab. p. pōnib. habes differētiās triaguloz. scilicet orthogonif. & obliquo nij. & exagonif. s. de alijs differētijs triaguloz nūc dicem. f. isopleri. isochelis & anisochelis.

Sexta conclusio.

Omnis triangul. cuius vnū latus est semidiameter duorū circuloz: & angulus oppositus est apud sectionē eorū ē est equilaterus.

Accipiamus a b lineā & super a punctū describam. circuli occupando totā lineā a b. Itē super punctū b describatur alter circulus equalis: ita q. lineā a b sit semidiameter duorū circuloz: & a communi sectione illorum circuloz que sit educantur due lineæ scilicet c b. & c a. dico tunc q. triangulus iste a b c est triangulus equilaterus. Nam per diffinitionem circuli lineæ a b & c a sunt equales: quia videntur a communi centro ad circumferentiā. item c b et b a sunt equales pari ratione. ergo omnes erunt inter se equales per tertiam communem scientiā.

Septima conclusio.

Omnis triangulus cuius vnū latus est minus semidiametro duorum circuloz terminatū ad eorū centra: & cuius oppositus angul. est in sectione eorū ē:

est triangul⁹ duorū tantū equaliū laterū: & cuius oppositus angulus est extra sectionē eorundem est oī in æqualium laterum.

At sit linea d a b e. & describatur sup a punctū circulus secundū quantitātē lineæ a b e. item super b punctū describatur alter circulus equalis scdm quantitātē lineæ b a d. & inter seccent se in pñcto c. di eo q lineæ a c & b c sunt equales: qm sunt semidiametri circulozū equaliū: & q a b lineæ sit minor eis: ptz qz cū veniat a centro non attingit circūferentiā: sicut a c & b c. ergo est minor eis. ptz ergo q triā gulus a b c est duorū tantū equaliū laterū. & sic erit ysocheles. ¶ Rursus sit alius triangul⁹ a b f. et sit punct⁹ f extra sectionē: dico q oīa latera sunt inequalia: nā latus b f cū sit equalis b d. qz semidia meter eiusdē circuli: erit maius latere a b. & latus a f. cū sit pl⁹ qz semidiameter equalis circuli est mai⁹ latere b f. nā a g est b f. equale. qz semidiametri duorū circulozū equaliū: quare oīa latera sunt inequalia. ¶ Hunc ponam conclusionē de triangulo. prout est pars quadranguli.

Octava conclusio.

Quilibet duo trianguli in superficie equedistantium laterum iuxta lineam diagonalem accepti sunt æquales.

Est enī linea diagonalis que ducitur ab angulo ad angulū: & si est in quadrato: vocatur diameter. istō ostēdā in quadrangulis q sunt altera pte lōgiores iequaliū laterū i quib⁹ min⁹ vñ. sit q hmoi figura a b c d. ducat ab āgulo ad āgulū lineā. c. b. dico q triāguli a b c & c d b sunt eqles. nā āgul⁹ b supior & angul⁹ c inferio: sunt equales. qz coalterni inter equedistantes lineas a b & c d. & latera cōtinentia istos duos angulos sunt equalia: qz lineā c d equalis est b a. & lineā b c est cōmunis: quare residui anguli sunt equales: & tot⁹ triāgulus toti triāgulo equalis est p primā cōclusionē hui⁹ capli.

Nona conclusio.

Si duo trianguli super bases æquales atqz inter duas lineas æquedistantes ceciderint: æquales erunt necessario.

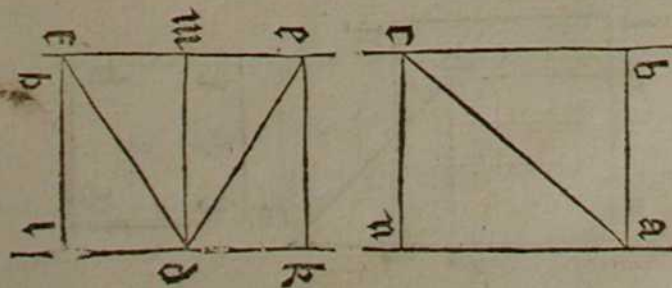
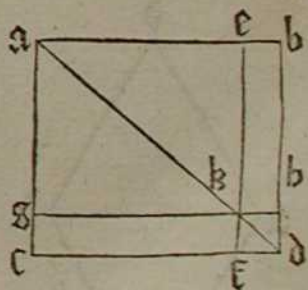
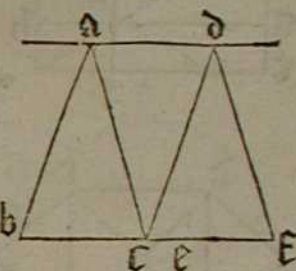
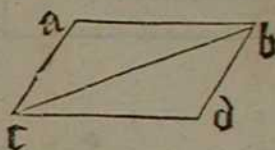
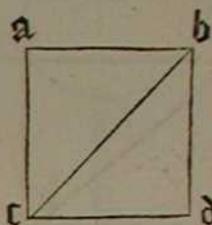
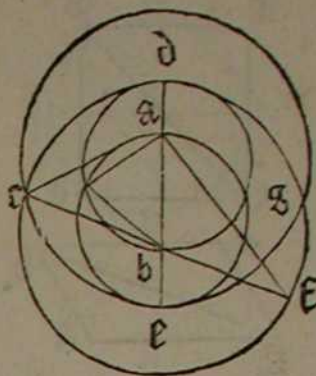
Sint duo trianguli a b c & d e f inter lineas æquedistantes. dico eos esse equales. Et siqdē similiter cadat lineā d e inter equedistantes sicut cadit lineā a b nō est difficile arguere ex prima huius capituli: qm anguli equales erūt a b c & d e f & latera tales angulos cōtinentia sunt equales: qm bases sunt equales ex ipotēsi: & similiter lineæ que inter lineas æquedistantes veniūt sunt equales. & tñc sequit⁹ ppositū ex prima huius capituli. Sed si in triangulo a b c. angulus b sit rectus: & in triangulo alio d e f. angulus e nō sit rectus: dico q tunc similiter sequitur q triāguli sunt eqles si sint iter equedistantes lineas & supra bases equales: diuidā enī superficiē d e f i duo media p lineā d m. & ducā equedistantes lineas equaliter e k & f l. & ducā c n equedistantē a b. habebō itaqz duas superficies paralelogramas a b c n & k e l f quas suppono esse equales. qz oīa latera sunt equalia: erit igitur superficies k e l f diuisa in quorū trigūalos eqles p pñctū l: & a b c n tñ i duos eqles: qz duo de illis valēt vñ de istis sed triangulus d e f cōtinet duos de illis: igitur est eqlis triāgulo a b c q est medietas alteri⁹ superficiēi paralelogramē: & hoc est qd volui ostendere. ¶ Iste nouē cōclusiones ad pñctū de triāgulo sufficiant: quarū noticiā necessaria est in metaphisica & logica & naturali sciētia apud Aristotē.

Caput tertium de quadrangulis: correspondens. 2. libro Euclī
dis: in quo primo ponitur vna propositio.



VNC dicendū est de quadrangulis de quibus pauca ponā cōclusiones: quib⁹ premitto vnā descriptionē qz & premitit euclides libro. 2. de gnomone & de supplementis: vt præsciatur qd significat per terminos: & est talis. Omnis paralellogrami spaciū ea quidem que diameter secat per mediū paralellograma circa eandē diametrū cōsistere dicūtur. Eorum vero paralellogramorū quæ circa eandē diametrū consistūt: quodlibet vñ cū duobus supplementis gnomō noīatur. Diuidatur ergo. a. b. c. d. paralellogramū per diametrū a d & in puncto. k. in diametro: seccent se orthogonaliter duæ lineæ. e. f. & g. h. æquedistantes a duob⁹ lateribus paralellogrami scz. b. d. c. d. erit qz totū paralellogramū diuisū in quattuor paralelograma: quorū duo dicūtur cōsistere circa eandē diametrū. a. d. qz diameter diuidit i triāgulos. reliqua dicūtur supplementa scz. g. k. c. f. & c. k. b. h. tria autē paralelograma. f. duo iā dicta supplementa cū alterutro eorū q seccant p diametrū gnomonē pñciūt. igit hoc supposito cū diffōnib⁹ & diuisiōib⁹ pmi capli. hui⁹

B iiii



libri accedo ad cōclusiones in hoc caplo demōstrādas. & sit hęc priā cōclusio.

Prima conclusio.

Omne parallelogramū vnaquęq; diameter diuidit p mediū & per æqualia. Ista p3 statim ex penultima pcedētis capli. nec op3 p3 insistere. sūm nō placz reducere eādē ad reliquę: tūc possz reduci i vltimā cōz sciētā sic reducta ē pma capli de triāgulis. & sūl pma de circulis reducta.

Secunda conclusio.

Omne parallelogramū angulos ex aduerso collocatos habet æquales.

Si sit ortogonū p3. qz tūc oēs āguli sūnt eāles p tertā petitionē. Si aut sit ieqūli āguli: & sint a b. & c d. latera equedistantia: ducat linea diagonaliter a b. & erūt anguli d superior & a inferior: æquales: qz coalterni. item d inferior & a superior: æquales erūt similiter: qz coalterni p cōparationē tñ ad lineas equedistantes: ergo a totalis est equalis d totali: & sint ex a duerso collocati. igitur &c. Ex quo vltius sequitur qz b & c sūnt æquales. nā qz duo anguli supioris triāguli sūnt æquales duob9 angulis triāguli inferioris: sequitur qz residuus sit equalis residuo p pxtā cōem sciētiam.

Tertia conclusio.

Omnis parallelogrami spaciū eorum: q̄ circa diametrum sūnt: parallelogramorū supplementa æqualia sibi inuicem necesse est esse.

Disponatur parallelogramū a b c d diuisum in .4. parallelogramis. & p oia resumatur sicut prius. dē co qz duo parallelogrami q̄ dicuntur supplementa per oia sūnt æqualia inter se. sūnt enī duo triāguli a d b & a d c æquales p primā capituli hui9. ex istis auferā æqualia. i. triāgulos k o h & k d f qui sūnt æquales per primam huius capituli. similiter auferā eb eisdem: puta a k & a k g. qui similiter sūnt æquales per eandē. ergo per sextā cōceptionē que remanent sūnt æqualia. i. duo supplementa. Iste tres conclusiones concludunt de omnibus superficiebus equedistantiū laterū: siue sint recti anguli siue non &c. sed sequentes specialiter erūt de quadratis & de rectis angulis.

Quarta conclusio.

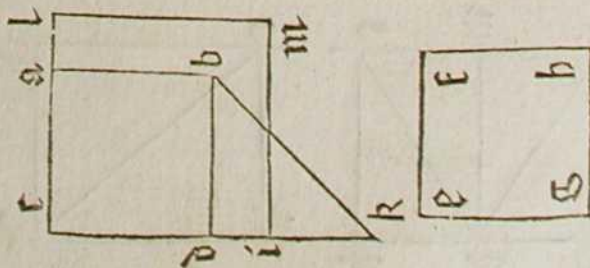
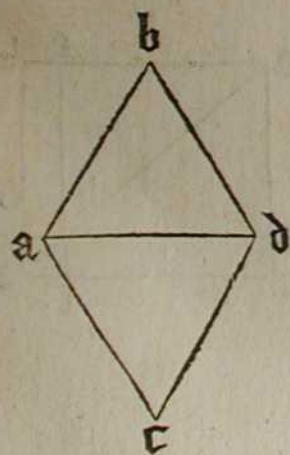
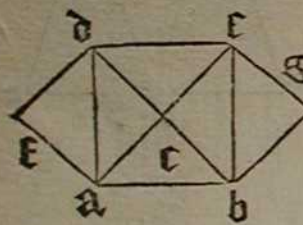
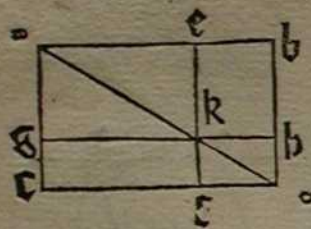
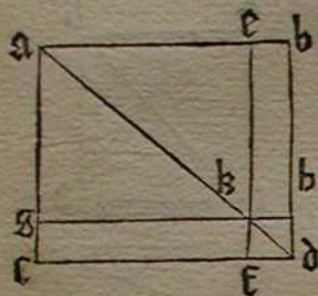
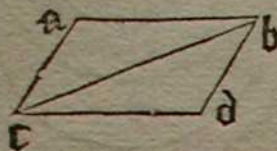
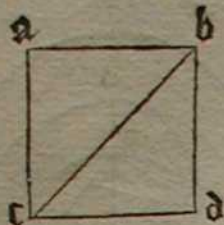
Quadratum quod a latere triāguli recti anguli eius recto angulo opposito describitur in se ducto: equum est duobus reliquis quadratis. qui ex duobus reliquis lateribus conscribuntur. Ex quo sequitur qz quadratum diametri ad quadratum costę est duplum.

Istam cōclusionē ostendo de lateribus quadrati & diametri q̄ faciunt yfochelem: qz ad hoc tēdit speculiter pposino vt p3 per applicationē correlarij factā. sit igitur hmoi yfocheles a b c. & sint a c & b c latera equalia & a b sit latu s maximū: qz maiori angulo oppositi: dico ergo qz quadratū hui9 maximū lateris scz a b est equalē duobus quadratis reliquorū laterū: scz quadrato a c d f q̄ est quadratū lateris a c & quadrato b c g e quod est quadratū lateris b c. Est enī quadratū a b d e diuisū in quattuor triāgulos æquales per duas diagonas a e & b d quorū duo sūnt medietates aliorū duorū quadratorū in scilz triāgulus a c d & triāgulus b c e sicut vides: sed triāgulus principalis a c b & triāgulus ei oppositus puta c d e sūnt æquales alijs duabus medietatibus quadratorū minorū que sūnt extra quadratum maius. qz oēs isti in sex triāgulos diuisi sūnt æquales vt p3. ergo quadratū magni lateris a b equalē est duobus quadratis residuorū laterum. vt dicit prima pars theoremat. & p pñs idē quadratū est duplum ad quadratū alterius lateris: ad qd se habz sicut diameter ad costā: & ita quadratū diametri est duplū ad quadratum costę vt dicit correlarium.

Quinta conclusio.

Propositis duobus quadratis siue æqualibus siue inæqualibus alterum illorū reliquo gnomonice circūscribere contingit.

Accipiam duo quadrata equalia & in illis ostendā intentū. sit primū quadratū a b c d. secundū sit e f g h: & sint equalia: volo circūscribere secundū primo gnomonice: p3rahatur ergo c d vltra d vsq; ad k scōm quantitātē g h sitq; linea protacta d k equalis g h. cū igitur angulus d exterior sit rectus sicut & interior d. ergo p pmissis quadratū ex b k erit equalē duob9 quadratis scz lincę b d & d k. ergo factū hoc rescindā de linea c d k ad quantitātē b k: sitq; c i ad equalitātē b k. deinde a pūcto i erigā pēpēdiculariter equalē lineā c i. vsq; ad m. & erit secundū latu quadrati qd querimus: & tunc ducā tertiu latu m l. & post coniugā l cum a c. & habebō quadratū c i l m. & hoc est quadratū lincę b k. & est equalē quadrato lincę b d: & quadrato lincę d k per pmissam. Tunc arguā sic. hoc productū quadratū est duplum ad duo predicta: sed primū remanet in sua propria forma: ergo illud quod est additū est equalis quantitatis quadrati secundū. sed non est additū nisi gnomonice: ergo quadratum secundū quadrato primo est gnomonice circūscriptū. Et si circuli quadratura scita esset: possent duo circuli ad seipso addi: & alter alteri circūscribi. de modo aut in fine hui9 geometrie dicemus.



Caput quartum de circulis: correspondēs. 3. libro euclidis.



TANGAM in hoc capitulo pauca de circulis. nam prosequi naturā illius quantū ad omnes eius conditiones magnū requirit tractatum. sed propter formam saltem nūc numerandæ sunt laudabiles proprietates & passiones circuli. Ipsa aut figurarū pma est vt dixim⁹ & pfectissima. simplicissima. regularissima. capacissima: & pulcherrima & si vis adde quod proprie ad philosophū pertinet: ipsa est ad motum aptissima: propter quod videbatur mihi qd prius de circulo qd de figuris rectilineis esset agendum. sed inueni qd de eo multa ostēdi non possunt nisi ex conclusionibus figurarum rectilinearum: ideo necessaria fuit pmutare ordinē quēadmodū fecisse inuenitur euclidē s.

Prima conclusio.

Circuli quorum diametri sunt æquales: ipsi quoq; æquales erunt.

Ista nō dependet nisi ex cōmuni scientia nona: vt prima de triangulis & prima de quadrangulis. ap- plicetur enim circulus circulo: diametri sunt æquales per ipotesin: & quia centrum est supra centrum. circumferentia supra circumferentiam: & totum supra totum. & ita nullus circulus excedit reliquum quare inter se erunt æquales per vltimam communem scientiam.

Secunda conclusio.

In circulis equalib⁹ portiones sunt æquales: quarum corda æquales sunt.

Itz hoc: nā circūscripto circulo vno super aliū modo p̄dicto applicet vna corda alteri: & sint vna cor- da vel sint simul ambe quare manifestum est qd eandē & equalē portionem de vtroq; scindunt. nam portiones iste non se excedunt ex parte corde: quia ad eandem cordam terminantur: nec ex parte cir- cūferentiæ: quia ille sunt simul per ipotesin. ergo non aliquo modo se excedunt.

Tertia conclusio.

In circulis inæqualibus æqualis corda vel eadem: plus accipit de minori qd de maiori circulo.

Sit maior circulus a b c circulo a d c. sitq; a c corda. dico qd corda a c abscondit maiorē portionē de cir- culo a d c qd a circulo a b c. p̄batur. applicetur enim circulus minor ad maiorem & secet eū in duob⁹ p̄- ctis a & c: corda ergo a c abscondit a maiori circulo arcū a b c. a minori vero tantū & amplius: qz super- ficie a d c que est maior qd est superficies a b c. igitur & portio minoris maior est portione maioris: per sc̄am cōmū sciētā. Ista p̄positio sumitur in naturalibus ad p̄bandū rotunditatem elementū aque: nā dicunt phil⁹ qd idē vas in numero plus capit in celario qd in solario: & generaliter plus infe- rius qd superius: qd nō est verū nisi de aqua que rotunda supereminet vasi. Sunt autē iste cōclusiones de portionibus circuloz: nunc accedam ad angulos eozum: & primū ad angulum contingentie: & sit prima ista.

Quarta conclusio.

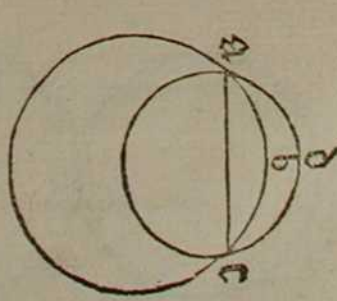
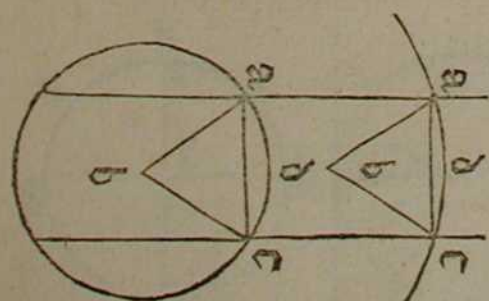
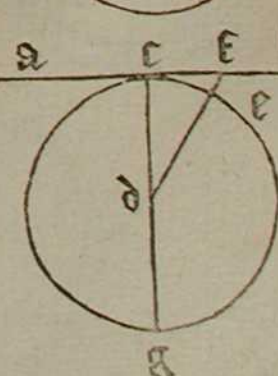
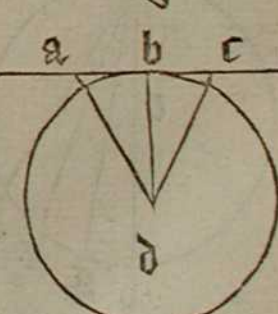
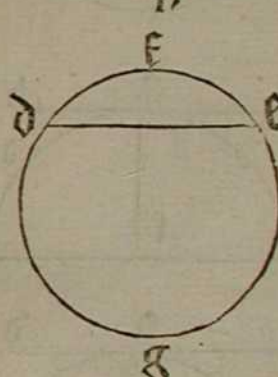
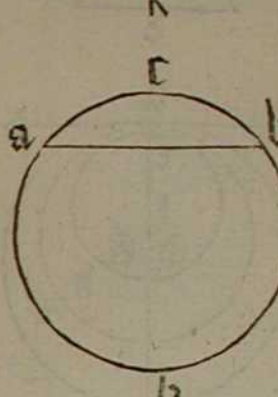
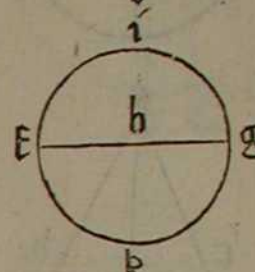
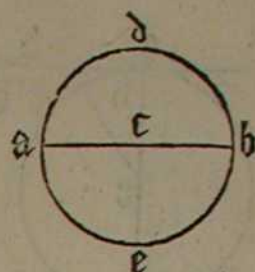
Si circulum linea recta contingat in puncto tantum contingere necesse est.

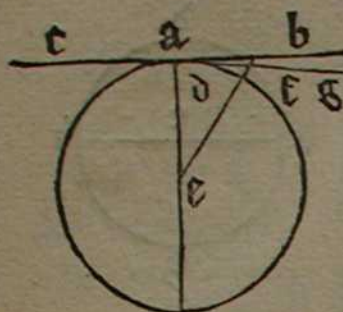
Quia si eum in linea contingat ducā ad terminos lineæ quā contingit sc̄z a c & a centro circuli qd sit d lineas a d & c d. & ducā b d in mediū: & erunt duo trianguli a d b & c d b. tunc arguitur. aut linea b d incidit super a c lineam orthogonaliter. aut nō. si sic: ergo in vtroq; triangulo angul⁹ apud b rectus est: & per p̄s in illis triangulis latera a d & c d sunt maiora b d. qz maiori angulo opponitur per tertiā capituli de triangulis. Si non incidat orthogonaliter vnus angulus quē facit b d. obtusus est: & ei ob- tuso in suo triangulo maius latus opponitur p̄ eandē tertiā de triangulis: ex quo sequitur qd tres li- nee venientes a centro d vsq; ad puncta b c a. nō sunt æquales: sed tamen illa puncta sunt p̄cta cir- cūferentiæ. igitur lineæ venientes a centro ad circumferentiā non sunt æquales: quod est incōueniēs: et cōtra diffinitionē circuli: ergo concluditur qd contingit in puncto & non in linea.

Quinta conclusio.

Diameter circuli perpendiculariter cadit super lineam cōtingentē circulum si super punctum contactus transierit.

Sit linea a b contingens circuli c e g. cuius centrū sit d & contingat in puncto e qui est terminus dia- metri c d g: dico hanc diametrū esse perpendiculariter super lineā cōtingentē a b. nā si non est pp̄di- culariter ad ip̄as sit d f pp̄diculariter sup eā qd secet circūferentiā in p̄cto e. erit vterq; angul⁹ qd sunt





apud frectus per diffinitionē anguli recti: quare per tertiā de triangulis linea c d est maior: linea d f cū sit opposita maiori angulo in triangulo c d f. ergo quilibet linea e g lineae d c erit maior d f. sed d e linea est equalis d c p diffinitionē circuli. g d e est maior d f. quare τ p soto maior est: qd est impossibile.

Sexta conclusio.

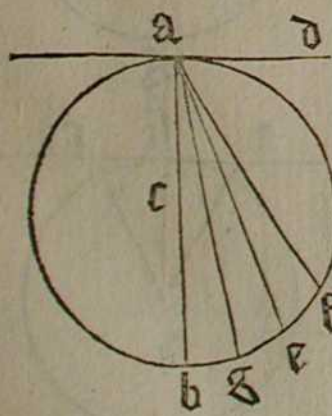
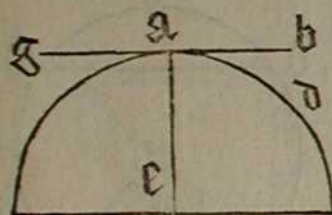
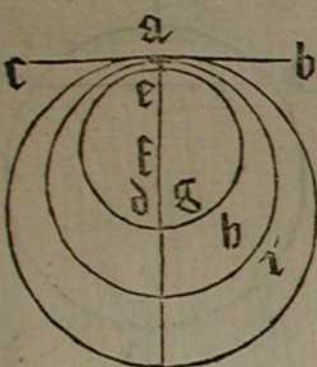
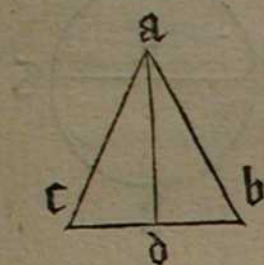
Angulus contingētiæ est omni angulo rectilineo minor: tñ est diuisibilis in infinitū. Ex quo manifestū est q̄ tanto angulus cōtingentiæ est maior: q̄to circulus minor & tanto minor q̄to circulus maior.

Prima pars ostenditur sic: sit linea b c contingens circuli a d in puncto a qui est terminus diametri a c. dico q̄ ille angulus quē facit illa linea contingens circuli q̄ dicitur angulus cōtingentiæ est minor omni angulo rectilineo: hoc est omni angulo a duabus rectis lineis cōtento. Probatur hec p̄ hunc modū: quia inter lineas continētes angulū acutū rectilineū q̄tūq̄ parū pōt capi linea recta diuidens talē angulū p̄ mediū: τ inter lineā contingentē τ circūferentiā impossibile est capi rectā lineam. Prīmū presuppositū. pbatur ex prima petitione τ vltima: nā sint due lineæ angulū cōtinentes a b τ a c. deinde duco lineā a d diuidentē angulū a per primā petitionē. dico q̄ a d diuidens a . aut est tertia linea distincta a lineis a b τ a c. aut est alteri earū cadē. si sit linea tertia distincta ab illis: τ cū sit applicata vtriq̄ earū super superficiē nō directe cōstituet cū cis duos angulos per diffinitionē anguli plani qd est. ppositū. Si alteri illarū ponatur cadē scz a c. ergo tunc due lineæ recte scz d a τ d c superficiem clauderent qd est oppositū petitionis vltimæ. Secūdu p̄t qm̄ si inter lineā contingentē τ circūferentiā possit capi linea recta: sit a g ad quā ducatur perpendiculariter c f faciēs cū a g duos rectos: nō enim pōt e a p̄pēdiculiter esse sup a g. qz sup a b cadit e a p̄pēdiculr: τ p̄ p̄s angulus g a c est acut⁹: sit igit e f perpendiculariter super a g. eritq̄ angulus. e f a rectus per diffinitionē anguli recti: quare per conclusionē tertiā capituli de triangulis in triangulo a e f. erit a e latus maximū. ergo e f erit minor a e. τ per p̄serit minor: e d que est equalis a e. sicut argutū est in premissa: qd est impossibile: constat igitur q̄ linea a g secat circuli τ perpendiculariter linea e f cadit super partē lineæ a g directe. Pars secūda p̄t scz q̄ angulus contingentiæ est diuisibilis in infinitū. licet enī nō possit diuidi per lineā rectā. pōt tñ diuidi per lineā curuā qualis est linea circūferentiæ. τ hoc p̄t p̄trahendo a e diametrū in cōtinuū τ directū τ super diuersa centra in eo sita describendo diuersos circulos oēs se cōtingētes in puncto a . Nā angulum cōtingentiæ g b diuidit circūferentiā a h super centrū f descripta: τ angulū cōtingentiæ h a a b diuidit circūferentiā a i super centrū d et sic. in infinitū descendēdo in diametro a d τ describēdo circulos se cōtingētes in puncto a . Et p̄pter hoc dicit campan⁹. li. 3. co. 15. q̄ quilibz angul⁹ rectilineus in infinitū quolibz angulo cōtingentiæ est maior. Correlariū p̄t. qz linea cōtingens a b cū minori circūferentiā constituit angulum a g b maximū: τ cum maiori a i b minimum.

Septima conclusio.

Angulus semicirculi est omni angulo rectilineo acuto maior & omni angulo recto vel obtuso minor: & tamen est augmentabilis in infinitū. Ex quo manifestum est q̄ angulus semicirculi est angulo recto rectilineo minor & acuto rectilineo maior: sed æqualis nūq̄ poterit esse.

Prima pars p̄t per primā partē premisse. figura enī hic disposita sit sicut prius eodē modo: dico q̄ angulus e a d qui est angulus intrinsecus ex diametro τ circūferentiā cōtensus: vocatur angul⁹ semi-circuli: τ est oim acutorū maximus. qm̄ angulus b a e est rectus per quintā huius: τ p̄ p̄s angul⁹ semi-circuli nō differt a recto nisi in angulo cōtingentiæ qui est minor omni angulo acuto rectilineo: per primā partē premisse: sed ois rectilineus acutus differt a recto in plusq̄ sit angulus cōtingentiæ. igit angulus semicirculi est maior omni angulo rectilineo acuto: τ est minor recto. vt cōstat. τ p̄ p̄s minor est obtuso: τ sic p̄t prima pars. Secūda pars p̄t per scdā partē premisse eodē modo disposita figura sicut prius. p̄t q̄ extendēdo centrū semper est angulus cōtingentiæ minor: τ ita p̄ p̄s erit angulus semicirculi semper maior. nā maior est d a i q̄ d a h. τ hic maior d a g. tñ si crescit in infinitū nūq̄ pueniet ad equalitatem anguli recti. Correlariū p̄t. sit circulus a b super centrū c cuius diameter a b c sit super a d orthogonaliter cōtingens circuli: dico tñ q̄ q̄uis angulus maior angulo semicirculi detur qui est rectilineus: puta angulus d a b τ angulus minor: puta g a b. nō tñ est dare equalē. si enī sit ei equalis sit angulus e a b. τ cū angulus semicirculi sit amplissim⁹ oim acutorū per primā hui⁹: erit angulus e a b amplissim⁹ oim acutorū: sed angulus f a b est amplior e a b: sicut totū sua parte. ergo aliquid est amplius amplissimo qd est impossibile: similiter sequeretur q̄ angulus cōtingentiæ esset equalis τ maior rectilineo. qz si angulus e a b est equalis angulo semicirculi: τ angulus semicirculi cū angulo cōtingentiæ est equalis vni recto angulo. tñ sequeretur q̄ e a d sit equalis angulo cōtingentiæ. τ per p̄s angulus cōtingentiæ est maior angulo rectilineo: qz angulus e a d est maior angulo f a d. Ex isto inducit campan⁹ tales argumentationes nō valere. cōtingit reperire maius τ minus hoc eodē demonstrato: ergo cōtingit reperire equalē. Itē hoc transit de minori ad maius τ scdō oia



media ergo per equale. tales eni consequentie non valent. prima non valet per huiusmodi correlatiu. secunda etiam non valet quod sic patet imaginemur lineam a g moueri super puncto a per circumferentia arcus b e a. ita quod punctus g mutet oia puncta arcus b e a. quousque veniat ad lineam a d et cooperiat ipsam: et quod angulus b a d est rectus: sequitur quod transcurrendo per minores angulos veniat ad maiorem in puncto d nullo angulo equali accepto angulo semicirculi. Ille ergo regle solus sunt vere in quantitativus eiusdem rationis non solus de genere quantitativus: sed etiam de genere qualitativus. nam in alijs non est comparatio proprie dicta: ut debet comparari linea ad lineam: superficies ad superficiem: corpus ad corpus. non linea ad superficiem: vel superficies ad corpus. Itaque debet comparari linea recta ad lineam rectam: et curva ad curvam: non recta ad curvam: et superficies plana ad planam. concava ad concavam: non plana ad concavam. Ergo similiter debet comparari angulus rectilineus ad rectilineum: curvilineus ad curvilineum: mixtus ad mixtum. non autem rectilineus ad curvilineum vel mixtum qualis est angulus contingens: angulus semicirculi: et angulus portionis circuli: nisi mirum sit nullus istos non possit adequari alicui rectilineo imo proprie loquendo neque maior neque minor eo dici deberet.

Octava conclusio.

Omnis portionis angulus semicirculo maioris recto est maior: minoris vero minor recto.

Ista patet per quartam capituli de triangulis. dividendo enim circulum a b c per cordam b a in duas portiones circuli quarum minor sit a b c superius: maior sit a b c inferius: cum igitur eadem corda constituat angulos portionis maioris et minoris. dico quod angulus a b c superior est minor recto: et angulus a b c inferior maior recto. ducam enim diametrum a d et lineam c b ad f. eritque per quartam de triangulis angulus a b c rectus: quare per primam de lineis angulus a b f est rectus: sed angulus portionis minoris scilicet angulus e b a est pars huius recti: ergo est minor recto. Itaque angulus a b c rectus est pars anguli portionis semicirculo maioris que est a b c. ergo angulus portionis scilicet a b c est recto maior. Ex hoc patet instantia clarior contra argumentationes prius factas que non valent transire: enim de minori ad maius scilicet de angulo portionis minoris que est minor recto ad angulum portionis semicirculo maioris que est maior recto non transcurrendo tamen per equale. hoc patet si in circulo a b c cuius sit diameter a c et moueatur a b abscondens portionem semicirculo maiorem per oia puncta arcus b c in oia puncto circa c faciet cum arcu inferiori angulum maiorem recto: et cum arcu superiore minorem recto. et in omni puncto ultra c faciet cum arcu inferiori angulum minorem recto: et cum superiore maiorem recto. ut patet per hanc. sed in ipso c in parte superiori et inferiori faciet angulos minores recto: transitur enim a minori ad maius per oia media: sed non per equale. et sic in rectilineis est reperiri maiorem angulum angulo semicirculi et minorem non tamen equalis ut ex ista patet. Itaque ergo post passionem angulorum descendam super considerationem centrorum tangendo breviter de figuris circularibus concentricis: et sit hec prima conclusio de ista sed non de materia circulozum.

Nona conclusio.

Circulorum se invicem secantium centra diversa erunt necessario.

Sint enim duo circuli a b c et a b d. secantes se super duo puncta a et b. dico quod eorum centra sunt diversa: si enim habuerint idem centrum necessarium erit dividi in portionem communem utriusque circuli. scilicet illud d e et ducatur linea a e et d e eruntque per definitionem circuli due linee a e et d e equales: et per eandem definitionem linee a e et c e erunt equales: quare e d equalis erit c e. et sic pars suo totum: cum utraque earum sit equalis linee a e per tertiam communem scientiam: quod est impossibile.

Decima conclusio.

Circulos se contingentes eccentricos esse necesse est.

De circulis contingens quorum unus est extra alium non est dubium cum nihil commune habeant nisi punctum contactus. De circulis contingens: quorum unus est intra alium probatur: sint duo circuli a b c et a b d contingentes se in puncto a qui si habuerint idem centrum: non poterit esse nisi intra minorem eorum definitionem circuli. scilicet ipse centrum minoris et ducatur linee c a et c d et c b. eritque per definitionem circuli utraque linea ducta b c et c d equalis linee a c. et per prius c b et c d erunt equales: et pars toti quod est impossibile. Postremo addatur tres conclusiones antecessares perfectionem circuli: et prima quidem est de centro inveniundo.

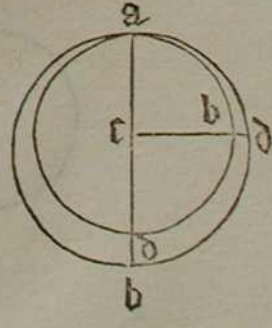
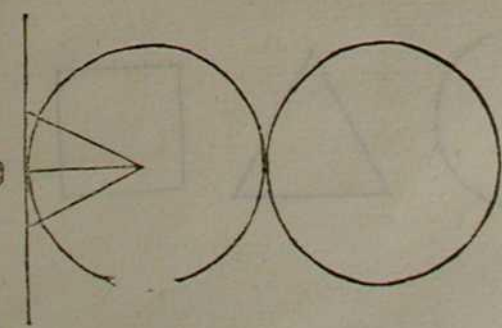
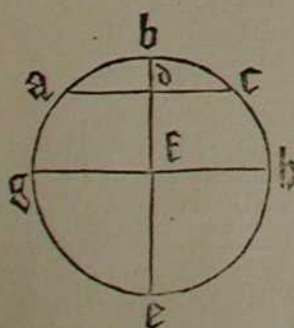
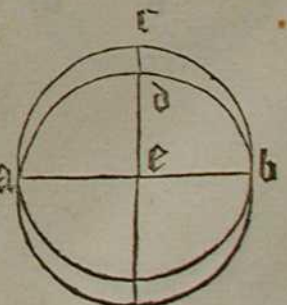
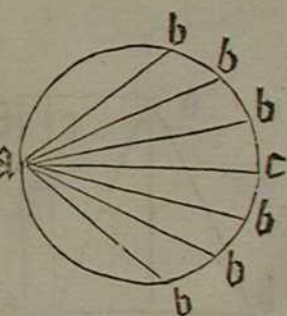
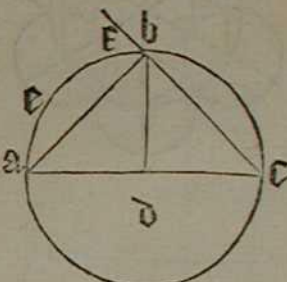
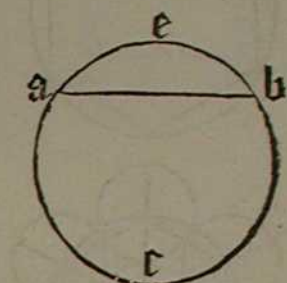
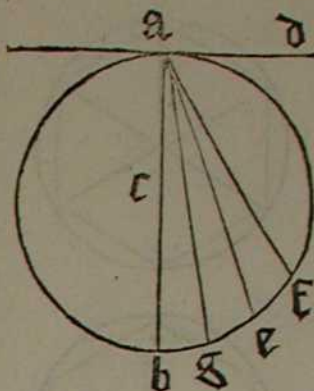
Undecima conclusio.

Centrum circuli per duas sectiones differetes invenitur: sed est apud euclidem prima

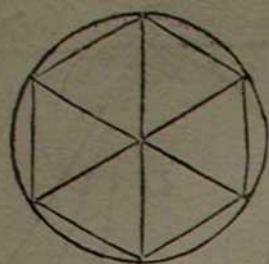
Exempli gratia sit circulus propositus a b c. cuius volumus centrum invenire. in ipso circulo ducam lineam a c qualitercumque dividam circulum: quod divido per equalem in puncto d: et a puncto b extraham perpendiculariter lineam sup a c quam applico circuli: et erit ex alia parte: scilicet linea b d e quam divido per equalia in puncto f per lineam g h: hunc igitur punctum: puta f. dico centrum circuli: ab eo enim omnes linee ducte ad circumferentiam sunt equales. Secunda conclusio erit de semidiametro et circumferentia que est mensura distantie ad circumferentiam.

Duodecima conclusio.

Sex semidiametri abscondentes totam circumferentiam: exagonum regularem intra circumulum constituunt.



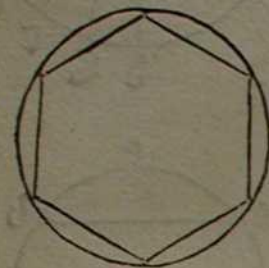
SECUNDI LIBRI GEOMETRIAE.



Ista ptz ex vltima capli qrti libri pmi: nā p illā sex trigoni replēt locū circa pñctū: etiā cōstat qd tales sex linee faciūt exagonū regulārē cui⁹ anguli eq̄lter recedūt ab illo pñcto: igit si describāt circūl⁹ sup illū trāsien⁹ p angulos exagoni: erūt vñqz sex abscissiones in circūferentia per sex cordas eq̄les semī diametro: et erit exagonus inscript⁹ circulo. Ex hoc ptz qd sex trigoni regulares contingūt circūlū in: trīsece. Tertia cōclusio est de numero circuloꝝ contingentium circūlū extra.

Decimatertia conclusio.

Sex circuli equales contingunt circūlū exterius.



Ista ptz qm si a centro scdm q̄titatē dati circuli extēdant sex linee scdm q̄titatē totius diametri: q̄ sunt latera trianguloꝝ replentū locū circa idē centrū facientū extra circūlū exagonū continentē ipsum sex circūlū: tunc circūlū posito sup extremitatē cuiuslibet illarū sex linearū descriptis circulis equalib⁹ primo circulo: cōstat qd omēs tangūt ipsum pñtū q̄ precise obtinet medietatē illarū linearū ascendē: tū: et sicut vnusqzqz tāgit duos p̄ximos circūpositos: nullus etiā aliū secāt nec ab alio secāt. Istz etiā qd sex circuli tangūt vnū circūlū p̄cissione vltima. Ex istis trib⁹ p̄clusionibus senarius attestat p̄fectionē circuli: nā in p̄ma habem⁹ senariū pñctoꝝ q̄ sūt extremitates linearū: in scda senariū linearū: in tertia senariū circuloꝝ. Iste aut vltimē cōclusiones posite sunt iuxta quartū libꝛū euclidis qui ē de circūscriptiōe figurarū regulariū: ne videamur ipm vñ ignorasse vel desperasse. Hūc yfoperimetroꝝ q̄ euclides p̄termittit cōsideratio post triangulos et quadrāgulos recte locū habet: nā yfoperimetroꝝ passiōes in ip̄is sunt et alijs figurarū speciebus inter se mutuo cōparatis: vñ et hec cōsideratio cōparatiua dicitur figurarū inter se: nā nulla vna figura yfoperimetra dicitur non existente alia cui⁹ yfoperimetra dici possit: est enim ad aliud et non ad se.

Capitulum quintum de figuris yfoperimetris.

Prima conclusio.

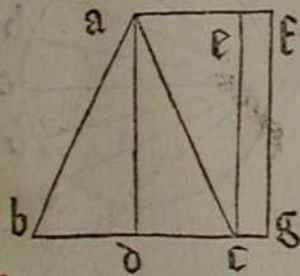
YFOPERIMETRAE sunt figuræ vna alteri quarū perimetri sunt equales.



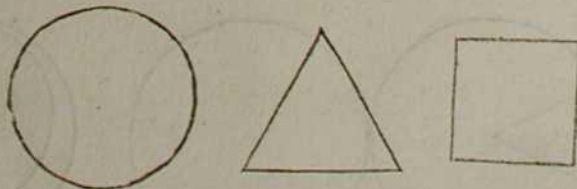
Ista statim ptz teris exponēdo: perimet̄er enim figuræ est teris vltimus vel teri sub quo vel sub q̄bus figura cōtinet̄ quēadmodū periferia. i. circūferentia in circulo vna: et tres linee in trigono. Et superficies q̄ h̄mōi terio vel teris cōtinet̄: dicit̄ area latine vel embodū vel embipodū in greco: et perimet̄er est dicitio cōposita sicut diameter: et d̄: aperi q̄ est circū et metros mensura quasi mēsurās figurā circū circa: cōponitur autē perimet̄er cū yfo vbo greco q̄ sonat idem q̄ equale: et d̄: yfoperimet̄er. a. um. adiectiue qd interpretat̄ equalis mēsuratiōis: nā yfo equale perimet̄er circūmēsuratio d̄. Et ex hoc ptz p̄positio sine discursu qm yfoperimet̄re sūt figure quarū perimetri sunt equales: vñ triangulus est yfoperimet̄er quadrangulo qm equalibus ambiunt̄ perimet̄ris: et circūlū trigono et tetragono et sic de alijs.

Secunda conclusio.

Omniū polygonoꝝ yfoperimet̄roꝝ quod pluriū est anguloꝝ maius est.



Est aut polygoni pluris anguloꝝ figura sicut octogoni figura rectorū vñ recti anguli. Idē cōclusio nē ostēdā i p̄mis polygoni⁹. s. trigono et tetragono: accipiendo q̄ trigonū yfoplex vñ yfochele. a. b. c. ita q̄ si sit yfocheles latera q̄ sunt. a. b. et a. c. sint eq̄lia: q̄ tūc a pñcto d q̄ est in medio basis ducā orthogonāliter lineā. d. a. q̄ diuidit trigonū. a. b. c. in duos trigonos equales: deinde ducā lineā. e. a. equalē et eq̄distātem. d. c. lineā: et ducā lineā. e. c. eq̄distātem. a. d. eritqz altera pte logior figura. a. d. c. c. His dispositis dico p̄mo qd tetragonus. a. d. c. e. habet arcā eq̄lem aree trigoni. a. b. c. secūdo dico qd tetragonus h̄z p̄metrū minoꝝ trigono: tertio ex hoc cōcludā qd si addat aliqd perimet̄ro tetragoni et fiat equalis perimet̄ro trigoni: maior erit area tetragoni q̄ sit trigoni sibi yfoperimet̄ri. Quod aree sint equales qd est p̄mū ptz qz. a. c. lineā diuidit tetragonū in duos trigonos eq̄les p̄ primā capli de q̄z drāgulis. z. a. d. lineā diuidit. a. b. c. trigonū i duos trigonos equales p̄ secūdā capli de triāgulis: igit sunt ibi tres triāguli p̄iales equales inter se quozū primus et vltimus sunt eq̄les: q̄ si ip̄is equalibus idē cōe addideris puta trigonū mediū erit equalē qd vtrōqz resultat p̄ q̄ntā cōceptionē: ex hoc q̄ cōstat qd aree sunt equales qd erat p̄mū p̄positū. Scdm ptz qm duo tetragoni latera scz. d. c. et a. c. sūt equalia toti lineē. b. c. h̄z lineā. b. a. est maior lineā. a. d. qm in trigono maiori opponit̄ angulo: et eadē ratione lineā. a. c. maior est. e. c. quare tria latera trigoni sunt maiora q̄tuor laterib⁹ tetragoni: igit tetragonus h̄z perimet̄rū min⁹ trigono. Ex istis duob⁹ sequit̄ tertiū quod si addat aliqd perimet̄ro tetragoni vt fiat equalē perimet̄ro trigoni: maior erit area tetragoni q̄ area trigoni: p̄ illud p̄mū cipiū verum: si minus continet equalē maius continet amplius: addantur ergo portiones quibus superhabundant lineē. a. b. et a. c. super. a. d. lineā et e. c. et sint. e. f. et c. g. et ducā f. g. equalis. e. c. eritqz tetragonus. a. f. d. g. yfoperimet̄er trigono. a. b. c. eritqz eius area maior area trigoni scdm q̄titatē superficiē. e. f. c. g. ptz q̄ p̄pō q̄tū ad trigonū et quadrāgūlū. Et veritatem habet in oib⁹ vñ. quia pluralitas anguloꝝ fert dilatationē in figura que in partib⁹ anguloꝝ magis recedit a cētro: et ideo maior pluralitas anguloꝝ maiorem extensionem fert in figura ceteris paribus scz perimet̄ris.



CAPVT QVINTVM.

Tertia conclusio.

Omnium polygoniorū ysuperimetrorum & æqualis multitudinis angulorum maius est æquiangulum.

Cum ita sit qd polygonium qd est plurimū angulorum maius sit: nūc speculandū est de polygonis totidē angulorū sed inequalibz: cuiusmodi sunt duo tetragoni quorum vnus est equi angulus alius nō: dico qd de oibz talibz polygonis ysuperimetris qd maius est qd est equiangulū: qd ostendā in tetragonis memoratis: describā enim. a. b. c. d. parallelogrammū inequalium angulorū: deinde a pñcto. d. erigā. d. f. lineā perpendiculariter ad. a. b. et a pñcto. c. erigatur. c. e. perpendiculariter: et ducā lineā e. a. in continuū et directū cū. a. b. dico tunc quod duo trianguli. d. f. b. et c. e. a. sunt equales: vt pñ ex nona propositione capli de triangulis: est autem angulus. f. rectus et per cōsequēs maximus in suo triangulo ergo. b. d. est maximū latus in illo triangulo: similiter in alio. e. angulus est rectus et pñ consequens latus. c. a. est maximū in illo: vt pñ per tertiam capli de triangulis: pñrahā igitur. d. f. vsqz ad. h. ad equalitatē. d. b. item ex alia parte pñrahā. c. e. vsqz ad. g. ad equalitatē. c. a. et ducā lineā g. h. et habebō. c. d. g. h. equangulū ysuperimetru pñmo: est enī. d. h. eqle. d. b. et c. g. equale. c. a. itē. g. h. est equalē. a. b. cum sit e quale. c. e. f. que est equalis. a. b. sicut pñ quia equales sunt partes. c. a. et f. b. igitur si cisdē addā idē cōtinuē puta. a. f. adhuc erunt equales pñ quintā cōceptionē: sunt igit sibi ysuperimetra tetragonū. g. h. c. d. et tetragonū. a. b. c. d. sed planū est rectangulum. g. h. e. d. maius esse se cundū creatū qd sit superficies. a. b. c. d. qm cōtinet ipsam totā scz. a. b. c. d. pñter triangulū. f. d. b. loco cuius habet triangulū. e. c. a. equalē sumptū exterius: ergo continet equalē et vltra hoc continet quadrangulū rectangulum. g. h. e. f. ergo polygonium equiangulum maius est non equiangulo sibi ysuperimetro quod erat ostendendum.

Quarta conclusio.

Omnium polygoniorū ysuperimetrorū æque multitudinis laterū & equalium angulorum maius est æquilaterum.

Hec propositio pñonitur cōsequēter ad precedentē: et habet euidētiam statim pñ multiplicationē et pñ operationē algebricā: sit enī superficies altera parte longior: cōtēta sub. 4. lineis quarū due sunt bipedales et alie due. 4. pedis: constat quod eius. 4. latera sunt. 12. pedum: igitur si vnū duorū laterū sub quibz cōtinetur ducatur in aliud habes qñtatem octo pedum quatratoz: sed si facias de perimetro. 12. pedis quadratū equalē: cōstat qd ipsum in quolibet latere habebit. 3. pedes et tunc area erit. 9. pedum quatratoz. Cum ergo illud equilaterū sit ysuperimetrum illi altera parte longior: sequitur quod equilaterū nō equilatero sibi ysuperimetro sit maius: et sic in qualibet specie figurarū regularis figura erit capacissima equalitate perimetrorum supposita. Et qñ iam deuentū est ad figuras regulares procedendo ab irregularibus etiā scdm eandē speciem in polygonis: nūc apponamus vnā cōclusionē circuli qd est oim figurarū regularissima: et vniuersissima oim figurarū ysuperimetrarum.

Quinta conclusio.

Omnium figurarum ysuperimetrarū circulus ē maximus. Ex quo sequitur equalium superficialium aminima linea vel perimetro contineri circulum.

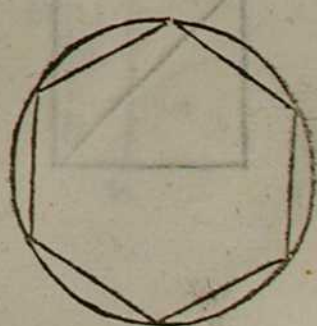
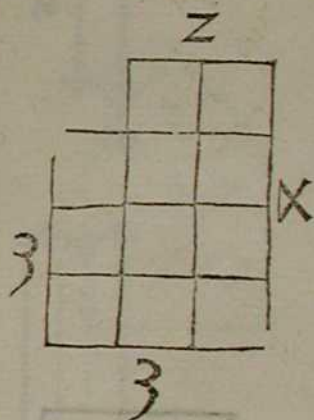
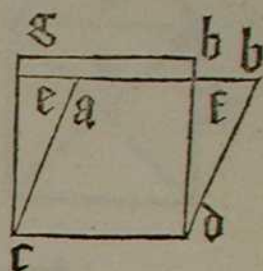
Ista conclusio pñ ex tribus precedentibz: si enī qd plurimū angulorū maius est: vt dicit pñma ista rñ: circulus aut per totū est angulus: vt secundo celi et mundi dicitur: est enī perimetro circuli curuatus in oibz pñctis: et vbiqz expanditur scdm applicationē partium nō directā: nec ē aliqd in eo rectū vt pñ per quartā capli de circulis: sequitur qd qñ ad hoc circulus sit capacissimus: nō enī qd plurimū est angulorum est maius nisi eo qd perimetro eius in pluribus locis recedit a medio: nūc aut perimetro circuli vbiqz recedit a medio qñtum possibile est in oibz partibz suis siue locis. Itē si qd est equiangulum maius est vt dicit scda: circulus aut est equalissimus incuruaturis suis qñ vniuersimter incuruatur eius perimetro: sequitur quod qñtum ad hoc circulus est maximus. Pñterea si quod est equilaterum est maius vt dicit tertia: circulus aut est equalissimus in suis lateribus: quod patet si describatur polygonium equilaterū intra circulum: tunc enī quodlibet latus polygoni abscondit equā portionē de perimetro circuli: que quidem portiones sunt quasi latera circuli: sequitur qd qñtum ad hoc circulus est capacissimus: qñtum igitur ad cēs cōditiones capacitatis circulus maior est in planis figuris: et cōsimiliter spera in solidis. Correlarium pñ de se. Et sic est finis huius secundi libri.

Liber tertius nostri cōpendij geometrie

de pñportionibz magnitudinū & numerorū: correspondēs sex libris

Euclidis qñt a pñcipio qñti vsqz ad finē. 10. lib. habet capita septē.

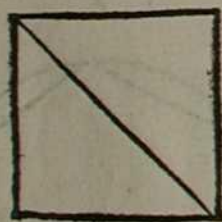
Caput primum de pñportionibus in cōmuni: genus ipsum primodiffiniendo: de inde inspecies diuidendo: atqz mēbra declarando.



TERTII LIBRI GEOMETRIAE.



OST CONSIDERATIONē linearū & supficerū: tertiū lo
cū sibi iure vendicasset i geometria nra speculatio corporū:
cū illa sit tertia spēs magnitudinis: nisi ēt pportionū materia
ad pmissorū & sequentiū rectā intelligētia fuisset necessario in
termiscēda: q̄ de causa ēt princeps nri Euclides: quē sequimur:
hāc doctrinā & totā arithmetica supficerū & corporib9 in
terposuit. Tertia ergo cōsideratio nra erit de pportioib9 magnitudinū: vbi
impnis ē aduertēdū q̄ interest geometræ totaliter tractare de pportionib9:
nā arithmetica nō inuenit i numeris oīm pportionū modos: qm̄ infinite sūt
proportiones quas numerorū natura nō patit sicut alias in primo libro nre
arithmetice testati sumus. Qm̄ aut vocabulū pportionis est diffusū & latū &
applicat oībus fere adinuicē cōparabilibus secūdū magis & minus: ideo secū
dū hunc cōceptū cōem sic pōt diffiniri. Proportio est aliquorū ad inuicē cō
parabilū vnus ad alterū certa habitudo: verbigrā: vt numeri ad numerum:
magnitudinis ad magnitudinē: soni ad sonū: tēporis ad tēpus: motus ad mo
tū: humoris ad humorē: saporis ad saporē: coloris ad colorē &c. Geometer
aut cōtrahit intentionē pportionis ad magnitudinē & habet eā sic diffinire.
Proportio est duarū magnitudinū eiusdē gñis vnus ad alterā certa habitudo:
dico aut eiusdē gñis: qā sola talia cōparabilia sūt adinuicē vt in caplo. 4.
pcedētis libri diximus. Diuidit aut pportio in duas spēs. s. rationālē & ir
rationalē: q̄ accipiunt in cōparatione ad q̄titates proportionaliter diuersas.
Nā q̄titatū q̄dā sunt cōicantes siue cōmēsurabiles: q̄dā dicunt incōicātes siue
incōmēsurabiles. Quātitates cōicātes dicunt ille qbus est vna q̄titas cōis nu
merās eas: dicit aut vna q̄titas aliā numerare q̄ secūdū aliquē numerū acce
pta pducit ipsam: vt linea pedalis mēsurat bipedalē vel tripedalē lineā: sunt
ergo cōicantes linea bipedalis vel tripedalis quas pedalis linea secūdū bina
riū vel ternariū numerat: q̄titates vero qbus nō est vna cōis q̄titas eas nume
rās dicunt incōicātes siue incōmēsurabiles: cuiusmodi sūt diameter & latera
quadrati vt infra demonstrabit: sunt igit secūdū hāc duo pportionis species
scilicet rationalis & irrationalis. Proportio rationalis debet q̄titatib9 cōicā
tibus ipsa quoq̄ sola est q̄ debet numeris: irrationalis vero nequaq̄ cōpetit
numeris sed q̄titatib9 incōmēsurabilib9. Vnde manifestū est q̄ ad geometrā
p̄tinet totalis pportionis cōsideratio: qā oīs pportio est magnitudinis: sed
nō oīs pportio ē numeralis. Differūt aut iste duæ spēs p̄cipaliter in hoc qā
pportio rationalis denotat immediatē ab aliquo numero: cū em̄ sit q̄titatū
cōicātū op3 vt scdm̄ aliquē nūerū minor vliq̄ ps minoris maiorē nūeret:
ppter qd̄ dicit Euclides i. 6. lib. q̄ oīm duarū q̄titatū cōicātū ē pportio vnus
ad alterā tanq̄ pportio nūeri ad numerū: & hoc magis patebit inferi9. Diui
dit aut hāc spēs pportionis scdm̄ oēm modū scdm̄ quē diuisa est pportio in
arithmetica: nā pportionū nūeraliū alia ē eq̄litas: alia ineq̄litas. Et ppor
tio ineq̄litas subdiuidit: alia em̄ ē maioris ineq̄litas: alia minoris: & vtraq̄
accipit iter eisdē terios variato ordinē: priā em̄ ē habitudo maioris teri ad mi
norē: secūda minoris ad maiorē: & vtraq̄ secūdū. 5. spēs subdiuidit: qm̄ spēs

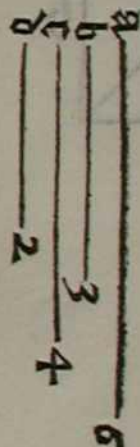
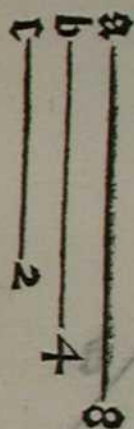
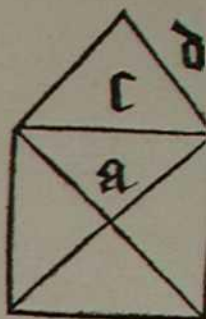


maioris in æqualitatis sunt. 5. vlt pportio multiplex: pportio supparticularis: & pportio suppartiēns: itē pportio multiplexsupparticularis: & pportio multiplexsuppartiēns: & totidē habet species pportio minoris inæqualitatis q̄ eisdē designātur noībus addita ista præpositione sub. Et hæc oīa sūt dicta i arithmetica: & de multiplicib⁹ diuisionib⁹ istarū species dictū ē ibi: q̄re nō oportet hic ampli⁹ insistere. Proportio autē irrationalis nō denotat sic imediate ab aliquo numero vel ab aliqua pportione numerali: q̄a nō ē possibile vt secūdū aliquē numerū aliqua pars minoris numeret maiorē: cōtingit tñ mediate denotari pportione irrationalē a pportioe numerali: vt pportio diametri ad costā ē medietas pportionis duplæ: & ita capiunt aliæ species huius pportionis denotationē a numeris. Diuidit autē hæc pportio in duas species q̄ sunt pportio irrationalis in longitudine & in potētia: & he accipiunt penes cōparationē ad q̄titates incōmēsurabiles & ad modos diuersitatis in eisdē: vt exempligra descēdā ad lineas: lineæ em̄ q̄dā sūt incōmēsurabiles in lōgitudine tñ: q̄dā sūt incōmēsurabiles i lōgitudine simul & in potētia. In cōmēsurabiles in lōgitudine tñ sūt quarū lōgitudines nō cōicāt actu: si autē superficies q̄drate in q̄s possunt cōicēt: tūc sūt incōmēsurabiles i lōgitudine tñ sed cōicātes in potētia: & hæc est priā species: exēplū vt diameter & lat⁹ quadrati eiisdē q̄a nō cōicāt actu: q̄drata autē eorū cōicāt scdm pportione duplā. Si vero superficies q̄dratæ i q̄s possūt duæ lineæ q̄ sunt incōicātes & incōmēsurabiles in lōgitudine: sūt etiā incōicātes: tūc ille lineæ dicunt incōmēsurabiles in lōgitudine & in potētia: & hæc species est scda: exēplū accipiat linea medio loco pportionalis inter diametrū & costā scdm artē infra ponēdā: ibi em̄ lat⁹ pmi q̄drati & illa linea media inuēta sūt incōmēsurabiles in lōgitudine: cōstat q̄a cū extrema fuerit incōmēsurabilia inter se erūt & incōmēsurabilia cū medio q̄d scdm pportione cōtinuā geometricā mediat inter ipsa: vt ostēdā in sequētib⁹: & eedē lineæ incōmēsurabiles erūt in potētia qm̄ q̄drata earū nō cōicāt. Nā ex decimaseptima sexti libri euclidis: oīm triū linearū cōtinuæ pportioabiliū q̄ta ē priā ad tertiā tñ erit q̄dratū priæ ad q̄dratū secūdæ: sed priā q̄ est costā ē incōmēsurabilis tertiæ q̄ est diameter: igit q̄drata priæ & secūdæ q̄ est medio loco pportionalis erūt incōmēsurabilia: q̄ q̄drata dicunt potētia earū & p cōsequēs non solū nō cōicāt q̄ ad lineas sed etiā neq̄ q̄ ad potētias. Pōt autē vtraq̄ spēs diuidi iterū itot spēs q̄t modis accidit lineas sic vel sic eē incōmēsurabiles. Nā nō solū lineæ possūt eē incōmēsurabiles in lōgitudine tñ dū se hñt sicut diameter & costā: sed etiā aliis modis forte infinitis: sūter dico de lineis incōmēsurabib⁹ in lōgitudine & potētia: q̄a nō sūt solū ille lineæ q̄ accipiunt mediæ inter diametrū & costā: sed etiam mediæ inter illam mediam & istas: & iterū mediæ inter illas medias: & sic in infinitū.

Capitulū secundū de pportionalitate & de modis arguendū p eam.



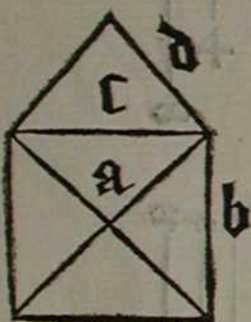
PROPORTIONALITAS autē geometrica: sicut dictū ē in arithmetica: ē similitudo pportionū: vnde ad minus requirit duas similes pportiones. Dicuntur autē pportiones similes quarū est eadē denotatio: vt dupla & dupla: tripla & tripla: sesquialtera & sesquial



TERTII LIBRI GEOMETRIAE.

tera & sic de alijs: & medietas duplæ & medietas duplæ de genere propor-
tionū irrationaliū. Tales autem pportiones aut cōmunicāt in vno termino
aut nō. Et primo quidē modo fit pportionalitas cōtinua quæ ad minus in
tribus terminis est cōstituta: vbi cōsequēs primæ pportionis est antecedēs se-
cūda vt sicut. a. ad. b. ita. b. ad. c. & hæc est cōmunicatio in termino. b. Secūdo
modo fit pportionalitas discōtinua vel disiūcta ad minus in. 4. terminis cō-
stituta vbi media sunt diuersa vt sicut. a. ad. b. ita. c. ad. d. Cōtingit tñ in eisdē
terminis vnā pportionalitatē inferri ex alia multis modis cum fuerit ppor-
tionalitas discōtinua: & euclides ponit. 6. modos in quinto libro suæ geome-
triæ: & sunt quasi quidā modi arguendi & secundū hoc sunt. 6. species ppor-
tionalitatis discōtinuæ. s. cōuersa: permutata: coniuncta: disiuncta: euerfa: &
æqua. Et istæ modus arguēdi requirit ad minus duas pportionalitates: sicut
& pportionalitas ad minus requirit duas pportiones: & est vna antecedens
alia vero cōsequēs quæ infertur: vocātur tamē quandoq; & ipsi termini an-
tecedētia & cōsequentia: & qprior ē in pportione qualibet vocat antecedēs:
posterior vero cōsequēs: & sic accipies hæc noīa in descriptionib; sequētib;.

Conuersa igitur pportionalitas est cum ex antecedētibus fiunt cōsequētia
& ex consequentibus antecedētia ordine contrario: si arguendo: sicut. a.
ad. b. ita. c. ad. d. ergo sicut. d. ad. c. ita. b. ad. a. hic enim. a. & c. sunt primo an-
tecedētia & postea cōsequētia: & ecōuerso de. d. & b. istud idē patet in nume-
ris accipiēdo. 6. 4. 3. 2. & idē in magnitudinib; siue cōmēsurabiles fuerit siue
nō cōmēsurabiles: cōmēsurabiles em hnt se modo numerorū: patet etiā de
incōmēsurabilibus si enim intelligas per. d. latus quadrati parui p. c. eius dia-
metrū per. b. latus magni quadrati p. a. diametrū eiusdem: verum est quod si
cut. a. ad. b. ita. c. ad. d. & ex hoc sequitur quod sicut. d. ad. c. ita. b. ad. a. Cōuer-
sa pportionalitas pbatur sic in prima cōclusiōe secūdi libri iordanī: quia
denominatio pportionis minoris numeri ad maiore est pars vel partes quo-
tæ illius fuerint: ergo præmittendo minores numeros si. a. ad. b. eiusdē de-
noiationis pportionē habet sicut. c. ad. d. seqtur q tota pars ē. a. minor ad. b.
maiorē: quota pars. c. minor ad. d. maiorem: ergo. d. erit æque multiplex ad.
c. sicut. b. ad. a. vel seqtur q totæ ptes ē. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ergo. d. erit æque
superparticulare vel superpartiens ad. c. sicut. b. ad. a. Permutata pportionalitas
dicitur cum ex antecedente secūda pportionis sit cōsequens primæ & ex
cōsequente primæ sit antecedēs secūda: vt sic arguendo sicut. a. ad. b. ita. c. ad.
d. igitur permutatim sicut. a. antecedens ad. c. antecedens ita. b. cōsequens ad.
d. consequens: & tenet cōsequētia si r siue p has lras intelligas numeros siue
magnitudines siue cōmēsurabiles siue incōmēsurabiles: in oib; em istis qti-
tutibus tenet ista cōsequētia. Assumit iste modus arguēdi in alijs scientiis
& ad diuersas materias trahit: sed qñ in alijs tenet & qñ nō: difficultatē habet
& alibi videri debet. In hoc scdo modo arguēdi pportionalitas cōposita ex p-
portionib; irrationalib; pōt inferri ex pportionalitate cōposita ex rationali-
bilibus & ecōuerso: quia sequit sicut costa maior ad suam diametrū: ita costa
minor ad suā diametrum: igitur sicut costa ad costam ita diameter ad diame-



trū sed possibile est quod costa sit dupla ad costā & tunc sequitur q̄ diameter sit dupla diametro: hoc autē nō accidit in primo modo & causa est quia i primo si antecedēs est ex p̄portione maioris inequalitatis: cōsequēs erit ex p̄portione minoris inequalitatis & ecōtra: semp autē in eisdē terminis cū p̄portio maioris inequalitatis est rationalis erit & rationalis minoris inequalitatis p̄portio & ecōuerso: noīa enim nō differūt nisi p̄ hāc p̄pōnē sub: & per cōsequēs rationalis nō infert irrationalē nec econuerso. Permutata p̄portionalitas demonstratur in tertia secūdi iordani p̄missis in p̄portione minoribus terminis: quia si .a. ad .b. sicut .c. ad .d. ergo quota pars vel partes est .a. ipsius .b. tota pars vel partes erit .c. ipsius .d. quare sequitur q̄ .a. tota pars vel partes sit ipsius .c. quota pars v̄l partes .b. est ipsius .d. ergo habēt p̄portiones eiusdē denoiationis p̄mū ad tertiū sicut secūdū ad q̄rtū: exempla patēt clara.

Cōiuncta p̄portionalitas est quotiens a disiunctis terminis arguitur ad cōiunctos vt dicēdo sic sicut .a. ad .b. ita .c. ad .d. igitur cōiungēdo terminos tenet sic sicut .a. b. ad .b. ita .c. d. ad .d. eodē ordine seruato. Disiuncta p̄portionalitas dicitur cū ecōuerso a cōiunctis terminis ad eosdē diuisos arguitur: vt sicut .a. b. ad .b. ita .c. d. ad .d. igitur sicut .a. ad .b. ita .c. ad .d. & in istis seruat idē ordo in terminis in q̄bus fit illatio. Cōiuncta p̄portionalitas demonstratur in sexta cōclusionē secūdi iordani etiā p̄missis minorib⁹ terminis: quia si vt a ad b sic c ad .d. ergo quota pars v̄l partes .a. est ipsius .b. tota pars v̄l partes .c. est ipsius .d. vnde sequit̄ q̄ sicut .b. semel totū ē .a. b. & adhuc superat .a. pars v̄l partes ipsius b ita d semel totū est in cd & adhuc superat c tota pars vel partes ipsius d quare talis erit p̄portio .d. ad .c. d. q̄lis .b. ad .a. b. & ecōtra qualis ab ad .b. talis c. d. ad .d. quia p̄portionū denoiationes sūt similes ex partib⁹ aliquotis. Ex qua p̄batione sequitur demonstratio proportionalitatis disiuncte satis clare. Et ex illis probaretur facillime p̄portionalitas euerfa siue cōiuncta siue disiuncta per easdem partium denominationes. Euerfa p̄portionalitas est a diuisis & simplicib⁹ terminis ad cōiunctos vel cōpositos nō eodē ordine sed ecōuerso p̄portionalis illatio: vt sicut .a. ad .b. ita .c. ad .d. igit̄ sicut .d. c. ad .c. ita .b. a ad a. Et differt acōiuncta quia in illa arguebatur ad cōsequētia hīc autē ad antecedētia & ideo vocatur euerfa. Et potest esse duplex vel euerfa cōiuncta vel euerfa disiuncta p̄ miscendo eam cū duab⁹ speciebus p̄dictis. Etiā possunt alii modi arguendi fieri ex permixtione horū modorū. Equa p̄portionalitas est duabus multitudinibus q̄titatum propositis & sibi in similitudine p̄portionū correspōdentibus substractis mediis primarum & vltimarū in habitudine proportionalis illatio: sic arguendo sicut a & b & c inter se: ita d e f inter se igit̄ sicut .a. ad .c. ita .d. ad .f. Et isti sunt modi arguēdi vtilēs in omni q̄titate tam cōtinua q̄ discreta. Et in omnibus quattuor q̄titatibus proportionalibus potest facere q̄s omnes has cōsequētias prāter vltimā quā ad minus sex terminos requirit. Vnde si fuerint quattuor termini vel quātitates proportionales conuersim: erunt proportionales & permutatim & cōiunctim & euerfim & rursus diuisim: quod dico quia diuisam oportet cōiunctam p̄cedere sicut in descriptione p̄portionalitatis disiuncte dictum est.

Equa proportionalitas est duplex: quædā directa de qua in. 21. secūdi: alia in directa vel cōuersa de qua in. 22. eiusdē secūdi iordan: prima format sic: dentur series nūmerorū cōtinuate in minimis pportionib⁹ a. b. c. & d. e. f. itaq; sicut a. ad. b. sic. d. ad. e. & sicut. b. ad. c. sic. e. ad. f. & tandē cōcludat ergo sicut. a. ad. c. sic. d. ad. f. Indirecta vero arguit in eisdē sic: q̄ proportio ē. a. ad. b. ea est. e. ad. f. & quæ. b. ad. c. ea est. d. ad. e. ergo sicut. a. ad. c. sic. d. ad. f. Directa pbatur ex permutata p tres cōsequētias sic: si. a. ad. b. sicut. d. ad. e. ergo sicut. a. ad. d. sic. b. ad. e. vltra si sicut. b. ad. c. sic. e. ad. f. ergo sicut. b. ad. e. sic. c. ad. f. tandem si q̄ proportio est. b. ad. c. eadē est. c. ad. f. ergo & a. ad. d. cū oēs illi numeri sint cōtinuati in siliis pportionib⁹: & si. a. ad. d. sicut. c. ad. f. ergo pmutatim sicut a. ad. c. sic. d. ad. f. quod erat demonstrandū. Indirecta pportionalitas æqua similiter pbaretur accipiendo ex ternariis binarios & permutando primū ad tertium & secundū ad quartū: sic q̄ proportio. a. ad. b. ea est. e. ad. f. ergo sicut. a. ad. c. ita. b. ad. f. vltra q̄ proportio. b. ad. c. ea est. d. ad. e. ergo sicut. b. ad. d. ita. c. ad. e. quia vtrobiq; est pportionalitas cōposita ex duab⁹ siliis: sed. a. ad. c. est pportio cōposita ex duab⁹ similib⁹ & etiā. d. ad. f. ergo sicut. a. ad. c. ita. d. ad. f.

Generalis autē forma arguendi in oib⁹ istis potest esse talis sicut primū ad secundū: ita tertium ad quartū igitur sicut quartū ad tertium: ita secundū ad primū vt in cōuersa: vel sic ergo sicut primū ad tertium sic secundū ad quartū vt in permutata: & sic de aliis: & tūc inbinfertur sed primū ad tertium est pportio talis vel talis ergo secundū ad quartū est pportio cōsimilis: & sic suo modo est in aliis arguendū Aristoteles autē in tertio thopicorū vtitur tali modo arguendi i pportionalitate pmutata: sicut primū ad secundū ita tertium ad quartū igit permutatim sicut primū ad tertium ita secundū ad quartū: sed primū superat tertium plusq; tertium superat quartū: ergo secundū plus superat quartū q̄ idē tertium superat quartū: exemplū sumatur isti numeri. 6. 4. 3. 2. & arguat sic: sicut se habet. 6. ad. 4. ita. 3. ad. 2. quia vtrobiq; est pportio sesquialtera igitur sicut. 6. ad. 3. ita. 4. ad. 2. quia vtrobiq; est dupla proportio: sed sic se habent. 6. ad. 3. quia. 6. superat. 3. plusq; 3. superant. 2. quia superatio. 6. ad. 3. est secundū pportionē duplā sed. 3. ad. 2. secundū pportionem sesquialterā: proportio autē dupla maior est pportione sesquialtera: igit sic se habet. 4. ad. 2. quia superat. 4. 2. plusq; 3. 2. quia superatio. 4. ad. 2. est secundū pportionē duplā sed. 3. ad. 2. secundū pportionē sesquialterā vt prius: tenet autē ista forma p hoc quod pportio primū ad tertium & secundū ad quartū sunt æquales sicut concludit p generalē formā arguendi ergo q̄tū vna pportio ē maior & altera.

Capitulum tertium de regulis proportionum in cōmuni.

Prima regula.



Vbiungam nunc quasdam regulas & cōclusiones pportionū in cōmuni: prima est hec. Quanta est aliqua q̄titas ad aliā tanta est denominatio eius proportionis ad ipsam.

Ista p̄t̄ inductiue qm̄ si fuerit vna linea equalis alteri: equalis proportio erit inter illas: & si dupla fuerit linea etiā & pportio dupla erit: & si fuerit icōmensurabilis & excrecēs in lōgitudine & potentia: & pportio irrationalis similiter erit: erig pportionis denoiatio cōformis habitudinē tertiorū. Et hinc manifestū est q̄ nulla q̄titas excedit alter-

CAPVT TERTIVM.

ram in pportionabiliter: quous una excedat aliam incōmensurabiliter.

Secunda regula.

Proportio extremorū ex pportione mediorum pportionabilium constat.

Ista pte ex prima: accipio em duas lineas. a. z. c. duplā z sub duplā: dico tūc q pportio. a. ad. c. conponit ex pportione medij vel mediorū supiorū inter. a. z. c. sit em inter. a. z. c. siue scdū pportionalitatem cōtinuā z pportiones similes siue scdū pportiones dissimiles z inequales seu discontinuas cōstat q qm est b. ad. c. tūc est. a. ad. c. z adhuc amplius q qm. a. excedit. b. g. a. excedit. c. scdū pportiones duorū excessuū sumptorū: igit excessus ille cōtinet excessus illos quare habitudo continet habitudines z pportio pportiones: z hoc voco pportionē cōponi ex pportionibus: cōsistit quoq si fuerint plura media ex oib pportionib oim mediorū illorū inter se z ad extrema cōponitur pportio extremorū: quapropter videt q ois pportio pōt resolui multipliciter in pportiones. Exemplū de pportione dupla pōt em resolui in duas pportiones siles z ille sunt irrationales pōt etiā resolui in pportiones rationales s nō siles: verbigratia in sesquialtera z sesquitercia: sicut quaternariū excedit binariū puta scdū pportionē sesquialtera q est ternariū ad binariū z scdū sesquitercia que est q ternariū ad ternariū: si aut accipias duplā pportionē scdū senariū z ternariū inuenies plura media z plures pportiones z sic semper ascendendo ad maiores numeros.

Tertia regula.

Proportiones sunt æquales quarū denōnationes sunt æquales.

Hec sequit ex pma accipio em duas lineas. a. z. b. siue sint æquales siue nō z arguo sic qta est linea a. ad suā medietatē tāta est pportio. eius ad suā medietatē p primā regulā: sed qta est. a. ad suā medietatē tāta est. b. ad suā: g qta est pportio. a. ad suā medietatē: tanta est pportio. b. ad suā medietatē. Iste pportiones habet equalē denōnationē q sunt duple: igit pportiones habētes easdē denōnationes sunt æquales z eodē modo arguit in oib. Ex hoc accipiunt aliqui argumētū ad pbādū relationē esse distinctā rē a reb absolutis: qm si linea. a. sit maior linea. b. qtitates erunt inequales z tamē sunt æquales pportiones earū ad suas medietates sicut nūc ostensum est: s alij dicāt q nō sequitur est eq̄lis pportio ergo res equalis: z sic stat res inequales inter se esse pportiones æquales ad alias res comparatas.

Quarta regula.

Proportiones sunt inequales quarū denōnationes sunt inequales: & in multiplicibus quidem secundum eundem ordinē se habent denōnatio & pportio: in superparticularibus vero ordine econuerso.

Prima pars hui pte pmissā q: si equalitas pportionis z denōnationis cōiunguntur necessario ut ppositio dicit pmissā: g cōiungent p oppositū inequalitas pportionis z inequalitas denōnationis quēadmodū pponit hoc ptesens theorema. Secūda pars pte z pmo in multiplicib qm tripla pportio maiorē denōnationē hz q dupla z ipa etiā est maior pportio: est em dupla pars pportionis triple ut pte p scdā huius: pte hoc etiā in superparticularib vbi est ordo cōuersus nam ibi pportio maior minorē habet denōnationē z minor maiorē: q sesquialtera maior est q sesquitercia q sesquitercia pars sesquialtere est: sed a minori numero denōnationem habet sesquialtera.

Quinta regula.

Quantitates sunt æquales quæ ad vnā qtitatē cōpate pportiones hnt æqles.

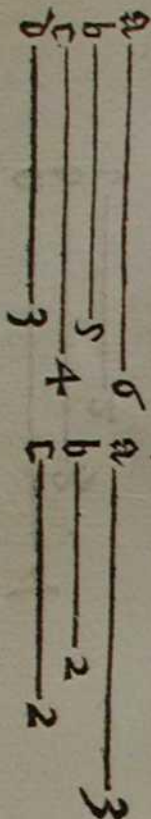
Quoniam si habet equalē pportionē ad tertiā equalis est excessus earū sup illā tertiā ex pmissis: z si est equalis excessus earum sup idē cōe ipse qtitates erūt æquales inter se p qntam cōm sciam. Ex ista potest sumi argumentū ad pbādū qd vnū infinitū nō sit maius alio infinito: qm oim infinitorū ad vnā magnitudinē finitā est equalis excessus qm infinitus z p pns equalis pportio: igit oia infinita erūt inter se eq̄lia igit vnū nō erit maius alio: qre supposita eternitate mūdī a pte ante nō fuissent plures reuolutiones lune q solis pterite. Sz pōt negari añs vel ad minus est tam dubiū sicut cōclusio illata ex eo: q pportionis infinite darent plures spēs: alij cōcedūt pns esse verū de virtute sermonis s nō ppter hanc rationē: sed ppter illā q hnt in cōclusionē sequēte: ex qua etiā sequet vnū infinitū nō esse alteri eq̄le: predictē em due affirmatiue de virtute sermonis sunt falsæ: q ois pportio est finita: vnū in infinitis nulla ē pportio ac pinde neq vnū infinitū ē alteri eq̄le neq maius neq minus eo.

Sexta regula.

Quantitates quarū æque multiplices sunt æquales: ipse inter se sunt æquales.

Pater qm submultiplicib z eque multiplicib eadē est pportio z hoc pte ex arithmetica: sequit igit scdū pportionalitatem pmutatā q sicut multiplex ad multiplex ita sub multiplex ad sub multiplex: sed multiplicia sunt eq̄lia ex ipotēsi g sub multiplicia erūt equalia. Ex ista pōt sumi argumentū ad cōclusionē oppositā cōclusioni induce in pmissa. s. qd vnū infinitū possit esse maius alio: nā si detur

TERTII LIBRI GEOMETRIAE.



oppositi: accipio tunc unitatē & dualitatē & infinitas unitates & infinitas dualitates & arguo sic infinite unitates sunt eque multiplices ad unitatē sicut infinite dualitates ad dualitatē: sed infinite dualitates sunt equales infinitis unitatib⁹ p te igit⁹ unitas equalis est dualitati quod est impossibile.

Capitulum quartū de proportionibus irrationalibus in speciali.

Prima regula.



QUEDAM nūc in speciali magis ad pportiones irrationales ponēdo regulas & cōclusiones sitq; hæc cōclusio prima. Ois q̄titas oī q̄titati est proportionabilis: sed non omnis omni cōmensurabilis. Prima p̄ p̄z ex diffinitione pportionis & ex prima precedētis capli qm̄ oīs q̄titas ad oēm q̄titatem aliā eiusdē generis est aliquāta q; vel minor v̄ maior vel equalis: & q̄ta est una q̄titas ad aliā tanta est pportio eius ad illā p primā precedētis capli: q̄ oīs q̄titatis ad aliā q̄titatē eiusdē ḡn̄is est aliquāta pportio. Scda pars p̄z ex diffinitione q̄titatis cōmensurabilis & incōmensurabilis: possunt enī esse due q̄titates quarū una est maior aliā & finite quib⁹ nulla est q̄titas cōmunis eas numerans sicut sunt diameter & costa quadrati igit⁹ non oīs omni est cōmensurabilis.

Secunda conclusio.

Omniū duarū q̄titatū cōcantiū est pportio alterius ad alterā tanq̄ numeri ad numerū: si autē earū nō sit pportio tanq̄ nūeri ad nūerū in cōicātes erūt.

Supposita p̄missa statim p̄z ista ex diffinitione cōcantiū q̄titatū & incōcantiū: si enim sunt cōcantes: q̄ habent q̄titatē aliquā se cōiter numeratē vt in sup̄particularib⁹: vel minor ipsa maiore numerat vt i multiplicib⁹: illa autē q̄titas cōiter numerat erit scdm̄ aliquē numerū & aliquoties in maiori & ē aliquotiens & scdm̄ aliquē numerū in minori: aliter illa q̄titas nō numerabit maiore & minore cōiter: accipio q̄ istos duos numeros scdm̄ quorū alterū est in maiore & scdm̄ alterū in minori manifestū est q̄ pportio que est illorū numerorū adinuicē est ipsarū duarū q̄titatū. Ex quo sequit⁹ p̄ma pars huius p̄p̄onis ex qua etiā p̄z scda nā si nulla talis mēsurā cōis eas mēsuraret q̄tūcūq; resoluere nē in partes: iam non cōmunicātes sed incōmunicantes dicerentur.

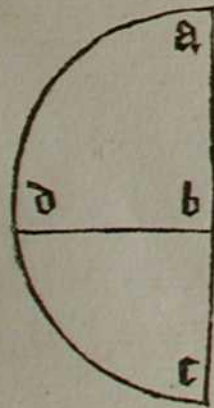
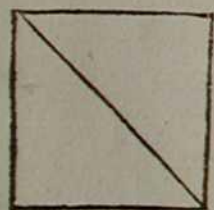
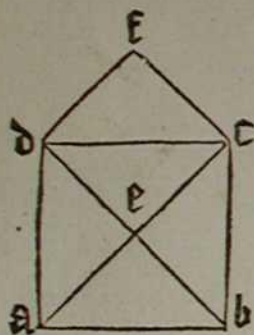
Tertia conclusio.

Diametri quadrati ad latus eiusdē est pportio irrationalis: est q̄ oīs diameter coste sui quadrati assimeter: id est incōmensurabilis.

Ista p̄z ex p̄missa qm̄ pportio lateris quadrati ad diametrū nō est tanq̄ numeri ad numerū: hoc probo qm̄ diameter est mediū pportionale inter extrema duple pportionis vt ostendā: sed in numeris impossibile est inuenire numerū pportionalem mediū inter numerū duplū & sub duplū seu inter extrema duple pportionis q̄ diametri ad costā nō est pportio scdm̄ habitudinē numeri ad numerū: assumptū p̄bo sic: sit. e. c. latus quadrati parui & diameter eiusdē. d. c. sup̄ lineā. d. c. cōstituo quadratū aliud sit q̄. a. b. c. d. & duca. a. c. diameter eius cōstat q̄. a. c. est dupla ad. e. c. sed sicut se h̄y. e. c. ad. d. c. ita se h̄y. d. c. ad. a. c. q; vtrob⁹q; est cōparatio lateris quadrati ad suā diametrū: q̄ ille. 3. linee sc̄z. a. c. & d. c. & e. c. habēt se scdm̄ pportionalitatē cōtinuā igit⁹. d. c. est medio loco pportionalis inter. a. c. & e. c. q̄ sunt extrema pportionis duple p̄z q̄ p̄positio inducta. Qd̄ as̄t adiungit⁹ in theoremate q̄ oīs diameter est assimeter coste: est iteratio sententię p̄missę in v̄bis apud Aristotēlē v̄tatis: est enī sinetrū illud q̄ est cōmēsurabile: assimeterū autē illud q̄ est incōmensurabile. Alius modus p̄bdi dī etum prius assumptū est ex pportione quadratorū diametri & coste: & iste tangeit⁹ in sequenti capitulo. Ex predictis p̄z qualis debeat dici pportio diametri ad costā qm̄ est medietas duple pportionis: nā pportio dupla. a. c. ad. e. c. cōponit⁹ ex pportione maioris ad mediū sc̄z. a. c. ad. d. c. & mediū ad minore sc̄z. d. c. ad. e. c. que sunt pportiones equales & siles & q̄libet earū est medietas illorū extremo rū sc̄z. a. c. & e. c. in quib⁹ est dupla pportio q̄ est medietas duple pportionis qua: propter altera earū & quelibet simul dici debet medietas pportionis duple sicut alicuius toti⁹ pars aliqua dī medietas. P̄z etiā qualiter cōtinuari pōi ista pportionalitas siue accipiendo maiores q̄titates siue minores qm̄ hoc sit mutando costā quadrati maioris in diametrū minoris quadrati vel ecōuerso diametrum minoris in costam maioris. Istud exemplū est famosum in pb̄ia: ideo declarationi ei⁹ magis insistō. Quarta cōclusio erit de medio pportionali inueniendo geometrice inter duas lineas datas q̄cūq; siue earum fuerit uota pportio siue non & est talis.

Quarta conclusio.

Datis duabus lineis illisq; directæ cōiunctis & ligatis: si sup̄ totā lineam sic ex duabus aggregatā describatur semicirculus: & a cōmuni medio duarum linearum sic cōiunctarū linea orthogonaliter ad circūferentiā venerit: inter datā lineas secundum proportionalitatem continuam mediabit.



Hanc declaro in teris: accipiat diameter z costa quadrati volo inuenire lineam scdm proportionalitatem continuam mediā inter ipsas: sitq; diameter. $a. b.$ costa. $b. c.$ totaq; linea ex his cōposita sit. $a. c.$ sup hanc igitur lineā describam semicirculū. $a. d. c.$ z a puncto. $b.$ erigam ppendicularē lineam vsq; ad. $d.$ z hanc dico esse mediā lineā inuētā z dico. $3.$ lineas istas cōtinue esse pportionales: ita q; sicut se h $3.$ $a. b.$ ad. $b. d.$ ita se h $3.$ $b. d.$ ad. $b. c.$ Ista cōclusio nimis diffusam postulat demonstratiōē z ideo hic sufficiat nobis euclidis auctoritas cuiusmodi est ista ppositio nona sexti libri geometrie: z ē sensus in breui q; omnis linea in circulo a circumferentia super diametrum veniens orthogonalitēq; diametro insistent: secet ipsam diametrum in duas partes inter quas est ipsa medio loco pportionalis. Et fundatur in maxima regularitate circuli cui? periferia equaliter recedit acentro in omnib? suis parti bus: atq; vniformiter difformiter ad extrema diametri accedit vel inclinatur.

Quinta conclusio.

Si fuerint duæ q̄titates vni q̄titati cōmunicātes: ipse quoq; inuicē cōmunicant q; si nulli non cōmunicant inter se vni cōmunicantes erunt.

Prima pars p̄t̄ per diffinitionē quantitatum cōicātiū z per scdm capli p̄cedētis. Scribi ḡa sint due quantitates. $a. z. b.$ vni quantitati. $c.$ cōmunicātes $z. a.$ sit ad. $c.$ tripla. $b.$ vero ad. $c.$ sit dupla: dico ergo quod. $a. z. b.$ cōmunicant: nā per secundam huius capli. $a. z. c.$ sunt sicut duo numeri $z. b. z. c.$ sunt sicut duo numeri ergo. $a. z. b. z. c.$ sunt sicut. $3.$ numeri igitur. $a.$ se habet ad. $b.$ sicut numerus ad numerum z p̄ p̄s. $a. z. b.$ sūt cōicātes. Scda ps seq̄tur exp̄ia ex opposito. $f.$ p̄tis iferēdo oppm̄ aūtis. p̄ vt clare etiā p̄tēdit ipsa forma theoremat̄is sub q̄ ponitur. Ex quo p̄t̄ illud qd in primo p̄tis hui? capli dictū est de media lineā pportionabili inter costam z diametru: ipsa em̄ erit necessario in cōicans tam costē q̄ diametro ex quo ipsa inter se nō cōicant: p̄t̄ etiā q; in quadrato nō solū diameter est assimeter costē: imo toti perimetro quadrati est diameter assimeter: nā costa cōicat cū perimetro in pportione sub quadrupla: z si diameter cōicaret cum perimetro iam diameter z costa cōicaret inter se per presentē.

Sexta conclusio.

Si fuerint duæ cōmunicantes q̄titates inter se: totū quod ex eis est cōfectum vtriq; earum erit cōmunicans.

Ista patet similiter ex secunda huius capituli: qm̄ iste due quantitates erunt sicut duo numeri: z per cōsequens totū ex eis cōpositum erit sicut aliquis numerus: z per cōsequens cōicabit vtriq; partium.

Septima conclusio.

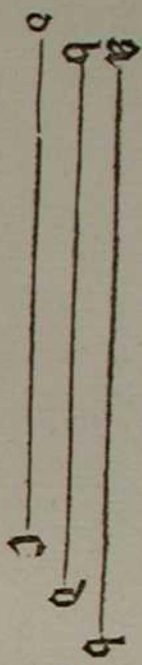
Omnium quattuor q̄titarum geometricæ pportionabilium: si fuerit prima cōmunicans secundæ tertiā quoq; cōmunicās erit quartæ: si vero prima fuerit incōmunicans secundæ & tertiā erit incōmunicans quartæ.

Ista statim patet in modo arguēdi in pportionalitatibus: nam si. $a. b. c. z. d.$ quantitates sint pportionabiles ergo sicut. $a. ad. b.$ ita. $c. ad. d.$ sed hoc qd seq̄tur est impossibile si. $a. z. b.$ sint cōmunicantes: z $c. z. d.$ incōicantes vel ecōuerso: alioquin pportionalitas posset esse ecōicantibus z incōmunicantibus: z per cōsequens oēs q̄titates essent pportionabiles q; minus differunt aliq; modi pportionum tum q; cōmunicātes z incōicantes: qd cū sit impossibile p̄t̄ q; nō sit p̄potēsis ex qua seq̄tur possibilis.

Caput quintum de pportionalibus rationibus in speciali.



VSICA scientia subalternata arithmetice quasdam suas conclusiones pbare solet ex principiis vel etiā ex cōclusionib? arithmetice. Et q̄a i nra arithmetica introductiōe: nullas demonstrāimus cōclusiones de passionib? numerorū: & si eas pponendo insinuauerimus: sed Boetium insequentes solas diffinitiones & diuisiones vocabulorū posuerimus q̄ essent p̄cognitiōes ad demonstratiōes: par esse duximus in hoc loco ingeniis mathematicorū iam aliquātulū exercitatis in faciendis demonstratiōibus: nō nullas adducere demonstratiōes de pportionibus numerorū: quæ oēs sunt rationales: eas videlicet q̄ magis necessarias scimus ad musicā introductionē incalce huius nostræ æditionis subiūctā. Et q̄uis in hac geometrica introductione Euclidē semegarēsem ppe semp fuerimus insequuti: tamē i hac parte Iordanī nemorariū elementa arithmetica imitabimur: q; clarior ac faci-



lior sit eius æditio: quæ ea numerorū scientiā quæ traditur in tribus libris post sextū apud euclidē. Sed ante quæ ad proportionēs veniamus: numerorū passiones: quas in arithmetica nostra primo libro solū exemplariter declaratas proposuimus: seorsum demonstrabimus: sequendo earū ordinē quo ibi ppositæ sunt: a primis numeri cōmunis passionibus ordientes: suppositis tñ numeroꝝ rum diffinitionibus & diuisionibus ex arithmetica. Prima conclusio.

Ois numerus circūsepositorū æqualiter quæ ab eo distantū est medietas numerorum: & econuerso: si quispiam numerus duorum coniunctorum medietas fuerit: illos ab eo æquidistare necesse erit.

Hæc quando numerus alium superat: si differentia eorū a maiore fuerit subtracta aut minori addita: re manebunt numeri equales ut cuiuslibet nō mēte capto est quā notissimum: si positis tribus numeris equaliter a seipsis distantibus si excessum maioris super mediū ab eo detraxeris & minori addideris: fient tres numeri equales: quorū duo simul iuncti dupli sunt ad tertium sicut duo ad unū: quare veritas elucet prime p̄tis quæ duorū altriuscuius positorū per equales distantias mediū numerus erit medietas. Secūda pars ex prima sequitur manifeste cū sit eius cōuertens: & cōfirmatur ad impossibile: quæ si dati numeri nō equidistant a medio: neq; differentias ad ipsum equales haberēt: cum si ille medius numerus p̄batus sit medietas duorū ab eo equidistantiū: & nunc ponit aduersarius eundē etiam esse medietatem duorū nō equidistantiū: sequitur unū impossibile quod idē numerus esset simul medietas duorum maiorum inæqualium cōtra quartam cōm sciā: cōsequentia est clara quæ numerus cōpositus ex duobus equidistantibus & cōpositus ex duobus nō equidistantibus sunt inæquales p̄ nonā cōm sciā in geometria si equalibus inæqualia addantur. Ex hac cōclusionē relinquitur p̄batur quod p̄prietates numerorū pariter impariū & p̄portionalitatis arithmetice quas proposuimus in suis locis nōc arithmetice.

Secunda conclusio.

Si numerus in duas tñ partes diuidatur siue æquales siue inæquales: utraq; illarū in numero parī erit necessario par vel utraq; impar: in numero aut imparī erit imparitatis paritas associata: sic quæ altera partium erit par altera impar.

Huius p̄batio erit clara supposito illo principio: unūquodq; resoluitur in ea ex quibus cōponitur: ergo per oppositū quilibet numerus ex illis p̄bibus fuit primo cōpositus in quas postea est diuisus: quare si p̄bauerimus oēm numerū prius fuisse cōpositum ex talibus partibus quales notat hæc cōclusio: sequitur manifeste veritas ei quæ de diuisione & resolutione numeri p̄ponitur. Assumptū ergo p̄bat sic: omne aggregatum ex duobus paribus: vel ex duobus imparibus est numerus par: quod aut mixte cōponitur ex parī & imparī est numerus impar: & per oppositū omnis numerus par est diuisibilis in duos pares vel in duos impares: & omnis impar mixte diuiditur per parē & imparē. Prima pars antea p̄bat ex diffinitione numeri paris scilicet quæ est diuisibilis in duo media: si ergo duorū parium singule medietates simul cōponantur: totius numeri aggregati medietatē efficiunt: & tale aggregatum erit numerus par ex quo habet medietatē. Secūda pars antea similiter p̄batur quæ in naturali numerorū serie: quæ p̄ cōtinuā additionē unitatis p̄cedit: semper alter numerus est par & alter impar alternatim: unde fit ut quilibet impar sola unitate distet a suo primo parī: quæ detracta erit numerus par: & cōponere duos impares simul est aggregare duos pares & duas unitates: quæ sunt unus par scilicet binari: quare totum aggregatum erit ut tres numeri pares simul positi: quæ ex præcedēte p̄te nō cōstituunt nisi parē. Tertia pars sequitur ex dictis quæ cōpositum ex parī & imparī est ut cōpositum ex duobus paribus & unitate: sed duo pares faciunt parem cui addita unitate fiet impar: restat ergo totū antecedens totumq; assumptum verum & per cōsequēs tota cōclusio euidenter p̄batur. Ex qua sequitur primo quæ si a numero parī dematur par eo minor: residuum etiā erit par: & si p̄s detracta fuit impar: residua quoq; erit impar. Secūdo quæ si a numero imparī detrahatur par eo minor: relinquetur impar: & cōtra si dematur impar remanebit par.

Tertia conclusio.

Multiplicatio numeri paris in alium parem p̄ducit parem: sicut etiā impar ductus in alium imparem effecit imparem: at vero permixte par multiplicat imparem aut econuerso procreat semper parem.

Supposito quæ multiplicare nō sit aliud quæ multos similes numeros simul aggregare & in unū colligere: quod oibus impropatulo est ex teris: prima pars huius cōclusionis est manifesta ex præcedēte ubi dictum est quæ omne aggregatū ex paribus est numerus par: & multiplicare numerū parē per alium parē erit plures pares in unū colligere: quare & numerū parem p̄ducere. Secūda pars similiter claret ex dictis quæ multiplicare imparē per imparē est plures impares aggregare in numero imparī: sed tales

sunt velut plures pares simul et plures unitates in numero impari: quod simul sunt unus impar: et totus aggregatus erit impar quia ex crescit unitas in eo. Tertia pars ex prima sequitur quia aggregare plures impares in numero pari est velut plures pares et unitates in numero pari componere: et totus numerus inde resultans erit par: et sic patet tota conclusio. Ex qua sequitur primo quod numerus par nullius nisi paris potest esse pars aliquota: quia ex multiplicatione partis aliquote producit totum: at numerus par multiplicatus quocumque non producit nisi parem ut hinc hec conclusio. Secundo sequitur quod numeri imparis nulla erit pars aliqua nisi impar et secundum numerum suum totum denotans. Tertio sequitur quod si impar fuerit pars aliquota numeri paris: ipsa non nisi secundum partem numerum suum totum mensurabit: ac perinde etiam medietatis eiusdem totius eadem esse poterit pars aliquota secundum medietatem mensurationis totius: hec et plura alia plene deinde strata Jordanus in principio sui septimi per. 16. conclusiones primas: sed satis bene probantur ex dictis ut ostendimus.

Quarta conclusio.

Sicut omnis numerus pariter par est diminutus: ita et quilibet eius pars aliquota est numerus pariter par: atque precise secundum pariter parem numerum suum totum mensurans: excepta unitate.

Ex definitione simul et generatione pariter pariter: quas hic supponimus ex primo libro nostre arithmetice: statim probatur prima pars huius conclusionis: quilibet enim sequens pariter par in naturali eorum serie est duobus plus ad suum primo precedentem: sed primus eorum super unitatem quod duplat non addit nisi unitatem: et ille et unitas simul iuncti minus sunt quam ipsemet duplat: minus itaque quod sequens pariter par: cuius ille sunt omnes partes aliquote: eadem ratio est de aliis omnibus: et quilibet numerus pariter par est diminutus: quia ex suis partibus omnibus non integratur. Secunda pars conclusionis etiam facile probatur ratione ducete ad impossibile: si enim non sit vera: et pretem aliquota numeri pariter paris mensurabit numerus impar ex definitionibus aliarum specierum paritatis et imparis numeri: prius est impossibile quia sequeretur quod ille numerus impar etiam mensuraret pariter par: omnis enim pars aliquota partis aliquote est etiam pars aliquota totius licet sub alia denominatione: sed impossibile est numerum impar esse partem aliquota numeri pariter paris quod solus ex duplicatione continua numerorum ab unitate preceatur et non aliter: hoc non esset verum facta illa hypothese: quia ex cuiuslibet partis aliquote multiplicatione producit totum: et ex multiplicatione imparis precederet pariter par quod est omnino impossibile. Tertia pars conclusionis eodem modo probatur: quia omnis pars aliquota mensurat suum totum per multiplicationem: sed pariter par non nisi per pariter par multiplicatus producit pariter parem: alias sequeretur dictum inconueniens scilicet quod numerus impar esset pars aliquota pariter paris producti et ipsum mensuraret: tota ergo conclusio vera. Dicitur notanter excepta unitate: quia illa est pars aliquota omnis numeri licet non sit pariter par: denominat tamen pariter par secundum ipsum.

Quinta conclusio.

Ex ductu medii vel mediorum in numeris pariter paribus ac inde in omni geometrica proportionalitate continua: idem producit quod ex multiplicatione extremorum et quoruncumque lateraliu equaliter a mediis distans: eadem ratio est in denominatione partium aliquotarum ad invicem respectu totius pariter paris.

Comprehendimus hic duas ultimas proprietates pariter pariter numerorum: pro quarum demonstratione premitimus hic regulam in arithmetica nostra sepius repetitam: quod numerorum simplicitas et suorum eorum multiplicationum eadem et similis est proportio: quod Jordanus in secundo alijs verbis sic ponit in septima conclusione: si unus numerus duos multiplicet: erit productus et multiplicator eadem proportio: et in octava conclusio: si duo numeri eundem multiplicet: erit multiplicantis et producti eadem proportio: et fundat eas in proportionalitate permutata: quod facilius adaptatur cum sint ibi quattuor numeri et due similes proportionales: hac regula supposita: arguo ex quinta conclusione tertij capiti huius: quoditates ille sunt equalles quod ad unam tertiam comparate proportionales habent equalles: sed numerus productus ex ductu aut multiplicatione medij numeri per seipsum si fuerit tantum unus medius: vel ex multiplicatione unius medij per alterum si fuerint duo mediales: et alter numerus productus ex multiplicatione extremorum aut lateraliu equaliter a medijs distans: tales inquam duo numeri sic producti equalles habent proportionales ad eundem tertium numerum dabilem: sunt equalles ut ponit conclusio: minor est sic probatur: sint quattuor numeri pariter pares in continua proportione dupla positi. a. b. c. d. sitque numerus productus ex multiplicatione duorum mediorum. e. sit etiam productus ex multiplicatione duorum collateralium vel extremorum. f. hos duos. e. f. volo probare esse equalles: duco. a. in. b. et producat inde. g. ergo per regulam allegatam ex arithmetica quod proportio. b. ad. d. ea est. f. ad. g. ex quo idem numerus. a. multiplicavit duos. b. et. d. et produxit duos. g. et. f. et quia numerus. c. producebat ex ductu. b. in. c. et que proportio. a. ad. c. ea erit. e. ad. g. per eandem regulam quia ex multiplicatione eiusdem numeri: scilicet. b. producti sunt in duos. a. et. c. sed ex conclusionis hypothese qualis est proportio. a. ad. b. talis est. c. ad. d. ergo. e. et. f. ad. g. equalles habent proportionales ut promissum nostra minor: ac per inde. e. et. f. sunt numeri equalles ut dicitur prima pars conclusionis: eadem probatio multo efficacior fuisset posito uno tantum mediali numero bis tamen ad extrema comparato. Secunda pars correlarie sequitur ex prima si partes aliquote eiusdem totius sese denotantes sint etiam sese multiplicantes ad constituendum totum.

TERTII LIBRI GEOMETRIAE.

Sexta conclusio.

Cuiuslibet numeri pariter imparis quilibet pars aliquota discordat a sua denotatione quatuor ad paritatem & imparitatem: unde plures huius speciei numeri seriatim sumpti aequalibus distabunt differentibus: proportionalitatemque efficiet arithmetica.

Tres sunt modi generationis numerorum pariter imparium: primus per continuam duplicationem singulorum imparium: quae est multiplicatio eorum binarius: secundus per continuam dimissionem unius numeri ex naturali serie numerorum parium: itaque primus par tertius quintus septimus &c. sunt numeri pariter impares: tertius modus multiplicando quolibet impari per numerum pariter impari producet etiam pariter impari. Sic sic arguo ad primam partem conclusionis ex definitione: cuiuslibet pariter imparis medietas est numerus impar qui per multiplicationem binarium producit suum totum secundum primum modum: quod binarius et ille impar sunt partes aliquote eiusdem totius sese mutuo denotantes: sed iste discordat a suis denotationibus ut patet: et eadem ratio est de qualibet alia parte aliquota: quod cuiuslibet numeri pariter imparis binarius est pars aliquota: et ut probauimus in quolibet pariter impari binarius impariter continetur ab imparibus denotatur: quod impar sibi correspondens siue binarius denotans in eodem numero pariter continetur et respectus eius pariter habebit denotationem. Secunda pars conclusionis ex secundo modo clara est quod in naturali numerorum serie ubi inter aliquos equales totidem medij sunt omnesque equales etiam sunt eorum differentie: hic autem continue unus medius par dimittit et duo impares: ergo inter quoslibet duos proximos pariter impares mediant tres numeri sicque quilibet eorum quanto loco ab altero situatur: quare eorum differentie erunt equales. scilicet quatuor unitates. Tertia pars ex secunda sequitur per definitionem proportionalitatis arithmetice.

Septima conclusio.

In numeris pariter imparibus seriatim positis: & vniuersaliter in omni arithmetica proportionalitate: additio duorum mediorum aequale additioni duorum extremorum: & quoruncumque duorum lateralium aequaliter a mediis distantiu: at vero ubi unus tantum medians est numerus: ille dimidium erit aliorum duorum additorum.

Secunda pars huius ex prima conclusione istius capituli probata est ad eamque sequitur correlarie: quod naturalis series numerorum cum procedat per continuam additionem unitatis: equales semper habet differentias: sicut fit in numeris pariter imparibus et in proportionalitate arithmetica: quod numerus medius hic eodem modo se habebit ad suos collaterales equaliter ab eo distantes sicut illic: quod si erit eorum additorum dimidium. Probatur autem partis probatio hec erit: quod si omnium talium numerorum differentie sunt equales continue: quod quilibet duorum simul sumptis adequantur alijs duabus simul sumptis: sed remotis differentijs duo medij adequantur duobus collateralibus equaliter ab eis distantibus vel etiam duobus extremis: quod appositis equalibus differentijs eiusdem numeris erunt equales per octauam eodem scientiam: si equalibus equalia addita fuerint quod inde resultabunt erunt equalia.

Octava conclusio.

Impariter par omnis cum ex duabus praedictis speciebus paritatis procedat: consequens erit suas partes aliquotas varias esse: & etiam quasdam suis denominationibus conformes: alias vero difformes fieri.

Potest duobus modis hec species numerorum preari: primum dedimus in arithmetica ex Boetio: alterum ponimus hic ex Jordano. scilicet multiplicando pariter par per pariter impari: ut numerus inde productus sit impariter par ut proponit prima pars huius conclusionis: quod sic probatur: cuiuslibet numeri ex duorum multiplicatione producti quilibet productum est pars aliquota ab altero denotata: ut patet ex definitione partis aliquote: et quod ex multiplicatione predictarum specierum numerus productus est par ex tertia huius capituli: sequitur quod quilibet illorum sit pars aliquota huius producti: qui per quartam huius capituli non potest esse pariter par: neque erit pariter impar ex definitione: quod ei medietas non est impar: cum producat ex multiplicatione par per par quod sunt medietates productum: restat quod assufficiente diuisione quod ille productus sit impariter par quod non est dabilis quarta species paritatis. Secunda pars ex prima sequitur per illam regulam in quarta conclusione positam: quilibet pars partis est pars totius &c. quod tunc numeri impariter paris quedam partes erunt pares et alie impares. scilicet omnes quae erant partes suorum productum et ille seipsas mutuo denotabunt: quare etiam sequitur quod aliquae partes erunt conformes suis denotationibus. scilicet ille quae etiam partes numeri pariter par sit productum ex quarta huius: et alie difformes ab eis ille vel quae erant partes pariter imparis: nam et illarum quae sunt numeri impares oportet quod pariter contineantur in suo toto: quod nullius numeri par per aliquota potest esse et re et denotatione impar ex tertia huius: quod vero sunt numeri pares modo concordant modo discordant a suis denotationibus secundum varias partes aliquotas quod illas denotant ut patet ex dictis.

Nona conclusio.

Plures series impariter parium ordinate & simul positae formam habent quadrilateram.

ram: cui⁹ lōgītudo geometricā: latitudo arithmetica pportionalitatē exhibet. Non alia sed eadē figura resultat p istū modū q̄ illū quē posuimus in arithmetica ad generādū numeros impariter pares: sint ḡ due lineę recte ad angulū rectū cōcurrētes: ponaturq; in altera earū series pariter parū a binario incipiens: in altera series pariter imparū incipiens a senario: ducaturq; primus vnus lineę in oēs alterius lineę vt fiat inde vna series impariter parū: idē fiat de scdo & tertio & oib⁹ alijs & resultabit forma quadrilatera vt insinuat pma pars nre cōclusionis. Scda vero p batur q; lōgītudo figure erit iuxta lineā pariter parū: latitudo autē scdm lineā pariter imparū: ḡ pariter pares in sua serie habēt pportionalitatē geometricā ex qnta huius: pariter vero impares positi sunt in proportionalitate arithmetica ex septima huius: ḡ similiter omnes series illorū numerorū in longitudine habent geometricam: in latitudine arithmetica pportionalitatem: cōsequētia est clara ex regula in quinta cōclusionē adducta: q; omnes series numerorū in lōgītudine figure sunt multiplices ad seriem ppter parium: & in latitudine ad seriem pariter imparium.

Decima conclusio.

Ex continua additiōe numerorū pariter parium naturali ordine dispositorum: ac ex multiplicatiōe imparis primū inde resultātis per maximū additōrū numeri perfecti sic pcreantur: vt in quolibet numerādī limitē vnus tantum perfect⁹ sit repperibilis: atq; perfecti omnes in naturali seriē alternatim senario octonarioq; terminentur.

Due vltime huius partes ex pma clarissime deducuntur & inductione notificant: pme ḡ partis probationi insistamus: si enī pfectus numerus est ille cuius sūmā precise cōplent oēs eius partes aliquote simul sūpte: & pbauerimus ex predicta multiplicatiōe pcreari numerū ex oib⁹ partib⁹ aliqntis suis precise cōstantē: effectū erit talē esse pfectū qualē pponit cōclusio: minor ḡ assumpta sic deducit: nam ille pariter par & ille primus impar: ex quorū multiplicatiōe aliqns numerus pducit: manifeste sunt eius partes aliquote sese mutuo denoiāntes: ac pinde oēs pariter pares illū multiplicanti pcedētes q; sunt ei⁹ partes aliquote erūt ptes aliquote totius pducti: h sub alijs denoiatiōib⁹ hoc pactor: q; enī ille maximus pariter par denoiatur ab illo impari: ḡ primo pcedēs illū pariter par q; est medietas eius denoiabit a duplo predicti imparis: & alius inferior pariter par q; est quarta pars maximi & medietas predicti denoiabit a qdruplo illius imparis q; est duplus ad duplū ei⁹: & sic pnr descēdendo p pariter pares & ascēdendo p multiplices imparis scdm eundē ordinē. i. dimidiando illos & duplicando istos donec pueniat ad vltimos hinc & inde: tūc sicut ex qlibet hmoi multiplicatiōe duarū partū sese denoiāntiū pducitur ille totus numerus: sic ex additiōe oīm illarū simul resultat idē precise: quare erit pfect⁹ numerus: vt pty in hac serie. 1. 2. 4. 8. 16. nā hi omnes simul sunt. 31. q; est impar pimus: ductis igitur. 16. in. 31. pducitur. 496. quē dico esse numerū pfectū: nā eius partes aliquote oēs sunt predicti pariter pares vq; ad vnitatē inclusiue q; sub. 16. cōtinue pcedunt dimidiando: & totidē sup. 31. qui pcedāt cōtinue duplādo vt. 31. 62. 124. 248. 496. itaq; alternatim vnus istorū denoiat vnū illoū & ecōtra: & adinuicē multiplicati pducūt totū numerū: q; etiā vnitati correspōdet eamq; denoiat aqua & ipse denoiat: sicut enī. 31. est pars decimasexta: sic. 62. est octana: et. 124. est quarta & 248. est medietas predictę sūmę. 496. quē semel est idē numer⁹: & sicut ductis. 16. in. 31. pducit illa sūmā: sic ductis. 8. i. 62. et. 4. in. 124. et. 2. in. 248. et. 1. i. 496. Eādem additiōe oib⁹ predictis pab⁹ aliquotis resultabit eadē sūmā precise: q; nullas alias ptes aliquotas ab istis habere pōt ḡ est pfectus: omnes pte huius argumētationis patēt ex predictis cōclusionibus huius capli. Sequūtur & antecēdūt ad hāc cōclusionē multa q; Jordanus enumerat in fine sui septimi libri. Primū est: q; ois pars aliquota numeri pfecti pter vnitatē est numerus diminut⁹. i. pariter par vel pimus impar vel aliq; multiplex eius: pty ex dictis. Scdm q; infra decē vnus tantū sit numerus pfect⁹. i. sex: & infra centū sed supra decē itē vnus pfect⁹: scz. 28. et infra mille sed supra centū iterū solus vnus pfect⁹ vt. 496. et sic pnr p omnes limites numerādī q; decuplando sese pcedūt: pty hoc inductiue q; multiplicatiō predicta pariter parū p impares pimos: hos & nullos alios numeros potest pcreare vt dicit secunda pars cōclusionis. Tertium est q; dispositis in suo naturali ordine oibus pfectis numeris alternatim senario & octonario numeris parib⁹ terminantur vt dicit tertia pars cōclusionis: q; sic semp occurrit multiplicatiō pfectorum productiua & nō aliter: quare sequitur vltius q; ois numer⁹ pfect⁹ ē par & nullus ipar. Quartū est q; numerus pfect⁹ nunq; pōt esse pars aliquota numeri pfecti: imo neq; diminuti sed semper abūdantis de quibus statim dicemus.

Vndecima conclusio.

Sicut oīs numerus diminut⁹ a sola vnitāte aut ab alio numero diminuto mēsurari potest: sic cuiuslibet numeri abūdantis multiplex erit necessario abūdāns: adeo q; nullius alterius q; abūdantis abūdans potest esse pars aliquota.

Aduertendū hic q; h numerus pfectus semp sit par: tñ abūdans & diminut⁹ in differēter esse possunt

TERTII LIBRI GEOMETRIAE.

pares et impares: nam sicut omnes pariter par in conclusione quatuor huius probatus est diminutus: sic omnes impar par primus est diminutus: quia sola unitas est pars eius aliquota quae est minor eo: idem probatur de numeris abundantibus quia eorum quidam sunt pares alij impares. Ergo prima pars conclusionis verificatur: quia impar primus a sola unitate mensuratur: pariter vero par numerus pars aliquota ex quarta huius non est nisi si unitas vel pariter par quae est diminutus: impar etiam compositus si fuerit diminutus ut. 9. vel. 15. ab impari primo mensurat quod similiter probatur est diminutus. Secunda pars etiam vera est: quia duplare vel triplare numeros abundantes est duplare vel triplare omnes eius partes aliquotas quae ita bene producit abundantes numeros sicut simpliciter acceptis producebat ipsum ex definitione eius. Tertia pars ex prima sequitur et secunda: ex prima quidem quia abundans non potest esse pars aliquota diminuti ut probatum est: neque perfecti quod solum ex pariter pari et impari primo precedebat ex precedente conclusione: quod restat quod non sit pars aliquota nisi abundantis numeri. Ex secunda vero parte etiam idem sequitur: quia omnis pars aliquota est submultiplex ad suum totum: et cuiuslibet abundantis multiplex etiam est abundans etc. Numeros abundantes pares facile inueniemus si. 12. eorum primum multiplicauerimus: numerus etiam perfectus sua multiplicatione abundans producit ex quarto correlario precedentis. Sed imparem abundans inuenire haud facile est et credo: primum eorum esse. 45045. cuius partes aliquotae sunt. 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. et totidem aliae quae ex diuisione totius per istas inueniuntur: et producant omnes simul addite. 46091. deinde omnis multiplex predicti numeri. 45045. erit abundans siue par siue impar.

Duodecima conclusio.

Quia omnis numerus aut primus est aut compositus: ille qui in se primus est ad omnem alium primus erit: compositus vero omnis ab aliquo primo necessario mensuratur.

Hec vocabula numerus primus in se: primus ad alium: compositus in se: compositus vel commensurabilis ad alium: contra sunt numeris paribus et impibus quemadmodum de abundante et diminuto dictum est: id in arithmetica nostra primum et compositum ad solos impares: abundans et diminutus ad solos pares retulerimus: hic tamen ad omnes numeros ea adaptanda suscipimus. Propterea quod pars conclusionis a sufficienti diuisione probatur quia omnis numerus habet partem aliquotam unitatem: vel etiam eam solam: sic dicitur primus: ut binarius ternarius etc. vel preter unitatem habet alium numerum partem aliquotam sui: et sic dicitur compositus: ut quaternarius nouenarius etc. Item numerus quilibet conuenit cum alio numero in unitate parte aliquota utrinque: vel etiam in ea sola: et sic dicitur primus ad alterum: vel etiam in alio numero preter unitatem: et sic dicitur compositus ad alterum: neque potest dari medium inter haec media quae per contradictionem separantur. Secunda etiam pars ex definitione numeri ad alterum primum est per manifesta: quia si aliquis numerus in se nullam partem habet aliquotam preter unitatem: ergo ad alterum comparatur in nulla alia parte aliquota conuenire poterit cum eo: quod est ad illud primum esse: qui etiam duo numeri dici solent contra se primum et ad inuicem primum. Tertia pars similiter notificatur ex teris: quia si aliquis numerus est compositus ergo ab alio numero parte sui aliquota mensurat ex definitione: vel etiam ille alius numerus est primus vel compositus: si primus habemus oppositum: si compositus: quero iterum vel sua pars aliquota est numerus primus vel compositus: si primus: ille etiam erit pars aliquota totius et sic oppositum est verum: si compositus: procedat ulterius donec inueniam numerum primum: quia in numeris decrecescens non potest in infinitum. Ex hac conclusione sequitur primo quod si aliquis numerus mensuret compositum ex duobus: necessario et alterum componendum mensurabit: ac perinde alteri illorum est commensurabilis. Secundo sequitur quod quicumque numerus mensurat compositum et unam partem eius: mensurabit et alteram: si in duas tantum partes diuidatur: et multa alia ex his sequentur facilia quae omnia fundantur in regula superius allegata: quicquid est pars partis est pars totius et contra: loquendo precise de partibus aliquotis.

Decimatertia conclusio.

Si impares numeri in sua naturali serie disponantur: et totidem impares post quem libet sumantur quot ipse ab unitate fuerit: extremum sumptorum ab illo numerari conueniet: et item totus ab illo extremo quot ipse a primo: etiam a primo mensurabitur: sicutque deinceps: omnes vero medii semper relictii erunt impares primi.

Hec est. 2. septimi Jordanii quam etiam sub alijs verbis in nostra arithmetica posuimus: et aliter sub alijs ponit eam Boetius in sua: ubi generatio primarii specierum imparitatis declarat: in naturali serie imparium ternarius est primus quod idem est tertius numerus ab unitate: quare post ternarium accipiamus tres impares ipsum immediate sequentes: scilicet. 5. 7. 9. dico quod horum extremum mensurat ternarius quia est pars aliquota eius: quod sic probatur: quia ille nouenarius est maior ternario et excedit ipsum adeo quod differentia eorum est composita ex tribus differentijs intermediorum ad seipsos et ad duos extremos per secundam conclusionem tertij capiti huius: sed differentia duorum imparium primorum est binarius: ergo multiplicato binario per ternarium fiet tota differentia quae est inter nouenarium et ternarium: cui si addatur ipse ternarius constituet nouenarius: ergo iste est mensuratus ab illo: ergo ternarius est pars aliquota nouenarii quia aliquoties sumptus reddit integrum nouenarium: quare nouenarius est numerus compositus. Deinde acceptis iterum tribus imparibus primis post nouenarium: scilicet. 11. 13. 15. extremum eorum mensurat ternarius: probatio: quia inter eos sunt sex differentie siles prioribus: ergo ternarius duplatur producit totam differentiam per multiplicationem suam cum binario: cui totali differentie si addatur ternarius fiet. 15. numerus a ternario compositus et mensuratus: primum

accipiant post. 15. tres numeri. 17. 19. 21. quorum extremum mēsurat ternarius: nā inter eos sūt no-
uē dñe q̄ sunt binarij ex quib⁹ totalis dñia pducit ex multiplicatione ternarij triplati p binariū cui
addit ternarij pñiet. 21. eadē ratio pbat de alijs oib⁹ sequēdo naturalē seriē ipariū. Itē qnarij ē se-
cūdu ipar 7 qn⁹ numerus ab vnitatē: acceptis q̄ qnq̄ impib⁹ pñimis post est: 13. 7. 9. 11. 13. 15.
extremū eorū mēsurat qnarij ppter qnq̄ dñias q̄ ipse qnarij duct⁹ in binariū pñiet: q̄ ipse si addat
cōplebit. 15. numer⁹ cōposit⁹ 7 mēsurat⁹ aqnario: q̄ etiā ad. 25. h3 decē dñias q̄ ipse duplat⁹ 7 duct⁹
in binariū pducit: ad. 35. h3 q̄ndecim dñias 7c. Siliter septenarius tertius impar 7 septimus nūerus
ab vnitatē mēsurabit septimū post se. 21. 7 septimū post illū. 35. 7 q̄tq̄ septimos p̄tinue dederimus:
differētię variantur p. 7. 14. 21. 7c. quas septenarius suapñiet multiplicatione p binariū: 7 sic
de alijs oib⁹ iparij p ordinē: q̄ p̄ma ps cōclusionis vera. Scda ps de numeris intermedijs ex diffi-
nitione iparij p̄mi pbat: q̄ oēs illi relictī sunt ab impib⁹ p̄cedētib⁹ oib⁹: q̄ nullā hñt p̄tē aliquotam
p̄tervunitatē: 7 sic sunt numeri p̄mi: p̄ma pbat: q̄ nō possunt habere numerū parē p p̄tē aliquota
ex tertia huius: neq̄ imparē sequentē eos q̄ cōmis talis est maior numerus: nulla autē pars est ma-
ior suo toto per secundam cōm scientiam: neq̄ tandē aliquem imparem p̄cedēdē eos ex ip̄pothēsi q̄
sunt relictī ab omnibus p̄cedentibus: ergo sunt numeri incōpositi 7 p̄mi.

Quartadecima conclusio.

Cum fuerint duo numeri ad seipsos primi: etiā alii duo qui ab eis in seipsos
ductis producentur erunt adinuicem primi: q̄ si iterū idem in pductos suos
ducatur: & qui inde pducetur erūt cōtra se primi: sicq̄ deinceps in infinitū.

Hec est apud Jordanū. 12. tertij q̄ pbat gñationē tertie sp̄i numeri iparij: p cuius p̄batione quedā
supponant p̄pōnes ex eodē lib. 3. Jordani. p̄ma si fuerint duo numeri ad inuicē p̄mi: q̄cūq̄ nūerat
eorū alterū: erit ad reliquū p̄mus: q̄ alias seq̄ret q̄ illi duo nō essent cōtra se p̄mi: sed cōicāret in par-
te aliquota illius numeratois. Scda q̄ q̄libet duo numeri q̄ mēsurāt alios duos ad se primos: etiā 7
ipsi sunt adinuicē p̄mi: q̄ si nō: p̄mi duo nō erāt cōtra se p̄mi: nā cōis istorū mēsurat nūeraret illos q̄d
repugnat posito. Tertia ois numerus cōpositus ex duob⁹ ad se p̄mis: ad vtrūlibet eorū erit primus:
q̄ ex correlario. 12. oē numerās aliqd totū 7 vnā ex duab⁹ p̄tib⁹ ei⁹: numerabit 7 reliq̄. Quarta
oīe cōpositū ex duob⁹ p̄mis ad aliqd tertij: erit ad idē tertij s̄lt numerus p̄mus: eadē est ratio q̄ in
p̄cedēte. Quinta si fuerint duo numeri cōtra se p̄mi: ille q̄ pducit ex altero eorū in se ducto erit ad
reliquū p̄mus: p̄t ex tertia q̄ de cōposito ex additione 7 pducto ex multiplicatione idē est iudiciū: s̄t
quidē ois multiplicatio est additio. Ex his statim pbat p̄ma ps nfe cōclusionis q̄ est p̄ma p̄p̄ietas
numeri ad alterū p̄mi: ex q̄nta enī istarū numerus pduct⁹ ex multiplicatione p̄mi illorū p seipsum ē
primus ad alterū: 7 ecōtra pduct⁹ ab altero est p̄mus ad alterū: q̄ duo illi nūeri pducti sūt cōtra se p̄-
mi: vbi ḡra: sint. a. 7. b. cōtra se p̄mi ducat. a. in se 7 fiat. c. ducat. etiā. b. in se 7 fiat. d. tūc arguo ex q̄nta
predictarū q̄. c. est p̄mus ad. b. 7 vltra. b. 7. c. sunt ad se p̄mi 7. b. mēsurat. d. q̄ p eandē. c. erit p̄mi ad.
d. q̄d ē p̄p̄m: duo p̄mi sint. 3. et. 5. duo scdi. 9. et. 25. Scda ps de pductis ex multiplicatiōe p̄or p̄du-
ctorū ē pbat: sint illi pducti. e. f. tūc. e. ē p̄mus ad. b. et. ad. d. ex q̄nta p̄dictarū 7. f. est. pduct⁹ vel mē-
surat⁹ ab iplo. b. q̄. e. et. f. sunt adinuicem p̄mi: eadē erit ratio p̄cedēdo p alios multiplices sine fine.

Decimaquinta conclusio.

Si fuerint duo numeri cōtra se primi: & minore eorū a maiore subtracto quo
adpoterit: residuū etiā a prius subtracto dematur quoadpossit: continuatq̄
hoc pacto detractiōne facta vnitatē relinqui necesse est. Et vice versa: si in nu-
meris hoc modo ab inuicem detractis cōtinuē tādē vnitas residua fuerit: il-
los ad se primos incōmensurabilesq̄ esse oportebit.

Ultima p̄p̄ietas numeroz in p̄mo libro nfe arithmetice posita demōstratur hīc: p̄ma itaq̄ pars sic:
si subtrahat minor quoad pōt de maiore: illud q̄d remanet erit necessario minus illo detractor: alias
nō fuisset detract⁹ alter ab altero quoad poterat: residuū q̄ vel erit vnitas vel numerus: si vnitas: ha-
betur p̄p̄ositū: si numerus: cū ille etiā sit p̄mus ad detractū ex casu vt patet ex dictis: subtrahat iterū
quoad pōt a p̄dicto minore detractor: 7 tūc iterū quero vel remanet vnitas vel numer⁹ 7c. 7 cū nō sit
p̄cessus ī infinitū decrescēdo in numeris: seq̄ret q̄ tandē remanebit vnitas. Scda ps p̄t q̄ est cōuer-
tens p̄me: 7 etiā seq̄retur q̄ numerus mēsuraret vnitatē essetq̄ ps ei⁹ q̄d ē ip̄ossibile: p̄ma pbat ex cor-
relario. 12. q̄cūq̄ enī mēsurat totū 7 detractū mēsurat 7 residuū: si q̄ nūeri ex q̄rī alterna subtractiōe 7
cōtinua sola remanet vnitas: nō sint adinuicē p̄mi s̄ cōicātes: illa cōis eorū mēsurat vnitatē p̄culdubio
mēsuraret q̄ remanet. Ex hac cōclusionē seq̄tur p analogiā oppositi q̄ si duorū numeroz fiat alter-
na subtractio 7 continuata modo predicto: atq̄ p̄ter vnitatē remāscrit alius numerus: illi duo non
erūt contra se p̄mi s̄ potius cōmensurabiles: eritq̄ ille numerus q̄ remanet maxima pars aliquota
in qua illi duo cōicant tanq̄ in vtriusq̄ mēsurā. Itacenus igitur de numeroz p̄p̄ietatib⁹ hec pauca
demōstrasse sufficiat: post que veniendum erit ad numeroz proportionē 7 proportionalitates.

TERTII LIBRI GEOMETRIAE.

Caput sextum de proportionibus rationalibus & earum passionibus.



IRCA proportiões numerales quas & rationales diximus duplices cōclusiones demonstrare intendimus: quædā enim erūt pprietates generales pportionū quas in nṛæ arithmetice libro primo statim pposuimus in tractatu secūdo: aliæ erūt illæ quæ in musice introductionis libro pmo necessario præsupponunt ad musica ælemēta. Igit̃ comparando prima genera pportionū quæ sunt æqualitas & inequalitas: sit hæc prima cōclusio quæ tamē est. 70. in. 9. lib. Iordani.

Prima conclusio.

Propositis quotlibet numeris æqualib⁹: ex illis totidē multiplices ordinatæ pducere: itēq; ex multiplicibus seriatim supparticulares ælicere: atq; ex supparticularibus suppartientes: & alias deniq; inequalitatū species ex aliis ordine debito procreare erit facillimū pariter & certissimū: sicut etiam viceversa posteriores in suas priores pportiones resolvere vsq; ad æqualitatem.

Supponamus hic artē datam ex Boetio in vltimis duob⁹ capitibus pmi libri nṛæ arithmetice: scz de origine & resolutione pportionū ab æqualitate iterū ad æqualitatem deueniendo: qd̃ in trib⁹ tantū teris effecimus. Scriptis ḡ tribus numeris æqualibus in vna serie: p pma parte hui⁹ cōclusionis scribamus sub eis alios tres sic qd̃ pmo superiorū subscribat numerus sibi ælis: & secūdo subijciat numer⁹ aggregatus ex pmo & secūdo superioribus: tertio vero supponatur numerus cōpositus ex trib⁹ superioribus secūdo tñ eorū duplato: & sub secunda serie p eandem artem fiat tertia series totidē numerorum & sub tertia q̃rta &c. Sit ḡ pma series. a. b. c. scda. d. e. f. tertia. g. h. k. &c. tūc arguo sic: sicut. a. ad. b. ita. b. ad. c. qz sunt cōles: ḡ p cōiunctā pportionalitatē erit. b. c. ad. a. b. sicut. b. ad. a. & p eandē. c. b. & b. a. si mul. ad. a. b. se habebūt sicut. b. a. ad. a. idest ita q̃ttuor ad duo sicut duo ad vñ eorū: s. b. c. & a. b. si mul. sūt idē qd̃. f. & a. b. si sūt idē qd̃. e. & d. est idē qd̃. a. ex ipsothesi: ḡ. d. e. f. nūc scde seriei sūt cōtinue pportiones inter se: itaq; talis est pportio. e. ad. d. q̃lis. f. ad. e. s. e. ad. d. est duplus ex casu qz est aggregatū ex duob⁹ ælibus ipsi. d. ḡ. f. ad. e. etiā est duplus: erit itaq; p hunc modū dupla pportio orta ex ælitate. Itē p tertia serie sūt arguo: sicut. d. ad. e. sic. e. ad. f. qz dupli: ḡ p cōiunctā pportionalitatē erit. c. f. ad. d. e. sicut. e. ad. d. & sūt. f. e. & c. d. si ad. d. e. se habebūt sicut. e. d. ad. d. idest ita q̃ttuor ad duo sicut duoad vñ eorū: sed. e. f. & d. e. si sūt idē qd̃. k. & d. e. si sūt idē qd̃. h. & g. ē idē qd̃. d. p ipsothesi: ḡ. g. h. k. numeri tertiæ seriei sūt cōtinue pportiones: qz ita se h. h. ad. g. sicut. k. ad. h. s. ex casu. h. ad. g. est tripl⁹ qz est aggregatū ex duplo & subduplo quorū subduplū erat æle ipsi ḡ ḡ sūt. k. ad. h. est triplus: qre ex dupla imediate & ex ælitate mediate orta est tripla pportio: eadē ratio efficitur erit ad p̃bādū qd̃ ex tripla orit̃ q̃drupla & sic p̃r p oēs multiplices pportiones seriatim: qz solū variat minor vltimæ rōnis sub cadē semper maiore: nā vbi p̃us diximus sed. e. ad. d. est duplus: postea diximus s. h. ad. g. est tripl⁹: & p̃r dicerimus s. m. ad. l. est q̃druplus &c. que minor facile pbat ex nūeris q̃s aggregat. m. sup. l. & sic de alijs suo mō. Scda ps de supparticularib⁹ qz p eandē artem subscribēdi oriant ex multiplicib⁹: vt ex dupla sesquialtera: ex tripla sesquitercia &c. eadē rōne pbat cōuersis multiplicib⁹ & supparticularib⁹ ordine recto descriptis: qz est penit⁹ idē mod⁹ arguendi accipiēdo lras p nūeris: vt si series dupliciū sit. a. b. c. series sub ea sit. d. e. f. tūc arguat vt p̃us argutum est in eisde lris quib⁹ veniat ad hāc minore s. e. ad. d. est sesquialter numerus qz est cōposit⁹ ex duplo & subduplo talib⁹ qd̃ duplus eorū est ælis ipsi. d. ḡ. f. ad. e. sūt erit sesquialter: qre & pportio sesquialtera imediate orit̃ ex dupla conueria & mediante ea ab ælitate: eodē mō argueret qd̃ sesquitercia orit̃ ex tripla: & sic de alijs supparticularib⁹. Tertia ps de suppartientib⁹ qz oriant ex supparticularib⁹ ordinatē: & quarta ps de alijs ḡnib⁹ pportionū qz oriant ex p̃dictis: eadē penit⁹ via p̃bare si prolixius agere q̃s velle & laborē sumere. Vltima ps qz est cōuertēs ad oēs q̃ttuor precedētes manifeste sc̃q̃tur ex eis: qz idē est modus resoluēdi qd̃ erat modus pcreandi pportiones ab ælitate mediate vel imediate. s. subtrahere quēlibet numerū ab alio cui prius addebatur: sic cū vnaqueq; pportio resoluet̃ in eam aqua oriebatur donec ventū sit ad æqualitatem que est oīm pportionum origo & mater: sicut vñtas oīm numerorū. Ex hac cōclusiones sc̃q̃tur clarissime pma multiplicis pprietas posita in arithmetica: scz qd̃ pportio multiplex ceteris inequalitatū generibus est & antiquior: & origine prior: s. in fine primi libri arithmetice dixerimus multiplicem omnē ex superparticulari compositam.

Secunda conclusio.

In naturalī numerorū serie sicut qlibet nūerus ē ad vñtatē pportio multiplex: q̃ tāto ē maior q̃to ab vñtate remotior: sic qlibet duo nūeri p̃ximi sunt

ad inuicē pportio supparticularis: q̄ p recessum ab vnitate cōtinuē minora.

Prime partis pbatio est facilis qz vnitas cuiuslibet numeri est pars aliquota: om̄e autē totū ad suā partē aliquotā est proportio multiplex qz multoties eam totā cōtinet: vt totū ad suā medietatē duplū ad suā tertiam triplū &c. q̄ quilibet numerus est multiplex ad vnitatē. Scda etiam pars est facilis qz illa est maior pportio multiplex qua maior terius pluries cōtinet eundē minorē: sed remotior ab vnitate numerus pluries cōtinet vnitatē q̄ sibi p̄p̄inquo: q̄ &c. Tertia pars de supparticularib⁹ pbat̄ur ex p̄ma: qz si vnitas est cuiuslibet numeri pars aliquota: q̄libet numerus se quēs addit p̄ci se vnitatē sup suū p̄ximo precedētē: sequit̄ qz addit partē aliquotā: q̄ per diffinitionē est pportio supparticularis ad ipsū. Quarta pars tādē probat̄: qz illa supparticularis pportio est maior alia que a minore numero denoiatur vt p̄z inductiue qz medietas est maior ps aliquota q̄ tertia: & hec q̄ pars quarta &c. sed quāto numeri magis recedūt ab vnitate tanto maiores sunt & maiorē denoiatio: nē tribuunt vnitati parti eorum aliquotē: qz ipsa est medietas binarij & tertia pars ternarij: quarta quaternarij &c. q̄ minor est pportio supparticularis remotioris numeri ad suū p̄ximo minorem quā numeri p̄p̄inquois ad suū: vt minor q̄nqz ad quattuor: q̄ quattuor ad tria: & hec minor q̄ tria ad duo: tota q̄ cōclusio est vera. Ex qua correlarie sequit̄ qz figura illa quadrāgularis de m̄uētione oim̄ proportionū: quā in cap̄lo. 5. sc̄di tractatus p̄mi libri arithmetice posuimus: cū suis ibidē p̄p̄rietatib⁹: cōtinet oim̄odā veritatē: nā eius p̄ma linea siue in longū siue in latum est velut vnitas qz ab ea incipit & p̄ cōtinuā ei⁹ additionē p̄cedit: alie vero linee oēs post p̄mā sunt sicut numeri in naturali ordine: qz q̄libet earū a suo numero incipit & p̄ cōtinuā ei⁹ additionē p̄cedit vsqz ad q̄tuitatē p̄mē lineę.

Tertia conclusio.

Om̄is proportio multiplex habet post se aliam maiorem: sed nō om̄is ante se aliam minorē ea: at superparticulares pportiones ordinem cōtrarium seruant: superpartientes vero multipliciū sequuntur modum.

Hec tripartita cōclusio tota simul pbat̄ur ex precedente: qz multiplices pportiones crescunt per recessum ab vnitate: supparticulares vero illo modo decrescūt: sed in numeris recedendo ab vnitate nō accedendo ad eam p̄cedit in infinitū: q̄ om̄is pportio multiplex habet aliā se maiorē nō om̄is aliam se minorē: est em̄ dabilis minima sed nō maxima pportio multiplex: cōtra vero oīs supparticularis habet aliā se minorē nō om̄is aliā se maiorē: qz ē dabilis maxima nō minima supparticularis. Suppartientes vero pportiones ordinē multipliciū sequunt̄: qz earū ille sunt maiores que a maioribus numeris denoiant̄: & ille minores que a minorib⁹ vt fiebat in multiplicib⁹: quare etiā in istis erit dāda minima nō maxima pportio superpartiens. De alijs vero duob⁹ generib⁹ pportionū qz mixta sunt nō opus est aliqd̄ specialiter addere: sed mixte cōuenit de eis loqui. De tres conclusiones sufficenter explicarunt generales p̄p̄rietates oim̄ proportionum: quare veniendum erit ad alias conclusiones que viam expediunt musicam.

Quarta conclusio.

Quęcūqz p̄p̄rietates aut passionēs numeris cōueniunt: eadem & proportionibus rationalibus adaptari possunt: quare nimirum si in pportionib⁹ numeralibus equę atqz in ipsīs numeris additio: subtractio: duplatio: dimidiatio: multiplicatio: & diuisio fieri possint.

Correlarium manifeste infertur ex cōclusionē: subsumpta hac minore certissima qz iste passionēs numeris cōueniunt: pbat̄ur q̄ cōclusio ista: om̄is pportio rationalis imēdiatē denoiatur ab aliquo numero ex p̄mo cap̄lo huius tertij: quare eadem & rationalis & numeralis pportio dicit̄: q̄ om̄is talis proportio est accipiēda velut aliquis numerus: quare & numeri conditiones seu p̄p̄rietates habere dicenda est: quicqd̄ em̄ cōuenit numero denoiatori alicuius proportionis cōuenit & illi proportioni: que nō potest aliter explicari aut declarari q̄ per illum numerū: vt proportio dupla est vt binarius & habet eius p̄p̄rietates: tripla vt ternarius: equalitas est vt vnitas &c. Itē sesquialtera refertur ad binarium: sesquitercia ad ternarium &c. Deniqz superpartiens tertias ad ternarium: superpartiens quartas ad quaternarium &c.

Quinta conclusio.

Non aliter in proportionibus quam in partibus aliquotis p̄ædictę numerorum passionēs sunt requirēdę: vnde viceversa tota ratio illarum regularum arithmetice p̄acticę siue artis numerandi in fractionibus vulgaribus: ex naturis proportionum est accipiēda.

Loquimur hic de passionibus in correlario precedentis enarratis: vt sit sensus cōclusionis: qz addere subtrahere: duplicare: dimidiare: multiplicare: & diuidere proportionēs ad inuicē debet fieri per eandē

TERTII LIBRI GEOMETRIAE.

dem artē qua arithmetica practica docet talia infractionibus vulgaribus: que sunt medietas: tertia quarta &c. non autem ut infractionibus astrologicis q̄ sunt gradus & minuta &c. probat q̄ conclusio: omne totū ad quālibet vñā suā partē aliquotā est pportio multiplex: ut duplū ad suā medietatem triplū ad tertiā &c. ad plures vero simul partes ex quib⁹ nō fit vna pars aliquota: aliquādo est pportio supparticularis: ut ad duas tertias totū est sesquialterū: ad tres quartas sesquiterciū: ad quatuor quintas sesquiquartū &c. aliqñ sup partiens ut ad tres q̄ntas totū est superbipartiens tertias: ad quatuor septimas totū est sup tripartiens quartas: ad quinq; nonas totū est supquadripartiens q̄ntas &c. Si vero plures partes aliquote simul facerēt vñā totū integrū ut due medietates: tres tertie &c. iam ille nō esset dicēde pars neq; ptes rei sed res integra: & ad tale aggregatū partū totum esset pportio equalitatis: q̄ eadē via & arte est agendū in proportionib⁹ sicut in partib⁹ aliquotis q̄tum ad predictas passionē q̄ in musicis theorematib⁹ sunt p necessarie. Correlariū ex pncipio noni libri Jordanū per octo primas conclusiones fit q̄ euentissimū: qz ibi demonstrantur regule de additione: subtractione: multiplicatione: & diuisione que dantur in algorismo per proportionē totius ad partes & partium ad partes aliquotas.

Sexta conclusio.

Tunc additur pportio pportioni quādo ex eis tertia q̄dam resultat pportio composita: duplare igitur vel binario multiplicare proportionem aliquam est duas similes proportionē simul in vnam colligere.

Ratio conclusionis est: qz cū totū resultat ex oib⁹ suis partib⁹ simul additis: vel potius est omnes sue partes simul sumpte: & ecōtra partes sunt totū: sed omne cōpositū est totū ad sua cōponentia & illa sunt partes ad ipsum: q̄ si tertia pportio cōposita ex duab⁹ simplicibus resultat: opz illas duas simul esse additas & ecōtra: si ille due simul addātur necesse erit tertiā inde resultare cōpositā. Correlarium p̄z ex cōclusionē: addita etiā ppositionē assumpta in tertia cōclusionē capli pcedētis. s. q̄ multiplicare aliquē numerū non est aliud q̄ plures siles numeros in vñā colligere: q̄ duplare. i. binario multiplicare aliquā pportionē idē erit ac si duas siles pportiones in vnam cōponere. Tantū de theoria huius cōclusionis: p cuius praxi vel practica noticia est aduertendū tres esse modos addendi simul plures pportiones ad cōponendū vñā aliam ex eis: primus iā insinuat⁹ est in pcedēte cōclusionē & demonstrat cum Jordanus in. 8. sui libri noni. l. ducendo denoiatorē vnius indeniatorē alteri⁹: qz numerus inde pductus erit denoiator pportionis cōposite ex eis: ut si vellemus addere duplam pportionē triple: sic cōposita ex eis erit sexcupla qz bis tria sunt sex: sic etiā fit additio infractionibus vel partibus aliquotis qz tot medietates addite tot tertijs eiusdē totius sunt tot sexte eiusdē ducendo vñz denoiatorē vnius fractionis indeniatorē alterius ut pcedat inde denoiator fractionis cōposite. Secundus modus: quē etiā docet Jordanus in. 3. q̄nti libri: est p multiplicationē alternā terminorū cōsimilū in illis duab⁹ pportionib⁹: itaq; dux vnius multiplicetur per ducē alterius: & comes vnius p comitē alterius: nā ex p̄ma multiplicatione pducetur dux: ex scōda comes pportionis cōposite ex eis: ut sit. 4. ad. 2. duplū: sit. 9. ad. 3. triplū ex quibus volo componere aliam pportionem ducēdo igitur. 4. in. 9. fiet. 36. & ducendo. 2. in. 3. fiet. 6. q̄ duo numeri 36. & 6. sūt pportio sexcupla: & sic ex dupla & tripla simul additis resultat sexcupla ut prius: pbatō erit clarissima inueniēdo mediū pportionale inter illa duo extrema pportiois sexcuple: & hoc fiet ducēdo comitē p̄me in ducē scōde pportiois ut. 2. in. 9. pducit. 18. q̄ nūc⁹ ē subduplū ad. 36. & triplū ad 6. q̄ p scōdaz tertij capli huius pportio. 36. ad. 6. q̄ ē sexcupla cōponit ex dupla. 36. ad. 18. & ex tripla. 18. ad. 6. q̄re sequit⁹ qz dupla & tripla simul addite faciūt sexcuplā pportionē. Tertius modus p̄z ex vltimo caplo primi libri n̄e arithmetice: vbi docuimus cōtinuare pportiones plures adinuicē ad cōstituendā pportionalitātē: nā in multiplicib⁹ hoc pfacile erat. l. sup ducē vnius pportionis vel infra comitē eius alium inuenire numerū indatā alia pportione: quo inuēto ex illis tribus numeris resultāt due simplices pportiones extremorū ad mediū: ex quibus fit vna cōposita extremi numeri ad extremū: q̄ cōposita alias d̄r pportionalitas si due ille simplices eā cōponētēs erāt siles eiusdēz speciei pportiones: qz si nō sint siles sed varie: neq; cōposita dicitur pportionalitas geometrica: sed insupparticularib⁹ pportionib⁹ & in alijs qz hoc erat difficilior: cautelas adhuc aliquas potuimus ibidē. Horiū aut triū modorū primus erat opere facilior & artificiosior: sed intellectu difficilior & obscurior: tertius ecōtra intellectu facillimus ope difficillimus aliorū: scōdus vero & intellectu & ope mediat inter eos.

Septima conclusio.

Subtrahere proportionem a proportionē est residuā inuenire pportionē: q̄ earum differētia dici solet: hinc dimidiare proportionem: si tamen fuerit dimidiabilis: fiet quā facillimum.

Quēadmodū in numeris subtractio supponit duos numeros fere semp̄ inaequales quorū minor de trahitur a maiore & nō ecōtra: ita in proportionib⁹ eadē subtractio inaequalitātē duarū pportionum requirit quā minor dematur a maiore & non ecōtra ut inde remaneat alia pportio q̄ sit excessus vel

differentia maioris ad minorem proportionem: sed ex correlario quarte conclusionis huius capiti constat quod in proportionibus numeralibus est possibilis subtractio sicut in numeris: quod conclusio vera. Correlarium manifeste sequitur ad eam: quod dimidiatio est species subtractionis: in qualibet autem specie saluat tota ratio generis. Et tamen notatur si proportio sit dimidiabilis: ad inueniendum quod non omnis proportio est talis: ut dupla proportio in multiplicibus et quolibet alia habens imparem denotationem: item omnis superparticularis proportio est indimidiabilis ut infra dicetur. Hoc de theoria conclusionis: per praxi eius aduertendum etiam tres esse modos subtrahendi et dimidiandi in proportionibus: primus est scilicet tertio precedenti intellectui omnino facillimus. scilicet inueniendo medium numerum inter extrema date proportionis maioris: quod ad alterum eorum habeat proportionem minorem quam proportionem subtrahenda: nam illo medio inuenito proportio maior diuisa erit in duas quarum altera est quod subtrahitur: quod altera est quod relinquitur ut excessus vel differentia maioris ad minorem. Secundus modus ex prima quanti libri Jordani docet idem: multiplicando ad alterutrum terminos dissimiles duarum proportionum proportionem hoc est ducendo maiorem per comitem minoris proportionis: et contra comitem maiorem per ducendo minoris: nam ex prima multiplicatione procedit ex secunda comes residue proportionis: huius cui denotatio fiet si utrobique comitem in alterum duxeris: tunc enim producet tertius quidam numerus ad quem dux residue proportionis habebit eandem proportionem maiorem aqua erat minor subtrahenda: que tamen maior per comitem residue diuisa erit in duas quarum altera erat subtrahenda et altera residua quod diximus: quod ille modus est verus. Tertius modus est scilicet primo aliorum in precedenti conclusione. scilicet subtrahendo denotato rem minoris a denotatore maioris proportionis: quemadmodum fieri solet in partibus aliquotis: et remanebit denotator proportionis residue: ista tamen subtractio presupponit multiplicationem duplicem: et deinde per ductor alterum ab altero subtrahitur: nam et in algorismo de fractionibus subtrahendo tertiam a medietate relinquitur sextas: et subtrahendo quartam a tertia residuum binus duodecimam et cetera. eodem modo in proportionibus subtrahere poterimus duplam a tripla et remanebit sesquialtera: si triplam a quadrupla relinquitur sesquialtera: et si sesquialtera a sesquialtera deperis residua erit sesquialtera: et dempta proportionem sesquialtera a dupla remanet sesquialtera: vel si hoc remoueat remanebit illa: et sic de alijs: hec due conclusiones in musicis theorematibus magnam habent momentam suntque eis ad modum necessarie.

Octaua conclusio.

Sicut ex additione plurium multiplicium semper fit proportio multiplex non contra: ita etiam si proportio multiplex in plures partes aequales diuidatur: illas omnes multiplices esse necesse erit.

Hanc plene demonstrat Jordanus in nono libro non quidem totam simul: sed priorem eius partem. in. 22. conclusionem: alteram in. 60. possumus tamen breuiter ex premissis eam demonstrare: quod ex primo modo sexte huius additio proportionis ad proportionem est multiplicatio suorum denotatorum adinuicem: sed in numeris integris omne multiplex integer est numerus integer: secus in fractionibus numeroz ut patet inductiu: proportio autem multiplex sola denotatur a numero integro: alie omnes a fractionibus ut earum diffinitiones indicant: quod prima pars est vera. Secunda etiam probatur quod omne totum in duas aut plures partes equales diuisum habet ad eas multiplices proportionem: quod per quartam huius capiti idem etiam erit verum in diuisione proportionum: tota etiam conclusio ex inductione fide habet: Ex qua per analogiam oppositi sequitur quod si proportio non multiplex duplex triplex aut alias multiplicem: non fiet inde proportio multiplex: et vice versa: si proportio resultans ex alterius duplicatione aut qualicumque multiplicatione non fuerit multiplex: neque illa altera erat multiplex: nam si due tres aut plures proportionem sesquialtere vel sesquialterae continuerent et extrema totius aggregati adinuicem comparerent: non haberent proportionem multiplicem ad seipsas sed aliam speciem: nam due sesquialtere ut. 9. 6. 4. sunt una dupla sesquialtera: due sesquialterae ut. 16. 12. 9. sunt una proportio superseptempartiens nonas: due sesquialterae ut. 25. 20. 16. est proportio supernonipartiens decimas sextas: et tandem due sesquialterae ut. 81. 72. 64. est una proportio superdecemseptempartiens sexagesimas quartas et cetera. et ratio huius correlarii dicta est quod in fractionibus numeroz multiplicatio earum alterna non producit numerum integrum a quo denotatur multiplex: sed semper fractionem a qua denotantur alie species proportionum. Dictum est notatur in conclusione et non contra: quod proportio multiplex potest constare ex additione plurium non multiplicium ut dupla ex sesquialtera et sesquialtera: tripla ex dupla et sesquialtera et cetera. potest etiam proportio multiplex per additionem componi ex multiplicibus et ex non multiplicibus.

Nona conclusio.

Quilibet rationalis proportionis diuisio in duas aut plures partes aequales per numeros medios inter eius extrema possibiles: eandem legem obseruat in minimis numeris eius & in alijs omnibus indifferenter.

Hanc Jordanus in. 12. quarti alij verbis sic proponit: si fuerit primus numerus ad secundum sicut tertius ad quartum: quotcumque inter primum et secundum totidem inter tertium et quartum proportionaliter medios consistere necesse est: et sensus est: quod si unus vel duo aut plura media proportionalia sint possibilia inter duos numeros alicuius proportionis: totidem precise sunt possibilia inter quolibet alios duos in eadem proportionem: quod non refert quantum adhuc si illi numeri sint minimi vel maiores vel mediocres in tali proportionem.

sed in oibus eadem pportio eandem legē sue diuisionis sustinet: itaq; si inter minimos numeros tales pportionis nō sit possibile medium pportionale vt pote q; sola vnitāte distāt vt. 2. et. 1. vel. 3. et. 2. et. neq; inter quoslibet alios duos in illa pportione erit dabile mediū pportionale: et si inter primos nō sit possibile nisi vnū medium: similiter et in quoslibet alijs duobus talem pportionē habentib; erit tantū vnū mediū pportionale: et si in primis fuerint duo aut plura talia media: et in oibus alijs erit totidē media eodē modo pportionabilia. Huius cōclusionis demonstratio tota fundant in equa pportionalitate de qua supra caplo scō hui; tertij: si enī accipiant quattuor minimi teri in data pportione: illi omēs erūt ad seipos pmi (alias mēsurarent eos alij numeri minores in eadem pportione. i. illi scōm quos pars aliqta cōis multiplicata pduceret eos: qd manifestā implicat cōtradictio nem) sed minimi numeri in qualibet pportione mēsurant quoslibet alios in eadē vt maior maiorem et minor minorem scōm eundē numerū: quare si multiplicā et submultiplicā eadem et sīs est pportio: sequit q; illi minimi p talē numerū multiplicati pducant eos de quib; loquitur cōclusio cōtinuatos in sili pportionalitate: qd est totidē habere media pportionabilia q; sunt in minimis numeris: q; cōclusio vera. Et si ponātur duo et duo numeri in silib; pportionibus: et cōcedant inter duos primos duo media pportionalia q; diuidant illā pportionem in tres partes eqles: dico etiam inter duos scōs esse duo media pportionalia q; sili diuidant illā in tres equales: nā acceptis quattuor minimis in pportionalitate illa forte illi numerabūt pmos quattuor scōm binariū: et alios duos scōs per ternariū: q; sicut ductis qtuor minimis in binariū pducitur qtuor pmi: ita ductis eisdē minimis in ternariū pducitur duo scōdi cū duob; ibi medijs pportionalibus. Ex hac cōclusionē sequitur manifeste q; nulla pportio dupla nullaq; supparticularis est diuisibilis in duas aut plures pportiones equales: q; minimi numeri in eis nullū recipiūt mediū pportionale: cū sola vnitāte distent: et hoc idē probat Jordanus in. 6. l. noni: et in hac veritate fundat musci indiuisionem thoni (que est pportio sonorū superparticularis) in duo integra semitoniam. i. equales pportiones que sint partes thoni: sed diuidit ipsum in duas partes ineqles quas vocāt maius et minus semitonium: sīs est ratio de indimidiabilitate diapason q; est pportio dupla sonorū. Possent tñ thonus et diapason dimidiari in pportiones irrationales de quib; nihil ad musci: qui rationibus numeralibus omnia considerat.

Decima conclusio.

Quotlibet numeros in data pportionalitate cōtinuus minimos inuenire poterimus: si duos primos suę originalis pportionis supposuerimus.

Hec apud Jordanū est sexta sui quarti libri: p cuius intelligētia aliquas suppositiones demonstrationi premitamus: pma est doctrina data in nra arithmetica de inueniendis pmiis numeris cuiuslibet pportionis. Scda q; etiā in qualibet pportionalitate sunt dabiles pmi et minimi numeri illius: qui pcedunt ex primis numeris illius pportionis simplicis ex q; talis cōponit pportionalitas: vt si pportionalitas cōponat ex duplis pmi ei; numeri oriuntur ex pmiis numeris duple pportiois q; sunt 2. et. 1. si ex sesquialteris pmi duo supponēdi sūt. 3. et. 2. et. Tertia suppositio q; geometrica pportionalitas cōtinua (de qua sola est hic sermo) potest cōponi ex duab; pportionib; et trib; teris: vel ex tribus pportionib; et quattuor teris: et sic pnr maiorando numeros pportionū et teriorū taliter q; numerus teriorū sola vnitāte superet numeros pportionū: in qualibet ig; pportionalitate quolibet cōposita possunt dari pmi et scōdi et tertij numeri et pnr alij maiores: vt in pportionalitate cōposita ex duabus duplis pmi teri et minimi sunt. 4. 2. 1. si ex tribus: pmi teri sunt. 8. 4. 2. 1. In pportionalitate cōposita ex duab; sesquialteris: primi sunt. 4. 6. 9. si ex trib;: pmi sunt. 8. 12. 18. 27. et. sic: q; nulli numeri minores aut piores istis possunt tales pportionalitates cōstituerē: istis tñ duplatis: triplatis: aut aliter multiplicatis sient alij numeri maiores in eisdē pportionalitatib;. Rostia itaq; cōclusio intēdit solos pmos et minimos numeros cuiuslibet pportionalitatis inquirere: quorūq; numeros illa ponatur habere: hoc est tres qtuor aut quinq; et. et dicit q; illi oriuntur ex duob; primis numeris sue originalis pportionis. i. illius pportionis simplicis ex qua talis pportionalitas cōponitur. Modus vero quo isti ex illis eliciuntur ponitur in correlario dicte sextę cōclusionis a Jordano sic: vnde manifestū erit ex duorū in aliqua pportione minimorū pmo in ambos et scō in se ductor tres: et ex eodē pmo in illos tres eodēq; secundo in tertij: quattuor. pmius enāci illius pportionis minimos: q; si pmiū hoc pacto in officē ducere pergis et scōm in vltimū corū: quotquot libuerit in alē qua pportione minimos efficies: hec ille: cuius sensus clarus est: q; in ppositis duob; pmiis et minimis teris alicuius pportionis: elicies inde tres minimos pportionalitatis cōposse ex duab; talib; pportionib;: multiplicādo pmiū. i. maiore duorū pmo in seipsum: scō in minore: tertio minore in se ipsum: et pducant inde tres teri cōtinue pportionales. i. facientes duas siles pportiones tales q;lis erat illa vna pportio ex duob; pmiis teris a quib; isti tres orti sunt: et si velles elicere quattuor terminos ad cōponendū pportionalitatē ex tribus silib; pportionibus: debes multiplicare tres peditos p duos priores hoc modo: q; pmo ducat pmius duorū in oēs illos tres: deinde secundus duorū multiplicetur p tertium illorū trium: et sic sient quattuor teri primi in tali pportionalitate: postea si velles adhuc maiore pportionalitatē cōponere: ex qtuor numeris cōstabis quinq; et ex quinq; sex et. semp multiplicando pmiū duorū per omēs pcedētes: et scōm duorū per vltimū eorūdem: et semp nu

meri inde pducti sunt pmi & minimi in illa pportionalitate: quib' duplatis triplatis aut aliter multiplicatis pcedent scđi tertij & alij in eadē pportionalitate. His suppositis pbatio cōclusionis clara est: si cñ qñ idem numerus multiplicat alios duos vel ecōtra pductorū & multiplicatorū eadem est pportio vt allegauimus in qñta pcedētis capli: qñ illi tres numeri ex duorū multiplicatione pdicta procreati habēt duas pportiones siles pportioni aliorū duorū: vt si. a. & b. sint duo pmi. c. d. e. tres scđi: qñ. c. & d. pducti sunt ex multiplicatione vnus p alios duos: scz. a. p. a. & b. hñt eandē pportione sicut. a. & b. itē qñ. d. & e. pducti sunt ex multiplicatione duorū pvnus: scz. a. & b. p. b. habēt eandē pportione sicut. a. & b. qñ. c. d. e. hñt duas siles pportiones illiq est a. & b. Qd xō illi tres sint pmi & minimi in illa pportionalitate: pbat sic: qñ em duo priores erāt in sua pportione pmi & minimi ac pmi de cōtrast pmi: qñ omnes ex eis in se pducti sunt contra se pmi ex. 14. pcedētis capli. Quare p eandē si iterū ex trib' fiant quattuor: multiplicatione duorū priorū: etiā illi erūt cōtra se pmi: & p quintā pcedētis habebūt siles pportiones predictis: & sic pñr pcedēdo: qñ tota conclusio vera. Ex qua pñz alia via faciliōr cōtinuādi plures pportiones supparticulares eiusdē speciei: qñ erat illa qñ posuimus in celce pmi libri nfe arithmetice ex Boetio sumptā: & ad muscas cōtēplationes p necessariā: p cōa ppositione plurium thonorū (que sunt sesquioctauē pportiones) ad cōstituendam ex eis consonātiā. Pro huius tamē cōclusionis clariōre intelligentia duas alias super addamus.

Vndecima conclusio.

Cum fuerint plures numeri cōtinuē proportionales: eorūq primus mēsus fuerit vltimum: metietur & secūdum: qñ si secūdū metiri nō posset primus: neq ipse neq aliquis aliorum numerabit vltimum.

Quāuis hanc plice demōstret Jordanus in. 13. qñti: tamē faciliōr hñc eam pbare volumus ex pcedētibus: nā per octauā huius capli pportio multiplex neq cōponit neq diuidit equaliter nisi pportionibus multiplicib': hoc autē est mēsurari numerū a numero habere ad ipsum pportione multiplicē: & pportio pmi ad vltimū q est multiplex p casum p secūdā tertij capli huius cōponit ex pportionibus mediōrū tam ad se q ad extrema: q oēs p casum sunt eqles: q tam illa cōposita q alie ex qñ cōponitur sunt multiplices: qñ vera erit cōclusionis pmi pars q vbi cōcurrūt tres: qñtuor: aut plures numeri cōtinuē proportionales. i. pportiones siles & equales habētes: atq pportione multiplicē extremorū cōponētes ac diuidētes (q vñū extremorū alterū mēsurat) necesse erit pmi ad scđm vel econuerso esse multiplicē pportione qd est mēsurare illū: eadem ratio cōuincit de scđo & tertio: de tertio & quarto &c. qñ omnes sunt siles pportiones. Secūda pars cōclusionis seqtur ad primā p pñam ecōtrario. i. inferēdo ex opposito cōsequētis oppositū añtis: qd erat pma ps cōclusionis iā demonstrata: si em pmi nō mēsurat scđm: tñ nō ē pportio multiplex: q neq inter secūdū & tertij: neq inter tertij & quartū: qñ neq inter pmi & vltimū: vñ seqtur q pmi nō mēsurat vltimū: & sñr neq aliq aliorū.

Duodecima conclusio.

Quotlibet numerorum cōtinuē proportionalium si duo extremi fuerint ad se ipsos primi: erunt omnes illi in sua pportione minimi: & adiuerso: si quotlibet numeri cōtinuē proportionales fuerint in sua pportionalitate minimi: duo eorū extremi erunt contra se ipsos primi.

Cōprehēdimus hñc quartā & qñtā cōclusiones qñti libri Jordani: q fundātur in vigesimatertij eiusdē que talis est: qñlibet duo numeri adinuicē pmi sunt in sua pportione minimi: & pbatio eius est facilissima ex teris: qñ si nō essent in tali pportione minimi: nō essent cōtra se pmi vt supponitur: pñā pñz qñ cōicarent in parte aliquota alia ab vnitāte: scz in illo numero secūdū quē minimi illius pportionis mēsurarēt istos nō minimos: qñ p 19. tertij libri: qñlibet numeri i sua pportione minimi mēsurāt oēs alios in eadē pportione. s. maior maiorē & minor minorē equaliter: & pbatur statim a pmutata pportionalitate &c. Ex his qñ sic arguitur ad primā partē cōclusionis nfe: qñ si pmi & vltimus dictorū numerorū sunt ad se ipsos pmi & per cōsequēs minimi in sua pportione: isti mēsurant omnes alios & non mēsurātur ab alijs in eadē pportione: qñ nulli sunt priores aut minores eis: & qñ pportio extremorū cōponitur ex pportionib' mediōrū: qñ etiā mediū numeri eorū sunt in suis pportionib' minimi: sic qñ in talib' pportionib' a nullis priorib' mēsurātur: pñā deducitur tñ qñ pportio minimorū nō cōponeretur ex pportionib' nō minimorū: tñ etiā qñ si singas alios eis minores in talib' pportionibus: arguā p equā pportionalitatē ad inferēdū vñū manifeste impossibile. s. qñ maiores numeri mēsurarent minores essentq partes eorū aliquote. Secūda pars ex pñā seqtur p cōuersionē: & item quia si detur oppositū ei. s. qñ extremi numeri cōicarent in aliquo numero parte aliquota eorū: seqtur qñ in eadē pportione darētur alij numeri minores istis. s. illi secūdū quos illa pars aliquota mēsuraret istos duos extremos: iuxta regulā allegatā si idem numerus duos multiplicet multiplicatorū & pductorū eadem erit pportio: tunc em illa pars aliquota ducta in illos duos mēsuratōis sue produceret istos duos extremos q necessario erunt maiores illis vt pote multiplices ad eos: confesqñ illatū est impossibile implicās cōtradictionem: qñ oppositū secūde partis ex quo seqtur erat falsū.

TERTII LIBRI GEOMETRIAE.

Ann: et sic manet tota conclusio vera. Sed quia diutius in arithmetice demonstrationibus immorari sumus: et ex predictis duobus capitulis satis elucere possunt omnia que in primo subiecte musice libro demonstranda preponuntur: ad geometricas speculationes unde discessimus redeamus.

Capitulum septimum de potentia linearum.



DICTVM est de proportionibus magnitudinum & coicatione & incoicatione earum: & potissime descendendo ad longitudes linearum: nunc dicam aliquid breuiter de linearum potentia respectu superficies in quas possunt: primo quod nois exponendo. Superficies autem in quas potest aliqua linea: est quadratum eius: & dicitur linea posse in ipsam superficiem: quia ex ductu sui in seipsam eam producit.

Prima conclusio.

Equales lineae in superficies possunt aequales: dupla autem in quadruplam: tripla vero in nonocuplam: & vniuersaliter quodlibet multiplex linea date potest in multiplicem superficiem date lineae: denominatam a numero de nominante multiplex linea in se ducto.

Ista patet inductiue: linea enim bipedalis potest in quadruplum respectu lineae pedalis: et linea tripedalis potest in nonocuplum: et quadrupedalis in sedecuplum: quoniam quadratum pedalis lineae est tantum unius pedis quadrati: quadratum vero lineae bipedalis. 4. pedum quadratorum: et quadratum lineae quadrupedalis. 16. et sic vltiori: ut apparet ex arithmetica quia bis duo sunt. 4. ter tria sunt. 9. quater quatuor sunt. 16. et c. De proportionibus linearum supparticularibus et suppartientibus et alijs generibus earum datur haec regula: quod lineae reducatur ad numeros minimos talis proportionis et illi quadratur: et apparebit proportio quadratorum: et sic proportio sesquialtera potest in duplam sesquiquarta: quia sic se habent quadrata binarii et ternarii: et sic de alijs.

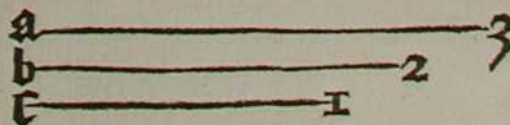
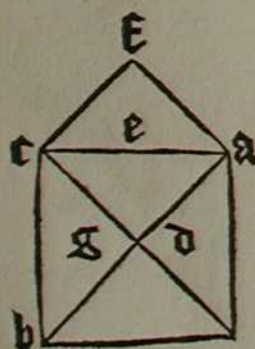
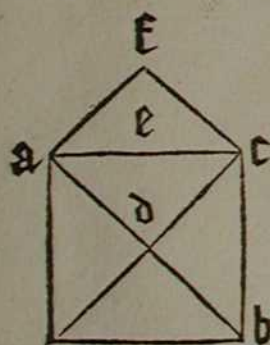
Secunda conclusio.

Lineae quarum una potest in duplum respectu alterius sunt sicut diameter & costa.

Ista patet ex secundo libro capitulo. 3. de quadrangulis propositione quarta: ex qua patet quod diameter est aequaliter costae: et est alia ostensio ab illa quae dixi in capitulo. 4. precedente: si enim diameter et costa essent simetra haberent se utique sicut numerus ad numerum ex secunda capitulo quarti huius: sed et quadrata eorum haberent se sicut quadrata numerorum: sed hoc est impossibile quoniam proportio dupla que est istorum: impossibile est quod sit quorundam duorum quadratorum numerorum. Ad confirmationem autem huius sententiae apponam septimam conclusionem decimi libri ipsius Euclidis talem.

Omni duarum superficierum quadratarum quarum latera in longitudine coicant: est proportio alterius ad alteram tanquam proportio numeri quadrati ad numerum quadratum. Si vero fuerit proportio superficierum quadratarum ad superficiem quadratam tanquam proportio numeri quadrati ad numerum quadratum: erunt latera earum in longitudine communicantia: quod si non: erit oppositum.

Ex ista patet intentum nam proportio superficierum quadratarum ad superficiem quadratam costae non est sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum: igitur latera talium quadratorum scilicet costa et diameter erunt in longitudine incommensurabilia. Ad confirmandum autem hanc sententiam de diametro et costa inducit capitanus decimo geometrie commento septimo primum quod facit Aristoteles primo priorum: scilicet quod si diameter esset simetra id est commensurabilis costae: erit numerus impar aequalis numero pari quod sic patet: si enim diameter est commensurabilis costae: erit igitur proportio diametri. a. b. ad a. c. costae sicut proportio alicuius numeri ad aliquem numerum: ut patet ex secunda precedentis capitulo quarti et ex definitione coicantium quantitatium: et sunt dati numeri. d. et e. et si isti numeri secundum suam proportionem minimi: non erit uterque eorum par sed unus par et alter impar: alioquin numeraret eos binarius et per primum non essent secundum illam proportionem minimi: quia non contra se primum: sit igitur impar. d. maior: sed quadratum eius erit impar necessarium: quia quadratum omnis numeri imparis est impar: ut docet arithmetica: quia si impares numeri impiter accuerent: ut sit in quolibet quadrato numeri impis: compositum necessarium erit impar: sed per primum illam immediate que est septima decimi Euclidis quadratum. a. b. ad quadratum. a. c. est tanquam proportio quadrati. d. ad quadratum. e. et e converso: igitur cum quadratum. a. b. sit duplum a. b. ad quadratum. a. c. est tanquam proportio quadrati. d. ad quadratum. e. sed constat quod ad quadratum. e. est alio ad quadratum. a. c. ut prehabitu est: sed quadratum. d. erit duplum ad quadratum. e. ex hypothese sit numerus impar quis numerus par duplus quod patet duplicando ipsum: igitur cum quadratum. d. ex hypothese sit numerus impar sequitur quod numerus par et numerus impar erunt eque multiptices respectu eiusdem numeri: et ita erunt aequales per quintam tertii capitulo. Si vero. e. est minor et impar diuidatur. a. b. in duas medietates ducta. g.



CAPVT SEPTIMVM.

e. linea: pficiaturq; quadratū ductus lineis. a. f. et. c. f. si igf pportio. a. b. ad. a. c. est tanq pportio. d. ad. c. igf cōcrfa pportione. a. c. ad. a. b. est tanq pportio. e. ad. d. igf pportio. a. c. ad medietatē. a. b. puta ad. a. g. est tanq pportio. e. ad medietatē. d. igf pportio quadrati a. c. ad quadratū. a. g. est si cut pportio quadrati. e. ad medietatē quadrati. d. igf vt prius qdratum. e. crit duplū ad quadratum medietatis. d. sed cōstat qd ad quadratū medietatis. d. fit alqs numerus par duplus: qd cū quadratū. e. sit minus 7 impar: erit numerus par 7 impar eandē habētes pportionem ad eundē numerū 7 p cō sequens erit equalis sicut prius: qd numerus ipar erit p te equalis numero pari: qd palā est impossibile: ergo antecedens ex quo sequitur erat falsum: scz diametrum esse sue costae assimetrum.

Tertia conclusio.

Si fuerint tres lineæ continuæ pportionales: secūda tanto potentior est prima: q̄ta est proportio tertiæ ad primā. Ex quo manifestū est q̄ linea pportionaliter media inter diametrum & costam est incōmensurabilis vtriq; in lōgitudine simul & in potentia.

Ista conclusio capit vnā partem euidētie a pma huius capli 7 aliā a scda: a pma em capit euidētiā pro q̄titatibus cōcantibus: accipiant enī tres lineæ: scz pedalis: bipedalis: quadripedalis q̄ sint continue pportionales scdm pportionem duplā cōstat enī q̄ tertia est qdrupla ad primā: secūda autē que est dupla ad ipsam pōt in qdruplū respectu eius qd pōt illa pma vt dicit pma pportio capli huius: quare tanto potētiō: est secūda sup primā q̄ta est pportio tertiæ ad primā. Ex secūda autē accipit euidētiā pro incōmensurabilib: accipiam enī tres lineas quarū secūda se habet ad primā sicut diameter ad costā 7 similiter tertia ad secūdā sicut diameter ad costam: cōstat qd tertia est dupla ad primā ex tertia quarti capli: cōstat etiā q̄ qdratū secūde est duplū ad quadratū pme: ex secūda presentis capli quare etiā in istis tanto potētiō: est secūda sup primā q̄ta est pportio tertiæ ad primā. Corollarium piz ex diffinitione lineæ incōmensurabilis in longitudine 7 potentia.

Quarta conclusio.

Si fuerint tres lineæ continuæ pportionales: quod fit ex ductu primæ in tertiā æquum est quadrato mediæ.

Ista ex arithmetica sufficientē habet euidētiā in q̄titatibus cōcantibus: nā sic est vniuersaliter verū in numeris cōtinuæ pportionalib: quod illud q̄ puenit ex ductu minoris numeri in maximū equū est quadrato mediū numeri: vt pbatū est sup: a caplo. 5. huius cōclusionē. 5. Verbigfa. 2. 4. 8. sūt proportionalia continue scdm pportionē duplā cōstat q̄ bis. 8. et q̄ter. 4. idem faciunt: sed q̄titates cōmunicantes habent se sicut numeri igitur similiter erit in illis: quare in q̄titatibus incōmunicantibus erit idem modus q̄ eadem est potentia in istis 7 in illis.

Quinta conclusio.

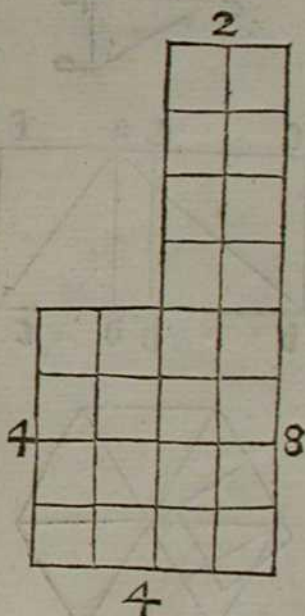
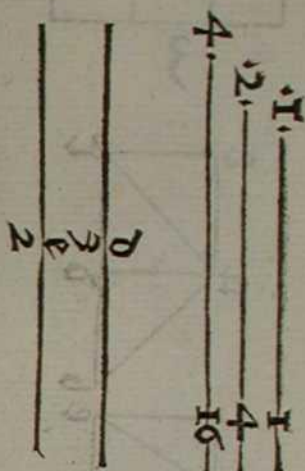
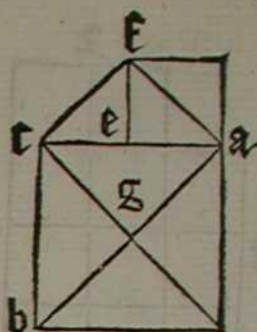
Si fuerint quattuor q̄titates pportionabiles continuæ: q̄ fit ex ductu primū in quartum æquum est ei rectangulo quod fit ex ductu secūdi in tertium

Et voco rectangulū figurā altera pte longiorē que cōtinet sub duab: lineis medijs in se ductis. Ista patet similiter in numeris vt. 2. 4. 8. 16. nam quater. 8. et bis. 16. idē faciunt: ergo vera est cōclusio in q̄titatibus cōmunicantibus: q̄ 7 in alijs nam in eis eadem ratio est.

Capitulum octauum de quadraturis.

OST prædicta decens est tãgere aliqua de q̄draturis. Est em aliq̄ figurā quadrare aream quadratā inuenire sibi æqualē. Causa autē in quadraturis est ista: q̄ figura quadrata est certioris mensuræ q̄ quecunq; alia figura: cū em habes q̄ superficies data est duorum pedū quadratorū vel. 4. aut secūdū alium numerū: iam certificatus es de mē sura q̄titatis ei9 certitudine vltima: ppter qd geometræ interest tractare de reductione aliarū figurarū ad hanc: quare geometræ antiqui oēs alias propter sui varietatē in eam reducere cōsueuerūt & nō istā i alias. Ponā ergo aliquas cōclusiones paucas de quadraturis: & incipiam a superficiebus similibus quadratis: & deducam cōsiderationem vsq; ad circulos: & sit prima cōclusio de figura altera parte longiorē quæ est quadrato similior.

Prima conclusio.



TERTII LIBRI GEOMETRIAE.

Figura altera parte longior per mediā rei inuentionem: & eius ductum in se ipsam in quadratum reducitur.

Medie rei inuentionē accipies ex quarto caplo huius libri propositione quarta: sed ex quarta capli precedentis habes q̄ quadratū in q̄d pōt aliqua linea media est altera parte longiori date equale. Hec ostensio est vltis & geometrica cui attestat arithmetica: qm̄ si fuerit vnum latus altera parte longioris duorū pedū & aliud. 8. erit tota area. 16. pedum quadratorū: q̄ si quadrare velis accipias vnum latus quattuor pedū & ipsum in se ducas & habebis superficiem quadratā cuius area est. 16. pedū: & huius demonstrationis mētionem habes secundo de aia & tertio metaphysice vbi philosophus hanc quadraturam medie rei inuentionē vocat: qm̄ medie linee inuentione habetur questum.

Secunda conclusio.

Area trianguli æquilateri vel ysochelisi æqua est tetragono contento sub duabus lineis: quarū vna est medietas basis: altera vero linea diuidens basim angulūq̄ basi oppositum & totum triangulum per medium in se ductis.

Ista manifesta est statim ex scda cōclusionē capli de triangulis: sit enī triangulus æquilaterus vel ysocheles. a. b. c. & nō est ofia nisi quod in triangulo æquilatō qd̄ latus in distincte pōt esse basis in ysochele vero latus inequalitatis erit basis: & ducat linea. d. a. diuidens p̄ medium basim. b. c. & angulū a. & totū triangulū. a. b. c. oia enī hec diuidit: dico tunc qd̄ area trianguli æq̄lis est tetragonismo cōtento sub lineis. a. d. & d. c. in se ductis: ducat enī vna linea in aliam & erit tetragonismus. a. e. d. c. q̄ diuisus est in duos triangulos æq̄les p̄ lineā diagonālē. a. c. & erūt in tota figura tres trianguli partiales & inter se æuales sicut deductū est euidenter in caplo ysochrometrorū cōclusionē scda: quare cū duo istorū sint oēs partes trianguli prefati: & duo illorū sunt omēs ptes tetragoni memorati: manifestū ē q̄ trigonus iste & tetragonus ille æq̄les habeant areas qd̄ erat ostēdēdū: & hoc modo triangulus in formā tetragonismi altera parte longioris reduct⁹ est: quē si vltius q̄drare libuerit artificio precedentis propositionis de medie rei inuentione vtendum est.

Tertia conclusio.

Area trianguli oīm laterum inequalium æqualis est medietati tetragoni contenti sub duabus lineis: quarū vna est latus maximū eiusdem trianguli: altera vero est a maximo angulo eius super maximum latus eiusdem trianguli perpendiculariter veniens in se ductis.

Verbigra: sit triangulus gradatus. a. b. c. in quo maximus angulus sit. a. & maximū latus p̄ p̄ns sit linea. b. c. & opposita angulo maiori: tunc ab angulo. a. ducat linea. a. d. perpendiculariter sup latus. b. c. dico tūc q̄ medietas tetragoni sub duabus his lineis cōtenti est æqualis aree trianguli: & eōuerso. Ducā enī. b. e. equalē & eque distāte. a. d. sicut ducā. f. c. & pficiam paralelogramū. e. b. c. f. quod cōtinetur sub duabus lineis: scz. e. b. que est æq̄lis. a. d. & b. c. que est maximū lat⁹ trianguli predicti: tunc ergo erit hoc paralelogramū diuisum in duo paralelograma p̄ lineam. a. d. & quodlibet paralelogramū diuisum in duos triangulos æuales p̄ lineas diagonales: quarū vna est. a. b. & alia. a. c. sed ex penultima capli de triangulis est manifestū duos triangulos iuxta lineam diagonālē. a. b. acceptos æuales esse inter se: sicut & alios duos iuxta lineā diagonālē. a. c. sed duo illorū triangulorū hoc modo equalitū sunt omēs partes trianguli principalis. a. b. c. & sunt medietates totius tetragoni. e. b. c. f. quare totus triangulus. a. b. c. erit medietates eiusdē tetragoni: diuidā ḡ hunc tetragonū in duos tetragonos æuales per lineas. g. h. & erit trigonus tetragoniz⁹: & tunc habita medie rei inuentione p̄ primam huius capli erit trigonus predictus quadratus qd̄ doceri debuit: & sic apparet propositio.

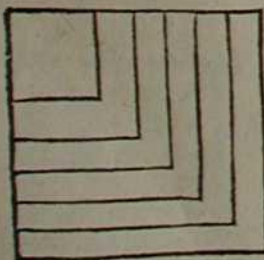
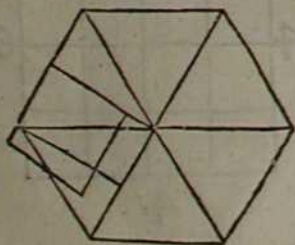
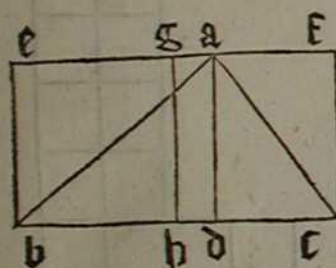
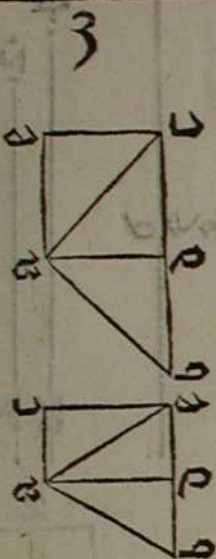
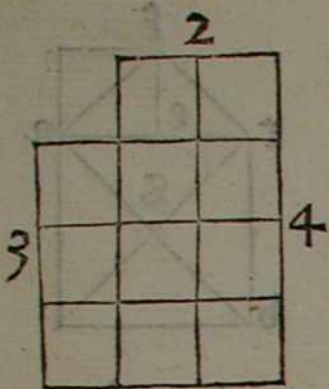
Quarta cōclusio generalis.

Omne polygonum per resolutiones factas in triangulos: & per quadraturas factas ipsorum triangulorum: & demū per circumscriptiones gnomonicas in formam quadrati reduci possibile est.

De quadratura cuiuslibet polygoni in speciali tractare nimis longū foret & difficile: & ideo eligenda est via i pauciorib⁹. De modo autē resouēdi polygonia oia in triangulos habes p̄positionē sextā q̄rti capli p̄mi libri. De modo autē quadrandi triangulū secundū suas species habes in hoc caplo. De modo autē circūscribendi quadrata sibi met gnomonice habes p̄positionem vltimā capli de quadrangulis: manifestū est ḡ per ista media omne polygonum posse quadrari: quare p̄t intentum.

Quinta conclusio de quadratura circuli.

Area cuiuslibet circuli æqualis est tetragonismo sub medietate circunferentiæ: & medietate diametri contento.



Suppono vnā ppositionē archimēdis de mēsurā circuli: et erit mihi pēitio: qm̄ eam demonstrare
requeret maiorē tractatū q̄ sit istud caplm̄: et est ista ppositio. Dis circulus triangulo orthogonio est
equalis: cuius vnū duorū laterum rectū angulū cōtinēnt est semidiameter circuli: et latus alterum
æquatur lineæ cōtinēnti circuli. Est autē ppositio lineæ cōtinēntis circuli ad diametru tripla sepsēpti-
mana q̄ circumferētia cōtinēt ter diametru et septimā partē eius vltra hoc: vt habetur ab eodem ar-
chimēdis in predicto libello: vtrigratia in circulo. a. b. c. sit. a. c. diameter cui⁹ semidiameter sit. a.
d. et a puncto. d. ducatur orthogonali ter linea. d. e. vsq; ad equalitatē circumferētie circuli: et ducatur li-
nea. a. e. perficiens triangulū. a. d. e. est q̄ tūc intētio archimēdis q̄ triangulus. a. d. e. est equalis cir-
culo et hoc demonstrat certissime: ex quo p̄t intentū: et ducā lineā. a. f. equedistāter. d. e. et ducā lineā.
f. e. equē distāter. a. d. tetragonis inscribens: habes igit̄ parallelogramū scz. f. a. d. e. diuisum in duos
triangulos p lineam diagonālē. a. e. sed illi duo trianguli sunt equales p ultimā de triangulis: et cir-
culus est vni eorū equalis p ppositionē archimēdis: q̄ circulus est equalis medietati illius tetrago-
ni: diuidatur igit̄ illud tetragonū in duos tetragonos equales p lineam. g. h. et erit circulus alterutri
eorum equalis: sed quilibet eorū tetragonis in oī cōtinētur sub medietate circumferētie et medietate
diametri: q̄ circulus est equalis tetragono sub semicircumferētia et semidiametro contento: si q̄ qua-
dretur tetragonus ille erit circulus quadrat⁹. Et hec de quadraturis sufficiant. Aristoteles vero. 2.
priorū caplo de inductione sumit tale argumētū qd̄ circulus quadrari possit sic omne equalē figure
rectilinee quadrari potest: si oīs circulus est equalis alicui figure rectilinee: igit̄ et maior p̄t oīs si-
gura rectilinea quadrari pōt: vt docet in p̄mis. 4. demonstrationib⁹ huius capli: minor habetur per
sentētiā archimēdis: et sic videt̄ hoc totum caplm̄ tendere ad hanc cōclusionem q̄ circulus qua-
drari possit. Aliam p̄bationem minoris tangit Aristoteles per portiones lunulares: q̄ tamē repu-
tat in alijs locis sue philosophie insufficientē: et ideo de ea non curo ad presens. Si tñ bene oīa dicta
archimēdis pensetur sua etiā p̄batio ē insufficientis: vt infra in libello de q̄dratura circuli dicemus.

Liber quartus de figuris solidis seu de corporibus: ha- bet sex capitula.

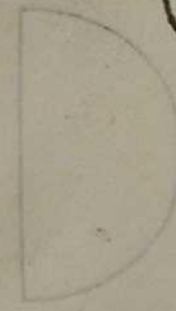
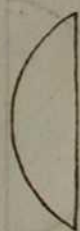
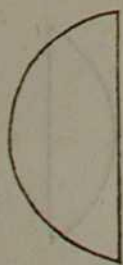
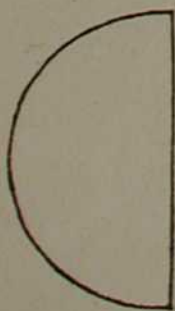
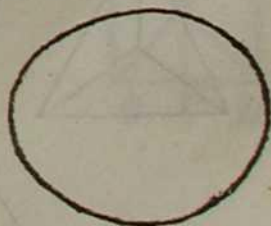
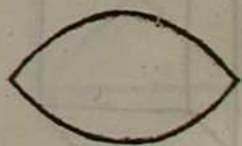
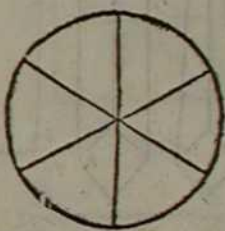
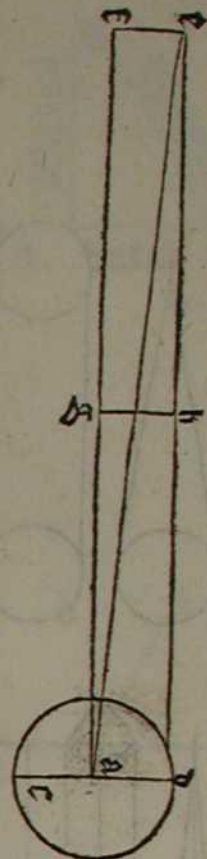
Capitulum primū de diffinitionibus & diuisionibus corporum.



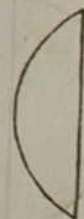
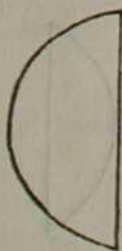
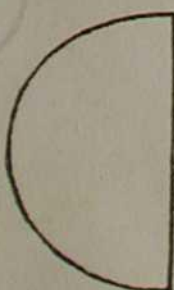
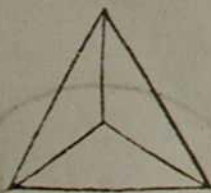
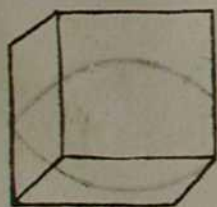
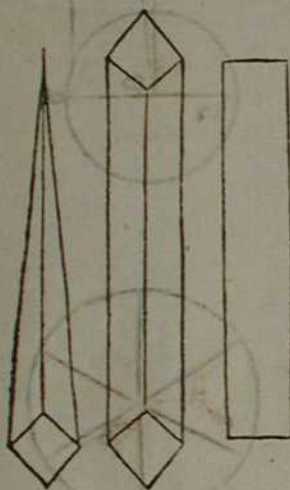
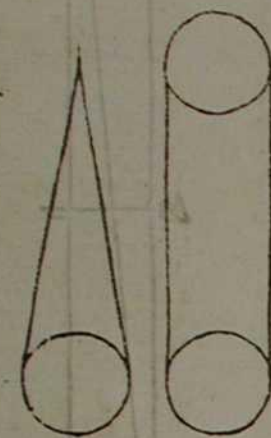
VARTA HVIUS operis particula est circa dispositiōes so-
lidorū corporū: & hic etiā a diffinitionib⁹ est inchoandū.
Dico ergo corpus illud om̄e quod habet lōgitudinē latitudi-
nem & p̄funditatē: mensuraturq; tribus diametris intersecā-
tibus sese orthogonaliter in eodē pūcto. Om̄e autē corp⁹ aut
vna superficie au plurib⁹ sup̄ficiebus terminari necesse est.

Corpora autē vna sup̄ficie terminata sunt q̄ dicunt̄ rotunda. Om̄e autē rotū-
dū aut habet oēs lineas a cōi puncto ductas ad circūferētiā æquales aut nō:
si primo modo est corpus quod vocat̄ sphaera: vnde sphaera est corpus rotū-
dū cuius oēs diametri sunt æquales. Si autē nō habet om̄es lineas a cōi pūcto
ductas æquales: tūc etiā diametri nō sunt æquales: aut ergo axis est lōgior ce-
teris diametris aut nō: si primo modo est corpus ouale quod habet figuram
oui: si secūdo modo sic est corpus lenticulare. s. corpus quod lēticula dicitur:
& exem habet breuiorē. Item corporum multis superficiebus cētentorum:
alia rotundis: alia angularib⁹ sup̄ficiebus cōtenta sunt. Rotūdarū autē sup̄fi-
cierū corpora: alia quidē p totā lōgitudinē corpulētiam habēt æqualem: alia
nō: primo modo colūpnæ rotundæ siue chilindri vocant̄: q̄ autē regulariter
minorata treminant ad conū: piramides rotundæ siue conī appellant̄. Ex istis
patet quomodo p̄dictis corporib⁹ applicant̄ diffinitiones quas Euclides po-
nit. n. lib. geometriæ. s. quod sphaera est trāsīt⁹ archus circūferētiæ dimidiū cir-
culi: & piramis ē trāsīt⁹ trianguli rectāguli: & colūpna ē trāsīt⁹ parallelogra-
mi recti anguli: & eodē mō pōt diffiniri lēticulare & ouale: q̄ corp⁹ ouale est
trāsīt⁹ portiois semicirculo minoris corda existēte fixa: lēticulare est trāsīt⁹
portiois semicirculo maioris supercordā fixā minorē diametro circuli.

E



Corporum autē habētium multitudinē superficiērum & angulorum: quæ dicuntur conica ppter angulos & conos quos habēt: quedā habēt æqualem grossiciem secundū totā longitudinē: & dicuntur colūpnæ lateratæ: quedā autē vniiformiter minorata ad conum terminant: & dicuntur piramides lateratæ. Præter colūpnas autē & piramides est tertium genus conicorū corporū in quo repponūtur corpora. 5. regularia ænumerata in p̄cipio p̄mi libri hui⁹ & de quibus infra. s. tetracedron: exacedron: octocedron: duodecedron: ycoce dron: q̄q̄ tetracedron ad piramides & exacedron ad colūpnas reducuntur. Denominatur autē tam colūpna laterata q̄ piramis a multitudine superficiērum siue laterū in sursū ærectarū basi circūscripta: vt dicātur piramides trilateræ quæ habēt tres superficies laterales: & quadrilateræ quæ habēt. 4. &c. Similiter colūpna dici potest trilatera quadrilatera & multilatera secundū numerū superficiērum lateralium: nō cōnumerādo basim in piramidæ nec duas superficies terminales in colūpna. Columpna autē potest subdividi in corpus ferratile & solidū parallelogramū & alia multilatera corpora: vt dicatur corpus ferratile colūpna trilatera: solidū autē parallelogramū colūpna quadrilatera: alia autē sunt sicut colūpna pentilatera & eptilatera &c. Sunt autē corpus ferratile & solidū parallelogramū in geometria magis v̄sitata: quapropter primo de eis insistentū est. Corpus ferratile dicitur quod. 5. superficiebus: quarū. 3. sunt parallelogramæ & duæ triangulæ cōtinet: & si quidē fuerit basis eius vna superficiērum triangularium colūpnæ habet similitudinē: si autem statuatur super vnā superficiērum parallelogramarū tunc cōuenit ei figura domus siue tecti iuxta adaptionē cāpani. Solidū parallelogramū dicitur quod continetur. 6. superficiebus parallelogramis æque distantibus: & in multas species diuidit vt i colūpnā cubū aserem laterculū & corpus cuneum: quæ noīa in arithmetica ad numeros transumūtur. Oīa autē corpora conica hñt angulos corporeos siue solidos sicut superficies planæ polygoniæ hñt angulos planos Angulus corporeus siue solidus ē quē cōtinēt angulū plani plures q̄ duo: q̄ nō in vna superficie s̄iti ad p̄ctū vnū angularē cōueniūt: & dico plures q̄ duo quia pauciores esse nō possunt trib⁹ angulū plani q̄ angulū solidū cōtinere debeant: si autē queras multitudinē maiore angulorū planorū: dico q̄ in minus statur ad. 3. in maius nō est status: quia nō tot possunt eē quin plures possint angulum solidum cōtinere: & ideo in talibus est processus in infinitum: quod autem postea dicitur nō in vna superficie s̄iti: per hoc accipiendum est q̄ mūtua applicatio talium angulorum planorum sit non directa: conformiter ad illud quod supra dictum est in diffinitione anguli plani. Terminant autē solida ad superficies: superficiērum autē illa sup q̄ erigitur figura solida basis vocatur: quæ autē in sublimi erigunt latera appellant. In piramidæ autē p̄ctus opposit⁹ basi in quē terminat figuræ grossities vertex vel conus appellat. Accidit autē in pluribus & maxime in corporib⁹ regularibus q̄ q̄libet superficies sit æqualiter apta nata esse basis: ppter quod talia corpora figuræ multas basium vocant: & ideo iā inoleuit modus vt ycoce dron dicat figura. 20. basium: & cōformiter de aliis corporib⁹ regularib⁹: cū tamē



quodlibet tale corpus de facto tantū vnā superficiem super q̄ statuitur habet solum pro basi. Et quēadmodum solida terminantur ad superficies: sic superficies terminantur ad lineas: quæ lineæ similiter terminantur ad p̄nta. Et diuiduntur: linearū enim quædā tota iacet in plano & vocatur basis: alia vero in sublimi ærecta: & subdiuiditur harū enim quædam est quæ ærigit perp̄diculariter: & vocat̄ cathecus: alia vero ad angulos cōsurgit inequales & vocatur ypotemissa: & hoc imaginari potest in trigono orthogonio habēte in plano basim: & duo latera in ære æleuata: vnde versus. Linea protracta basis est: ærecta cathecus. Extenditur ad metas ypotemissa duas.

Capitulum secundū de lineis in comparatione ad corpora.

Prima conclusio.



IS NOTATIS ponendæ sunt cōclusiones & incipiam a lineis secundū q̄ linearū cōsideratio ad hāc partem pertinet: sit ergo hæc cōclusio prima iuxta diuisionē de lineis. Linea recta partim eē in plano & partim sublimi est impossibīle.

Quod si possibile est: ponatur qd̄ linea sit recta. a. b. cuius pars iacet in plano & sit. a. c. pars vero ypotemissaliter surgat scz. b. c. qd̄ autē perpendiculariter surgat nimis esset alienū a ratione: si q̄ ei partiali lineæ que in plano iacet puta. a. c. alia linea in eodē plano directe addiciatur ex eadem parte ex qua alia partialis cōsurgit puta. c. d. erunt vni & eidē lineæ scz. a. c. due alie lineæ diuerse penitus ex eadē parte adiecte directe quod est impossibīle. Item ex hoc sequit̄ oppositū petitionis quinte: qm̄ constat q̄ ex. b. in. a. potest duci recta que nō transeat per punctū. c. si ergo. b. c. a. sit linea recta: q̄ due lineæ recte superficiem clauderent. Ex ista sumit̄ aliqui argumentū p̄ indiuisibilibus. i. ad p̄bandū p̄nta indiuisibilia esse realiter in natura: nā sit. a. b. planum cui insit̄ linea. c. d. siue perpendiculariter siue ypotemissaliter: tunc arguo sic: impossibīle est. c. d. lineam habere partē in plano cū sit in sublimi erecta p̄ presens theorema sed aliqd̄ ipsius. c. d. est in plano q̄ tangit planum & non nisi secundū aliquid sit: igitur est dare aliqd̄ lineæ. c. d. q̄ non est pars eius: hoc autē nō est nisi indiuisibile: q̄ indiuisibile est dādū. Si alij dicent q̄ linea erecta tangit planū in infima sui parte: sed non primo q̄ non secundū totam illā partem: & hoc est tangere indiuisibiliter sed non in aliquo indiuisibili.

Secunda conclusio.

Omniū duarū linearum se inuicem seccatūm cōmunis sectio est punctus.

Ista p̄t̄ ex premissa per cōsequētiā ecōtrario: qm̄ ex opposito istius sequitur oppositū illius: sit em̄ linea. c. d. intersecans aliam lineam oblique. a. b. que est diameter in quadrato: si tangit eam in plus q̄ in puncto (sicut dicunt quidā ponentes cōtinuum cōponi ex indiuisibilibus: & cū hoc saluare volentes q̄ plura sunt puncta in diametro q̄ in costa cū longior sit diameter costa: qd̄ aliter saluari nō potest nisi ponendo q̄ linea que t̄git vnū punctum in costa tangit plura puncta in diametro) si in quā cōmunis sectio istarū linearū sit plus q̄ punctus tunc. c. d. sit planum & a. f. sit linea erecta in sublimi & f. g. sit sectio cōis: q̄ cū. f. g. sit portio lineæ erecte: sequitur necessario istius recte lineæ q̄ est erecta esse partem in plano puta. g. f. partim in sublimi puta. g. a quod est oppositum cōclusionis premissæ.

Tertia conclusio.

Omnes duæ lineæ rectæ se intersecantes in eadem superficie site sunt.

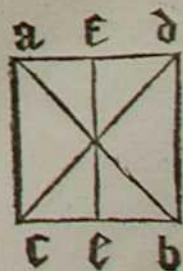
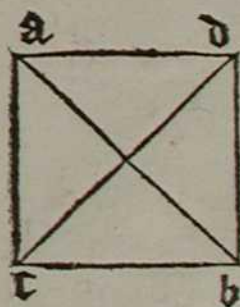
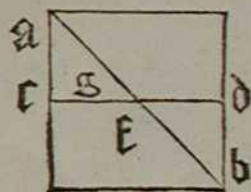
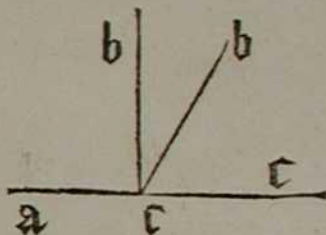
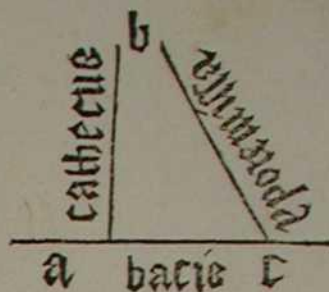
Istam p̄bo sic: aut em̄ tales due lineæ que se intersecant iacent super planum: & sic habetur propositū qm̄ in eadē extēsa superficie site sunt: aut vna iacet in panlo & reliqua in sublimi erecta est vel vtraq̄ in sublimi erecta est: & siue sic siue sic copulabo terios earundē adinuicē p̄ quatuor lineas rectas: ut si sit vna earum. a. b. altera. c. d. copulabo. a. cum. c. per lineam. a. c. & sic de alijs etiq̄ superficies quadrangularis. a. b. c. d. in qua site sunt lineæ. a. b. & c. d. quod fuit probandum.

Quarta conclusio.

Vnam & eandē lineam numero in diuersis superficiebus sitam esse possibile est.

Hec p̄t̄ per premissam: iaceant enim due lineæ. a. b. & c. d. site in plano & a. cōmuni earum sectione ducatur cathecus sursum & deorsum secans vtramq̄ lineam in superficie plana & sit. e. f. constat q̄. e. f. linea est in eadem superficie cum. a. b. & est in eadem superficie cum. c. d. ex eo quod secat vtramq̄ lineam per premissam: quare vna & eadem linea est in diuersis superficiebus.

E ii



Quinta conclusio.

Si superficies superficiem seccet: communis sectio erit linea.

Ista ptz per premissam: qd em vna & eadē linea sit in diuersis superficiebus hoc specialiter nō contingit nisi in tali casu qñ superficies seccat superficiem: ex eo em linea est in diuersis superficiebus: qñ iste superficies seccant se sup illā lineam. Et iste cōclusiones sufficiant per quas deuenitum est a punctis ad lineas: & per lineas ad superficies: & p superficies ad solida: de solidis igitur cōsequenter dicamus.

Capitulum tertium de angulis solidis.

Prima conclusio.



PRINCIPIA autem solidorum videtur esse anguli solidi: accepta autē eorum prius data diffinitione sit prima cōclusio. Si tres anguli superficiales angulū solidū cōtineāt: illorū quilibet duo pariter accepti reliq sunt maiores. Ex q manifestū est q in piramide laterata anguli laterales q basim cōtingūt angulis ipsius basis sunt maiores.

Ista ptz ex clausula petitioni pme adiuncta qd rectū est breuissimū: sic vt inter eosdem terminos linea recta sit breuior q linea curua vel fracta: sicut inter easdem lineas superficies recte extensa est breuior curua superficie vel fracta: & voco fracturā superficiē vel lineē qñ due lineē vl superficies sibi inuicem applicate sunt nō directe: hoc supposito accipio angulū solidū tribus angulis superficialibus cōtēti q sit a & accipio angulū superficialē qui sit maximus illorū trium iste terminat ad duas lineas cōcurrentes in pfecto a reliqui etiā duo anguli superficiales terminant ad easdē duas lineas: quare manifestum est q iste due superficies simul sumptę sunt quasi vna superficies curua vel fracta: nō em rectā habet pten sionē: illa vero vna recte pten dīt ad eosdē terios vlz ad easdē lineas: quare si rectum est breuius obli quo vel curuo vel fracto sibi cōterminali: sequitur quod angulus quē inter eas accepimus est minor duobus alijs angulis: & ita quicūq duo pariter accepti reliquo maiores erunt. Correlarium ptz statim qñ anguli laterales attingētes basim cū angulis basis cōstituunt angulos solidos duotus angulis laterabilibus semp attingentibus vnū angulum ex angulis basis. Ex quo manifestum est qd omnes isti superficiales simul sunt maiores omnibus illis qui sunt basis.

Secunda conclusio.

Omnes anguli laterales cuiuscūq piramidis laterate valent tantum q̄tum omnes anguli basis & vltra hoc quattuor rectos præcisē.

Ex sexta ppositione capli de lineis in primo libro huius habes quod omnes anguli basis tot rectis sunt equales quot sunt ipsi duplicati dēptis q̄tuor. Cōstat aut qd omnes anguli laterales piramidis tot rectis sunt equales quot sūt anguli basis duplicati: p quolibet em angulo basis habes triangulū vnū laterale: nā quot sunt anguli basis tot sunt trianguli laterales: & quilibet triangulus valet duos rectos angulos: q sequitur q anguli laterales valent plus q anguli basis & excedūt eos in quattuor rectis quod est ppositum mei theoremati.

Tertia conclusio.

Omnis angulus solidus quattuor rectis minor est necessario.

Dicitur aut angulus solidus tantus esse q̄ti sunt omnes anguli plani ipsum cōtinentes: qd autē omnes illi anguli plani minus valēt quattuor rectis etiā si essent millesies mille: seqtur euidēter ex duabus ppositionib⁹ premissis: statuatur nāq piramis multilatera & sit a supremus angulus eius in quo ostendā ppositum: accipiam em ex secunda cōclusionē qd omnes anguli laterales. i. omnes anguli pter angulos basis excedunt omnes angulos basis præcisē in quattuor rectis: cum igitur anguli laterales diuidātur in angulos q attingunt basim & angulos q cōstituunt angulū solidū supremū a accipio ex prima q anguli qui attingūt basim sunt maiores angulis basis: relinquit q necessario qd anguli q sunt apud a. sūt minores q̄tuor rectis q si possent valere quattuor rectos præcisē: ponat q accipiant cū angulis q attingūt basim: sed anguli attingētes basim valent tantū q̄tum valent anguli basis & aliqd plus p primā: igitur oēs anguli laterales addūt sup omnes angulos basis quattuor rectos & aliqd plus qd est impossibile per secundam: cū igit ex opposito cōclusionis cū altera premissarum puta pma sequatur oppositū alterius premissę. i. cōclusionis scde ptz qd illa prima illatio erat bona. Non autē solū cōcludit hec demonstratio de angulis piramidis: s; de quibuscūq angulis solidis: qñ si accipias angulū solidū icocedronis. 20. superficialū triangularū vel alterius corporis solidi regularis & subtēdas ei superficiem abscedentē ipsum angulū cōstat q habes piramidē: & erit demonstratio sicut prius. Et ita ptz quod ista demonstratio vniuersalis est ad oēm angulum solidum. Ex istis ergo apparet via ad demonstrandum dispositiones & naturas corporum regularum.

Capitulum quartum de constitutione corporū regularium.

Prima conclusio.



X SUPERFICIEBUS triangularibus tria tantum corpora regularia constituere possibile est.

Tetradecedron enim octocedron et icocedron ex superficiebus triangularibus constituntur: nec plura possibile est constitui corpora regularia in basibus triangularibus: dicunt autem corpora regularia quae equiangula sunt et equilatera: et asphera atque a se invicem circumscribilia ut Capanus dicit: quapropter oportet quod sint ex superficiebus regularibus quae sunt equiangula et equilatera: hoc igitur supposito patebit interitum. Impossibile enim est ex sex angulis triangularibus talium componi angulum solidum aut ex pluribus per premissam: quia sex anguli tales quattuor rectos valent: et plures valent amplius: nec ex duobus tantum possibile est componi angulum solidum per definitionem anguli solidi: igitur ex tribus solum et ex quattuor et ex quinque talibus potest esse angulus solidus: cum tam. 3. 4. 5. deficient a. 4. rectis: et ideo figura corporalis ex superficiebus triangularibus regularibus solum tunc fieri potest quando aut. 3. aut. 4. aut. 5. anguli superficiales ad componendum angulum corporalem concurrunt. Si igitur ex tribus angulis triangularibus regularibus fiat angulus solidus: tunc oportet quod quattuor sint superficies triangulares in corpore illo propter quod tetradecedron nuncupatur a tetra quod est quattuor: vocatur etiam pyramis quattuor basium: et constat quod erunt quattuor anguli solidi in illo corpore: quattuor enim trianguli habent angulos. 12. cum igitur ex illis fiant anguli solidi secundum ternarios et in. 12. sint quattuor ternarii: manifestum est quod quattuor erunt anguli solidi. Si autem ex quattuor angulis triangularibus fiat angulus solidus: tunc oportet quod sint octo trianguli in illo corpore: et ob hoc dicitur octocedron in quo constat quod sunt sex anguli solidi in illo corpore: octo enim trianguli habent angulos. 24. cum enim semper quattuor de illis concurrant ad componendum angulum solidum et in. 24. sint sexies quattuor: clarum est quod sex erunt anguli solidi in illo corpore. Si autem ex quinque angulis triangularibus fiat angulus solidus: tunc oportet quod in illo corpore sint. 20. superficies triangulares undique: ut patet ad sensum in corporibus taliter fabricatis: unde vocatur icocedron. i. 20. basium: et constat quod erunt. 12. anguli solidi in tali corpore. 20. enim trianguli habent. 60. angulos: cum igitur de illis componatur anguli solidi secundum quinariorum: et in. 60. sunt. 12. quinarii manifestum est quod. 12. erunt anguli solidi in eo: et per hoc habetur via clara ad fabricandum talia corpora.

Secunda conclusio.

Ex superficiebus quadrangularibus unum tantum regulare corpus componitur.

Ista patet statim: oportet enim quod sit ex omnibus quadratis superficiebus: angulus autem quadrati rectus est igitur tres anguli tales coniuncti possunt angulum corporalem facere: nam si addantur quattuor: iam non erit angulus solidus ex eis: ut patet ex conclusione tertia precedentis capituli. Si ergo tres anguli quadratorum concurrant ad angulum solidum causandum tunc in tali corpore erunt sex superficies quadratae sicut est in taxillo: et haec figura cubus vocatur et exacedron ab egra grece quod est sex latine: et constat quod in tali corpore octo sunt anguli solidi.

Tertia conclusio.

Ex superficiebus pentagonis unum tantum corpus regulare componitur.

Ista statim patet: nam cum angulus pentagoni regularis sit maior angulo quadrati sicut patet ex primo libro huius propositione sexta capituli quarti: cumque minus possit angulus solidus constare ex quattuor angulis pentagoni regularis quam ex quattuor angulis quadrati: cum ergo non potest constare ex istis: ergo nec ex illis quattuor cum sint maiores: oportet igitur ut solum tres anguli pentagoni concurrant ad angulum solidum constituendum: et tunc in illo corpore erunt. 12. superficies pentagone sicut patet in fabricatione talis corporis: et propter hoc vocatur duodecedron: et quia. 12. pentagoni habent. 60. angulos: cum igitur tres anguli concurrant ad constituendum angulum solidum: et cum in. 60. sint. 20. ternarii: ideo necesse est sint. 20. anguli solidi in corpore tali: et sic patet per probationem.

Quarta conclusio.

Præter quinque corpora regularia prædicta impossibile est ut sit corpus regulare multilaterum.

Dico autem multilaterum propter spheram que regularissima capacissima et uniformissima est qualis natura est in corporibus esse. Conclusio patet quoniam post pentagonum sequitur exagonus in ordine figurarum: ex superficiebus autem exagonis non est possibile quod sit aliqua figura regularis: quia nullus angulus corporalis potest fieri ex angulis talium exagonorum: propter hoc quod tres anguli tales valent quattuor rectos: quia omnes sex anguli exagoni valent octo sicut ex primo libro notum est: cum igitur nullus angulus corporalis valeat quattuor rectos ex tertia capituli precedentis: et angulus corporalis non potest esse ex paucioribus quam ex tribus angulis superficialibus per definitionem anguli solidi: manifestum est quod ex superficiebus exagonis non sit regulare corpus ullomodo. Alterius cum quolibet figura exagonis sequens habeat maiores angulos quam sunt anguli exagoni: impossibile est quod fiat aliqua figura regularis ex eis: sic ergo in presenti capitulo investigavimus breviter numerum et dispositionem corporum regularium per evidentiam demonstrativam per quam etiam patet fabricatio talium corporum.

Capitulum quintum de loci repletionē.



ONSEQVENTER ad ista videre oportet de loci repleti-
one & quæ de corporib⁹ regularib⁹ locū replere nata sunt.

Circa hoc autē negociantē tam mathematici q̄ naturales quēadmodū notū est
per Aristotelē tertio celi & mūdi & p̄ cōmētatorē ei⁹: & ppter hoc arguit vtilior
huius rei pericia. Op⁹ autē recipere repletionē loci in solidis p̄portionabiliter
ad repletionē loci in planis de qua dictū est supra libro p̄mo caplo de lineis: si
cut em̄ ibi replere locū est occupare totū spaciū qd̄ circūstat aliquē punctum in
plano: qd̄ sit p̄ q̄tuor rectos angulos in formā v̄l in valore sicut ibidē dictū est:

ita & hic replere locū ē replere totū spaciū corpale qd̄ circūstat p̄fectū sup̄ quē interfecāt se tres linee ad
angulos rectos. Et dicit aueruis qd̄ paucitas sup̄ficialū replētū sua loca causa est paucitatis corporū
replētū sua loca: scimus autē ex p̄mo libro hui⁹ qd̄ tantū tres figure sup̄ficiales regulares: scz trian-
gulus q̄drangulus & exagonus replēt locū: ppter qd̄ videtur aueruis ponē qd̄ tāti cubus & piramis
insolidis replēt locū: cubus em̄ in corporali repletionē correspōdet q̄drato in sup̄ficiali repletionē: qz
cub⁹ sit ex q̄dratis sup̄ficieb⁹ regularib⁹: & piramis correspōdet triangulo regulari qz sit ex triangu-
lis: s; figure exagone nō correspōdet figura tertia corpalis replēs locū: qm̄ ex exagonis nō ē possibile
aliqud corpus regulare cōstitui: vt p̄t ex p̄cedētī caplo demonstrationē vltima. S; hec nō ē nisi p̄uasio.

Comēta-
tor auerro
is.

Conclusio
vnica.

De cubo.

Obiectio.

Solutio.

Dubium.

Responsio

De pirami
de vel tetra
cedron.
Opinio.

Reproba-
tio.

Alia opio.
Ad rōnes
prime opi
nionis.

Dico ergo quod secundum veritatem cubus replet locum: sed secundū opi-
nionem aueruis piramis etiam replet locum.

Ad habendā autē certitudinē de cubo plus valet experientia quā ratio illogistica: videmus em̄ ad sen-
um & ad experientiā qd̄ octo cubi cōgregati circa vnū punctū totū spaciū circa ipsū replent ad oīm
differētiā positionis: si em̄ intelligamus tres lineas in acre interfecantes se ortogonaliter: sicut appa-
ret in tribus paleis sibi mutuo applicatis: q̄ faciunt. 12. angulos rectos sicut p̄t: inter illas lineas su-
perius intercipientur quattuor cubi sine interuallo & alij quattuor inferius cōsistenter: ita qd̄ supra
sectionē q̄tuor & infra etiā q̄tuor & ita octo cubi totū spaciū occupabūt. Est tamē etiā ad hoc ratio sa-
tis cogens: nam vt declaratū est in arithmetica: si cubus ducat in cubū p̄ducetur cubus: accipiat qd̄
corpus cubicū & multiplicabo talia corpora cubica secundū cubicū numerū: verbigratia secundū 8.
qui est p̄mus numerus cub⁹: ex illa ḡ p̄positione arithmetice si cōponant illa octo facit cubū: sed
nō facerēt cubū nisi replerēt locū circa vnū p̄fectū quē oēs attigūt: hoc manifestū ē qm̄ aliter magna eēt
eorū separatio adinuicē extrinsecus: op⁹ ḡ vt locū replerent. Sed si obiceret quod si ista ratio cōclūde-
ret sequerēt quod. 27. cubi replerent locū qz. 27. est numerus cubicus & ita de oībus alijs cubicis:

quod est manifeste fūm: nā si octo replēt locū impossibile est plura vel pauciora corpora cōcurrere ad
replendū locū: sicut in sup̄ficiebus qz sex trigoni: tres exagoni: q̄tuor tetragoni replēt locū: impossi-
bile est vt ex eis plures vel pauciores replerent locū. Et dico ad illud quod in p̄posito locus dicitur
repleri qm̄ corpora repletiua cōcurrūt & cōtingūt vnū punctū: ita quod nō sufficit ad repletionē loci in
p̄posito quod nō intercipiāt vacuū siue separatio inter partes: sed cū hoc requiritur quod ista corpora
cōtingant vnū punctū in medio: nunc autē cubi octo sic excludūt vacuum siue separationē partium qd̄
quilibet eorū trāsmittit angulū vnū ad cōm p̄fectū in medio situatū: qd̄ nō facit quisqz alius nume-
rus cubicorū: ex quo p̄t quod ratio predicta solū habet locū in octonario cubo & in nullo alio nume-
ro siue cubico siue nō cubico. Est adhuc alia instātia siue ambiguitas soluēda: si em̄ octo cubi replent
locū scz octo angulis solidis cōcurrentibus ad vnū punctū: cū quilibet talis angulus solidus sit ex ta-
libus tribus sup̄ficialib⁹ angulis rectis: videt quod ad repletionē loci requirantur. 24. recti: nam ter
octo sunt. 24. nunc autē i trib⁹ lineis se interfecantibus solū. 12. apparent anguli recti: vt supra dictū
est. Ad hoc dicendū est quod in corporibus cōgregatis circa vnū punctū semp duo anguli sup̄ficia-
les duorū angulorum corporalium cōiuncti sunt secundū p̄fundum: & ideo nō plus faciunt duo qd̄ si
esset vn⁹ solus. De piramide magna est altercatio qm̄ aueruis ponit qd̄. 12. piramides replent locū:
ppter hoc qd̄. 12. anguli piramidis valēt octo angulos cuborū ḡ ita replēt locū vna fīga sicut & alia:
assumptū p̄batur qm̄ q̄libet angulus solidus piramidis est ex trib⁹ angulis sup̄ficialibus q̄ valent
duos rectos q̄libet em̄ est tertia pars duorū rectorū ḡ. 12. tales valēt. 24. rectos sicut octo anguli cu-
borū. Alij reprehēdunt auerūm in hoc dicētes quod nō minus qd̄. 20. replent locutū: & allegāt expe-
rientiā p̄t: & hoc videt satis rationabile qz ex eis resularet corpus. 20. basium qd̄ vocat icocedron
& si intelligamus subtili imaginatione icocedron diuidi in piramides ductis lineis a singulis angul⁹
cuiuslibet basis de. 20. basibus eius in medium ipsius corporis vident resultere viginti piramides.

Et ita videtur esse verissimilior sententia eorum qui dicunt viginti pirami-
des posse replere locum.

Et oīno certū est qd̄ ratio aueruis nō p̄cedit: nō em̄ valet p̄na angulū sup̄ficiales. 12. piramidū valent
angulos sup̄ficiales octo cuborū. ḡ tanta corpulentia est sub istis sicut sub illis: possibile em̄ ē qd̄ an-
gulus solidus minoris corpulentie cōtineat sub tātis vel maiorib⁹ angulis planis: sicut minor sup̄fi-
cies cōtineri pōt sub cōlibus vel maiorib⁹ lineis vt in secūdo libro demonstratū est. p̄opterea si va-

leret ratio auernis de piramide: cōcluderet necessario de octocedron qz replet locū: quod tñ in ula cpi
nio nec ipse Aristoteles dicit: angulus enī solidus octocedron cōtinet a q̄ttuor angulis triangulorū
regularium: quapropter cū tres de illis valeant duos rectos & vnus vnā tertiā duorū rectorū: sequit̃
q̄ nouē eius anguli valēt octo angulos cuborū: valebūt enī tales nouē pmo. 18. rectos & remanet de
quolibet vnus angulus: & ita nouē sunt anguli plani remanentes q̄ valēt sex rectos: igr̃ omēs valēt.
24. rectos quātus est valor octo angulorū cubicorū. Itē fl. 12. piramides replet locū sequeret̃ q̄
ex eis resuleret corpus. 12. basium triangularū cōgregatis ipsis circa vnū punctū: qz de qualibet pi
ramide esset vnus triangulus in sup̄ficie illius corporis: & cum isti trianguli essent eq̄les & regulares
oporteret tale corpus esse regulare: & ita p̄ter q̄nq; corpora regularia esset sextū corpus regulare cu
lus oppositū demonstratū est. De. 20. piramidib; si repleant locū quīs videat̃ p̄babile: nō est tñ vsq;
quaq; certū: qz q̄ diceret octo piramides replere locū: diceret siliter ex ipsis resultare corpus octo ba
sium qd vocat̃ octocedron: & itē ipsum octocedron siliter resolveret subtiliter imaginans in octo pi
ramides. Si autē cōstaret quod piramides in quas predicto modo resoluit̃ icocedron essent regula
res: iam nō videret̃ res esse dubia: sed qz per viam disputationis non possumus p̄nunc ad plenam
certitudinem deuenire: ideo relinquatur ad presens illud indiscussum.

Capitulum sextum determinat de sphaera.



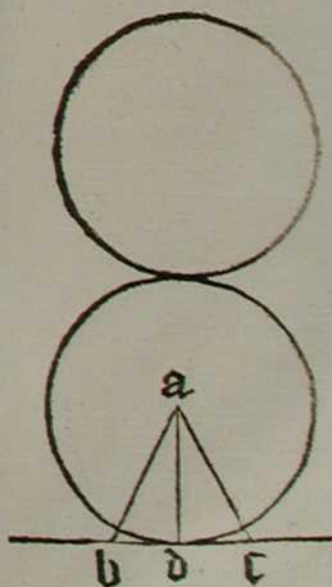
VNC post tractatum de corporibus polygonis regularibus: tan
gendū est aliqd de sphaera: q̄ est figura regularis simpliciter vnifor
mis: maxima: nobilis: & perfecta: incipiendo a diffinitionibus: &
subiungam conclusiones de circulis in sphaera significabilibus se
quando dicta theodosii philosophi.

Scdm̃ g̃ theodosiū sphaera est figura solida vna tñ sup̄ficie cōtēta: in cui; sup̄ficie medio ē p̄ct; a quo
oēs linee recte ducte ad superficiem eiusdē sphaere sunt eq̄les: & hic qdē p̄ctus dicit̃ sphaere centrū. Itāc
quidē diffinitionē cōprehendit Aristot. breuiter quarto & septimo methaphisice vbi dicit: sphaera est fi
gura solida ex medio equalis. Scdm̃ theodosiū diameter sphaere est linea trāsirens p̄ centrū sphaere
applicans extremitates suas sup̄ficie sphaere ex vtraq; parte. Axis sphaere est diameter eiusdē sphaere:
que cū sphaera circa ipsam diametrū voluit̃ fixa manet. Axis autē extremitates poli sphaere notant̃.
Polus circuli in sphaera signati est p̄ct; existēs in sup̄ficie sphaere: a quo omēs linee ducte ad ipsius
circuli circūferentiā sunt equales. Circulus in sphaera p̄ centrū trāsire dicit̃ in cuius sup̄ficie centrū sphae
re cōstitit. Circuli i sphaera a cētro eq̄līter distare dicunt̃: qñ perpendiculares linee a cētro sphaere ad ip
sorum circulorū sup̄ficies ducte fuerint adinuicē equales sicut duo tropici. Polus autē circulus a centro
distare dicit̃ sup̄ cuius sup̄ficiem cadēs linea ppendicularis est lōgiōr. Et nota qd circulus in his diffini
tionibus nō accipit̃ p̄ circūferentiā tantū in sup̄ficie cōuēxa ipsius sphaere descripta: sed p̄ circulari su
perficie plana trāsente imaginabiliter p̄ sphaere corpulētiam & ad circūferentiā in sphaere sup̄ficie de
scriptā terminata. Angulus sphaeralis dicit̃ angulus ex duob; arcibus in sup̄ficie sphaere pueniens.
Angulus rect; sphaeralis dicit̃ angulus inter duos arcus interceptus: cū omēs interceptiones arcuū
equales fuerint. Angulus q̄ recto maior est obtusus dicit̃: q̄ vero recto minor acutus appellatur. Cir
culus i sup̄ficie sphaere descript; sup̄circulū inclinatur dicit̃ cū eorū intersectiones fuerint secundū angu
los ineq̄les: inclinatio autē eorū dicit̃ differētia recti anguli. Et circuli in sphaera sup̄ alios circulos equa
liter inclinari dicunt̃: quorū inclinationes sunt equales. Magis autē inclinati sunt quorū inclinatio
fuerit maior minus inclinati dicunt̃ quorū inclinatio minor fuerit. Sphaera sup̄ficies contingere dicit̃
que cū sphaerā tangit in q̄cūq; partē fuerit protracta eandē sphaeram non seccat: sit g̃ prima conclusio
de sphaera tangente planum: que est apud theodosiū tertia & est talis.

Prima conclusio.

Si sphaerā planā superficies cōtingat: in vno puncto tantū cōtingere necesse
est. Ex quo manifestū est: multo magis sphaeram asphaera cōtingi in puncto.

Si enī in pluri cōtingat q̄ in p̄cto: aut igitur in linea aut in superficie: & si quidē in superficie: necesse
est vt etiā in linea cōtingat: qz sup̄ficies nō est sine linea: si autē in linea cōtingat: iā reddit demonstratio
quarti capli de circulis i scdo lib. hui; q̄ pbat circulū cōtingere lineā in p̄cto solū. Si autē sphaera cō
tingat planū super lineam: a centro sphaere quod sit. a. ad terios linee secundū q̄ sphaera contingit pla
num q̄ sunt. b. c. p̄traham lineam. a. d. in medium linee. b. c. & erūt duo trianguli. a. d. b. & a. d. c. Sic
arguo sic: aut. a. d. linea incidit. c. b. linee orthogonaliter aut nō: si sic erit in vtroq; triangulo angul;
apud. d. rectus: & per cōsequēs in istis triangulis erūt latera. a. b. & a. c. lōgiōr a latere. a. d. per tertiā
capli de triangulis: cum maioribus angulis in illis triangulis opponatur. Si vero. a. d. linea nō in
cidat linee. b. c. orthogonaliter tunc angulū obtusum facit cum linea. b. c. & ei in suo triangulo maius
latus opponitur per eandē tertiā: ex quo sequitur quod tres linee venientes a cētro. a. vsq; ad puncta
b. d. c. non sint equales: sed illa tria p̄cta sunt puncta circūferētie: igitur in sphaera linee venientes
a centro ad circūferentiā nō sunt equales: quod est oppositū sphaere & circuli diffinitionis. Correla



QVARTI LIBI GEOMETRIAE.

rium de sphaera sphaeram tangente: p^{te} manifeste ex declaratione diffinitionis.

Secunda conclusio.

Vnam sphaeram duodecim sphaere aequales circumpositae contingunt.

Ista p^{te} manifeste p^{er} ultimam cap^{it} de circulis i sec^{do} lib. hui^{us}: q^{uia} c^{um} sex sphaere orbiculariter applicent^{ur} sphaere p^{ri}ncipali p^{er} illam: q^{uia} si signet^{ur} circulus maior in sphaera q^ulibet: tunc erit demonstratio vt prius: sed q^{uia} sp^{ati}um est vtrobiq^{ue} iuxta latera illar^{um} sex sphaera^{rum} ordinar^{um} in circuitu sphaere p^{ri}ncipalis: scilicet c^{on}uincitur q^{uod} n^{on} nisi tres sphaere in vno sp^{ati}o et tres in alio capi possint: et sensus hoc indicat: n^{am} c^{um} fecerimus. 13. sphaeras decera aequales: videbimus q^{uod}. 12. sic possunt applicari circa tredecim ita q^{uod} q^ulibet illar^{um} contingat ea in inferius: et c^{um} hoc quattuor de sphaeris lateralibus: vt sit contactus cuiuslibet sphaerar^{um} laterali^{um} sc^{ilicet} q^{uod} p^{er}fecta q^{uod} sunt teri^{um} diametror^{um} secant^{ur} se lateraliter siue orthogonally in vno quoc^{um}q^{ue}: nisi q^{uia} apud teri^{um} vni^{us} diametri qui est sextus punctus non est c^{on}tactus: q^{uia} superius alias sphaeras n^{on} contingunt. Post hoc pon^{am} conclusiones de circulis in sphaera significab^{il}ibus: et prima erit ista que est tertia in ordine.

Tertia conclusio.

Si in sphaera plurimi circuli signentur: is qui per centr^{um} sphaere transierit: omnibus erit maior. Reliquor^{um} quid^{am} hui^{us}: quor^{um} longitudo a centr^o aequalis fuerit: erunt aequales: at cuius longitudo a centr^o maior fuerit: minor erit: & cuius longitudo minor fuerit: est maior.

Hanc c^{on}clusionem et sequentes volo exemplificando deducere: et q^{uia} ordinant^{ur} ad astronomiam: ideo c^{on}uenienter in sphaera celesti vel materiali celestem sphaera^m representate exemplificari possunt: sunt c^{um} in sphaera celesti plurimi circuli signati sicut p^{er} in sphaera materiali: eor^{um} aut^{em} q^{uod} quid^{am} p^{er} centr^{um} transierint alijs sunt maiores: sicut equinoctialis et zodiacus et coluri et h^{uius}modi q^{ui} p^{er} centr^{um} transeunt: et sunt maiores tropici et circuli arctici q^{ui} p^{er} centr^{um} sphaere n^{on} transeunt. Et istor^{um} h^{uius}modi quid^{am} sunt aequales quor^{um} longitudo a centro equalis est: vt duo tropici: et duo arctici. Inaequales aut^{em} sunt quor^{um} longitudo a centr^o est inequalis: et maior cuius longitudo a centr^o minor est: minor vero cuius longitudo a centr^o maior: sicut p^{er} accipiendo tropicu^m c^{an}c^{ri}: et circulu^m arcticu^m. Accipit^{ur} aut^{em} hic circulus n^{on} p^{er} circumferentia^m t^{em}p^{or}is: sed p^{er} superficie^m circulari sicut in precedenti cap^{it}o exposu^{it} est. Ex ista p^{ro}positione accipiunt^{ur} ille diffinitiones maior^{um} et minor^{um} circulo^{rum} in tractatu de sphaera. scilicet q^{uod} maior circulus in sphaera dicit^{ur} qui descri^{bitur} p^{er} superficie^m sphaere sup^{er} eius centr^o sphaeram diuidit in duo equalia: minor vero q^{ui} diuidit eam in portiones inequales. Et ista eti^{am} accipitur numerus vtrobiq^{ue} circulo^{rum} in sphaera materiali: q^{uia} maiores sunt sex qui scilicet transeunt p^{er} centr^{um} sphaere: minores aut^{em} quattuor qui extra centr^{um} transeunt. Theodosius tamen n^{on} limitat hos aut illos ad aliquem determinatum numerum.

Quarta conclusio.

Circuli aequales & aequedistantes in sphaera n^{on} sunt nisi duo tantum: inaequales vero & inequedistantes infiniti. Omnium autem aequedistantium eor^{um} esse poles necesse est.

Prima pars sequitur ex p^{re}missa: aequales c^{um} sunt circuli quor^{um} longitudo est equalis a centr^o: vt dicit^{ur} p^{re}missa: hec aut^{em} longitudo m^{ed}suratur p^{er} perpendicularares lineas a centr^o sphaere ad ipsor^{um} circulo^{rum} superficie^m ductas p^{er} diffinitione^m equaliter distantium a centr^o: tales aut^{em} p^{er}pendicularares respectu equedistantium circulo^{rum} a centr^o n^{on} possunt esse nisi due: que c^{on}iungunt^{ur} in centr^o et vna rectam lineam faciunt & c^{etera}. Istud eti^{am} p^{er} in circulis sphaere materiali: n^{am} tropico c^{an}c^{ri} nullu^m equedistantem circulo^{rum} possibile est esse equali nisi tropicu^m capricorni: et similiter de duob^{us} circulis. scilicet arctico et antarctico: q^{uia} circulo arctico nullus in sphaera est equalis nisi circulu^m antarcticus. Quod aut^{em} inaequales et inequedistantes possunt esse infiniti manifestu^m est q^{uia} in sphaera materiali sunt sol^{us} q^{uod} equedistantes. Tertia pars p^{er} diffinitione^m poli: est c^{um} polus punctus in superficie sphaere a quo omnes linee recte ad ipsius circuli circumferentia^m p^{ro}tracte sunt aequales: n^{unc} aut^{em} quicunq^{ue} parallelor^{um} accipitur in sphaera constat quod omnes linee ducte a polo mundi ad eius circumferentia^m sunt aequales.

Quinta conclusio.

Circulorum se contingentium diuersos esse poles necesse est: erunt t^{em}p^{or} ambo^{rum} poli in vno circulo transeunte p^{er} locum contactus.

Prima pars p^{er} q^{uia} circuli se contingentes in oib^{us} locis separant^{ur} nisi in puncto c^{on}tinentie vel c^{on}tactus: p^{er} in zodiaco et tropico q^{ui} tantu^m in puncto solstitiali se contingunt: accipio & polum minoris circuli puta poli^m m^{un}di q^{ui} est polus tropici: q^{uia} ab eo p^{ro}tracte linee ad tropicu^m sunt aequales linee p^{er} poli^m diffinitione^m: si igitur punctus iste sit polus zodiaci sequitur q^{uod} linee ab eo ducte vsq^{ue} ad zodiacu^m sunt aequales: hoc aut^{em} apparet esse falsu^m ad sensu^m et facile erit deducere ad impossibile c^{on}tradictioⁿem.

CAPVT SEXTVM.

vt patet ex nona & decima conclusionibus in capto de circulis allegato. Secunda pars ptz nā polus zodiaci est in eodem circulo cum polo mundi in circulo scz qui transit per locum contactus zodiaci & tropici: hic autem circulus est colurus solsticiozum: sicut patet in sphaera materiali.

Sexta conclusio.

Si aliquem circulum maiorem in sphaera circulus alius per æqualia diuiderit: ipsum quoq; diuidentē de maioribus circulis esse necesse est: q; si ortogonaliter & per æqualia scilicet ad angulos rectos diuiderit: vtriq; per polos alterius transire conueniet.

Prima pars ptz si em aliquis circulus aliquem maiorem circulum per æqualia diuiderit: oportet qd diuidat eum sup eius centrū: centrū autē maioris circuli in sphaera est centrū sphere: quapropter opz qd talis circulus diuidēs transeat per centrū sphere: & erit circulus maior in sphaera per tertiam huius capli. Secunda pars ptz qm si cū hoc qd diuidit ipsum per equalia diuidat ipsum ad angulos rectos: cū mutuo se diuidant orthogonaliter & per equalia: mutuo quoq; per suos polos transibūt: sicut ptz de duobus coluris in sphaera: & de alterutro colurozum & de equinoctiali circulo: & sic de alijs similibus. Ex hoc ptz qd in sphaera transire per polos & secare orthogonaliter & diuidere per equalia coniunguntur necessario & vnum illorum alterū antecedit & sequit: & hoc multum vlt ad noticiam ortus & occasus signorum in astronomia sicut alias declarau. Conclusiones sequentes erunt de circulis quorum vnus est inclinatus super alium: illi sunt etiam de intersecantibus sphaeram.

Septima conclusio.

Omnis circulus maior secans circulos quoscūq; æquedistantes in sphaera: & inclinatus super ipsos: diuidit eos omnes in duas portiones inequales præter circulum maiorem qui eis æquedistabit. Et vnaqueq; portionum apparentium: quæ sunt inter circulum maiorem ex æquedistantib; & polum manifestum: semicirculo maior est. At vero quelibet earū: quæ sunt inter eundem maiorem circulum & polum occultum: est semicirculo minor. Coalternæ vero portiones circulorum æquedistantium & æqualium adinuicem æquales sunt.

Istam propositionem theodosij breuiter expeno in terminis & hoc sufficet: maior circulus inclinatus est zodiacus vel orizon obliquus: equedistantes circuli sūt circuli imaginati inter duos tropicos quorum maior est equinoctialis: quos cūq; secat zodiacus vel orizon obliquus in portiones inequales præter equinoctialem. Et portiones quæ sunt versus polum arcticum apparentes supra sunt maiores semicirculo: nō apparentes sunt minores eo: portiones vero apparentes versus polum antarcticum sunt minores semicirculo: & non apparentes sunt maiores semicirculo: sed coalternæ portiones circulorum æqualium hinc inde sunt æquales: q; portio patens ex vna parte equinoctialis & portio latens ad aliam partem equinoctialis ad tantā distātiā æquales sunt. Et q; in sphaera insidi arcus isti sunt arcus dierum & noctium artificialiū in diuersis tēporibus: sequitur igitur qd dies & noctes in sunt æquales. Et ex ista propositione poterunt patere ea quæ accidunt circa inequalitatē dierum & noctium in diuersis anni temporibus.

Octaua conclusio.

Cum in sphaera duo circuli maiores se inuicem secant: si ab alterutra earum sectionum ex vtroq; eorum duo arcus æquales adinuicem separentur: quos punctus sectionis cōmunis continuat: rectas lineas qui eorum extremitates continuant: oportet esse æquales.

Verbigratia: sint duo circuli maiores secantes se in sphaera scz equinoctialis & zodiacus: puncta vero sectionum sint puncta equinoctialia: accipiam tunc alterū punctū duarū sectionum puta punctū arietis & sit a: & accipiam duos arcus æquales in zodiaco cōterminatos ad a puta signū piscium & signū arietis: & accipiam in equinoctiali duos arcus æquales copulatos ad a. & sint. b. a. & c. a. & b. a. correspondeat signo piscium. a. c. signo arietis: tunc dico q; si ducatur vna recta linea a principio piscium ad b. & alia a fine arietis ad c. dico q; iste due linee recte sunt inter se æquales. Fundatur ista demonstratio in secunda conclusione capli de lineis: & in tertia petitione de mēsurā angulorum i pmo lib. huius. Ex isto apparet q; tanta est declinatio solis in signis australibus quā est in septentrionalibus: & cū sol est in fine arietis tanto declinat quāto in principio piscium: & sic de alijs.

Nona conclusio.

Circulus maior in sphaera si super alium circulum maiorem fuerit inclinatus: fuerintque ex una qualibet quarta circuli inclinati (cuius principium sit alterutrum punctorum duarum sectionum) duo arcus separati aequales continui: arcus circulorum maiorum a polo alterius per extremitates horum duorum arcuum in ipsius circuli circumferentiam cadentes: ex ipsa circumferentia arcus inaequales abscinduntur: quorum ille est maior qui erit ab eorum sectione communi remotior.

Verbigratia: zodiacus inclinatur super equinoctialem maior circulus in sphaera super alium maiorem: de zodiaco accipio unam quartam illam scilicet que est a principio arietis usque in finem geminorum: et ex hac quarta volo separare duos arcus aequales continuos: et sint duo signa aries et taurus: volo tunc quod descendant tres arcus circuli maiorum a polo mundi: qui est polus equinoctialis: per tria puncta illorum arcuum: scilicet per primum punctum arietis: et per primum punctum tauri: et per primum punctum geminorum usque ad equinoctialem circulum: isti tres arcus sic descendentes a polo mundi in equinoctialem per tria puncta predicta abscindentes aequales arcus de zodiaco: abscinduntur in ab equinoctiali arcus inaequales: quorum ille est maior qui est a communi sectione. id est a puncto arietis remotior. Ex quo patet quod arcus equinoctialis qui abscinditur cum tauro est maior arcu equinoctialis qui abscinditur cum arietis: similiter arcus qui abscinditur cum geminis: maior est eo qui abscinditur cum tauro. Huius rei demonstratio pendet ex illa propositione Euclidis in primo libro: scilicet quod eadem basis vel equalis maiori angulo opposita in lineis brevioribus quam in longioribus: nam signum tauri propinquius est polo quam aries: ad maiorem vero angulum in polo mundi sequitur maior arcus in circulo equinoctiali. Et haec est ratio quare signa cum equalia sint: tamen in aequales habent ascensiones: quia aequales arcus de equinoctiali circulo habent necessario aequales ascensiones: quia motus celi est super eius polos et est equalis et uniformis: hinc autem est quod cum equali arcu de zodiaco oritur quandoque plus quandoque minus de equinoctiali circulo sicut convincitur per hanc conclusionem eundem: si tamen vera sit opinio que distinguit ascensiones et duodecim domos celi per circulos a polo mundi venientes: et non potius illa que predictos circulos praehabet a communi intersectione orientis et meridiani.

Quarti libri & totius compendii geometriae finis.

Libellus de quadratura circuli editus

a quodam Religioso ordinis Fratrum minorum: quo intendit circulum quadrare quo ad lineam: & inuenire quadratum isoperimetrum circulo: licet area quadrati sit minor area circuli.



ARISTOTELES in eo qui de categoriis libro inscribitur dicit: quadratura quidem circuli scibilis est: scientia autem eius nondum inuenta est. Et implerisque locis reprahendit multos & magnos qui hoc demonstrare conantes enormiter errauerunt. Hic vero quadratura circuli demonstratur: & primo praemittuntur. 4. conclusiones & probantur: secundo ex his inducitur & concluditur quinta principaliter intentata.

Prima conclusio.

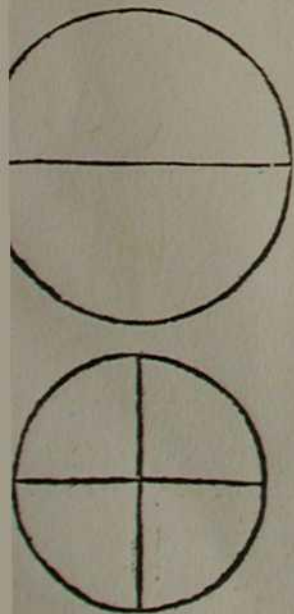
Lineam orbiculariter ductam bina diametro in quattuor aequalia seccare.

Diameter est linea recta ab extremo in extremum per centrum ducta diuidens figuram in duas partes aequales: ut patet hic in prima figura. Si vero due sint diametri sese intersecantes in centro ad angulos aequales: diuidunt figuram in quattuor partes: ut patet hic per secundam figuram. Dicitur autem diameter a dia quod est duo et metros quod est mensura: quasi duorum mensura: scilicet duarum medietatum.

Secunda conclusio.

Lineae orbiculariter ductae lineam rectam aequalem dare.

Iuxta mathematicorum sententiam et philosophicam veritatem circulus diuiditur in 22. partes: quarum una remota scilicet vigesima secunda parte: tertia pars summe remanens est diameter circuli: scilicet septenarius siue septem: tripletur igitur diameter et addatur septima diametri pars ordinenturque partes huius in recto et habetur linea recta equalis circulari lineae: ut patet hic liquidum est videre.



Tertía conclusio.

Lineam rectam in quattuor æqualia secare.

Ad sic ptz: fiat circulus vnus deinde circino nō restricto nec ampliato sed stāte vniformiter vt prius: ponatur pes circini in circūferētia ⁊ ducat vt secūdu circulus cōstituatur: qui in duob⁹ locis inter se cet p̄mū ⁊ intersecet ab eo trāsīens p̄ centrū p̄mī: de hinc ducat linea recta p̄ ambo cētra ab extremo in extremū vtriusq; circuli: ⁊ vbi terminabit hęc linea in circūferētia secūdi circuli ponat iterū pes circini sub dispositiōne prioris: ⁊ ducat vt tertius circulus cōstituatur q̄ in duob⁹ locis intersecet secūdu ⁊ intersecetur ab eo cōtingēs p̄mū ⁊ centrū secūdi: trahaturq; predicta linea recta vsq; ad circūferētiā tertij circuli: vt ptz in figura presentī. Iſte predicta igit linea recta trāsīens p̄ tria cētra ab extremo p̄mī circuli ad extremū tertij diuiditur in q̄tuor partes eq̄les: nā qualibet due partes predictę lineę sunt in eodē circulo a cētro ad circūferētiā ductę: q̄ sunt equales: ⁊ qm̄ quęcūq; vni ⁊ eidē sunt equalia ipsa inter se sunt eq̄lia: q̄ quibet pars lineę in vno predictoꝝ circuloꝝ cōtenta est eq̄lis cuilibet alij parti lineę in alio circulo cōtente. Idē pōt fieri alio modo: fiat circul⁹ vnus deinde pede circini nō diuersificati posito in circūferētia eiūsdē circuli reliquus autē pes ipsius circini nō variati protendat ex tra circulū supradictū: ibiq; fixo cētro ducatur vt secūdu circulus cōstituatur cōtingēs p̄mum in puncto: postq; in puncto cōtingētie pede circini nō mutati ducatur alius pes circini vt tertius circulus cōstituatur inuicē secans duos predictos circulos trāsīens p̄ eorū cētra: tunc trahatur linea recta p̄ tria cētra q̄ secatur in .4. ptes eq̄les vt manifestū ē: nā q̄z due ptes ⁊c. vltima.

Quarta conclusio.

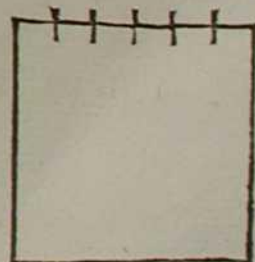
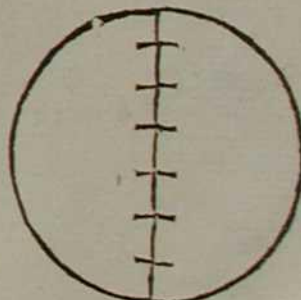
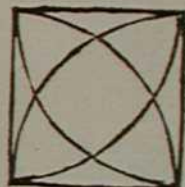
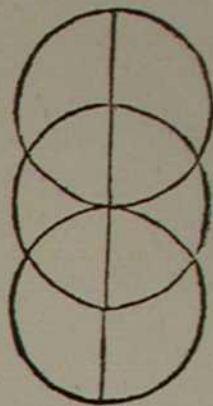
Ex quattuor rectis lineis æqualibus quadratum constituere.

Hoc quidē manifestū est: ⁊ nihilominus pōt demonstrari sic: sint due lineę recte sese in capite cōtingentes ex quarū cōtactu cōstituatur vnus angulus rectus: deinde ponatur pes circini in cōtactu ipsarū linearū: reliquus vero pes in capite alterius linearū predictarū: ducaturq; vsq; ad caput alteri⁹ lineę: nec circulus cōpleatur sed cōplet⁹ intelligatur: sicut ptz in hac figura. Deinde ponatur pes circini nō variati in capite alterius linearū predictarū: vsus circūferētiā: que scz due lineę supradictę sunt due semidiametri circuli prelibati: alter vero pes ponatur in cētro predicti circuli ⁊ ducatur cōstituēs circulū intersecantē predictū ⁊ se p̄ illum in vno loco vsq; ad locū ad quē ducta de cētro linea recta cōstituit angulū rectum cū semidiametro circuli p̄mī: q̄ terminatur in cētro huius secūdi: vt ptz in hac figura. Post hęc ponatur pes circini nō diuersificati in capite alterius semidiametri p̄mī circuli versus circūferētiā: reliquus vero pes ponatur in cētro eiūsdē circuli p̄mī ⁊ ducatur vsq; ad locū vbi terminatur linea ducta a cētro secūdi cōstituēs circulū intersecantē primum ⁊ se p̄ illum in vno loco: ⁊ tunc linea recta trahatur de cētro huius tertij vsq; ad caput lineę p̄cedentis de cētro secūdi: vt ptz in hac figura. Deinde ponatur pes circini nō mutati in capite lineę p̄cedentis de cētro secūdi circuli ad circūferētiā: alter autē pes ponatur in cētro tertij ⁊ ducatur vsq; ad cētrū secūdi cōstituēs circulū intersecantē ipsos: scz p̄mum ⁊ scdm̄ quēlibet in loco vno ⁊ se per illos: vt in hac figura plenius declaratur. Quattuor igit lineę recte in predictis quattuor circulis cōtente cōstituunt q̄dratum eq̄laterū: sunt enī equales sibi inuicem omnes: nā quēlibet due sunt in eodē circulo ⁊c. vt prius: ⁊ nota quod ideo nō cōpleantur actu dicti circuli: q̄ cōpleti actu tollerēt euidentem sensibilitatē quadrati sub eis constituti.

Quinta conclusio.

Rem nouā mirabilē quadraturā circuli: velut inscrutabilē adpud doctores populū: olim sicibilē puri cernūt oculi: vere demonstrabilem nūc in fine seculi.

His figura plana vnica linea orbiculariter ducta cōtēta: cuius diameter transcendit precise quartam eiūsdē figure semī partib⁹ tribus: est equalis quadrato cuius latus eiūsdē circuli diameter transcendit precise semipartib⁹ tribus: ois circulus est figura plana ⁊c. q̄ ois circulus est equalis quadrato cui⁹ latus eiūsdē circuli diameter trāscendit precise semipartib⁹ tribus. Maior sic ptz quęcūq; ab eodē superatur equaliter inter se sunt equalia: si enī tetracubitu aureum ⁊ tetracubitu argenteum a penitacubito ligneo equaliter superatur qz in vno cubito: q̄ tetracubitu aureum ⁊ argenteum necessario equalibuntur: qz igit quēlibet quarta circuli ⁊ quodlibet lat⁹ huius quadrati a diametro circuli eq̄liter superatur. I. in semipartibus trib⁹: igit quēlibet q̄rta circuli ⁊ quodlibet latus q̄drati huius necessario sunt equales: ⁊ sic circulus ⁊ q̄drat⁹ huius sunt eq̄les: nā quorūcūq; oēs ptes sibi inter se sunt eq̄les ⁊ ipsa iter se sūt equalia: minor. ppositio etiā vera est: vt apparet ex his q̄ dicta sunt in scda cōclūsiōne: si enī scdm̄ q̄ pleriq; mathematici scripserūt iuxta phisicā veritatē circulus diuidatur in .22. ptes remota vna parte: scz vigesima scda: tertia remanentis scz septē est diameter circuli ⁊ q̄rta circuli cōtinet q̄nq; ptes ⁊ dimidiū vnus: nā q̄rta .22. partū est q̄nq; cū dimidio siue q̄nq; partes ⁊ dimidiū vnus partis: diameter q̄ circuli scz septē trāscendit precise quartā circuli scz q̄nq; partes eius ⁊ dimidiū in semipartibus trib⁹. i. in trib⁹ dimidijs partib⁹ circuli. Iſte enī p̄missis q̄ p̄positionib⁹ vniuersalib⁹ veris recte dispositis in p̄mo modo p̄me figure sequitur necessario vltis cōclūsiō vera: scz q̄ ois circulus est equalis quadrato cuius lat⁹ eiūsdē circuli diameter trāscendit precise in trib⁹ semipartibus. Sensibilis aut huius rei euidentia ⁊ facilis intelligētia fiet hoc modo: cōstituatur circulus cuius vis magni-



tudinis: eiusdemque diameter diuidatur in septē partes equales p doctrinā datam i tertia cōclufione: de
hinc cōstituat quadratum equilaterū p artē quartē cōclufionis: culus quadrati iatus p̄cise cōtineat
quinq; partes ⁊ dimidiam diametri supradicte: sicq; p̄missis oībus peripetisq; diligenter: ⁊ intelle
ctis prudenter: cognoscat indubitatē qm̄ hic circulus est equalis huic quadrato: ⁊ talis ⁊ tantus cir
culus est qualis ⁊ q̄tus est quadratus: sicut ex p̄missis est manifestū: p̄z etiā p̄ sc̄sum in hac fīgā.
Additio. Iste bonus religiosus erat auditor: itāq; ⁊ nō doctor in geometria: vt discursus ei⁹ nimis fal
sifragus ostendit: q̄ totus fundat in sc̄a cōclufione que falsa est: vt pote includēs oppositū p̄me pe
titionis q̄tum ad secundā partē eius: q̄ h̄z q̄ inter quelibet duo puncta linea recta est breuissima oīm
aliar: sc̄a d̄o hec conclusio supponit q̄ inter eadē duo puncta linea curua ⁊ linea recta sint equales:
nā diuidit p̄ circūsi circumferētiā circuli in .22. partes equales: deinde eodē circino nō variato nu
merat in rectū totidē partes: inferens q̄ illa linea recta ⁊ illa curua sint equales: qz equali numero
mēsurant ab eodem circino nō variato: qd̄ tamē fīn̄ est qz quelibet talis mensura circini plus accipit
de linea curua q̄ de recta: q̄ in eodē numero mēsuratū circini linea curua erit maior: linea recta: quare
suus discursus potius ē sillogismus ignoratiē q̄ scientie: qz p̄cedit ex oppositis p̄ncipiorū geometrie:
cundē etiā defectū habuit demōstratio archimedis supius in fine tertij libri posita: s; differūt qz ala
ter eorū vult q̄drare circulū q̄ ad sup̄ficiē: alī q̄ ad lineā: nā utrūq; s̄l̄ ip̄sibile ē ex c̄p̄o d̄ isopimetris.

Alius libellus de quadratura circuli quē

ædidiť nostra hac ætate Carolus Bouillus natione gallus: quo inten
dit circuli aream quadrare cū archimede: sed putat nihilominus se li
neam curuam circuli in rectam conuertē: & lineæ p̄he mio sic habet.

Prima conclusio.

I RECTA linea nullo suorū p̄ntorū fixo: tota in plano æq̄li
ter moueat: necessariā suo motu parallelogrām ū describit.
Dicitur autem tunc linea equaliter moueri quando neq; ad dextrā neq; ad s̄
nistram in suo motu declinat.

Secunda conclusio.

Quod si vt prius recta linea mota secundū sui ipsius q̄titatē
feratur: ducitur in se ipsam: eritq; descript⁹ eius quadratus.

Itam linea recta si non in seipsam: sed in aliam equaliter ducatur: p̄ducet tetragonisimū id est qua
drangulum altera parte longiorem.

Tertia conclusio.

Si recta linea altero suorū extremorū fixo moueatur: circulum aut circuli
li portionem eodem motu describit.

Cuius circumferētiā sua latitōne reliquū extremum producit.

Quarta conclusio.

Quod si recta linea hoc pacto circa alterum suorū extremorū mota: vnus
recti anguli spaciō circūducat: quartā circuli partē quadratēue describet: si
vero duorū rectorū spaciū cōficiat: semicirculum. si trium: tres circuli qua
drantes: si deniq; totum circa punctum spaciū (quod quattuor rectis est
æquale) perfectum circulum suo motu absoluet.

Has quattuor p̄positiones de quadrati ⁊ circuli descriptionibus p̄docte supponēdas putauit in hac
questione: neq; earum p̄bationes apposit: qz notissime sunt ⁊ puulgate apud doctos geometras.

Quinta conclusio.

Recta linea alteri suorū extremorum fixo qualitercūq; circumducta: quod
ex ea in rectam lineam: arcui reuolutionis æqualem: ducta producit: du
plum est ei quod ex eius reuolutione fit.

Hec supponit qd̄ infra cōclufione. 2. I. p̄bandum asseritur. s. cuilibet lineæ curue: que est circumferē
tia circuli vel pars eius: rectā lineam equalē dare: illo q̄ supposito: loq̄tur hic de parallelogramo ⁊
circulo a talibus lineis descriptis q̄ se habent in dupla ⁊ sub dupla p̄portionē: q̄tum ad superficies
suas siue accipiat totus circulus siue pars eius: itaq; eadē linea ducta in rectū p̄ aliā duplā sup̄ficiē

DE QVADRATVRA CIRCVLII.

includit ad eam quā ducta ingirum includeret: sed hoc etiā eget probatione que tamen nō poniſſe hic.

Sexta conclusio.

Vnde manifestum est quicquid fit ex circuli semidiametro in medietatē circūferentiæ: siue in lineam rectam medietatē circūferentiæ æqualem: esse parallelogramum qui dato circulo necessario est æqualis.

Hec correlarie sequitur ex precedente: sed cōsequentia est inuidentis nec pbat̃. s. q. eadem linea ducta in duas alias habētes se in dupla pportione pducatur superficies habētes se etiā in dupla pportione: vnde hec includēs inuidentiam precedentis est inuidentior ea: cum tamen sit principium pxi- mum ad conclusionem de quadratura circuli intenta.

Septima conclusio.

Rursus parallelogramus ex ductu quarte partis diametri dati circuli in totam circūferentiā: aut quarte partis circūferentiæ in totam diametrum factus: eidem circulo est æqualis: qui vero fit ex ductu totius diametri in medietatē circūferentiæ: aut totius circūferentiæ in semidiametrum: circulo eidem est duplus: qui autem ex tota diametro in totam circūferentiā aut ecōtra: necessario eidem circulo quadruplus esse comprobatur.

Hec eodem modo sicut precedēs se habet ad quintā: et cōsiliiter oēs iste tres se habent ad cōclusionē hic principaliter intentā de quadratura circuli: q. prime ad ipsam antecedūt: et sumpte sunt ab archimede qui eas nunq̃ demonstratiue pbare potuit: quia in geometria practica sint viles ad opera artificum qui errorem aliquem insensibilem admittunt.

Octaua conclusio.

Si dati parallelogrami nō quadrati inequaliū laterū mediū pportionale sumat: erit quod ex eo in se ducto fit quadratū dicto parallelogramo æquale. Hanc in tertio libro nre arithmetice demonstratione probauimus: et in numeris habet euidētiā.

Nona conclusio.

Datis duabus lineis rectis inequalibus si simul addantur: atq; super totam ex vtriusq; coniūctam semicirculo descripto: & rursus a puncto cōmunis additio nis vtriusq; recta perpendiculari ad circūferentiā extensa: erit huiusmodi perpendicularis inter propositas lineas media proportionalis.

Hanc euclides in sexto sue geometrie optime demonstrat et ponitur hic in fulcimentum precedentis.

Decima conclusio.

Circulus sup lineā rectā aut planā superficie cōsistēs: eandē i solo pūcto cōtigit.

Demonstrationem huius in scō libro nostre geometrie caplo de circulis: et in quarto libro caplo de sphaera posuimus: ponitur tamē hic vi fundamentū sequentium: et potest habere duos sensus: vly de re indiuisibili: et de parte inadequata que tangit non primo.

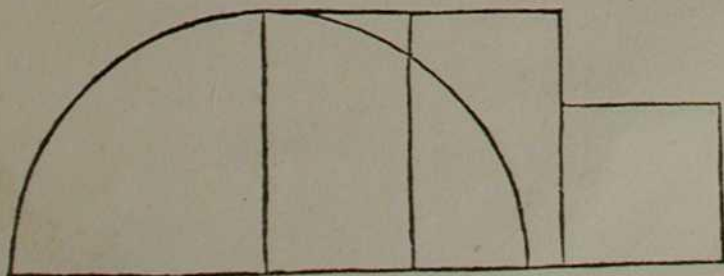
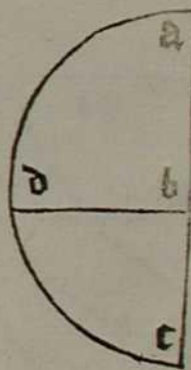
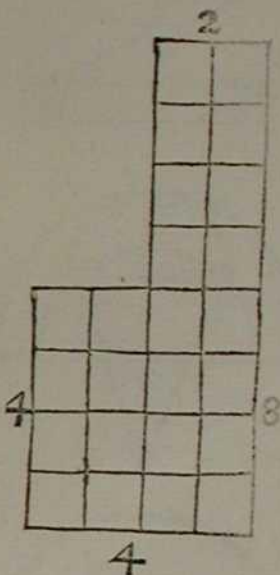
Vndecima conclusio.

Si circulus super planam superficiem æqualiter in rectum moueatur: secundum rectam lineam procedet: q̃ suo motu eius circūferentiā describet eidē circūferentiæ æqualem.

Prima pars ex teris nota est q. si mouetur in rectū: s. secundum lineam rectam quā suo motu describit imaginarie. Sed pars secunda que est principalis neruus qdrature circuli non demonstrat: neq; ex precedentibus sequitur manifeste: neq; ex sequentibus cōclusionibus elucidat: neq; ex teris est p se nota: nō est enim necessariū si hec linea suo motu describit illā q. sit ei equalis: sed hoc in multis falsū: et si limitetur hec regula de vna reuolutione precisa vt infra conclusionē. 19. adhuc consequentia est satis dubia et eget probatione scientifica.

Duodecima conclusio.

Circulus sup rectā lineam æqualiter latus inter duas æquidistātes mouet: cuius centrū etiam rectā lineam mediam describit vtriq; lateralium parallellā. Licet hec non probetur ab auctore: tamen ex prima parte precedentis clarissime sequitur: et facile ab



omnibus concederetur vt rationi consentanea.

Tertiadecima conclusio.

Circulo æqualiter super rectam lineam delato: quodlibet eius punctum (præter centrum) ad lineam motui subiectam secundum circuli archum (quadrante minore) deprimitur: aut ab ea sursum æleuatur: solum vero centrum (quod nusquam a medio discedit: nec æleuatur aut deprimitur) nullum suo motu describit archum sed lineam rectam.

¶ Potest hæc etiam similiter concedi vt præcedens: cuius pars prima infra conclusionibus. 19. et. 20. declarabit.

Quartadecima conclusio.

Circuli æqualiter super lineam rectam delati: nullum punctum præter centrum rectam suo motu describit lineam.

¶ Correlariū est præcedentis appertissimū: et fere nulla erat necessitas ipsum extra conclusionem explicandi.

Quintadecima conclusio.

Si circulus super rectam lineam consistens: a puncto contactus æqualiter super eam moueatur: quousque eundem iterum in eodem sui puncto contingat: erit recta linea utriusque mutuum contactuum punctis intercepta totius eius circumferentiæ æqualis: in qua eodem motu ducitur datī circuli diameter & parallelogramum describit.

Secunda pars facilis est: et ab Euclide in suo secundo concessa: prima tamē huius pars est dubia et inuidens sicut undecima conclusio: neque probatur illarum duarum linearum recte. scilicet et curue equalitas sufficienter ex illa rotatione circuli super planū: tum quia illa probatio est sensuālis et grossa cōpossibilis errori imperceptibili: tum quia si decima huius conclusio ad primum sensum accipiat de contactu in re indiuisibili: non possunt esse duo contactus circuli ad lineam rectam immediatē ne detur linea ex punctis indiuisibilibus cōposita: sed per illam rotationem circuli super planum circulus non continet tanget lineam rectam sed discreta: relinquit igitur multas partes interceptas contactibus quas non tangendo non adequabit eis: tum denique quia si ad secundum sensum accipiat contactus: nulla erit pars circuli quā tunc detur parua: quæ possit commensurari vel adequari alicui parti lineæ recte: quia nunquam hæc tota primo tanget illam totam quia curue partēs extrema non tangunt rectam: alias esset tota illa pars recta et non curua quod est contra suppositum: sed sensuales artifices putent quod iste due partes secundum se totas se tangant: quia ita apparet ad sensum: sapientis tamen geometri ratio verius discernit theoricæ de his rebus agens et errorem cognoscens.

Sextadecima conclusio.

Quo fit vt si linea recta (quæ perfecta reuolutione tota circumferentiā absoluit) in eius diametrum ducatur: nascetur inde parallelogramum dato circulo quadruplus: quem tamen totum vt dicimus idem circulus suo motu pertransit.

¶ Prima pars huius inuidens ex. 7. et. 15. conclusionibus inuidentibus euidenter sequitur. Secunda vero parum differt a secunda parte precedentis: hoc solo addito quod in toto illo motu due medietates circuli hinc et inde extra parallelogramum remanent.

Decima septima conclusio.

Dimidia circuli super rectam lineam reuolutio spacium absoluit eidem circulo duplum: qui est parallelogramum ex ductu rectæ lineæ: dimidiæ eius circumferentiæ æqualis: in ipsius diametrum productus.

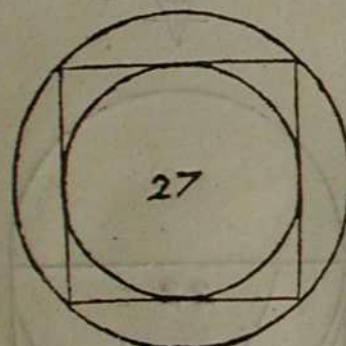
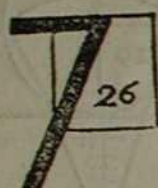
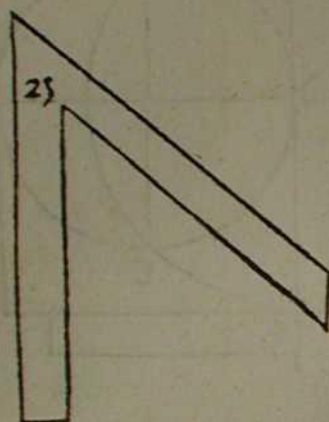
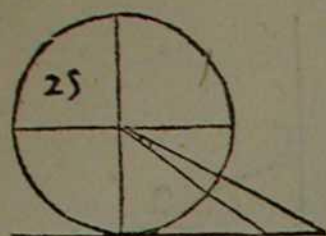
Decima octaua conclusio.

Circuli secundum quartam partem suæ circumferentiæ super rectam lineam reuolutio spacium pertransit dato circulo æquale: qui est parallelogramum ex ductu diametri in lineam rectam quarte parti suæ circumferentiæ æqualem productus.

¶ De tres conclusiones tum ex. 15. tum ex. 5. 6. 7. superioribus sequuntur: ex quarum inuidentiā ipse quoque sunt inuidentes: propter defectum probationis notatum in quintadecima huius.

Decima nona conclusio.

Punctum reuolutionis quartæ partis circumferentiæ circuli super rectam lineam in eadem linea inuenire.



Iste angulus est quoddam instrumentum artificum ligni aut ferrei habens duos pedes inaequales ad ad angulum concurrentes instar duorum laterum trianguli gradati. Inuentio et formatio dicti anguli ex. 19. huius pedes ducatur inquit Carolus linea recta a centro circuli. e. ad punctum. g. in linea contingente circuli: qui punctus erat tertius reuolutionis quarte partis circuli: hec itaq; linea. e. g. facit angulum acutum cum semidiametro. e. d. sup. centro circuli: ecce duos pedes anguli quorum maior ex. 2. 2. est. e. g. minor e. d. Iste igitur angulus intercipit ex linea. f. g. contingente circuli partem equalem quarte circuli: et equalē dico sine errore sensibili quod sufficit artifice: deinde quod ex. 2. 3. huius diameter circuli ductus in predictam partem lineae recte conficit quadrangulum altera parte longiorē equalē circulo quantum ad aream: et ex. 8. ac. 9. huius inter diameter circuli ac dictam lineam alia media proportionalis quadrat tetragonismum predictum: ideo ab eodem centro circuli. e. usque ad punctum lineae mediae quod sit. k. ducenda est alia recta faciens cum eodem semidiametro alium angulum acutum minorem priore: qui similiter ex linea contingente circuli intercipit partem equalē lateri quadrati equalis circulo. Si igitur ex ligno aut ere aut calibe fiat instrumentum bipes angularis: habens in parte exteriori angulum maiorem predictorum et in parte interiori angulum minorem eorum: tale inquam instrumentum erit utile ad eliciendum ex circulo quadratum sibi equalē: ut patet ex dictis.

Vigesima sexta conclusio.

Dato cuiusque quadrato circulum aequalem assignare.

Hec est conuersa precedentis quae eiusdem instrumenti officio quod permittit artificialiter implet: applicato enim instrumento ad latera quadrati: circuli sibi equalis semidiameter facile inuenietur: hoc modo: angulus exterior cum pede brevioris instrumenti adaptes dicte vni costae quadrati. a. b. c. d. sic quod in costa. a. b. hinc inde moueas donec alter pes longior instrumenti praecise tangat angulum oppositum quadrati. f. angulum. c. tunc fixo instrumento super costam ab: in loco anguli signet punctum. h. dico quod pars illius costae. h. a. erit semidiameter circuli quaesiti quod erit quadrato equalis: nam ex. 2. 2. semidiameter circuli est minor latere quadrati equalis: et ex precedente inter pedes instrumenti sub angulo interiore continetur costa quadrati equalis circulo igitur 22.

Vigesima septima conclusio.

Datum circulum in duos aequales circulos diuidere.

Hoc duobus modis fieri docet carolus. Primo inuentum quadratum circulo equalē in duos altera parte longiores per medium diuidendo: et quolibet eorum primo in quadratum deinde in circulum conuertendo ex predictis: nam quilibet illorum circulorum minorum erit maioris circuli medietas: sicut quilibet illorum quadratorum minorum erat maioris quadrati medietas. Et si unus minorum circulorum super centro maioris intra ipsum describas: erit circulus maior in duas medietates diuisus: quarum altera erit alteri circumscripta: hac eadem via possunt duo circuli ad seipsum addi quemadmodum in secundo libro nostre geometrie duos quadratos in unum conuere docuimus. Idem aliter et sine quadratura circuli docet: inscribas inquit dato circulo quadratus: eidemque quadrato rursus circulus alter inscribatur: hic prioris circuli medietas erit: nam perinde atque quadratus circulo inscriptus alterius quadrati circulum includentis medietas est: ita e contrario circulus ois quadrato inscriptus alterius circuli quadratum includentis medietas erit. Hactenus libellus caroli de quadratura circuli et vice versa de circulatera quadrati. Cui etiam alium per similem libellum addit de cubicatione sphaerae: et contra de sphaericitate cubi. scilicet proportionaliter comparando superficiem rotundam plane: sicut lineam circulaem recte. Sed haec missa faciamus ubi geometriam speculatiuam distat tradere intendimus: nam talia ad geometriam practicam pertinent: quae ut diximus cum sit grossa et sensuualis multos errores insensibiles non aduertit nec curat de eis: sic cum artifices fabriles costam quadrati diametro eius adaptant sicut quicquid ad septem facientes in eis proportionem rationalem: quod theozici geometre impossibile reputant ut in nostre geometrie libro tertio demonstrauimus: nimirum igitur si iidem practici predictis modis lineam curuam in rectam: et superficiem rotundam in planam conuertant cum aliquo errore: sed insensibili. Est autem mea opinio quod linea recta et curua cum sint diuersarum rationum in genere quantitatis vel qualitatis: non plus sint adinuicem comparabiles quam angulus recti lineus et curuilineus aut mixtus: de quibus in secundo libro nostre geometrie in capitulo de circulis diximus quod nullo modo sint adequabiles: imo forte neque in sua inaequalitate comparabiles: quare sicut tempus Aristotelis ita et nostra aetate quadratura circuli scibilis est nondum tamen scia eius inuenta est: neque repperibilis erit donec certa proportio lineae curuae ad rectam demonstratiue probetur: quod ut diximus in. 2. 1. conclusione huius: ex illa demonstratione pendet tota circuli quadratura et quadrati circulatura sine ex parte linearum siue ex parte superficialium.

Totius geometriae quadripartitae & quadraturae finis.

Petri Cirueli Daroceni. in perspectiuā cōem

questiuncula prænā de sana intelligentiā radiorum visualium.



VIA SCIENTIÆ mathematicæ nō puræ sed mixtæ (q̄ partim phisicæ sunt) res naturales sub mathematicis imaginationib⁹ ptractat: vocātes eas numeros lineas superficies angulos &c. ideo circa perspectiuā (quæ earum prima sefe offert) querendū videtur p eius elucidatione: quæ nam res sint radii visuales de quib⁹ tam frequēter & cōtinue ipsa mētionēfacit. Ad hāc questionē sine argumētis dicim⁹ pri⁹ q̄ sicut i scientiis pure mathematicis vocabula & termini earū sunt simplicis cognotationis ad vnū tantū prædicamētum Aristotelicū ptinentes: ita etiam in mathematicis mixtis p

prii termini earū sunt mixte cognotationis ex duob⁹ aut plurib⁹ prædicamētis simpli cibus cōpositæ: vnde nullus talis terius potest præcisæ ptinere ad aliquod vnū prædicamētū ab Aristotele traditum: sed ptinet ad plura simul prædicamēta: vel potius ad ali⁹ quod vnū prædicamētū mixtæ cognotationis: quod tamē ab Aristotele nō est traditū: sed est ab oībus doctis logicis necessārio cōcedendū. Ergo iste terius radius visualis & oēs ali⁹ ad perspectiuā pprie ptinentes vt incidētia radiosa: pyramis visibilis: linea incidentiæ: linea reflexionis: & sic de aliis multis: oēs sunt mixtæ cognotationis & sup geometri cā significationē addunt phisicā cōsignificationē: nā quilibet eorū supponit p re naturali: & cognosat primo geometricæ ipsam esse extēsam habereq̄ partē extra partem localiter situatā: secundo cognosat phisicæ q̄ res illa sit luminosa vel colorata visui perceptibilis: hoc igi⁹ modo se habēt isti duo termini linea & radius: silitur isti duo linea perpendicularis & cathetus: nā priores eorū sunt geometrici: posteriores vero pspēctiui termini. Secūdo est aduertendū q̄ circa modū visionis nre fuit antiqua illa discordiā phi losophorū: nā stoici & oēs fere ali⁹ ante Aristotelē opinati sunt visionē nostrā fieri p mi nisterium radioꝝ cuiusdā lucis quæ in nobis est: quos ab oculis emittimus vsq̄ ad res vi sibilis cōtingendas: dicebāt em̄ oculum nostrū esse velut laternā quādam quæ lumē ab se cōditū intra se cōseruat atq̄ exterius irradiat. Aristoteles vero & omēs peripatetici post eum tenēt q̄ sicut ali⁹ sensus exteriores cognoscūt sua obiecta ab eis aliquid intus susci piendo & nihil extra se emittendo: sic etiam visus noster se habeat incognoscēdo visibi lia: nō ergo emittit radios visuales ad res videndas: sed potius suscipit ab eis aliquid cō ferens ad causandā visionem. Quid autē illud sit quod visus noster recipit ab obiecto: non cōformitet dicūt omēs peripatetici. Nā philosophi parisienses cōiter dicūt q̄ sicut a corpore luminoso cōtinue diffundit lux p aerē vel quodlibet aliud mediū trāspārēs: sicutiā a corpore colorato illuminato effundit & multiplicat similitudo sui coloris: quā etiam intentionē coloris vocāt: dicētes q̄ colores sunt solū intētionāliter in medio dia phano: hāc igi⁹ lucis vel coloris effusionē vocāt isti radios visuales: nā cū radi⁹ p aerē ad oculum peruenit tangitq̄ organū visiuū (quod etiam est corpus diaphanū) facit nos videre rem illā cuius est talis effusio lucis aut coloris. Anglici vero oxonienses sicut ne gant radios visuales ab oculis emicātes contra antiquos philosophos: sic etiam negant illas similitudines aut intētionē colorū cōtra parisienses: sed dicunt ad visionē sufficere

Platonici.

Peripatetici.

Parisienses.

Anglici.

præsentiam obiecti erga potētiam: quibus etiam videtur fauere illud Augustini dictum
cōmune: q̄ ex obiecto & potētia paritur noticia. Sed quicquid sit de veritate istarū opī-
nionū phisicæ loquēdo: perspectiua nostra indifferēs est ad illas omēs: quia vt diximus
de rebus naturalibus p̄ imaginationes geometricas disputat: quæ vniformiter ad quāli-
bet opīnionē applicari possunt: vt radii visuales dicantur siue luminis diffusio ab oculo
exiens: siue a reb⁹ ad oculū veniens: siue etiam sola præsentia obiecti visibilis. Vnde nō
est necessaria cōsecutio vt si aliq̄s species visibiles negauerit: q̄ negare teneatur p̄specti-
uam scientiam: sicut etiam alias diximus q̄ negātes pūcta lineas & sup̄ficies in rebus na-
turalibus recte admittunt geometriam. Sufficit ergo p̄spectiuo si supponat a phisico res
visibiles & p̄ oculos cognoscibiles esse lucēs & colores aut corpora lucida & colorata: nō
em̄ curat de distinctione visibilium p̄ se aut per accidēs: sed indifferēter de vtrīq̄ vbiq̄
loquit̄. Tercio est hic summe notandū q̄ diffusio lucis aut coloris p̄ mediū diaphanū si
ponat̄ realiter & phisicæ loquēdo: nō fit p̄ illas lineas indiuisibiles quas imaginat̄ p̄spe-
ctiuus ad angulū cōcurrentes: & pyramidē visibilē facientes: sed re vera omnis illa diffu-
sio lucis & coloris est cōtinua & extensa in longum latum & pfundū: quia cū recipiat̄ in
aere sicut accidēs in subiecto: necessario coextendit̄ secundū extensionē subiecti: eo mo-
do quo albedo est in lacte: aut rubedo in sanguine: vel eo modo quo croceus color extē-
deret̄ per aquā si crocus dissolueretur in ipsa. Et sicut prædicti colores in lacte sanguine
& aqua extensi secundū tres dīensiones sunt quedā corpora omogenea: itaq̄ quelibet
pars totius coloris est eiusdē & similis naturæ cum toto colore eandēq̄ habēs virtutē in-
agendo: sic dicendū est de specie aut diffusionē lucis & coloris in mediū diaphano con-
tinue & vniformiter extēsa. s. q̄ sit quoddā totū omogeneum cuius quelibet pars est si-
milis naturæ & virtutis actiue cū suo toto: vnde cum natura illius speciei sit representare
corpus lucidum aut coloratū a quo processit: adeo q̄ si esset vnus oculus ita magnus qui
posset totā illā speciem in se recipere p̄ illā videret corpus illud cuius est similitudo natu-
ralis: sic modo i oculo paruo recepta vna particula illius speciei: quæ est omogenea suo
toti: representat corpus illud & quālibet partem eius: quia est similitudo illius obiecti &
omnium suarū partium. Iste est ergo realis & verus modus videndi phisicæ loquēdo &
seclusis imaginationibus p̄spectiuis: suppositis tñ speciebus visibilib⁹ in medio & in or-
gano receptis: quæ tamē si negarent̄ secundū alias duas opīniones: patuit quis & qua-
lis esset modus vidēdi realis & phisicus. Perspectiua tñ scientia supposita veritate phisicæ
supradicta: nō inutiliter adhibet imaginationes geometricas ad melius & certius docē-
dū modorū viuēdi varias differētias particulares: quas phisicus q̄ vnīuersalis artifex
est prætermittit. Sicut etiam astrologia ad melius intelligendas particularitates motuū
celestiū introducūt puncta quedā & lineas & sup̄ficies imaginarias: quæ licet in re nihil
sint: tamē imaginationes ille multū iuuāt intellectū ad facilius capiendū ea quæ dicunt̄:
eodē ergo modo sunt accipiendæ omēs imaginationes p̄spectiux quæ hac nra præmo-
nitione præmissa erunt intellectui sine errore q̄ facillime. Tamē ad cōfusionē tollendam
totam hac cōem perspectiuā in tres libros partiales distinximus: & quēlibet iterū librū
per capitula plura iuxta materiæ diuersitatē secuimus: neq̄ tamen p̄pterea theorema-
tum numeros ab auctore positos abstulimus: qui etiam glosas eius nō quidem cōtinue
sed sparsim: vbi opus erat: additionibus nostris lucidiores effecimus.

Breue compedium Perspectiue cōis dñi

Ioannis archiep̃i Cātuarieñ. de radiis visualib⁹ ac variis modis vidēdi:
ex libris Halacē: Alchindī & aliorū cōpilatū. Cui etiā additæ sūt nō nullæ
glosæ. P.C.D. Habet tres libros partiales: q̃b⁹ p̃mittit auctoris p̃hemiu.



INTER phisicæ cōsiderationis studia lux iocun-
dius afficit meditates: inter magnalia mathe-
maticæ theoremata certitudo demonstrationis
præclarius extollit inuestigates. Perspectiua igit̃
humanis traditionibus recte præfertur: in cuius
area linea radiosâ demōstrationum nexibus cō-
plicat. Quare in ea tam phisicæ quā mathema-
ticæ gloria repperit: vtriusq; florib⁹ adornata.
Cuius sentētias magnis dispersas ambagibus: in
cōclusiua compendia coartauimus: mixtis iuxta

qualitatem materiæ naturalibus & geometricis p̃bationibus: nunc quidem
causas ex effectibus: nūc vero effectus ex causis conclusuri. Addemus etiam
nō nullas cōclusiones quæ in nostris maioribus non habentur: sed ex dictis
eorum planæ eliciuntur: prout de luce tractantes lux oīm deus dignabit nos
illustrare: præsens opusculum in tres libellos partituros.

Liber primus nre perspectiue de modis vidēdi

per radios rectos: habet capitula septem in quibus sunt. 84. propositiones.

Caput primū de principiis p̃priis huius scientiæ: quæ ab Aristotele vo-
cantur suppositiones: a mathematicis petitiones: ab alijs deniq; theo-
remata: & sunt numero duodecim. Prima petitio.

VGEM operari in visum ad se cōuersum aliqd̃ impressine.

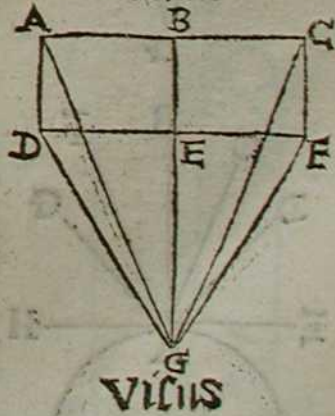
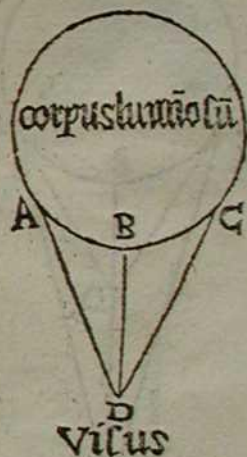
Principia cōia hui⁹ scientiæ filis forme sunt cū eisdem in alijs scientijs: vnde
cum in præcedēte geometria nra posita sint: nō fuit opus ea iterū hic reppete-
re. Hec vero perspectiue p̃ncipia p̃pria ponimus sub modo infinitiui: ea ra-
tione quā & petitiones geometricas ad modū Euclidis posuimus: sed q̃ non
sunt hec p̃ncipia p̃ se nota: in ductione p̃bata sunt ad sensum & experientiam.
Hec itaq; p̃ma petitio p̃ effectus sic p̃batur: tum q̃ oculus noster in videndo
continue lucis fontes solis aut ignis tandē languescens dolet & patit. Tum q̃
lucis intense simulacra in oculo aliquādiu remanent post aspectum. Unde etiam sequit̃ vt locum mī-
noris lucis faciant apparere tenebrosū: donec ab oculo euanescat maioris lucis vestigium: que nō
fierent nisi impressione lucis in visum prepa.

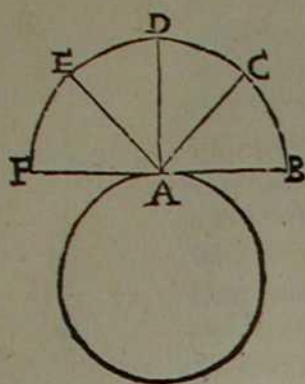
Secunda petitio.

Colorem illuminatum etiam impressiue operari in visum ad se directum.

Hec etiam p̃phat experimentis cōsistibus sicut de luce: q̃si lux & color illuminat⁹ sunt p̃ se & p̃pria sen-
sibilia visus. Amplius oculus sup̃ visū colorē intēse illuminat⁹ fixa intuitionē semel cōuersus: si po-
stea ad debiliore aut debilius illuminat⁹ sese cōuerterit aspiciendū: inueniet p̃misi colorē scdō appa-
ter cōmiserit: vt p̃z i dieb⁹ nivosi & alijs h̃mōi locis: q̃d nō fieret nisi vestigijs p̃oris coloris in oculo
derelictis. Ceterū de irradiatione coloris p̃ medijs: quā hic videmur ex phisica scia supponere: apud
phos est anceps & varia doctrina: q̃ etiā de natura ipsius coloris diuersa & aduersa senserūt. Eūcū
enī quidā eorū q̃ color essentialiter est lux: q̃ tñ varijs modis se habēs varia sortit̃ noia: nā lux in suo
fonte. i. in corpe luminoso vere & p̃prie dī lux: in medio diaphano dī lumē vel splēdor: in eo: pe vero
oppaco recepta vocat̃ color: vñ & isti colorem dissimilantes dicunt q̃ color est lux oppacata: argumen-
tum ad hoc assumētes ex colorib⁹ nubium celi & flāmarum ignis: qui vere & realiter nihil aliud sunt
quā lucēs: vt patet in iride halone: galaxia: parelijs: virgio: h̃ianib⁹: voraginib⁹ & alijs huiusmodi.

A ii





Alij philosophi p̄babilis tenēt colores quēadmodum ⁊ saporē ac odorē esse qualitatē mixtorū
causatas in rebus naturalibus ex mutua actione ⁊ passionē p̄marum qualitatum elemētōrū in ipsa
mixtione cocti. Hec argumētū de coloribus nubium ⁊ flāmarū cōvincit: q̄ illi nō sunt verī colores
sed folli apparētis: quod p̄t̄ ex facili mutattione cocti eisdē nubibus ⁊ flāmis cōtinuo p̄manētibz:
quod nō accidit in veris coloribz corporū naturalium. Ergo super quēstione de irradiatione colo-
ris clara est differentia philosophorū: nā dicerent p̄mi q̄ color sup̄e natura irradiat quia est lux:
quare secūdi eos cōsequēt̄ loquēdo dicerēt: q̄ vbi nulla est lux nullus est color alicuius corporis
vt in loco obscuro v̄l tenebroso. Secūdi vero ecōtra fatentur in tenebris esse veros colores corporū:
eque atq̄ odores ⁊ saporē dicunt t̄i quidā cocti q̄ color ex sua natura nō irradiat: sed illuminatus a
luce accipit virtutem irradiandi per medium: vbi ergo nulla est lux: h̄ ibi sit verus color: ibi nullus
color irradiat vt in loco tenebroso. Alij istorū tenēt q̄ h̄ color nō sit lux: tamē ex sua natura irradiat
id est emittit spēs suas per medium sicut odor vel sapor ⁊ hoc tam in loco obscuro q̄ in loco illumi-
nato: verū tamen dicit q̄ ille species non sunt sensibiles ab oculo sine speciebus lucis: itaq̄ oportet
ad hoc q̄ color videat̄ simul venire ad oculū spēs lucis ⁊ coloris. Quicq̄ id sit dicet̄ in hac q̄stio-
ne nostre p̄spective p̄cessus nō impeditur: quia vt p̄diximus ipsa in differēt̄ r cōt̄er loquitur.

Tertia petitio.

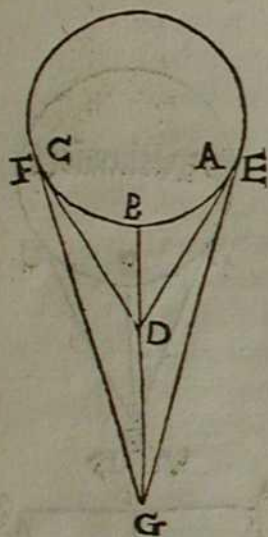
Quolibet punctum luminosi vel illuminati corporis colorati obiectum sibi 3.
medium diaphanum totum simul illustrare.



Egimus in premiffis duabus de luce & colore (que sunt per fe & pprie vifibilia: & rationes formales omni vifibilium corporu) incōparatione ad organū vifus: addimus iam alia pncipia de corpore lucido & colorato: que sunt vifibilia p accidens: incōparatione ad medium vidēdi: quod est diaphanū. i. trāfparens corpus: imo deinceps loquemur indifferēter de vtroq; vifibili per fe & p accidens: eo q illa diftinctio phificalis impertinēs est ad hāc fciām fenfualē. Jam pbat̃ur hec tertia pctio fic: quilibet cū pūctus luminis vel colorati illuminari pōt videri in qualibet parte mediū fibi obiecti. i. pre fentis: fcd videri nō poffet ibi nifi irradiando fuper illud: quatenus radij eius p medium veniant ad oculum videntis: ergo omne tale corpus vifibile illuftrat radijs fuis totum medium.

Quarta petitio.

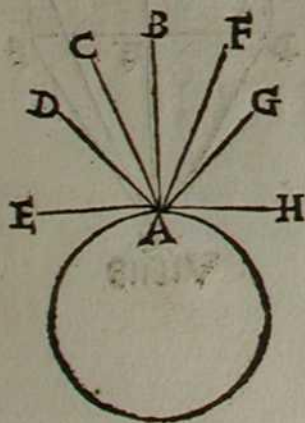
Totum luminoso vel illuminatum coloratum in quolibet puncto mediis 4. bi obiecti pyramidem sui luminis terminare.



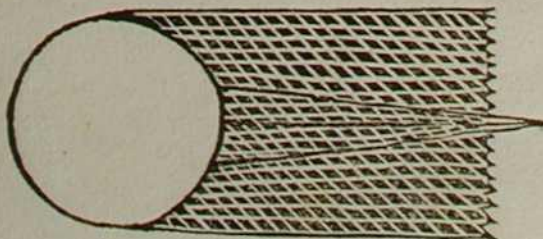
Hec dispositio in modo loquendi est cōuersa precedentis: q̃ illa totalitatē attribuebat medio ⁊ p̃sibilitatē toti corpori visibili: hec vero cōuertit locutionem. Et accipitur p̃ctus vitrobis nō geometricē, p̃ ali quo ī diuisibili: s; p̃hysice, p̃ qualibet parte corporis magna ṽl parua vsq; ad minimū naturale inclu siue. Pyramis vero radiosa corporis visibilis dicitur hic quidā cōcursum imaginarius duarū linearū ab extremitatib⁹ eiusdē corporis ductarū super quodlibet p̃ctum medi⁹: ⁊ h̃mōi pyramides variātes in infinitū cōparato eodē corpore ad infinita puncta medi⁹ obiecti. C̃t̃ aueat ergo huius disciplinē au ditor ab errore falsę opinionis: ne forte credat has pyramides realiter sic esse dispositas in medi⁹: ⁊ ita actu diuisas sicut eas imaginamur geometricē: sed q̃ sint ibi solū in potētia quēadmodū boni p̃h̃i losophi dicit̃ d̃ figura mercurij in lapide vel ligno nōdū sculpto: sic enī abstrahētis mathematicorū nō erit inēdacium vt Aristoteles dicit: quod p̃fecto accideret talia esse credētibus: vnde subdit q̃ la tent hec facientes seu ponentes ideas ⁊ mathematica separata. H̃sic p̃bāda est p̃positio assumpta: q̃ si quilibet p̃ctus luminosus ex precedente illustrat quēlibet punctū medi⁹: totū enī hic s̃ncat p̃ge: ⁊ r̃uminate accipit̃, p̃ qualibet parte: q̃ totum luminosum irradiat super quodlibet punctū medi⁹: ⁊ ita lam irradiationē imaginamur ad figurā pyramidis: vt facilius manuducamus rudes discipulos ad intelligendū quomodo res tam magna vt mons possit videri ab oculo tam paruo: q̃ ad h̃ic sensum in quolibet puncto medi⁹ arc visibili terminat̃ pyramis radiosa. Et pro varietate distātie a corpore visibili ad quodlibet punctū medi⁹ imaginamur varias pyramides ⁊ a seinuicem differentes in lon gitudine ⁊ breuitate: in latitudine ⁊ angustia carū. H̃sicio tamen si auctor: huius perspective has py ramides realiter credebat: qui ex hoc p̃ncipio voluit statim illā cōclusionem inferre. s. incidentias ra dias per angularia foramina ⁊c. ⁊ ita posuit eam quintam in numero: nos vero a numero p̃ncipi p̃iorum eam separantes inferius collocabimus.

Quinta petitio.

Oē pūctū lumīosi vel coloratī illuminatī hemisphēriaīr sup mediū radiare. 5.



Huius rei causa tum ex lucis tum ex corporis natura procedit: lucis si quidem et coloris illuminati ea natura est ut undiqueque se diffundat et orbiculariter irradiet nisi impediatur. Diaphanum etiam suapte natura suscipit radios visibilibus: cum sit summe dispositum ad eos: nec contrariam habeat qualitatem que indisponat ipsum: lumen enim ut inquit Aristoteles est actus diaphani: quo contra opacum naturaliter impedit transitum lucis et causat umbram. Cum ergo omne corpus visibile siue luminosum siue coloratum sit opacum: ut testat experientia: sequimur quod pictus insuperficie eius situs



CAPVT PRIMVM.

nō possit se orbiculariter diffundere. i. irradiare ad totā spherā sue actiuitatis: q̄ medietas spacij spherici descripti circa punctū illū p̄cluditur sibi: quā abscondit opacitas corporis sui: restat ḡ sibi diffusio hemisphericalis solū modo. Sed hoc verū est in corporibus visibilib⁹ plantis ⁊ sphericis cōuexis: nā incōcūis minor spherice portio medietate relinquit̄ p̄cto irradianti: eoq̄ ipsa figura p̄hibeat luminē dilatarī vsq̄ ad medietatē spherice. Fūdaſ hec imaginatio in illo p̄ncipio geometrie. i. circa p̄ctū quodlibet q̄libet occupādo spacium ⁊ circuli ⁊ spherā describere: q̄ dicit̄ solet spherā actiuitatis ei⁹.

Sexta petitio.

6. Radios visibilium corporum impermixtæ idem medium illustrare.

Vocamus hic species visibilium radios vel lineas imaginatione geometrica: eo q̄ recta via incedant in sua multiplicatione. Et ḡ eidem medio diaphano simul plura visibilia diuersorū luminū ⁊ colorū sepius p̄sententur: ⁊ p̄ quartam petitionē hui⁹ quodcūq̄ illorū in quolibet p̄cto mediū pyramidē sui luminis terminet: possent imperiti credere illas spēs diuersorū corporū sic p̄misceri: vt ex eis vna tertia resularet species: quēadmodū dicit̄ solet elementa misceri in reb⁹ naturalib⁹. Huic errori obuians hec p̄positio asserit illas species non misceri: nā ⁊ accidentia diuersarū naturarū in eodem subiecto: vt albedo ⁊ dulcedo in lacte: h̄ sese penetrent nō tamē miscentur ad tertij generationē: constat autem radios diuersorū visibilium: q̄ simul sunt penetratiue in eodē medio: esse diuersarū naturarū etiam si visibilia corpora sint eiusdē speciei predicamētū substantie vel qualitatis: ergo radij illi non miscent̄ sic q̄ ex eis fiat aliquod tertium. Et hoc etiam experimento claret: lumina cū plurium candelarū non cōfundi in aere p̄z ex vmbis eiusdē opaci eis obiecti: que multiplicāt̄ secūdum numerū candelarū: nā multe candelæ ad vñs oppacum obiecte tot faciunt vmbas quot sunt candelæ. Idē p̄terea oculus in quolibet puncto mediū postus distincte videt corp⁹ ⁊ diuersorū colorū non solum specie sed etiam solo numero differētum. Et p̄dictis sex petitionibus habetur comparatio visibilis per se ⁊ per accidens ad organū visus ⁊ ad medium scōrū: alie vero sex que sequuntur cōparabunt lumen ad medium simul ⁊ organum atq̄ ad obiectum.

Septima petitio.

7. Lucem fortē orientē sup visum ⁊ medium: quedā visibilia oculo abscondere.

Hoc experientia cōstat: tum q̄ stelle per diem nō apparent in celo: ⁊ hoc non nisi q̄ lucis solaris vehementia occupat visum: ne radios stellarum debiliores percipiat: hoc enim cōmune est omni sensui q̄ excellens sensibile occupat ipsum: vt Aristoteles dicit: ne minora sensibilia sentire valeat: ⁊ semper minores motus vel tactus sunt imperceptibiles sub excessu maiorū: in nocte vero absente sole sentit visus radios stellarum qui alterāt seu mouent ipsum: similiter in die homo existens in profundo putei videt stellas celi super caput eius apparentes in zēmith: quia earum radij directi fortiores sunt super eum quā radij solis obliqui. Tum etiam quia magnus ignis in nocte existēs coram homine prohibet sibi certam visionem eorū que sunt vltra ignem. Et in die veniens de agro nihil fere videt in domo p̄pter excessum claritatis solis.

Octaua petitio.

8. Intensam lucem super quedam visibilia orientem ipsa oculo abscondere exiſtenti in loco lucis temperate.

Huius ⁊ p̄cedētis fere eadem est ratio. i. q̄ motus maiores impediunt minores: cū ergo obiectum visibile fuerit inense illuminatū: visus inde recipit intēos lucis radios p̄ reflexionē: qui prohibēt eum sentire species colorū debiliores h̄ recte venientes ab obiecto visibili. Patet etiam idē experimento: nam tabula picta vel sculpta quando vehementer a sole illuminatur: oculus recipiens illius lucis reuerberationem non videt imagines vel sculpturas eius: imo ⁊ aliquando neq̄ colores nisi valde confusos. Similiter multa sunt corpora lucida in terra que ad solem posita vel non apparent vel nō lucent: vt candelæ accensæ: ignis paruus: scame piscium: quercus putrida: oculus cati: ⁊ lucula vermis: que tamen in nocte vel in loco obscuro ⁊ apparent ⁊ lucent.

Nona petitio.

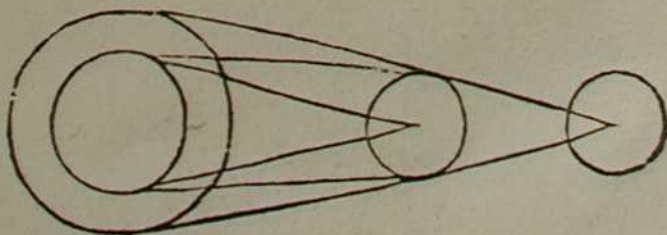
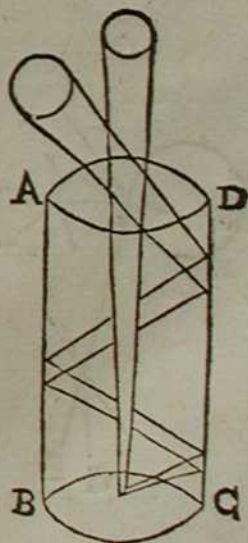
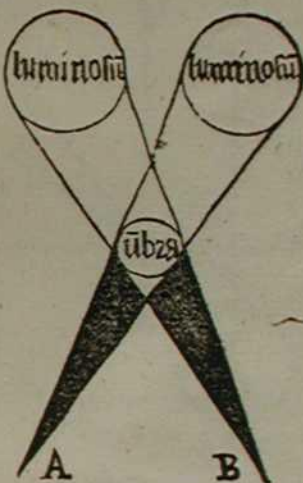
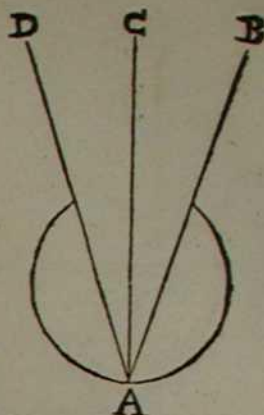
9. Lumen forte multa visibilia ostendere: quæ debile occultat.

Quāuis hec p̄positio videat̄ cōtraria duab⁹ p̄cedentib⁹: tamen eis est bene cōpossibilis: lux em̄ fortis tūc abscondit visibile quando excedit eius p̄portionem in radiando: q̄ tunc occupat totā visus capacitatem: sed lux debilis similiter abscondit visibile quando deficit a p̄portionē requisita ad hoc q̄ eius color possit sensibiliter radiare: ergo tunc superueniens lux fortis: que tamē p̄portionem dīctam nō excedat: manifestat visibile: q̄ dat colorī eius virtutē sufficientem irradiandi sensibiliter. Et experientia docet q̄ multa in luce modica nō vident̄: que ad maiorem lucem adducta declarantur.

Decima petitio.

10. Igneam lucem ex materia flamea radiantem: maiorem in nocte quā in die: ⁊ a longe quam a prope apparere.

A III



PRIMI LIBRI PERSPECTIVAE.

Hec sequit̃ correlarie ex premis: in die em̃ illa lux apparet minor: q̃ maior claritate solis circumfunditur que magis ea visum mouet: in nocte vero per totū suū ambitū libere presentat̃: et magis ac maior videtur. Itē de prope illa flāma visā in nocte discernitur ab aere circumstāte quāvis illuminata: a longe vero nō sic flāma ab illuminato aere discernitur propter distāciam: sed totū illud confusē apprehenditur ad modū vnius grandis luminaris aut magne flammę.

Vndecima petitio.

Colores corporum naturalium diuersificari apud visum hominis: propter diuersitatem lucis super ipsos orientis. 11.

Hoc etiam ad dicta cōsequit̃: q̃ vt diximus color efficaciam irradiandi vel mouendi visum et medium habet a luce: q̃ secundū diuersitatē lucis maioris aut minoris color ab ea illuminatus magis aut minus irradiat et oculo se ostendit. Et sicut oēs colores sunt in luce virtualiter et eminenter: ita debiliores vel imperfectiores colores sunt in nobilioribus sicut incōpleti in suo cōpleto: vt Aristoteles dicit de figuris q̃ trigonū est in tetragono: et de aīe q̃ vegetatiū est in sensitiuo: et sensitiū in rationali: quare nimirū si quidā colores in luce fortī appareant clari et scintillātes: in luce autē mediocri videant̃ turbidi et alterius nature. Unde iisdem colores aliter apparēt in luce solis de die et aliter in luce lune aut candelę de nocte: vt mōstrant illusiones eorū qui flores diuersorū colorū cōponunt in nocte ad lumen candelę: eodē modo decipiunt̃ sepius plumarij et alij huiusmodi artifices: pictores quoq̃ in eiusdē vestis albe aut rubec pictura multas spēs faciūt coloris albi aut rubei scdm̃ varias partes eius vario modo illuminatas. In tempore etiam eclipsis solis omēs res colorate solita venustate priuantur: q̃ oēs colores tūc quasi mortificant̃. Amplius colores nubū in celo: l3 nō sint veri vt diximus sed tantū apparēt: ppter variā lucis irradiationē sup̃ easdē nubes variant̃: q̃ etiam cōspicit̃ in flāmis lignorū ignitorū ex variā p̃mixtione flāme ad fumū. Deniq̃ eadē diuersitas mōstrat̃ in conchis hostrearum maris: in scamis piscium: in collo columbe: in ala corui: et alijs multis corporibus: quorum quodlibet: cum vnius tantū sit coloris: varijs tamē lucis aspectibus varie illustratū sub diuersis colorum formis oculo presentat̃. Licet de collo colūbe qdā aliter putēt̃. s. diuersos reuera ibi esse colores ex diuersis p̃nulis radiantes: quod tamē mōstratur falsum ex p̃nīs caude pauonis: quāru quilibet etiam secundum eandem sui partem varie illuminata varios prōtendit colores.

Duodecima petitio.

Compræhensio rei visibilis a visu sequitur proportionaliter dispositionem lucis orientis super obiectum: medium: & visum. 12.

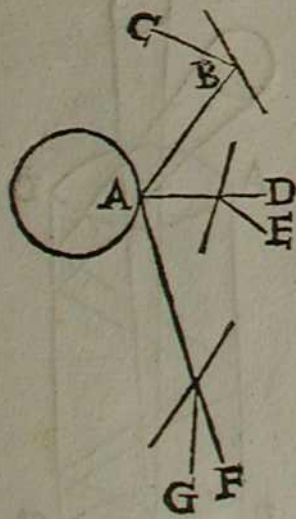
Hec p̃positio est quasi epilogus totius capiti huius: et summa dictorū in eo: sequiturq̃ ad ea correlarie: si em̃ in maiore luce color magis mouet et in minore minus: simplr̃ videt̃ oīs efficaciam coloris in mouendo medium et organū esse a luce: et voco motionē coloris eius irradiationē que est alteratio quedā diaphani. Eadē diuersitas attendit̃ ex parte mediū in deferēdo species coloris: et ex parte organū in recipiēdo eas: atq̃ in apprehendēdo rem per eas: quodcūq̃ em̃ horū trium vario modo illuminatū variat visionis modū in rebus coloratis. Hactenus de principijs perspective.

Capitulum secundum de quibusdam conclusionibus generalibus ad totam hanc scientiam: quarum etiam vera noticia est supponēda in omnibus tribus libris huius compendii.

Prima conclusio.

ADIUS lucis primarię s̃r & coloris in rectū semp̃ porrigit̃: nisi diuersitate mediū icuruet̃: se nihilominus lateralr̃ diffundēdo. 13.

Dicitur autē lux p̃maria que directe p̃cedit a corpore luminoso ad medium sibi p̃sens: et vbi hęc irradiatio nō attingit d̃r vmbra et lux secundaria sive accidentalis aut lateralis: que a luce p̃maria derivatur ac p̃cedit et vndiq̃ se diffundit. Eadē l3 paulo latentior ē d̃ra radioꝝ coloris q̃ simul p̃cedunt cū radioꝝ lucis: vt p̃t3 qñ radius solis trāsit per vitru coloratū: tunc em̃ ppter radij solaris vehemētiam color sensibilis irradiat sup̃ medium et obiectum corpus. Hoc supposito p̃betur cōclusio: naturalissimū siquidē est luci et coloris incesus rectus vt cōstat ex obstaculo opaco linealiter posito inter corpus visibile et visum: qd̃ visionē eius impedit: neq̃ huius recti incesus est querēda alia ratio nisi q̃ natura rei talis ē: et taliter a deo facta: vt vlt̃c imittetur illā summā rectitudinē increatam que est p̃prie filius dei: in oī etiam motu naturali rectitudo expedit et faciliat operationē: quandoquidē via recta est oīm breuissimā et citius ducit ad finem. Impeditur tñ rectitudo irradiationis et sit violēt̃ incesus lucis obliquus: qñ obuiat ei corpus densum: qd̃ si sit opacum: reflectitur ac resiliit radius ab eo: vt a speculo: si autē diaphanum sed dissimile illi in quo est corpus luminosum aut coloratum: tunc radius l3 transeat vlt̃erius: tñ non recte s̃ quasi frangitur: et sic declinat a rectitudine vie quā inceperat et p̃cedit oblique. Ex hac q̃ p̃positione patet res d̃re radioꝝ visualiū. s. recti: reflecti: et fracti: penes q̃s distinguunt̃ tres libri huius p̃p̃dij perspective.



Secunda conclusio.

14. Fractio radii lucis aut coloris fit ad perpendicularem in occurſu mediū denſioris: ſuper quod radius ille non eſt perpendicularis.

De reflexione radioſi a corpore ſpeculari: qz facile intelligitur ex reflexione vocis aut ſoni q ab Ariſtotele dicitur: et ex reſiliencia corporis moti qd obuiat reſtienti: vt patet in ludo ſpherule: nihil dicemus ad preſens: ſed expectandus erit liber ſecundus huius pſpectiue. Et h de fractione radioſum agat in particulari liber tertius huius: qz tñ eſt difficultior eius cognitio: duximus hic prelibada quedā ei⁹ gñalia pñcipia. Pro quoru declaratione ſciendū qz pſpectiui imaginacione geometrica linearū de lucis diſſuſione p medium loquuntur: et qz vbi fit viſio p media diuerſe diaphanitatē apparet notabilis variatio in iudicio ſenſus: ad dandū rationē illius dicunt ppter diuerſitatē medioſū radios lucis et coloris frangi ſeu incuruari: dicentes qz gñalis ratio huius fractionis eſt diuerſitas diaphanitatē medioſū: nā minus diaphanū medium magis: et magis diaphanū minus reſiſtit tranſitui radioſum per ipſum: quare cū facilius fiat tranſitus p vnū medium qz p alterū: et lux eque cito tranſeat p vnū ſicut per alterū: necesse eſt: ſcōm regulas ſeptimi pñcorū de velocitate motuſ cōſiderāda ex pportione virtutis actiue ad reſiſtentiam: qz radij lucis et coloris qñ tranſeunt a medio rariore ad medium denſius vniant et fortificentur ad hoc vt ſit pportio ſiſis virtutis ad reſiſtentiam in vtroqz medio et eque cito fiat tranſitus. Aliter in hoc eſt dñia radioſi: qz perpendicularis eſt alioſi fortiffimus ideo ingreditur vel egreditur nō frangiſ neqz diuerſitate mediū cbeatur: alioſi vero radioſi vnusquisqz tanto eſt debiliſ: et tanto magis frangitur quanto a perpendiculari eſt remotior: et tanto fortior: quāto eſt ei pñdior ideoqz minus frangitur: qñ igitur occurrit medium denſius et magis reſiſtens: neceſſarius eſt radio obliquo fortior ſitus et directio pñquior: ideo declinat ad perpendicularē erigibilē a puncto ingreſſus ſui ſup medium ſecundū: et hoc nō p electionē ſed inſtinctu quodā naturali: vt tranſit p medium ſcōm pportione tranſitui p pñm. A. g. a corpore luminoso exiſtēte in aere cadat ſup aquā perpendiculariter radius. a. g. qui non frangitur: cadat vero oblique radius. a. c. qz ſi non frangeret pcederet vſqz in. b. ſed frangitur in pñcto. c. ſupficiē aqne et accedit ad perpendicularē. d. c. f. et cadit in. c. loco autem radiū ppendicularē qz nō frangitur: nō p cōparationē ad corpus luminofum a quo egreditur ſed p cōparationē ad medium ſup quod cadit: itaqz inſupficiē eius cadit ad angulos rectos: eodē modo eſt dicendū de radio obliquo qz frangitur. Hec tamē imaginatio mathematica ēz pñt ad manuſducendū phantaſiam nouitiorū et rudium: ſi docti pñ ſciunt rem aliter ſe habere: vbi nec ſunt tales linee nec tales anguli neqz fractiones: ſz lumē in aere eſt corpus cōtinuum vt in preambula qñſtione diximus. Rei ergo veritas pñſica hec eſt: qz p medium magis diaphanū lumē intenſius diſſunditur: et per medium minus diaphanū quod iſte vocat denſius eſt minus intenſum: qz eſt minus receptiuū luminis: quare ad hoc qz in eo bene recipiatur quaſi p antipariſtaſim fortificatur et inēdit: et ad hunc ſenſum eſt applicanda predicta imaginatio mathematica ad hoc vt abſtrahentium nō ſit mendacium.

Tertia conclusio.

15. Econtrario vero radius lucis vel coloris a perpendiculari ſe diuertit: cum medium ſubtilius occurrit.

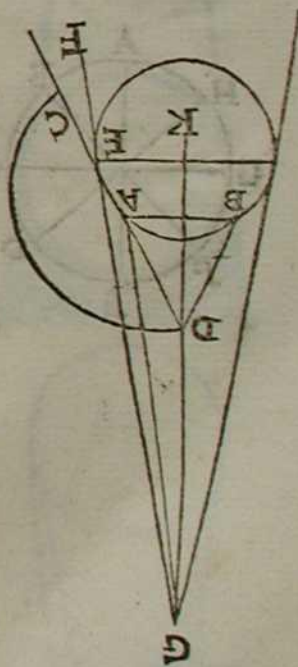
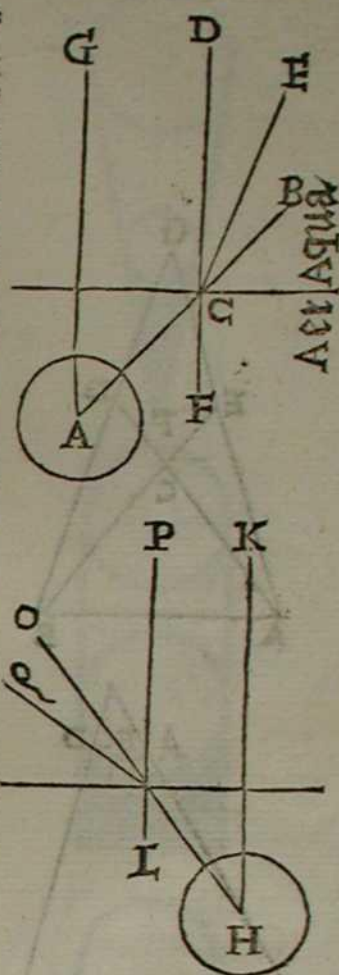
Perſiſtendo in eadem imaginacione linearū hec ſequitur ex premiſſa: qz medium ſecundū minus reſiſtit: ergo minor fortitudo ſufficit radijs ad ipſum a denſiori cadentibus: et qz natura radij eſt dilatare ſe in quātum poteſt remoto impedimēto: ideo frangitur radius obliquus a perpendiculari. A. g. ſit viſibile. h. exiſtens in aqua: aſcendat ab eo perpendicularis. h. k. recte: et radius. h. l. oblique: dico qz. h. l. nō pcedit directe in. o. nec frangitur verſus perpendicularē. p. l. ſed ab ea diuertens cadit in q. pñſice vero patet intelligētia hui⁹ cōcluſionis p oppoſiti ad pcedēte: ſz de hac materia ſatis pñſice vſqz ad tertium librum: vt redeamus ad radios rectos de qz in hoc pñmo libro pñcipalior ſit doctrina.

Quarta conclusio.

16. In omni puncto mediū quo eſt a luminoso remotior: eo in ipſo recipitur radius multiplicior.

Hec cōcluſio pbat: qz punctis quāto plus diſtat a ſole tanto in eum deſcēdit lumen a maiori arcu ſeu portione ſolis: et econtrario quo pñquior eſt ſoli: eius lumē deſcendit a minori arcu: ſz in pñcto remotiori eſt lumē multiplicius: ſz ex diſtātia debilius: qd dēmonſtrat ſic. Accipiant in corpe ſpherico luminoso cuius cētrū ſit. k. duo pñcta oppoſita. a. b. et diſſundat lumē a pñcto. a. p hemiſpheriū vt patet qñtū pñcipium ſupra: cuius hemiſpheriū diamēter eſt linea. c. a. d. certū igitur eſt qz a puncto. a. cadit lumē in puncto. d. et nō in aliquē pñquiorē locum corpi luminofi: linea cñ. c. a. d. eſt contingēs: qz inter eā et ſphēram nulla cadunt media: ſicut patet ex ſexta cōcluſione capiti de circuli in ſcō libro noſtre geometrie. Amplius ſi ſumatur punctus ſup. a. in corpore luminoso ſcē. e. radius p ſpaciū obiectum: et terius radiationis ſit linea cōtingēs. f. e. g. certū eſt qz in linea. k. g. pñctus pñus ad quē peruenit lumē a pñcto. e. eſt. g. et in nullū pñquiorē: ſicut a puncto. a. in puncto. d. ſed in pñcto g. vti radius a puncto. a. et ab omni puncto luminofi mittente radiū ſuū in punctū pñquiorē

A in i



mittitur radius in punctū remotiorē, & nō econtra: vnde a toto arcu. e. a. b. o. cadit lumen in punctū. g. sed in. d. nō venit nisi ab arcu. a. b. lux igitur in pñcto recepta tanto multiplicior est q̄to a luminoso remotior. Unde homo existēs in centro terre plus videt de sole q̄ si in sphaera lune existeret: de sphaera enim plus videtur a longe q̄ a prope: & quanto p̄pinquius tanto minus de eo videtur.

Quinta conclusio.

In puncto propinquiori fortior est lux vnius corporis quam in remotiori. 17.

Multiplicitas enim luminis in puncto remotiori est ex cōfluentia radioꝝ oblique cadentium & p̄ cōsequens debilius: lux autē in puncto p̄pinquiori fortitudinem habet ex maiori coniunctione cū suo fonte: q̄ maior est. Ex ista cōclusionē sequit̄ p̄ astrologia: q̄ in regionibus australib⁹ sit maior calor in hyeme q̄ in nostris septentrionalibus inestate: quia sol est eis propinquior quā nobis: cū in hyeme sit in opposito augis sue: sed in estate est in auge.

Sexta conclusio.

Pyramides breuiores: quia breuiores: partim esse longioribus ab eadem base 18. si procedentibus fortiores: partim debiliores.

Breuiores si quidē pyramides: q̄ breuiores: eē obtusiores: necesse est: sicut p̄t̄ ex doctrina de triangulis in p̄mo Euclidis: sed in obtusiorib⁹ radij sup̄ conos se intersecant ad obtusiorē angulū: & quāto angulus conalis interior ē obtusior: tāto magis cū latera laterib⁹ pyramidis incise mutuo appropinquā quant̄ exterius. Et ubi ḡra sit pyramis obtusa. a. b. c. & p̄trahatur. a. c. in. d. & b. c. in. e. igitur cū angulus. a. c. b. sit equalis angulo. e. c. d. q̄ contra se possit̄ p̄ scōam quarti capli p̄mi libri geometrie: necesse est tanto reliquos duos esse minores: quanto hij duo sunt maiores p̄ p̄mā quarti capli p̄mi libri geometrie: & quāto illi sunt maiores: & isti minores: tanto sibi sunt collaterales radij p̄pinquiores: vt c. d. tanto p̄pinquior est radio. b. c. & eōuerso quāto minor est angulus. d. c. b. Est autē luci p̄prietās: vt quanto est altera p̄pinquior alteri: tanto sit fortior vtraq̄: igitur scōm hęc fortiores sunt pyramides breuiores naturaliter: & nō solū ex causa in precedēte cōclusionē assignata. Et eōuerso in pyramide longiori lux ad consū est adunata magis q̄ in breuiori: & per hoc excedit breuiorē. Simpliciter tamē fortiores sunt breuiores. Unde naturaliter montes calidiores sunt quam valles. quāuis p̄ accidens in frigidentur in quātum medio intersticio aeris p̄pinquant.

Septima conclusio.

Cuiuslibet pyramidis radioꝝ omnes radii in indiuisibili concurrere. 19.

Hoc intelligendū est solum de radijs imaginarijs iuxta modum quartę petitionis capli precedētis. Si enim conus pyramidis habet latitudinē: ego diuidam eū p̄ tres partes quarū p̄ma sit. a. b. scda. b. c. tertia. c. d. ergo radius cuius terius est. a. b. nō cōcurrit tūc cum radio cuius terius est. c. d. quod falsum est: quia lineas concurrentes necesse est sine medio esse: atq̄ huiusmodi radioꝝ concursum vltimum fieri in puncto mathematico.

Octaua conclusio.

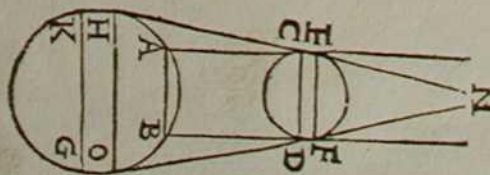
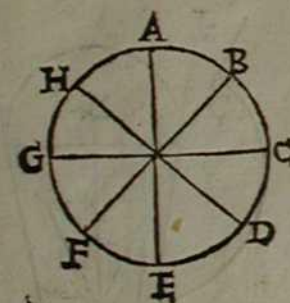
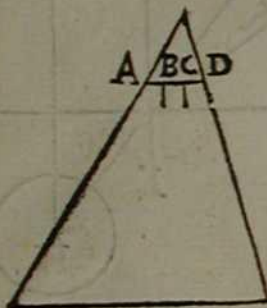
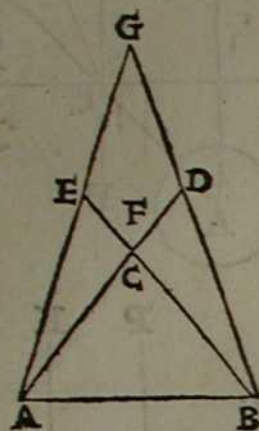
A luminoso concauo lumen efficacius recipitur in centro. 20.

Cuius ratio est q̄m ab omni cōcaui pñcto p̄pendiculares radij: q̄ sunt ceteris fortiores: cōfluunt in cētum vt p̄bari pōt̄ ex caplo de circulis in scdo lib. geometrie. Unde virtutes corporū celestium in cētro mūdi & iuxta ipsum efficacius oriuntur vel operantur: illicq̄ cōformior dicitur habitatio hominis cuius complexio p̄pinquat simplicitati: vt est possibile: sup̄remi corporis.

Nona conclusio.

Omne luminosum sphericum illuminat spheram minorem: similiter & cy 21. lindrum plus quam dimidium.

Si enim maior est dyameter luminosi q̄ sit dyameter opaci: radij cadentes super extrema dyametri opaci nō oriuntur a teris dyametri luminosi scz. k. g. hoc enī si facerent angulos rectos causarēt vtroq̄ biq̄ cū dyametro opaci scz. c. d. p̄ q̄ntā cōclusionē capli de circulis in scdo lib. geometrie nostrę: & per cōsequens equidistantes essent linee laterales dyametroꝝ tam in corpore luminoso q̄ in opaco: & p̄ cōsequens essent eque dyametri corporū ineq̄lū qd̄ est impossibile: p̄na tenet ex quarta petitionē geometrie: oriuntur ḡ ab aliquo arcu minori q̄ sit hemispherium verbi ḡra ab. a. b. cum ḡ a punctis oibus inter. k. & a. lumen diffundatur sup̄ opacū: si ab. a. pñcto peruenit in. c. necesse est ab omni pñcto superiori peruenire vltra. c. & p̄ cōsequens quanto opacum est p̄pinquius luminoso: tanto latius lumen diffunditur: quod demonstratur sic. Ex quarto p̄ncipio capli precedētis a superficie luminosi porrigant̄ pyramides in oēm partē mediū obiecti: quā igitur minus sit opacum luminoso: & p̄ consequens inter pyramides luminosas cōcludibile: necessario illustrat̄ plus medietate. Si enī pyramis latera sua extremis dyametri. c. d. applicaret sequerent̄ duo incōuenientia vtrinq̄ enī angulos rectos cōstitueret sicut p̄t̄ p̄ q̄ntā quarti capli scdi libri nostre geometrie: & per p̄na essent eque dyametri



corpo: & inequalium: scz luminoso & corporis opaci quod e contra ypotestum. Et trigonus. c. d. 3. plus q̄ duos rectos contineret &c. Fundant hec demonstrano in tribus ppositionibus geometrie: pma est diffinitio linearu equidistantum. Secunda q̄ oēs linee inter equidistantes lineas cadentes ad siles angulos sunt equales: & hec sequitur ex precedenti. Tertia q̄ dyameter circuli ortogonaliter cadit sup lineam contingente si sup punctu cōtactus ceciderit: que probata est in geometrie nostre libro scdo in capitulo de circulis conclusionē quinta. Ex hoc ptz q̄ sol illuminat plus q̄ medietatem lune & terre.

Decima conclusio.

22. Vmbrosi minoris luminoso minorē esse vmbra: sicut æqualis æqualem: & maioris esse maiorem.

Hec ptz ex premissa qm si luminosum maius est q̄ vmbrosum illuminat plus q̄ medietatē: si equale medietatem precise: si minus: minus medietatē: & loquor de vmbra proiectis in plano: & q̄tū ad latitudinem vmbra: nam alias variantur figure vmbraarum.

Vndecima conclusio.

23. Vmbrosum sphaericum luminoso minus: vmbra proicere pyramidalem: æquale columnalem: maius curtam euerſam pyramidem infinitam.

Ratio huius propositionis sumitur ex prehabitis qm ex. 9. huius capli ptz q̄ vmbrosum luminoso minus: vt terra sole: illuminat plus q̄ in medietate: radij aut a luminoso cadentes in vmbrosum contingit: equidistantes esse nō possunt: tangūt enī circuli nō in extremis diametri sed in extremis corde alicuius minoris dyametro semicirculi: rectus anguli non erunt in cōtactu: sicut ptz ex. 6. capli de circulis in lib. 2. nre geometrie: quā radij a maiori magnitudine descendant necesse est illos angulos esse minores quos cōstituunt radij ex parte corde predicte a luminoso remotiori: cōcurrunt enim necessario ad partes illas vt docet quarta petitio geometrie. Quod si equalia sibi sint vmbrosum & luminosum radij cadent necessario in extrema dyametri vmbrosi: & per p̄s equidistantes erunt nūq̄ cōcurrentes etiam si in infinitū producant. Si aut maius fuerit vmbrosum necesse est vmbra eē cōtrarie dispositiōis cū p̄ma istarū trium: quare euerſa erit: & curte pyramidis infinite scdm longitudinē: quā figurā calatoides appellat: dico tamē luminosum & vmbrosum debere esse super idē planum.

Duodecima conclusio.

24. Vmbra esse lumen diminutum.

Sicut ptz ex quarto principio precedentis capli q̄uis opacum impediāt transitum lucis directum & principale nō tñ secundarium q̄ circūferentialiter se diffundit. In hoc autē differt vmbra a tenebra q̄ vmbra est lux diminuta: vbi est p̄uatio lucis p̄marie & deriuatio secundarie: tenebra vero est vbi nihil est luminis. Rescō tñ si aliquod corpus mūdano: nō pōt oīno lucis trāsitu impedire: quā nullum penitus natura perspicui sit priuati: & ad minus circumfulgentiam impedire nō pōt lucis secundarie: ait enim Aristoteles in secundo de anima q̄ diaphaneitas est natura cōmunis oīm corporum tam superiorum q̄ inferiorum: sed de hoc infra capitulo quinto conclusionē quinta.

Decimatercia conclusio.

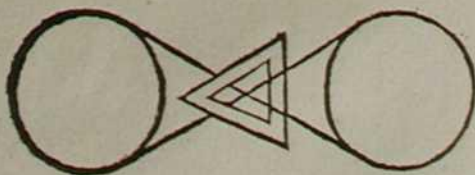
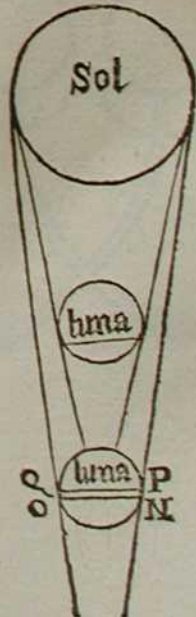
25. Quāto sol est ppinq̄or lunæ tāto eam magis illuminat intēsiue & extēsiue.

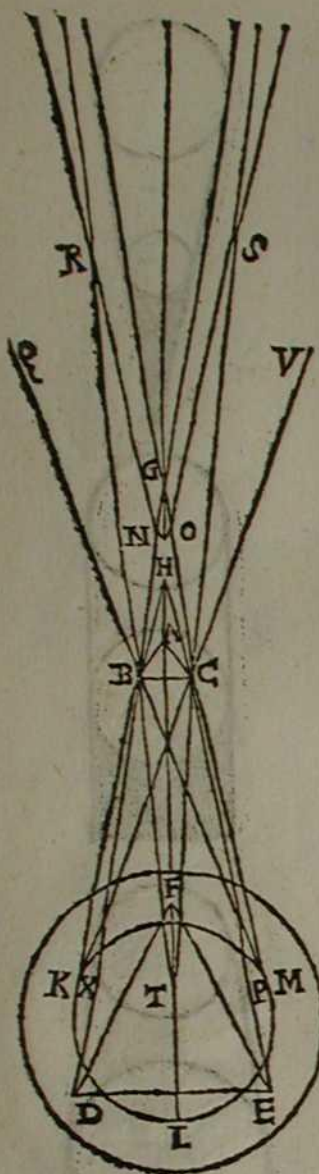
Quod intēsiue ptz ex. 5. huius: q̄ extēsiue p̄batur: qm ex. 9. huius p̄pōne ptz q̄ includit luna pyramidibus radiosis a sole proiectis: & quanto soli est ppinq̄ior tāto breuiori pyramide circūcingit: imaginemur q̄ aliquā pyramidem lōgiore cuius latera tangant lunā in p̄ctis. n. o. q̄ sunt teri arcus n. o. amplius latera pyramidis breuioris tangere non possunt extrema arcus. n. o. si enim facerent quā sint ab eadē basi: pyramides essent equales: ex scda cōclusionē capli de triangulis in libro secundo geometrie: nā hmoi latera sup maiore basim maiores angulos facerēt: nec possūt tāgere extrema arcus maioris q̄. n. o. vbi grā. p. q. qm sic breuiorē pyramidē p̄stituere nō possēt nisi vtrinq̄ latera lōgiore pyramidis secarēt: q̄ ē impossibile cū ab eisdē teris vtrinq̄ p̄cedat: tales ei lineas impossibile ē cōcurrere. Latet tñ lūe p̄s illuminata: supior ei ē necesse portio ei modica donec a sole paulatī elōget.

Decimaquarta conclusio.

26. Incidentias radios per angularia foramina mediocris q̄tūtatē trāseuntes: in obiectis corporibus rotundari: eoq̄ semp fieri maiores quo remotiores.

Hec cōclusio sequit ex quarto principio q̄tū ad vtrāq̄ partē: p̄bat tñ secūda qm radij in quo vis p̄uatiō medijs pyramidaliter terminati nō sūt ibi: sed interfecādo se p̄cedūt: q̄ qm perforamē incidūt angulare: radij q̄ in foramine se interfecāt indirectum: p̄ducti quā in tātam distātiā puenierint quāta est distātiā ex alia parte solis: qm si anguli cōtra se positi equales sunt ex secūda cōclusionē quarti capli p̄mi libri geometrie: & latera ex vtrāq̄ parte pyramidis equalia sunt: necesse est & bases equales: vt ptz ex p̄ma capli de triangulis in scdo lib. geometrie. Causam autē rotunditatis incidentie diuersi diuersimode n̄ p̄t sunt assignare. Quidā q̄ simpliciter causam attribuunt so-





lari rotunditate: ut sicut radius a sole: sic rotunditas a rotunditate. Ad hoc argumentum sensibile affus-
mentes: quia tempore eclipsis solaris huiusmodi incidentie per foramina angularia sunt novaculae: secundum por-
tionem quam abscondit luna a sole: propter quod rotunditas a rotunditate pervenit. Sed si hec causa suffice-
ret: ista incidentia ista rotunditate acquireret sic propter foramen sicut loge a foramine: cuius contrarium
videtur. Alij subtilius causam attingentes: solaris rotunditate huiusmodi incidentie ponit causam remotam: ra-
diorum autem intersecationem causam propter quod: per hunc modum. Accipitur foramen triangulare. a. b. c. et ac-
cipiatur superficies triangularis in corpore solis. d. e. f. et sit basis pyramidis triangularis incidenti-
as per foramen dictum: et latera sua lateribus dicti foraminis applicentur que concurrant in puncto. g.
ultra foramen. Amplius imaginemur in sole circuli non penitus circumscribentem triangulum dictum sed
paulo minorem: et sit. k. l. m. circumferentiam suam fere angulis suis applicantem. Et sic ab hoc circulo pro-
cedunt rotunde pyramides quarum nulla potest perungere penitus integra: videlicet ad. g. angustia foraminis
impediente: potest forsitan aliqua perungere punctum aliquod foraminis propter quod: vel saltem in ipsa superfi-
cie foraminis contentum: ubi gra sit punctus. h. tunc angulus pyramidis terminatur in. h. maior est quam
angulus terminatus in. g. quia longe brevioris est pyramidis ex. g. huius capiti: certum autem est quod radius
pyramidis brevioris ratione maioris anguli: quem continent: ducti in continuum et directum secabunt ra-
dios pyramidis longioris: et quod ante intersecationem fuerant contenti et inclusi: post intersecationem continen-
tes alios et includentes erunt. Igitur quod predicta minor pyramis sit rotunda: sequitur ut post intersecationem
non predicta: incidentiam faciat rotunda sicut patet in figura: eo modo quod planities potest figuras solidas de-
clarare: patet cum quod radius pyramidis rotunde. k. l. m. cadit in. h. et ibi sese intersecantes extra pyramidem
triangularem se dilatant. Amplius si accipiamus radius a sole centraliter egredientes: qui sunt fortiores alijs
radiando ut sunt. t. a. t. b. t. c. ipsi cadent intra dictam pyramidem rotundam secantes eam in punctis. r.
s. igitur saltem post illam intersecationem erit talis pyramis rotunda. Sed certe hec imaginatio loci haberet
etiam si sol esset magne figure quadrata: in ipso enim esset triangulus aliquis qui posset foramen triangu-
lare recte respicere: et circulus triangulum circumscribens: a quo posset pyramis rotunda procedere:
et ita rotunditas solis non esset causa propter quod: nec remota huius rotunditatis incidentie. Amplius se-
cundum hoc pyramis rotunditate haberet et acquireret subito. s. post intersecationem istarum duarum pyra-
midum in. n. o. vel. r. s. quia secundum hoc quicquid esset ultra. n. o. vel. r. s. esset rotundi coplesse: sicut quicquid
esset citra et ultra triangulare foramen: esset triangulare: cuius contrarium est manifestum ad sensum: quia
videmus lumen ipsum paulatim rotunditate acquirere. Amplius radius. x. u. t. p. q. applicat se lateribus
foraminis: et sequuntur figura eius: et certum est quod isti omnes alios radios includit: qui tunc rotunditate possunt
radiofinitate recte generare: per modum igitur radiofinitate: ut dictum est: impossibile est causam rotunditatis
perfecte repperiri: maxime quia ex. 4. petitione iste pyramides sunt imaginarie et solum in potentia.
Dico igitur istam intersecationem ad rotunditatem posse conferre: sed non causam totam administrare. Sciendum est
igitur figuram sphericam luci esse cognatam: et omnibus mundi corporibus principalioribus consonam: ut
potest nature maxime servatiuum: que omnes suas partes suo intimo perfectissime coniungit: unde et stilla in
rotunditate incidit: ad hanc igitur lux naturaliter movetur: et eam perlatam distantiam paulatim acquirit.
In tempore autem eclipsis sit predicta novaculatio: quia impeditur ista actio totaliter: et secundum se diffusio lu-
cis in parte illa: ubi radius solares abscondunt: deficiente enim principali lumine: necesse est et secundarium
deficere. Amplius si rotunditas esset causa ex intersecatione: tunc si sol eclipsaretur in parte orientali
deficeret incidentia in parte occidentali: et non solum in eadem parte cum sole: quod falsum est. Est igitur
causa cum precedentibus formalis: quam figura spherica non solum est cognata corporibus mundi principaliori-
bus: sed etiam eorum operationibus principalibus cum debita distantia. Resolutio ergo vera prime partis
huius conclusionis est adiungere simul primam et tertiam opiniones: lumen enim solis diffusum per medium
diaphanum est vera similitudo solis et eius figuram representat rotundam: nisi alicubi impediatur: sed
recedente impedimento paulatim ad suam naturam reuertitur.

Capitulum tertium de qualitate & dispositione organi sensus visus.

Prima conclusio.



MNE corpus visibile radios habere.

Radius enim nihil aliud est nisi speciei rei visibilis indirectum facta potestatio:
corpora autem luminosa dicuntur principaliter radiare: quia radius cetera illu-
strat: et sol precipue cuius radius sensibiles sunt. Videtur autem hec propositio epis-
tologus omnium precedentium ut sit principium ad sequentia.

Secunda conclusio.

Visionem fieri per lineas radiosas recte super oculum incidentes.

Hec patet experimentis: quoniam abscessis lineis rectis interpositione alicuius corporis opaci inter visibile et
oculum cessat visio: et eo remoto fit visio. Idem etiam probatum est in prima conclusionis capitulo precedentis.
Brevior in huius libri in suo commento exposuit hanc propositionem ad sensum conclusionis sed capitulo ite-
quens. s. quod ex hac rectitudine radiofinitate fit ut tota species rei visibilis sit in toto organo visus et pars in
parte secundum ordinem partium rei visibilis: alias ut inquit non fieret visio distincta sed confusa: sed hec in pa-

CAPVT TERTIVM.

ginatio licet indoctis per bella videatur: procedit tamē ex oppositis principiorū tertij quarti z sexti: ideo potius generat ignorantiam q̄ scientiam vt inferius ostendemus.

Tertia conclusio.

29. **Oculus q̄titati capiendæ nō sufficeret vel nō cōgrueret: si rotūdus nō esset.**

Ad multa citius capiendā est oculo attributa rotunditas. s. propter facilitatē motus z reuolutionis. Itē si pars illa per quā immutat nō esset spherica: nō videret vnico aspectu nisi sibi equalē: qd̄ ptz: qm̄ visio est p̄ lineas rectas super visum orientes ppendiculariter: quarū cōcurfus est in centro oculi vt docebit infra cōclusionē tertia capli sequētis. Si em̄ esset sup̄ficie plane: nō venirent sup̄ eum pp̄ diculares nisi a sup̄ficie sibi equali. Verbi gr̄a sit p̄ possibile oculi sup̄ficie plana. a. b. res visa. c. d. a puncto. b. ducat ppendicularis sup̄. b. iterū a p̄fecto. a. extrahat alia ppendicularis que cadat in. c. quā ḡ. a. b. z. c. d. sint equedistātes: erit linea. a. c. ppendiculariter extracta p̄ ypotēsīm equalis lineæ. b. d. q̄re linea. a. b. erit equalis lineæ. c. d. vt ptz ex diffinitione equedistātiū lineaz: z ita res visa visus latitudinē nō poterit excedere: quare expedit vt oculus nō sit figure plane sed spherice: in cuius centro trun possint radij ppendiculariter cadere a longe maiori lōgitudine. Amplius capacitati maiori cōuenit rotunditas: qm̄ figura spherica capacissima ē ysuperimetroz. i. figuraz cōliter cōmēsurabilium.

Quarta conclusio.

30. **Corpora diuersarū rationū necessario requirunt ad oculum cōstituendum.**

Hoc ptz qm̄ illa pars oculi i qua vigeat potētia visua est tenera z passibilis multū: qm̄ aquea est z tenerrime complexionis: aliter nō cōgrueret subtilitati spirituum visibilium a cerebro venientium: aliter etiā spēs sub esse suo in materiali z depurato minime reciperet: nec p̄cipi posset tactus earū nisi in tenerrimo z subtilissimo corpore: hic autē humor faciliter corrūperetur nisi alijs fortioribus circūda retur. Hinc dispositio talis est oculi: vt sit eius tunica exterior que d̄ cōsolidatiua: fortis z pinguis ad retinendū oculū totū in dispositione sua iuxta duriciem ossis. Intra quā est tunica que d̄ cornea quia cornea silis est: z fortis qz acri exponit: z est diaphana vt sit specieb⁹ perua. Intra istā est tunica que dicitur vicia: que est nigra ad viciū silitudinē: vt obscurē in ea humor in quo vigeat visus: qui humor nisi aliquatū abscuraret species in eo non possent apparere: z hec tunica est fortis ne resudet in ea humor cōtētus. Et habet in anteriori parte sua forāmē circulare vt trāseant p̄ eam species: cui⁹ forāmē nis diameter est circiter quantitatē lateris quadrati intra spherū viciam descriptibilis. Intra istam tunicā est humor albugineus silis albulgini oui diaphanus: vt p̄ eum species ferātur libere: z talis humor est humidus q̄ humectat humorē glaciale: ne tela eum circūdas siccitate corrūpat. Intimus humorū est humor glacialis glaciē silis humidus: vt sit a luce passibilis nō solū p̄spicitate: s; etiam ratione modi substantie: z est subtilis vt facilius moueatur: z est aliquatū spissus vt species in eo si gi possint: aliter em̄ euāceret: z hic humor diuidit in duas partes: habet em̄ anteriore partē maioris sphere portionē: z toti oculo concentricā z equidistātem anteriori parti visus: habet etiam partē posteriorem que vitrea d̄: que est subtilior anteriori parte: z hec due circūdātur quadā tela subtili: que aranea appellatur silis tele araneæ: cuius officium est illū humorē fluidum cōtinere: z ita secūdis sphi losophos oculus habet tres humores z quattuor tunicas. Alij autē qui anatomiam diligētius p̄spiciunt. s. medici: ponūt q̄ vicia habet oculū in pia matre sicut cornea a dura matre: que sunt due tele cerebri circūdātes: z subiungit q̄ oculus cōstat ex tribus humoribus z septē tunicis: quarū prima est cōiunctiua siue cōsolidatiua. Corneam etiam diuidit in duas partes: anteriore vocāt corneam: interiore vero scleroticam appellant: silitet etiam viciam diuidit: cuius anterior pars vicia d̄: posterior autem secundina: silitet aranea diuiditur cuius anterior pars dicitur aranea: posterior retina. Sic tamē diuidere nō est cura huic philosophie: que solum cōsiderat ea que ad eccentricitatem vel concentricitatem partium oculi: ad fractionem vel directionem pertinent radiorum.

Quinta conclusio.

31. **Aliqua corporū oculū cōstituentiū a spheræ necesse ē deficere cōplemēto.**

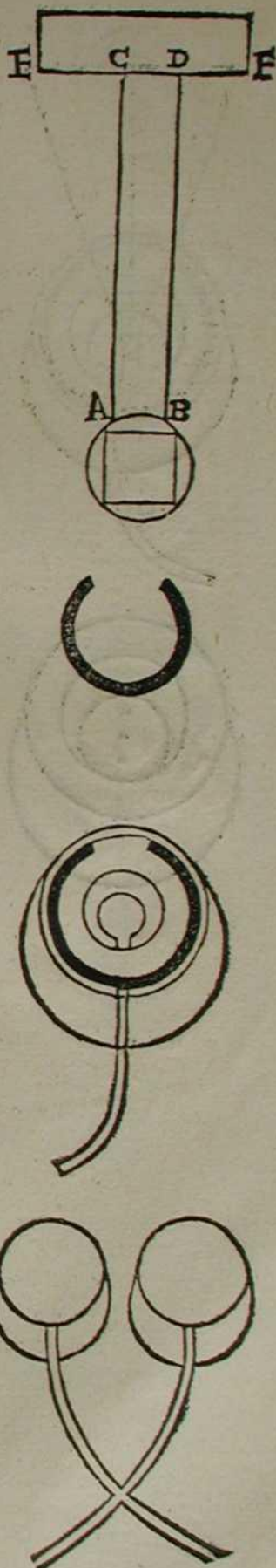
Verbi gr̄a cōsolidatiua pinguedo. s. alba q̄ circūdat oculum si totū circūdaret: oculus nihil videret: qz ipsa diaphanitate caret: silit vicia h̄ forāmen in anteriori parte: z silitet glacialis deficit a rotunditate.

Sexta conclusio.

32. **Oculorum dualitatem necesse est reduci ad vnitatem.**

Duo sunt oculi ex benignitate creatoris: vt si vni accideret lesio alter remaneat. Origo autē eorum hec est: qm̄ ab anteriori parte cerebri oriuntur duo nerui cōcaui directe ad anteriore partē faciei: qui p̄mo cōiungunt z sunt vnus neruus: z inde ramificat in duos neruos ad duo foramina cōcaua sub frōte: in quib⁹ dilatātur: z creatio oculorū sit sup̄ ipsorum neruorum extremitate. Species ḡ visibilium per vtrūqz forāmen recipiuntur: q̄ si iste species nō vnirētur: res vna due apparerent: sicut etiam ptz si digito supposito ipsi oculo: oculus vnus a suo situ eleuet: res vna due vidētur: qm̄ spēs p̄ duos oculos recepte in cōi neruo nō cōiungunt: necesse ē est in cōmuni neruo species vniri: quod est p̄positū.

Septima conclusio.



Sphærarum oculū cōstituentium necesse est aliquas esse mutuo eccentricas. 33.

Hoc patet: quia quā species rei visibilis pyramidaliter supra oculū oriantur ut patet ex quarto principio capuli primi: cuius conus pyramidis est imaginabilis in cetro oculi: si nulla diaphaneitatis esset diuersitas: radij in cetro illo cōcurrerent et ulterius pcederent se in cetro secarent: et dextra apparet et sinistra: et sinistra dextra: quia propter machinata est natura ut anterior glacialis idē cetrū haberet cū cornea et cū humore albugineo: ne species per ipsas trāseuntes frāgeretur: anteq̃ peruenissent ad vim sensitiuam: que etiam in glaciali viget humore. Deinde occurrēte sibi interiori glaciali: que est eis eccentrica: siue humore vitreo q̃ subtilior est q̃ anterior glacialis: disgregantur radij et frāgunt a perpendiculari: et hinc iam non per multiplicationem specierum sed per viam spirituum deferuntur species vsq̃ ad locum inditij interioris scz ad neruorum concursum.

Octaua conclusio.

Omniū tunicarum & humorum centra vna continet linea.

Hec probatur per effectū: quia nō aliter posset lux tunicas omnes et humores regulariter introire: nec alius quis radius alicubi posset nō fractus remanere: et per cōsequēs nō posset esse certitudo per deportationem oculi super visibile ab extremo ad extremū: quod falsum est: ut patebit infra.

Nona conclusio.

Oīm radiorū orientium sup visum: vnū solū necesse est transire nō fractum. 35.

Cuius ratio est quoniam super sphaeras eccentricas impossibile est plures vna linea esse perpendiculares: pyramis ergo radiosa sub qua res videtur tota frangitur in ingressum interioris glacialis: excepta illa linea que transit per omnia centra: que axis appellatur.

Capitulum quartum de visione & modo eius.

Prima conclusio.

ISVM vigere in glaciali humore.



Hoc experimentis docetur: quoniam si alicui tunice vel humori lesso fiat: glaciali saluo: recipit curam per medicinā: et sanatur ac restituitur visus. Ipsa vero corrupta corrumpitur visus irreuerabiliter.

Secunda conclusio.

Visionem fieri per hoc quod in glaciali est ordinatio speciei: sicut exterius rei. 37.

Hec propositio dupliciter potest intelligi: scilicet mathematicā et physicā. Pro prima supponamus q̃ oī magnitudo siue magna siue parua est diuisibilis in ptes aliquotas oīm denotationū: hoc est in duas medietates in 3. tertias in 4. quartas etc. unde cōteret q̃ tot sunt partes minime quot maxime magnitudinis: q̃ nō obstat paruitate organi visus. i. humoris glacialis tot habet partes quod et corpus visibile exterius quantūcūq̃ magnum: et ita poterit species eius sic recipi in oculo q̃ tota sit in toto et pars in parte eius: et ordinatio partium organi et speciei correspondeat ordini partium rei visibilis: maxime quia species illa est valde subtilis et spiritalis et ut dicit Aristoteles recipitur in oculo sine materia. Ex hac igitur imaginatione deceptus auctor huius libri dixit de facto ita esse in re q̃ in eadem oculi parte nō recipiunt species diuersarū partium obiecti visibilis: alias cōfunderet se ille forme: et oculis rem nō distincte videret: huius tñ oppositū dictum est in tertio et quarto et sexto principijs primi capuli huius libri. Sed posita est hec imaginatio ad introductionē radiorum quibz satis est q̃ vel sic rem cōcipiant. De sapientibus vero dicitur in secundo philosophico q̃ abstrahentium nō est mēdātium: q̃: hęc imaginētur ea tamē nō credūt ita se habere: et sic nō decipiunt. Philosophica igitur vera intelligentia huius propositiōis erit q̃ species rei visibilis in oculo recepta est talis nature q̃ est tota in toto oculo et tota in qualibet parte: et q̃ eius speciei quilibet pars suapte natura totum obiectū et quilibet eius partē representat: vel si a diuersis obiecti partibz diuerse imprimantur oculo species partiales: tamē quilibet earū recipit in oculo partibus: nec adinuicē permiscetur nec se cōfundit tñ in sexta petitione dictum est: et hoc modo recepte species ille ita distincte obiecti partes representat sicut si reciperentur in partibus organi diuersis ut pcedit imaginatio mathematica predicta. Et hęc intelligentia in fine huius operis. i. in 3. lib. cap. 2. cōclusionē secunda expressit iste doctor: tam correctus ab errore suo.

Tertia conclusio.

Rei visibilis compræhensio fit per pyramidem radiosam. Appræhensionis autem certitudo fit per axem supra visibile transportatam. 38.

Pyramis enim radiosa siue species a visibili oculo impressa: rem oculo representat: sed visionis certitudo fit per rotationē oculi super rem: que basis est pyramidis: hęc enim tota pyramis sit perpendicularis sup centrū oculi. i. anterioris glacialis: nō tamen supra totū oculū: unde sola illa perpendicularis que axis dicitur: q̃ nō frangitur: rem efficaciter representat: et alij radij quāto sunt ei propinquiores tāto sunt

potēiores & fortiores in representando. Ad hoc igitur oculus rotatur ut res que sub pyramide representatur simul oculo: per hanc perpendicularē successiue orientē perspicatius discernatur. De hac certitudine est intelligēdū qd dicit auctor libri de visu: qd nullū visibile simul totū videt: s; p imitationē pyramidis. Dicit et cōter loquētes: qd oē visibile videtur sub angulo in forma triangulari. Et loquimur hic de angulo trianguli imaginarij scdm cōter loquētes: p quē intelligit speciei visibilis extensio.

Quarta conclusio.

39. Non sub quocunq; angulo rem videri.

Non est visio sub angulo acutissimo. i. angulo contingētic: qz iste angulus vt pbatū est in geometria caplo de circulo: est indiuisibilis: angulus autē sub quo aliquid videtur est diuisibilis: qz diuidit per arē mediam. Amplius determinata est anguli magnitudo sub quo pōt esse visio: qz diameter foraminis vūe sicut docet anatomia: est quasi latus quadrati qd describitur intra spherā vūeam: s; si ab extremis huius foraminis lineae ad cētū eius ducantur: cōstituent sup eum angulū rectū: hoc p; qm ab angulis quadrati lineae recte secant se orthogonaliter: igitur si in cētro vūee esset visio: videret sub angulo recto precise: si diameter foraminis esset latus quadrati precise. Nunc autē cētū oculi qd est anterioris glacialis interius est: qd cētū vūee: qz vūea minor ē qd cornea: & secat corneam: nā foramen eius corneae applicatur: s; maximus angulus sub qd sit visio radiosa est minor recto: nisi foramen vūee sit paulo maius qritate predicta: nec loquor hic de visione p radios extra pyramidē radiosa sup oculum orientes: de quibus infra videbitur.

Quinta conclusio.

40. Visionem fieri sub curta pyramide visui pportioata: & angulo inchoato.

Hec ex predictis p; qm radij pyramidis omnes excepto vno occurrente interiori glaciali frangunt a ppendiculari: vt dictū est in vltima cōclusionē precedentis capli: nec vltius in cōsū cōstringunt: qm igitur radij ad angulū inclinētur: nō tamen angulariter applicātur: nisi imaginatiue tantū: imo quum pertinet species ad humorem vitreū. i. interiorē glaciālem: procedit scdm legē spirituum magis qd secundū legē diaphaneitatis: incuruatur cū scdm viam spirituum vīq; ad neruū obticum.

Sexta conclusio.

41. Declinatio radiorum angularis inuat ad comprēhensionem quātitatis.

Duplex est declinatio angularis radiorū altera ad angulū altera ab angulo: & de vtrāq; vera est ppositio. De pma p; qm quanto radij ad acutiorē angulū declinant: tanto species amplius adunatur & cōstringitur: necesse est per cōsequēs nisi aliqd aliud impediāt: vt rei qritas ex hac declinatione melius videatur in oculo: sed hoc ad cognitionē qritatis nō sufficit: vt infra patebit. De secūda etiam probatur qz ex secūda huius capli per dispositionē speciei inglaciali habetur cognitio rei: ergo species debet esse extēsa: quod non esset si radij ad angulū concurrerent in puncto.

Septima conclusio.

42. Per radios qui oblique super oculum oriuntur: visio vigoratur & ampliatur.

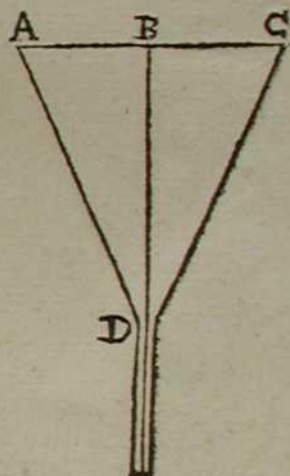
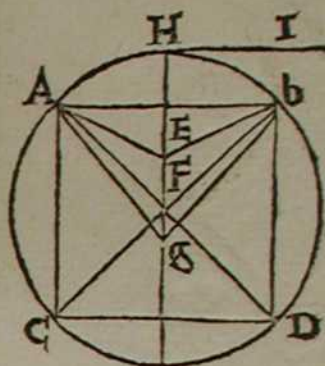
Vigoratur inqūa qm l; p solos radios perpendiculariter cadentes certa & distincta fiat visio pncipaliter: tamē certum est qd quilibet pncipus in visibili signatus videtur p radium suū oculū ppendiculariter tangentē: dominatur enī motus ppendicularis & iste oblique incidēs cooperatur. Amplius extra pyramidē radiosa aliquā videtur: nam pyramidis angulus breuioris latitudinis est qd se habeant res q vno aspectu videri possunt: radij s; istorū sup oculum venientes aliquo modo tangūt & mouēt oculū p radios in ingressu oculi fractos: & ad cētū declinātes vt talia debilitē ab oculo aduertantur: illa autē q sunt oculo facialiter obiecta: efficacius presentantur qz tam recte qd flexe apprehenduntur. Quare autem punctus representatus per radios tam diuersos in vno loco appareat: in tractatu de radijs fractis tangēt scz in tertio libro huius capli finali.

Octaua conclusio.

43. Operationem visibilis in visum esse dolorosam.

Hoc pbatū qm operatio cuiuscūq; visibilis in visum ē vnius gnis: quā s; operatio vehēmentium luminū in oculos sit lesiva sensibiliter ac dolorosa: sequitur oēs opationes luminū cē tales: quā nō ppe datur. Et hoc est argumentū huius pbi caplo de qritate visus: & rationale videtur: qm nullū est visibile tantū oculo delectabile: qd p cōtinuā inspectionē ipm afficiat fatigatiōē: cuius fatigationis causa videtur cē precedēs inspectio. Hoc quidē sapit iste pbus: quā alij pbi naturalia trācantes dicant qd sensibile est pfectio sensus: in actu s; sentiendi nō ē aliqd tristitiam inducēs: nisi sit imoderatū. Hec videtur cogere ratio predicta si excellens sensibile inducit dolorē: s; & mediocre: motus enī vehēns grauat: motus vero mediocris delectat & iuuat. Restringitur igitur quod hic dicitur ad visionē cuiuscūq; p longationem: & nō ad qcūq; breuē inspectionē: siue intuitionē. Vel intelligitur solum de per accidēs: naturales autē loquūt de per se: nam simul cum specie rei visibilis venit ad oculum alia qualitas lesiva vt calor: species autem non ledit.

Nona conclusio.



Mathematicos ponentes visum fieri p radios ab oculo micantes frustra conari. 44.
 Visio em̄ sufficienter fit per modū prescriptum: p quem saluari possunt om̄ia que sunt circa visum ap-
 parentia maxime si fiat visio per radios rectos: secus de reflexis & fractis: ḡ sup̄fluum est ponere
 sic radios &c. Hoc dico auctoris p̄spective vestigia sequēdo: q̄ aliud doceat alchindus de aspectib⁹:
 quod platonici etiam senserūt: aliud p̄bi sapere videtur in multis locis: aliter Augustinus q̄ innuere
 videtur q̄ virtus aīe aliquid in lumine oculi operet̄. Pro huius tñ sequētis p̄positionis elucidatio
 ne scito q̄ triplex fuit antiquorū opinio de modo vidēdi: p̄ma epicuri ponentis radios exire ab oculo
 vsq; ad rē visibīlē. Secunda platonis ponētis q̄ radij ab oculo exeuntes obuiant radijs a visibīli or-
 tis in medio. Tertia aristotelis q̄ soli radij a visibīli veniunt ad oculum.

Decima conclusio.

Radios quoscunq; ab oculo micantes: & orientes supervisibile: ad visionem 45.
impossibile est sufficere.

Quod si ponatur radij ab oculo exire sup̄ rem visibīlē quasi contingendā: aut redeunt ad oculū: aut
 non: si nō redeunt: visio per eos nō fit: quā aīa a corpore nō exeat: Si redeunt qualiter: nunquid ani-
 mati sunt: nunqd̄ oīa visibīlia specula sunt reflectendo radios? Amplius si redeunt aut cū specie rei
 visibīlis aut sine ea: hoc secundū dici nō pōt: q̄ sine specie rei non fit visio: si aut̄ cum forma rei visibī-
 lis: sic frustra exeunt: qm̄ lux ipsa vel forma seu species visibīlis virtute lucis in totū medium se dif-
 fundit: ergo non est necesse vt ipsa aīa radijs quasi nuntijs vtatur. Amplius q̄si aliqua virtus oculi
 vsq; ad sidera protenderetur: etiam si totum corpus in spiritus resolueretur. Amplius om̄es alij sen-
 sus cognoscūt intus suscipiendo & nō extra mittendo aliquid: ḡ similiter & sensus visus.

Vndecima conclusio.

Lumen oculi naturale radiositate sua visui conferre.

Oculus em̄ vt dicit Aristoteles nō solū patitur sed etiam agit quēadmodū splendida corpora: lumē
 ergo naturale necessarium est oculo ad alterandas species visibīles: & efficiendū eas. p̄portionatas
 virtuti visus: qm̄ ex luce solari diffundūt̄: sed ex lumine oculi cōnaturali: oculo cōtēperantur: hinc
 dixit Aristoteles q̄ quum motus lucis ad exterius fortis est: disproportionalis & non bona fit visio
 quantūcūq; motus ad interius fortis etiam sit: sicut ptz in radio solis qui obruit visum: nec patitur
 se p̄portionari visui. Sic igit̄ ptz q̄ aliquo modo fit emissio radiozū: sed nō modo Platonico. s. vt ra-
 dij ab oculo emissi quasi in forma visibīli imergantur: & intincti reuertant̄ oculo nunciantes. Aliqd̄
 tamē operant̄ radij vnius hoīs in visum alterius predicto modo: qm̄ visus est in omnibus aīalibus
 eiusdē rationis: quā ḡ quedā aīalia p̄ lumē oculorū suorū sufficiant coloribus virtutē multiplicatūā
 dare: vt ab eis nocte videri possint: sequitur vt lumen oculi aliquid operetur ad visum: sed an aliquid
 vltius faciat: non diffinitio: huius auctoris: vt dictum est: sequendo vestigia.

Capitulum quintum de medio videndi & conditionibus eius.

Prima conclusio.

INE luce nihil videri.



Hoc probat̄: color em̄ sine luce nō pōt efficaciter radiare: qm̄ primum in omni
 genere est causa oīm posteriorum: p̄ma autē radiositas est lucis: & ideo om̄is
 alia ab ipsa causatur. Color ergo efficaciter radiare nō pōt: nisi luci admixtus.

Secunda conclusio.

Visū nihil cōprehendere: nisi i p̄portiōali distātia p̄sentatū. 48.

Distantia siquidē vel remotio visibīlis requiritur ad visionē: si em̄ res visibī-
 lis oculo supponat̄: lux super ea nō p̄funditur: & p̄ p̄ns nō potest mouere visum: q̄ si ipsum visum sit
 luminosum: dico vt in precedēte cōclusionē tactū est: qm̄ visibīle per lumen oculo cōtēperatū fit & p̄-
 portionatū. Si autē sit nimis remotū visibīle ab oculo euāescit spēs eius & nō videt̄: aut secūdu alios
 euāescit radius visualis ab oculo exiens: & in diuersis qdē cōplexionib⁹ hoīm diuersimode. Quā qdā
 senes melius vidēt in maiori distantia q̄ in minori: qm̄ lumē oculorū suorū multū sed nō clarū ē & in
 disgregiēdo serenat̄: & seneratū speciei rei visibīlis supfundit vt efficacit̄ moueat. Alij aut̄ sunt q̄ hnt
 lumen modicū & serenū & illi a p̄mo vidēt. Alij aut̄ multū & clarū: & illi a remotiori vidēt. Sup̄ oēs
 aut̄ alios illi q̄ oculos p̄fidos hnt ceteris pib⁹ a remotiori vidēt: q̄ radij lumināres ab oculo micantes
 nō ita disp̄gunt sicut ab oculis emittētib⁹: q̄ si adiecti siue adunati fuerint forti⁹ sup̄ visibīle porrigunt̄.

Tertia conclusio.

Sola videri recte facialiter obiecta.

Hoc ptz ex predictis: visus enim fit principaliter per pyramidē radiosam a basi opposita sup̄ visum
 perpendiculariter orientem: fit etiam visus p̄ radios extra pyramidē super oculum oblique orientes:
 sed super oculū oriri nō possunt qui in sup̄ficem oculi non cadunt: sed ex aduerso eius oculo se repre-
 sentāt. Et dico videri recte: qm̄ reflexe in speculis aliqua aliter videntur: vt infra lib: 2o scdo dicitur.

Quarta conclusio.

50. Nihil videri nisi proportionaliter quantum.

Cuius ratio est quoniam vt supra ptz: visus fit per pyramidē radiosam cuius basis est res visa: ergo necesse est quod videtur esse quantum & extensum. Dico autē proportionaliter quantum: non ergo diminutū: q̄ tale non sufficeret oculum dolose & sensibilibus imprimere: vt dixit octaua precedentis capituli. Cor-
pus etiam excedentis magnitudinis vno aspectu videri non potest: vt patet ex tertia precedentis.

Quinta conclusio.

51. Visum non fieri nisi per medium diaphanum.

Cuius ratio est: q̄ sp̄s non multiplicat nisi per diaphana corpora: quorū subtilitas cōgruit formis multiplicandis sine materia & sine materialib⁹ cōditionib⁹: vt cōueniens ē ad hoc q̄ oculo imprimant. Et quū omne corpus sit susceptiuū influentie corpis celestis: certum est nullum corp⁹ omni carere perspicuitate: quum sit cōis natura corpori sup̄celesti & inferiori. Hinc est q̄ nulla densitas phibet omnino transitū celestium virtutum & specierū: quibus nos lateat: hinc lynces dicuntur videre p̄ medium parietem: & hoc idem dicitur de quibusdam hominibus qui vident in profundum terre.

Sexta conclusio.

52. Omne visibile necesse est medium & organum in densitate transcendere.

Cuius ratio est: q̄ nihil potest esse coloratū vel luminosum nisi densum. Amplius nec glaciale moueri potest: si visibile eam in perspicuitate excederet. Amplius sine luce nihil videtur: q̄ si illud qd videtur perspicuum esset vt aer: in eo figi non posset lux: sine cuius mixtione nulla species potest radiare siue videri: vt patet ex prima huius capituli: mouent enim simul lux & color.

Septima conclusio.

53. Omnia quæ videntur tempore comprehendendi.

Immutatio enī visibilis sensibilis nō fit nisi in tēpore: sicut docent illusiones sensuum in veloci quorū fidā trāsp̄tatione. Amplius discretiōe aut diuisionē rei nō nisi in tēpore fieri: ptz q̄ in corpore velociter circūgirato: punctus videtur esse circulus. Amplius celū velocissime mouetur nec tamē percipitur nisi in tpe perceptibili. Amplius quāuis secundū quosdā imutatio possit fieri instātanea: hoc tñ ab ista pbā ē extraneū: vt infra demonstrabit. Quidā tñ sit de vitate hui⁹ q̄stionis: certitudo tñ de visibili nō fit nisi i tpe: trāsp̄tatione axis radialis siue pyramidis sup̄ rē visā: vt ptz ex tertia pcedētis capli.

Octaua conclusio.

54. Visionem non lucide fieri sine congrua sanitate oculi.

Adcirco dicit q̄ error visus aliquādo est a causa exteriori ppter egressum a proportionē in aliqua cōditione ad visum necessaria: vt distātia vel oppositiōe vel hūmōi alia apprehensione. Aliqñ ex causa interiori sicut oculi debilitate & paucitate spiritū vel inflatiōe oculi: ab extraneo humore vt alia leſione.

Capitulum sexrum de cōditionib⁹ obiecti visibiles.

Prima conclusio.

55. ARIAS & multas esse intentiones visibiles: & quasdam primario quasdam secundario comprehendendi.

Quidā distinguunt duplex obiectum visibile materiale. scilicet & formale: materiale est res que videtur: formale est accidens quo videtur: & hoc duplex alterum ex parte rei visibilis vt lux vel color: alterū ex parte visus vt species lucis vel coloris recepta in oculo. Apud aristotē vero visibile materiale dicit visibile per accidens: visibile formale pmo modo est visibile per se: visibile formale secundum modo neq̄ est visibile per se neq̄ per accidens q̄ nō videtur. S3 visibile per se est duplex p̄prium. scilicet & cōmune: p̄prium vt lux aut color: cōmune vt figura magnitudo &c. Idē aut tēp cōmuniter loquimur de visibili formali siue sit p̄prium siue cōmune: & vocamus ipsum intētiōnem visibilem. i. dispositionē rei visibilis de qua p visum iudicamus. Si quidē sunt vīgintidue intentiones visus cōprehēsbiles: lux: color: distātia: situs: magnitudo: corporeitas: figura: mot⁹: cōtinuatiō: discretio vt separatiō: numerus: quies: asperitas: lenitas: diaphaneitas: similitudo: vmbra: obſcuritas: pulcritudo: turpitudine: spissitudo: diuersitas. Idē sunt pncipales intētiōnes sunt & alie secundarie q̄ sub illis cōtinentur: sicut ordinatio sub situ collocatur: & scriptura siue sculptura sub ordinatiōe aut figura: rectitudo & curuitas sub figura. Amplius multitudo & paucitas sub numero: equalitas & augmētum sub similitudine & diuersitate: alacritas & risus & huiusmodi comprehenduntur sub figura faciei: & sic de alijs multis. Principaliter tamen mouent visum lux & color suis speciebus oculum si gillantes: & ex consequenti alias prenominate visui representantes: quia sub eisdem qualificantur.

PRIMI LIBRI PERSPECTIVAE.

Que an realiter sint distincte a luce & colore ad hanc doctrinā est impertinēs: h de eis distincte loquimur.
Secunda conclusio.

Non omnes intentiones visibiles comprehendī sensu spoliato.

56.

Dico sensum spoliati solum sensum exteriorem: quod quedā apprehenditur nō solo sensu: sed cooperante virtute distinctiua & argumētatiua quasi imperceptibiliter imixta: quedā etiam adminiculo scientie acquisite. Verbi gratia quum apprehenduntur duo individua esse similia: ipsa similitudo neutra foris maris est nec comprehenditur solo sensu: sed collatione vnius ad alterū. Similiter de corporum differētia: & aliarum rerū. Amplius scriptura nō comprehenditur solo sensu sed per distinctionem partium quā facit virtus distributiua: mediante visiva. Similiter res assue quum videntur statim cognoscuntur nō tamen nisi in relatione speciei recepte ad habitum memorie: & hoc quasi per ratiocinium.

Tertia conclusio.

In distinctione intensionū visibilium rōnē imperceptibilis argumētari vel opari.

57.

Noticia si quidē sensus exterioris nō est absoluta: sed cōcreta que multis simul cōprehendit: ideo nullū visibile cognoscitur sine distinctione intentionū visibilium: vel sine collatione rei recepte ad vniuersalia principia cognitorū prius a sensibilibus abstracta: que fieri nō possunt absq; ratiocinio: sed tempore non indiget perceptibili vis discretiua in his cōmuniter apprehensis: quod arguit per aspectū ad sibi notissima: nec arguit per cōpositionem & ordinationē propositionum: vis enī distinctiua nata est arguere sine difficultate: que etiam aptitudine naturaliter exeritur: vnde etiam i pueris apparet: quod magis pulchra minus pulchris solent preponere: nō nisi naturali ratione facta cōparatione eorum.

Quarta conclusio.

Lucem & colorem comprehendī sensu spoliato.

58.

Per hoc enim tantum apprehenditur quod vltimū sentiens his tingit: id est organum visus his afficitur: vel potius speciebus eorum que suapte natura talia obiecta representant.

Quinta conclusio.

Inter lucē & colorem simul oculū mouētes solā discernere virtutē distinctiua.

59.

Tangunt si quidem pupillam & mouent sensum secundum eandem partem: ergo in sensu confuse recipiuntur: & ita per sensum distinguī nequeunt: ergo non distinguuntur nisi per experientiam de luce & colore habitam per scientiam eorum acquisitam.

Sexta conclusio.

Quiditatem lucis & coloris solo sensu minime comprehendī.

60.

Hoc vocabulū equiuocū est: vno enī modo quiditas coloris hic dicitur species coloris: que discernit non nisi per rationem arguentē ab actu videndi ad formas consuetas. Similiter & lucis quiditas id est natura determinata: hoc est an sit lux solis vel lune: vel ignis: scientia dignoscitur non sensu: quum tamen color in quantum color: & lux in quantum lux: sensu spoliato capiuntur.

Septima conclusio.

Nullā intentionē visibilē: prāter lucē & colorem: solo sensu comprehendī.

61.

Hoc patet quia quiditas coloris inter omnes differētiās visibiles immediatissima est coloris: sicut quiditas lucis luci: si ergo quiditas non solo sensu capiatur: multo fortius nec alię quęvis intentiones visibiles: sed per distinctionem siue distinctam argumentationem & scientiam: ex quo patet quod solā lux & color: & non quiditas lucis & coloris sunt propriū obiectum visus.

Octaua conclusio.

Colorem in eo quod color prius comprehendī sua quiditate.

62.

Hoc expremis patet: quia color in eo quod color per se facile capitur: quiditas autē eius nō nisi per scientiam & argumētationē. Hoc etiam patet experimento: quia colorati in luce subobscura positi coloratum esse cernitur: & tamē coloris quiditas ignoratur. Unde patet quod quiditas coloris hic alio modo accipitur quod prius scilicet pro determinata coloris natura: ut sit sensus propositionis quod prius cognoscit visus colorem esse quam sciat quis color sit: id est prius confuse quam distincte.

Nona conclusio.

Sola distantia mediocris visui est certificabilis: & hoc per corpora interiora centia continuata & ordinata.

63.

Distantia si quidē rei visibilis a visu nō apprehendit sed ratiocinationē colligit: docēte hoc proba. Si enī clausis palpebris res nō videt quod videtur apertis: sequitur & per colligit ut illud quod videt nō sit visui adherēs: & hoc ē aia quę sine necessitate argumētatiōis iterādē in quibet visione. Dico igitur quod apprehensio quantitatis distans accipit a quantitate corporis iteraciōis: ubi grā nubes i terra plana existit vident celo cōstare

CAPVT SEXTVM.

in terra montuosa videntur terre ppinque: quia alicubi montium altitudinem non excedunt. Certificatio igitur distantie nubium causatur a cōprehensione corporis interiacētis: q̄ si corpora interiacētia ordinata nō sunt sed cōfusa: certificari nō poterit apprehensio q̄tatis distantie. Amplius si nō sit distantia mediocris nō pertinet visus vsq; ad plenā distinctionem corporū remotōz interiacentium: propter debilitatem speciei visibilis ex distantia: sicut colligitur ex dictis supra caplo. 2. cōclusionē. 5.

Decima conclusio.

64. Certificari quātitatē distantie per resolutionem interiacētis spaciū ad magnitudinem mensuræ experimentaliter notæ.

Si enī corpora interiacētia sunt secundū totū et partē ineq̄liter disposita et incerta: nunq̄ ex ipsis certificabit incerta distantia: q̄ necesse est in ea aliquod certum inuenire cuius quātitatis noticiā per experimentū sit nota: ad quod totum spacium resoluatur: sicut ad pedē vel ad q̄tatem corporis mensurantis: vel ad aliquid quod sit notum imaginationi mensuratoris vel cōprehensoris.

Vndecima conclusio.

65. Distantiam orizontis maiore apparere: q̄ alterius ptis hemispherii cuiuscūq; Hoc ptz ex premissis: si enī ex corporū interiacētia distantie q̄tatis dignoscit: vbi maior magnitudo interiacere videt: necesse est ut etiā maior distantia videat: sed inter orizontē et vidētē interiacere videt maior latitudo q̄ inter vidētē et zenit: q̄ incōparabiliter pl⁹ distare videt orizon q̄ alia ps celi quāq;.

Duodecima conclusio.

66. Orizontem apparere terræ coherentem.

Cuius ratio est q̄ nō cōprehendit aliquo modo spacium inter vltimā partē terre visibilē et ipsum celū.

Decimatertia conclusio.

67. Longitudinem radiorum a visu compræhendi.

Loco longitudinem radij spatium vel distantiam per quā multiplicata sunt species a re visibilē vsq; ad oculū: et hanc distantiam sentit visus hoīs. Quod ptz experimento in speculis vbi credit res esse in extremitate linearū radialium: quas totas extimat porrigi secundū cōtinuū et directum: et secundū illas iudicat esse visibile cōtra partē que visum mouet: vnde species mouens oculū nō solum ostendit oculo ipsum obiectū sed etiam mediū radij: cuius ipsa species est extremū: in quo tñ radio figi nō potest aspectus: q̄ totus ille radius sūtudo est alterius. Unde ptz q̄ ista cōclusio est limitanda. scilicet q̄ nō cognoscitur lōgītudo radij sensu spoliato. i. solo sensu exteriorē: ex ipsa enī speciei recepte in oculo intēfione aut remissione arguit ratio distantiam rei visibilis maiorem vel minorem. Ex hac tamen propositione radiorū egredientū fortissimū posset sumi argumētū: q̄ ocul⁹ meli⁹ cognoscit qd̄ sūt ē q̄ alienū.

Decimaquarta conclusio.

68. Situm oppositionis rei visæ distinctione compræhendi.

Intentio si quidem situs tria includit: oppositionē rei diametralē: et positionem respectu oculi secundū rectitudinē et obliquitatē: et ordinem partium rei ad inuicē. Primus ergo modus distinctione cognoscitur: res enim per hoc opposita facialiter esse compræhēditur: q̄ forma ei⁹ super visum perpendiculariter erigitur: quod esse nō posset: nisi opponeretur. Amplius quum opponitur videtur: latet autem quum non opponitur.

Decimaquinta conclusio.

69. Situm obliquitatis compræhendi ex compræhensione diuersitatis distantie extremorum rei visibilis.

Quum enī certificatur distantia secundū quod docet. 13. ppositio hui⁹ capli: necesse est ut si extrema inequaliter distare repperiantur: q̄ tunc res oblique respiciens oculum iudicetur.

Decimasexta conclusio.

70. Certam situs differentiam ex ordine speciei in oculo compræhendi.

Sicut enim ex ordine speciei compræhēditur ordinatio rei distincte ut supra ex secunda cōclusionē quarti capli: sic et ordinatio partium cognoscatur.

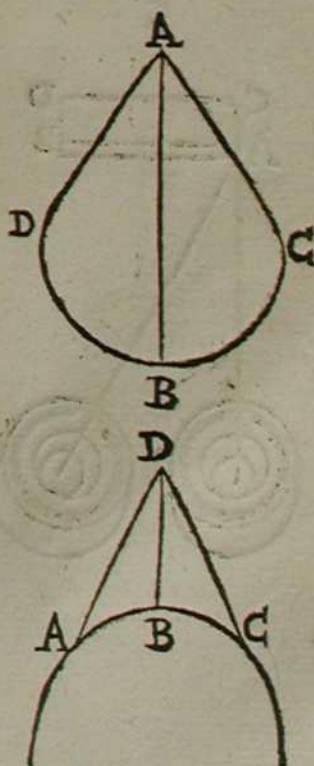
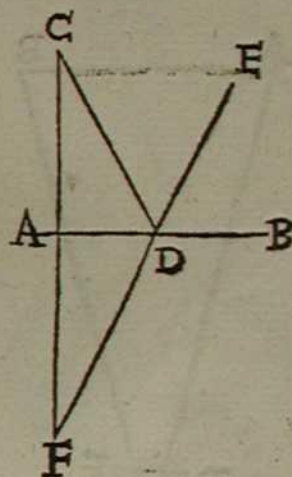
Decimasextima conclusio.

71. Figuram rei visibilis ex duabus vltimis situs differentis compræhendi.

Verbi gratia ex maiori distantia mediū q̄ extremorum cōprehēditur concavitas: et conuerso cōuersitas: et omnes figure incisionis compræhēduntur ex cōprehensione ordinis partium rei visibilis.

Decima octaua conclusio.

72. Figuram rei visibilis multum distantis minime certificari.



PRIMI LIBRI PERSPECTIVAE.

Cuius rō ē qz nec distātia certificari pōt: z p pñs nec sit⁹ nec figura: qz nō cognoscit ineq̃litas lineaz.
Decimanona conclusio.

Quantitatem angulī sub quo res videtur: minime sufficere quātitati rei visibilis capiendae. 73.

Loquitur hec cōclusio de angulo imaginario linearis: per quē phisice debet intelligi speciei recepte in oculo intēso vel remissio tanta vel tanta. Stādo g̃ in imaginatione mathematica cōclusio pbat⁹: si in circulo ducatur diametri se se secātes orthogonaliter: ponatur qz vna diameter sit fere directe obiecta oculo: reliqua vero nō: z per pñs oblique oculū respiciens: sub longe minori angulo apparebit: si cut pñs in figura: nec tanto minor iudicatur quāto angulus suus est angulo alterius minor: sic enim non appareret circulus sed oblonge figure globus: quod falsum est.

Vigesima conclusio.

Compræhensionē quātitatis rei pcedere ex compræhensione anguli pyramidis radiosae: & ex basis cōpatione ad q̃titatē angulī: & lōgitudinē distātiæ. 74.

Sola igitur cognitio quātitatis angulī nō sufficit ad quātitatē discernēdā: cōfert tamē ad hoc sicut pñs ex quinta ppositione capli quarti supra: angulus quidē compræhēdit ex dispositione forme in oculo: sed qz etiam ipsi radij ab oculo cōprehenduntur: ut docuit. 13. ppositio huius: nō est certitudo noticie quātitatis nisi referēdo angulū equalē cū ineq̃uali lōgitudine radiorū ad basim ineq̃ualē: qz in aīa quiescēt est lineas ab angulo pcedentes tanto amplius abinuicē distare: quāto remotius p̃tendūt⁹: z per pñs tanto maiore basim cōtinere. Quod autē virtus apprehēnsua quātitatis ad longitudinem distātie respiciat: nec solū ad angulū: pñs experimento: qm̃ si monoculus aliquē parientē magnū aspiciat: z q̃titatē ei⁹ certificet: deinde oculo suo manū anteponat: ipsa manus videbit⁹ sub eodē angulo vel sub maiori q̃ paries visus sit: nec tñ tanta ei⁹ apparebit: q̃tus paries apparet: qz minus distat.

Vigesima prima conclusio.

Certificatio quātitatis fit completiue per motum axis. 75.

Apprehensio per ipsum certior est: & ideo defertur axis per basim z super spacium z intra angulum sub quo res videtur: sicut apparere potest ex tertia quarti capituli supra.

Vigesima secunda conclusio.

Nulla quantitas rei immoderate distantis est oculo certificabilis. 76.

Be enim multū distāte: axis qui suo motu certificat visum in parte parua rei visibilis trāslat⁹ nullū facit angulū sensibīlē in centro visus: qm̃ ut supra pñs: res multū distātes sub acutioribus videntur angulis: z ideo translatio axis intra acutum angulū modica: non est visui pceptibilis: nec satis effcacia apprehensionis: amplius nec certificet q̃titas spacij iteriacētis ut docet ppositio. 9. huius capli.

Vigesima tertia conclusio.

Distinctionem visibilium colligi ex distinctione radiantium formarum. 77.

Quando cū species oculum mouentes sunt diuersæ: z res diuersas necesse est apparere: nisi distātia ab oculo diuersitatem earum abscondat. Et per oppositum intellige q̃to apprehenditur continuitas que est nona intentio: z ex hoc intellige qualiter apprehendatur numerus qui est decima intentio.

Vigesima quarta conclusio.

Motus apprehenditur ex diuersificatione situs rei motæ ad aliud immotū: vel ad ipsum visum. 78.

Quā dū cū hz eundē sit⁹ ad aliū imotū: z ipm̃ immobile videt⁹. Et qz visus nihil videt nisi sub forma p̃scripta: ideo p̃cipit motus quū apud cētū visus immoti variat⁹ angulus declinationis sensibīl⁹.

Capitulum septimū de erroribus qui accidunt vidēdo p radios rectos.

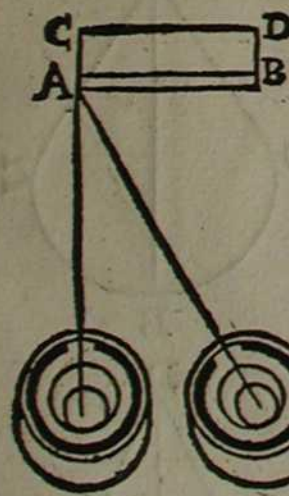
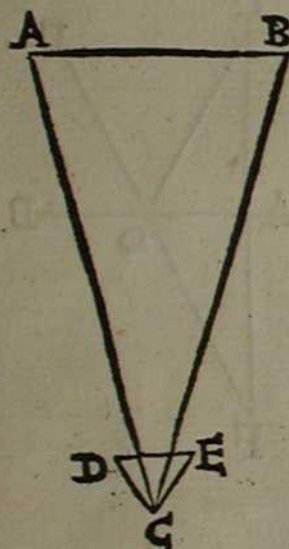
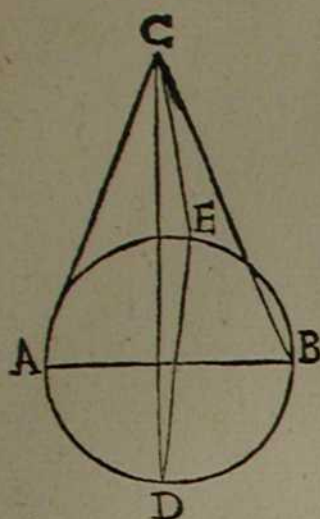
Prima conclusio.

MNE visibile ad vtrūq; oculū i maiori pte cōsiliat⁹ situari. 79.

Quod pñs qm̃ qñ res vtroq; oculo inspicitur: vtriusq; pupilla ad rē dirigitur: & arcs duorū oculorū in eodē puncto rei visæ figuntur q̃ opponitur cētro vtriusq;: z vno moto alter cōsimiliter mouetur: alij autē radij singulorum oculorū habent in maiori parte situm cōsimilem respectu axium: z ideo res apparet in maiori parte vna z eodē modo disposita vtriusq; oculo: quoniam sicut supra patuit certitudo rei visibilis est per arcs.

Secunda conclusio.

Ex variato sensibīl⁹ situ visibilis respectu duorū axium: ipm̃ duo apparere. 80.



Si est visibile ad vñ axem sit dextrũ ad alium sinistrũ sensibili diuersitate: apparet vñ duo. Verbi gratia si figantur axes duorum oculorũ. f. g. in punctis. h. k. diligenti intuitione appareat. it. k. duo similes. l. h. q. vtrunq. est vñ axi dextrũ & alteri sinistrũ: pñ pñ ex dictis supra caplo. 3. cõclusionẽ. 2. & caplo. 4. cõclusionẽ. 3. & caplo. 6. cõclusionẽ. 13. Amplius si ex eadẽ parte respiciant axes sed ex magna declinatione ad partẽ vnã: sit sensibilis variatio anguli quẽ cõstituit radius sub quo videt res tã te declinationis cũ vtroq. axi: apparet sicut vñ duo: verbi gratia. m. pñctus ex eadẽ parte respicit vtrunq. axem. a. c. & b. d. tamen propter magnã varietatẽ anguli. m. a. c. & m. b. d. sit diuersificatio situs in oculo & apparet vñ duo: alijs etiam modis apparet vñ duo sicut supra ostẽsum est.

Tertia conclusio.

81. In apprehensione visibiliũ iuxta sensum: sciam & rōnẽ vel syllogismũ variari.

Verbi gratia in luce & colore q̃ sensu cõprehenditur erratur ex distãtia: multi enĩ colores functi ex distantia videntur vnus color: sicut & in luce debili vnus color videt alius esse. Ad si dixeris sensum nō decipi circa pñctum obiecti. Scito pñctum obiecti esse colorẽ tãtũ & lucem: nō autẽ aliq. speciem lucis & coloris q̃ solo sensu minime capiunt: vt supra vitũ ē. Sicut & secundum distãtiam: ad scientiam & rationem accidit deceptio: vnde mota aliquando videntur quiescentia & econuerso.

Quarta conclusio.

82. Stellas in horizonte maiores apparere quam in aliqua alia parte celli.

Hoc pñatur ex. 9. cap. 6. quia magis distare videntur quãdo sunt in horizonte: & q̃ ex equali angulo ad maiore distãtiam relatio: res maior esse iudicatur: vt pñ ex. 19. cap. 6. quĩ in horizonte sub eodẽ angulo represententur oculo sub quo alibi in celo: & sub maiori spatio videantur presentari: cõcluditur in horizonte rẽ apparere maiore. Enĩ secũdũ veritatẽ si distãtia esset maior (quod astrologi cõcedunt. f. q̃ est excessus medietatis terre) angul⁹ esset minor: & res videretur esse minor: nō autẽ sic est q̃ ille excessus est insensibilis respectu tante distãtie: ideo angulus equalis ad apparens maius spatum res latius rem indicat esse maiorem: ad hoc etiam est interpositio vaporum de qua tangitur infra.

Quinta conclusio.

83. Corpora spherica ex distãtia apparere plana.

Quĩ enĩ sphericitas vel cõcauitas discerni nō possit: nisi ex cõprehẽsa inequali distãtia partium rei vñ ex. 17. cap. precedentis: necesse ē in hĩmĩ pceptione visum deficere immoderatione distãtie: si igit nulla pars rei vñ plus distare videat: necesse est vnus dispositionis apparere totã superficiem rei vñ.

Sexta conclusio.

84. Quadratas magnitudines in distãtia apparere oblongas.

Quĩ ratio est: qm̃ excessus radioũ cadentium in latera quadrati oblique respicientia oculi: non est pportionalis pportione sensibili ad radios cadẽtes in lat⁹ quadrati directe oculi respicientis: p cõparationẽ ad totã distãtiam: visus q̃ non sufficit discernere obliquitatẽ lateris qd oblique videtur: & sub lōgiorib⁹ radius & minori angulo: & ideo tale lat⁹ appetit min⁹. Ad si angul⁹ qdrati recte opponat visui: apparebit quadratũ rotundũ: visu obdistãtiam nō comprehendente vel discernente angulum.

Primi libri perspectiue finis.

Liber secundus Perspectiue cõis de radiis reflexis: habet capita. 5. in quibus sunt propositiones. 56.

Capitulum primum de natura & proprietatibus reflexionis.

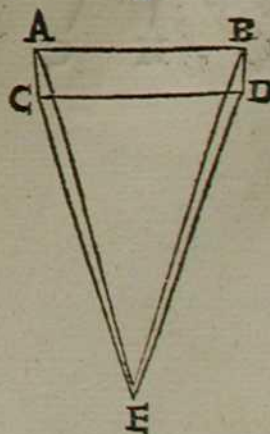
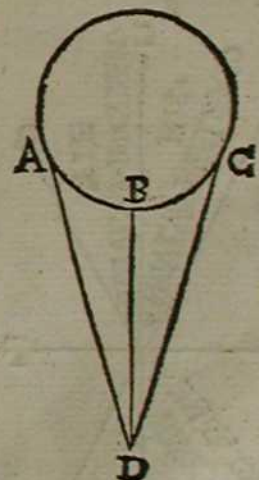
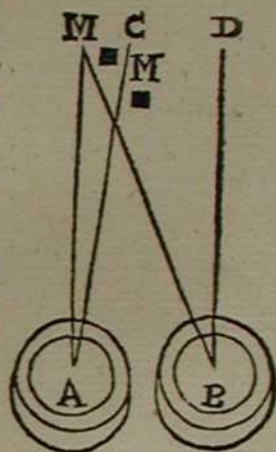
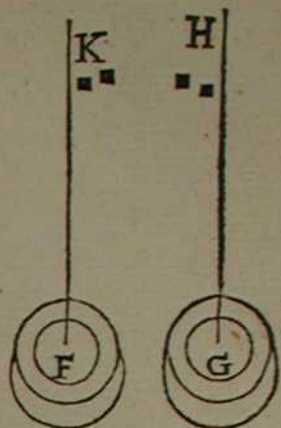
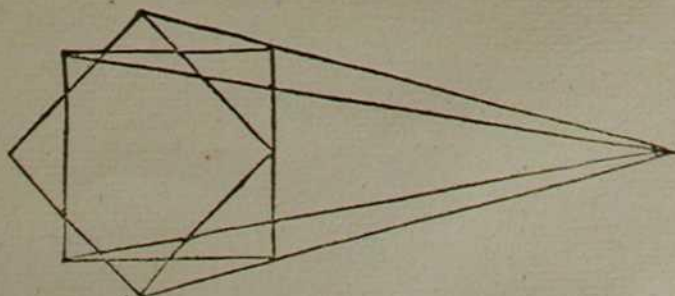
Prima conclusio.



VCES primarias & secundarias puras & coloribus imixtas a denforum corporum superficiebus reuerbirari.

Hoc p̃ experimentũ pñ in speculis ferrcis & hĩmĩ alijs. Amplius ppter reflexionẽ radioũ a superficie terre color intensior ē ppe terrã q̃ in medio aeris interstitio. Et sicut in vallibus ad q̃s distas vtriusq. mōis radios reflectit. Quĩ ratio est: qm̃ radius lucis & coloris per diaphanũ aptus natus est incedere: & occurrente corpore dẽso vel pars diaphano virtus radiationis & influentia radiofa nõdũ terminata: quum indirecti trãsire nō possit: in reflexionẽ ducitur diffusionis cõpulsu: nō solum occurrentibus corporibus opacis & terrestribus: verũ etiam perspicuis minori genere spicuitatis: cuiusmodi est aqua & vitru. Imo forte ab omni corpore sublimari sit reflexio q̃: nullum est tam diaphanũ qm̃ aliquomodo sit densũ & opacũ: nã de aere Aristoteles dat

B liii



exempli in quodā hoīe q suam faciem ante se videbat in aere. Unde radius solis quo ad sul nobiliozē partem reflectitur ab aqua ⁊ cum hoc secundū aliquid sui aquam ingreditur lustrans eam: vnde aliquis in aqua existens videre potest solem ⁊ lunam.

Secunda conclusio.

Reflexiones solas a regularibus superficiebus factas oculo sentiri.

Dico superficies regulares illas que sunt leues terse nitide et dispositionis uniformis in situ partium suarum: verbi gratia planas: concavas: convexas: et hmoi. Irregulares autem sunt superficies corporis asperosius in quibus alie partes alijs supereminet nec omnes equaliter situantur: nam in talibus radius vel lux cadens dispergitur et distrahitur: ne regulariter oriri super oculis possit. Superficiebus autem regularibus eodem modo reflectitur ordinate: quo in ipsis recipitur secundum pyramides radiosas: et ideo quod visus non fit sine pyramidibus radiosis: per tales et non alias superficies contingit speculari: sicut enim radij si essent in directum porrecti: ostenderet oculo illud cuius sunt: sic et reflecti illud ostendit: sed alio modo. scilicet debiliores et preposterio: essentiale est enim radijs corpora declarare quorum sunt similitudines.

Tertia conclusio.

Luces reflexas similiter & colores debiliores esse directe radiantibus.

Quis causam prebet nō solum elongatio a fonte imo magis debilitas ex obliquatione : rectitudo si quidē cognata est processui lucis: sed etiam in omni opere nature dirigit et expedit naturā: omnis enim motus tanto est fortior quāto est rectior: et per hūc rectitudinem sublatā: necesse erit languescere ex parte vigorē. Et hec est ratio quare lumen solis transiens p̄ vitreas coloratas colorēm ipsum facit sensibilibiter radiare et tingere opaci sibi obiectum: ppter fortitudinē scz radij solaris quasi directe radian- tis: nō aut hoc pōt radii a solido reflecti: fortitudo enim lucis necessaria ē colorī nō soli mouēdo ipm̄ scz etiā mouēdo cū ipso medium: in q̄ excedit radij fortitudo vitru penetrātis: Quis aliquātim frāga-

Quarta conclusio.

Reflexiones factas a superficiebus fortiter coloratis: nihil aut tenuiter visum 4.
mouere.

Dico visum mouere. i. representare ei res quarū sunt species. Cui⁹ ratio est vt. p^omo patuit q^d lux di-
recta fortior est q^{uā} reflexa siliiter ⁊ color: q^{uā} si ipsa sup^{er}ficies sit regularis ⁊ multū polita: res in ea vide-
ri poterunt non tamen vt sunt sed colore speculi vestite.

Quinta conclusio.

Luces & colores a speculis reflexos res quarum sunt species oculo ostēdere. 5.

Quod p[ro]p[ter] q[uo]d species genita a re v[is]ibili essentialit[er] habet rem ostendere cuius est similitudo: q[uo]d in se ipsa esse fixum n[on] habens. i. de se v[is]ibilis n[on] exist[et] e[ss]e: necessario duct[us] in alterum cuius est: qu[is] ergo reflectatur: manet sibi essentia sua: & ideo rem ostendit: in alio tam[en] sicut: cuius ratio infra patebit.

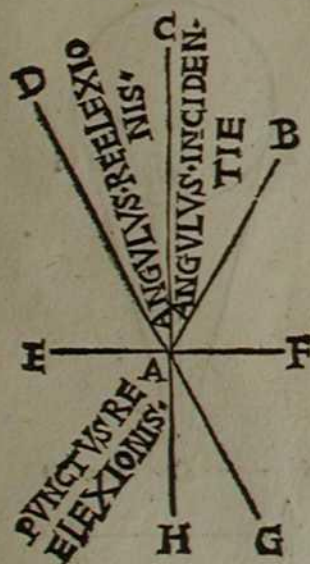
Sexta conclusio.

Angulos incidētis & reflexionis æquales esse: radiūq; incidētē & reflexum 6.
in eadem superficie esse cum linea erigibili a puncto reflexionis.

Dicitur angulus incidentie quē constituit radius cadens super speculū: cū superficie speculi ex vna parte vel ex alia cū linea imaginabiliter erigibili a pñcto reflexionis. Angulus autē reflexionis est quē cum eisdē constituit radius reflexus. Equalitas autē angulorū experimento colligit: et ratione vt dñs probatur: qm̄ si radius incidēs trāsire posset in pfundū speculi: cū linea ppēdiculari erigibili sup pñctū reflexionis in pfundū ducta: cōstitueret angulū equalē angulo incidentie: qz anguli cōtra se positi sunt euales ex scđda cōclutione quarti capli pmi libri geometrie: qz ē eodē modo resilit qm̄ trāsiret necesse est ad equalē angulū reuerberari: vnde si perpendiculariter cadit in speculū in se reflectit: si oblique: reflectitur in partē aliam: sicut etiam in motu corporali pty qm̄ aliquod ponderosum defecit motu recto in solidū corpus: vel proiectū linealiter si recte proiectus p eandē lineam reuerberat: si oblique p cōsimilē resilit in oppositā partē. Amplius ppēdicularis radius fortior est alius: nō solum ppter conditionē radij absolutā: sed propter modū oriendi super rē obiectā: sicut pty ex declaratione scđde cōclutionis scđi capli pmi libri huius: fortitudo igitur radij cadentis est scđda q̄tatem anguli radij quē cōstituit radius in cadendo: sed fortitudo radij in reflectendo est scđm fortitudinem radij in cadēdo: igitur motus reflexionis sequitur motū incidentie. Amplius dictas tres lineas esse in eadē superficie pty: qz radius incessū rectitudinis: vt est possibile: se cōformat: qm̄ vt dictum est in principio scđdi capituli pmi libri huius innata est luci rectitudo: qz si superficiem istam egraderetur dupliciter a rectitudine deficeret: et resiliendo et diuertendo.

Capitulum secundum de diffinitione & diuisione speculi.

Prima conclusio.



7.



DIAPHANEITATEM speculi essentiam non intrare: ei tamen per accidens aliquid conferre.

Si enim res in speculo ostenditur per radios reflexos: ut iam patet: sola leuitas sua perficiendi est necessaria speculo: quod perspicuitas per quam species in profundum ingreditur speculi impedit et non expedit visionem: nisi prouideatur impedimento: quoniam reflexio est a denso: quod densum: propter quod specula consueverunt vitrea sunt plumbo subducta. Quod si: ut quidam fabulantur: diaphaneitas esset essentialis speculo: non fierent specula de ferro et calice: a diaphaneitate remotissimis: nec eam de marmore polito: cuius tamen contrarium videmus. In ferro autem et alijs huiusmodi propter intensiorem nigredinem non est efficax speculatio. In quibusdam tamen lapidibus debilis coloris quales sunt adamas vel carbunculus multo clarior est speculatio quam in vitro.

Secunda conclusio.

8. In speculis vitreis plumbo abrafo nihil apparere.

Cuius ratio est quoniam si a vitri superficie fiat aliqua reflexio: tamen quoniam vitrum ex aliqua parte non obscuratur transsit per ipsum lux directa: que reflexam vincit fortitudine sua: sicut patet ex tertia precedentis capituli: quod si apponatur pannus obscurus vel niger vel huiusmodi aliquid: poterit videri quod tunc nihil directe transsit per vitrum quod sit magne in radiando efficacie.

Tertia conclusio.

9. Superficies regulariter speculares septiformes esse.

Formam speculi hic vocamus improprie figuram eius planam vel curuam etc. Est enim speculum planum: et sphericum tam concavum: quam convexum: est pyramidale tam intra quam extra politum: est etiam colunale politum extra: et intra. Et in his septem differentiis plano scilicet spherico: concavo: convexo: pyramidaliter interiori et exteriori: scilicet colunali interiori et exteriori: sunt per singula diuersa apparitionum genera ut patebit. Quaedam autem sunt superficies irregulares: scilicet partim plane partim convexae vel concavae quae quodammodo sunt politae: in eis tamen apparet facies distortae propter irregularem reflexionem a superficie diuersitate.

Quarta conclusio.

10. Materia speculi est lenitas intensa: forma vero perfecta politura.

Idcirco dicitur lenitas magna partium continuitas carens poris sensibilibus omnino: unde ligni et huiusmodi corpora non possunt esse specula. Politura vero dicitur omnis aspiritatis ammotio: si igitur sit corpus lene multum intense politum: erit speculum essentialiter. Ad hoc tamen ut speculum lucide visibilia representet: exigitur ut non sit coloratum colore sensibili: requiritur etiam ut nec puluere nec anhelitu nec humore sit respersum: et hoc est quod dicunt: oportet speculum esse tersum.

Quinta conclusio.

11. Res in speculis apparere vniuersaliter debilius quam recte.

Cuius ratio est quoniam ut patet ex tertia precedentis forme reflexe debiliores sunt: et ideo debilius representantur et debilitate mouentur: propter quod homo vix suae forme recordatur. Amplius color speculi immisceatur luci reflexe et ea obscurat: propter quod facies apparet tincta: latet et faciei maculae propter debilitatem reflexionis.

Sexta conclusio.

12. In quolibet puncto speculi obiecto luminoso duas lucis terminari pyramides: unam incidentem: aliam resilientem.

Prima pars huius patet ex quarta primi capituli libri primi: et quod lux reflectitur a polito: sequitur secunda pars propositionis: ut etiam pyramides inde a quolibet puncto reflectatur: si istae pyramides sunt imaginariae.

Septima conclusio.

13. A quolibet puncto luminoso: in quolibet puncto speculi obiecti radium incidere.

Hec etiam sequitur ex tertio principio primi capituli libri primi.

Octava conclusio.

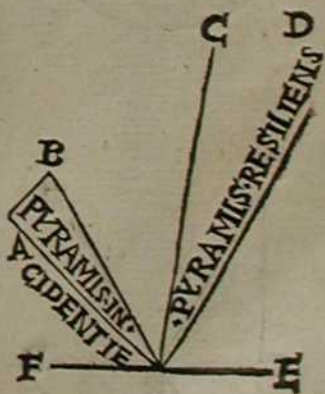
14. A quolibet puncto luminoso porrigi pyramidem: totam speculi superficiem occupantem.

Hec similiter sequitur ex tertio principio primi capituli libri primi.

Nona conclusio.

15. A superficie speculi infinitas fieri completas reflexiones formae visibiles.

Hoc patet ex prehabitis: verbi gratia sit res visa plana: et speculum planum: tota species rei vise non solum capit in tota superficie speculi: sed in qualibet parte eius. Et quoniam partes speculi non coincidunt a quibus potest fieri reflexio sunt finite: per diuersam tamen compositionem cum alijs partibus sunt infinite partes coincidentes. Quum igitur secundum modum incidentie sit reflexio: oportet infinitas fieri reflexiones a quolibet speculo.



fecisti enī pyramidē aliam ⁊ aliā sit visio in quolibet p̄fecto alio ⁊ alio. Nō tñ. ppter hoc sunt infinita
actu s; solā in potētia: qz hęc oīa sūt vni corp⁹ lucis: reflexiones autē cōplete sūt: q̄ rem totā ostēdit.

Decima conclusão.

Radium super speculum perpendiculariter orientem in se reflecti.

hæc sequitur ex. 6. capli præcedentis: qm̃ si per aliam lineam reflecteretur: p̃ minorẽ angulũ refliret: & non essent æquales anguli incidentiæ & reflexionis.

Vndecima conclusio.

Lucem reflexam per aggregationem fieri fortiorem luce incidente.

Omnia si quidē virtus vna plus potest quā dispersa: et si lūx radij quum sparguntur debilitatur: et quum adunant fortificatur: et ad aliquē effectū magis sufficiunt radij reflecti adunati: q̄ directi disper si. Hinc est q̄ in speculis concavis sphericis ad solem positis ignis incēditur: si em̄ directe speculū ra dij solis opponatur: radices omnes partim sup̄ vnum p̄sctum: partim sup̄ eandē lineam incidere ne cesse est: omnes em̄ radij ab eodē circulo speculi reflecti cadunt in punctū vniū: q̄ talium sunt equales anguli incidentie: erunt igitur et reflectionis: sed radij a diuersis circulis cadunt in eandē lineam ly super diuersa puncta eius. Quod radij igitur directi igni non generant: ex hoc prouenit q̄ radij so lis cōcurrere non possunt: nisi fracti aut reflecti.

Duodecima conclusio.

Lucem speculo incidere & reflecti per lineas naturales

Linea si quidē radiosa naturalis est: nec saluatur radij essentia nisi in latitudine: ⁊ quia appāritio in speculis mutatur secundum diuersitatem figure speculi: planum est q̄ a puncto mathematico non fit reflectio: quia illius nulla est secundum superficies diuersificatio vel figura.

Decimatertia conclusio.

Formas apparētes in speculis p̄ impressionē i speculis factā minime videri. 19.

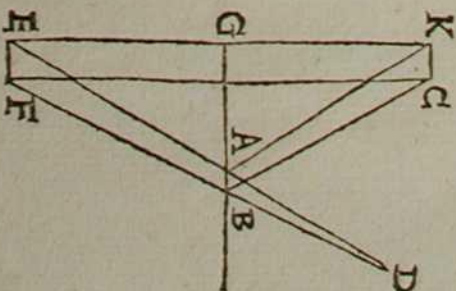
Ardunt enim homines nonnulli quod res in speculis appareant per idola que speculis imprimantur: et res quasi in idolis appareant: idola tamen ipsa primo videri. Et iste error geminatur: quidam enim dicunt ipsum idolum imprimi ipsi speculo: et ibi esse ac visum mouere. Quod multi per falsum esse ostendit: quoniam in speculis ferreis et adamantinis videtur res in quibus nulla est perspicuitas receptiva impressionis. Amplius si res imprimeretur in speculo: diffunderet se in speculo undique et posset res videri in omni parte medijs respectu speculi: quod falsum est: non enim videtur res nisi oculis existente in eadem superficie cuius plicto visor: puncto reflexionis: equalibus existentibus angulis incidentie et reflexionis ut in sexta precedentis capituli dictum est. Amplius quantitas idoli nunquam excederet quantitatem speculi quod falsum est. Amplius si idolum imprimeretur speculo appareret in speculo: et non ultra speculum: quod falsum est: apparet enim idola in concursu imaginario radij visualis cum catheto ut statim declarabitur. Amplius perspicuitas nihil facit ad essentiam speculi per se ut supra docuit prima propositio huius capituli. Idcirco dicit alij idolum non imprimi speculo: sed ubi res apparet in concursu radij cum catheto. scilicet ultra speculum ubi apparet idolum. Quod et falsum est: quoniam in aqua turris apparet esse in terra tantum quantum est in aere: et si ponatur mons eneus in loco apparitionis: ita liquide apparet ac si esset ibi aer vel aqua: igitur ibi nihil imprimitur. Quid est igitur idolum seu imago speculi? dico quod sola apparitio rei extra locum suum. id est apparet in alio loco ab eo in quo est. Verbi gratia aliquando oculis: ut supra patuit: vnde indicat esse duo: quod est quod res apparet non solum in loco suo: sed etiam extra locum suum: ita est in proposito quantum ad hoc: quod res in speculo secundum veritatem videtur: sed in situ erratur et aliquando in numero: ut infra dicitur.

Capitulum tertium de speculis planis.

Primæ conclusio.

N SPECVLIS planis & aliis i maiori parte imagines ap- 20.
parere in concursu radii visualis cum catheto.

Cathetus est linea perpendicularis ducta a re visa sup[er] superficiem speculi plani seu spherici. In concursu igitur imaginario radij visualis sub quo res videtur cu[m] perpendiculari ducta a re visa sup[er] superficiem speculi apparet esse id quod in speculo videtur. Cuius ratio colligi potest ex 13. propositione sexti cap[itu]li primi libri huiusmodi: ipsa siquidem longitudo radij oculo presentatur: sed quia pars radij que reflectit movet visum immediate: illa etiam mediante visus apprehendit partem radij incidentem in speculo: ita quod totus radius presentatur oculo quasi procedens in continuu[m] et directu[m]: reflexio namque est oculis advertere non potest: quia nihil apprehendit nisi partem radij que visum afficit: necesse igitur est rem que in speculo videtur: si supra speculum est: sub eo apparere in concursu imaginabili radij cum catheto. Verbi gratia sit speculi, g. a. b. sit res visa, k. c. oculus videns, d. cadant igitur radij, k. a. c. b. a re visa qui reflectant ad oculos per radios, a. d. t. b. d. i. a. f. res, k. c. videt continuari per radios, k. a. t. c. b. radij, a.



d. z. b. d. igitur. k. a. z. c. b. videntur porrigi in profundū speculi sub eisdē angulis sub quib⁹ reflectuntur: qz anguli contra se positi sunt equales: z cadit. d. a. in. e. z. d. b. in. f. Et in perpendiculari predicta si ne catheto res eodē modo appareat quo in situ p̄prio: dico in speculis planis: quia rectius est ibi app̄parere: z hec est ratio auctoris in lib. 5. cap. 2. secus aut in speculis cōcavis: vt infra dicet i suo capto.

Secunda conclusio.

21. Altitudines in speculis suppositis euerfas apparere.

Hec p̄t ex prima: hoc tñ refert q in speculis planis res visā tantū apparet in profundū q̄tum de sup̄ cminet: qd̄ demonstratur. Ladat cñ cathetus a p̄cto viso. c. z sit. c. e. f. sitqz radius sub quo. c. videf. b. g. f. radius cadēs a re visa. c. g. certū est igitur in trigonis. c. e. g. z. f. e. g. qz latera. g. e. z. g. c. sunt equalia lateribus. g. e. z. g. f. sicut p̄t ex prima: z angulus. e. g. c. equalis est angulo. e. g. f. qm̄ cōtra se positi sunt equales: z anguli incidentie equalis sunt angulis reflexionis: qz basis. e. c. equalis est basi. e. f. res igitur tantū apparet ultra speculū vel sub ipso q̄tum est supra. Qd̄ si oculus videt se ipsum: idē accidit q̄uis perpendiculariter radius oritur: qm̄ vt dictū est: radius ipse cōprehēdit. Amplius linea perpendicularis nō est scdm̄ esse naturale sed imaginariū: declinat igit radius scdm̄ veritatē: z ita p̄cedet demonstratio vt supra: in alijs tñ speculis aliter est vt patebit infra in capitulis sequentibus.

Tertia conclusio.

22. In speculis planis facialiter obiectis facies apparere præposteras: & sinistra dextris opposita permutatim.

Huius propositionis p̄ma pars p̄t ex p̄missa: ex eodē cñ sequitur vt superius appareat inferius: ex quo sequit vt antierius appareat posterius. Amplius scda pars sequitur qm̄ in eodē speculo eadē res apparet sibi opposita: res autē oppositæ habet dextra sinistris opposita permutatim. Quare aut res appareat sibi opposita ex hoc est qz pars radij mouēs oculū dirigitur in oppositū: z p̄pter hoc totus radius velut in partē illam quasi porrectus accipitur z per cōsequēs res in extremo eius videtur.

Quarta conclusio.

23. In speculis planis vnā solam imaginem permutatim apparere.

Sit cñ res visa. a. in speculo. b. g. e. z sit oculus. f. sitqz visio p̄ radiū incidentē. a. e. z radiū reflectum. e. f. dico qz punct⁹. a. nō pōt reflecti sup̄ punctū. f. ab alio puncto speculi q̄ ab. e. qz si potest detur punctus in quē cadat radius. a. c. igit reflexio est ad equalē angulū: quū igitur angulus incidentie. c. sit maior angulo incidentie. e. qz est extrinsecus ad eum in triangulo. a. e. c. erit angulus reflexionis ei cōiunctus maior angulo reflexionis. e. g. impossibile est cōcurrere radios. c. k. z. e. f. sup̄ punctū vnū ex parte. k. z. f. angulus cñ. b. e. f. cū angulo. g. e. f. valet qd̄ duo recti: g. angulus. b. e. k. qui est maior angulo. b. e. f. cū eodē angulo. g. e. f. valet plus q̄ duo recti: g. ex alia parte concurrent linee. f. e. z. k. c. per quartā p̄tionē primi geometrie. Amplius si est alius punct⁹ reflexionis q̄. e. nō in longitudine speculi sicut ponitur sed in latitudine: g. erit ducere perpendicularē ab oculo equidistantē perpendiculari erigibili ab alio puncto: z ita ab vno p̄cto plures erunt perpendiculares ducibiles quod est impossibile: z procedit hec demonstratio in reflexione radij respectu vnius oculi.

Quinta conclusio.

24. In speculo fracto: mutato situ partium: diuersas imagines apparere.

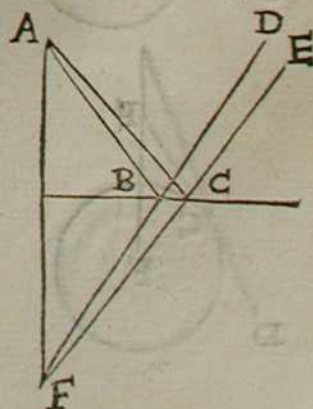
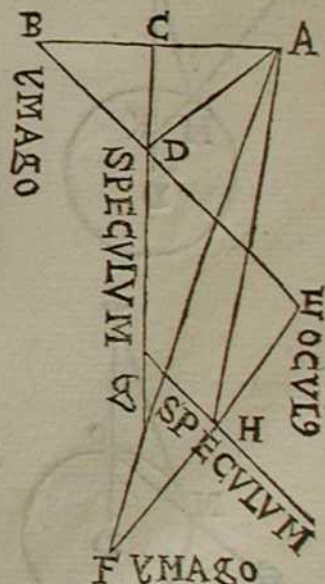
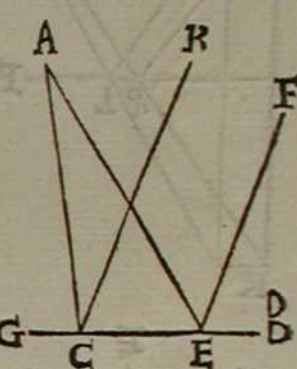
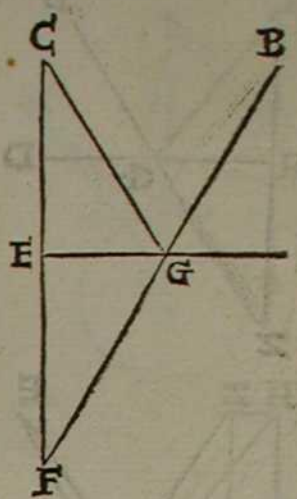
Hoc per experimentū p̄t qz si partes speculi fracti ad eundē situm coaptentur qui erat ante fractionē: nō plures apparebunt imagines in fracto q̄ nō fracto: plurificatio cñ apparitionū nō est p̄pter fractionē sed p̄pter situs partium mutationē. In speculo cñ cōcavo integro plures apparent imagines vt infra patebit: sed qz vt docuit capm̄ p̄cedēs a qualibet parte speculi fit reflexio sed in partes diuersas: ex mutatione situs partium fractarū fieri pōt vt sit reflexio ad eandē partem: z per p̄s simul diuersas imagines apparere: z nō plures res sed vnā ostēdere. Amplius ex cōsimili causa accidit quādo speculū ponitur in aqua: tunc ex eodē luminoso plures cōtingit apparere imagines: sit enim reflexio a superficie aque: z qz lumē radiosum intrat aque profundū: necesse est igitur vt occurrēt speculo inde reflectatur: z ita iuxta diuersitatē situs partium z superficiē speculi necesse est aliud eiusdem luminosi idoli apparere. Et sic credo cū sole nō stellā aliquā apparere: sicut multis videt z mihi falso etiam aliqñ videbatur: sed ipsius solis ex diuersitate superficiē aque z speculi diuersa idola gñari. Idola tñ hoc mō plura nō hz aliqñ corp⁹ nisi sit valde luminosum: qz lumē aquā ingrediēs debile ē: z reflexum iterū a speculo debili⁹ vt vix possit nisi sit fortissimū originaliter ipse reflexio sensibile gñare.

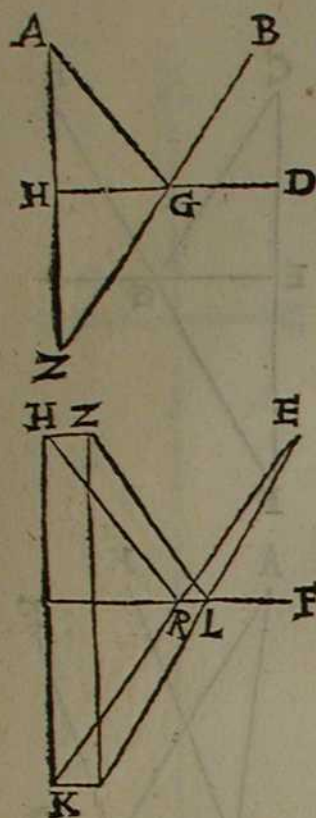
Sexta conclusio.

25. In speculo plano duobus oculis vnā apparere imaginem.

Huius ratio est quoniam l̄a diuersis punctis fiat reflexio ad vtrūqz oculū: tamen radij reflexionis secāt se z cōcurrunt in catheto z terminatur aspectus vtriusqz oculi ad idē p̄ctum: sicut p̄t optandō demonstrationem conclusionis p̄m̄e huius capituli vtrūqz oculo.

Septima conclusio.





In omni superficie reflexionis quattuor præcipue puncta contineri: & quod extra illam est minime videri. 26.

Hi quattuor puncti sunt centrum visus: punctus apprehensus: terminus axis. i. perpendicularis linee recte ducte a centro visus in speculum: & punctus reflexionis: nec videtur quod extra superficiem istam est: sicut patet ex quarta propositione huius capituli.

Octava conclusio.

In speculis planis inuenire punctum reflexionis.

27.

Hoc nihil aliud est quam inuenire: ubi angulus incidentie & reflexionis sunt equales: sit enim a. punctus visus. b. centrum oculi speculi. d. g. h. ducatur cathetus ab. h. & pducatur ultra speculum quatuordecim. a. supra speculum vsq; in z. & ducatur linea recta. b. z. p punctum speculi. g. q est punctus reflexionis: ducatur etiam radius. a. g. angulus enim. z. g. h. equalis est angulo. d. g. b. q: ei oppositus: iterum etiam equalis sunt anguli. h. g. z. & h. g. a. ut supra ptz: igitur equales sunt anguli. h. g. a. & d. g. b. igitur a puncto. g. est reflexio & non ab aliquo alio. Et igitur tamē vni apparere duo in speculo plano: propter elongationem visibilis ab axe sicut & in visibili directio supra ostensum est accidere.

Nona conclusio.

In speculis planis figuræ & quantitatis veritatem apparere.

28.

Sit speculum planum. f. l. r. cui sup emineat lōgitudō. z. h. & ducatur radius. z. l. & h. r. reflecti ad oculum. e. ducatur & catheti a punctis. h. & z. vsq; h. k. & z. s. qm igitur catheti eque distantes sunt: erit imago in terminis cathetorum eiusdem quantitatis: cuius est. z. h. g. qntas eadē apparet que est directe & figura eadē: qm quilibet pars tantū apparet sub speculo quantum est supra speculum: ut ex prehabitis ptz: necesse est igitur partes inuicē eundē ordinem retinere quē secundū veritatem habēt. Et igitur tñ rem in speculis planis apparere minore q sit: ex eisdem causis ex quibz in visu directo scz ex distātia. Hoc igitur verum est q minor error accidit in his speculis: scz in situ tantū & in his que sunt omni speculo cōmunia: sicut supra patuit in tertia propositione capiti pmi huius libri & in alijs nonnullis.

Capitulum quartum de speculis sphaericis exterioribus.

Prima conclusio.

IN SPECVLIS sphaericis extra politis omnes accidunt errores: qui in planis. 29.

Comunes quidem cause errandi sunt: tum quia lux debilitatur ex reflexione: tum q res apparet extra loci suum: sibi ipsi opposita ut supra visum est: accidunt etiam plures errores q in planis ut patebit.

Secunda conclusio.

In speculis sphaericis exterioribus apparet imago in concursu radii cum catheto: id est linea ducta in centrum sphaeræ. 30.

Hoc pbari pot per experimentū & ex causis naturalibz: ut supra ptz in speculis planis. In hoc tñ est diuersitas qz in planis: ut supra visum est: res semp apparet tantum sub speculo: quantum est supra: hic aut imago aliquādo apparet in ipsa speculi superficie: aliquādo intra: aliqui extra. Verbi gra sit punctus visus. e. oculus. g. punctus reflexionis. n. centrū vero sphaeræ. d. planū ē q locus imaginis est. k. Qd si ponatur visibile in. b. apparebit imago in. o. Et si adhuc ponatur visibile ppinquius sphaeræ apparebit extra sphaeram: ut ptz pertractanti. Punctus autē reflexionis est facile inuenire præcipue ubi equaliter distant oculus & res visa a sphaera: alias in inueniendo punctū maior est prolixitas vel difficultas q visitas: sicut ptz inspicienti capitulum de imagine apud hāc. Ex hoc etiam apparet q imago in his speculis est propinquior speculo q res visa: quod non est in planis: ut supra patuit.

Tertia conclusio.

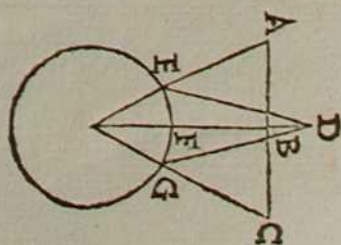
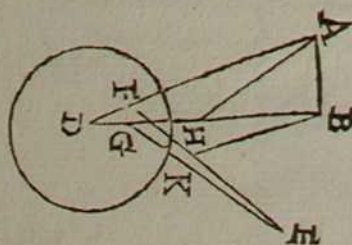
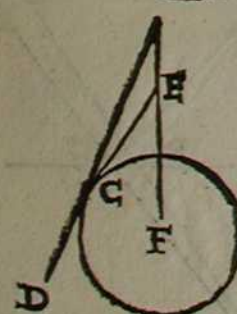
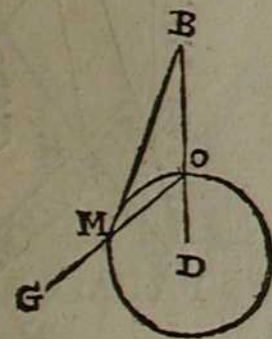
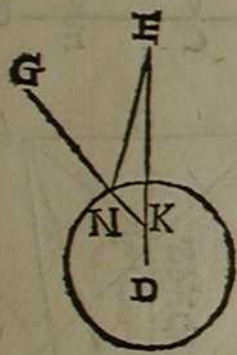
In speculis sphaericis exterioribus partes rei: sicut sunt: ordinatas apparere. 31.

Verbi gratia sit res visa. a. b. centrū speculi. d. oculus. e. planū est q radius. e. h. cōcurrat cū ppendiculi in pñcto. f. & radius. e. k. in pñcto. g. erit igit imago. g. f. minor quidē re visa ut patebit in cōclusionē. 5. huius: tamē partes incōfuse apparet & ordinate ut patuit supra lib. pmo huius capiti quarto conclusione secūda. Qd si res visa ponatur in eodē situ cum diametro sicut. a. b. tunc idem iudicium apparebit: sicut patet ductis lineis ad. a. b. nam sicut in. a. b. sequitur ibi.

Quarta conclusio.

In speculis sphaericis: recta in maiori parte curua apparere. 32.

Hoc intellige de curuitate nō ad centrū speculi inflexa: sed a speculo auersa. Verbi gra: sit res visa. a. b. c. oculus. d. qui nō sit in eadē diametro cū re visa: & reflectatur ad oculū p. d. e. d. f. g. apparet igit curua: qd ad sensum demonstrari nō potest in plano: sed in solida figura facilliter apparebit experimēto.



tatoli. Cuius ratio est qm̄ in oibus speculis figura imaginis sequit̄ modū superficiē reuerberātis: sūt
enī a sup̄ficie reflexio secundū modū superficiē: sed qz res visā apparet: optz vt z curuitas rei appa-
reat: nō in reflexione ad speculū: sed in auersione a speculo: ad hoc facit qd̄ dictū est in cōclusionē. 13.
z. 17. sexti capli p̄mi libri huius. Et hoc est intelligendū qm̄ visus nō est in eadē diametro cum re vi-
sa z centro sphere. Etiam ex causa sili apparet qz in superficiebus irregularib⁹ sicut in speculis qbusdā
valde diuinas facies apparēt monstruose. In predictis tamē speculis aliquandā recta apparēt nō re-
cta: vly si linea visā z centrum sphere sint in eadem superficie cū ipso visu. Verbi gr̄a sit res visā. l. m.
oculus. n. puncta reflexionis. o. p. centrū sphere. d. planum quod idolum est. q. r.

Quinta conclusio.

23. In speculis sphaericis imagines in maiori parte minores esse rebus visis.

Quibus ratio a duobus sumit: pmo qm̄ vt sup: a vilum est: cōcurfus radioꝝ cum catheto in sphericis propinquo: est oculo q̄ in planis: radij autē ab eodē p̄ficto pcedentes quanto magis p̄tenduntur tanto habēt extrema magis distātia: et cōtrario quāto minus p̄tendunt: tāto minus distāt extrema: ergo sicut demonstratū est in planis equalē esse imaginē rei vīse: eodē modo sequit in sphericis minoꝝ esse. Scdo qm̄ a maiori superficie fit reflexio in planis q̄ in sphericis: sicut pbat auctor libri de speculis: cuius causa est: qm̄ radij a cōuexis reflexi: inagis disgregant q̄ a planis ppter declinationem circuli a quo est reflexio: vt igit radij ad visum cōcurrant: opt̄s a breuiori superficie fieri reflexionē: et per cōsequēs rem apparere minoꝝ. Et hec est intētio auctoꝝis libri de speculis: que intelligēda est in maiori parte: qm̄ in aliquo sū cōtingit rem apparere in his speculis eiusdē q̄ntitatis: et in aliquo maioris sicut pbat in .6. de prospectiue: dī vlx imago nō equedistat rei vīse: quā etiam facit angulum acutū cum radio cuius casus est p̄pinquior centro: et tūc quō p̄pinquior ē pōt imago esse equalis vel maior: et hoc lauit auctorē libri de speculis: ppter situm si quidē obliqui rei respectu speculi cōtingit vñ radiū respectu alterius breuiari: vt ex aliquo incessu possit imago excedere rem vel ei equari.

Sexta conclusio.

24. In speculis cōuexis: quo minora sunt: eo in eis minores imagines apparere.

Quis ratio est manifesta: quoniam quanto sphaera est minor: tanto concursus cum catheto est cetero propinquior: et locus imaginis angustior: quo minori semidiametro obuiare dignoscitur.

Septima conclusio.

25. In speculis columnaribus extra politis: eosdem accidere errores qui in planis & sphericis.

libic est sermo de columna rotunda que in longitudine conuenit cum planis: in rotunditate cū spheris: ideo utroque errores participat.

Остава conclusio.

26. In speculis columnaribus tripliciter fieri reflexionem.

¶ Potest enim fieri reflexio a lōgitudine columnę: vel a trāsfurfō: vel a medio fitu inter vtrūq; obli-
quo: quum autē fit reflexio a lōgitudine cōtingit sicut in planis. scđ. cū linea vīsa est equedistans linee
longitudinis colūne: et tūc est locus imaginis concursus radij cum perpendiculari ducta super colūne
longitudinem: et tunc apparet res sicut in planis: hoc excepto: quod q; reflexio fit a linea naturali: optz
rem curā apparet: sicut supra de speculis cōtex vīsum est. Quod si fiat reflexio a transfurfō co-
lūne vt fiat reflexio a linea circulari equidistanti basi vīsum colūne: erit locus imaginis cētrum circuli
reflexionis: et apparitio similatur quodāmodo ei quod in sphericis est predictum: vt locus imaginis
aliquādo appareat infra circulum: aliquādo extra: aliquando in ipso circulo: res tñ mino: apparet
quā nī sphericis. Quum vero a medio fit reflexio: accidit etiā variatio de q̄titate: in quātum sectio
colūne magis accidit ad longitudinem vel latitudinem columnę: et potest esse locus imaginis simili-
ter vel vltra vel circa speculum: vel in ipso speculo.

Nona conclusio.

27. In speculis pyramidalib⁹ extra politis: multiplicari reflexiões sicut i colūnarib⁹

Hoc ptz q: pōt fieri reflexio a lōgitudine pyramidis: vel a latitudine: vel a medio: ⁊ scōm hoc diuersi
ficant apparitiones: sicut in colūnarib⁹: ⁊ mō p̄dicto etiā diuersificat locus imaginis: ⁊ figura rei ap
parētis. Hoc tñ differt: qm̄ in his apparet imago pyramidata: eadē ratione qua colūnaris in colūna:
vnius rei tñ ab vno p̄ctuo supra vñ locū fit reflexio: sicut in colūnaribus ⁊ alijs exterius positis.

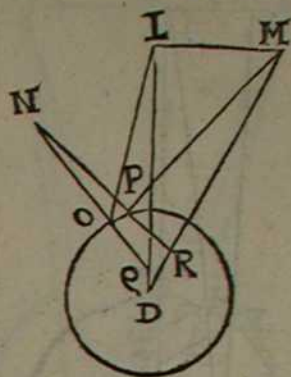
Decima conclusio.

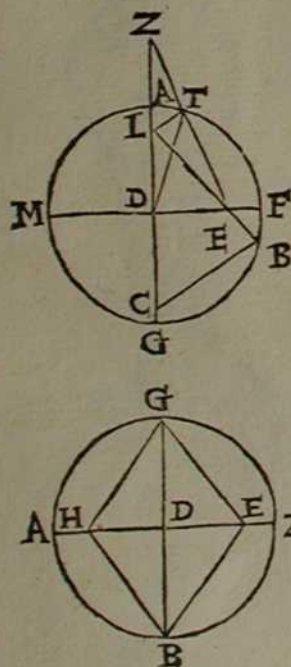
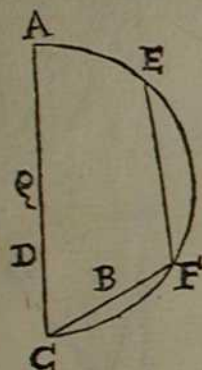
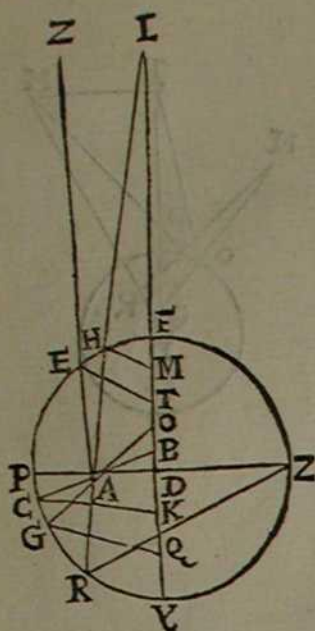
28. In speculo pyramidalí q^d loc⁹ reflexionis ē cono ppingor: eo imago minor.

¶ Hoc p[ro]p[ter] ex his que supra habita sunt de speculis sphericis cōcurris p[ro]positionib[us]. 5. 7. 6. huius cap[itu]li.

Capitulum quintum de speculis sphaericis interioribus.

Prima conclusio.





IN speculis sphaericis cōcavis: qm̄ possibile, ē radiū ppēdiculari nō 39.
cōcurrere: necesse est a liter q̄ in p̄missis locū imaginis apparere.

Item bi gratia esto speculum concavum .f.p.y. culus centrum sit .d. et ducatur semi dia-
meter .d.p. et sit in ea oculus .a. ducaturq; alia diameter istam orthogonaliter se-
cans; que sit .y.f. ducaturq; .a.e. equedistans .f.y. signenturq; puncta in .y.f. diame-
tro .m.t.k.q. manifestum erit q; .a.e. non concurrat cum perpendiculari cum sit ei equedistans;
vnde si visibile ponatur in .m. reflectitur a puncto .n. et concurrat cum perpendiculari extra spe-
culum in puncto .l. si in .t. reflectitur ab .e. et non concurrat cum perpendiculari; si in .k. reflectitur
a puncto .c. et concurrat cum perpendiculari in puncto .b. in .q. vero reflectitur a puncto .g. et concurrat
cum perpendiculari in pscio .o. Quid si sumatur in diametro .d.p. punctus .z. et ipse reflecti poterit a
puncto .r. et non concurrat .a.r. radius cum perpendiculari .p.d. nisi in ipso oculo. Ergo locus imagi-
nis puncti .m. est ultra speculum in .l. et locus imaginis .k. retro oculum in .b. locus imaginis .q. retro
oculum in .o. locus .z. in ipso oculo; locus imaginis .t. in ipso speculo. Quia enim .t. divisibilis est plu-
ctus; secundum superiorem sui partem deberet apparere ultra speculum; secundum inferiorem vero
infra; quia autem forma est una necesse est ut appareat in medio loco scilicet in ipso speculo in pun-
cto .e. In hijs diversitatibus apparitionum nusquam apprehenditur veritas imaginis nisi quum ei
locus fuerit extra speculum; aut inter vitum et speculum; vnde q; apparent in ipso oculo vel retro caput; non
apparēt dū certificatione rei visibilis; qm̄ visus nō est nat⁹ acquirere formas nisi obiectas facialiter.

Secunda conclusio.

Res existens in centro speculi concaui non videtur.

Reflexione dico videri non potest: quoniam radij ab ea perpendiculariter cadunt super superficiem speculi: redeunt ergo in se ipsos: & ita ad nullum punctum declinant extra centrum: quum igitur oculus sit extra centrum: non videbit id quod in centro est.

Tertia conclusio.

Oculus existens in centro speculí concaui sphaerici videt se tantum.

De sequitur ex pmissa indirecte: quoniam quum res extra centrum posita radios habeat super su-
perficiem speculi cadentes oblique: sequitur etiam vt radij ad partem oppositam reflectantur: et non
in ipsum centrum: equales enim sunt anguli incidentie et reflectionis.

Quarta conclusio.

Oculus existēs in semidiametro speculi concaui sphaerici nihil videt eorum 42.
quæ in illa semidiametro continentur.

Sit enim diameter. a. q. c. et sit oculus in parte diametri. q. c. in puncto. d. Dico igitur q. impossibile est aliquem punctum linee. q. c. redire in. d. q. si potest: cadat linea. c. f. planum est q. reflectetur ad eundem angulum: et erit linea reflexa per consequens chorda equalis portionis sicut est. e. f. quod esse non potest ex parte ista: ergo necesse est ut in partem aliam reflectatur.

Quinta conclusio.

Quilibet pñct⁹ diametri speculi cōcaui q̄tūcūq; pducta: pōt eē loc⁹ imaginis. 43.

Terbi gratia sit circulus. a. m. g. sitq; diameter. a. g. centrum sit. d. fumatur alia diameter. m. f. sitq; oculus. e. Planu est quoniam. l. videtur in. 3. si anguli. d. r. l. r. d. r. e. sunt equales: similiter r pñt⁹ c. reflectitur a pñcto b. ad. e. r videtur in. l. r ita secundum duetram situationem rei visibilis potest vi deri in parte diametri quantumcūq; producte: dum tamen proportionetur quantitati speculi.

Sexta conclusio.

Punctum visum in speculo concauo sphærico: a pluribus locis speculi reflexum: possibile est vnicam habere imaginem. 44

Quāuis enī a plurib⁹ locis fiat reflexio simul: nō tñ ppter hoc necesse est diuersas apparere imagi-
nes: qm̄ oēs radij visuales talis speculationis in eodē pūcto cōcurrunt cū eatheto: et hoc intelligit cētro
visus et reuēla existētib⁹ in eo dē diametro: tūc enī possibile est vt a quolibz puncto circuli fiat reflexio:
vnicā tñ existēte imagine. Et ubi gfa sit speculū. a. b. z. g. et sit diametr. a. z. in qua sit. h. res visa: et c. ē
trū visus: dico q^d reflexio est a puncto. g. qm̄ triāgulus. h. g. d. est equalis triangulo. g. d. e. vt patet et
laterib⁹ et angulis q^d sunt sup. d. et erit locus imaginis pñctus. e. Sicut fit reflexio a pñcto. b. eadē rōne:
et idē loc⁹ imaginis: imo fit pari rōne reflexio a toto circulo q^d p lineā. b. g. intelligit: et tñ ē vnicā ima-
go scz. e. dico circulū quē sup. diametro. a. z. imaginat^r imota describeret. g. pñct⁹ orbiculariter mot⁹.

Septima conclusio.

Revisibili & visu extra sphaeram existentibus in diuersis diametris: ab vno 45.
solo puncto fit reflexio.

- Intellige q̄ ad hoc vt res duas habeat imagines duo requiruntur: primum est vt sit reflexio a plu-
ribus partibus speculi sup̄ oculū: scdm̄ est vt locus imaginis sit alius ⁊ alius scdm̄ diuersitatē reflexio-
num: alius in q̄ ⁊ alī⁹ sensibili distātia. Et iuxta hoc scdm̄ diuersitatē situs ad speculū pōt res habe-
re duas imagines vel tres vel quatuor: ⁊ nō plures. Verbi gr̄a sint due diametri speculi se orthogona-
liter secantes. b. d. q. a. d. g. ducaſ iternū terna diameter. e. d. 5. q̄ diuidat angulū. b. d. g. per equalia: ⁊ a
puncto. e. termino diametri medię ducatur due perpendiculariter sup̄ duas diametros primas f. g. e.
c. ⁊ e. h. erit ergo triangulus. e. c. d. equalis triangulo. e. h. d. q̄ si oculus ponatur i. h. ⁊ visibile in. c.
reflectetur forma. c. a puncto. e. ad. h. ⁊ erit locus imaginis in. e. quoniam. e. h. eque distat. d. c. Sim-
plius reflecti potest a puncto. 5. quoniam trianguli. c. d. 5. ⁊. h. d. 5. sunt equalēs: sicut faciliſ proba-
ri potest: quoniam. d. 5. sit linea cōmūnis: ⁊ anguli cōtra se positi sunt equalēs: angulus etiam. q. d. a. di-
uiditur per equalia. In hoc autē situ non potest fieri reflexio a pluribus partibus speculi sicut pa-
tet repetendo demonstrationē in p̄cedentis propositionis: locus autē secundę imaginis est. f.

- Quia si accipiantur duo puncta in diuersis diametris: quorū vnus sit intra speculi: al⁹ in ipsa circūferentia speculi vel extra: describaturq; c⁹culus hęc duo puncta cū cētro speculi cōcludēs: tunc si circūculus iste fecerit circūsi speculi in vno loco tñ⁹ (licet hoc sit impossibile indiculis se intersectātib⁹) erit reflexio ab vno arcu tñ⁹: qui opponitur oculo & rei vñ⁹. si in duob⁹ fecerit: poterit esse reflexio ab vno pñ⁹to arcus intersectātiū diametrorū: aut a duobus: aut a trib⁹: & aliqñ a quatuor vt demonstrabit statim.

- Verbi gratia sit speculum ut supra. a. b. g. sit centum. d. fumanturque due diametri. a. g. q. b. sitos
tertia. c. 3. diuidens angulum ab illis contentum per equalia: fumanturque punctus. c. in diametro.
q. b. propinquior circumferentie quam punctus. c. in illa de duobus imaginibus sumebatur: et in
a. g. fumatur linea. a. h. equalis. q. c. dico ergo q. c. reflectitur a puncto. c. et a puncto. 3. sicut patet
ex p. habitis. Amplius preter hoc reflectitur ab alijs duobus punctis: verbi gratia a puncto. c.
extrahatur perpendicularis que cõcurrat necessario cum. 3. e. extra spheram in puncto. o. quoniam
nam angulus. d. e. c. est acutus qui cadit in vltimũ spherę igit oportet lineam perpendicularẽ extra
spheram incidere: igitur ad inueniendã alia duo puncta reflectiõis describatur circulus. d. c. h. qui
necessario cadet in. o. et quum hic circulus minor secet maiorem in duobus punctis que sunt. l. m. du
cantur lineę. h. m. d. m. c. m. et. c. l. d. l. h. l. et angulus. c. l. d. equalis erit angulo. d. l. h. quoniam isti
anguli cadunt in quales arcus: in quartas scilicet circuli maioris quas absunderent lineę ducte a
punctis. c. h. si plus extenderentur: quare iste lineę cum circumferentia circuli quales angulos equa
lis scilicet portionum faciunt ex capso de circulis in secundo libro geometrie: et similiter cum cathe
tis. d. l. d. m. igitur. c. poterit reflecti ab. l. Item eadem ratione angulus. d. m. h. equalis est angulo.
d. m. c. igitur. c. poterit reflecti a puncto. m. et ita quattuor habebit imagines punctus. c.

49. In solis speculis concavis res confusas & dubias apparere.

C fi

SECVNDI LIBRI PERSPECTIVAE.

Quia ratio est quoniam in solis his speculis res apparet i oculo vel retro oculis: visus autem non est naturaliter acquirere formas nisi rerum facialiter obiectarum: ideo res quae aliter apparerent dubias et confusas necesse est apparere.

Duodecima conclusio.

In speculis concavis res nunc conuersas: nunc euerfas apparere.

50.

Hoc ex libro alkindi de speculis facile demonstratur: quoniam radij in aliquo situ concurrunt: et in aliquo non: quoniam autem concurrunt: illa que sunt intra confluentiam radiois apparent euerfa: quoniam vero extra: apparet sicut sunt. Scribi gra radij. b. a. reflectitur ad. e. radius autem. b. g. ad. d. quoniam igitur radij intersecuntur in puncto. 3. oportet res que sunt intra intersectionem aliter apparere: quam que extra sunt: quoniam que intra sunt apparent sicut in planis euerse eadem ratione: que vero extra apparet sicut sunt. Et sic huiusmodi demonstratio est iuxta illud principium: sub eleuationibus radijs visa eleuatione apparere: quoniam cum in concursu cathetorum. e. o. et. d. q. idoli videatur euersum: tamen validior est imitando visum ipsa dispositio radiois oculum mouentium quam cathetorum: que linee sunt imaginabiles: quod si non hoc auctor huius libri de speculis intellexit: credo quod errauit. Si quae vero prolixior delectet huius demonstratio: sextum consulat perspectivae. Sed si que est intra confluentiam eius: punctus inferior videtur sub eleuatione radio et euerfor: ergo plane videt euerfa: cuius euerfor perducendo cathetos alias ultra speculum.

Decimatertia conclusio.

In speculis concavis res aliquando pares: aliquando maiores: aliquando vero breuiores apparere.

51.

Hoc laboriose et prolixo demonstratur in. 6. perspectivae: sed breuiter colligitur ex praemissa: quoniam que intra confluentiam radiois sunt: maiores apparent quam sunt: que vero extra sunt: secundum diuersitatem situs apparere possunt maiora vel minora vel equalia: iuxta quod remotiora vel propinquiora sunt ab intersectione: et ex hoc apparet quod quanto a speculo remotiora sunt tanto maiora apparent.

Decimaquarta conclusio.

In speculis concavis ex diuersitate situum quedam apparere recta: quedam curua: quedam conuexa.

52.

Hoc latuit auctorem libri de speculis: qui in omni situ apparentibus: curuitatem attribuit: huius autem conclusionis diuersitas diffuse demonstratur libro. 6. cap. 6. huius autem veritas per oppositum ad ea que dicuntur circa quartam et quintam conclusiones capituli precedentis.

Decimaquinta conclusio.

In speculis colunaribus intra politis eisdem errores accidere: quos in speculis sphaericis & concavis.

53.

Hoc diffuse demonstratur libro septimo capitulo octauo: quod quia satis est probabile non oportet in eius demonstratione laborare: et intellige errores in omnibus predictis scilicet in numero istarum imaginum: et situm: et rectitudine et curuitate apparitionum.

Decimasexta conclusio.

In pyramidalibus concavis omnes errores accidere: quod accidit in colunaribus concavis.

54.

Etiam istud demonstratur in sexto libro capitulo nono et satis liquet ex predictis.

Decimasextima conclusio.

In speculis concavis ad solem positus ignem generari.

55.

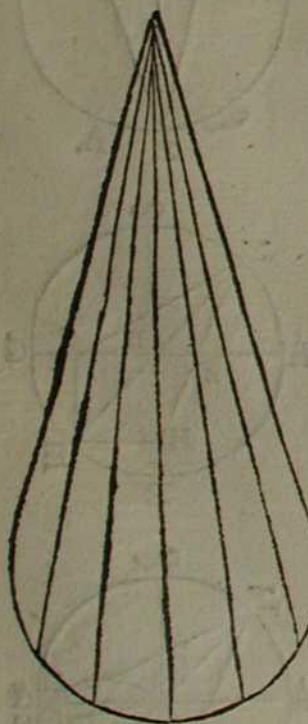
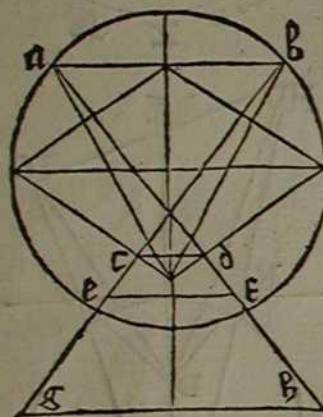
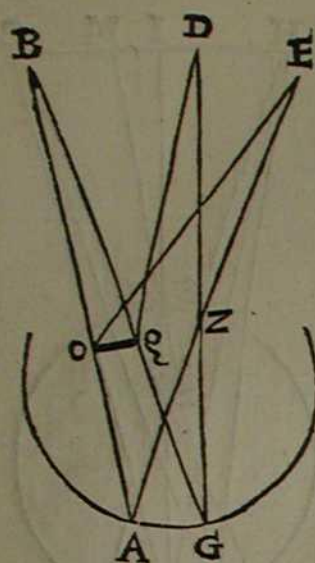
Quod speculi si sit portio sphaere: generatur ignis in centro eius quoniam conuertitur directe ad solem in concursu radiois reflexorum cum radio incidente. Secus est autem in speculis concavis scilicet figure oblonge irregularis factis per artem tradita in libro de speculis comburentibus: in illis enim reflectuntur radij omnes extra locum incidentie prope vel longe iuxta hoc quod speculum est magis vel minus concavum: omnes autem radij a tali speculo reflexi concurrunt ad punctum unum: ad aerem disgregandi et inflammandum. In speculo autem concavo sphaerice figure non fit reflexio omnium radiois in punctum unum: sed ab aliquo circulo unde debilititer exurit: ut patet supra conclusione undecima capituli secundi libri. 2. huius.

Decimaoctava conclusio.

Stellas quasdam ex reflexione radiois solarium ad ipsas apparere scintillare.

56.

Quoniam enim stelle sunt corpora solida equalis superficiei: necesse est ut habeant superficies speculares: reflectunt ergo radios solares: sed quia continue mouentur corpora celestia: variatur continue angulus incidentie: et per consequens reflexionis: sensibilis autem variatio facit quandam vibrationis apparentiam. Hoc autem habet auctor perspectivae non dicit: sed est opinio quorundam philosophorum in secundo de celo. Vbi autem videtur non tota causam scintillationis esse oculorum defectui a scribenda: nec conatus quisque nec radiois inuolutio hoc omnino efficere videt: quoniam videamus superficies deauratas soli oppositas: et multa



ta forti luce supfusa fcintillare: que fumina facilitate oculo prefentatur. Amplius vifus defcendit tantum in cōpēchēfione quorūdam planetarū ficut altariū ftellarum. Amplius canicula & alie quedam inter ftellas fixas clariores videtur q̄ alie: vbi nec vifus plus conatur nec reuerberat magis q̄ in alijs: q̄ defecit vifus q̄ uis ad hoc cōferre poffit: nō tū fufficit. Et fortaffe dices fi specula fūt ftelle: q̄ vidēdo ftellas debemus videre folē. Item eadē ratione planete fcintillare deberent. Ad prīmū dico q̄ fi totum celli eſſet ſpeculi: oculus tū in centro exiſſes videret ſc tantū ſicut p̄ter ex tertia p̄poſitione huius capli: q̄ ergo equales ſunt anguli incidētie & reflectionis: radius a ſole cadens in ſtellā reflectitur vel in ſe ſi p̄pendicularis eſt: vel in aliam partē celli: ſi nō eſt p̄pendicularis: q̄ nō in terrā. Ad ſecundum reſpondeo q̄ planete nō fcintillant q̄ p̄p̄ter ſunt: radius em̄ ſolis cadens ſup corpus ſtelle fixę p̄pter remotiōem ſtelle facit angulū magnū incidētie in ſtellā: & p̄ cōſequēs angulū magnū reflectionis: ita q̄ p̄pter elongatiōem radij a ſtella poteſt vifus aduertere aliquo modo diuerſitatē luminis ſtelle & ſolis reflecti a ſtella. Econtrario autē in corporibus planetarū q̄ prope ſunt: angulus minor eſt q̄ angulus incidētie & reflectionis cum ſuperficie ſtelle: & propter hoc aſpectus noſter non diſtinguit inter lumen iplius ſtelle & lumen ſolare reflectum a ſtella.

Secundū libri huius perſpectiue finis.

Liber tertius perſpectiue cōis: de radijs

fractis: habet capita duo in quibus ſunt conſuſiones. 22.

Capitulum primum de vera ſcientia radiorum fractorum.

Prima conſuſio.

OLVS perpendicularis porrigitur recte: alterius diaphaneitatis medio occurrente.

Iſta p̄p̄ter ex declaratione p̄me ſcē & tertie cōſuſionis ſi capli ſcē p̄mi libri huius vbi et diximus de his radijs qd verū & reale: & quid imaginariū ſit & credēdū nec decipiamur: imaginamur em̄ ſpēs lucis & coloris velut quaſdā lineas & angulos atq̄ pyramides ad faciēdas demōſtrationes modo geometrico.

Secunda conſuſio.

Fractio radii in ipſa contingit tantum ſuperficie mediū ſecundū.

Cuius ratio eſt: q̄nī lux in omni diaphano recte mouetur q̄tum eſt in ſe: q̄ incuruatio vel declinatio a rectitudine eſſe nō poteſt niſi in contiguatiōe duorū diaphanorū. Ad ſi in eodē corpore cōtinuo ſit diuerſificatio ſecundū rarum & denſum ſenſibiliter diuerſum: an in tali diaphano lux habeat declinē incefſum ſatis ē p̄p̄ter q̄ſtio: credo tū p̄te affirmatiuā veriorē q̄uis auctor iſte cōtrariū ſentire videat.

Tertia conſuſio.

Anguli fractionis diuerſificantur ſecundum diuerſitatem declinationis: & differentiam diaphaneitatis ſecundū mediū.

Huius ratio p̄ter ex predictis: q̄nī due ſunt cauſe fractionis: vna a parte radij: debilitas ſc̄ eius ex declinatione: & alia a parte mediū diuerſitas ſc̄ diaphaneitatis: & q̄ quanto maior eſt declinatio: tanto maior eſt debilitatio: ſequitur etiam ut iuxta hoc maior ſit fractio. Amplius ex parte mediū: q̄ quāto denſius eſt tanto magis reſiſtit: ſequitur ut p̄portionalis nō fiat tranſitus in medio denſiori niſi cū maiori fractione q̄ in medio rariore. Et ideo quo denſiora ſunt media ſecūda: eo res neceſſe eſt apparere maiores vel minores: ſicut infra docebitur.

Quarta conſuſio.

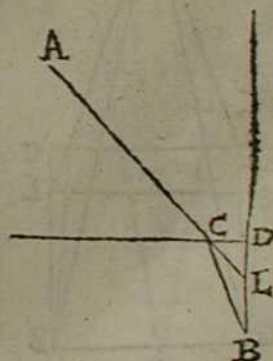
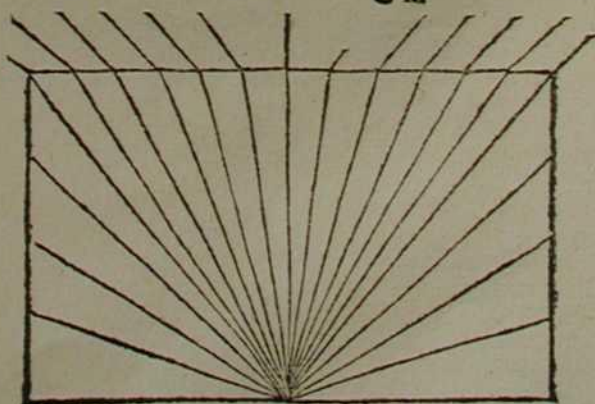
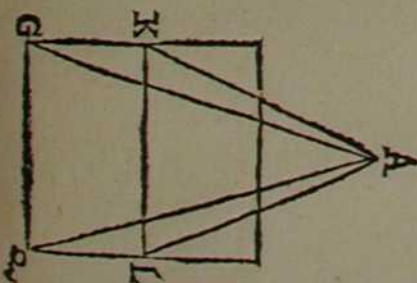
Locus apparitionis eſt in cōcurſu perpendicularium a re viſa imaginabilium ducti in ſup̄ficiem diaphani ipſam cōtinētis: cū pyramide ſub qua res videt.

Sicut ſup̄a patuit omnia que videtur recte apparere ſocialiter obiecta viſui: & p̄pter comprehenſionē radij p̄ quē res oculo prefentatur extimatur res eſſe in fine iplius radij in cōtinuum p̄ducti. Sicut q̄ pro fundamento in ſpeculis ſupponitur rem apparere in cōcurſu radij cum catheto: ſic in propoſito ſit in hac materia q̄ res apparere in cōcurſu radij cū perpendiculari erigibili a re viſa. Terbi gratia ſit viſus. a. viſibile. b. radius fractus qui rem viſui oſtendit. b. c. qui in c. frangitur & inde procedit. c. a. ſitq̄ perpendicularis. b. d. l. dico q̄ punctus. b. apparet in. l.

Quinta conſuſio.

Rem viſam per radios fractos extra locum ſuum neceſſe eſt apparere.

C iii



TERTII LIBRI PERSPECTIVAE.

Quid ex predictis patet: si enim in concursu perpendicularium et radiorum visualium apparet res visa: et hic concursus est extra locum rei vise: necesse est alibi quod sit apparere. In planis autem diaphanis semper imago apparebit propinquior quod sit res secundum rei veritatem: in sphericis autem aliter potest esse ut infra patebit: in planis igitur uniuersaliter sic est. Verbi gratia. g. q. apparebit in. k. l.

Sexta conclusio.

Res partim existens in aqua partim in aere apparet fracta.

Sequitur enim si pars existens in aqua propinquior apparet quod sit secundum veritatem: res autem extra aquam apparet in loco suo: igitur iste partes directe continue apparet non possunt: apparent igitur continue indirecte.

Septima conclusio.

Possibile est aliquid videri per radios fractos: quod per directos ad oculum non pertingit.

Hoc experimento patet: quoniam si ponatur aliquid in profundo vasis mediocris altitudinis: latebit forte visum: quod si aqua superfundatur statim oculo manifestabitur. Cuius demonstratio hec est: quoniam radij recte ad oculum pertingere non possunt: propter interpositionem opaci: fracti tamen possunt. Verbi gratia sit res visibilis. b. g. oculus. a. et sit. b. g. in aqua: planus est quod non videbitur sub radijs. g. a. et. b. a. sed sub. b. c. et. g. h. radijs fractis ad. a. igitur quis impediant radij. g. a. et. b. a. ut pertingant ad oculum: non tamen impediunt fracti. In aere autem fieret visio sub. g. a. et. b. a. illis ergo impeditis in aere videri non possunt: adueniente autem fractione ex diuersitate medij poterit videri.

Octaua conclusio.

Rei visae sub radijs fractis impossibile est certificari quantitatem.

Cuius ratio est quoniam ad quantitatis certificationem requiritur cognitio distantie: et comprehensio anguli pyramidis: sub quo res videtur: ut patet ex. 2. o. sexti capiti primi libri. huius: quoniam utriusque deficit quod radij oculum mouentes frangantur et per consequens angulus diuersificetur. Ex quo sequitur ut quantitas stellarum veraciter omnino non cognoscatur: quia celum est corpus subtilius quam aer vel ignis.

Nona conclusio.

Res visa existens in diaphano densiori superficie hemisphaerialis potest apparere maior quam sit: et minor: et aequalis conuexitate ad oculum conuersa.

Hoc ex duobus patet: quoniam perpendiculares super sphaeram non equedistant: sicut cadentes super planum: imo concurrunt in centro: planus est autem quod pyramis linearum a cono suo semper procedit dilatando se: cum hoc etiam inponendum quod in quarta propositione huius capiti demonstratur: quod concursus radiorum cum hac pyramide potest esse citra rem visam. id est in maiori distantia a centro sphaere quam sit res ipsa: et tunc res apparet maior quam sit. Et hec est ratio quare res in aqua apparet maiores quam sint: aqua enim habet superficiem sphaericam vbi quod sit: sicut demonstratur in libro de celo et mundo et in hac philosophia supponitur: concursus igitur est necessario propinquior oculo quam res ipsa: et est locus imaginis in maiori diametro pyramidis perpendicularium quam sit res ipsa. Maior igitur apparet res vnde in aqua quam vbi quod sit: quia superficies eius superior portionem sphaere constituit quoniam plana appareat propter sphaere magnitudinem: eadem enim est natura partis et totius. Vel in alterius dispositionis sphaera potest concursus esse dictarum perpendicularium cum re visibili in loco ipsius re visibilis: et tunc apparet res in veritate situs et quantitatis sue. Vel potest tertio concursus iste esse remotior a visu quam sit res ipsa: et propinquior centro sphaere quod est conus dicte pyramidis: igitur quia diametri dicte pyramidis quanto sunt cono propinquiores tanto sunt breuiiores: necesse est ibi rem apparere minorem. Verbi gratia sit per se ipsum hemisphaeriale. a. b. c. visibile. d. e. centrum sphaere. b. quia ergo potest esse dictus concursus vel inter f. et. d. e. vel ultra vel in ipsa linea. d. e. sequitur quod predictum est.

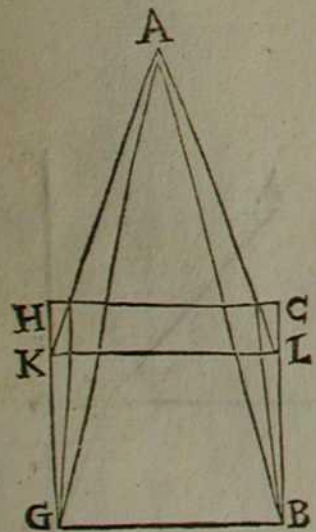
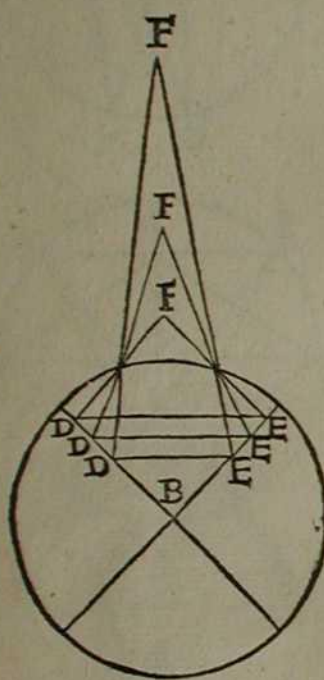
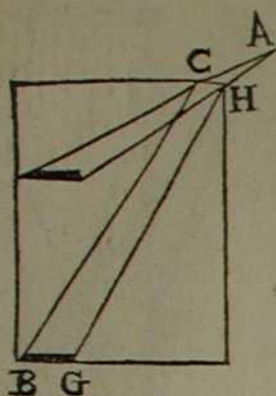
Decima conclusio.

Rem visam existentem in diaphano densiori quam sit oculus: et superficiem habentem planam: necesse est apparere maiorem quam sit.

Hoc patet quoniam res ipsa apparet propinquior quam sit: praesentat etiam oculo semper sub maiori angulo quam videri possit secundum radios directos: igitur maior apparet quam sit secundum veritatem: maior enim angulus ad eundem vel maiorem distantiam relatus rem indicat esse maiorem: sicut patet ex primo libro huius capiti. 6. conclusione. 20. Verbi gratia sit res visa existens in aqua. g. b. oculus vero. a. planus est quod. g. b. videretur in aere sub angulo. g. a. b. videretur etiam in loco suo: sed propter aquam franguntur radij. b. c. et. g. h. in ingressu aeris et videtur res sub angulo. h. a. c. qui est maior illo quem includit scilicet. g. a. b. Item res non apparet in loco suo: sed in linea. k. l. ut supra patet: hoc enim confirmatur quia concursus radiorum cum corpore dictarum perpendicularium in huiusmodi diaphano semper est inter visibile et visum.

Vndecima conclusio.

Concauitate diaphani densioris ad oculum versa accidit e conuerso illi quod contingit conuersa ad oculum conuexitate.



Res em̄ apparet magna vel parua secundū q̄tatem diametri pyramidis dictarum perpendicularium in qua sit cōcurus: et quia potest triplici modo hic cōcurus variari: sequitur vt res possit in triplici q̄tate oculo presentari: id est minor quum cōcurus est oculo propinquior q̄ res: vel equalis quum cōcurus est in re ipsa: vel maior quum est remotior ab oculo q̄ res ipsa.

Duodecima conclusio.

12. **Stellas ex fractione necesse est minores apparere q̄ sint: & q̄ si directe in tanta distantia apparerent.**

Uniuerſaliter em̄ res existens in p̄ſpicuo raro oculo existēti in p̄ſpicuo denſiori apparet minor q̄ sit: tamē q̄n est diaphanū alterius figure pōt aliter accideret: cōtrario ei qd accidit q̄n oculus est in diaphano puriori: in p̄posito tñ non est ita: q̄ stelle minores vident q̄ si directe viderent: q̄n aut sunt in circulo meridionali vel in zenith minores apparent q̄ alibi: cuius causa vna habita est supra in p̄mo libro p̄positione. 4. capli. 7. Ad p̄positū aut p̄ceditur sic: q̄ locus imaginis est in cōcurſu dictarū perpendicularium et radioſi viſualium: hic aut cōcurus est p̄p̄inquoſi viſui q̄ corpora stellarum: q̄ erit in loco p̄dictae pyramidis minori q̄ sit stella: hoc p̄t q̄ si accipiat arcus stelle q̄ videt: et sit. a. b. ducant inde p̄pendiculares in centrū mundi que sint. a. c. et b. c. sitq̄ viſus. d. ad quē ducant linee. a. d. et b. d. certū est q̄ per istas nō est viſio: nulli em̄ nō fracti radij possunt ad viſum perſtingere: radij ergo sub q̄bus sit viſio non cadit ambo extra. a. d. et b. d. frangunt em̄ ad p̄pendicularē et non cōcurrunt in. d. si extra cadit: cadent q̄ ambo intra vel saltē vnus extra et alter in intra: sint q̄. a. e. et b. f. q̄ frāguntur in p̄ſictis. e. et f. et cadit in. d. q̄ro q̄ vbi radij. d. e. et d. f. cōcurrēt cū pyramide. a. c. b. planū ē q̄ cū tra corpus stelle: q̄re p̄pter ip̄oportioneabile distātiā stellarū minores apparēt q̄ si directe viderent.

Capitulum secundū per modum epilogi totius ſperſpectiuæ ex tribus p̄dictis libris elicit quasdam conclusiones.

Prima conclusio.

TELLAS in orizonte propinquiores aquiloni apparere: q̄ meridionali circulo propinquantes.

Hoc probo sic: ducat linea inter ortū cuiusq̄ stelle ad meridiem declinantis et occasum ei⁹: ducat et alia ei equidistās per oculos inspectoris vtrinq̄ ad latera orizontis: dico q̄ accessus stelle ad meridiem vel elōgatio ab aquilone est secundū cōprehensionē distātiæ harū duarū linearū: certum est autē q̄ notabilior est harū duarū linearū distātia in medio qd est aspectui p̄p̄inquoſi: et etiā ex latitudine terre q̄ in medio extendit: q̄ in extremis que magis elongantur

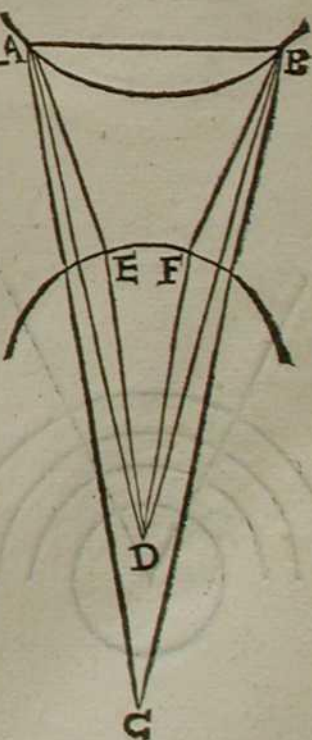
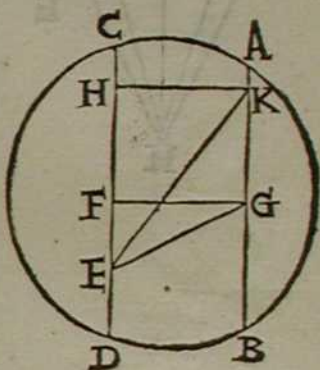
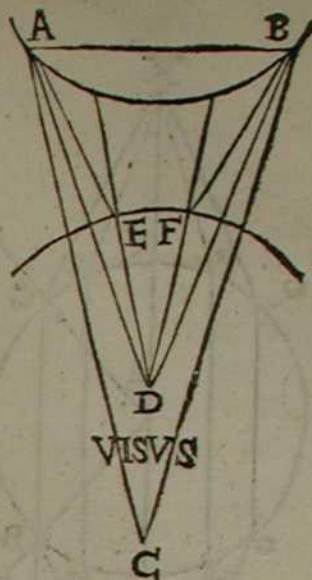
a viſu: et linea terminalis distātiæ harū duarū linearū vtrōq̄q̄ lōge sub acutiori angulo videt: q̄ linea distātiæ medialis. Verbi gr̄a sit p̄ma linea. a. b. scda sit. c. d. sitq̄ viſus. e. sit linea medie distātiæ. f. g. sit linea distātiæ extreme. h. k. planū est q̄ lōge maior est angulus. f. e. g. q̄. h. e. k. Ductor autē p̄ſpectiue hanc diuerſitatē attribuit fractioni: q̄ quū stella est in zenith sub p̄pendicularib⁹ radijs videt et nō fractis: quū aut est in orizonte videt sub radijs fractis: et fractio causa est vt magis videant aquiloni appropinquare. Hec autē ratio bona est p̄ aliquib⁹ stellis: sed nō videtur p̄ oib⁹ ſufficere: q̄ nō solum stelle q̄ trāſeunt per zenith: sed etiam multe alie que multum a zenith elongant sicut sol et alie circa a tropicū hyemalē sic se hñt q̄ remotiores a polo apparēt quū sunt in ſublimi: et tamē certum est q̄ sub radijs fractis videt. Item stelle p̄ zenith trāſeuntis vnus solus radius p̄pendicularis et nō fractus intrat in oculū aspicientis. Fractionē autē esse causam vt appareat aquiloni magis appropinquare: p̄t sic sit circulus magnus signans orizontē in quo sit stella. a. b. sitq̄ circulus minor signans ſphērā ignis. c. f. sitq̄ oculus. d. ducanturq̄ due linee. a. d. et b. d. planū est q̄ sub hīs nō ē viſio: radius ergo sub quo videtur a p̄ſictus aut cadit extra lineas istas. i. propinquius aquiloni aut infra: si extra vt in. c. frangat ibi verſus p̄pendicularē et cadit in. d. si ponatur cadere infra. i. remotus ab aquilone impossibile est q̄ cadat in punctū. d. q̄ frāgatur ad p̄pendicularē: eadem ratione necesse est vt punctus. b. videatur: et ita locus imaginis totius stelle vergit ad aquilonem respectu loci stelle. Sed ista ratio non poſſet applicari ſtellis meridionali circulo appropinquantibus et a zenith capitis elongatis niſi forte ibi maior fiat fractio: non ergo ſufficit ista ratio ſine alia vt credo.

Secunda conclusio.

14. **Omne quod videt directe videt & refracte: vna tātū existente eius imagine.**

Certū est em̄ ex p̄mo libro capli. 4. p̄positione. 2. et 5. q̄ quilibet p̄ſictus rei viſe ſigillat punctum ſibi oppoſitū in glaciali p̄ radios super corneam p̄pendiculariter orientes: sed q̄ quilibet punct⁹ in oēm partē ſpargit lucem ſuam: necesse est q̄ quilibet punctus rei viſibilis totam occupet pupillam: et quilibet punctus in p̄ſicto quolibet radiet glacialis: sed q̄ ab vno puncto ſup oculū non pōt egredi niſi vnus radius p̄pendicularis: frangitur oēs p̄ter vnum in ingreſſu corneæ: ipſe autem punctus apparet in loco ſuo vbi cōcurrat fractus radius cū p̄pendiculari: et quū in quolibet p̄ſicto p̄pendicularis obūmbret fracti radij: tñ fracti ad hoc valent: vt res clari⁹ videat ex cōcurſu vtriuſq̄ luminis.

C iiii



Tertia conclusio.

Multa per fractionem videri extra pyramidem radiosam.

Pyramis radiosa est aggregata ex radijs perpendiculariter orientibus sup corneam & intrantibus foramen vix quod parum est: multa ergo ex latere videntur imperfecte: que intra dicta pyramidem non continentur sicut ad sensum patet: & que sic videntur debiliter videntur: qz per radios tantu fractos: omnes enim in ingressu corneae franguntur.

Quarta conclusio.

Ex concursu radiorum fractorum possibile est ignem generari.

Ex reflexis piz sup: a ppositione. II. capli. 2. huius secudi libri in speculis: & eiusde libri penultima proposuione: contingit etiam idem in corporib diaphanis rotundis solarib radijs expositis. Sed inter specula & diaphana hec e differetia: qm in speculis generatur ignis inter speculu & solē: in diaphanis autē e converso ipsum diaphanu interponitur. Et bi gra sit cristallus rotunda cuius diameter sit. f. a. 3. cadant a sole radij sup ipsum. x. c. x. s. x. y. x. p. x. q. certu est q solus. x. y. cadit in centrū. a. pceditq nō fract' vsq in. h. alij q frangitur ad perpendicularē & cadit sic ab ipso. c. i. b. z. ab. s. in. g. a. p. i. n. z. a. q. in. o. veniens q radius. c. b. ad superficiem aeris cōcanā nō pcedit directe in. e. sed frangit a ppendiculari. b. k. vsq in. h. & sic de alijs: qbus aggregatis rarefacto aere ultra terios sue speciei ignis generat.

Quinta conclusio.

Omnis radius directus: reflexus: vel fractus: tato debilior est i adurēdo quā to minus figitur in obiecto.

Et hoc potest esse vel ex motu obiecti: v' ex motu luminis. Obiecti quidē sicut ppter velocē motum fluminū nō sunt tante exalationes sicut in aquis marinis: ppter qd & falsedine carēt. ppter motum velociorē luminis accidit q tēperatior ē habitatio sub equinoctiali circulo q sub alio parallelo vic solaris: qm solus equator inter parallelos sphere spherā diuidit in duo equalia: & est maior alijs parallelis. Sol q quū eqli tēpore motu suo describat eqtorē q minimū parallelū quēvis aliū: necesse est vt in illo maiori tanto velocius rapiatur: & p cōsequēs virtus eius minus figatur in subiectis sibi locis: q quū est in alio parallelo. Item circulus diuidēs terrā in duo equalia sub equinoctiali maior est quocūq alio sibi equedistāte: qm sol est in aliquo alio parallelo: radius eius perpendiculariter cadens in locum sibi subiectū maior est: & tātum in eo figitur qm in eodē tempore radius solis declinans in arcu terre maiori: sub equinoctiali ergo minus vrit.

Sexta conclusio.

In generatione iridis triū prädicatorū generū variatiōes cōcurrere radiosas.

De radijs rectis piz: qz iris generatur ex opposito solis: de reflexis certu est qm stille quedā sunt speculares & superficiē leuis in modum aque radios reflectentes: de fractis insuper patet quoniam lumen solare intrat in profundum aque: qm reflectatur.

Septima conclusio.

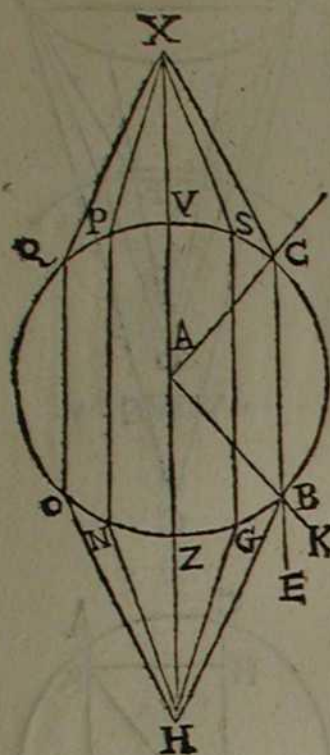
Causam rotunditatis iridis principaliter consistere in nube.

Quando enī nubes regulariter suspensa est terre equidistās: certu est q rotatio regulariter descēdit: & hoc ad circularitatē sufficit: alie nubes vero vailicose & suspēse irregulariter nō habēt in se impressiōnē regularē. Quidā autē ponunt causam a parte radiorū dicentes: q lumen radiolum intrat in nubē rotundā: & inde ultra nubē concurrat in puncto vno sicut declaratur in. 4. ppositione huius capli: post cōcursum aut iterū lumen ipsum dilatur in pyramidē: cuius medietas cadit in nubem: & facit per cōsequēs impressiōnē semicircularē: alia aut medietas cadit sup terrā. Sed cōtra cadat radius solaris p foramen rotundū certu est q erit rotundus: opponatur ei lapis hexagonus genetrās colores iridis: certu est q generat iridem nō in figura radij que est orbicularis: sed in figura lapidis que ē cōlōnaris: si igitur cōsimilis passio cōsimilē hz causam: optz vt causa figure arcus querenda sit in nube & nō in radio. Item hec postio videtur cōtra sensum: qm iris gñatur a sole sine aliquo interposito in nubem raridā radiante: qd lumen cadēs in nubē vocat phus radium medie rotunditatis: lumen enī figuram capit a medio in quo est. Alij ponunt rotunditatē in radio ex seipso: dicunt enī q radij pyramidaliter disceduntur a sole: & medietas pyramidis cadit in nubē & facit dictam figuram. Sed hoc nihil est: qm si de toto lumine solari agitur: quilibet punctus solis implet totū hemispherium lumine suo. Si de particulari aliqua pyramide agitur: non sunt pyramides a se distincte & diuise: sed vnu corpus continuum lucis continens in se potentialiter pyramides infinitas: quarum quedam habēt conum in luminoso: quedam in obiecto vel medio.

Octava conclusio.

Diuersitatem colorū iridis tam ex nubis q ex luminis variatione puenire.

Nubis variatio ex hoc accidit q rotatio descendit ad centrum & angulum: ergo per consequens est



inferius angustior & superius latior. Cuius tamen contrarium quidam dicunt nimis ruraliter: quia certum sit omnia graua descendere ad angulum: & ita non potest esse ut pyramis rotunda habeat conum sursum & latitudinem deorsum: superius igitur lata paulatim in descendendo densior fit propter pyramidis coangustationem ex descensu ad angulum prouenientē. Et propter hoc quod grossiores partes citius descendunt aptior est superius ad colores nobiliores & luci conformiores: & inferius minus. Potest etiam esse diuersitas a parte luminis directe cadētis in nubē & magis fracti in singulis partibus nubis: sed & reflecti a stillis super alias stillas: quae omnia in lumine magnam solent diuersitatem efficere: ut supra visum est. Quod autē dicunt quidam in eisdem nubis partibus diuersos generari colores: nec in omnibus illis apparere: sed in illis tantum ad quos radij eos constituentes reflectuntur: non capio: quoniam impressiones omnes non videtur per radios ipsarum generari: sed per speciem propriam extra locum reflexionis: sicut patet in radio transeunte per fenestram vitream coloratam usque in corpus oppositum: sicut etiam patet in generatione colorum in lapidibus heteragonis qui videntur ex omni parte. Quae autem falso dicuntur de iride multum possunt refelli per hoc quod in huiusmodi lapidibus contemplatur.

Nona conclusio.

21. Generationem iridis cataclismum excludere.

Excludit quidem per modum signi conuenienter dati: sed non sufficit ad causandam serenitatem. Non enim omnis: sed subtilis resolutio nubis parit iridē: colores enim nobiliores in iride concurrentes: quales pictor facere non potest: densarum nubium obscuritas & grossa resolutio non admittit: significat ergo iris humidę resolutionis paucitatem: & per consequens promittit oppositum cataclismis. Amplius ad hoc causaliter agit reflexorum radiorum concursus a nubibus cum radijs directis: non enim generatur iris in nubibus in omni parte densatis: quare optz simul ut radij solares libere transeant & concurrant cum radijs directe incidentibus: ex quo concursu fit attenuatio vaporis ut pluuia inde consumatur. Posset etiam dici quod generatio iridis post magnas pluuias est signum serenitatis: sed post magnā serenitatē est signum pluuię future: quia incipit cōtemplatō aeris a subtiliore materia.

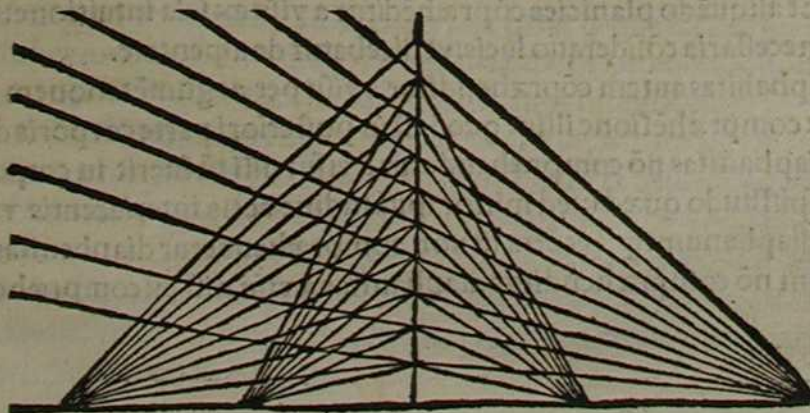
Decima conclusio.

Lucem solarem & sideralem in perspicuo puro efficere galaxiam.

22. Quidam in hac questione dicunt philosophum tenuisse galaxiam esse exalationem a terra elentam & luce stellarum illustratam: ideo dicunt galaxiam non generari in ignis purissima regione: quasi impressio fieri non possit in puro corpore transparente: quum contra videamus lunarem radium in domo sub obscura per aerem transeuntem facere impressionē albam: quāuis in aere non sit sensibilis densitas: abscondere enim se non potest vehemētissima radiatio ipsius lucis. Multitudo ergo radiorum stellarum concurrentium in suprema parte ignis vel aeris eadem ratione ibidem sensibilis potest apparere: quam dicimus galaxiam siue viam lacteam. Et hec opinio est probabilior quam opposita: quae cogitur fingere quotidie exalationes ascendentes ad illam partem aeris quae sub stellarum galaxie situatur.

Tertij libri et totius perspectiue cōmuniis Finis.

Hæc figura ex obliuione dimissa superius: deseruit nonæ conclusioni secundī capituli secundī libri huius perspectiue.



Sequitur declaratio quarūdam inten-

tionum visibilium: de quibus supra in libro primo huius perspe-
ctivæ capitulo sexto: ab incerto auctore habita.



ORPOREITAS est extensio rei secundū trinā dimensio-
nem: quæ in quibusdā corporibus scilicet rotundis cōvexis
ab extremo vnius partis visibilis ad alteram intelligitur p-
funditas. In corporibus vero habentibus plures superfie-
cies nō cōprehenduntur nisi cōprehendantur superficies
suæ: vbi ab extremo superficiei visibilis ad alterā intelligit
tertia dimensio. In corporibus cōcavis quādo cōcavitas fuerit diametraliter
opposita: nō cōprehenditur corporeitas: sed quādo cōcavitas fuerit obliqua
taliter quod superficies exterior videatur: potest corporeitas cōprehendi.

Asperitas vero cōprehenditur a visu in maiori parte ex forma lucis
apparentis in superficie corporis asperi: quā asperitas est diuersitas situs
partium in superficie corporis: quare quā lux oritur sup superficiē illius cor-
poris: partes pminentes quæ erunt luci manifestæ facient vmbra: partes p-
fundæ erunt illis vmbis cooperte. Item cōprehenditur asperitas cum partes
fuerint maxime pminentes: & sic visus cōprehendet pminētiam illarū partiū:
& ex illa cōprehensione cōprehendet diuersitatem situs in superficie corporis:
quoniam quasdā cōprehendit esse pproinquas: quasdā vero remotas: & p hoc
iudicabitur corpus eē asperum: sed cū lux oriens super corpus asperum fue-
rit ex parte opposita superficiei asperæ & fuerit lux fortis: non cōprehend-
et visus asperitatem: nisi cōprehendat pminētiam quarūdam partium & pfun-
ditatem aliarum: si ergo tūc asperitas fuerit maxima cōprehendetur a visu
solūmodo ex diuersitate situum partium: si vero fuerit modica nō cōpreh-
endetur a visu: nisi in magna propinquitate & forti intuitu.

Planicies cōprehenditur a visu in pluribus similiter ex forma lucis
apparēte in superficie corporis plani: quæ in eis est similis formæ: cū er-
go viderit visus vniūformitatem lucis in aliqua superficie: iudicabit illā esse pla-
nam. Tercio autē: quæ est maxima planicies: cōprehenditur a visu ex scin-
tillatione lucis in superficie corporis sui. Sed cū in eadem superficie aggregā-
tur asperitas & planicies: tunc cōprehendet visus illā asperitatem & pla-
niciem ex diuersitate situs partiū: quā aliquæ erūt pminentes & aliæ pro-
fundæ. Et aliquādo planicies cōprehenditur a visu ex sola intuitionē: & tunc
non est necessaria cōsideratio lucis: vt dicebatur de asperitate.

Diaphanitas autem cōprehenditur a visu per argumētationem scilicet
ex cōprehensione illius quod est in posteriori parte corporis diapha-
ni. Et diaphanitas nō cōprehendetur a visu: nisi tū fuerit in corpore dia-
phano spissitudo quædā: sed minor spissitudine aeris interficientis visum &
corpus diaphanum: q si ecōtra sit non cōprehendetur diaphanitas a visu.
Et iterum nō cōprehenditur diaphanitas a visu nisi ex cōprehensione

illius quod est in posteriori parte corporis diaphani: & pars posterior com-
prehenditur ex luce vel corpore illuminato iuxta corpus diaphanū existē-
te: & si iuxta corpus diaphanum vel in eius circuitu nō fuerit lux vel corpus
illuminatum: non cōprehendetur diaphanitas: quod cōtingit quando cor-
pus diaphanū fuerit applicatum corpori opaco & ab eodē contentum. Et si-
militer nō cōprehēdetur diaphanitas corporis diaphani qñ corpus diapha-
nū fuerit obscuri coloris: vel qñ i posteriori parte corporis diaphani fuerit
locus obscurus. Et similiter cū corpus diaphanū fuerit parvæ diaphanitatis: &
corp⁹ existēs in posteriori ei⁹ pte & corpora existētia in circuitu eiusdē fue-
rint debilis lucis: nō cōprehēdet diaphanitas eius nisi exponatur luci forti.

Spissitudo vel opacitas comprehenditur a visu ex priuatione diaphani-
tatis: cum enim visus comprehendit corpus: & non senserit in ipso
aliquam diaphanitatem: arguet in eo spissitudinem.

Umbra vero apprehenditur a visu respectu lucis illuminantis ex pri-
uatione casus eiusdem super corpus obumbratū: & ex cadentia eius su-
per corpus corpori obumbrato propinquum: quoniam quando senserit vi-
sus illud quod est prope corpus obumbratum esse illuminatum fortiore luce
quā sit corpus obumbratum: arguet priuationem lucis cadentis in loco um-
broso. Obscuritas vero seu tenebra comprehenduntur a visu per argumen-
tationem ex priuatione omnis lucis: cum ergo visus comprehendat aliquē
locum: & nullam lucem in eo senserit arguet in eo obscuritatem.

Pulcritudo comprehenditur a visu ex comprehensione intentionum
visibilibus: & ex proportionē illarum ad inuicē. Et ex hoc nota q tres
sunt modi pulcritudinis: primus est quē facit vnaqueq; intentio per se: & sic
lux solis & lunæ facit solē & lunā pulcra: & numerus multarū stellarū reddit
quasdā partes coeli pulciores aliis vbi sunt paucæ stellæ: & distinctio plurium
candelarū facit maiore pulcritudinē q̃ si omnes fuerint simul coniunctæ: &
sic de aliis intentionib⁹ per se. Secundus modus est q̃ causatur ex plurib⁹ intē-
tionibus cōiunctis: vt ex figura & magnitudine litterarū & earū ordinatio-
ne resultat maior pulcritudo q̃ ex paritate illarū & situ inordinato. Tertius
modus ē q̃ resultat ex pportione vnius intētiōis ad alterā sicut debita magni-
tudo oculorū cū debita figura: nā sic resultat proportio causans pulcritudinē.

Turpitudine est forma qualibet carens intentione pulcra: quoniam dictū
est q̃ intentiones particulares faciunt pulcritudinē: & cōiunctio illarū
ad inuicē: & proportio vnius ad alterā: vnde patet q̃ qualiscūq; fuerit caren-
tia cuiuslibet modi pulcritudinis erit omnimodæ turpitudine. Consimilitudo
autem est æqualitas duarum formarū aut duarum intentionum in re in qua
sunt consimiles: cum ergo visus comprehendit duas formas: vel intentio-
nes consimiles: cōprehendet similitudinē illarum: & cuiuslibet duarū for-
marum & intentionum & ex comparatione alterius illarum ad alteram. Di-
uersitas comprehenditur a visu in formis diuersis comprehēsis cuiuslibet
formarū diuisarum & ex cōparatione alterius ad alterā: & ex cōprehensione
in æqualitatis: vel similitudinis in eis. Iste ergo sunt intētiōes quarū decla-
ratio intendebatur in hoc opere.



Vemadmodum superius in Arithmetica & Geometria feci

mus: ita in Perspectiua par esse duximus ea que de radijs visualibus: & modo videndi tam recte q̄ reflexe ac etiam fracte diseruimus in corporalibus: ad spiritualia & mores nostros aliquantisper trāsferre. Quia itaq̄ omnis irradiationis aut illuminationis corporalis p̄ncipium & causa sit sol: qui in sacris scripturis christū s̄gat: vnde & virtutē irradiandi colores a luce habere diximus: cōsequens est vt m̄tes nostras colorib⁹ assimilemus que ab illo illuminant: qui illuminat oēm hoīem venientē in hunc mūdum: & a quo signatū est super nos lumen vultus eius: quare in aīa nostra oculus vidēs & color visibilis idem sunt. Et quotquot requiruntur ad bonā vissionem in corpore: totidē necessaria sunt ad puram contemplationē in mēte: vt est visus in corpore: ita & in aīa mens ait Aristo. Ad rectā aut vissionē octo cōcurrūt: p̄mum est sanitas & debita organi dispositio. i. duorū oculorū: quāsi autem duo oculi aīe nostre sunt intellectus & voluntas: & tunc oculus intellect⁹ est sanus: q̄n ab erroribus est mūdus: sed & oculus voluntatis q̄n est ab affectibus terrenorū purgatus: & vtrāq̄ harum sanitatū est necessaria ad pure cōtemplādum deū: vnde & dñs ait. Beati mūdō corde q̄m ipsi deum videbunt: & acquirūt talis sanitas p̄ virtutem fidei dicente ap̄lo p̄etro: fide purificans corda eorū. Secundū est facialis oppositio rei visibilis ad oculū per pyramidē radiosam que ex parte rei habet latitudinē: ex parte vero oculi angustiam: ita etiam q̄n aīa nostra diuina contemplet: que in se magna sunt: de eorū magnitudine modicū quid attingit: ideo eorū magnitudo in oculis nostris angustiat: vnde dictū est moysi. Nō videbit me homo & videret: & postiora mea videbis: faciem autē meam videre non poteris. Et sicut obiecta visus nostri corporei sunt triplicia. s. luminosa: colorata: & specula: sic cōtemplāda ab aīa n̄ra sub deo sunt triplicia. s. sp̄siales substantie: res corporales: & sacre scripture a deo reuelate. Tertium est p̄portionalis distantia: itaq̄ res visibilis nec oculo nimis adhaereat: nec nimis elōgetur: sed mediocriter distet: aīe ḡ mūdātorū nimis adherētes rebus sensibilib⁹: inepte sunt ad cōtemplationē: aīe dānatorū nimis remote q̄ nihil vidēt de reb⁹ diuinis: sed bonorū viatorū mentes mediocriter se habēt ad deum & pie cōtemplant ip̄m. Quartū est soliditas obiecti & nō nimia peruietas: q̄ cōtemplatio nostra debet esse circa solida & eterna: nō circa peruia. i. trāsitoria: vnde ap̄lus ait. Nō cōtemplātib⁹ nobis que vident rē. Quintum est debita magnitudo obiecti. i. q̄ nec sit res nimis parua nec valde magna sed mediocri: nostra ḡ cōtemplatio nulla est circa hęc minūta bona: & circa maxīma diuina ebetescit: s; circa mediocria multum valet. Sextū est q̄ mediū vidēdi non sit nimis densum q̄ impedit vissionē: hoc medium in cōtemplatione ē corpus qd corūpū & aggrauat aīam. i. corpus nimis deditū delijs carnalib⁹. Septimū est q̄ medium & obiectum atq̄ organū sit illuminatū: s̄c̄lter ad cōtemplandū est lux gratie dei necessaria. Accedite inq̄t ad deū & illuminat aīam rē. Octauū ē q̄ ad vissionē requirit certū tēpus: nā ad plurimas vissiones requirit aīe deliberatio q̄ nō sit sine tpe: s̄c̄lter etiam bona cōtemplatio requirit suū tēpus oportū & quietū. ps. Mane astabo tibi & videbo rē. Iterum in matutinis meditabor in te rē. Iterū media nocte surgebāt ad cōsuetū tibi rē. Nec ad p̄mi libri p̄spectiue imaginationes pertinent. **M**ateria 10 sc̄i libri de speculis in quib⁹ rerū imagines cōtemplamur: solet apud theologos ad naturas rationales adaptari: & 13 septuplices posuerimus speculorū figuras: tñ speculorum substantia tantū triplex reperit: in qua varia est imaginū apparētia ratione dicte substantie varie. Est enī speculū oīno purū nec p̄prium colorē habēs neq̄ appositū vt lapis preciosus adamas aut carbūcul⁹ vel beryllus. Est & aliud qd 13 p̄prium colorē nō habeat: s; bene appositū: vt vitrū cū blūbo. Est deniq̄ tertium speculū p̄prio colore affectū: vt ferrum: lapis marmoreus: & alia h̄mōi corpora: q̄bus sp̄sialiter correspondēt triplices nature rationales in quibus imago alterius rei dicitur elucere. s. natura diuina: angelica: & humana: nam in diuinis filius dei dī imago patris sui a quo procedit & figura substantie eius. Et angelus dī signaculū similitudinis dei: & homo dī creatus ad imaginē dei: & cū color speculū ad inspectionē refferat: optime filius dei est velut speculū adamātū infrangibile. Angelus speculū vitreū facilliter frangibile a p̄ncipio sue creationis. Homo vero speculū ferrum vel marmorē opacitatē habēs pcti originalis a natura. Unde in eis speculis varie apparēt dei imagines rē. **C**ardiorū deniq̄ fractorū illusiones ad tertij libri p̄spectiue ptinentes: mūdātorū hoīm errores p̄tendūt: q̄ p̄pter varia media sue inspectionis. i. creaturas in quib⁹ deum enigmatice vident: in multos errores idolatrie iuciderūt: & falsa iudicia de rebus sp̄sialib⁹ confinxerunt vt Aug. deducit in libro de vera religione. Soli ḡ christiani signū federis dei iesum xp̄m aspicientes: vt iridē siue archum celestē in nubibus glorie fulgentē: potuerūt viam lacteam paradisi recte ambulare: qua in perspecuo puro sine nebulis deum contemplari valeant: sed de his alias operosius.

Petri Cirueli Darocēsis questiūcula

preuia in Musicam speculatiuam Diui Seuerini Boetii.



De lucidationē theorice Musice

sice (quā diuus Seuerinus Boetius compendiose ex antiquioribus auctoribus recollegit modo quodā introductorio) Videtur in primis querendū an theorica ista Philosophorū cōcordet practice cōmunium musicorū voce aut instrumētis contantiū. Pro cuius solutione sine argumentis est aduertendū primo: q̄ musica sciētia cum sit mixta mathematica subalternatur sciētiae naturalī pro ea parte qua agitur de audibili & de auditu in secūdo libro de anima & in libello de sensu & sensato: sicut etiā perspectiua subalternatur eidē Phisice in quantū agit in eisdē locis de visibili & visu: licet vtraq; earū imaginationibus mathematicis res naturales pertractet: et eas demonstrare conetur. nam sicut perspectiua per puncta lineas & superficies de irradiatione lucis & coloris disputabat: idēq; dicebatur subalternata Geometrie: simili modo etiā musica de sonis & vocibus agēs eas pertractat rationibus numeralib⁹: hoc est ac si voces essent vnitates & numeri pares aut impares: & easdē proportionēs aut proportionalitates que numeris conueniunt: ista in vocibus & sonis imaginatur. Vnde non immerito musica dicitur etiā subalternata arithmetice. Ad hoc propositū quidā exponere volunt & satis bene auctoritatem Aristotelis in cathēgoriis capitulo de quātitate vbi ait: est autē quātitas discreta vt numerus & oratio: quia vt aiunt per illa verba noluit dicere que essent species quantitatis discrete de per se an illud predicamētū pertinentes: sed poti⁹ voluit distinguere duas sciētias que sunt de quātitate discreta: alterā pure mathematicā. s. arithmetica quā designat per numerū. & alterā mixtā ex Phisica & Mathematica. s. musicā quā designat per orationem: nō qualem cūq; sed vocalem que est obiectū audibile. vnde & ibi mentionem facit de sillaba breui & lōga. Similiter intelligendā censent litterā Aristotelis sequentē de quātitate cōtinua vbi per lineā superficiem & corpus insinuat geometriā que est pure mathematica: per locū autē & tēpus designat perspectiuā & astrologiam que sunt mathematice mixte de quātitate cōtinua. Secūdo est aduertendum q̄ sicut Musica supponit ex arithmetica regulas numerorū et proportionum: que sunt principia aut conclusiones arithmetice: sicut etiā supponit ex Phisica seu naturalī sciētia sonum et vocem esse propria obiecta auditus. Nec pertinet ad musicū disputare que res sit sonus aut vox audibilis vtrum. s. res permanens aut successiua: vel vtrū sit substantia aeris vel aliqua qualitas aerem informans & causata in eo ex collisione duorū corporum &c. Quia hoc phisici est inquirere vel potius methaphisici. Scimus enim super hac questione magnas esse & graues philosophorum altercationes. nā qui peritiores & subtiliores reputantur apud eos negant omnes res successiuas in mūdo. vnde et consequenter negare habent sonum aut vocem esse qualitatem talem qualē antiquiores ponebant. s. successiuam et nullo modo in aere permanentem sed raptim transeuntem. Isti vero potius sonum & vocem dicunt esse ipsum aerem ab aliis corporibus percussū aut inter ea constrictū et diuisū: sed de his alias operosius. Nunc autem satis sit nobis q̄ musica nostra ad omnes illas philosophorum diuersitates cōmunis & indifferēs est: dū modo generaliter et cōfuse detur sibi a philosopho sonum esse obiectum audibile: quicquid illud sit: et siue per se siue per accidens ab

auditu percipiatur. et in hac scientia sicut in perspectiua & astrologia omnia vocabula propria sunt mixte cognoscantia adduntque significationem Phisicalem super terminos arithmeticos. vt diapason super duplam proportionē. Diatesaron super sesquiterciam. Diapente super sesquialteram. & sic de aliis, cognoscant enim tales proportionēs esse res audibiles. Tertio est aduertendum quod musici vel cantores practici vix aut raro vtuntur supradictis terminis musice speculatiue scientie: sed ad faciliorem intelligentiam finxerunt sibi quedam vocabula sui cantus puncta denotantia que sunt: vt re. mi. fa. sol. la. Et per talia puncta ascendendo vel descendendo faciunt in vocibus consonantias aliis tamen vocabulis ab eis nominatas. Nam quod theoricus musicus vocat diapason: practicus dicit octauam. et quod ille diapente: iste quintam nominat. Similiter diatesaron vocat quartam. Diapason cum diapente duodecimam. bis diapason appellat quintamdecimam vocem sub vel super aliam. & sic de aliis multis hinc et inde differentiis: que solū verbales sunt. Nā in re vtrique idē dicūt. quod sic declaramus. ponatur quod vox prima in aliquo cātu sit eleuata aut depressa vt quattuor. tūc alia vox que super illam ascendit per septē vel octo ex illis punctis que ponit practicus musicus: facit ad eam consonantiam diapason. que solum per quinque: diapente. & que per quattuor: diatesaron. Nam octo dupla proportio est ad quattuor. quinque vero super quattuor si non omnes sint toni integri: est proportio sesquialtera. Quattuor denique puncta si etiam non omnia sint toni: est proportio sesquitercia. similiter vna duodecima est tripla. et vna quindecima est quadrupla proportio: que bis diapason appellatur similis processus obseruatur in descendendo sub voce illa prima supradicta que semper est reputāda vt quattuor. Sed ad euitandum oēs scrupulos est sciendū: quod in punctis illis musice practice est diuersitas. nam quidam eorum ascendunt vel descendunt per tonos integros qui reputantur velut vnitates. Alii vero sunt semitoni: & nō oēs equales. Itē inter tonos alii sicut maiores alii minores: quibus in hoc sepius practici decipiātur. Sed de his iā satis: nā in discursu huius scientie demonstratione euadent omnia quę manifestissima. Has demonstrationes nuper ex Arithmetica iordani deductas: eleganter adiecit magister Iacobus Faber natione gallus hac nostra tempestate philosophus insignis et celebratissimus. Qui vt in ceteris scientiis solet: ita & in Musica introductionem edidit hanc quam aggredimur: perque luculentissimam.



Ecreueram clarissime vir nulli meas elementorum musicalium qualescunque sunt prius dicere vigilias: quā probatas cognouissem. quā id me minime lateret demonstrationes: in quibus vel solis vis scientie consistit: non probari non potuisse. Verum si presentium iudicia parui ducis reputasque: hi tibi ex antiquis summo opere musicos commendare labores iure valebunt.

Mercurius	Tamyras	Ptolomeus
Orpheus	Hyfmenias Thebanus	Eubolides
Pythagoras Samius	Terpander lesbicus	Hippasus
Amphion Thebanus	Lycaon Samius	Aristoxenus
Linus	Prophraustus Periotus	Philolaus Pythagoricus
Arion lesbicus	Estiacus Colophonius	Archytas Tarentinus
Mydas Phrygius	Tymotheus Milesius	Albinus
Corebus lydius	Nicomachus	Diuus Senerinus Boecius
Hyagnis Phryx	Plato	
Marsias	Aristoteles.	

Et similia quā plurimi quos oēs eterna memoria disciplinarū eblāditissima Musica reddidit insignes: iter quos duos preceptores meos Iacobū Labiniū & Iacobū turbellinū annuero tanquā ea arte posteritati victuros. Cōmēdant & eā mirifici ei⁹ effect⁹. Pythagorici em̄ animorū ferociā tibiis fidibusque emolliebant. Esclepiades frementis vulgi seditiones crebro cātu cōpescuit. Idēque turba surdis medebatur. Damon pythagoricus ebrios & proinde petulantes adolefcētes: grauiorib⁹ modulis ad tēperantiam reduxit. Febrē & vulnera musica modulatione curauit antiquitas. Eadē quoque suauitate schias coxēdicūque dolores emēdauit: quā Hysmenias theban⁹ tētasse memoratur. Theophrastus ad animi perturbationes moderandas musicos adhibuisse memoratur modulos. Nec iniuriā quidē. est enim musica vt quedā moderationis lex atque regula. Quāobrem bono iure eos ridebat Diogenes musicos: qui cū citharā ad harmonicos cōsensus haberēt temperatā: animū gererēt incōpositū & prorsus harmonia vite destitūtū. Xenocrates organicis modulis lymphaticos liberauit. Tales Cretēsis suauitate cithare: morbos pestilentiaque fugauit. Terpāder & arion Aones & lesbios cātu a grauis simis morbis leuasse: diuus Seuerinus autor est. Herophilus medicus egrorū venas musicis pensiculabat numeris. Tymotheus autē musicus dum voluit efferatum reddidit Alexandrū ad armaque furem atque aliter cum libuit ab armis ad cōuiuia retraxit emollitū. Thracius Orpheus ferarū sensus fidibus: cātuque inflexit. hoc est ferinos hominū mores leges ad citharā canēdo ad moderatā humanitatē reduxit. Cerui fistulis capiuntur studioque modulationū detinētur. Cygni hyperborei cithare cātibus alliciuntur. Elephātes indi organica dulcedine permulcētur. Auiculae fistulis irretiuntur. Tenebris adhuc infantū sensus permouent cātus: crepitaculaque vagientū sedāt. Delphinos suis sibi fidibus cōciliauit arion. Serpētes cātibus rūpuntur. Sepultorū manes cātibus excitātur. In aetiaco littore mare citharā personare memoratur. Megaris citharā personat saxū: & ad cuiuslibet pulsantis ictū fidicinat. Et possem pleraque talia vir clarissime me ad musicā cōmendationem adducere. At tot tātisque & recentū & priscorū cōmendatam autoritatibus tibi nūc ad me atque bonarū litterarū studiis dicatā disciplinam: equo suscipias animo tuis auspiciis lucem habiturā. Et me vnum inter tuos cliētulos tuarum virtutum tuisque nominis obseruatorem esse cognoscito.

Vale.

a ii



Vod inter oratorem atq; rhetora: id inter cantorem & musicum interesse volunt: neq; oratorem quemq; dici mereri qui idem rhetor non sit. ita verum semper iudiciū fuit: vt ne cantor quidē dici mereatur vnq; qui idē musicus non fuerit: pulchre mimos: et hystriones a cantorum honesto cœtu sequestrantes tanq; Epicureos a sobria mensa: castoq; philosophorum dogmate. nec iniuria nam Homerus diuinus Poeta vbiq; doctum et seria modulatum introducit cantorem vt apud Odyssæam vbi Penelopē Phemiū Fidicinē ad neruos verba mouentem his verbis allocutam effingit.

Preterea illachrimans diuum est affata canentem
Phemi multa tenes hominum mulcentia pectus
Facta hominum atq; deum: et que laudem autoribus addunt.
Ex iis pange aliquid.

Et quales Homerus probat: vos minime tales esse dubito vt qui dudum a vobis prima musices rudimenta perceperim. Quapropter ad vos nostros labores examinandos committo. quos eo libentius me suscepisse fateor: quo musicalem scientiam neq; apud Grecos neq; latinos quidem vnq; elementis traditam esse legerim: at introductiones q; plurimas inter quas ea omnium nobilissima est quā diuus Seuerinus Boetius sui monumentum reliquit. quem vnum in hac re presertim delegim meorū studiorum ducem. Si ergo probaueritis satis mihi est. In re enim nostra malumus aliorum iudicia sequi: q; propria probare. **Valete.**

Antiqui qui de musica scripserunt.		Insignes ex recentioribus qui de eadem scripserunt.
Democritus	Plato	Albinus
Heraclides Ponticus	Aristoteles	Diuus Seuerinus
Thimotheus milesius	Theophrastus	Basilus
Philolaus Pythagoricus	Nichomachus	Hylarius
Architas tarentinus	Aristoxenus	Augustinus
Duo Theodori	Ptolomeus	Ambrosius
Xanthus atheniensis.		Gelasius.

Argumentum quattuor librorum musices.

Primus liber interualla musicis modulationibus acōmoda discutit. multiplex: duplare / triplare / quadruplare. superparticulare: sesquialterū / sesquiterciū / sesquioctauum / bis sesquioctauum / ter sesquioctauum: quater sesquioctauum / quinquies & sexies / sesquioctauum.

Secundus de tono / integro toni dimidiō / semitonio minore / semitonio maiore / cōmate / schismate / atq; diaschismate.

Tertius de sesquitono / ditono diatessarū / diapente / diapente & tono / diapasōn / diapasōn & trisemitonio / diapasōn & ditono / diapasōn & diatessaron / diapasōn & diapēte / diapasōn diapēte & tono / disdiapasōn / ac integro toni & cōsonantiarū oīm dimidiō. Et de maximarū Harmoniarū cōsonantiis: & quarūdam medietatum.

Quartus de monochordo / tetrachordo / pentachordo / heptachordo / octochordo / pentadecachordo / diatonicis / chromaticis / enarmonicis melodiis. Et de melodiarū modis. Et hec sub breuitate contracta: argumentum libri sunt.

Diffinitiones



Intervalum est soni grauis acutiq; spaciolum habitudo.

Spacium vocamus neruū: chordam: expiratum aerem: et quidquid simile est: a quo sonum elicimus.

Multiplex intervalum est quoties maius spacium continet minus pluries. vt bis: et duplex intervalum dicitur. vt tertio: et dicitur triplex. vt quarto et quadruplex nuncupatur. & hoc pacto deinceps.

Intervalum superparticulare est cum maius continet minus: & partē eius aliquam.

Pars est que metitur totum: ipsum aliquoties sumpta restituens.

Si maius continet minus et eiusdē dimidium: sesquialterū nominatur intervalum.

Si maius continet minus et minoris partem tertiam: dicitur sesquitercium.

Si vero continet minus et eiusdem minoris partem octauam: epogdoun: sesquioctauumq; nominatur. Et ita reliqua superparticularia intervalia per facile est diffinire: sed parum musico conducunt proposito.

Superparties autem diceretur intervalum: si maius contineret minus et minoris partes aliquot: que partem vnā non efficiunt.

Numeri sunt adinuicem primi: quos sola metitur vnitas.

Dignitates.

- 1 **Q**uicquid metitur alterum: metitur et omne mensuratum ab illo.
- 2 Compositum in ea resoluitur simplicia: ex quibus componitur.
- 3 Cuiuslibet numeri pars est vnitas: ab eo denominata.
- 4 Vnitas in quemcunq; numerum ducta: ipsum producit.
- 5 Quicquid metitur detractum et residuum: metitur & totum.
- 6 Quaecunq; vni et eidem equa sunt: & ea inter se sunt equa.
- 7 Et que inter se sunt equa: eiusdem sunt eque multiplicia aut submultiplicia.
- 8 Eorum quorum tota sunt equa: et dimidia sunt equa.
- 9 Quicquid bis auctum aliquid transcendit: id vltra illius dimidium esse necesse est.
- 10 Et quod duplicatum non implet integrum: id profecto non continet dimidium.
- 11 Omne totum est maius sua parte.

Petitiones.

- 1 Data equali chorda: que spaciū ad spacium proportio est: eam esse & soni ad sonum.
 - 2 Inter numeros sola vnitate distantes: nullum intercipi posse medium.
 - 3 Spacium quodlibet in quotlibet equas partes diuidere.
 - 4 Totum ad suam partem: et laxius ad se tensum: grauiorem sonum edere.
 - 5 Omnem proportionem esse tanq; numeri ad numerum.
 - 6 Si numerus numerū datū multiplicet: idēq; productū diuidat: numerū datū redire.
 - 7 Si numerū datū numer? diuidat: & qd puenit rursus multiplicet: numerū datū redire.
 - 8 Extremorū proportionē ex mediōrū proportionib; vt suis partibus esse cōpositā.
- Extremi ordinatarū proportionū: maximus minimusq; terminus intelliguntur.

C Sciētia subalternata qualis ad Arithmetica Musica est: principijs et demonstratis scientie prioris subalternant: & vtitur. Et studuimus vt qd fieri potest rarissime id in hac disciplina fiat. verum pleriq; vbi oportuū videbitur alio qd in arithmetica factum est vtemur demonstrandi modo: quo singula magis ex proprijs facta videantur qd in arithmetico suffragio atq; ijs que in arithmetica monstrata sunt eadem pōptius facilius fierent: attamen quando id fiet & quando non sequentibus demonstrationibus cuiuslibet per qd perspicuum euadere poterit.

Si interuallum multiplex binario multiplicetur: id quod fit ex hac multiplicatio-
ne interuallum multiplex est.

d	e	c	
16	8	4	Multiplex ex duplicatione.
4	2		Multiplex interuallum.
A	B		

¶ Interuallum binario multiplicare: est interualli habitudinem duplare que quo pacto duplanda sit du-
dum tertia propositione quinti Arithmetices notum esse potest. ut si a b sit interuallum quodcumque quod bi-
nario multiplicare iubeamur: ipsum per tertiam quinti multiplicabimus si ducimus a in se et b in se proue-
niantque d et c itaque productorum d et c duplex interuallum interuallo producentium a b. Quod si rursus du-
cimus a in b proueniantque productum e erit per sextam quarti que proportio d ad e eadem e ad c et interual-
lum d c in duo equa partitum. Sed esto nunc ut interuallum a b sit multiplex quemadmodum proponit
propositio quod modo paulo ante dicto: binario multiplicetur: sitque duplum d c et ea proportio d ad e et e ad
c: dico interuallum d ad c esse multiplex. Nam cum a ad c multiplex sit interuallum cum geminatur mani-
festum est multiplex addi multiplici quare per vicesimam secundam noni Arithmetices statim notum est
interuallum compositum multiplex esse. et propositum. Sed idem aliter hic demonstratur: Quoniam enim
que proportio a ad b ea est d ad e et e ad c. nam utraque proportionis duplate a ad b medietas. Proportio
autem a ad b posita est multiplex: igitur et proportio d ad e multiplex est. metitur igitur per definitionem
multiplicis: e ipsum d vel bis vel ter vel deinceps. Et eodem quoque iure c toties metitur ipsum e. quare et
c per primum communem conceptum metitur ipsum a. Quidquid enim alterum metitur: metitur et om-
ne quod mensuratum est ab illo. Est itaque per definitionem interuallum a c multiplex. quod erat ostens-
dendum.

Si fuerint termini proportionaliter constituti: cum primus fuerit ultimo compa-
ratus si primus ultimum fuerit mensus: metietur et secundum.

2	4	8		1	2	4	A b c tres termini proportio
a	b	c		d	e	f	nales quorum a numerat b.

¶ Tamen etiam hanc decimatertiam quarti demonstret sufficienter: eam tamen amplius hoc in loco volumus
manifestare. Sint enim a b c termini proportionaliter constituti et a numeret c: dico idem a numera-
re b. capio enim d et f terminos in ea proportionem minimos. Quoniam enim d ad e ut a ad b: et e ad f
ut b ad c. igitur per equam proportionalitatem quam vicesima prima secundi Arithmetices monstrat
d ad f ut a ad c. sed a per hypothesin metitur c: igitur et d metietur f. Et quia d et f positi sunt in sua
proportionem minimi. ergo per quintam quarti d et f sunt adinuicem primi. Et cum d seipsum metiatur
pariter et f per definitionem d est unitas. Et vero cum unitas sit omnis numeri pars: d ergo metietur c.
Et cum a ad b ut d ad c: metietur igitur a ipsum b secundum terminum: quod erat cognoscendum atque
propositum.

Si interuallum binario multiplicatum: multiplex effecerit interuallum: ipsum
quoque multiplex erit.

2	4	8	A b interuallum binario multiplicatum
a	b	c	multiplex efficiens.

¶ Hec est conuersa prime: cuius hec est ratio. Nam cum interuallum compositum multiplex sit et per secun-
dam communem scientiam resoluitur in id interuallum ex cuius multiplicatione creuit siquidem composi-
tum omne: in ea simplicia dissoluitur ex quibus coalitum concretum compositumque esse cognoscitur per se-
ragestim noni interualli simplex multiplex erit. At id idem aliter ostenditur. Nam si a b c geminatum inter-
uallum sit multiplex sic ut e multiplex sit ad a et ea proportio a ad b et b ad c: quoniam e ad a et e multiplex: a
per definitionem metietur ipsum c. quare et per precedentem a metietur ipsum b. Est igitur interuallum sim-
plex b ad a per definitionem multiplex. et propositum.

Si terminorum interualli primus ad secundum comparatus sese ut tertius ad quartum habuerit: quot proportionaliter medii primo et secundo: totidem tertio & quarto interuenire necesse est.

Et medium proportionale inter d et f tertium et quartum ut b inter primum et secundum.

27	18	12	18	12	8	9	6	4	2
a	b	c	d	e	f	g	h	k	l

Hanc duodecima quarti monstrat cuius adhuc hic ut ad sequentia momentum habens: cognitio promissior habebatur: repetitur demonstratio.

Sit a cuiuscunque interualli primus terminus ad c secundum ut d tertius ad f quartum: et sit b medius proportionaliter constitutus inter a et c. dico etiam inter d et f interuenire unum proportionaliter medium. Capiō enim per sextam quarti g h k tres minimos secundum proportionem a ad b et argumentor ex vicesimaprima secundi per equam proportionalitatem g ad h ut a ad b et h ad k ut b ad c. igitur g ad k ut a ad c. quare et ut d ad f. at si d et f sunt iidem termini cum g k manifestum iam est inter d et f interuenire unum proportionaliter medium. Sin minus: ergo per vicesimam tertiam Arithmetices g et k metientur d et f equaliter: sitq; id secundum l. duo ergo l in g h et k et proueniant d e f per septimam secundi d ad e ut g ad h et e ad f ut h ad k. quare e interit proportionaliter medius terminis d et f quod erat monstrandum.

Superparticularis interualli medius numerus: neq; vnus neq; plures proportionaliter interuenient.

Propositio superparticularis: in duo equa diuidi non possit.

27	18							Et spacium superparticulare.
a	b	c	d	e	f	g	h	De tres minimi proportionis a ad b.

Hanc intelligimus: nullum superparticulare interuallum in duas aut plures interuallorum habitudines proportionales secabile esse. quod demonstratione proxime subiuncta per se facile liquebit.

Sit a interuallum superparticulare quod diuidatur in duo equalium habitudinum spacia a b et b c certis constitutisq; numeris si possibile est. Sitq; idcirco ut a ad b ita b ad c. capio per sextam quarti Arithmetices d e f tres minimos continue proportionales in proportionem a ad b. et quia d ad e ut a ad b et e ad f ut b ad c: ergo per equam proportionalitatem d ad f ut a ad c. Atqui a ad c positum est superparticulare interuallum: igitur d et f est superparticulare. At vero quoniam d e f sunt tres illi habitudinis minimi termini: igitur d et f primus et ultimus per primam quarti sunt adinuicem primi. At cum d monstratus sit superparticularis ad f: per diffinitionem d continet f et eius partem que ideo per diffinitionem metitur f. Et si ea pars sit numerus cum ea etiam per communem conceptum metiatur d: metietur enim se partem de tractam et residuum quod equum est f. non erunt ergo d et f adinuicem primi cuius oppositum iam monstratum est et impossibile. erit ergo ea pars vnitas. Tunc addo vnitatem ipsi f et fiat g: ut g et f solius vnitatis discrimine distent. mox argumentor d ad f ut g ad f. sed inter d et f positus est vnus interuenire medius igitur per precedentem et inter g et f numeros sola vnitate distantes interuenit intercepturq; aliquis numerus medius quod per secundam petitionem est impossibile. non igitur superparticularis interualli vnus medius interuenit numerus. neq; quoq; eodem argumento interuenient plures. Et hanc etiam demonstrat sexagesimaprima noni. Et ex hac quoq; cognoscitur reprehensionem demonstrationis Archite: q; nulla superparticularis in duo equa diuidi possit quam tertio institutionis musice capite vndecimo videtur dicitur Severinus adducere non tam esse diuisi Severini q; Wichomachi aut aliorum quos interpretatur elegantissime qui et simile in plerisque tum Arithmetice tum Musice institutionis locis fecisse comperitur. Et non verentur quidam (pace omnium dixerim) eius libros perlustrare non ut sciant sed ut exsurgant et canino more si quid hians subsistantq; appareat altius dentem insigant mordeant et reprehendant et sanctum et venerabile Philosophie nomen et suorum conuictis laceret: et quod aliorum vitium est si quod est: diuisi Severini exclament errorem faciantq; aliorum crimine reum. et cum nihil noxint volunt litterarios duces insectando carpendo laniando omnia scire videri: atq; supra Philosophicos vertices sese gloriabundos extollere faciuntq; quod est apud Comicum ne intelligendo ut nihil intelligant quos idem statim ut maledicere desinant ammonet malefacta ne cognoscant sua. Sed hec preter presentis negotii officium. de Philosophis enim qui recte fuerint natura instituti vel absq; monitione semper recte cogitabunt. qui enim secus faciunt ab eorum se segregant consortio et ut Philosophi quales se videri volunt non amplius esse cognoscantur necesse est.

Si interuallum non multiplex binario multiplicetur: id quod fit ex hac multipli- 6
catione neq; multiplex est: neq; superparticulare.

9	6	4	B c interuallum neq; multiplex neq; superparticulare.
A	b	c	B c duplatum interuallum a b quod quidem est non multiplex.

C Si interuallum non multiplex a b: et duplum sit a c. ita ut ea sit proportio a ad b et b ad c. dico interuallum a c neq; multiplex esse neq; superparticulare. quoniam si a c primo ponatur multiplex: ergo per tertiam presentis et a b interuallum erit multiplex at positum est non multiplex. Et si secundo dixeris a c esse interuallum superparticulare: cum sit a ad b ut b ad c erit interualli superparticularis medius proportionalis terminus quod per precedentem est impossibile. Est itaq; notum si interuallum non multiplex binario multiplicetur compositum interuallum minime aut multiplex aut superparticulare esse. et propositum.

Si interuallum binario multiplicetur: atq; id quod ex ea multiplicatione creabitur 7
multiplex non sit: ipsum quoq; non erit multiplex.

C Nec est conuersa precedentis. Sit ergo superioris propositionis figura in qua interuallum a c proueniat ex duplicatione habitudinis interualli a b et non sit a c interuallum multiplex. dico itidem interuallum a b non esse multiplex. Nam si a b interuallum multiplex est: cum a c per hypothesin ex interuallo a b binario multiplicato surgat: ergo per primam presentis interuallum a c multiplex erit. At positum est non multiplex: ergo si interuallum non multiplex ex alicuius interualli binario multiplicatione nascatur neq; ipsum quoq; ex eius multiplicatione ortum est multiplex erit: quod erat monstrandum.

A numero partium superparticularis interualli que in vnum adacte totum resti- 8
tuunt et numero vno maiore: quot interualli maiores termini simul: minoribus si-
mul acceptis respondeant: cognoscuntur.

A	3	4	5	6	7	8	9
B	2	3	4	5	6	7	8
C	2	3	4	5	6	7	8
D	3	4	5	6	7	8	9

C Sit a ad b interuallum superparticulare manifestum est per definitionem superparticularis a continere b et vnam partem b. ea igitur pars secundum numerum c: constituat suum totum b: et sit d numerus vno maior c: dico a sumpta secundum numerum c equa esse b sumptis secundum d. Nam a secundum c sumpta continent b secundum c sumpta et insuper partes b sumptas secundum c. Atqui positum est eas secundum c constituere vnum b. igitur a secundum c sumpta continent b sumpta secundum numerum vno maiorem c. Et vero d positus est numerus vno maior c. ergo a sumpta secundum c: continent b sumpta secundum d. quod erat monstrandum. Et si exemplarem requiris declarationem: si a ad b interuallum est sesquialterum: quoniam a sesquialterum est ad b. ergo a continet b et eius dimidium: et duo dimidia per commune proloquium suum totum reddunt. Dico ergo duo a tantum esse quantum tria b: quoniam enim duo a continent duo b. et insuper duo dimidia b que vnum b restituant: ergo duo a continent tria b: tribusq; eundem equalia. Et si a ad b est sesquitercium a continet totum b et tertiam partem b. at tres tertie b eque sunt vni b. ergo superiore argumento tria a continent quattuor b: quattuorq; euadunt equalia. Immo data quacunq; superparticulari maiores termini secundum proportionis minorum numerum: equantur minoribus terminis secundum proportionis maiorem numerum sumptis. ut si a ad b sit sesquiquinta: quoniam minimi sesquiquinte sunt 6 et 5. Idcirco quinq; a equi sunt sex b. et in non minimis quoniam 12 et 10 sunt termini sesquiquinte 10 a equantur 12 b. Et si a ad b sit sesquioctaua: quoniam minimi sesquioctauae sunt 9 et 8. Idcirco 8 a tantum sunt quantum nouem b. Et quia rursus 18 ad 16 sesquioctaua: ideo sexdecim a equi sunt 18 b. et ita in ceteris. Sed si id non modo particulariter sed et vniuersaliter contemplari cupis id vniuersaliter verum erit.

Data quacunq; proportionem: maiores termini secundum numerum minorum sum- 9
pti: equi sunt minoribus secundum numerum maiorum sumptis.

A Suppti	3	4	5	6	7	8	9	Multis	2	3	4	5	6	Suppar	5	7	9	11
B culares	2	3	4	5	6	7	8	plices.	1	1	1	1	1	tientes.	3	4	5	6

¶ At sit a ad b quaecumque proportio et a maior terminus: b vero minor. dico a sumptos secundum b numeros minorem equos esse b sumptis secundum a numerum maiorem. Nam per octavam primi Arithmetices quod sit ex a in b: equum est ei quod sit ex b in a. At vero quod sit ex a in b: sunt a sumpti secundum b. et quod sit ex b in a sunt b sumpti secundum a. igitur a sumpti secundum b equantur b sumptis secundum a et in quibuslibet alijs eadem est demonstratio et propositum.

10

Cum aliquot maiores termini aliquot minoribus equi sunt: ea unius maiorum ad unum minorum reperitur proportio: que et numeri minorum collectorum ad maiorum collectorum numerum.

¶ Hec est conuersa precedentis. Quoniam per precedentem minores collecti secundum numerum maiorem equi sunt maioribus secundum numerum minorum collectis. Sed numerus maiorum est unus terminus maior et numerus minorum unus terminus minor. ergo eadem est proportio unius maiorum ad unum minorum: que numeri minorum collectorum ad numerum maiorum collectorum. Et quāq; he due ultime conclusiones faciles sunt: vsus tamen earum paulo latentior est. Per primam enim earum que nona est: habemus si numerus maior ad minorem sesquialter est ut trium ad duo: duo maiores equi sunt tribus minoribus. Et si maior ad minorem sesquitercius ut 4 ad 3: tres maiores equi sunt quattuor minoribus. Et si maior sesquiquartus ut 5 ad 4 quattuor maiores equi sunt quinque minoribus. Si vero maior sesquioctauus: octo maiores equi sunt nouem minoribus. et ita in consimilibus. In multiplicibus autem si maior duplus est ut duorum ad unum: vnus maior equus est duobus minoribus. Si triplus: vnus maior equus est tribus. Si quadruplus: vnus equus est quattuor. Si octuplus: vnus equatur ad octo. Insuper partientibus vero consimile est: ut si maior est superbi tertius ut 5 ad 3: tres maiores equi sunt quinque minoribus. Si super triquartus ut 7 ad 4: quattuor maiores equi sunt septem minoribus. Si vero super octupartiens ut 17 ad 9: nouem maiores equi sunt decem et septem minoribus. et hoc pacto in reliquis.

¶ Ex vltima autem hanc in superparticularibus viendi regulam elicimus. Si duo maiores equi sunt tribus ut minoribus quattuor ad sex [sex ad nouē] octo ad duodecim: vnus maior ad unum minorem sesquialter est. Et si tres equi sunt ad quattuor: sex ad octo maior ad minorem est sesquitercius. Si quattuor maiores equi sunt quinque minoribus: aut octo ad decem: vnus maior vnus minoris est sesquiquartus. Si vero octo maiores nouem minoribus sunt equi: vnus maior ad unum minorum cognoscitur sesquioctauus. In multiplicibus. si vnus duobus: duo ad quattuor: tres ad sex equi sunt: maior minoris est duplus. Si vnus tribus: duo ad sex: vnus maior minoris est triplus. Si vnus ad quattuor: et duo ad octo: vnus maior ad unum minorum est quadruplus. Si vero vnus ad octo duo ad sedecim: maior minoris est octuplus. ¶ In superpartientibus. si tres maiores equi sunt quinque minoribus: aut sex ad decem: vnus maior ad minorem est superbi tertius. Si quattuor maiores septem minoribus: maior minoris est supertriquartus. Si vero nouem equi sunt ad decem et septem: maior minoris est superoctupartiens. ¶ Et in compositis numeris simile est. ut si duo a equi sunt quattuor b et dimidium vnus: quemadmodum in duobus coniunctis sesquialteris. quoniam 4 et vnus dimidium ad 2 duplum sunt et sesquiquartum: idcirco vnus a ad unum b duplus est atq; sesquiquartus. Si tres a equi sunt ad quattuor b et tertiam vnus: ut in duobus sesquialteris quoniam quinque et tertia vnus continent tres semel duas tertias et vnā nonā. proinde vnus a continebit b vnum duas eius tertias et vnā eius nonā. Si quattuor equi sunt ad sex et quartam vnus: ut in duobus coniunctis sesquiquartis: quoniam sex et quarta vnus continent quattuor dimidium et decimam sextam ex quattuor: ideo vnus maior continet minorem semel eius dimidium et eius vnā decimam sextam. Si vero octo valent decem et octauam vnus ut in duobus sesquioctauis: quoniam decem continent octo: et quartam: et octaua vnus ad octonos vna est sexagesimaquarta: ideo vnus maiorum continet minorem semel eius quartam partem et eius sexagesimam quartam. Et si compositionis series protensior euadit: ut si duo a equi sunt sex b et medietas vnus et quarte ut in coniunctione trium sesquialterorum: quoniam sex continent duos ter et dimidium vnus est quarta pars duorum: et quarta pars vnus est octaua pars duorum. Idcirco vnus a triplex est b vnus in super quartam atq; octauam partem b continens. Et si tres equi sunt ad septem et nonā vnus quod in tribus sesquitercijs coniunctis euenit: quoniam septem: bis continet tres: et trium tertiam partem: et nonā vnus ad tres est vicesima septima. ideo vnus maiorum continet minorem bis eius tertiam et eius vicesimam septimam. Et si quattuor equi sunt septem dodrantē vnus hoc est tribus quartis et in super decime sexte vnus: ut in coniunctione trium sesquiquartorum: quoniam septem continent semel quattuor et tres quaternarij partes: et tres quater vnus ad quattuor sunt tres decime sexte: et decima sexta vnus est ad quattuor vna sexagesimaquarta. Idcirco vnus maior continet vnum minorem semel et dodrantem et tres decim: assertas atq; vnā sexagesimam quartam. Si vero octo equi sunt ad vndecim tres octauas vnus et vnā sexagesimam quartam: ut in tribus sesquioctauis coniunctis: quoniam vndecim continent semel octonarium et octonarij tres partes: et tres octauae vnus sunt ad octo tres sexagesime quarte. et vna sexagesima quarta ad octo est vna quingentesima duodecima. hinc fit ut vnus maiorum contineat minorem semel tres eius octauas tres sexagesimas quartas et vnā quingentesimam duodecimam. Et hec adieci mus quo vsus harum duarum vltimarum in sequentibus patentior manifestiorq; habeatur.

Duplex interuallum ex duobus maximis superparticularibus: sesquialtero atq; 11
sesquitercio coniungitur.

6	4	3	A c duplex interuallum.
a	b	c	A b sesquialter b c sesquitercius.

C Sint a b c interuallum: a quidem sesquialter ad b: b vero sesquialterius ad c: dico a duplum esse ad c. Quoniam enim a sesquialter est ad b: ergo per octauam huius duo a equi sunt ad tres b. et rursus quia b sesquialterius ad c: igitur per eandem tres b equi sunt quattuor c: et tres b positi sunt equi duobus a. duo igitur a equi sunt ad quattuor c. cum quicunq; vni eidem equalia sunt inter se sint et equalia. et quattuor numerus minorum collectorum duplex est duorum numeri scilicet collectorum maiorum. igitur per precedentem vnus a duplus erit ad vnus c. quod erat demonstrandum. potest et hoc vltimum etiam demonstrari. Quoniam enim duo a equi sunt quattuor c: vnus a per octauum proloquium equus est duobus c. quorum enim tota equa sunt et eorum quoq; dimidia sunt equa. Et duo c dupli sunt vnus. igitur et vnus a duobus c equus: duplex erit c vnus quod fuisse monstrandum.

Ex duplici interuallo atq; sesquialtero: triplex nascitur interuallum.

6	3	2	A c triplex interuallum.
a	b	c	A b duplex interuallu. b c sesquialterum

C Sint a b c interuallum: et a quidem ad b duplex et b ad c sesquialter. dico a eius quod est triplum esse. quoniam enim a ad b duplex est: ergo a per definitionem continet bis b. igitur a equatur duobus b. et quia b sesquialter est ad c: igitur b continet c et eius partem dimidiam. ergo per octauam huius duo b equi sunt tribus c: et duo b equi erant vni a. igitur et tres c equi erunt vni a. tres autem triplex sunt vnus. igitur per decimam vnus a triplex est vnus c. quod erat demonstrandum.

Duo duplicia interualla: quadruplex coniungunt interuallum.

4	2	1	A c duplex interuallum.
a	b	c	A c geminatum duplex interuallum.

C Sit a duplex ad b: et b duplex ad c. dico quoniam a quadruplex est ad c. Nam quia duplex est ad b: igitur duo b equi sunt vni a. et rursus quia b duplex est ad c: igitur duo c equi sunt vni b. et si duo c equi sunt vni b: quattuor c equi erunt duobus b. Et duo b positi sunt equi vni a: igitur et quattuor c equabuntur vni a. Et quattuor quadruplum sunt vnus. igitur per decimam vnus a quadruplex est vnus c. quod erat ostendendum.

Terminu reperire: ad que quotcunq; volumus: liceat superparticulares assignare. 14

9	8	6	A ad c sesquialter.
a	b	c	B ad c sesquitercius.

C Sit propositum terminum reperire ad quem sesquialterum et sesquitercium valeamus assignare. Lapis duo et tria numeros denominantes partes sesquialteri atq; sesquitercij: duo siquidem sesquialterum et tria sesquitercium denominant. et duco duo in tria: proueniatq; ductu illo c manifestum est c habere partem dimidiam pariter et tertiam. iungo ad c partem eius dimidiam: et compositus sit a. et iterum ad c iungo partem eius tertiam: et sit compositus b. quoniam enim a continet c et eius partem dimidiam: ergo per definitionem a ad c sesquialter est. et quoniam b continet c et eius partem tertiam: b itidem ad c sesquitercius. c igitur repetitur est terminus ad quem petiti superparticulares rite sunt assignati. et hac lege de quibuscunq; esse operandum: vt si essent assignandi sesquioctauus et sesquionus: duc octo in novem et surget terminus octauam nonamq; partem possidens: ad quem et sesquioctauum et sesquionum rite assignaueris. et eodem quoq; pacto modo tres: modo quattuor aut quotquot libuerit ad eundem terminum assignabis.

640	600	576	540	480
a		c	d	e

vt si ad eundem terminum peterent assignari sesquitercius | sesquiquartus | sesquiquintus | et sesquioctauus ducantur tria | quattuor | quinque et octo in se inuicem et proueniat e qui idcirco habet in se tertiam | quartam | quintam et octauam. Ad iungo e suam tertiam compositusq; sit a. et suam quartam et compositus sit b. suam quintam compositus sit c. suam denique octauam et compositus sit d. dico demonstratione superiore: quoniam ad e constituti sunt a b c d sesquitercius | sesquiquartus | sesquiquintus | et sesquioctauus: quemadmodum prefixa monstrat formula.

- 15 Si sesquialtero intervallo sesquitercium demptum fuerit intervallum: erit quod res
linquitur sesquioctavum.

9	8	6		A c sesquialter. B c sesquitercius.
a	b	c		A ad b sesquioctavus.

C Sit terminus ad quem per precedentē assignati sint a sesquialter: et b sesquitercius. ab a c sesquialtero subduco intervallum sesquitercium b c: relicto intervallo a ad b: quod dico esse sesquioctavum. quoniam enim a eius quod est c est sesquialtera: semel habet c et eius dimidiam partem. quare per octavam huius duo a equi sunt tribus c. et quattuor a sex c. et octo a ad duodecim c. Rursus quoniam b huius quod est c sesquitercius est. b igitur habet in se c et eius tertiam partem. quo fit ut per eadem octavam tres b equi sint quattuor c. et sex b octo c et novē b ad duodecim c. at octo a quidē equi erāt ad duodecim c. igitur octo a equi sunt ad novē b. per decimā igitur a continet b et eius octavā partem. estq; a sesquioctavus ad b et ppositi.

- 16 Intervalli quarta & duodecima vnam eius tertiarum restituunt.

C Nam quattuor intervalli quarte: totum complent intervallum. et duodecim eiusdem intervalli duodeci-
me: totum itidem complent intervallum. quare quattuor quarte et duodecim duodecime ad invicem equan-
tur. due igitur quarte sex duodecimis et vna quarta tribus duodecimis sunt eque. quorum enim tota equa
sunt: et eorum dimidia. At quattuor duodecime: duodecim duodecimarum sunt vna tertia: quare et vna to-
tius tertis cui quidē duodecim ille duodecime cognoscuntur esse idem atq; eque. vna igitur totius quarta
que tribus duodecimis equa esse monstrata est et vna duodecima illi adiuncta: totius tertiam partem resti-
tuunt. Equantur enim vna tertia et vna duodecima quattuor duodecimis. quod erat demonstrandum. Et
quis hęc demonstratio sequentis gratia particulariter facta sit: possis tamen modo consimili monstrare
omnem minorem cuiuscunq; totius intervalli partem: proxime maiorem partem efficere: illi adiecta vna
partium a numero qui ex ductu denominationum viriusq; partium enascitur: denominata. ut totius tertia
pars minor est: et secunda proxime maior: et si duo in tria duxeris sunt sex: idcirco vna tertia atq; vna sexta
vnam restituunt secundam. Similiter quoq; quarta et quinta partes sunt proxime maior atq; minor: et si
ducis quinq; in quattuor surgunt viginti: proinde vna quinta et vna vicesima: vnam quartam restituunt. et
hoc pacto in sequentibus ut subiecta monstrata formula.

Tertia et sexta	vnam secundam efficiunt.
Quinta et vicesima	vnam quartam.
Sexta et tricesima	vnam quintam.
Septima et quadragesima secunda	vnam sextam.
Octava et quinquagesima sexta	vnam septimam.
Nonā et septuagesima secunda.	vnam octavam.

- 17 Due proportionēs sesquioctave: minores sunt sesquitercio intervallo.

81	72	64		A c duo sesquioctavi coniuncti.
a	b	c	d	A d sesquitercium intervallum.

C Continua per sextam quartū Arithmeticę duas sesquioctavas inter a et c: ita ut a sesquioctavus sit ad
b et b sesquioctavus ad c. et sit a ad d sesquitercium intervallum. Dico a ad c minus esse intervallum q̄ a ad
d. Quoniam enim a sesquioctavus est ad b: ergo per octavam huius octo a equi sunt ad novem b. sed et quia
b etiam sesquioctavus est ad c: per eandem octo b tantū sunt atq; novem c. Et cum vnus b equus sit vni c et
octave eius. ergo novem b equi sunt decem c et octave vnus c. A qui novem b monstrati sunt equi esse octo
a: igitur octo a equi sunt decem c et octave vnus c. At decem c et octava vnus c continet octo semel eius quar-
tam et eius vnam sexagesimam quartam. ergo per decimam huius vnus a continet vnum c et vnam eius quar-
tam et vnam sexagesimam quartam: et vna quarta et vna sexagesima quarta per precedentem minus sunt vna
tertia: complent enim quarta et duodecima vnam tertiam. duo igitur sesquioctavi minus sunt vno sesquiter-
cio intervallo. quod erat demonstrandum.

- 18 Tres sesquioctavi: amplius sunt sesquitercio: minus autem sesquialtero intervallo.

729	648	576	512	A d tres sesquioctavi coniuncti.
a	b	c	d	

C Sint a b c d tres coniuncti sesquioctavi: ut a ad b primus sit sesquioctavus | b ad c secundus | et c ad d ter-
tius: dico primo a ad c amplius esse sesquitercio. Quoniam enim a ad b et b ad c duo sunt sesquioctavi: ergo
per octavam huius octo a equi sunt decem c et octave vnus c. Sed et cum alterum ad d positus sit sesquiocta-
vus: ergo per eandem octo c equi sunt novem d | et novem c equi decem d et octave vnus d et decem c equi
vndecim d et duobus octavis. et cum octo octave c contineant novem d: ergo per decimam huius vna octa-
va c continet octavam d et eius octavam partem: hoc est vnam sexagesimam quartam. decem ergo c et vna
octava vnus equantur vndecim d | tribus octavis | et vni sexagesime quarte. et per decimam ut vndecim et
tres octave et vna sexagesima quarta ad octo: ita a ad d. sed vndecim continent octonos semel tres eorum

partes tres octavas et vnam sexagesimā quartam vnus. ac tres octonorum partes amplius sunt tertia eorum parte. Superant enim tres octonarii partes: tertia enim eiusdem partem tridente vnus: hoc est tertia vnus parte. a fortiori igitur tres octonarii partes et tres octave vnus et vna sexagesima quarta ita amplius sunt tertia octonorum parte. continent ergo vndecim tres octave vnus et vna sexagesima quarta: octo semel et amplius eorum parte tertia. quare et a continet et amplius tertia eius parte. Est itaque a ad b amplius sesqui tertio intervallo. Secundo dico a ad b minorem esse sesquialtero intervallo. Nam vndecim continent octo et tres octavas: deest ergo vna octava ad complendas quatuor octavas que sunt octonorum dimidium. Et vero que superant: tres octave vnus et vna sexagesima quarta minus efficiunt dimidium vnus octave. quare et multo minus efficiunt vna octava. vndecim ergo et tres octave et vna sexagesima quarta vnus continet octo semel et minus octonorum dimidium. ergo per decimam huius et a continet b semel et minus eius dimidium. Est itaque intervallum a ad b minus sesquialtero intervallo.

Quatuor sesquioctavi coniuncti: sesquialterum superant intervallum.

6561	5832	5184	4608	4096	De quatuor sesqui-
a	b	c	d	e	octavi coniuncti.

19

Sint a b c d e quatuor coniuncti sesquioctavi: a ad b primus b ad c secundus c ad d tertius et d ad e quartus: dico quoniam intervallum a e amplius est sesquialtero intervallo. Nam ut in precedenti visum est octo a equi sunt vndecim d tribus octavis et vni sexagesime quartae vnus. et vndecim d tres octave vnus et vna sexagesima quarta: equatur duodecim e sex octavis quatuor sexagesimis quartis et vni quingentesime duodecimae. ergo octo a equi sunt duodecim e sex octavis quatuor sexagesimis quartis et vni quingentesime duodecimae. At vero duodecim e sex octave quatuor sexagesime quartae et vna quingentesima duodecima continent octo semel et amplius quoniam octonorum dimidium: quoniam continent octo semel et dimidium et insuper sex octavas quatuor sexagesimas quartas et vnam quingentesimam duodecimam vnus. igitur per decimam huius a continet e semel et amplius eius dimidium. superat itaque a e intervallum quatuor sesquioctavis coniunctis: sesquialterum intervallum. quod erat monstrandum.

Quinq; coniuncti sesquioctavi: minus duplici intervallo coniungunt.

Nam per vndecimam huius duplex intervallum ex duobus maximis superparticularibus: sesquialtero scilicet et sesquitercio coniungitur. At constitutis quinq; sesquioctavis tres primi sesquioctavi: per decimam octavam huius minus sunt sesquialtero intervallo. et duo sequentes sesquioctavi qui vna cum tribus prioribus quinq; complent: per decimam septimam huius minus sunt sesquitercio. Coniungunt igitur quinq; sesquioctavi minus duplici intervallo.

20

Sex proportionales sesquioctave: maiores sunt vno duplici intervallo.

531441	472392	419904	373248	331776	294912	262144	Aglet sesqui-
a	b	c	d	e	f	g	octavi confecti.

21

Sit a g intervallum sex coniunctorum sesquioctavorum: ita ut a ad b sit primus sesquioctavi b ad c secundus c ad d tertius d ad e quartus e ad f quintus f ad g sextus. dico quoniam a ad g amplius est duplici intervallo. Quoniam enim a ad b sesquioctavi est: ergo per octavam huius octo a equi sunt novem b. et novem b per eadem equi sunt decem c et octave vnus. et decem c et octava vnus: equa sunt vndecim d tribus octavis et vni sexagesime quartae vnus. et vndecim d tres octave et vna sexagesima quarta vnus: equantur duodecim e sex octavis quatuor sexagesimis quartis et vni quingentesime duodecimae. duodecim autem e sex octave quatuor sexagesime quartae et vna quingentesima duodecima: equantur tredecim f decem octavis decem sexagesimis quartis quinq; quingentesimis duodecimis et vni quarte millesime nonagesime sexte. At vero decem octave vnum continent integrum et insuper duas octavas. quo fit iterum ut duodecim e sex octave quatuor sexagesime quartae et vna quingentesima duodecima: equetur quatuordecim f duas octavas decem sexagesimis quartis quinq; quingentesimis duodecimis et vni quarte millesime nonagesime sexte. At vero quatuordecim f due octave decem sexagesime quartae quinq; quingentesime duodecimae et vna quarta millesima nonagesima sexta: equa sunt quindecim g et octo octavis eius hoc est equa sunt sedecim g duodecim sexagesimis quartis quindecim quingentesimis duodecimis sex quartis millesimis nonagesimis sextis et vni tricesime secunde millesime septingentesime sexagesime octave. At sedecim et duodecim sexagesime quartae et relique sequentes particule continent octo bis et amplius. igitur per decimam huius a ad g maius est duplici intervallo. sex igitur sesquioctavi maiores sunt vno duplici intervallo: ut intendit propositio. Et si hec propositio quo ad suam demonstrationem nonnullis subdificilio: videatur: hoc idcirco provenit quod illis promptitudo: utendiq; habilitas octave none et decime huius deerit. Idcirco pariter consentaneus erit eos qui in musice modulationibus et earum contemplationibus se exercitare volent: multos sesquialteros deinde sesquitercios et alios sequentes superparticulares colligere: quousque usus colligendarum proportionum ipsis iam sit factus peritus patensque et quasi iam ipsis domesticus.



Consonantia est soni grauis acutiq; mixtura: suauiter vniformiterq; auribus incidens: ex multiplici aut superparticulari ratione profecta. Dissonantia est duorum sonorum non se natura suauiter miscentium: ad aurem perueniens aspera: inuocandaq; percussio. Tonus est consonantie principium: ex soni ad sonum sesquioctaua proportione proueniens. Semitonium minus quod & diesis dicitur: est toni pars: qua sesquitercia proportio duobus tonis maior est.

Semitonium maius quā & vocāt Apothomen: est toni reliqua pars: & qua ipse semitonium minus superat. Cōma est quo sesquioctaua proportio: duobus semitonis minoribus maiore est: quod & idē est quod Apothome semitonium minus vincit ac superat. Schisma est cōmatīs dimidium. Diaschisma est dimidium semitonii minoris.

Hemispherium: musicū est instrumentū p quod aut neruo aut chorde vt decet suppositū: semitonia: tonos: cōsonantiasq; & cōsonantiarū particulas: ad sensum puestigam.

Sonus emmelis is est quo apte utimur in melo. Ecmelis vero is dicitur: quē melos concētusq; nō admittit. Equales soni atq; similes dicuntur: qui ex eadē interualli pportione nascuntur. Numerorū atq; interuallorū pars ea maior est: que a minore numero denomiatur: & minor q̄ denomiatur a maiore. Multiplex pportio maior est: quā maior denotat numerus: & minor q̄ denotatur a minore. Supparticularis pportio maior est: que a maiore denomiatur parte. Minor autē que denomiatur a minore.

1 Tonus super datam chordam collocare.

A	c										b
---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---

¶ Sit a b c chorda quecūq; supra quā subeamur tonū collocare: diuisio per tertiam petitionem chordam a b in nouē equas portiones: ita vt c b illarū nouenariū octo teneat & a c vnam. Dico quā a b c b tonū continent: constituūtq; supra datā chordam esse tonum. Itā totū chorde spaciū a b continet spaciū c b & in super octauā eius partē: q̄ a c vni illarū octauarū equa sit. igitur per diffinitionē spaciū a b epogdoun: sesquioctauū est spaciū c b. quare per primam petitionem ea erit soni totius chorde a b ad sonum c b proportio. Est itaq; tonus in chorda a b qui in epogdoa sesquioctaua ratione consistit: collocatus.

2 Tonus tono et quotquot libuerit: in data chorda subiungere.

A	c	d	e								b
---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	---

¶ Sit data chorda a b in qua propositum sit tres consequentes tonos subiungere partior per tertiam petitionem vt in precedentē factum est spaciū totius chorde a b in nouem equas portiones. & in nota octauae portionis pono c: ita vt b c octauas illarū nouem partium teneat. manifestum est per precedentem a b c b esse tonum et per eadē petitionē partior spaciū c b in nouē equas portiones. & in termino octauae partice pono d: ita vt d b continet octo earum partium quarum c b nouem continet. per precedentem c b ad d b sonat tonum: estq; iam vni tono: tonus vnus subiectus. Rursum spaciū d b consimili modo in nouē equas portiones diuido: & notam octauae sectionis littera e designo: ita vt e b octo earū partium contineat: quarum d b continet nouem per precedentem d b ad e b resonat tonum. Sunt igitur in data chorda a b tres continue subiecti toni: scilicet a b c b. c b d b. d b e b. quod erat propositum. & hoc pacto quotquot lubet subiungere q̄ facillimum est. Et si id sensu experiri deprehendereq; cupias post pulsū totius chorde a b suppone hemispherium chorde a b in signo c: ita vt sola perstrepat resonetq; particula c b & sensus iudicio deprehendas soni totius a b ad sonum c b esse toni interuallum. q̄ si hemispherium transiers ad notam d: ex pulsu c b & d b iterum tonum deprehendas. sed ex totius a b sono ad sonum particula d b duos tonos duorumq; tonorum interuallum perpendet auditus. & hoc pacto sensuum iudicis quotquot voles tonos deprehendendos committeres: & eorum mixturas tum suaves: tum inconcinnas (quas auditus tanq̄ offensus horret refugitq;) decernendas.

3 Tonorum continuatorum: minimos numeros assignare.

59049	52488	46656	41472	36864	32768	Quinq; tonorum adinuicem continuatorum minimi numeri.
n	o	p	q	r	s	
6561	5832	5184	4608	4096		Quattuor tonorum adinuicem continuatorum minimi numeri.
h	i	k	l	m		
729	648	576	612			Trium tonorum adinuicem continuatorum minimi numeri.
d	e	f	g			
81	72	64				Duorum tonorum adinuicem continuatorum minimi numeri.
a	b	c				

¶ Si duo: tres: quattuor: quinq; aut quotlibet toni sint continue in neruo cōstituti: sic eorum minimos numeros reperiemus. Quā em nouē & octo minimi sunt numeri toni duco nouē in se & pueniat a: & nouem in

octo et proveniat b: et octo in se et proveniat c. per viceſimaterſa tertij Arithmeticeſ inter a b et c ſunt duo ſeſquioctavi in minimis numeris coſtiti: et pinde duo toni in minimis numeris coſtinuati. Et ſi nouẽ ducio in a b et octo in c et ſurgant d e f g. per eandem inter d e f g tres ſunt in minimis numeris ſeſquioctavi coſtiti: quare d e f g ſunt trium coſtinuatorum tonoru minimi numeri. Et ſi ducis nouem in d e f g et octo in g et ſurgant h i k l m per idem quod prius h i k l m quattuor coſtinuatoru ſeſquioctauoru minimi ſunt numeri: quare et quattuor coſtinuatoru tonorum. Et ſi rurſum hoc pacto ducis nouem in h i k l m et octo in m et ſurgant n o p q r: ipſi erunt quinque coſtinuatorum tonoru minimi numeri. et hoc modo quotquot tonorum voles minimos numeros reperias. Attamen in modis muſicis tot coſtinue ſubſungere opus non eſt: ſed tota ſemitonio ſubſunguntur: de quibus poſterior propoſitus accõmoduſque expectandus eſt ſermo.

Spacio quolibet per quotlibet equa ſpacia diuiſo: totius ad totã proximẽ ſectionis partem minor eſt proportio: quã eiũſdẽ partis ad totã reliquã proximẽ ſectionis partẽ. Quo fit vt quãto tonuſ tono ſubſigitur acutior: tãto ipſum coſtractione coſtineat ſpacia

A	c	d	e	f	g	h	i	k	b
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

¶ Chordam neruũ ſibiam efflatũ aera et ſtimulum et quidquid ſonum edit in harmoniceſ modis (vt iam quoque dictũ eſt) ſpaciũ nũcupamus: in quibus analogie ratio vni naturãque ſeruat eãdem. Sit ergo a b totum ſpaciũ per a c d e f g h i k b: et reliquas nouem equas partes vt ſit in intervallo toni habendo diuiſum: quotquot enim alias poſueris idẽ valuerit. dico minore eſſe proportionẽ a b ad c b quã c b ad d b. Nam cſi a b poſitũ ſit in nouẽ equas partes per medias notas c d e f g reliquos diuiſum: c b continet ſolũ earũ partiũ octo: quatuor a b coſtinet nouẽ. ergo a b coſtinet ſpaciũ c b et eius octauam partẽ. ſed c b coſtinet octo partes partiũ c d equas coſtineat: ergo d b coſtinet partiũ totaru ſolum ſeptẽ. ergo c b coſtinet ſpaciũ d b et inſuper eius ſeptimã partẽ. Et octaua pars per diſſinitionẽ minor eſt parte ſeptima: igitur literũ p diſſinitionẽ a b ad c b proportio ſuper particulã minor eſt quã c b ad d b vt pote que a minore parte denominetur. eſt enim hec a ſeptima parte ſeſquiſeptima proportio: illa vero ab octaua ſeſquioctaua. Et hãc nõ modo in ſuperparticu- la ribus. verũ et quibuſlibet medietatibus demõſtrat prima decimũ Arithmeticeſ ubi ſcilz ratio medietateſque arithmeticeſ coſperiat. quod et in dicta ſpaciũ diuiſione et ſumpta (vt propoſitũ eſt) proportione: inuentum coſpiciẽbatur. ¶ Correlatiũ vero hinc cognoscatur quod totũ per quartã petitionẽ ad ſuã partẽ grauiſ ſonat: pars autẽ ad ſuũ totũ acutiſ. Itaque ſi tono a b et c b tonũ ſubſigeris: ſubiectus erit acutiſ. Et quũ ſpaciũ c b in nouẽ equas partes partiſretur: quatuor quilibet minor erit ſpacio c d quod eius octaua eſt: nã quilibet earũ eſt nona et a maiore numero denominata. Erit igitur et quilibet earũ nouẽ partium minor ſpacio a c. equa ſunt enim a c et c d. et hoc pacto de quibuſlibet ſubſiectis acutiſtonibus tonis eſſet dicendum. Maniſeſtum eſt igitur vt quãto tonus tono ſubſigitur acutiſ: tãto ipſum coſtractione coſtineat ſpacia.

Medio extremitatũ toni ſpacio i duo equa diuiſo: tonuſ mĩme in duo ſecatur eqlia.

A	c	d	e	f	g	h	i	k	b
	l	m	n	o	p	q	r	s	t

¶ Hec et ſequentia intelliguntur vt tonus minime in duo equa ratione geometrica diſimatur non autem arithmetica. nam et hic tonus toniſque intervallum in duo equa ratione arithmetica diſimatur. Diuiſo ergo ſpaciũ a b vt prius in nouem equa ſpacia: per notas a c d e f g h i k b maniſeſtũ eſt a b et c b eſſe toni extremitateſ toniſque continere. Dico ergo quoniã a c medie harũ extremitatũ inſiſſio in duo equa per ſignũ l diſimatur: tonus minime in duo equa partiatur: quod ſonus a b et l b equalis non ſit l b et c b. diuiſo enim ſingula reliqua: ſi octo equali ſpaciũ coſtitiſſi modo per equalia per notas m n o p q r s t: maniſeſtum eſt totũ ſpaciũ a b diuiſum eſſe in 18 equalia ſpacia que ſunt a l c m o n e o et reliqua. ergo per prece- dentem minor eſt proportio a b et l b quã l b et c b. Eſt enim hec ſeſquifexta decima: illa vero ſeſquiſeptima deci- ma. non eſt ergo tonus hoc pacto in duo equa diuiſus. et ſoni a b l b et l b c b per diſſinitionem adinuicem inæquales: qui quidem ſoni cmeles ſunt: muſicoque melo perparum apti.

Toni ſpacio hoc modo diuiſo: totius medie ſectionis ſonus: maioris extremi toni ſonum acumine: minoris vero grauitate ſuperat.

A	c	d	e	f	g	h	i	k	b
	l								

¶ Sit a b vt in precedenti iam dictum eſt diuiſum: ita vt a b ad c b recrepet tonum. Dico quoniã ſonus l b acumine ſuperat ſonum a b quod idem ſonus l b grauitate vincit c b. Nam a b totum eſt et l b eiſ pare: ergo per quartã petitionẽ a b grauiſorem ſonum edit et l b graciliſorem. et per eãdem quoniã l b totũ eſt a c b: ſonus l b grauiſor eſt ſono c b. Superat ergo l b maius toniſ extremum acumine: et minus grauitate. quod propoſtumerat demonſtrandum.

Tonum in duo equa: certo conſtitutoque numero diuidi impoſſibile eſt.

¶ Nam per quintã primũ huius nullum ſuperparticulare intervallum in plura equalia diſimatur: et que proportio ſpaciũ intervalli inter ſe ea quoque eſt et ſoni ad ſoni. Atqui tonus ex ſuperparticulari naſcitur intervallo. naſcitur enim ex epogdo ſeſquioctaua que ratione. igitur tonuſ minime in duo equalia diſimatur: diuiditurque. Immo et neque in plura duobus equa: vt in tria aut quattuor. ¶ Ex quo facile cognoscitur Ariſtoteles muſicus auris iudicio cuncta coſmittẽs perparũ eſſe probãdus. qui ſemitonio ſecus quã Pythagorici non arbitratũ eſſe diuidio tono coſtractione: ſed quemadmodum ſemitonio dicuntur: ita quoque et eſſe ſem- tona tonorum diuidia. Nec minus Martianus ſelix ſimili lapſus errore deprehenditur: qui non modo

tonum in duo equalia: sed et in tria et quattuor diuisit atque secat. Secat enim in primis tonum in duo equalia que idcirco hemitoniam vocat. Secundo in tria et earum tertiarum quamlibet diesim tritemeriam nuncupat. Tertio in quattuor et hanc toni partem quartam: vocat diesim tetrartermeriam: quod hec diesim nunc tertie nunc quartae toni sunt partes. Est enim tritos tertius tetrartos quartus et meros pars. Ponit et tertiam diesim accceptionem ut eadem toni tertia et tertie dimidia pars dicatur. Et rursum primi modi primeque accceptionis diesim: chromatica vocat secundas vocat enarmonicas tertias vero enarmonice diuisionis hemiolias partem Aristoxeno similiter: partem autem dissimiliter. Similiter quidem quod Aristoxenus toni dimidium semitonium ponat et toni tertiam diesim chromaticam vocet sed chromatis mollis: et toni quartam diesim enarmonicam. at dissimiliter quod toni quartam cum propria quarte medietate vocet diesim chromatis hemiolis. Et certe vel Martianus in tertia diesim accceptione nouo errore lapsus putandus est: vel eundem putasse hemitonium et diesim enarmonici hemiolis idem esse. nam cum omne totum tribus suis tertijs integretur: una ergo tertiarum et tertie medietatem totius dimidium implere necesse est. Sed cum hec se satis falsa esse probat et nulla sui parte cohereant: non est cur in his diutius sermo sit protrahendus. Sic enim qui stolidum sensus iudicium sequentes intellectum relinquunt: facite ex disciplinarum adiutis se explosos sentiunt.

8 Quicumque numerus in terminos toni ducatur: interuallum toni relinquet.

¶ Nam cum tonus et toni interuallum in proportionem sesquioctaua consistat: sui termini erunt nouem ac octo aut quicumque alij qui simili sibi proportionem respondeant. Et cum per septimam secundam Arithmetices: si unus idemque numerus duos multiplicet productorum et multiplicatorum eadem sit proportio: ergo quicumque numerus ducatur in terminos sesquioctauae: sesquioctaua producet relinquetque toni atque toni interuallum quod est propositum. Et non modo de sesquioctaua et toni interuallum id sentiendum est: sed et de quolibet altero interuallum.

9 Omnis numerus: extremorum toni differentia constitui potest.

¶ Si enim tonus in minimis constituitur ut sunt nouem atque octo monas differentia est: cum nouenarius atque octonarius sola unitate differant. Et si ducatur binarius in nouenarium et octonarium et producat a et b per precedentem a et b erunt toni extrema. At vero per nonam primi Arithmetices quod sit ex binario in nouenarium tantum est quantum quod sit ex binario in octonarium et unitatem. sed binarius in unitatem per commune proloquium seipsum producit: igitur extremorum toni a et b binarius differentia constituitur. Et si ducatur ternarius in nouem et octo: eodem quoque argumento ternarius extremorum toni differentia constituitur. Et ita quicumque alter numerus in eodem minimos toni terminos ducatur: idem extremorum toni differentia constituitur. Manifestum itaque est omnem numerum extremorum toni differentia constitui posse. Et quia ista est placuit tibi Philolao Pythagorico primordialis toni primordialesque eius differentia ternarius constitueret: qui primus cubum a primo impari numero procreat ac gignit. quod is numerus apud Pythagoricos maxime honorabilis fuerit. Nam cum ternarium primum quidem imparem numerum tertio duxeris: nouem con surgunt. que ter ducta septem supra viginti: scilicet cubum a primo impari reddunt. at 27 ad 24 tono distans tonique claudunt interuallum: et horum differentia ternarius constituitur. est enim ternarius summe 24 pars octaua: que eidem adiecta summe: primi a ternario cubi rursum instaurat atque perficit. Et idem Philolaus summam septem et viginti in duas partes secuit 13 et 14 quarum hec maior illa vero minor habetur et hanc primordialis. Apotomes facit: que est toni portio maior: illam autem facit principium diesim: que est toni decisio minor atque portio: et quam posterius semitonium minus nuncupabimus. et illarum duarum partium differentiam que est unitas facit comatis principium. Sed de his satis.

10 Numeri dati partem quotamcumque reperire. Quo fit ut cuiuslibet numeri pars ab ipso sit numerata: et a denominante eiusdem partis sit denominata.

272	17	306	18	136	17
c	d	g	h	m	n
17	16	18	17	17	8
B	b	e	f	k	l

¶ Quamuis enim numerorum numerantis qui ex plures in aia sunt: unitas insecabilis existat: numerorum tamen numeratorum quales in physicis sunt motuum numeri in geometricis linearum et planorum in astrologia tem porum in musicis autem tonorum atque interuallorum unitas aut versus unum sectionem recipit. Est ergo a quicumque numerus cuius una partium denominata ab b quesita sit: resoluo a in omnes suas partes denominatas ab b: ducendo scilicet denominante numeri a in denominante partis b: ita ut proueniat c. manifestum est partes c simul denominatas ab b equari toti numero a. diuido igitur c per b et proueniat d: dico d esse partem petitam et numeratam ab a. hoc est a numero denominante a. Quod enim sit pars a denominata ab b que petita erat: patet quia a in d per septimam petitionem reproducit c: quare d est pars c denominata ab b. at c equatur a. igitur et d pars est a denominata ab b. Sed et quod d numeretur ab a: patet. quia a in b productum est: ergo per sextam petitionem c diuiso per b redibit a. sed et eodem c diuiso per b prius uensebat d. numerat igitur a semel d. et sic propositio atque suum correlatum nota sunt. ¶ Et quia hec ut monstratur perspicilis sit: usus tamen eius aliquanto latetior: quem exemplaris deductio facile cuius reddet illustriorem. ut quesita sit uerbi causa summe decem et septem pars sextadecima duco utriusque denominantes in se inuicem. hoc est 17 et 16 et surgent 272 sextedecime. tot enim sextadecimas continet numerus 17 resolutus. diuido ergo 272 per 16 et prouenient 17 sextedecime: que erunt totius summe partium 272 pars sextadecima. quare et numerus 17 pars est idem sextadecima. at 17 sextedecime unitatem continent et unam sextadecimam. Est itaque unitas et una sextadecima: dati numeri 17 pars sextadecima. Et si numeri decem et octo quereretur pars septimadecima duco decem et octo in decem

2 septem et productum diuido per 17 et venient 18 septimodecime: que vnum complent integrum | vnā septimādecimā. Est ergo vnitas 2 vna vnitate septimādecima parte summe decem 2 octo pars vna septimādecima. Si vero summe decem 2 septem volo partem octauam reperire: duco 17 in octo 2 quod productum fuerit diuido per octo 2 prouenient 17 octauae que duas vnitates 2 vnā octauam efficiunt, erunt ergo duo 2 octaua vnus totius summe decem 2 septem pars octaua, quod querebatur. Et ita in quouislibet sequiuis valeat exercitare: habent tamen que particulari | exemplarijs demonstratione sunt ostensa, ad sequentia pondus ac momentum.

Si duo inequales numeri ad eundem minorem comparentur: maioris ad ipsum 11
maior est proportio: et minoris minor.

9	8	7
2	b	c

C Et sint a b duo inaequales numeri quorum a sit maior: et b minor: qui cōparentur ad eundē minōrē c. dico a ad c maiorē esse proportionē q̄ b ad c. Nam est per octauā petitionē extremorū a ad c proportio cōposita sit ex proportionibus a ad b et b ad c ut suis partibus: ergo proportio b ad c pars est proportionis a ad c et proportio a ad c totum. et cum per vltimum cōmune proloquū: omne totum maius sit sua parte: igitur proportio a ad c maior est proportionē b ad c. et ita de quibuscūq; alijs simili argumento est agendum.

Sesquifextadecima proportio: integrum toni dimidium superat.

A	c	d	e	f	g	h	i	k	b
l	m	n	o	p	q	r	s	t	

Quinta huius modū transit medio extremorū toni spacio in duo equa diuisio: tonū minime in duo equa geometrice partiri: et sectionē hinc et inde altrinsecus sesquiseptimādecimā et sesquiseptimādecimā retinere proportionē. Hoc vero ostēdit sesquiseptimādecimā proportionē que illi ex parte intensioris acuminisq; relinquatur: hemitonio | integroq; toni dimidio esse maiorem: et sequens monstrabit sesquiseptimādecimā ex grauiori parte sumptam: eodem toni dimidio esse minorem. Sit ergo ut in quinta huius spaciū a b in decem et octo equas partes per a c d e f et reliquas notas diuisum. Ita ut a b earum partium contineat decem et octo | et c b sedecim | et l b decem et septem. manifestum est a b et c b ut prius visum est esse tonum: et l b 17 ad c b 16 esse sesquiseptimādecimā quā habitudinem dico esse integro semitonio maiorem. quoniam enim per decem huius vnitas et sextadecima vnus: est summe decem et septem pars sextadecima. que si eidem summe adijciatur fient decem et octo | et sextadecima vnus. at octo decem et sextadecima vnus ad decem et septem per diuisionem est sesquiseptadecima. Sunt ergo decem et octo et sextadecima vnus ad decem et septem et decem et septem ad sedecim due coniuncte sesquiseptadecime. sed decem et octo et sextadecima vnus: per precedentem maior est sesquiocaua ad sedecim. Nam decem et octo ad sedecim ut prius visum est: sesquiocaua est. igitur sesquiseptadecima bis aucta tonum | toniq; intervallum transcendit. quare per nonum proloquū sesquiseptadecima proportio integrum toni dimidium superat. quidquid enim bis auctum transcendit aliter quid: id ultra eius dimidium esse necesse est. Ex quo valentore iure cognoscitur sesqui quintamdecimam et omnem proportionem sesquiseptadecima maiorem: integrum toni dimidium superare.

Sesquiseptimadecima: minor est integro toni dimidio.

19	1	19	1	18	17	Ad b sesquidecimāseptimā proportionem cōtinētur:que integero tōni dimidio contractior est.
d	8	c	17	a	b	

Sint a decem et octo interualli partes et b decem et septem | c decem et nouem et vna septimadecima | d vna
ro decem et nouem et vna octaua. per decimam huius a ad b est sesquiseptimadecima. et c ad a similiter sesqui
septimadecima. sunt ergo c ad b due sesquiseptimadecime adinuicem coniuncte. sed et per eandem d ad b
sesquioctaua est atque tonus. d enim continet b et eius partem octauam. at d ad b proportio maior est pro
portione c ad b. nam vnus pars octaua maior est vna septimadecima. ergo sesquiseptimadecima propor
tio per decimum proloquium minor est integro semitonio. quod enim duplatum non implet integrum: nec
id quod continet dimidium. Est ergo notum sesquiseptimadecimam proportionem integro toni dimidio
esse minorem.

Integrā toni medietatem: inter sesquisextamdecimam & sesquiseptimamdecimā 14 proportionem cadere necesse est.

¶ Nam per duodecimam sesquiseptimadecima maior est toni diuisio: et per decimamtertiam sesquiseptima decima minor est eodẽ toni diuisio, at per communem scientiam inter maius atq; minus diuisio: ipsum di midium consistere necesse est, ergo integrum toni diuisio inter sesquiseptimadecimam et sesquiseptimadecimam cadere necesse est. Sed id in noto | integroq; numero nullo pacto vt septima huius monstrauit fieri contingeret: vt neq; in geometricis diuisio quadrati: eius coste certo | constitutoq; numero cõmensurari po test. Sed hoc vltimum ex altero loco requirendum est.

Semitonium minus: duobus tonis in chorda subiungere.

A c d e b
 ¶ Intelligitur semitonium subiungi quando ex acutiori parte duobus quidem tonis ad grauiorem partem reflectis ipsum semitonium collocatur. preiungi vero quando ipsum ex parte remissiori duobus tonis adhibetur. Et nunc ergo per secundam huius duos tonos in chorda a b per notas a c d b. Sitque a b c b: primus. et secundus sit b d b qui quia per diffinitionem in sesquioctaua proportionem consistit: et per decimaseptima primi huius due sesquioctave minores sunt sesquitercia proportionem. Erunt ergo a b et d b minus sesquitercio. Dividendo ergo a b in quatuor partes equas: et initium tertie sectionis facio notam e. ita ut e b tres earum quattarum contineat: per diffinitionem igitur a b ad e b sesquitercia proportio est. sed sesquitercia proportio a b et e b superat duos tonos a b et d b in proportionem d b et e b. Est igitur d b et e b per descriptionem semitonium minus duobus tonis: ut propositum erat subiunctum.

Semitonium minus: duobus tonis preponere.

A c d e b
 ¶ Facio a b ad e b sesquitercium intervallum et divido e b in octo equas partes et supra c versus a: facio d c vni earum octo partium equa: ita ut d b earum partium novem contineat, et per diffinitionem d b et c b vnum constituent tonum. Similiter divido d b in octo equas partes: et vna earum adiungo supra d per notam e. quare iterum e b et d b erit tonus. suntque duo toni e b et c b. sed a b et c b sesquitercia proportio: maior est duobus illis tonis in proportionem a b et e b. Est igitur per diffinitionem a b et e b semitonium minus, quod cum sit duobus tonis prepositum: quoniam ex parte remissa illis adiunctum, factum est propositum.

Duobus tonis: diesim semitoniumque minus interponere.

A d e c b
 ¶ Idem diesim atque semitonium minus hic (ut iam quoque dictum est) intelligimus. Sit ergo a b et c b ut in precedenti sesquitercia proportio in tota chorda a b. ab a: c versus: intendo tonum per notam d. et ab c versus a remitto tonum ut in precedenti factum est per notam e: ita ut a b et d b sit tonus: et similiter e b et c b tonus. manifestum a b et c b sesquitercia proportionem superare duos illos tonos in media proportionem d b et c b. Est igitur per diffinitionem d b et c b semitonium minus duobus tonis interceptum et propositum.

Semitonii minoris minimos numeros reperire: & quomodolibet semitonium minus in chorda vna aut pluribus collocare.

324	288	256	243
f	g	h	k
81	72	64	
c	d	e	
9	8		
a	b		
4	3		
l	m		

¶ Sit a novenarius et b octonarius minimi numeri toni. duco a in se et a in b et b in se et consurgant numeri c d e. inter quos per sextam quartam Arithmetices erunt duo sesquioctavi: duoque toni in minimis continui. Sit preterea l quaternarius et m ternarius. duco l in e d et e prodeant f g h: inter quos per septimam secundam Arithmetices similiter coniuncti sunt duo sesquioctavi: et proinde duo toni. Duco preterea iterum in e et prodeant i k per octavam secundam Arithmetices f ad k est proportio sesquitercia que per 17 primi huius minor est f h et differentia est h k. dico ergo h k esse minimos numeros semitonij minoris. quoniam cum sint numeri semitonij minoris per diffinitionem notum est. sed quoniam minimi: id iam declarandum est. Nam quia c e sunt in sua proportionem minimi: per decimaoctavam tertij Arithmetices sunt contra se primi. et quia etiam l et a quaternarius et novenarius sunt contra se primi. ergo per undecimam tertij Arithmetices l est primus ad c. et per decimam eiusdem h qui nascitur ex l et e primi eidem numero c: erit primus ad c. Rursus m et b ternarius atque octonarius sunt ad invicem primi. ergo per undecimam tertij et m primus est ad e sed et c h l m quaternarius et ternarius sunt etiam primi: ergo per decimam eiusdem m etiam primus est ad h. Cum ergo c et m monstrati sunt primi ad h: ergo per eadem decimam tertij numerus k ex c et m productus: primus est ad h. Sunt itaque h et k semitonij minoris numeri ad invicem primi: quare per vicesimam tertij Arithmetices in sua proportionem minimi. quod est propositum quo ad hoc. Et data quacunque chorda si ea divides secundum numerum h et earum partium accipias secundum numerum k numeros scilicet semitonij minoris ubilibet in eadem chorda constitutum erit semitonij minoris in intervallum. In diversis autem facillime idem feceris: si eas chordas equaliter tensas unisonasque posueris et partiales earum quacunque voles secundum h quartum partium alterius acceperis secundum k erit tum in pluribus chordis semitonij minoris constitutum intervallum. quod est totum propositum.

Semitonium minus in minore quam sesquiseptimadecima sit: proportionem consistit. Quo fit ut regula semitonij sumendi: non sit differentiam extremorum toni in duo equa partiendo.

524	288	257	5	256	243
f	g	l	17	b	k

Sint ut in precedenti h k minimi numeri semitonij minoris ut ducenta quinquaginta sex et ducenta quadraginta tria. Capio per decimam huius septimadecimam partem numeri k ductorum scilicet quadraginta tria: erit quatuordecim et quinque septimadecime. Adde itaque quatuordecim et septimadecimas ad k et fiat l numerus 257 et septimadecime. Erat ergo numerus l ad k sesquiseptimadecimus. at l ducenta quinquaginta septem et quinque septimadecime transcendit h qui solum est ducentorum quinquaginta sex. Consistit itaque semitonium minus per undecimam huius in minore proportionem quod sit proportio sesquiseptimadecima. quare et a fortiori in minore consistit proportio quod sit sesquiseptadecima. Correlarium hinc notum est. Nam hoc pacto partiendo extremorum toni spacium: ex quinta huius cognoscuntur sesquiseptadecima atque sesquiseptimadecima alitersecus constituti: quarum utraq; presens monstravit semitonij minoris habitudinem esse minorem.

Sesquioctauadecima proportio: semitonio minore rursus maior euadit.

20

256	1	256	243
c	2	a	b

Sint a b minimi numeri semitonij minoris per decimaoctauam huius reperi scilicet ducenta quinquaginta sex et ducenta quadraginta tria. capio per decimam huius octauam decimam partem numeri b: quam reperi esse tredecim et semis: quam quidem addo numero b fiatque aggregatus c. tunc c ad b sesquioctauadecima proportio est. at c maior numerus est a. nam a dumtaxat continet ducenta quinquaginta sex: c vero equalium partium totidem et insuper semissem vnus. est igitur sesquioctauadecima proportio semitonio minore maior.

Sesquinonadecima: est semitonio minore minor. Quo fit ut semitonium minus inter sesquioctauadecimam et sesquinonadecimam consistat collocatum.

21

256	255	15	243
A	c	19	b

Sint ut prius minimi termini semitonij minoris a et b: dico sesquinonadecimam proportionem minorem esse proportionem a ad b. capio enim per decimam huius nonadecimam partem numeri b: quam inuenio esse duodecim et quindecim nonadecimas. quam partem addico numero b et fiat c. proportio c ad b est sesquinonadecima. sed a maior est quod c. igitur per undecimam huius maior est semitonium minus sesquinonadecima proportione: atque sesquinonadecima proportio semitonio minore minor. Correlarium vero ut decima quarta huius notum esse potest.

22

Semitonium maius: in data chorda constituere.

D a	c							b
-----	---	--	--	--	--	--	--	---

Sit a b z c b semitonij minoris interuallum. Divido c b in octo partes equas: quibus equam facio partem c d. ita ut d b novem contineat. ergo d b z c b erit tonus. demo igitur a tono d b z c b semitonium minus scilicet a b z c b relinqueturque d b z a b toni reliqua pars et qua ipse semitonij minus superat. igitur per diffinitionem d b z a b semitonium maius est in data chorda (ut propositum erat) constitutum. et quemadmodum semitonium maius collocasti ad partem grauiorem: ita quoque ad partem acuminis collocare facillimum esset.

23

Semitonii maioris: minimos numeros reperire.

2187	2048		1944
c	b		c
	256		243
	a		b
		s	
		f	

Sint a b minimi numeri semitonij minoris ex decima octava huius reperi et f octonarius. quoniam ex demonstratione decime octave huius f octonarius primus est ad b. ergo f non numerat b. non habet igitur b octavam partem. duco igitur f in b et in a et cōsurgant c d: per septimam secundae elementorum Arithmeticæ d ad c ut a ad b. est igitur inter d c semitonium minus semitonijque minoris interuallum. et quia c habet partem octavam ut b: addo eidem numero c partem octavam eius b: et coaceruatus fiat e. cōtinet igitur e numerum c et partem eius octavam. quare e c tonus. et quia tonus e c superat semitonium minus d c

intervallo e d: ergo e d sunt numeri semitonij maioris. Quod autem idem sint minimi facile ex decimaquinta
tertijs Arithmetices cognoscas distrahendo d ab e et quod reliquum fuerit iterum quoties potes distrahendo
ab d. et hoc pacto deinceps et videbis ad ultimum restitam visitate: eritque modo qui ad latus apparet distra-
ctio. quare per eandem decimaquintam d et e sunt adinvicem primi. Sunt igitur per vicesimam eiusdem
in sua proportionem minimi: quod est propositum.

24

Semitonij maioris habitudo: sesquiquintamdecimam superat proportionem.

2187	2184	8	2048	136	8
A	c	15	b	d	15

¶ Sint a b minimi termini habitudinis semitonij maioris per precedentem reperti: dico habitudinem a
ad b maiorem esse sesquiquintamdecimam. Sumo enim ut in precedentibus iam sepe factum est per decima huius
quintamdecimam partem numeri b et hec invenitur centum triginta sex et octo quinquedecime vnius que
sit d adducto ergo d ab b et fiat c: certum est c ad b esse sesquiquintamdecimam. at e minor numerus est q̄ a.
Est enim a numerus duum milium centum octuaginta septem. c autem solus duum milium centum octuaginta quat-
tuor et fere semis paulo amplius. Est igitur per vndecimam huius semitonij maioris habitudo sesquiquinta
decima proportionem maior eamque superans quod est propositum.

25

Apotomes intervallum: minus est sesquiquartodecimo intervallo. Vnde manife-
stum est semitonij maioris proportionem inter sesquiquintamdecimam & sesquiquar-
tamdecimam reperiri collocatam.

2194	4	2187	2048	146	4
c	14	A	b	d	14

¶ Apotomen et semitonium maius: idem esse iam diximus. Sint ergo a b minimi numeri semitonij maio-
ris ut duo milia centum et octuaginta septem et duo milia quadraginta octo. Sumo per decima huius quar-
tamdecimam partem b scilicet duum milium et quadraginta octo quā invenio esse centum quadraginta sex et
quattuor quaterdecime que sit d. addo eam quartamdecimam ad b: et fiat numerus aggregatus c. tunc nu-
merico ad b sesquiquartadecima proportio est. at c maior numerus est a siquidem duo milia quadraginta
octo et centum quadraginta sex et quattuor quaterdecime summam simul attollat c: duum milium centum no-
naginta quattuor: et fere quartam vnius. et a solum summa sit duum milium centum octuaginta septem. con-
stat ergo sesquiquartamdecimam proportionem maiorem esse semitonio maiore: atque propositum. Correla-
rium ut precedentium notum est.

26

Semitonium minus atque semitonium maius in superparticulari proportionem non
cadunt: sed ea in superpatiente ratione consistere necesse est.

¶ Nam semitonium minus per correlarium vicesimeprime huius cadit inter sesquioctavamdecimam et
sesquionamdecimam. atque inter sesquioctavamdecimam et sesquionamdecimam nulla cadere valet in-
tercepta mediaque superparticularis habitudo. sunt enim ille superparticulares proxime maior atque minor
igitur semitonium minus in superparticulari ratione non consistit. neque per idem semitonium maius.
Nam per correlarium precedentis cadit in aliqua proportionem media inter sesquiquintamdecimam et sesqui-
quartamdecimam duas proximas superparticulares: que superparticularem mediam nullam admittunt
non igitur semitonium maius cadit in superparticulari ratione: sed et cum rationes semitonij minoris atque
maioris multis superparticularibus ut iam visum est sint minores: erunt etiam minores ratione duplici
que multiplicem minima est: ut que a minimo numero denominetur. nullus enim numerus binario minor.
non est ergo semitonij minoris habitudo multiplex similiter neque semitonij maioris. relinquitur igitur a
sufficienti divisione cum ille sint inter maiorem terminum et minorem: eas esse in superpatenti genere. quod
est propositum. ¶ Ad tamen propter sophistas advertere licet quod tenus et sue partes consonantie et consona-
tiarum partes intense: semper in superparticulari: superpatenti aut multiplici habitudine cadunt: remisse
vero in subsuperparticulari subsuperpatenti aut submultiplici. Et vero et si ita sit: solemus tamen eas om-
nes dicere esse in superparticularem habitudinem superpatenti: aut multiplici idem superparticularem et subsu-
perparticularem reputantes et pro vno computantes. similiter superpatiens et subsuperpatiens: et multiplex et
submultiplex.

27

Musicum comma in chorda reperire.

A	f	g	c	b
256		243		
d		e		

¶ Sit a b chorda supra quam sit propositum reperire musicum comma: in qua a b et c b sit sesquioctava
proportio atque tonus. Sint preterea d e minimi termini semitonij minoris. Divido spacium a b in par-
tes equales secundum d: ex quarum numero ab ipso b versus a: capio secundum numerum e et in termino
earum pono notam f. tunc que proportio d ad e: ea erit a ad b. quare a b ad f b semitonium minus. Rur-
sum c b spacium seco in equas partes secundum numerum e et earum partium ab ipso b versus a metiendo:
sumo secundum numerum d: et in earum termino pono notam g. manifestum etiam est g b et e b esse semi-

tonum minus, sed et cum a b et f b probatum sit etiam semitonum minus, ergo interuallū f b et g b est quo
sesquioctana proportio a b et c b: maior est duobus semitonis minoribus, est igitur per definitionem f b et
g b inuentum musicum comma: quod erat monstrandum.

Comma: in minimis numeris constituere.

28

531441	524288	497664	472392
k	g	h	i
	65539	62208	59049
	c	d	e
	256	243	
	A	b	
		s	
		f	

531441

524288

7153

2119

796

527

269

258

11

5

1

¶ Sint a b minimi numeri semitonis minoris. duco a in se et in b et b in se et erugant c d et erunt q e
et d e duo semitonis minora coniuncta. Sit preterea f octonarius qui ex decima octaua huius est primus ad
b, quare per vndecimam tertij Arithmetices et primus ad c, non habet igitur e octauam. duco ergo octo-
narium in c d e: et proueniat g h i: ut i scilicet oriatur ex fin e, certum est etiam inter g h et h i esse duo ses-
mitonis minora, et quia c est octaua pars i addo e et i simul: sitq; eorum aggregatus k, dubium nullum est
kad i esse sesquioctauam: et k g esse proportionem qua sesquioctana maior est g h et h i duobus semito-
nis minoribus. Sunt igitur k g numeri commatis, sed q sint minimi ex decima quinta tertij Arithme-
tices notum est. Nam subtracto ut caipsa docet g a b k et eo quod relictum est subtracto quoad potest ab
g, et sic deinceps tandem ut ad latus adiectum apparet: relinquitur vnitas. Et quemadmodum comma dua-
bus diesibus est prepositum: ita quoq; q facillimum est comma duabus diesibus subiungere: aut duabus
interferere.

Sesquiseptuagesima quarta: commatis proportionem transcenditur.

29

531572	72	524288	7084	72
A	d	b	c	74

¶ Sint enim a b minimi numeri commatis per precedentem reperti, elicio per decimam huius septuagesima
quartam b que sit c, adiscio itaq; b et c simul: et coalescat aggregaturq; numerus d, qui si ad b confere-
tur comperitur sesquiseptuagesimus quartus, atqui idem d minor a esse deprehenditur, superat ergo per vn-
decimam huius ratio commatis septuagesimam quartam proportionem.

Commatis ratio: sesquiseptuagesima tertia proportionem minor est, unde fit ut com-
matis ratio inter septuagesimam quartam et septuagesimam tertiam constituta repe-
riatur habitudinem.

30

531470	2	531441	524288	7182	2
d	73	A	b	c	73

¶ Sint a b ut prius minimi numeri commatis, capio septuagesimam tertiam partē b que sit c, iungo b et c simul
et aggregatur d, eritq; d ad b sesquiseptuagesimus tertius, et d maior esse cōspicitur, ergo commatis ratio sesqui-
septuagesimatertia proportionem minor est: quod erat monstrandum. Correlarium ut alia notum est.

Commatis ratio: in superpatiente ratione consistit.

31

¶ Non enim in superparticulari consistet quādoquidē due superparticulares proximē sesquiseptuagesima
quarta et sesquiseptuagesimatertia: omnem prorsus mediam excludant superparticularē, et tāto minus in ge-
nere multiplici consistere valebit, ut que septuaginta duas superparticulares habeat se maiores, relinquitur
ergo ut ea in superpatiente genere consistere possit, est enim ea maioris et minoris habitudo.

Rationes schismatis atq; diaschismatis sunt ignote: atq; irrationales, quo fit ut qua-
rum minimi numeri tetragonum latus non habeant: medietatum rationes ignote
irrationalesq; sint omnes.

32

256	243			
A	b	c	d	e
531441	524288			

¶ Has rationes ignotas atq; irrationales discimus que nullo certo constitutoq; numero designari valent
vnq; ut neq; in geometricis diametri et costę quadrati proportio: quales schismatum diaschismatumq;

proportiones esse dicimus. Sint ergo primo a b minimi numeri semitonij minoris: per decimam octauam huius inuenti: b enim ut illic quoque monstratum est nascitur ex nouenario in se et ternario in productum nouenarij in se, at numerus qui ex ductu nouenarij in se exurgebat: erat quadratus et ternarius non est quadratus: ergo per decimam quartam sexti Arithmetices b minus semitonij minoris extremum ex ductu quidem non quadrati in quadratum proueniens: non est numerus quadratus. Si possibile est ergo ut diaschisma tota proportio in numeris sit nota: sint ergo per sextam quartam Arithmetices duo diaschismata in minimis c d e conuincta. manifestum enim est cum diaschisma sit semitonij minoris dimidium c d et d e simul esse semitonium minus. et c ad e esse semitonij minoris interuallum. sed et cum proportionibus c d et d e sint continuatae in minimis ergo per quintam quartam Arithmetices c e sunt in sua proportione minimi. Sunt ergo minimi in proportione semitonij minoris. sed et tales potest sunt a et b: igitur c et e iidem erunt numeri cum a et b scilicet e idem a et c idem b. Preterea quia quae proportio c ad d ea est d ad e: ergo per primam sexti Arithmetices c numerus est quadratus et e numerus quadratus: quare et b idem numero e etiam quadratus. at b de monstratus est non quadratus. Erit itaque idem numerus quadratus et non quadratus: quod est impossibile. non igitur diaschisma note proportionis habebitur. et idem de proportione schismatos monstrabitur. Sint enim a b subter designati minimi numeri commatis: quia per vicesimam octauam huius b minor proportionis commatis terminus sit ex ductu octonarij in quadratum lateris ducentorum quinquaginta sex. et octonarius non est quadratus: ergo per decimam quartam sexti Arithmetices b minor terminus commatis non est quadratus. non igitur simili ut prioris partis demonstratione a b certis designatisque numeris potest equis proportionibus deduci. Est igitur schismatos eius scilicet medietatis ratio ignota: atque irrationalis. Correlarium ex modo demonstrationis notum est.

Tonus: duobus semitonij minoribus et commate constat.

- 33 **C**lam ratio sesquioctaua duobus semitonij minoribus atque vno commate constat. Superat enim duas dieses duoque semitonija minora vno commate: at tonus in eadem ratione consistit. constat igitur tonus ex duobus semitonij minoribus et commate.

Tonus a duobus semitonij minoribus: vno commate distat.

- 34 **C**lam subtracto a sesquioctaua proportione vno commate relinquuntur duo semitonija minora: igitur et eodem commate a tono deducto due dieses et duo semitonija minora relinquuntur. distat ergo tonus a duobus semitonij minoribus vno commate.

Semitonium minus tribus commatibus maius est: minus vero quattuor. Vnde manifestum est apotomen plura quattuor et pauciora quinque continere commata.

r	277531995223258301621530747994112
q	328128389443693511257285776231761
p	263600061952401802360312389697536
o	2178396179632950626746368
n	2153693963075557766310747
m	2067895430987964852731904
l	17098604835172352
k	16677181699666569
h	16231265527136256
g	134217728
f	129140163
e	127401984
d	524288
c	531441
b	243
a	256

Clam non est greca curiositas calculi labore deterrita quo minus quot commata in dies quot in apotome quot denique in tono sint: peruestigaret. quod nisi a prioribus tentatum cognouissem cum id quoque plus laboris quam (ut mihi visum est) in multis modulationibus usus utilitatisque afferat: missum fecissem. qui tam men id cognoscere desiderauerint hoc pacto deprehendent. Sint a b minimi numeri semitonij minoris et c d minimi commatis: per decimam septimam et decimam octauam huius reperti: duco b in c d et proueniunt e f et a in c et veniat g: per septimam secundam Arithmetices f ad e est commatis habitudo et per octauam eiusdem g ad c habitudo dieseos semitonij minoris. Deinde duco e in e et f in f et e in g et nascantur h k l: per sextam quartam Arithmetices per se facile cognosci potest h k continet duo commata. et per

Septimam secundam eiusdem l ad h esse semitonium minus. Deinde duco b in h: et c in k: et d in l: et eo ordine veniant m n o: per eandem sextam quarti cognitu facillimum est n m continere tria commata. et per septimam secundam: o m. continere semitonium minus. at n numerus cognoscitur esse minor o. ergo o ad m semitonium minus tria vincit exsuperatq; commata. Deinde duco h in h et k in k et h in l. et suo ordine exsurgant: orianturq; p q r. manifestum est per idem quod prius q p continere quattuor commata et q p continere semitonium minus. at numerus r minor est numero q. igitur quattuor commata amplius sunt semitonio minore. Correlarium autem hinc notum est q semitonium maius solo comate superat semitonium minus. atqui semitonium minus plura tribus et pauciora quattuor ut modo visum est continet commata. igitur valco superadfecto commate semitonium maius quod vocant apotome: plura quattuor et pauciora quinque continere est necesse.

Tonum: plura septem continere commata necesse est.

¶ Nam tonus ex semitonio minore et apotome coalescit atq; constituitur. at semitonium minus per penultimam tria continet commata et amplius: et per precedentem apotome quattuor et amplius tria autem et quattuor et amplius: septem sunt et amplius. igitur tonus plura q septem continet commata.

¶ Secundi Elementorum Musicalium Finis.



Esquitonus: est qui tonum ac semitonium minus continet. quem et trihemitonium: trisemitoniumq; inferius dicemus.

Ditonus est qui duos complectitur tonos.

Tritonus vero qui tres.

Consonantie simplices sunt: diatessaron: diapente & diapasen.

Compositae vero: diapasen diapente: bis diapasen.

Diatessaron est consonantia: que ex intervalli sesquitercia ratione nascitur.

Diapente: que nascitur ex sesquialtera.

Diapasen vero: que ex dupla.

Diapasen diapente: est quam adinvicem iuncte constituunt diapasen ac diapente consonantie.

Bis diapasen: est quam coniungunt due diapasen consonantie.

¶ Nec altius ascendunt Pythagorici q altius ascendentes voces quoquo pacto illis sitis dule esse sint et q unicuique ferme sue vocis modum: limitesq; ad consonantiam bis diapasen natura fecerit q; q; habita contemplatione musica adusq; consonantiam bis diapasen: reliquam ut habeatur q; facillimam putaverunt ut qui ad ter atq; quater diapasen musicos modulos aptare voluerint: et hac quoq; de causa musici ferme omnes in definienda: determinandaq; atq; tradenda disciplina musica limites Pythagore non transcendunt putantes eius limitibus contenti: et priscam veteremq; auctoritatem secuti sufficienter determinasse. quod et nos in hoc opere tentabimus imitari.

Sesquitonus inter sesquiquintam atq; sesquiseptimam collocatus est. unde fit ut et si sesquitonus iocunde: suaviterq; auditu feriat: nondum tamen consonantia ponendus sit.

291	3	288	283	3	256	243	48	3	40	3
d	e	f	g	a	b	c	d	e	f	g

¶ Sit ergo a ducenta octuaginta octo: b vero ducenta quinquaginta sex: et c ducenta quadraginta tria. per decimam octavam secundam huius manifestum est a ad b esse tonum: et b ad c esse semitonium minus. quare a ad c per diffinitionem erit sesquitonus. quem dico in proportionem minorem consistere q sit sesquiquinta: et maiorem sesquiseptimam. Nam capio per decimam secundam huius quintam partem et eveniet numerus 48 et tres quinte qui sit f. Adde igitur f ad c et aggregatus fiat d: qui maior invenitur q a. igitur per undecimam secundam huius d ad c proportio maior est q a ad c. Et vero d ad c sesquiquinta est. est itaq; sesquitonus in proportionem minorem constitutus q sit sesquiquinta proportio. Capio deniq; per eandem decimam secundam sextam partem c et veniet mihi numerus 40 et semis qui sit g. aggregatus igitur g ad numerum c restituat numerum e: certum est numerum e minorem esse q a. quare ut prius a ad c sesquitonus maior est q e ad c: qui in sesquiseptima proportionem constituitur. quod est propositum. Correlarium enim cognoscitur. et primum q sesquitonus suaviter feriat auditum: cuiuslibet musicis modulationibus intenti fide facit sensus. q vero nondum consonantia sit: idcirco evenit q sesquitonus in superparticulari ratione non consistit: quandoquidem inter sesquiquintam et sesquiseptimam proximam superparticularis nulla cadit interstices: mediaq; superparticularis habitudo. neq; quidem est in multiplici genere: qm per undecimam primi huius dupla proportio que multiplici minima est: ex sesquialtera et sesquitercia proportionem maximam quidem superparticularibus: exurgit atq; nascitur. consonantia autem ois per diffinitionem in superparticulari aut multiplici ratione consistit. est ergo totum propositum notum.

2 Itidem ditonus inter sesquiterciam atq; sesquiquartam medius: minime musicam complet atq; perficit harmoniam.

85	1	81	80	72	64	21	1	16
D	3	A	E	B	C	F	3	G

Harmoniam et consonantiam idem dicimus et huius ut precedentis procedit demonstratio. Sint ergo a b c duo toni in minimis constituti. ut 81 | 72 | 64. dico ditoni a ad c consistere in proportionem minore sesquitercia: et maiore sesquiquarta et musicam consonantiam haud quaquam perficere. Capio enim tertiam partem c per decimam secundi huius ut sepe factum est. et venit vnum et viginti cum tridente vnus: qui numerus sit f. addo itaq; f: 1 et tridentem ad numerum c 64. et aggregatus est 85 cum tertia parte vnus: qui idem sit de manifestum est b ad c esse sesquitercium. at b maior est a: continet enim a dumtaxat vnum et octuaginta: b vero octuaginta quinque et amplius. Est ergo sesquitercia a proportio ditono maior. Et rursum capio quartam partem c que sit g: quam addo ad c et surgat e: qui erit ad c sesquiquartus. at a maior est c. igitur per vnde decimam secundi huius: ditonus sesquiquartum transcendit. et cum inter sesquitercium et sesquiquartum nullus cadat superparticularis medius neq; multiplex: erit ergo ditonus in proportionem superpatientem collocatus. quare musicam consonantiam (et si in musicis modulationibus sit euphonus suauiterq; auditum ferrens) nondum tamen perficit.

Ditoni interuallum: sola sesquitonum superat apotome.

3 Nam sesquitonum vnum tonum continet integrum et secundi toni continet semitonium minus: sed cum tonus ex semitono minore et apotome constet euaditq; coalitus. ergo sesquitono ad secundi toni completionem sola deest apotome. at ditonus solos duos incolumes integrosq; possidet tonos. ergo ditoni interuallum sola apotome: soloq; semitono maiore: sesquitoni superat interuallum. quod est propositum.

4 Diatessaron consonantiam in data chorda collocare.

4	3			
B	c	d	e	b

Cum enim epistrita sesquiterciaq; proportio: consonantiam diatessaron creet: idcirco data quacunque chorda ut a b eam in quatuor equas portiones diuido. ut a c c d: d e: e b. et dico a b ad e b consonare diatessaron. Nam a b continet c b et insuper a c que tertie parti c b equatur. est ergo interuallum a b sesquitercium ad c b. ergo a b ad c b per diffinitionem consonat diatessaron: et consonantia diatessaron in chorda a b data: collocata. quod est propositum.

5 Tritonus: consonantiam diatessaron transcendit.

Nam per decimam octauam primi tres sesquioctave proportionem amplius sunt sesquitercio interuallum. atq; in tribus sesquioctauis: per diffinitionem tres consistunt toni. igitur in tribus sesquioctauis consistit tritonus. et in epistrito: sesquitercioq; interuallum consistit consonantia diatessaron. igitur consonantiam diatessaron transcendit ut proponebatur: tritonus.

6 Consonantiam diatessaron: duobus tonis atq; semitono minore constare necesse est. Vnde facile comparatum est sesquitonum tono: et ditonum semitono minore citra diatessaron concentum deficere. Compertum item est consonantiam diatessaron quinque dieses & duo commata continere.

Diatessaron consonantia.

A	c			b
---	---	--	--	---

Sit a b et c b consonantia diatessaron. dico eam duobus tonis et semitono minore constare. Nam cum a b et c b sit diatessaron: erit a b et c b per conuersionem diffinitionis sesquitercia. at cum semitonium minus per diffinitionem sit id quo sesquitercia duobus tonis maior est. continet ergo a b et c b semitonium minus et duos tonos. igitur consonantia diatessaron duobus tonis: semitonoq; minore constat. Et primum correlarium hinc facile cognoscitur. Cum enim sesquitonum solum tonum et semitonium minus contineat: deest igitur ipsi ad consonantiam diatessaron complendam per presentem vnus tonus. et cum ditonus solum duos complectatur tonos: deest ipsi ad eandem complendam semitonium minus. Secundum vero hinc haud difficile perspicitur cognitum. Nam cum tonus per tricesimam tertiam secundi duas dieses et vnu comma contineat: duo toni quatuor dieses et duo continebunt commata. At per presentem diatessaron consonantia duobus tonis vnam diesim superaddit. continet igitur consonantia diatessaron quinque dieses atq; duo commata. quod est totum propositum.

Quinq; toni: duas diateffaron consonantias vno commate vincunt: euaduntq; 7
maiores.

C Putauit Aristoreus muscus diateffaron consonantiam duobus tonis et integro semitonio constare. et proinde duas diateffaron consonantias: quinq; tonos implere: cuius error ex tertio Musices libri Severini boetii et ex hac et precedente facile conuincitur. Nam per precedentem consonantiam diateffaron non ex duobus tonis et semitonio integro constat: verum ex duobus tonis et semitonio minore. quod ex vicesima prima secundi inter sesquioctauam decimam et sesquiquintam decimam proportionem collocatur. integrum autem semitonium per decimam quartam eiusdem: inter sesquiseptimam decimam et sesquiseptimam decimam collocaretur. diminutius est ergo semitonium minus integro semitonio. Quia ergo ut per precedentem dictum est: consonantia diateffaron duos tonos et semitonium minus continet: due igitur diateffaron consonantie continebunt tonos quattuor et duo semitonia minora. et quia per tricesimam tertiam secundi tonus continet duo semitonia minora et vnum comma. ergo due diateffaron consonantie quinq; tonos vno commate minus continent. quinq; igitur toni: duas diateffaron consonantias vno commate vincunt atq; euadunt maiores. quod intendebatur.

Consonantiam diapente: in assignato neruo constituere.

3	2		Consonantia diapente.
A	c	b	b

C Sit assignatus neruus a b supra quem insum sit consonantiam diapente collocari: diuiso a b in tres adinuicem equas partes per notas a c d b: ita ut a b tres contineat et c b earum contineat duas. erit per definitionem a b ad c b hemisolum: sesquialterumq; intervallum. sed cum consonantia diapente: per definitionem ex ea intervalli ratione nascatur. ergo a b ad c b consonabit diapente. eritq; a b ad c b in data chorda assignato ve neruo consonantia diapente collocata.

Tres toni: consonantia diapente minus sunt. & quattuor eandem consonantiam 9
transcendunt.

C Est ex quinta huius satis cognoscatur tritonum non posse efficere diapente consonantiam: hec etiam ostendit tritonum diapente consonantia esse minorem. Nam per decimam octauam primi huius tres sesquioctauis minus sunt sesquialtero intervallum. et per decimam nonam eiusdem quattuor sesquioctauis sesquialterum superant intervallum. consonantia autem diapente in sesquialtero sita est. ergo tres toni in tribus sesquioctauis constituti. minus sunt consonantia diapente. et quattuor toni in quattuor consistentes sesquioctauis eadem consonantiam magnitudine transcendunt: quod est totum propositum.

Consonantia diapente: tribus tonis: semitonioq; minore constat. Quo fit ut a diapente subducto tono: diateffaron consonantia relinquatur. subducta autem diateffaron consonantia: relinquatur et tonus. 10

C Nam per decimam quintam primi si a sesquialtero intervallum sesquitercium demptum fuerit: relinquatur sesquioctauum. sed ut in demonstratione septe huius visum est: sesquitercium continet duos tonos cum semitonio minore. ergo consonantia diapente sesquioctauum hoc est tonum ultra duos tonos cum semitonio minore continens: tribus tonis et semitonio minore constabit quemadmodum propositum est. Correlarium cognoscitur. Nam diapente per presentem continet tres tonos cum semitonio minore. at substracto tono residui sunt duo toni: atq; semitonium minus. et per sextam huius duo toni cum semitonio minore constituunt consonantiam diateffaron. substracto igitur tono a consonantia diapente: relinquatur diateffaron. sed et cum diapente constet ex tribus tonis cum semitonio minore: substracta ergo diateffaron consonantia que duobus tonis et semitonio minore completur: relinquatur quemadmodum secunda pars correlarii proponit: tonus. quod est totum correlarium.

Diapente consonantia: minus octo semitonis minoribus continet. 11

C Nam cum tonus unus duo semitonia minora et vnum comma contineat: tres toni et vnum semitonium minus septem semitonia minora et tria commata continebunt. ac tria commata per tricesimam quintam secundi huius semitonio minore sunt contractiora. ergo diapente que per precedentem tribus tonis et semitonio minore constat: minus octo semitonis minoribus continebit. sed quemadmodum facile monstratum est diapente consonantiam nondum octauum attingere semitonium minus: octauamq; vicesimam: ita quoq; facile monstratum esset: eadem consonantiam nondum septimam attingere apotome.

Diapente consonantia: ditono sesquitonosq; coniungitur. 12

C Nam diapente per penultimam tribus tonis et semitonio minore constat. et ditonus et sesquitonos simul tres tonos et semitonium minus efficiunt. igitur ditonus atq; sesquitonos pariter copulati consonantiam diapente iungunt: quod intenditur.

Consonantiarum diapente & diateffaron: tonus differentia est. quo fit ut diateffaron consonantia adiuncto tono: consonantiam diapente restituat. 13

Consonantia diapason: in sex tonis minime consistit, sed quinque amplior: sex vero 19
ro tonis: consonat contractior.

¶ Nam per vicepsimam primi quinque coniuncti sesquioctavi: minus duplici intervallo coniungunt, et per vicepsimam primam eiusdem sex coniuncti maiores vno duplici intervallo euadunt, ergo quinque toni minores sunt diapason consonantia et sex eadem sunt ampliores, consonat ergo diapason quinque tonis amplior: sed et sex eadem modulabitur inferior.

Diapason: ex diatessaron et diapente consonantiis coniungitur.

¶ Nam per decimam quartam huius diatessaron et diapente in maximis superparticularibus sunt collocatae, at per undecimam primi duplex intervallum ex duobus maximis superparticularibus coniungitur et duplex intervallum: consonantie diapason intervallum existit. Igitur consonantiam diapason: diatessaron et diapente consonantie simul coniungunt, quod est propositum.

Consonantia diapason: quinque tonis et duobus semitonis minoribus que tonum 21
minime complent: perficitur. Vnde quoque manifestum esse potest: consonantiam diapason solo a sex tonis commate distare.

¶ Per precedentem enim diatessaron et diapente consonantiam diapason iungunt, diatessaron autem per sextam huius duobus tonis et semitonio minore constare monstrata est: et diapente per nonam tribus tonis semitonioque minore, at duo toni et semitonium minus et tres toni et idem semitonium minus simul constati: quinque efficiuntur toni atque duo semitonis minora, atque duo semitonis minora tenum non perficiunt: verum ab eo deficiunt commate, igitur consonantiam diapason quinque tonis et duobus semitonis minoribus: que tonum minime implent quemadmodum iam propositum est perficitur. ¶ Correlarium ex demonstrationis calce notum esse potest. Ex quo liquet perspicuum esse in nervo muscum comma peruehigare. Nam in eo a principio constitutis: continuatisque sex tonis et ab eodem nervi initio ad mediam chorde notam intentam diapason consonantiam quod inter mediam nervi notam et ultimum sex tonorum signum continetur: ex precedentis correlario erit commatis interstitium.

Dempta ex diapason consonantia diapente: relinquitur diatessaron, et ex eadem 22
dempta consonantia diatessaron: relinquitur diapente, demptis autem ex ea diapente et tono relinquitur sesquitonus.

¶ Prima pars et secunda statim per penultimam cognite sunt. Item et per precedentem. Nam per precedentem diapason quinque tonis et duobus semitonis minoribus constata quibus si tres tonos et unum semitonium minus tollas que per decimam huius diapente consonantiam continent: relinquitur duo toni et semitonium minus: que per sextam huius diatessaron consonantiam efficiunt, dempta igitur ex diapason consonantia diapente: relinquitur diatessaron: quod est primum. Secundum eadem facilitate declaratur. Nam ex quinque tonis et duobus semitonis minoribus si duos tonos et semitonium minus tollas: relinquantur tres toni et semitonium minus. Tertium consimiliter, demptis enim a consonantia diapason hoc est a quinque tonis et duobus semitonis minoribus deptis in quam quatuor tonis et semitonio minore reliquus est tonus unus et semitonium minus. Et quot dies quot apotomas quot denique commata contineat diapason: deprehensionis sunt facillime: in nulla tamen equaliter: tota ipsa diuisa est quandoquidem diapason in multiplici ratione consistit que omnino in quolibet equas proportionibus que multiplices non sint per sexagesimam noni arithmetices diuisi non potest.

Nulla simplex consonantia: in duo equalia: certo constitutoque numero diuisibilis est. 23
¶ Simples consonantias vocamus diatessaron diapente diapason, de diatessaron autem et diapente constat que ex superparticularibus intervallis surgunt: que per quintam primi nullo pacto hunc in modum diuisi possunt, de diapason vero consonantia idem subit iudicium. Nam quoniam minimi eius numeri sunt duo et unum: et duo quadratus non est: igitur per correlarium tricesime secunde secundi huius consonantia diapason que consistit in proportionibus duorum ad unum minime in duo equalia partietur, et eodem quoque iure neque eadem consonantia in plura duobus diuidentur: diuiseturque equalia. Et profecto velle hoc pacto consonantiam diapason in plura equalia diuidere: est in geometricis diametrum esse quadram velle commensurare, sed id ultimum musicum non est.

Diapason ac diatessaron: consonantiam non esse.

E	8		f	3	g	2
	2	1	4	3		
A		b	c	d		

¶ Et si in diapason ac diatessaron sit duarum vocum dulces: amenaeque congressio ut quemadmodum cum pulsatur sesquitonus: non idcirco tamen euenit diapason ac diatessaron consonantiam dici mereri. Tamen si Ptolemaeo secus Pythagorae hac in re visum sit: quod monstratu facillimum est. Sint enim a et b binarius et unitas: minimi scilicet numeri consonantie diapason et e quatuor et tria minimi idem consonantie diatessaron duco c in a et veniet octonarius qui sit e: et d in b et veniet ternarius: qui sit f, per tertiam quinti Arithmetices e ad f continet duplam et sesquiterciam: quare diapason ac diatessaron.

sed octonarius non est multiplex ad ternarium: neq; superparticularis q; eum bis contineat et insuper bi-
narium qui ternarii non pars villa est sed partes. Est enim octonarius ad ternarium duplex superbi-partis. Non
est igitur diapason ac diatessaron consonantia. Bis enim consonantia aut in superparticulari: aut in multiplici
genere ex diffinitione consistit. Et in hoc facile cognosci potest ex nono Problematum libro q; Pythagorici
eis consensit Aristoteles: cum inquirat cur non bis diapente: aut bis diatessaron reddi consonantia potest:
ut bis diapason coaptari solet. Hoc inquit ideo est q; diapente consonantia posita in proportionem sesquialte-
ra est diatessaron vero in sesquitercia. q; si duo sesquialteri aut sesquitercij numeri ordine disponantur: extre-
mi nullam inuicem proportionem habebunt. neq; enim superparticulares neq; multiplices esse poterunt. at dia-
pason concinetia qm in duplici proportionem consistit: hac geminata: quadruplam inuicem extremi tenebit:
habebitq; proportionem. Aliter ergo quo pacto Aristoteles consonantiarum proportionem solas superpar-
ticulares aut multiplices efficit: superpartientes quasi pro suis nulle sint repudiās. Et re vera Pytholomei et
Pythagorici magis in nomine q; in re ipsa dissentio putanda est. Sed de his hactenus.

25 Diapason ac diapente: in triplici consistit ratione. Estq; diapason ac diapente con-
sonantia una.

¶ Quod enim diapason ac diapente in tripla ratione consistat: hoc ideo est q; ex duodecima primi ex duplici
atq; sesquialtero intervallo triplex nascitur intervalum. duplex autem et sesquialterum sunt consonantiarum
diapason et diapente intervalla. igitur iuncte consonantie diapason ac diapente in tripla ratione consistit.
sed cum sensu iam satis sit exploratum hunc concentum modulatur: suauiterq; ad auditum peruenire: ergo per
diffinitionem is concentus consonantia est. quod est totum propositum.

26 Diapason diapente ac tonus: melos citra consonantiam eliciunt.

27			8
e			f
3	1	9	8
a	b	c	d

¶ Melos hic vocamus suauem auribus acceptam vocalationem: amensq; plurimum vocum congressum:
sed q; diapason diapente et tonus simul iuncta melos constituunt: statim notum est. Nam hec sonorum vocu-
latio suauiter ut experientia discitur auribus accidit. sed q; consonantiam nullam parit: ostenditur. qm enim
per precedentem diapason ac diapente in tripla proportionem consistit. Sint ergo a b tria et unum minimi co-
sonantie diapason ac diapente numeri: et c d nouem et octo minimi numeri toni. duco c in a et d in b et veniat
e f 27 scilicet 28 inter que est diapason diapente atq; tonus. sed e ad f neq; superparticularis neq; multiplex:
quin immo e continet f ter et tres eius octauas: estq; e ad f triplus supertripartiles octauas. non concinit igitur
tut e falliqua consonantia. quod totum est propositum.

27 Bis diapason consonantia: in quadruplari constituta reperitur habitudine.

¶ Quod enim bis diapason in quadruplari consistat: statim est manifestum. Nam per decimātertiam primi duo
duplicia intervalla quadruplex iungunt intervalum. diapason aut in duplici consistit. igitur bis diapason
quadruplarem iungit habitudinem: que est multiplex. et cum bis diapason ad auditum suauis: emodulataq;
perueniat ut id quoq; sensu satis perceptum est. ergo per diffinitionem erit consonantia. qd erat monstrandum.

¶ Pythagorici et priores musici omnes: concentuum modum in terminis quadruple atq; in finibus conso-
nantie bis diapason perstrinxerunt: non temere solius progressi aut q; inter illos terminos unicuiq; factus
a natura reperitur sue vocis modus: aut q; stridulus ille canor illis ut iam quoq; dictum est visus est q; ve se-
riam iam relinquunt mediocritatem: aut q; hactenus contemplatio satis ipsis esse visa est ad musicam insti-
tutionem. Posteritas autem ad ter diapason vel et amplius ad auris ad terminos usq; octuple longius eua-
gata: de quibus necessaria speculatio non incumbere videtur: sed pauca paucis strinxisse satis erit. Nam qui
modulationem supra bis diapason cognoscere desiderabunt: facili demonstratione ut precedentia percipi-
ent. bis enim diapason ac diatessaron in proportionem quincupla sesquitercia consistit. et proinde plane co-
sonantia putanda non est. bis diapason ac diapente in proportionem sesquialtera et ideo consonantissimum annumerata.
ter vero diapason in proportionem octupla.

28 Omnes consonantias: in data chorda suo ordine subiungere: et eas sensu percepti-
biliter experiri.

A	c	d	e	f	g	b
---	---	---	---	---	---	---

¶ Sit a b data chorda in qua propositum sit consonantias diatessaron diapente diapason diapason ac dia-
pente et bis diapason situare. Colloco in signo a brachium circini immobile et ad totius chorde quartā par-
tem extendendo circini brachium mobile: et in termino eius pono notā c. deinde extendō idē brachium ad eundē cho-
de partē tertiam: et in termino pono d. mox ad totius chorde partē mediam quā designo nota e. deinde eodē bra-
chio capio totius chorde bissem: hoc est duas tertias: et in termino bissem pono f. mox extendō circinū ad cho-
de bodrantē: hoc est ad tres eius cōpletas quartas: in cuius fine affigo notam g. tūc sic a b et c b per quartam
huius cōsonat diatessaron. a b et d b per octauā diapente a b et e b per decimā octauā diapason a b et f b per vi-
cesimā quintā diapason ac diapente. postremo vero a b et g b per precedentem bis diapason. Suppone igitur
musicale hemispherium sensim singulis chorde notis et sonos ad totius chorde sonū diligenter attende. et suo or-
dine ppositas cōcōnētias annotabis. quod poptius experiri valebis: si chorde a b chordā equisonantem: vniso-
namq; etiā collocaveris: cuius sonum cum singulis sectionis a b percussionibus non segnititer attenderis.

MYSICE

Consonantiarū hoc pacto digestarum: finis consonantie diatessaron: ad finem dia-
pente sonat tonum: ad finem diapason: consonat diapente. ad finem diapason ac dia-
pente: inconsonus. ad finem vero bis diapason: consonat diapente ac diapason.

A	c	d	e	f	g	b
---	---	---	---	---	---	---

C Sint a | c | d | e | f | g | b modo qui dictus est digeste consonantie: dico c b finem consonantie diatessaron ad d
b sonare tonum | ad e b esse diapente | ad f b inconsonum esse | ad g b & o consonare diapente ac diapason. Nam
per precedentem a b z c b est diatessaron et a b et d b diapente. dempta ergo a b z c b diatessaron consonantia
ab c b z d b diapente: per correlariū decime huius relinquitur tonus. quod aut relinquitur est c b z d b: igitur
c b ad d b sonat tonum. z qm per precedentē a b z e b cōcinit | modulaturq; diapason: subtracta igitur a b
et c b diatessaron ab a b et e b per vicesimāsecundā huius quod relinquitur est diapente. atque quod relinquitur
est c b et e b: igitur c b ad e b cōsonat diapente. z quia per precedentem a b z f b consonat diapason ac dia-
pente: subtracta igitur a b z e b consonantia diapason: quod relinquitur est diapente. quod aut relinquitur est
e b z f b. igitur e b z f b consonantia est diapente. sed per modo monstratum c b z e b etiam diapente est: igitur
c b z f b est bis diapente. At per decimāquartā huius bis diapente consonantia componi non potest: igitur
c b ad f b inconsonus est. Postremo qm vt ex precedentī notū est a b z g b cōsonat bis diapason. depta igitur
a b z e b diapason consonantia relinquitur e b z g b esse diapason. atque c b z e b per secundam partem huius
monstrata est esse diapente. igitur adiuncta c b z e b consonantia diapente ad e b z g b constituitur diapente
ac diapason. consonat ergo c b z g b diapente ac diapason. quod est totum propositum.

Si positis consonantiis: finis diapente ad finem diapason modulatur diatessaron: &
ad finem diapason ac diapente: modulatur diapason. ad finem vero bis diapason eu-
phonus est: sed qui nondum consonantia est.

A	c	d	e	f	g	b
---	---	---	---	---	---	---

C Esto precedentis hypothesis: dico d b finem diapente ad e b consonare diatessaron. ad f b diapason. z ad
g b sonare diatessaron ac diapason. Nam per penultimam a b et e b consonantia est diapason. z a b et d b dia-
pente. subtracta igitur a b z d b diapente: ab a b z e b consonantia diapason: per vicesimāsecundā huius re-
linquitur diatessaron. quod aut relinquitur est d b et e b: igitur d b ad e b cōsonat diatessaron. z quia in prece-
denti monstratum est e b z f b esse diapente: z nunc d b et e b esse diatessaron: ergo per vicesimā huius d b
z f b ex illis duabus conflata: coalitaq; consonantia modulabitur diapason. Rursum cum e b z g b in prece-
denti monstrata sit diapason: et e b z f b diapente: ergo per vicesimāsecundā huius f b z g b est diatessaron:
z d b et f b nunc monstrata est diapason. igitur d b z g b est diapason ac diatessaron: que cum modulatio sit
euphona z eam monstrauerit vicesimaquarta huius non esse consonantia: totū liquet monstratū propositū.
et ex hac quoq; pariter cognitum est finem diapason: ad finem diapason ac diapente modulari diapente vt
e b ad f b z ad finem bis diapason consonare diapason.

Consonantiarum sic collocatarum: totius chorde atq; cuiusq; sectionis numeros
designare.

24	18	16	12	8	6	
a	c	d	e	f	g	b

C Dico duo | tria | et quattuor: in se invicem: et numerum inde surgentem atq; productum qui habebit secū-
dam tertiam z quartā: pono totius. linee numerum quē idcirco voco numerum a b. ab quo demo quartam
partem z reliquus sit c b: z erit primus numerus ad ipsum sesquitercius. quare diatessaron. et ab eodem nu-
mero demo partem tertiam z residuus sit d b: eritq; a b ad d b sesquialter: quare consonantia diapente. et ite-
rum ab a b diduco partem mediam et residuus sit e b: eritq; a b ad e b duplus. quo circa diapason consonan-
tia inter eos eriget. z numeri a b sumo solam tertiam que sit f b. erit ergo a b ad f b habitudo tripla conti-
nebunt igitur a b et f b diapason ac diapente. Rursum numeri a b sola quarta sit g b: erit a b ad g b quadru-
plus. quare a b et g b sunt numeri bis diapason. Sunt itaq; totius chorde a b z cuiusq; sectionis eius secun-
dum assignatas consonantias designati numeri. quod erat demonstrandum.

Quotcunq; harmonicas medietates assignare: inter quarū terminos corūq; diffe-
rentias omnes musice reperiantur consonantie.

Harmonice	12	8	6	Epitritus	b c	Diatessaron
Medietates	6	4	3	Demisols	a b	Diapente
	a	b	c	Duplaris	a c	Diapason
Differentie		2	1	Triplaris	c e	Diapason diapente
		d	e	Quadruplaris	b e	Bis diapason.

C Harmonica medietas in Arithmetica diffinita est qm tripli termino: ut maxim⁹ ad minimū: ita differen-
tia maiorū ad differentia minorū. Sit ergo c quicūq; numerus partem tertiam habens que sit e: duplo c. sitq;
duplatus a. manifestum est a ad c esse duplum. z quia cōtinet tria c: ipsum a cōtinet sex c. addo e ad c z fiat b

et erit notum b ad c esse sesquitercium: et b continere quattuor e atq; esse differentiam b ad c. Et idem quia b continet quattuor e et a continet sex: eia erit sesquialter ad b. et quia b equatur quattuor e et a sex: ergo differentia a ad b equatur duobus e que sit d. quia em d equatur duobus e: ergo d duplus est ad e. dico ergo a b c datam esse harmonicam medietatem. Inter cuius terminos a b c et eorum differentias d e oēs musice consonantie reperiuntur. nam a ad b maximā ad minimā monstrata est proportio esse dupla et similiter habitudo b ad c differentie scilicet maioris ad differentia minoris etia ostensa dupla. sunt igitur per definitionem a b c termini in harmonica medietate constituti. Et si b ad c cōpares monstratus est sesquitercius: quare consonantie diatessaron interuallū. et si a ad b: monstratus est sesquialter atq; hemiolus et diapente interuallū. et si a ad c: duplum habes et consonantiā diapason. si vero e ad c cōtuleris: habes triplum: et per vicesimā quintā tertij consonantiā compositam diapason ac diapente. et si b ad c: quadruplum: et per vicesimā septimā tertij bis diapason. Et cum cetera monstrata sint non esse consonantias: constat diatessaron | diapente | diapason | diapason ac diapente: et bis diapason omnes consonantias quibus in disciplinis se exercere solent musici: inter terminos harmonicæ medietatis et eorum differentias: fuisse repertas. et si duxeris binarium in a b c et in illos qui inde prouenerint et quoties volueris in prouenientes: ex septima secūdi Arithmetice cognoscere promptum est toties constituti harmonicā medietatē cōsimiles inter suos terminos et suorum terminorum differentias: consonantias musicas seruante. et idē fuerit si quēcūq; alterum numerum in illos terminos duxeris. placuit tamē dīno Seuerino quadragesimo octauo capite secūdi sue Arithmetice ad oēs consonantias musicas cōplectendas: duas ordinare medietates harmonicæ: vnam in duplari et alteram in triplari. sed et idem etiā fieri posse vna sola constituta iam satis monstratum arbitramur.

Quolibet maximas harmonias quarum quolibet primordium consonantiarū: consonantiasq; contineat omnes: constituere.

Maxima har.	24	18	16	12		
Maxima har.	12	9	8	6	Epogdous	b c Tonus
	a	b	c	d	Epitritus	a b Diatessaron
Differentie	3			3	Hemiolus	a c Diapente
	c			f	Duplaris	a d Diapason
Differentie		4		2	Triplaris	d h Diapason diapente
		g		h	Quadruplus	c h Bis diapason.

Maximam harmoniam vocant quādo quattuor solidorum terminorum in geometrica medietate constitutorum: inter maximū vñū mediorū et minimū medietas Arithmetica cōtinetur: et rursus inter maximū terminorum. alterū mediorū et minimū cōtinetur harmonica. Medietas geometrica est qñ terminorū est proportio num similitudo. Arithmetica dō quādo terminorū est differentiarū equalitas. quid Harmonica iam dictū est. Solidi termini dicuntur qui ex trīs in se laterum ductu producuntur. sed hec oīa ex Arithmetice qñotissima sunt. Primordij consonantiarū appellamus tonum. Capio ergo d numerū quēcūq; qui secundā et tertā habeat: sitq; eius secunda f et tertā h. duplo d et sit duplatus a: quicūq; a duplus erit ad d. addo b ad d sitq; cōpositus c. eritq; sesquitercius ad d. sed et cū a monstratus sit duplus ad d: ergo per vndecimā primū hui⁹ a ad c est sesquialter. Preterea f secūda partem d addo ipsi d et cōpositus sit b: certū est b ad d esse sesquialterum. quare per eādem vndecimā primū a ad b est sesquitercius. Ab a c igitur qui monstratus est sesquialter: ablato a b sesquitercio per quīntādecimā primū relinquitur b ad c sesquioctauus. Sit preterea g differentia a ad c: quia d cōtinet tria h: c cōtinebit quattuor e et a sex: ergo g differentia a ad c cōtinet duo h: est itaq; g ad h duplus. et quia f est medietas d: et b est sesquialterum ad d: ergo b cōtinet tria f. est itaq; f tertā pars b: sed z a sesquitercius ad b addit super cū tertā partem ipsius b: ergo differentia a ad b que sit e equatur f. dico ergo a | b | c | d | maximā cōstituere harmoniam: que tonū consonantiarū elementum et oēm cōplectitur consonantiam. Nam a ad b monstratus sesquitercius et similiter c ad d sesquitercius. cōtinēt igitur a ad b et c ad d per definitionem geometricam medietatem. et differentia a ad b maximā ad vñū mediorū est e | et b ad d eiusdē medij ad minimū est f | et e et f mōstrate sunt equari. igitur per definitionem a ad b et b ad c constituitur in Arithmetica medietate. sed z a ad d maximus ad minimū mōstrat⁹ est duplus. et similiter g differentia a ad c maximā ad reliquū mediorū demonstrata dupla ad h differentia c ad d eiusdē medij ad minimū. igitur per definitionem a c d cōstunt in harmonica medietate. Cōstat igitur per definitionem a | b | c | d si solidi sint constituere maximā harmoniam. qñ si solidi non sint: duo quēcūq; numerū in quēlibet ipsorū et proueniet solidi in eisdem habitudinibus quorū cuiuslibet latera erunt vñtas | numerus in illos ductus et singuli eorum ad singulos: sitq; cōstabit maximam constitutam esse harmoniam. sed iam ostensus est b ad c sesquioctauus: igitur per definitionem b ad c cōtinet tonum consonantiarū primordium. et a ad b est sesquitercius. igitur a ad b cōtinet diatessaron. et a ad c monstratus est sesquialter: igitur a ad c cōtinet diapente. et a ad d duplus: igitur a ad d diapason. et d ad h triplus: igitur d ad h diapason ac diapente. et c ad h monstratus quadruplus igitur c ad h cōtinet bis diapason. et quoties duxeris quēcūq; numerum in a | b | c | d aut in productos ex illis adiuuante septima secūdi Arithmetice et definitionibus: toties constitues maximā harmonia tonum z omnes consonantias continentem. est igitur effectum quod proponebatur. Et ex hac intelligere potes esse demonstratum que dīnus Seuerinus assert de harmonia cubi quadragesimonono | et de maximā harmonia quinquagesimo quarto capite secūdi sue Arithmetice.

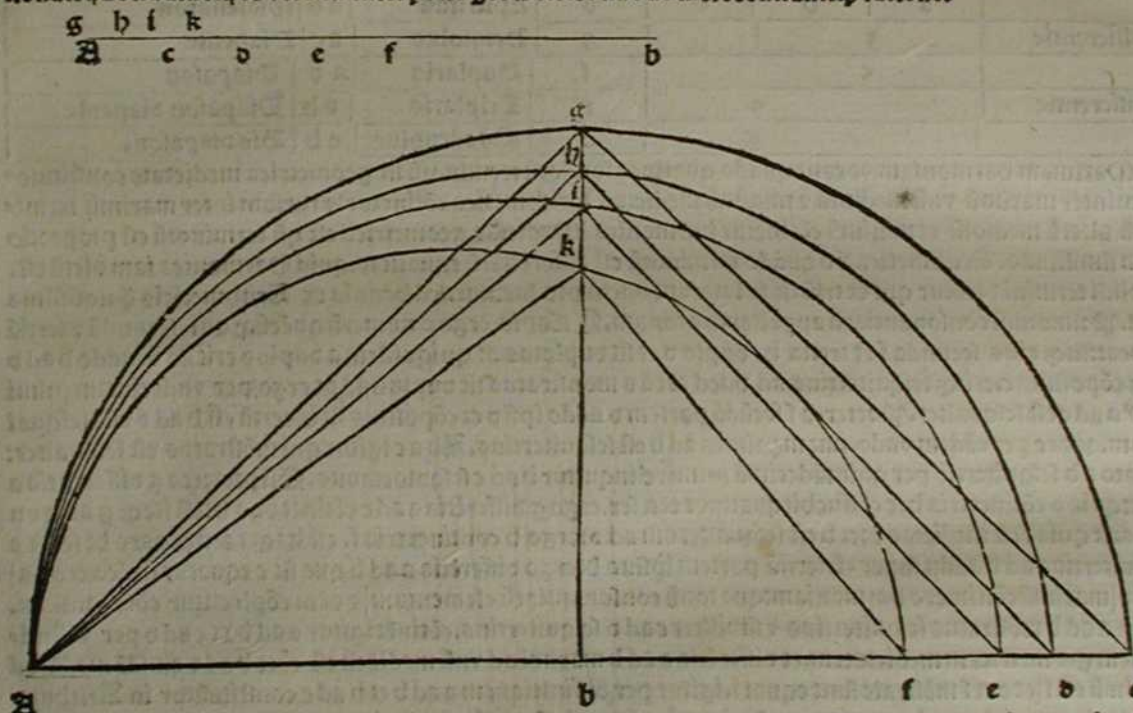
Omnis numerus ternaria progressionē ad se adiectus: omnem consonantiam in Arithmetica medietate complet.

Cōsonantie i Arithmetica medietate				Apria unitate				Altera unitate				Tertia unitate			
3	6	9	12	1	2	3	4	10	20	30	40	100	200	300	400
duplus diapason sesquitertio diates.				duplaris epitritus				diapaf. diates.				diapason diatesia.			
sesquialter diapente				hemisol.				diapē.				diapente			
Triplus diapason diapen.				Triplaris				diapa. diap.				diapa. diapente			
Quadruplus. bis diapason				Quadruplaris				Bis diapason				Bis diapason			

Intelligitur ternaria progressione ad se addi numerus quando additur primo ad se semel: deinde bis: deinde ter. Dico ergo quęcunq; numerum ad se hoc pacto additum: omnem cōstituerē consonantiā musicā. Nam semel sibi adiectus: duplex ad se efficit: et diapason consonantiā. et bis sibi additus: ad primā additionem sesquialterum cōstituit et diapente: et ad se triplū atq; diapason ac diapente. nam in prima additione bis: et in secūda ter cōtinetur. ter vero sibi additus ad secūdā additionē facit sesquitercio et diatessaron: nā prius numerus hic quater: illic vero ter continetur. et ad se quadruplum facit et bis diapason. In hac igitur progressione omnis continetur consonantiā musicā. et quia continue numerorum ex eius additione surgentium ipse numerus additus est differētia: ergo reperte consonantie in Arithmetica medietate continentur. et ex hac cognoscitur cur in omnium unitatum quaternaria progressione que vbiq; deneris Pythagorici plenitudinem implet: omnes consonantie musice et in Arithmetica quidem medietate reperiantur.

Tonum et omnem consonantiā simplicem: in duo equa partiri: veraq; medietas puncta: geometricē monstrare. 35

Precedentes septima secūdi: et vice sima tertii pretendit tonū: diatessaron: diapente ac diapason in duo equa dividi non posse. Nec vō monstrat quo pacto ea omnia possint in duo equa partiri. nec hoc quidē repugnat. Nam precedentes contendunt id effici non posse Arithmetice certo constitutoq; numero atq; rationali habitudine: hec vero id effici posse geometricē sine numeri constantiq; ratione.



Sit ergo data chorda a b superior in qua inbeamus integrum semitonum: et consonantiarum diatessaron: diapente ac diapason vera media reperire. Facio a b et c b tonum. a b et d b diatessaron. a b et e b diapente. a b et f b diapason eo qui in precedentibus monstratus est modo. Deinde in inferiori linea a c indefinite quantitatē capio a b equalem linee superiori a b. et b c continue equalem linee b c superiori. et a puncto b versus c: capio lineam b d equalem chorde b c. et b e equalem chorde b c. et b f chorde b f. et intelligo quatuor dimidios circulos a c | a d | a e | a f. et a puncto b educo perpendicularē lineā a c ad circulos ferentias semicirculorum a c | a d | a e | a f. et puncta ubi eos contingit lineā sint g | h | i | k: ad que puncta educo a g | c g | a h | d h | a i | e i | a k | f k. at per nonā sexti geometrie a b ad b g vt b g ad b c. Facio igitur in chorda superiore a b lineam b g equalem inferiori linee b g et cum proportio a b ad b g vt b g ad b c preostensum est: sequitur tonum a b et c b esse in duo equa diuisum: et punctum g esse medium versū semitonū signum. et per eandem que proportio a b ad b h ea sit b h ad b d. Est igitur h b in chorda a b equalis linee b h per idem vt prius: ea erit proportio a b ad b h que b h ad b d. quare a b et d b diatessaron in duo equa partita est. et eodem pacto facta chorda i b superiori equali linee b i. et chorda k b equali linee b k: monstrabis con-

sonantias diapente & diatason in duo equa esse partitas: & re vera hoc pacto vera schismata atq; diaschismata
ta & dieses tetrartermerias reperias assignatis comatis: diescos: atq; completi semitonij interuallis et sum-
ptis vt in precedentibus factum est medijs proportionalibus chordis: sed hec statim aliquatulum in geome-
tricijs exercitatis nota esse possunt. Hec autem posteaq; repereris disce (si libet) per chordam in voce toni
mediare et semitonium: & quacunq; voles in arte musica consonantiam.

¶ Tertij Elementorum Musices finis.



Armonica regula instrumentum est: quo cum (rationis adhibito in-
dicio) consonantie: consonantiarūq; partes: in chorda perquirun-
tur. Melorum tria sunt genera: Diatonicum: Chromaticū: Enarmo-
nicum: Diatonicum genus: melos est cuius partitio per semitonium
minus & duos tonos cōtinue procedit. Chromaticum: quod per duo
inequalia semitonia & trihemitonium conscendit. Enarmonicum
vero: quod per duas dieses conscendit & ditonum. Diesis hoc in loco semitonij mino-
ris medietas est: ex differentie extremorum habitudinis eius: partitioe proveniēs:
que & tetrartermeria dicta est: sed vt earū semper maior que acutior et minor que gra-
uior: reperiat neceffe est. Voces: nerui: chorde: spacia: hoc ordine a graui in acumē
nitentia in vnoquoq; melorum genere sunt nuncupata.

Grece nuncupationes	Nuncupationes latine.
Proslambanomenos	Acquisitus
Hypate hypaton	Principalis principalium
Parhypate hypaton	Subprincipalis principalium
Lichanos hypaton	Index principalium
Hypate meson	Principalis mediarum
Parhypate meson	Subprincipalis mediarum
Lichanos meson	Index mediarum
Mele	Media
Trite synezeugmenon	Tertia coniunctorum
Paranete synezeugmenon	Penultima coniunctorum
Nete synezeugmenon	Vltima coniunctorum
Paramese diezeugmenon	Submedia disiunctorum
Trite diezeugmenon	Tertia disiunctorum
Paranete diezeugmenon	Penultima disiunctorum
Nete diezeugmenon	Vltima disiunctorum
Trite hyperboleon	Tertia excellentium
Paranete hyperboleon	Penultima excellentium
Nete hyperboleon	Vltima excellentium.

Monochordum: est quod vnica chorda continet modulationem. Tetrachordum:
quod chordis quattuor. Polichordū vero: quod pluribus chordis id continet q̃ quat-
tuor. vt pentachordū: quod quinq; hexachordum: quod sex. et ita de Heptachordo:
Octochordo: Ennachordo: Decachordo: Endecachordo: Dodecachordo: Trideca-
chordo: Tessaradecachordo: & Pentadecachordo est intelligendum: quod vltimum
omnino quindecim constat chordis. Proslambanomenos: est in vnoquoq; genere:
primo tetrachordorū grauissimus neruus adiunctus: a pximo primi tetrachordi ner-
uo: toni interuallo distās. Tetrachordū coniunctum: est cuius principiū est precedētis
tetrachordi finis. Disiunctū vero: cuius primordialis neruus in vnoquoq; melorum
genere: a proximo precedentis tetrachordi finali neruo: vno tono disiungitur.

MVSICE

Tetrachorda sunt quinque: Tetrachordum hypaton: Tetrachordum meson: Synezeugmenon: Diezeugmenon: Hyperboleon.

Tetrachordon hypoton est:	Tetrachordum synezeugmenon.
Hypate hypaton	Mese
Parhypate hypaton	Trite synezeugmenon
Lichanos hypaton	Paranete synezeugmenon
Hypate meson	Nete synezeugmenon
Tetrachordum meson est	Tetrachordon diezeugmenon.
Hypate meson	Paramese diezeugmenon
Parhypate meson	Trite diezeugmenon
Lichanos meson	Paranete diezeugmenon
Mese	Nete diezeugmenon
Tetrachordum hyperboleon	
Nete diezeugmenon	
Trite hyperboleon	
Paranete hyperboleon	
Nete hyperboleon	

Modum hic vocamus remissionem aut intensionem omnium tetrachordorum gradatim in aliquo genere melorum: sui generis progressionem seruans.

Modi sunt septem.

Primus Hypodorius	1
Secundus Hypophrygius	2
Tertius Hypolydius	3
Quartus Dorius	4
Quintus Phrygius	5
Sextus Lydius	6
Septimus Mixolydius	7

Monochordi regularis partitionem: in diatonico genere demonstrare.

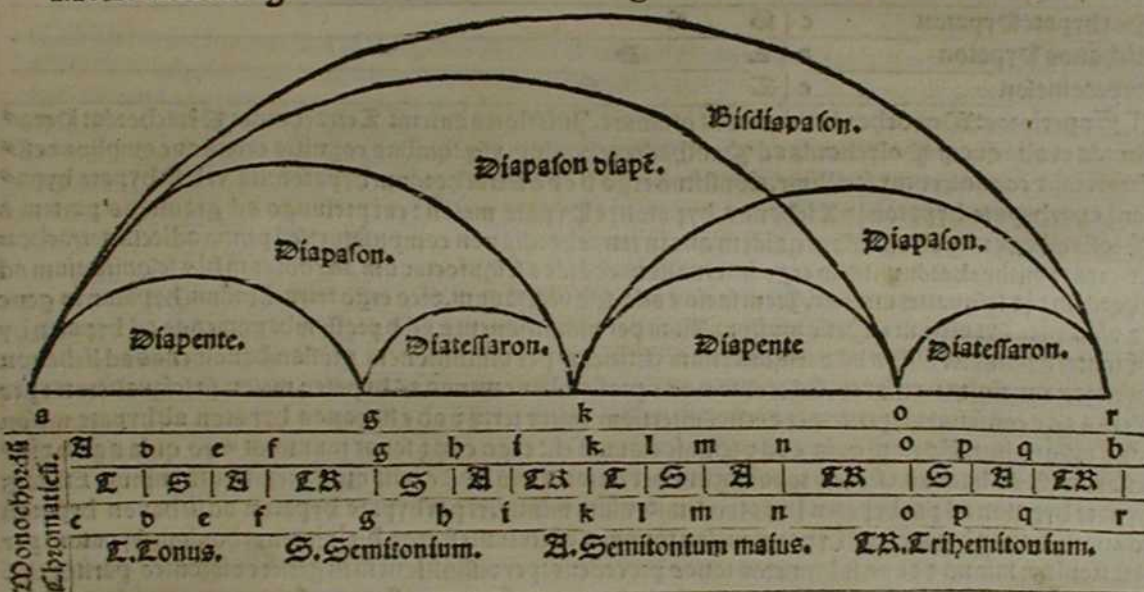
Quanta instrumenta musices plurima reperiatur ut Cithare: Tibie: Tuba: Litui: Multisforatiles: Flutule: Dextre: Leue: Simples: Duplices: in quibus vno spiritu animandis ut inquit Apuleius, fertur Diagulis Lydorum rex Marsius pater primus in canendo manus discapedinasse: preterea ut Pelte: Lora: daciste. Sambuci: Hydraule. Habille: Psalteria: Magades: Barbiti: Haula. Pentades: Cornua: Heptagona. Mele: Testudo: Barbat: Plectra: Monochorda: Tetrachorda: Polychora: et cetera id genus musica instrumenta. Placuit tamen philosophis in Monochordis: Tetrachordis: atque Polychoris monstrandis: ceterorum nos intelligere rationem: atque compositionem. quo circa ut de Monochordorum et Tetrachordorum compositione intelligemus: ita de reliquis est intelligendum. nunc ergo ad Monochordis regularis nos ostensionem conuertamus.

Monochordi diatonici.	A	B	C	D	E	F	G	H	I	K	L	M	N	O	P	Q	R
	c	d	e	f	g	a	b	c	d	e	f	g	a	b	c	d	e
	Tonus								Semitonium minus								

Monochordi igitur regularis idcirco dicitur quod in vincto nervo musice consonantie harmonica regula peruestigetur. Sit ergo a b chorda in qua volumus in diatonico genere consonantias regulariter collocare.

Accipio e planissimam regulam: nullaq; ex parte subsultantem: equalem linee a b. et per prismam et decimā octauam secundū huius ab c in d intendo tonum: et ab d in e semitonium minus. et ab e in f et f in g intendo duos tonos. et ab g in h semitonium minus. ab h in i et i in k duos tonos. Rursus ab k in l tonum. et ab l in m semitonium minus. ab m in n et n in o duos tonos. ab o in p semitonium. ab p in q et q in r duos tonos. Ita q; continue semitono minori subiuncti sint duo toni: demptis c d qui p proslabanomeno primo semitono prepositus est tonus: et k l tono qui tetrachordi diezeugmeni hoc est disuncti principium est. Rursum applico totam regulam harmonicam c r toti chorde a b. Ita ut c sit cum a | et r cum b. et in chorde a b ubi applicantur d | e | f | g | et relique sectionum regule note: signo d | e | f | g | h | i | k | l | m | n | o | p | q. et dico monochordum a b esse in genere diatonico regulariter diuisum. Quoniam enim sua interualla interuallis regule c r respondent: euaduntq; equalia a b et d b sonat tonum et d b et e b semitonium: et iterum e b et f b tonum cōtinet. igitur a b et f b duos tonos et semitonium minus continens: per sextam tertij consonat diatessaron. Et quia f b et g b ut in regula continet tonum. et g b et h b semitonium minus. et h b et i b. et i b et k b duos tonos. ergo per decimam tertij f b et k b tres tonos semitoniumq; minus continens concinit diapente. Sed et monstratum est a b et f b modulari diatessaron: consonat diapason. Rursus k b et l b sonat tonum | l b et m b semitonium minus m b et n b et o b duos tonos: quare k b et o b tres tonos et semitonium minus cōtinens: per decimam tertij consonat diapente. Sed a b et k b monstrata est diapason consonantia: ergo a b et o b consonat diapason ac diapente. Preterea quia o b et p b semitonium est et p b et q b et b duo toni: ergo o b et b cōcinat diatessaron. k b igitur et b exdiapente: diatessaronq; constans: per vicesimam tertij consonat diapason. At vero a b et k b itidem monstratum est concinere diapason. ergo a b et b concinunt bis diapason. Et quia hec monochordi partitio per semitonium et duos tonos facta processit: et eque modo monstrate sunt consonantie harmonice regule suffragio peruestigate: ergo monochordi regularis partitio in genere diatonico per diffinitionem monstrata est. quod est propositum.

Monochordi regularis constitutionem: in genere chromatico declarare.



T In omni Monochordo: atq; Polychordo hec obseruatur proprietas vt octaua modo nota: modo chor-
da prime: 2 decimaquinta octaua: in consonantia diapason recrepet. et vbicq; pro proslambanomeno presungit
tur tonus: interferiturq; vbicq; inter mesen atq; paramesen pro concentu distincto tonus. hoc est in monochor-
dis a prima nota in secundam et ab octaua in nonam collocatur tonus. Sit ergo a b vt prius chorda in qua
volumus consonantias in genere chromatico regulariter reperire. capio c r regulam planissimam et illi assigna-
te chorde equam. facioq; per primam secundam huius c d tonum: et per decimam octauam eiusdem d e semito-
num minus: 2 iterum per primam d f toni intervallum. erit ergo c f semitonium maius: et d e et e f duo semito-
nia: sed 2 ab f ad g metior tonum 2 semitonium minus: que equa erit trihemitonio: et g h et h i facio duo semi-
tonia: minus scilicet atq; maius 2 i k extendo ad tonum 2 semitonium minus. Simili quoq; pacto k l fiat tonus: 2
l m n duo semitonia: et n o trihemitonium. 2 iterum o p q duo semitonia: q r vero trihemitonium. Et regulam
hoc pacto diuisam applico et equo linee a b: et in linea a b signo cōsimiles 2 cōsimilibus distantis notas:
scilicet a b c d e f g h i k l m n o p q r b. quo peracto disco lineam a b esse regulariter in melodia chromatica di-
uisam. Itā c donus 2 d f tonus 2 f g tonus 2 semitonium minus. quare a 2 g continent tres tonos 2 semitonium
minus. ergo per decimam tertiam ad g consonat diapente. 2 quia g h i continet tonum: 2 i k trihemitonium: igitur
g ad k duos tonos 2 semitonium minus continens per sextam tertiam modulatur diatessaron. sed et a g probata
est diapente: ergo a k consonans et a g et g k diapente 2 diatessaron per vicesimam tertiam cōchuit diapason. Et peni-
tus eadem ratione probaueris k o consonare diapente: et k b diapason. quare a o diapason ac diapente 2 a b
recrepabit bis diapason: quam consonantiam nos transcendere Pythagoricorum vetat auctoritas. qui tamē
volet ulterius consicendere ex his que iam demonstrata sunt 2 que postea demonstranda suscipientur: facile

conscendat. Et cum iam monstrata partitio per semitonium et semitonium et tritonium processerit: nisi ubi integer adiectus est tonus ut tum diapason: tum concitus disjuncti seruetur proprietas. Patet ergo ex diffinitione factum esse quod in chromatico genere proponebatur faciendum atque propositum.

Idem: in enarmonico genere regulariter ostendere.

Monochordum Enarmonicum.														b	
E	D	D	EE	D	D	EE	E	D	D	EE	D	D	EE		
c	d	e	f	g	b	i	k	l	m	n	o	p	q	r	
D. Diesis tetrarteria.							EE. Tritonus.								

C Sit ut prius chorda a b et c regula eidem ut in ceteris equa: ab puncto c ad d extendo tonum: et ab d ad f semitonium minus: et spacium d f partior in equalia per notam e, eruntque d e f due dieses, et f g facio duos tonos: qui ditonum implent, g h i ut prius duas dieses, i k ditonum, k l tonum, l m n duas dieses, n o ditonum, o p q duas dieses, et q r ditonum, quam regulam hoc pacto partitam equaliter applico lineae a b: et si miles notas: equaliaque intervalla in linea a b designo per medias inter a et b litteras d[e] f[g] h[i] k[l] m[n] o[p] q[r], et quia a d tonus: et d e f due dieses semitonium minus implentes: et f g ditonus: ergo a g tres toni et semitonium minus per decimam tertiam sonant diapente, sed et g h i due dieses et i k ditonus duos tonos et semitonium minus continentes: per sextam tertiam sunt diatessaron, igitur ut prius per vicesimam tertiam a k continet diapason, et hoc pacto monstratur k o continere diapente et k b diapason: quare a o consonare diapason ac diapente: et a ad b consonare bis diapason, et quia hec modulationis progressio per duas dieses et ditonum procedit: constat per diffinitionem monochordum enarmonicum regulariter esse partitum: in eoque musicas situatas esse consonantias et propositum.

Tetrachordum hypaton: in diatonico melo dividere.

Proslambanomenos	A	A
Hypate Hypaton	b	E B
Parhypate Hypaton	c	S E
Lichanos Hypaton	d	E D
Hypate Meson	e	E E

C Superiores: Monochorda docuerunt ordinare. Inferiores autem: Tetrachorda: Pétachorda: Dera- chorda et alia queque Polychorda ad Penthadechordum usque: quibus cognitis cetera que amplius desiderarentur cognoscuntur facillime. Constituo ergo b c d e tetrachordum hypaton: ita ut b sit hypate hypaton, c parhypate hypaton, d Lichanos hypaton, e hypate meson: cui preiungo ad gravitatis partem a Proslambanomenon chordam quidem que in tetrachordis non computatur: sed primo adiecta tetrachordum creat penthadechordum, facio ergo intervallum choerde a sesquioctavum ad chordam b, et sesquitercium ad chordam d, et sesquialterum ad e. Item facio c ad d sesquioctavum, dico ergo tetrachordum hypaton in genere diatonico (ut dictum est) esse divisum. Nam per diffinitionem a ad b proslambanomenos ad hypaten hypaton: erit tonus, et quia a ad d sesquitercium est: itidem per diffinitionem proslambanomenos ad lichanon hypaton concinit diatessaron, sed et cum a ad e proslambanomenos ad hypaten meson sit sesquialterum: per idem a ad e consonat diapente, per decimam tertiam igitur tertium d ab e lichanos hypaton ab hypate meson tono disjungitur. Rursum quia c ad d sesquioctavum est: ergo c ad d sonat tonum, at vero quia a ad d diatessaron est: et a b tonus est: et c d tonus: igitur per sextam tertiam b ad c relinquitur semitonium minus. Est itaque hypate hypaton ad parhypaten hypaton semitonium minus, et parhypate hypaton ad lichanon hypaton tonus: lichanos hypaton ad hypaten meson tonus. Constitutum est ergo b c d e tetrachordum hypaton: per semitonium minus et duos subunctos tonos procedens: per diffinitionem in genere diatonico pariter aliquid tetrachordum a b c d e. Sed incidit dubitatio forsitan: cur nostra tempestate musici duos tonos ad tetrachordum partem seriam gravemque prelocant: nos autem solum tonum qui est proslambanomeni atque hypates hypaton: responsio perula in promptu est: musicos nostra tempestate proslambanomeno alteram choros distantem prefixisse et id primum memorant Gregorium fecisse.

In eodem diatonico melo: tetrachordum meson subiungere, & in octochordo: a proslambanomeno in meson: diapason contineri.

Proslambanomenos	A	A
Hypate Hypaton	b	E B
Parhypate Hypaton	c	S E
Lichanos Hypaton	d	E D
Hypate Meson	e	E E
Parhypate Meson	f	S F
Lichanos Meson	g	E G
Mese	h	E H

C Sit e f g h tetrachordum meson, facio e sesquitercium ad h, et g sesquioctavum ad h, et f sesquioctavum ad g: erit ergo per diffinitionem e ad h hypate meson ad meson diatessaron, et quia g ad h tonus et similiter

f ad g tonus. nam utrumque ex sesquioctava proportionem nascitur. ergo per sextam tertij e ad f erit semitonium minus. est itaq; e|f|g|h tetrachordum meson per semitonium minus et duos tonos procedens in genere diatonico divisum. et quia a e proslambanomenos et hypate meson in precedenti monstrata sunt consonare diapente: et in presenti e h hypate meson et mese diatessaron. ergo per vicepsimam tertij: proslambanomenos ad meson consonat diapason. continet igitur octochordum a|b|c|d|e|f|g|h consonantiam diapason. quod est totum propositum.

Preposito octochordo: in eodem genere tetrachordum disjunctarum submittere. & dodecachordum diapason ac diapente continere.

Proslambanomenos	A	A
Hypate hypaton	b	b
Parhypate hypaton	c	c
Lichanos hypaton	d	d
Hypate meson	e	e
Parhypate meson	f	f
Lichanos meson	g	g
Mese	h	h
Paramese diezeugmenon	k	Trite conjunctarum k
Trite diezeugmenon	l	Paranete conjunctarum l
Paranete diezeugmenon	m	Nete conjunctarum m
Nete diezeugmenon	n	n

¶ Sit k l m n tetrachordum diezeugmenon quot et disjunctarum dicitur. facio h ad k meson ad paramesen disjunctarum sesquioctava. et ad m paraneten disjunctarum sesquitercia. ad n vero netem disjunctarum sesquialtera. deinde l ad m triten ad paranetem facio sesquioctavam: sic ergo mese ad paranetem disjunctarum concinit diatessaron. et ad netem diapente. Est ergo per decimam tertiam tertij m ad n paranetes ad netem toni intervalum. et l ad m trites diezeugmenon ad paranetem similiter tonus est. sed et cum mese ad paranetem consonet diatessaron et l ad m sit tonus et similiter h ad k tonus: ergo per sextam tertij k ad l erit semitonium minus. erit itaq; paramese ad triten diezeugmenon semitonium minus: trite ad paraneten tonus: et paranete ad netem diezeugmenon consimiliter tonus. quare tetrachordum disjunctarum superiori octochordo in diatonico genere subiunctum est. Et cum precedens monstraverit a h esse diapason et presens h n esse diapente: igitur a n proslambanomenos et nete diezeugmenon in dodecachordo a b c n continent diapason ac diapente. Ad si in molliori canendi modo: tetrachordum a chorda mese conjunctum partiri: constituereq; volumus: si id tetrachordum h k l m: que sunt mese trite synzeugmenon paranete synzeugmenon nete synzeugmenon: facioq; mesen ad netem synzeugmenon sesquitercia. quare et concinentem diatessaron et l ad m paranetem synzeugmenon ad netem tono distantem pariter et k ad l tono. erit ergo per sextam tertij h ad k meson ad triten synzeugmenon semitonij minoris intervalum et k l et l m duo toni et tetrachordum synzeugmenon hoc est disjunctarum in genere diatonico divisum.

Tetrachordum hyperboleon in eodem diatonico genere predictis copulare: et in pentadecachordo: bis diapason consonantiam compleri.

A re	Proslambanomenos	A	A
b mi	Hypate hypaton	b	b
c faut	Parhypate hypaton	c	c
d solre	Lichanos hypaton	d	d
e lamí	Hypate meson	e	e
f faut	Parhypate meson	f	f
g solreut	Lichanos meson	g	g
a lamire	Mese	h	h
b mi	Paramese diezeugmenon	k	b fa Trite syn. k
c solfaut	Trite diezeugmenon	l	c solfaut Paranete syn. l
d la solre	Paranete diezeugmenon	m	d la solre Nete syn. m
e lamí	Nete	n	n
f faut	Trite hyperboleon	o	o
g solreut	Paranete hyperboleon	p	p
a lamire	Nete hyperboleon	q	q

Tetrachordū hypaton							Tetrachordū diezeugmenō							
Lo.	Semi.	Lo.	Lo.	Semi.	Lo.	Lo.	Lo.	Semi.	Lo.	Lo.	Semi.	Lo.	Lo.	
A	b	c	d	e	f	g	h	k	l	m	n	o	p	q
Tetrachordū meson							Tetrachordum hyperboleon							

¶ Sit n o p q tetrachordum hyperboleon facio vt in prioribus n neten diezeugmenon ad q netē hyperboleon sesquiterciam: et idcirco ad eam concinentem diatessaron. et p ad q facio toni interuallum. et o ad p itidē toni interuallum. per sextam tertij n ad o erit semitonium minus. Est ergo tetrachordum hyperboleon n o p q ex semitonio minore duobus subiunctis tonis in genere diatonico dimensum. sed et per precedētem h mese ad n neten diezeugmenon consonat diapente: ergo h ad q mese ad neten hyperboleon ex consonantia diapente et diatessaron constans: consonat diapasōn. ergo a ad q proslambanomenos ad netē hyperboleon consonabit bis diapasōn. et cum totum polychordum a q omnino quindecim perficiatur chordis: in pentadecachordo et in genere diatonico constitutum est: bis diapasōn. quod est totum propositum.

Pentadecachordi in diatonica melodia constituti: numeros reperire.

8

Proslambanomenos	A	9	2 1 6	1 7 2 8	1 3 8 2 4	
Hypate hypaton	b	8	1 9 2	2 5 3 6	1 2 2 8 8	Tonus
Parhypate hypaton	c			1 4 5 8	1 1 6 6 4	Semi. minus
Lichanos hypaton	d		1 6 2	1 2 9 6	1 0 3 6 8	Tonus
Hypate meson	e		1 4 4	1 1 5 2	9 2 1 6	Tonus
Parhypate meson	f				8 7 4 8	Semi. minus
Lichanos meson	g			9 7 2	7 7 7 6	Tonus
Mese	h		1 0 8	8 6 4	6 9 1 2	Tonus
Paramese diezeugmenon	k			7 6 8	6 1 4 4	Tonus
Trite diezeugmenon	l			7 2 9	5 8 3 2	Semi. minus
Paranete diezeugmenon	m		8 1	6 4 8	5 1 8 4	Tonus
Nete diezeugmenon	n		7 2	5 7 6	4 6 0 8	Tonus
Trite hyperboleon	o				4 3 7 4	Semi. minus
Paranete hyperboleon	p			4 8 6	3 8 8 8	Tonus
Nete hyperboleon	q		5 4	4 3 2	3 4 5 6	Tonus
		pm ^o	secus	tertius	quart ^o loc ^o	

¶ Numeri qui in musica disciplina precipue desiderantur: sunt duplares: triplares: quadruplares: he miolij: epitritij: epogdoi: hoc est dupli: tripli: quadrupli: sesquialteri: sesquitercij: et sesquioctauj. quo circa si desideras cognoscere ad quem numerum numerus maior est duplus. ipsum partire per duo. Ad quem triplus partire per tria. Ad quem quadruplus partire per quattuor. Ad quem sesquialter partire per tria et tertiam auge per duo. Ad quem sesquitercius partire per quattuor et quartam auge per tria. Ad quem sesquioctauus partire per nouem et nonam auge per octo. Et numeri: per octauam secundi Arithmetices vbique surgent periti: si maior duplus: triplus: quadruplus: sesquialter: sesquitercius: aut sesquioctauus est. ¶ Et si rursus cognoscere desideras quem numerus minor duplum habet: ipsum auge per duo. Quem triplum: auge per tria. Quem quadruplum: auge per quattuor. Quem sesquialterum: partire per duo et illi medietatem adde. Quem sesquitercium: partire per tria: et tertiam adde. Quem sesquioctauum: partire per octo: et octauam adde. Et statim per eandem octauam et definitiones cognosces peritum. ¶ Sed nunc ad monstrandum propositum nos conuertamus. Sit pentadecachordum in diatonico genere modo repertum: cuius numeri queruntur: a b c d e f g h i k l m n o p q. duco in seinuicem duo: tria: quattuor: et minimos toni: hoc est viginti quattuor in 9 et 8 minimos terminos toni et veniant in secundo loco a b que per septimam secundi Arithmetices sunt in proportionē sesquioctaua: et continentia tonum. capio sesquitercium numeri a: sitq; d: et sesquialterum qui sit e et subduplum qui sit h. Rursum sumo sesquitercium numeri h qui sit m et sesquialterum qui sit n et eius subduplum qui sit q. quia a ad b est diatessaron et a ad e diapente: ergo per decimam tertiam tertij d ad e tonus est et eadem quoque ratione ad n tonus. Et si d octauam partem haberet ea eidem adiecta facerem e sesquioctauum ad d: et cō continentia tonum. modo autem quia d comperitur octaua parte carere: augeo a b d e h m n q per octo: surgantq; tertio loco a b d e h m n q: qui numeri per eandē septimā adinuicē eandē seruabūt proportionē: quā et numeri secundo loco positi. quia ergo d tertio loco positus habet octauam: ea igitur adiecta ad d fiat e: et itaq; e ad d sesquioctauus atq; cum eo tonum continens. itidem adiecta octaua parte h ad h fiat g. et octaua parte m

ad m fiat l. et octava q. ad q fiat p. eruntque idēdem g ad h l ad m et p ad q sesquioctavi et numeri tonorum. et h comperitur habere nonam partem: illam augeo per octo et veniat k: eritque h ad k per octavam secundā Arithmeticē sesquioctavus. Et si g octavam partem haberet facerem f sesquioctavum ad g. At vero quoniam ea caret: augeo omnes numeros tertio loco repositos per octo et exurgant in quarto loco a b c d e g h k. In n p q: qui per eandem septimam erunt in eisdem habitudinibus et numeri tertij loci. adiecta igitur octava eius parte ad g facio f. et octava parte ad p facio o. dico ergo numeros quarto loco constitutos esse numeros pentadecachordi. Nam a ad b est diatessaron. et a ad b tonus: et c ad d tonus. ergo per sextam tertij b ad c semitonium minus. et quia a h est diatessaron et a e diapente: ergo per vicesimam tertij e h est diatessaron et g h et f g monstrati sunt sesquioctavi atque toni. ergo per sextam tertij e f est semitonium minus. et eodem pacto ostendas: k l et n o esse semitonia minora: et ceteri adinvicem sunt cogniti toni. Igitur pentadecachordi diatonici numeri sunt repositi. Est enim numerus proslambanomeni ad numerum hypates hypaton tonus: et hypates hypaton ad parhypaten hypaton semitonium minus. parhypates hypaton ad lichanon hypaton: et lichani ad hypaten meson: duo toni. hypates meson ad parhypaten meson semitonium minus. parhypates meson ad lichanon meson: et lichani ad meson: et meson ad paramesen disjunctarum: tres toni. parameses ad triten semitonium minus. trites ad paranetes: et paranetes ad neten: duo toni. Netes ad triten hyperboleon semitonium minus. trites ad paraneten et paranetes ad neten duo toni. Est igitur notum propositum.

Tres diatonice diatessaron consonantie species a proslambanomeno ad parhypaten meson concipiunt. & quattuor diapente species a proslambanomeno ad triten diezeugmenon. septem vero diatessaron species inter proslambanomenon & paraneten hyperboleon.

	Species diatessaron				Species diapente				Species diatessaron						
	prima	secunda	tertia	quarta	prima	secunda	tertia	quarta	prima	secunda	tertia	quarta	quinta	sexta	septima
Proslamba.	A	pma	scda	tertia	pma	scda	tertia	qarta	pma	scda	tertia	qarta	qinta	sexta	septia
Hypate hyp.	b	Lo.	o	o	Lo.	o	o	o	Lo.	o	o	o	o	o	o
Parhyp. hyp.	c	Se.	Se.	o	Se.	o	o	o	Se.	Se.	o	o	o	o	o
Licha. hypa.	d	Lo.	ton ^o	ton ^o	Lo.	ton ^o	o	o	Lo.	ton ^o	ton ^o	o	o	o	o
Hypate meson	e		ton ^o	ton ^o	Lo.	ton ^o	o	o	Lo.	ton ^o	ton ^o	ton ^o	o	o	o
Parhyp. me.	f		Se.		Se.	Se.	o		Se.	Se.	Se.	Se.	Se.	o	o
Licha. meson	g				ton ^o	ton ^o	ton ^o		Lo.	ton ^o	ton ^o	ton ^o	ton ^o	ton ^o	o
Mese	h					ton ^o	ton ^o		Lo.	ton ^o	ton ^o	ton ^o	ton ^o	ton ^o	tonus
Para. diezeu.	k					ton ^o	ton ^o			ton ^o	ton ^o	ton ^o	ton ^o	ton ^o	tonus
Trite diezeu.	l						Se.				Se.	Se.	Se.	Se.	Se.
Para. diezeu.	m											ton ^o	ton ^o	ton ^o	tonus
Nete diezeu.	n												ton ^o	ton ^o	tonus
Trite hyper.	o													Se.	Se.
Para. hyper.	p														tonus
Nete hyper.	q														

Prima species diatessaron tono semitonio minore atque tono constat. Secunda semitonio et duobus tonis. Tertia duobus tonis et sequente semitonio. Prima species diapente est que constat ex tono semitonio minore et duobus tonis. Secunda duobus tonis semitonio atque tono. Tertia semitonio et tribus tonis. Quarta tribus tonis et semitonio. Prima species diatessaron est que constat ex tono semitonio minore et duobus tonis semitonio minore atque duobus tonis. Secunda semitonio duobus tonis semitonio et tribus tonis. Tertia duobus tonis semitonio tribus tonis atque semitonio. Quarta tono semitonio tribus tonis semitonio atque tono. Quinta semitonio tribus tonis semitonio duobus tonis. Sexta tribus tonis semitonio duobus tonis semitonio. Septima duobus tonis semitonio duobus tonis semitonio atque tono. Et itaque per diffinitionem prima diatessaron species a proslambanomeno in lichanon hypaton. Nam proslambanomenos ad hypaten hypaton tonus est: et hypate hypaton ad parhypaten hypaton semitonium minus est: parhypate vero hypaton ad lichanon hypaton tonus. et itidem per diffinitionem secunda diatessaron species ab hypate hypaton in hypaten meson reperietur. et tertia a parhypate hypaton in parhypaten meson. Species vero diapente hoc pacto per diffinitiones sumentur. Prima a proslambanomeno in hypaten meson. Secunda a parhypate hypaten in lichanon meson. Tertia ab hypate meson in paramesen diezeugmenon. Et quarta a parhypate meson in triten diezeugmenon. Et septem species diatessaron consimiliter per diffinitiones querentur. Prima a proslambanomeno in meson. Secunda a parhypate hypaton in paramesen diezeugmenon. Tertia a parhypate hypaton in triten diezeugmenon. Quarta a lichano hypaton in paraneten diezeugmenon. Quinta ab hypate meson in neten diezeugmenon. Sexta a parhypate meson in triten hyperboleon. Septima vero a lichano meson in paraneten hyperboleon. sed hec cognitu facilis sunt: inspecta diligenter superiore figura.

Chromaticum principalium tetrachordum: constituere.

Proslambanomenos	A	A
Hypate hypaton	b	Tonus b
Parhypate hypaton	c	Semi.minus c
Lichanos hypaton	d	Apotome d
Hypate meson	e	Trisemitonium e

Chromata apud Lacedemonios induxit olim Timotheus milesius molliorem cantum superiore diatónico: in quo canendi modo hic tetrachordum hypaton querimus. Sit ergo b c d e tetrachordum ad hypatas in chromatico melo constituendas assignatum. prepono chordam a: que sit proslambanomenos: quam facio sesquioctauam ad b hypaten hypaton primam tetrachordi constituendi chordam: deinde facio a sesquialteram ad e hypaten meson: eritque ut in omnibus a ad b tonus: et a ad e diapente. deinde facio b ad c semitonium minus et b ad d tonum. erit ergo c ad d apotome. et quia per decimam tertij dempto a b tono ab a e consonantia diapente: relinquitur diatessaron. ergo b e modulabitur diatessaron. Sed cum per sextam diatessaron ex duobus tonis et semitonio minore constet et b c et c d simul sint tonus: ergo d e continet tonum et semitonium minus. est igitur d e trisemitonium. Cum ergo b c hypate hypaton et parhypate hypaton sit semitonium minus. et c d parhypate hypaton et lichanos hypaton sit semitonium minus et d e lichanos hypaton et hypate meson trisemitonium ut monstratum est. constat ergo per definitionem tetrachordum b c d e in genere chromatico esse constitutum. idem enim trisemitonium et trisemitonium dicimus.

Chromaticum tetrachordum meson: subiungere.

Proslambanomenos	A	A
Hypate hypaton	b	Tonus b
Parhypate hypaton	c	Semi.minus c
Lichanos Hypaton	d	Apotome d
Hypate Meson	e	Trisemitonium e
Parhypate Meson	f	Semi.minus f
Lichanos Meson	g	Apotome g
Mese	h	Trisemitonium h

Sint pro tetrachordo meson in genere chromatico constituendo e f g h: facio a ad h duplam et consequentem diapasón. et e ad f semitonium minus et idem e ad g facio tonum. erit ergo f ad g apotome. sed cum a ad e monstrata sit consonantia diapente. ea igitur substracta ab a h consonantia diapasón: per vicesimam secundam tertij relinquitur diatessaron. Est ergo e ad h hypate meson ad meson diatessaron. et cum diatessaron duos tonos et semitonium minus impleat: et e g sit tonus ergo g h continet tonum et semitonium minus. erit ergo g h trisemitonium: erit igitur e f g h ex duobus semitonij e f et f g: et trisemitonio g h constitutum in genere chromatico tetrachordum. quod erat monstrandum.

Reliqua duo tetrachorda: in eodem genere predictis adicere. & in pentadecachordo do consonantiam bis diapasón collocare.

Proslambanomenos	A	A
Hypate hypaton	b	Tonus b
Parhypate hypaton	c	Semi.minus c
Lichanos hypaton	d	Apotome d
Hypate meson	e	Trisemitonium e
Parhypate meson	f	Semi.minus f
Lichanos meson	g	Apotome g
Mese	h	Trisemitonium h
Paramese diezeugmenon	k	Tonus Trite syn. Semi.minus k
Trite diezeugmenon	l	Semi.m. Paranete syn. Apotome l
Paranete diezeugmenon	m	Apotome Rete syn. Trisemitonium m
Rete diezeugmenon	n	Trisemitonium n
Trite hyperboleon	o	Semi.minus o
Paranete hyperboleon	p	Apotome p
Rete hyperboleon	q	Trisemitonium q

Sint pro reliquis tetrachordis complendis kl m n o p q: quia tetrachordum meson disunctum est a tetrachordo netarum diezuegmenon: idcirco facio meson ad paramesen diezuegmenon distantiam esse tonum. et meson ad neten diezuegmenon facio consonare diapente. et ad neten hyperboleon diapason. et tetrachordum kl m n partio: ut tetrachordum hypaton. tetrachordum vero n o p q partio: ut in precedenti tetrachordum meson eritque utriusque id genere chromatico diuisum. et quia a ad h cognita est esse diapason: et h ad q ita dem diapason. ergo a ad q consonabit bis diapason. Quod cum quindecim vocibus atque chordis contentum sit: constat effectum esse id quod erat propositum. Sed si kl m facias tetrachordum synzeugmenon ipsum paritatis ut tetrachordum chromaticum meson: et facile factum intuebere propositum.

13

Chromatici pentadecachordi numeros assignare.

Proslambanomenos	A		2 5 9 2	5 9 7 1 9 6 8	
Hypate hypaton	b	2 5 6	2 3 0 4	5 3 0 8 4 1 6	Tonus
Parhypate hypaton	c	2 4 3	2 1 8 7	5 0 3 8 8 4 8	Semi. minus
Lichanos hypaton	d		2 0 4 8	4 7 1 8 5 9 2	Semi. maius
Hypate meson	e		1 7 2 8	3 9 8 1 3 1 2	Trisemitonium
Parhypate Meson	f			3 7 7 9 1 3 6	Semi. minus
Lichanos Meson	g			3 5 3 8 9 4 4	Semi. maius
Mese	h		1 2 9 6	2 9 8 5 9 8 4	Trisemitonium
Paramese diezuegmenon	k		1 1 5 2	2 6 5 4 2 0 8	Tonus
Trite diezuegmenon	l			2 5 1 9 4 2 4	Semi. minus
Paranete diezuegmenon	m			2 3 5 9 2 9 6	Semi. maius
Nete diezuegmenon	n		9 6 4	2 2 2 1 0 5 6	Trisemitonium
Trite hyperboleon	o			2 1 0 8 2 6 8	Semi. minus
Paranete hyperboleon	p			1 9 7 4 2 7 2	Semi. maius
Nete hyperboleon	q		6 4 8	1 4 9 2 9 9 2	Trisemitonium

Sint b et c minimi numeri semitonij minoris per decimam octauam secundi huius reperi. quia b nona parte caret: augeo b et c per nouem et veniant b et c in secundo loco. quoniam igitur in secundo loco b nona partem habet: eam augeo per octo et fiat d. tunc b ad d per septimam secundi Arithmetices erit sesquialtera octaua. quare b d continentia tonum. et b et c per eandem est semitonium minus. ergo c d est apotome. Rursum quia b habet octauam addito eidem suam octaua et fiat a: eritque a ad b sesquialtera atque tonus et quoniam a habet tertiam facio a ad e sesquialterum. et quia habet secundam facio itidem a duplum ad h. Deperio item h habere nonam tertiam et secundam. facio igitur h sesquialterum ad k: sesquialterum ad n et duplum ad q. quo facto duco b secundi loci in a b c d e h k n q et veniant in tertio loco a b c d e h k n q. Deinde duco c d secundi loci in e secundi et veniant f g et in k et veniant l m et in n et veniant o p in tertio loco. eritque per septimam et octauam secundi Arithmetices numeri pentadecachordi chromatici in tertio loco assignati. Nam a b erit tonus et b c semitonium minus et c d apotome. et quia a ad e est sesquialtera: a et e sunt numeri diapente. et a b numeri toni. dempto igitur a b tono relinquitur b c diatessaron. et b c et c d simul sunt tonus igitur per sextam tertij d e sunt trisemitonium. Et a h est diapason et a e diapente. igitur e h est diatessaron. et per octauam secundi Arithmetices e f et f g sunt semitonium minus et apotome. igitur g h est trisemitonium et consimiliter monstrabis h k esse tonum kl et lm duo semitonija et m n trisemitonium n o p duo semitonija et p q trisemitonium. clarum igitur euadit propositum.

14

Modorum diatonici et chromatis parhypate parhypatis: paramese paramesis: atque trite tritis correspondent.

Nam in utrisque generibus hypate ad parhypatas semitonij minoris obseruant intervalum. et mese ad paramesas tonum. et trite ad tritas minus semitonium. est igitur notum illas voculas in utroque canendi modo sibi inuicem respondere. et non modo id verum sit: sed et hypate hypatis et mese mesis et nete netis corresponsent. Nam utrobique proslambanomeni ad hypatas hypaton concinant tonum. et ad hypatas meson diapente. ad mesas diapason. ad netas disunctarum diapason ac diapente. et ad netas hyperboleon bis diapason. Est ergo quod proponebatur et amplius: facile cognitum.

Proslambanomenos	A	A	
Hypate hypaton	b	Tonus	b
Parhypate hypaton	c	Diesis	c
Lichanos hypaton	d	Diesis	d
Hypate meson	e	Ditonus	e
Parhypate meson	f	Diesis	f
Lichanos meson	g	Diesis	g
Mese	h	Ditonus	h
Paramese diezeugmenon	k	Tonus	Erste syn. diesis k
Trite diezeugmenon	l	Diesis	Paranete syn. diesis l
Paranete diezeugmenon	m	Diesis	Mete syn. ditonus m
Mete diezeugmenon	n	Ditonus	n
Trite hyperboleon	o	Diesis	o
Paranete hyperboleon	p	Diesis	p
Mete hyperboleon	q	Ditonus	q

Huius compositio perfacilis est. facio enim ut in ceteris precedentibus a ad b intervallum toni. et a ad e diapente. et b ad d facio semitonium minus. et diuido chordam c in medio differentie b ad d erit ergo b ad c diesis tetrarteria atque quadrupartialis pariter et c ad d diesis. sed per quartam secundam huius hec latior illa vero contractior: neque per tricesimam secundam eiusdem semitonium minus in duo equa certo: constitutoque numero diuidi potest. et a ad e diapente. substracto igitur a b tono relinquitur b ad e esse diatessaron. et cum diatessaron semitonium minus et duos tonos complectatur: et b ad d sit semitonium minus: relinquitur igitur d ad e esse ditonus. erit igitur b c d e hypates hypaton parhypates hypaton lichanos hypaton et hypates meson tetrachordum: per b c e d et d c diesim et diesim et ditoni procedens per diffinitionem in enarmonico genere diuisum. Similiter constituas e f g h tetrachordum meson faciendo a ad h diapason. et e ad g semitonium minus. et partiendo mediam differentiam per f ita ut e f et f g sint due dieses. Nam ab a h consonantia diapason subducta a e consonantia diapente: relinquitur e h esse diatessaron. et cum e g sit semitonium minus: igitur g h erit ditonus. et cum e f et f g sint due dieses et g h ditonus. ergo hec tetrachordi partitio in genere enarmonico facta conspicitur. Et facta h mese ad neten disjunctarum diapente: et ad neten hyperboleon diapason: et chorda mese a paramese tetrachordi disjunctarum tono disclusa: perinde ac proslambanomeno ab hypate hypaton: partieris tetrachordum disjunctarum k l m n ut b c d e tetrachordum hypaton. et tetrachordum n o p q hyperboleon excellentissimumque: ut e f g h tetrachordum meson. tetrachordum autem consonantarum h k l m partieris ut tetrachordum meson et id quodque facile est.

Pentadecachordi enarmonici numeros colligere.

Proslambanomenos	A	13824		13824	
Hypate hypaton	b	12288	Tonus	12288	Tonus
Parhypate hypaton	c	11664	Semi.minus	11976	Diesis
Lichanos hypaton	d	10368	Tonus	11664	Diesis
Hypate meson	e	9216	Tonus	9216	Ditonus
Parhypate meson	f	8748	Semi.minus	8982	Diesis
Lichanos meson	g	7776	Tonus	8748	Diesis
Mese	h	6912	Tonus	6912	Ditonus
Paramese diezeugmenon	k	6144	Tonus	6144	Tonus
Trite diezeugmenon	l	5832	Semi.minus	5988	Diesis
Paranete diezeugmenon	m	5184	Tonus	5832	Diesis
Mete diezeugmenon	n	4608	Tonus	4608	Ditonus
Trite hyperboleon	o	4374	Semi.minus	4491	Diesis
Paranete hyperboleon	p	3888	Tonus	4374	Diesis
Mete hyperboleon	q	3456	Tonus	3456	Ditonus

C Sint numeri a b c d e f g h i k l m n o p q in primo loco constituti numeri pentadecachordi diatonici per octauam huius reperti, pono iterum a b c d e f g h i k l m n o p q in secundo loco et in respondentibus locis rursum c in secundo loco transmutato ad d et f ad g et l ad m et o ad p. quibus ita in secundo loco dispositis: ex ipsis quidem in secundo loco capio differentiam b d et medietatem adiecto ad d et fiat c. Similiter differentiam e g et medietatem addo ad g et fiat f. et differentiam k m et medietatem adiecto ad m fiat l. et differentiam n o et medietatem adiecto ad o fiat p. dico a b c d e f g h i k l m n o p q numeros secundo loco positos esse numeros pentadecachordi enarmonici. Nam a b erit tonus, b c et c d due dieses constituentes semitonium minus b d, quod enim est b c in diatonico factum est b d in enarmonico et d e est ditonus. Nam quod est in diatonico c e est hic in enarmonico d e, at diatonice modulationis c e ditonus est. Nam continens c d tonum et d e tonum, et hoc pacto reperientur e g due dieses et g h ditonus, h i tonus: k l in due dieses: m n ditonus, n o p due dieses: p q ditonus. Sunt itaque collecti numeri pentadecachordi enarmonici quemadmodum propositum fuerat, quod est propositum.

- 17 Moddi diatonici parhypate hypaton: in enarmonica modulatione transit in lichanon: & parhypate meson in lichanon meson atque trite in paranetas.

C Id prospici statim promptum est. Nam in diatonico pentadecachordo a proslambanomeno ad hypaten hypaton incidit tonus, et ab hypate ad parhypaten hypaton semitonium minus, in enarmonico vero a proslambanomeno ad hypaten hypaton similiter incidit tonus, et ab hypate ad lichanon hypaton semitonium minus, diatonica igitur parhypate: in enarmonica modulatione permutatur: transitque in lichanon, et hoc pacto de reliquis ostenditur, quod et facile sensu deprehenditur: si in utroque emodulandi genere et diatonico et enarmonico proslambanomeni ponatur equisoni, tunc enim manifestum erit huius lichanos: illius parhypatis esse equisonos: unisonosque: pariter et huius paranetas: illius tritis esse equisonos.

- 18 Consentiant in tribus modulationum generibus: proslambanomeni: hypate principales: hypate medie: mese: paramese: nete: cum disiuncte: tum coniuncte atque excellentibus netis excellentes.

C Nam in tribus generibus per quartam: quintam: sextam: septimam: decimam: undecimam: duodecimam: et quintamdecimam huius proslambanomeni ad hypatas hypaton sonant tonum, et iidem ad hypatas meson sonant diapente, ad mesas diapason, ad netas disiunctas sonant diapason ac diapente, ad netas autem coniunctas dampno tono sonant diapason ac diatessaron, et ad netas excellentes: consonant ubilibet proslambanomeni bis diapason, consentiant igitur in tribus generibus que aduere sunt vocule, quod est propositum.

- 19 Que chorde mobiles queue immobiles in pentadecachordis existant: inuestigare.

Proslambanomeni	A	Stabiles	
Hypate hypaton	b	Stabiles	
Parhypate hypaton	c	Instabiles	
Lichanos hypaton	d	Instabiles	
Hypate meson	e	Stabiles	
Parhypate meson	f	Instabiles	
Lichanos meson	g	Instabiles	
Mese	h	Stabiles	
Paramese diezeugmenon	k	Stabiles	Trite synzeugmenon. Instabiles
Trite diezeugmenon	l	Instabiles	Paranete synzeugmenon. Instabiles
Paranete diezeugmenon	m	Instabiles	Nete synzeugmenon. Stabiles
Nete diezeugmenon	n	Stabiles	
Trite hyperboleon	o	Instabiles	
Paranete hyperboleon	p	Instabiles	
Nete hyperboleon	q	Stabiles	

C Chordas stabiles immobilesque vocamus: que in omni pentadecachordorum diuisione: eadem seruant intervalla: eandemque ad proslambanomenon habitudinem. Instabiles vero atque mobiles: que id non seruant, sic ergo stabiles ac instabiles reperiemus, cum enim per precedentem in tribus generibus consentiant proslambanomeni: principales hypate, medie hypate, mese, paramese, nete tum synzeugmene tum diezeugmene ac hyperboles: et eadem ut ex demonstratis iam patet seruent intervalla, erunt ergo proslambanomenos hypate hypaton: hypate meson: mese: paramese nete synzeugmenon: nete diezeugmenon: et nete hyperboleon: simpliciter immobiles atque firme. Sed cum decimaseptima huius monstrauerit parhypatas diatonice modulationis: in enarmonico melo transire permutarique in lichanos: et tritas in paranetas:

constat ergo reliquas a predictis esse mobiles: vt parhypaten hypaton | lichanon hypaton | parhypaten meson | lichanon meson | triten synzeugmenon | paraneten synzeugmenon | triten diezeugmenon | paranete diezeugmenon | triten hyperboleon | paranete hyperboleon. Id tamen animaduerti dignum est q̄ cum per decimam quartam huius parhypate et trite in diatonicis et chromaticis respondeant simillia possideant interuallat: eas non vsq̄ adeo (vt cetera sunt) esse instabiles. Et proinde partim mobiles | partimq̄ immobiles bono iure dici posse videntur.

In tetrachordis diatonicis ab hypate hypaton primo limite consonantiarum: ad quartum vsq̄ limitem ter diatessaron continetur sed semel dumtaxat in stabilibus: im- mobilibusq̄. Et ad quintum limitem idētidem ter diapente: semel in mobilibus: se- mel partim variabilis: et semel penitus inuariabilis atq̄ firma. Ad octauum vero se- pties consonabit diapason: ter in immobilibus: & quater in mobilibus.

Hypate hypa. et consequentes suis locis.

	Semi.	Ton ^o	Ton ^o	Semi.	Ton ^o	Ton ^o	Ton ^o	Semi.	Ton ^o	Ton ^o	Semi.	Ton ^o	Ton ^o
Stabiles	b		c			h	i		m			p	
Instabiles	c	d		f	g		k	l		n	o		

Cum dicitur a primo limite ad quartum vsq̄ limitem: quintum: ac octauum: primus limes non excluditur sed quartum: quintum: ac octauum excludi intelligimus. Sint ergo b c d e f vsq̄ ad p quattuor tetrachorda et b hypate hypaton: cetera vero consequentes. Dico primo ab b vsq̄ e ter contineri diatessaron: sed semel solum in immobilibus. Nam per quartam huius b ad c continet semitonium minus et c ad d tonum et d ad e tonum. ergo b ad e consonat diatessaron: eritq̄ b ad e prima diatessaron consonantia reperta. Et cum ostensum sit c ad d et d ad e esse duos tonos et per quintam huius e ad f sit semitonium minus: ergo c ad f consonat diatessaron. eritq̄ c ad f secunda diatessaron. Item monstratus est d ad e esse tonus et e ad f semitonium minus: et per quintam huius f ad g est tonus. ergo d ad g est diatessaron: eritq̄ d ad g tertia diatessaron. Sed cum prima harum trium que est b ad e sit ab hypate hypaton ad hypaten meson: quas monstrauit precedens stabiles immobilesq̄: et secunda ab c in f parhypate hypaton in parhypaten meson: et tertia ab d in g lichano hypaton in lichanon meson. et parhypate et lichane monstratae sunt mobiles. constat ergo ab b ad e ter diatessaron sed semel dumtaxat in stabilibus: immobilibusq̄ contineri. Secundo dico ab b hypate hypaton ad f vsq̄ parhypaten meson: solum ter contineri diapente. Nam per decimam tertij diapente tribus tonis semitonioq̄ minore constat. sed per quartam et quintam huius b ad f solum duos tonos et duo semitonio minora continet: que duo semitonio minora per 3 + secundi minus vno tono: commate restitunt. ergo vt b ad f diapente consonantiam compleat: plena deest apotome. non constituit ergo b ad f diapente. Item c ad g per quartam et quintam huius continet tres tonos qui sunt c ad d: d ad e: et e ad g: et vnum semitonium minus quod est e ad f. igitur per decimam tertij c ad g consonat diapente. eritq̄ c ad g prima diapente et per eandem d ad h continet tres tonos: qui sunt d ad e: e ad f: et f ad g: et semitonium minus e ad f. ergo d ad h consonat diapente: eritq̄ d ad h secunda diapente. et ab e ad i per quartam et sextam consimiliter continentur tres toni et semitonium minus. erit ergo e ad i tertia diapente. ter igitur ab b vsq̄ ad f continetur diapente. sed cum prima sit ab b parhypate hypaton in g lichanon meson. et parhypatas et lichanas monstrauerit decimanona huius esse mobiles. erit ergo c ad g prima diapente in mobilibus constituta. et cum secunda sit ab d lichano principalium in h meson: lichanos autem mobilis sit: et mese immobilis: secunda igitur diapente partim variabilis existit. Et cum tertia sit ab e hypate meson ad i paramesen que per eandem decimanonam stabiles monstratae sunt. erit igitur tertia diapente omnino stabilis atq̄ firma. Tertio dico ab b hypate hypaton vsq̄ ad i paramesen septies contineri diapason. sed solum ter in immobilibus: quater autem in mobilibus. Nam b ad i per quartam quintam et sextam huius continet quinq̄ tonos et duo semitonio minora. ergo per vicissimam primam tertij b ad i consonat diapason: eritq̄ b ad i prima diapason. Et per idem c ad k: d ad l: et e ad m: singule intercipiunt quinq̄ tonos et duo semitonio minora: erit ergo c ad k secunda diapason. et d ad l tertia. et e ad m quarta. sed per quartam: quintam: sextam atq̄ septimam simul f ad n similiter continebit quinq̄ tonos et duo semitonio minora. similiter et g ad o et h ad p. erit ergo quinta diapason f ad n. sexta g ad o. et septima h ad p. igitur ab b ad i vsq̄: continetur septies diapason. atq̄ si per manū prebent hypate hypaton et paramese diezeugmenon. et quartam hypate meson et nete diezeugmenon. et septimam mese et nete hyperboleon. hypatas autem mesas paramesas et netas monstrauit decima octaua immobiles atq̄ stabiles. igitur inter illas septem diapason consonantias diapason ter in immobilibus reperitur. Sed secundam prebent parhypate hypaton et trite diezeugmenon. Tertiam lichanos hypaton et paranete diezeugmenon. Quintam parhypate meson et trite hyperboleon. Sextam lichanos meson et paranete hyperboleon: sed decimanona parhypatas: tritae: lichanas et paranetae: monstrauit esse mobiles. igitur inter illas septem consonantie diapason vices: quater in mobilibus mutabilibusq̄ facta reperitur: quod est totum propositum. Quod autem diuus Severinus sapientum latinorum disciplinae studentium primus: quem et in hoc opere quantum valeamus imitamur suis disciplinis non parum adiuu- clumotertio capite quarti sue musices species diapente numerando eas quattuor faciat: id introductione factum putetur: ubi precisam non curauit veritate. sed communem secutus illic est estimatione: quod facile ex eius superioris determinatione cognoscitur. hinc autem non introductionis sed exacte determinationis locus est.

Tessaradecachordi chromatici inter assignatos limites ter itidē diateffaron: solū semel immobiliter. bis diapēte: semel immobiliter: semelq; partim mobiliter. septies autē diapason: ter vt in diatonico genere immobiliter: quaterq; mobiliter cōtinetur.

Semi.	Apoto.	Trisemi.	Semito.	Apoto.	Trise.	Tonus	Semi.	Apoto.	Trise.	Semi.	Apoto.	Trise.
b	c	d	e	f	g	h	i	k	l	m	n	o

¶ Tessaradecachordum ex quattuor tetrachordis constituitur: idcirco sic nuncupatum: q̄ quattuordecim chordis |neruis| vocalisue contineatur. dico enī primo quattuordecim chordarum in genere chromatico continue per litteras b|c|d|e|f|g|h|i|k|l|m|n|o|p| ab hypate hypaton dispositarum a primo ad quartum vsq; limitem: ter contineri diateffaron solum semel immobiliter. Nam per decimam b ad e concinit diateffaron. eritq; b ad e prima diateffaron. sed 2 quia per decimam c ad d est apotome et d ad e trisemitonium: ergo cad e continet duos tonos. et per undecimam c ad f est semitonium. ergo per sextam tertij c ad f duos tonos et semitonium continens: erit diateffaron. erit igitur c ad f secunda diateffaron. et quia rursus per undecimam e ad g est semitonium minus et f ad g apotome: ergo e ad g tonus. sed d ad e monstratum est trisemitonium. ergo d ad g continet duos tonos 2 semitonium: estq; d ad g tertia diateffaron. Et cum prima b ad e sit ab hypate hypaton in hypaten meson per decima moctauam sit immobiliter. secunda vero c f et tertia d g: sunt a parhypate 2 lichano principalium: que decimanona patefecit esse mobiles. constat ergo primum. ¶ Secundo dico solum bis intra quintum limitem contineri diapente. quia enī b ad e per immediate monstratum est diateffaron. et e ad f: 2 f ad g simul tonus. ergo per decimam tertiam tertij b ad g concinit diapente. eritq; b ad g prima diapente. ea tamen sex vocibus 2 non quinq; explebitur: proprietatem diapente non seruans. at e ad g non explebit diapente. Nam per modo monstratum ad diapente complementum deerit b ad c semitonium minus. neq; c ad h. Nam per undecimam huius g ad h continet trisemitonium. at e g ad diapente cōplementum solum deest semitonium minus: superat igitur c h consonantiam diapente completo tono. neq; d h continet diapente. Nam cum c h superet consonantiam diapente integro: completosq; tonos: dempta ergo c d apotome relinquetur d h superans diapente consonantiam semitonio minore. sed e ad i consonat diapente: est enī h ad i per duodecimam tonus. sed d ad h per immediate monstratum superat consonantiam diapente semitonio minore. dempto ergo d e trisemitonio minore: relinquitur e h deficiens tono a diapente: addito igitur h i tono fiet diapente. est itaq; e ad i secunda diapente. Ab b igitur ad f quintum limitem solū bis sumitur diapente. Et cum prima diapente b g sit ab hypate hypaton immobili ad lichanon meson partim mobile: fit ergo primo partim mobiliter. At vero cum secunda e i sit ab hypate meson ad parameson que monstrata sunt immobiles: fit ergo secundo modo immobiliter seruaturq; secundo modo diapente proprietate vt de quinto loco in quintum fiat locum. ¶ Tertio dico septies fieri diapason ter immobiliter: quater vero mobiliter. Nam cum b ad e per primam partem huius monstrata sit diateffaron: et per secundam e ad i diapente. ergo per vicesimam tertij b ad i consonat diapason. erit itaq; b ad i prima diapason. Preterea quia c ad f fuit inuenta secunda diateffaron: et f g est apotome g h trisemitonium: ergo f h duo sunt toni et h i tonus et i k semitonium. ergo f k diapente: et c f vt iam dictum est diateffaron. concinit igitur c ad k diapason: eritq; c k secunda diapason. et eodem iure d l tertia diapason adiuvante duodecima huius. et e m quarta. f n quinta. g o sexta. 2 h p septima. Sed ter fieri immobiliter et quater mobiliter eodem modo vt in vicesima monstratur.

In tetradecachordo enarmonico: inter assignatos limites ter diateffaron 8 septies diapason vt in precedētibus cōtinetur. at semel dūtaxat diapente atq; immobiliter.

Diesis	Diesis	Dito.	Die.	Diesis	Dito.	Tonus	Diesis	Diesis	Dito.	Diesis	Diesis	Dito.
b	c	d	e	f	g	h	i	k	l	m	n	o

¶ Tetradecachordum et tessaradecachordum idem dicimus. sit igitur b|c|d|e|f|g|h|i|k|l|m|n|o|p| tessaradecachordum enarmonicum. dico primo inter b e ter contineri diateffaron. Nam quia per decimam quintam huius b e d sunt due dieses tetrartermerie: erit b d semitonium minus. et d e est ditonus. erit igitur b e prima diateffaron. et eodem iure c f secunda. 2 d g tertia. 2 quia b e sunt hypate hypaton 2 hypate meson: fit igitur prima immobiliter. et c d sunt parhypate hypaton 2 lichanos hypaton mobiles: fit igitur et duobus modis mobiliter. ¶ Secundo dico solum semel a primo ad quintum limitem fieri diapente: et id quidem immobiliter. nam non fiet diapente b f quia solam superaddit consonantie diateffaron b e diesim tetrartermeriam. neq; b g quia solum superaddit consonantie diateffaron duas dieses que sunt semitonium minus. neq; fiet b h quia consonantie diateffaron superaddit semitonium minus 2 duos tonos. neq; per idem fiet diapente c g aut c h. nam hic abundabit tonus 2 diesis: illic autem deerit tonus minus vna diesi. neq; d g. nam deerit tonus. neq; d h. nam tonus abundabit. at vero e h sit diateffaron: nam e f g due dieses: 2 g h ditonus |et cum h i sit tonus: erit igitur e i diapente. et cum e sit hypate meson et i paramese que monstrata sunt immobiles. fit igitur inter assignatos limites solum semel diapente atq; immobiliter. Tertio septies fieri diapason vt in diatonico ex decima quinta declaratur quemadmodum vicesima huius monstrata est.

Diatonice modulationis: septem modos ordine collocare.

MVSIGE

		A	b	c	d	e	f	g	h	i	k	l	m	n	o	p	
A	Hypodorius																p 7 Dia
S	Hypophrygius	Tonus															p 10
L	Hypolydius	Semito. A															p ni
A	Dorius	Tonus	A														p ci
X	Phrygius	Tonus	A														p mo
Y	Lydius	Semitonium	A														dis
Z	Myxolydius	Tonus	A														

¶ Sit a b c d vsq; ad p pentadecachordum diatonicum. sit r pro hypodorio pentadecachordum diatonicum a b c d e f g h i k l m n o p grauissimum: quod vt aliorum basis atq; fundamentum statuatur: extendendo vno tono in acumen proslambanomenon pentadecachordi s amplius q; sit proslambanomenos rad quem ceteras voces suo ordine per quartam quintam et sextam huius in diatonico modulandi genere subisgo. eritq; pentadecachordum s per diffinitionem hypophrygi modi. Similiter extendo proslambanomenon pentadecachordi t semitonio amplius q; tensus sit proslambanomenos pentadecachordi s cui tetradecachorda per quartam quintam et sextam huius vt prius coapto. eritq; per diffinitionem t pentadecachordum hypolydi modi. et proslambanomenon v vno tono extendo amplius q; hypolydi: cui ceteras voces suo ordine sequentes in diatonico genere coapto. eritq; concentus pentadecachordi v per diffinitionem dorius. et si amplius extendo r vno tono: erit pentadecachordi x cantus phrygius. et si y semitonio minore: erit eius concentus lydius. Et si amplius extenso vno tono: fiet concentus myxolydius. sicq; factum per diffinitiones patebit propositum.

Que diuersorum modorum in aliquo genere fuerit prime vocis ad primam habitudo: ea erit secunde ad secundam et tercie ad tertiam et cuiuslibet totius ad totam similis eademq; habitudo. 24

		A	b	c	d	e	f	g	h	i	k	l	m	n	o	p	
A	Hypodorius																
S	Hypophrygius																

¶ Sit a b c d ad p vsq; pentadecachordum hypodorium in aliquo genere vt diatonico: et q r s et sequentes pentadecachordi hypophrygi. distabites idcirco q proslambanomenos hypophrygi ab a proslambanomeno hypodori modi acutior vno tono. dico ergo singulas hypophrygi: singulas hypodori vt hypatas hypatis parhypatas parhypatis lichanas lichanis et ita consequentes: similiter tono/tonis proportionem distare. Nam cum pentadecachordum a p et pentadecachordum q g sint vtrq; a proslambanomeno in necten hyperbolicon diatonice extensa: ergo que proportio a ad b ea est per quartam huius q ad r: ergo per tertiam secundi Arithmetices permutatim vt a ad q ita b ad r. at a ad q monstratus est esse tonus: igitur et b ad r tonus. et consimiliter de sequentibus ostendatur.

Totus ordo diatonicus pentadecachordi hypophrygi modi: totum hypodorium vnus acumine toni superat: & totus hypolydius eundem trisemitonio. singule quoq; dorii singulas hypodori diateffaron consonantia. totus vero phrygius consonantia diapente. lydius autē diapente atq; semitonio. & myxolydius diapente atq; sesquitono. 25

		A	b	c	d	e	f	g	h	i	k	l	m	n	o	p	
A	Hypodorius																p 7 Dia
S	Hypophrygius	Tonus															p 10
L	Hypolydius	Semito. A															p ni
A	Dorius	Tonus	A														p ci
X	Phrygius	Tonus	A														p mo
Y	Lydius	Semitonium	A														dis
Z	Myxolydius	Tonus	A														

¶ Nam proslambanomenos hypophrygi tono superat acumine proslambanomenon hypodori. ergo per precedentem totus hypophrygius ordo totum hypodorium ordinem: toni superat acumine. et quia proslambanomenos hypolydi superat acumine semitonio minoris hypophrygi: ergo idem superat acumine proslambanomenon hypodorium trisemitonio. igitur per precedentem totus hypolydius ordo totum hypodorium ordinem trisemitonio superuadit acutior. sed et quia dorius toni acutior vincit hypolydi: ergo dorius duobus tonis et semitonio acutior est hypodorio. ergo per sextam tertij eo acutior est conso-

nantia diateffaron. quare per precedentem singule dorij singulis hypodorij diateffaron consonantia sonant acutiores. et phrygius addit tonum in acumine dorio: igitur totus phrygius toto hypodorio diapente consonantia modulator acutior. et lydius phrygio addit semitonium minus et myxolydius lydio tonum. igitur lydius hypodorio diapente et semitonio et myxolydius diapente et sesquitonio sonabit acutior. quod totum est propositum.

- 26 Hypolydius diatonicus hypophrygium diatonicum semitonio / & dorius trisemitonio / phrygius diateffaron / lydius diateffaron & semitonio / myxolydius diateffaron consonantia / atq; sesquitonio superuadit acutior: & dorius hypolydio tono / phrygius ditono / lydius diateffaron & myxolydius diapente: phrygius autē ad dorium sonat tonum lydius trisemitonium & myxolydius diateffaron / lydius phrygio semitonium & myxolydius sesquitonum: myxolydius autem lydio tonum.

¶ Hec ut precedentis vel q̄ facillime monstrabitur.

- 27 Septem modos chromatische modulationis constituere.

		A	b	c	d	e	f	g	h	i	k	l	m	n	o	p
A	Hypodorius															p 7
S	Hypophrygius	Tonus														p 7 hio
L	Hypolydius	Semitono	A													p ma
D	Dorius	Apotome	A													p tici
Ph	Phrygius	Trisemitonia	A													p mo
Ly	Lydius	Semitonium	A													dis
My	Myxolydius	Apotome	A													

¶ Facio pentadecachordum chromaticum per decimam undecimam et duodecimam huius et similiter sex alia scilicet f | c | v | x | y | z: facioq; pentadecachordum s tono acutius r. et pentadecachordum semitonio acutius s. v vero apotomes intervallo acutius t. et x trisemitonio amplius q̄ v. y semitonio amplius q̄ r. et z apotome transcendere y: dico ergo septem modos chromatische modulationis esse ordinatos. nam r crit hypodorius s per diffinitionem hypophrygius chromaticus. t hypolydius. v dorius. x phrygius. y lydius. z myxolydius.

- 28 Quo pacto singuli cuilibet inter se chromatici modi respōdeant: ostendere

¶ Distat per precedentem hypophrygius ab hypodorio chromatico tono. et hypolydius ab hypophrygio semitonio. distat igitur hypolydius ab hypodorio acutior trisemitonio. et dorius ab hypolydio distat apotome. igitur dorius ab hypodorio remotus est ditono. phrygius autem ab dorio trisemitonio. igitur phrygius ab hypodorio remouetur tribus tonis et semitonio: hoc est totius consonantie diapente intervallo. et lydius a phrygio semitonio. igitur lydius ab hypodorio diapente atq; semitonio. myxolydius ab lydio distat apotome. igitur myxolydius ab hypodorio diapente consonantia distat acutior atq; tono. Et hoc pacto de reliquis ex precedente perfacilis est ostensio. ut hypolydius ab hypophrygio distat semitonio. dorius tono. phrygius diateffaron. lydius diateffaron et semitonio myxolydius diapente. dorius a phrygio distat apotome. phrygius ditono. lydius diateffaron. myxolydius tritono. Phrygius a dorio trisemitonio. lydius tono et duobus semitonis minoribus. myxolydius vero diateffaron. Lydius a phrygio semitonio et myxolydius tono. distat autem myxolydius ut iam quoq; dictum est a lydio maiore semitonio. sicq; constructum est propositum.

- 29 Septem itidem enarmonicos modos ordinare.

		A	b	c	d	e	f	g	h	i	k	l	m	n	o	p
A	Hypodorius															p 7
S	Hypophrygius	Tonus														p Enar
L	Hypolydius	Diesis	A													p mo
D	Dorius	Diesis	A													p ni
Ph	Phrygius	Ditonus	A													p d
Ly	Lydius	Diesis	A													mo
My	Myxolydius	Diesis	A													di.

¶ Sint r | f | c | v | x | y | z | septem pentadecachorda: et sit per decimam quintam huius pentadecachordum enarmonicum: intendo proslambanomenon pentadecachordi s vno tono amplius pentadecachordo r. et t diesis amplius q̄ s. et v diesis amplius q̄ t. et x ditono amplius q̄ v. et y amplius diesis r. et z amplius itidem diesis q̄ y. erunt ergo sex post primum pentadecachorda: primo tono. deinde duabus diesibus et ditono. deum duabus diesibus: qui quidem intendendi modus enarmonice modulationis

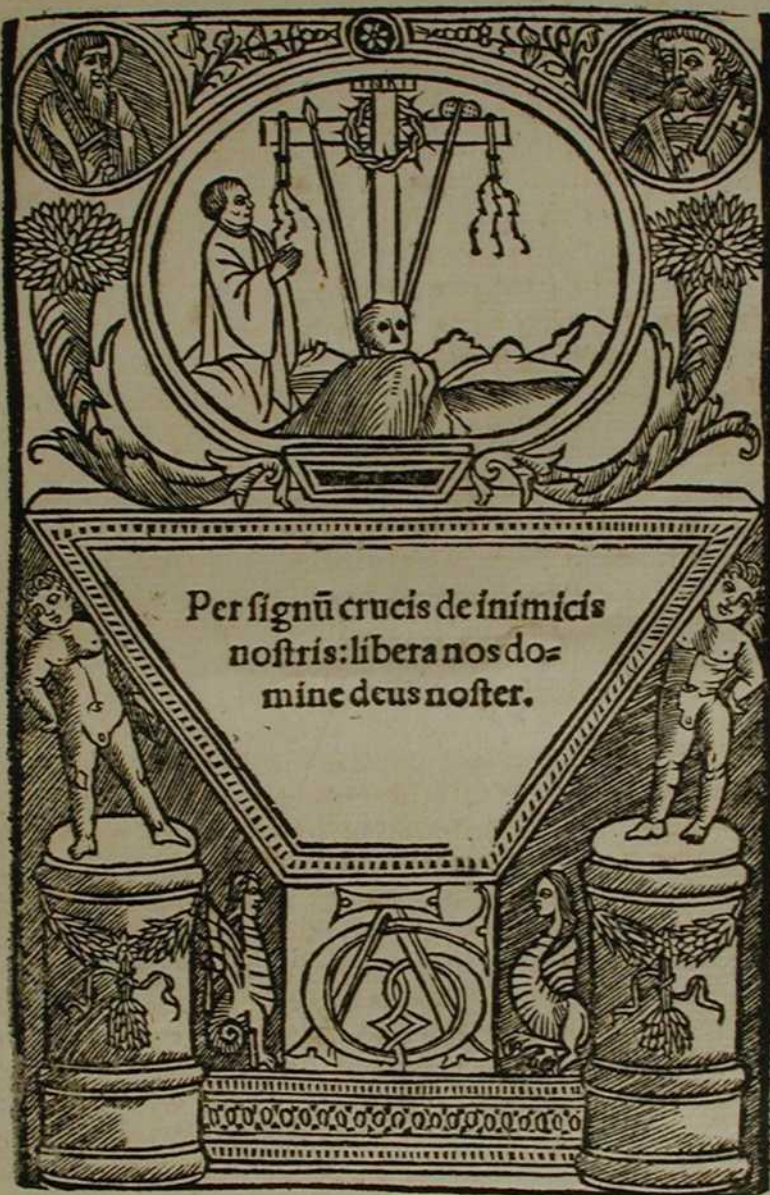
peculiaris propriusq; habetur. sunt igitur septem pentadecachorda $r|f|t|v|x|y|z$: septem enarmonice modulationis modos continuentia. quod demonstrari propositum erat.

Singulorum enarmonicorum modorum: ad quolibet habitudines demonstrare. 30

Cubus ex precedenti demonstratio clara esse potest. Primo hypophrygiū ab hypodorio distantiam esse tonum. hypolydiū tonum et diesim. dorij sesquitonum. phrygiū diapente. lydiū diapente ac diesim. myxolydiū diapente et semitonio. Secundo hypolydium distare ab hypophrygio diesi. dorium semitonio. phrygium diatessarum. lydium diatessarum et diesim. myxolydium diatessarum et semitonio. Tertio dorium ab hypolydio diesim. phrygium ditono et diesim. lydium diatessarum. myxolydium diatessarum et diesim. Quarto phrygium a dorio ditono. lydium ditono et diesim. myxolydium diatessarum. Quinto lydium a phrygio diesim. et myxolydium semitonio. Sexto myxolydium distare diesi a lydio. **S**eptem enim modos et non plures adiecit priscorum auctoritas Pythagoricorum. ut enim numerus a monade ad denarium usque varius crescens progreditur: mox vero sequens denarius unitatis vicem obtinet primamque explicat unitatem eiusdem indiuidue monadis consortis et emulus: qui ad centenarium usque rursus nouenaria progressionem se extendit: relapsus tandem in tertiam unitatem. Ita quoque vocum dissimilitudo ac varietas ex quibus instar celestis harmonie concentus humani: modique formatur ad octonarium usque surgit. suntque septem continue voces inter se varie quibus succedens octonaria vocis plenitudo (Primus enim numeralis cubus primamque tessera octonarius) ad primam rursus sonat ut eadem: et ad eam sese habens perinde ac denarius ad unitatem. Et hec octonaria series in omni modulationis genere sic rata procedit: ut continue octauo quoque loco octauum per similem sibi et pene eisdem sonus offendant sonum. Ita ut ex duobus nativa quadam: concordisque affinitate iam unum sonum et non multos parere videantur: usque adeo enim se miscent: et mutua se iungunt: copulantque amicitia. Et harum septem vocum que grauissima tardissimaque est: Saturno debetur. proxima Ioui: tertia Marti. quarta Iphibo. quinta Veneri. sexta Mercurio. septima vero earum acutissima: coelestissimaque. Lunc octaua autem rursus reuoluitur ad Saturnum: nona ad Iouem: decima ad Martem. et hoc pacto consequentes: ut sapientia voluit antiquitas. Et re vera totius vniuersi harmonia septenario completa est. et hec septem in celo celestem: in his autem inferioribus corpoream: sensibilemque temperant harmoniam. sed hec magis plenius discutiant. hinc licet cognoscere cur hypermyxolydius: septem pythagoricis modis haud multum veniat accommodandus. Nam si in diatonico genere myxolydium pentadecachordum pro hypermyxolydio vno tono amplius acuatur: totus is ubique modus ad hypodorium consonaret diatessaron: octauusque natus esset sonus: qui ad primum idem: congenerisque naturali affinitate redditur. quare non ab hypodorio primo modo omnifariam varius putandus est. et eque si myxolydius intenderetur trisemitonio in chromate et ditono in enarmonio: sed de his forte amplius quam presenti negotio par sit dictum est. Et modi quos adiecere recentiores ut diuus Gregorius ab hac modorum antiquitate recedunt. et pleraque alia que posteriores musici inculcauerunt et que ab illis facile requiras. et nostra quoque tempestate musicum modulamen: atque omnem concinentiam ad celeritatem quadam precipitemque leuitatem reducere conantur: modestam grauem seriāque ac decoram concentuum moderationem perparum attendentes. a moderatione enim dicti sunt modi. parum ita attendentes priscum musices honestatis: grauitatisque decus: qua amentes arreptitiosque soluebant. sanitates inducebant feris hominum mores ut olim Thacius Orpheus: ad mansuetos et virtutis callem reuocabant. et ex sensibilibus harmonia ad celestis harmonie desiderium captiuas animas tanquam sui iam memores exiliū ubertim fluentibus oculis euocabant. hoc enim modorum accommoda medio critate Pythagore discipuli faciebant. Non enim is inter homines modestior: cuius omnis incessus cursus videtur. neque is cuius preceps nimium loquela presentium ludat intelligentiam. Ita quoque neque si modestiores modi: qui nimia sui festinantia quasi in venerea chorea lasciuientes preterfugiant auditum. Hac enim de causa Pythagorea schola molles chromatis modos repudiavit et Spartiate solenni decreto Timotheum Milesium increpauerunt vehementer diatonicos concentus potius approbantes. qui si apte moderentur virtutis pre se ferunt modestiam. ut enim nimia tarditate seu torpore quodam fastidimur inani. Ita nimia celeritas mollicie quadam pre se fert inhonestam. medium enim neque celeritate preceps nec signaua tarditate pigrum: laudabile virtutisque emulum. quam omnis etas probauit probaturaque est: et ad quam musici modi tanquam moderatio nis animi quedam certe regule nos perducere debent: et ad diuina mentes nostras iugiter rapere. et felices si erunt qui hoc fine et musicen et omnem mundanam philosophiam quesierint. neque talibus decisse solet celestis fauor atque presidium. qui autem secus faciunt miseri: quales nullos ad quos nostra hec modulationum elementa peruenerint futuros desideramus: quin eis omnis harmonie vite decus: feliciter optamus: non strigis victuros memores.

Quartii Elementorum Musices Finis.

Explicitum est ergo Volumē quattuor
Introductionū Mathematicarū Ma
gistro Petro Ciruelo Darocensi inters
prete simul et correctore. Laus deo.





EVRSVS

in omnib9 regionib9 quassari & in erea

Pauli de Castro Summa super Infortiato.

bic et propterea ista lex est no. q. qm mandatu factu est a legitimo administratore finiat morte eius re integra l3 vna ille cuius negotia administrantur: q. talis administrator loco domini habet. l. interdum. §. si tutor. de fur. C. Sed hoc oppo. de. l. si quis mancipijs. §. si impubes. §. de insti. Sol. ibi loquitur in mandato generali qd non finit morte mandantis etia re integra nisi contingat etia status mutatio. vt. l. eius q. in prouincia si cer. pe. ta. bic in mandato spaliusm doc. vel dic q. ibi mandatu fuit factu a pu. aut. tu. quo casu morte solius tutoris non finit hic quado factu fuit a solo tutore. et sic fundat in sola voluntate tut. vñ cu illa deficiet etia mandatu deficit. fateor est hoc debere itelligi qm est spale mandatu. si aut generale de cuius natura non est qd finiat morte fm doc. tunc non finit morte tutoris. vt in eodem §. fm aliu intellectu. C. Sed quero qm factu est a pup. cu antori tate tutoris. an solus tutor poterit ipsum revocare expresse. l3 per morte ipsius solius non finiat. Respondeo sic q. solus tutor l3 administrator: hoc determinat Bar. in. l. actor. rem ratu ba. in ver. sed iuxta predicta. ibi allegat Jmno. hoc tenent in. c. presentium. de testib. et sic maioris virtutis est expressa reuocatio q. tacita contingens per morte. vt. pba. in. l. iij. in prin. de maius tutoris. vt in cle. si. de pecu. Sol. ibi in mandato facto a prelati no l3 cam ab antecessore et ideo in bis q. restat fienda no tenetur stare facto antecessoris: et sic constitutio procuratoris finitur morte constitutis quantu ad ea que restat fienda nos loquimur in alio administratore. cuius facta tenetur pu. rata habere. Et est mirabilis determinatio illius ele. T. Et predicta inducunt ad copromissus: factu per prelatu vñ finitur morte prelati. de quo in Spec. de arb. §. finit. vers. quid si prelatus. et Bar. tangit hic. Mandatu vero factu nuntio curie per indicem: etia re integra non expirat morte mandantis vel finit eius officio. vt in aut. vt nulli iudi. §. si vero. et p. Bar. in. l. fundi. §. i. de acq. pos. et hoc no. q. quotidianu est. na si indeq. comisit nuntio q. mitteret me i tenua et anteq. hoc fieret finitu est officiu iudicis: et venit nouus successor: no habeo necesse facere reintegrare comissione: l3 poterit virtute prime me immittre. de hoc nota. etiam in. late. q. de iuris. om. au.

2. Per scdm testametu tollit pñmū: etia si in secundo sit in finitus ille idē qui in primo.

3. Scia scōa etiam similis prime q. tollat pñmā.

4. Qm reperitur duo testamēta facta eadē die nec apparet q. prius factum sit qd istud dicatur valere.

dubietas. ar. §. e. l. q. si dubiet. et. l. gallus. §. si etius. in. si. de lib. et posib. scus si applicaret mente suā ad vñi et dubietatē post ea an illud esset vñm vel non et vellet adire hereditatē ex eo: et ita dicit postea fuisse obtentum.

2. Papa si mādāt aliquibus ad instantiā alterius q. debeat se informare de aliquo et si reperiat ita esse vt sibi fuit narratus faciant et qualiter tunc isti commissarij debeant procedere et pronuntiare.

3. Quid in scriptis ad lites si mandat aliquid fieri sub additione.

3. **Ylulifamilias.** T. Aditio facta per filium nō

non valet. idem si fiat sub conditione: puta si hereditas est solvendo q. cum sit actus legitimus conditione non recipit. b. d. iste pulcher. §. et primum dictum limito qm non constabat de

reditatem fore vñlem et lucrosam: et sic conditione patris facta melior est: alius videt scus si forma non fuerit seruata. vt. l. si quis mihi bona. §. pe. qui incipit sed si mandauit. §. e. C. In reg. ibi

hereditate adiit. subaudi non expolorato vñi sit hereditas solvendo vel non fm J. et sic non seruauit formam iustus q. pater voluit q. per prius expoloraret et postea adiret et si expoloraret relatum sibi fuisset q. erat soluendo: licet reuera non eliet quia

esset seruata forma valeret additio dummodo fuisset facta pure secus si sub conditione si est soluendo. vt in si. q. tunc propter vñm formae ad eundem redderetur nulla. vt in si. q. tunc propter vñm

flator. de exco. tuto. C. T. Et no. teg. optimum q. papa quotidie mandat quibusdā ad instantiam alterius q. debeant se informare de aliquo et si reperitur ita esse vt sibi fuit narratu et sic faciant q. talis commissarius non potest procedere ad executiones

nisi seruata forma et habita diligenti inquisitione super bis de q. bus papa voluit q. se informaret et debent ad hoc vocari illi q. res tangit vel qui pñt ledi alio non diceret informari. arg. in. l. si. c. si per vñm vel alio modo et no. in cle. vnica. de offi. deleg. p. glo. Et Sede. de senis in consil. leg. vbi plenissime et anteq. ista

informacionem fecerit non habet potestatem equequendi id qd papa mandauit egequi post habitam informacionem quia tale mandatum videtur conditionale. Et ideo cautela est qd pronuntiet et debeat se informacione habuisse et ita reperisse et q. de hoc apparcant acta manu notarij: alio non stare simplicibus

verbis ciuij. arg. in. c. qm cōtra falsam. de pba. et hoc videt nota re glo. in cle. cum ei que. de conce. preben. vbi videt probari q. de digni. Idec autem procedunt qm illa de quibus papa voluit illi informari non inest tacite de natura gratie: sed erant omni no extraneis: et ideo videtur reddere mandatum conditionale.

3. **Ylulifamilias.** T. Aditio facta per filium nō non valet. idem si fiat sub conditione: puta si hereditas est solvendo q. cum sit actus legitimus conditione non recipit. b. d. iste pulcher. §. et primum dictum limito qm non constabat de

reditatem fore vñlem et lucrosam: et sic conditione patris facta melior est: alius videt scus si forma non fuerit seruata. vt. l. si quis mihi bona. §. pe. qui incipit sed si mandauit. §. e. C. In reg. ibi

hereditate adiit. subaudi non expolorato vñi sit hereditas solvendo vel non fm J. et sic non seruauit formam iustus q. pater voluit q. per prius expoloraret et postea adiret et si expoloraret relatum sibi fuisset q. erat soluendo: licet reuera non eliet quia

esset seruata forma valeret additio dummodo fuisset facta pure secus si sub conditione si est soluendo. vt in si. q. tunc propter vñm formae ad eundem redderetur nulla. vt in si. q. tunc propter vñm

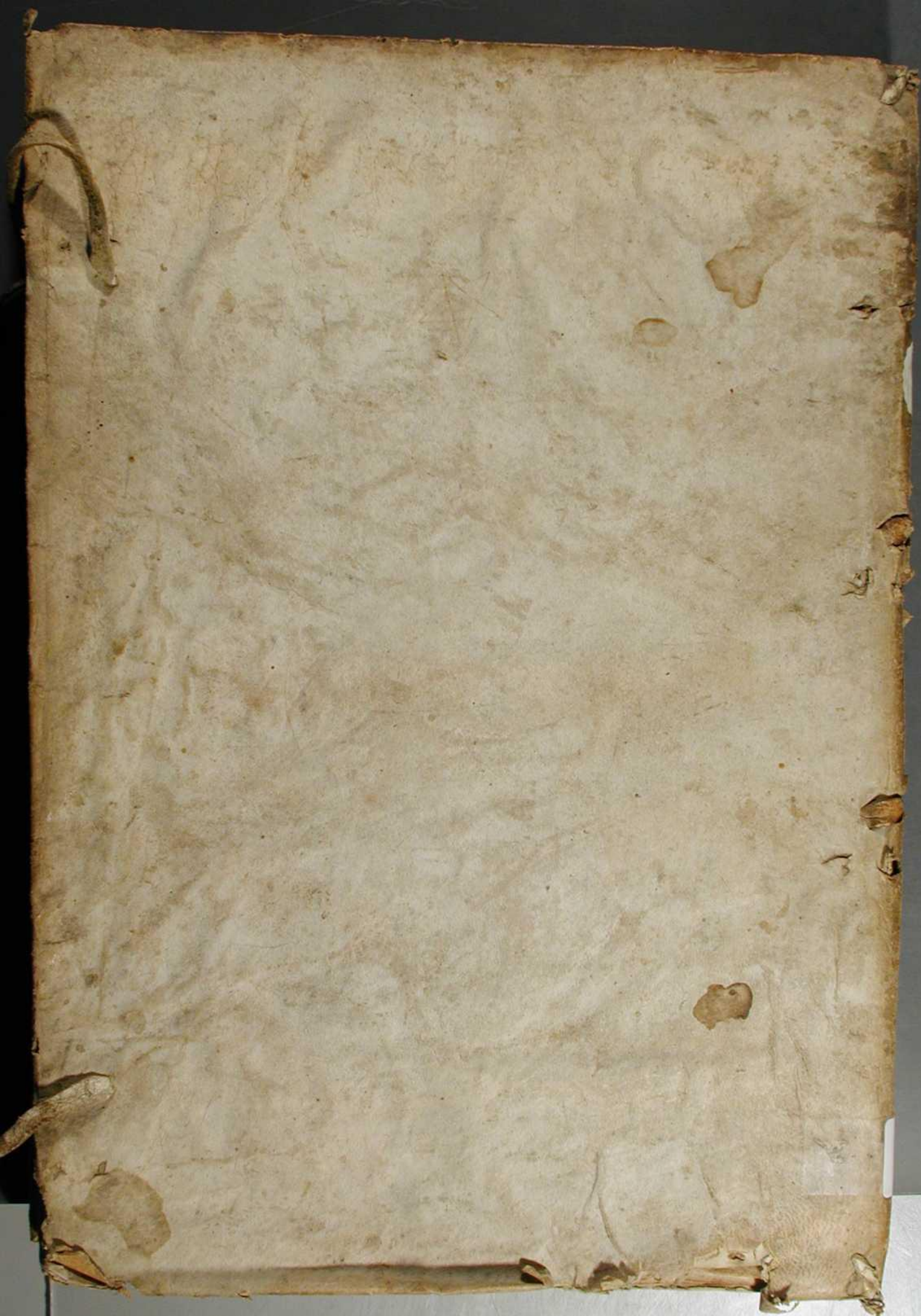
flator. de exco. tuto. C. T. Et no. teg. optimum q. papa quotidie mandat quibusdā ad instantiam alterius q. debeant se informare de aliquo et si reperitur ita esse vt sibi fuit narratu et sic faciant q. talis commissarius non potest procedere ad executiones nisi seruata forma et habita diligenti inquisitione super bis de q. bus papa voluit q. se informaret et debent ad hoc vocari illi q. res tangit vel qui pñt ledi alio non diceret informari. arg. in. l. si. c. si per vñm vel alio modo et no. in cle. vnica. de offi. deleg. p. glo. Et Sede. de senis in consil. leg. vbi plenissime et anteq. ista informacionem fecerit non habet potestatem equequendi id qd papa mandauit egequi post habitam informacionem quia tale mandatum videtur conditionale. Et ideo cautela est qd pronuntiet et debeat se informacione habuisse et ita reperisse et q. de hoc apparcant acta manu notarij: alio non stare simplicibus verbis ciuij. arg. in. c. qm cōtra falsam. de pba. et hoc videt nota re glo. in cle. cum ei que. de conce. preben. vbi videt probari q. de digni. Idec autem procedunt qm illa de quibus papa voluit illi informari non inest tacite de natura gratie: sed erant omni no extraneis: et ideo videtur reddere mandatum conditionale.

Bus primi in consequentiam. et ideo ex neutro potest be-
reditate adire si erat in vtroque institutus. b. o. t. et sic
p. 3. puta. l. iuncta gl. q. p. scdm testamentum tollit primum etiam si in-
fido sit institutus ille idem q. in primo quod etiam probatur in l. si iure
de leg. iij. et j. si cui plus q. p. l. fal. l. nisi. y. ite si ipse. t. et sic est ar.
ad quoniam mota p. gl. C. qn. prouo. no. est. necess. l. j. q. scda snia et
similis prime tollat primam. q. sicut non potest quod decedere cum duobus
testamentis nisi sit miles. ita super eodem negotio non potest con-
currere due diffinitive sententie quarum quilibet habet vigorem et pa-
riat actionem. vt. no. in l. qui restituere. de rei ven. p. glos. et c. **C**um
si. gl. ibi. nec appareat quod prius et quod posterius quod ambo sunt fa-
cta eadem die et potest esse quod vnum de mane et aliud de sero et ignorat
et intelligit gl. qn. diuersa persone reperiunt instituite in eis. quod et
ego istos dicebat valere. questio fuit sabbatina. et finaliter determi-
natur quod neutrum propter dubium de hac. q. no. per Bar. in l. j. si. si
quis in duobus. de secum. tab. et p. Jo. and. in. c. duobus. de res.
scrip. lib. vi. in nouel. facit. l. si fuerit. de reb. dub. vbi dispositio
vitatur ratione incertitudinis. hic enim constat quod vnum factum est primo
quod alterum propter institutiones diuersarum personarum. et sic vnum tunc
est validum. et aliud non. et ignoratur quod sit illud validum. Sed
si eadem persona reperiat instituta in vtroque. dic quod aut ista tes-
tamenta sunt confecta manu eiusdem notarii et cum eiusdem tes-
tibus et sunt eiusdem tutoris. et tunc non dicuntur duo sed vnum
de quo sunt plures scripture. vt. l. vnum testamentum. s. de tes-
ta. ideo vtrumque potest sortiri effectum et executioni mandari. Quod
sub manu diuersorum notariorum vel testium vel cotincit diuersos
tenores. et tunc apparet quod sunt duo diuersis temporibus facta
quia vnum potuit fieri de mane. aliud de sero. et ignoratur quod
est vltimum. Hic casu dicitur **Cum**. se vidisse arduam questionem
in hac ciuitate et quod multi dicebant ex neutro posse hereditatem
tem adiri. quod ignoratur ex quo possit ignoratur quod illorum
sit vltimum. ipse tamen dicit dedisse consilium quod adiretur heredi-
tas ex illo quod reperiretur vltimum et sic non applicet animus
suum plus ad vnum quam ad alterum. nam cum in omnibus euentibus
esset habiturus hereditatem vel ex vno vel ex altero non nocet

bi tale beneficium certe illud etiam si expresse non dixerit tacite inerat. et ideo non reddit mandatum conditionale. arg. optima. 8. de tute. l. muto. §. sub conditione. et ideo l3. cōferat nō habita inquisitione de idoneitate valet collatio si est idoneus et capax beneficij. ita videt notare gl. in d. cle. ynica. per ea q not. Ann. in c. pudum. de presum. mihi videt qz Ann. ibi nō loquat isto modo qñ papa mandauit qz se informaret; vel mandauit qz si per diligentem inquisitionē et sed loquitur mandauit qd sibi conferret si esset idoneus in primo ergo casu d3 se informare anteq̃ conferat als non valet collatio. arg. buius. §. et c. cum dilecta. de rescrip. Secundo casu seruanda est distinctio Anno. et Jo. and. qz aut erat talis conditio que non erat puta si est orphā de tali ciuitate. et tunc reddit mandatum conditionale. aut inerat vt si est idoneus; et tunc non sed facit inuentiones; vt. d. l. muto. §. sub conditione. ¶ Quid autem in scriptis ad lites si mandāt aliqd fieri sub conditione; vide oīno Ann. in c. prudentia. 3. de offi. deleg. sup. ver. excoicationis. qui distinguit an ponatur conditio circa collationem iurisdictionis nō valet actus nisi conditio existat. Et ut circa executionē et tunc secus vt si mādāt qd tūtius mihi condemnēt si pbauero ipsum esse debitore meū. na. 3. valet condēnatio l3. non pbauerim. rō est qz illa cōditio inerat; nō em̃ de iure debebat condēnari nisi probarem; et tñ valeret cōdemnatio licet iniusta; qz est contra ius patris vt. l. presens. de re iudi. l. cum patre. fami. ber. verba ergo illa potius faciūt inuentionem q̃ conditionem.

¶ Similia si adiuit hereditates solus qz pater erat furiosus tñ pater postea factus sane mentis ratificabit aditionem factā per filium; et legem acquirere isto iure ipsi patri. idem in bonorum posses.

Ambere. ¶ Si pater est furiosus
et potest adire sine iussu pa-
tris et acquirit sibi: et potest administrare et alienare
bona hereditaria ac si esset sui iuris. b. d. singulariter
et est valde menti tenendus iste casus. ¶ Est specialis casus quo
iure filius iam, acquirebat sibi et non patri quia ista acqui-
sitio



Am
1516

I 5/15



